

& GETAL & RUIMTE



Noordhoff Uitgevers

Getal & Ruimte

Uitwerkingen

2 havo(vwo) deel 2

Twaalfde editie, 2018

Noordhoff Uitgevers
Groningen

Auteurs

J.H. Dijkhuis
C.J. Admiraal
J.A. Verbeek
G. de Jong
H.J. Houwing
J.D. Kuis
F. ten Klooster
S.K.A. de Waal
J. van Braak
J.H.M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M.L.M. van Maarseveen
R.D. Hiele
J.E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
I. Cornelisse

Inhoud

5	De stelling van Pythagoras	4
6	Procenten en diagrammen	41
7	Kwadratische vergelijkingen	64
8	Inhoud en vergroten	91
	Wiskundige vaardigheden	110
	Algemene vaardigheden	115
	Kangoeroe-opgaven	119

5 De stelling van Pythagoras

Voorkennis Kwadraten en wortels

Bladzijde 8

- 1 a 16,276 b 16,28 c 16
- 2 a 6,954 b 7,0 c 7
- 3 $1^2 = 1$ $10^2 = 100$ $19^2 = 361$
 $2^2 = 4$ $11^2 = 121$ $20^2 = 400$
 $3^2 = 9$ $12^2 = 144$ $25^2 = 625$
 $4^2 = 16$ $13^2 = 169$ $30^2 = 900$
 $5^2 = 25$ $14^2 = 196$ $40^2 = 1600$
 $6^2 = 36$ $15^2 = 225$ $50^2 = 2500$
 $7^2 = 49$ $16^2 = 256$ $100^2 = 10000$
 $8^2 = 64$ $17^2 = 289$
 $9^2 = 81$ $18^2 = 324$

- 4 a $0,4^2 = 0,16$ c $120^2 = 14400$ e $0,12^2 = 0,0144$
b $200^2 = 40000$ d $1,2^2 = 1,44$ f $250^2 = 62500$

Bladzijde 9

- 5 a $\sqrt{36} = 6$ c $\sqrt{49} = 7$ e $\frac{1}{2}\sqrt{144} = \frac{1}{2} \cdot 12 = 6$
b $\sqrt{169} = 13$ d $2\sqrt{121} = 2 \cdot 11 = 22$ f $3\sqrt{16} = 3 \cdot 4 = 12$
- 6 a $\sqrt{8} \approx 2,83$ c $\sqrt{160} \approx 12,65$ e $\sqrt{50} \approx 7,07$
b $\sqrt{21} \approx 4,58$ d $\sqrt{99} \approx 9,95$ f $\sqrt{200} \approx 14,14$

- 7 a lengte zijde van vierkant ABCD is $\sqrt{8,3} \approx 2,9$ cm
b $83 \text{ mm}^2 = 0,83 \text{ cm}^2$
lengte zijde van vierkant KLMN is $\sqrt{0,83} \approx 0,91$ cm
c lengte zijde van vierkant PQRS is $\sqrt{600}$ dm
omtrek $= 4 \cdot \sqrt{600} \approx 98,0$ dm
- 8 a $3^2 + 4^2 = 9 + 16 = 25$ en $5^2 = 25$, dus $3^2 + 4^2 = 5^2$ is juist.
b $4^2 + 5^2 = 16 + 25 = 41$ en $6^2 = 36$, dus $4^2 + 5^2 = 6^2$ is niet juist.
c $10^2 - 8^2 = 100 - 64 = 36$ en $6^2 = 36$, dus $10^2 - 8^2 = 6^2$ is juist.
d $13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25$ en $5^2 = 25$, dus $13^2 - 12^2 = 5^2$ is juist.
e $17^2 - 15^2 = 289 - 225 = 64$ en $8^2 = 64$, dus $17^2 - 15^2 = 8^2$ is juist.
f $15^2 + 20^2 = 225 + 400 = 625$ en $25^2 = 625$, dus $15^2 + 20^2 = 25^2$ is juist.
g $12^2 + 14^2 = 144 + 196 = 340$ en $16^2 = 256$, dus $12^2 + 14^2 = 16^2$ is niet juist.
h $3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13$ en $5^2 = 25$, dus $3^2 + 2^2 = 5^2$ is niet juist.
i $12^2 + 16^2 = 144 + 256 = 400$ en $20^2 = 400$, dus $12^2 + 16^2 = 20^2$ is juist.

- 9 a $x + 5^2 = 6^2$
 $x + 25 = 36$
 $\quad - 25 \quad - 25$
 $x = 11$
b $x = 8^2 - 2^2$
 $x = 64 - 4 = 60$
c $x = 7^2 + 4^2$
 $x = 49 + 16 = 65$
d $6^2 + x = 9^2$
 $36 + x = 81$
 $\quad - 36 \quad - 36$
 $x = 45$

- 10 a $\triangle ABD$ met $\angle D = 90^\circ$ en $\triangle ACD$ met $\angle D = 90^\circ$
 b $\triangle PQR$ met $\angle R = 90^\circ$
 $\triangle QST$ met $\angle T = 90^\circ$
 $\triangle RST$ met $\angle T = 90^\circ$
 $\triangle PRS$ met $\angle S = 90^\circ$
 $\triangle QRS$ met $\angle S = 90^\circ$

5.1 Rechthoekige driehoeken

Bladzijde 10

- 1 a aantal rode vierkanten = 16
 aantal gele vierkanten = 9
 aantal blauwe vierkanten = 25
 b $16 + 9 = 25$
 Dat de uitkomst van de som van het rode en gele vierkant precies gelijk is aan het aantal vierkantjes van het blauwe vierkant.
- 2 a oppervlakte groene vierkant = $90 + 35 = 125 \text{ mm}^2$
 b oppervlakte groene vierkant = $50 + 17 = 67 \text{ mm}^2$
 c oppervlakte groene vierkant = $140 - 120 = 20 \text{ mm}^2$
 d oppervlakte groene vierkant = $72 - 30 = 42 \text{ mm}^2$

Bladzijde 11

- 3 a opp vierkant I = $1,6^2 = 2,56 \text{ cm}^2$
 opp vierkant II = $2,4^2 = 5,76 \text{ cm}^2$
 opp vierkant III = opp vierkant I + opp vierkant II = $2,56 + 5,76 = 8,32 \text{ cm}^2$
 b oppervlakte vierkant III = $8,32 \text{ cm}^2$, dus $BC^2 = 8,32$, dus zijde $BC = \sqrt{8,32} \approx 2,9 \text{ cm}$

Bladzijde 12

- 4 a $DE^2 + DF^2 = EF^2$
 b $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
 c $KL^2 + LM^2 = KM^2$
- 5 a $GI^2 + HI^2 = GH^2$
 b $BC^2 + BD^2 = CD^2$
- 6 $\triangle ABC$: $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $\triangle ABD$: $AB^2 + AD^2 = BD^2$

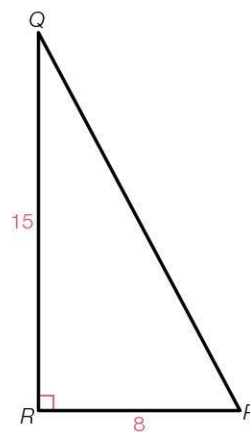
5.2 Zijden van rechthoekige driehoeken berekenen

Bladzijde 13

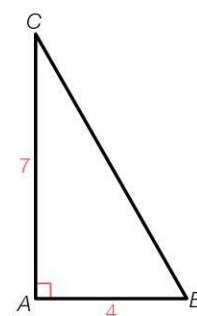
- 7 a Uit $KL^2 = 10$ volgt $KL = \sqrt{10} \approx 3,16$.
 b Uit $PQ^2 = 49$ volgt $PQ = \sqrt{49} = 7$.
 c Uit $DE^2 = 8,4$ volgt $DE = \sqrt{8,4} \approx 2,90$.
- 8 a $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 b $4^2 + 3^2 = BC^2$
 $BC^2 = 16 + 9 = 25$
 c $BC = \sqrt{25} = 5$

Bladzijde 14

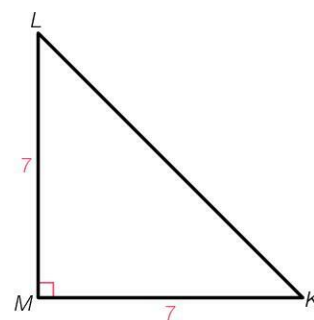
- 9 a** Zie de schets hiernaast.
 $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
 $8^2 + 15^2 = PQ^2$
 $64 + 225 = PQ^2$
 $PQ^2 = 289$
 $PQ = \sqrt{289} = 17 \text{ cm}$



- b** Zie de schets hiernaast.
 $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $4^2 + 7^2 = BC^2$
 $16 + 49 = BC^2$
 $BC^2 = 65$
 $BC = \sqrt{65} \approx 8,1 \text{ cm}$



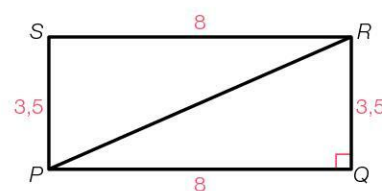
- c** Zie de schets hiernaast.
 $\angle M = 90^\circ$, dus $KM^2 + LM^2 = KL^2$
 $7^2 + 7^2 = KL^2$
 $49 + 49 = KL^2$
 $KL^2 = 98$
 $KL = \sqrt{98} \approx 9,9 \text{ cm}$



- 10 a** $\angle M = 90^\circ$, dus $KM^2 + LM^2 = KL^2$
 $1,7^2 + 3,5^2 = KL^2$
 $2,89 + 12,25 = KL^2$
 $KL^2 = 15,14$
 $KL = \sqrt{15,14} \approx 3,9 \text{ cm}$

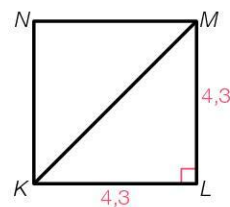
- b** $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $3,7^2 + 1,9^2 = BC^2$
 $13,69 + 3,61 = BC^2$
 $BC^2 = 17,3$
 $BC = \sqrt{17,3} \approx 4,2 \text{ cm}$

- 11 a** Zie de schets hiernaast.
 $\angle Q = 90^\circ$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$
 $8^2 + 3,5^2 = PR^2$
 $64 + 12,25 = PR^2$
 $PR^2 = 76,25$
 $PR = \sqrt{76,25} \approx 8,73 \text{ cm}$



b Zie de schets hiernaast.

$$\begin{aligned}\angle L &= 90^\circ, \text{ dus } KL^2 + LM^2 = KM^2 \\ 4,3^2 + 4,3^2 &= KM^2 \\ 18,49 + 18,49 &= KM^2 \\ KM^2 &= 36,98 \\ KM &= \sqrt{36,98} \approx 6,08 \text{ cm}\end{aligned}$$



12 In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$\begin{aligned}1,4^2 + 1,9^2 &= AC^2 \\ 1,96 + 3,61 &= AC^2 \\ AC^2 &= 5,57 \\ AC &= \sqrt{5,57} = 2,36... \text{ cm}\end{aligned}$$

In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$

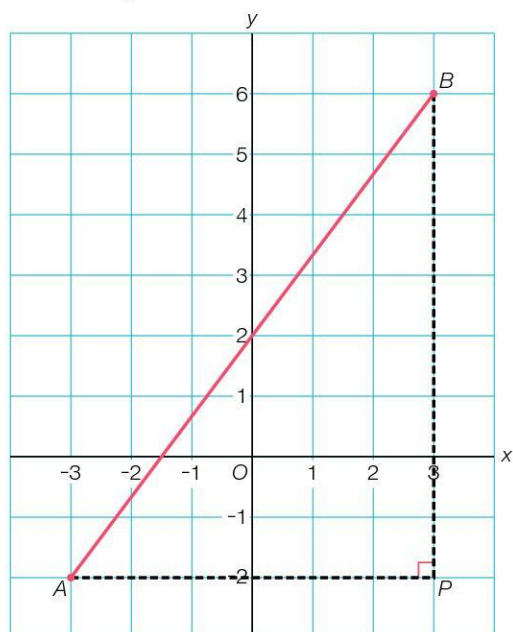
$$\begin{aligned}2,4^2 + 1,9^2 &= BC^2 \\ 5,76 + 3,61 &= BC^2 \\ BC^2 &= 9,37 \\ BC &= \sqrt{9,37} = 3,06... \text{ cm}\end{aligned}$$

$$\text{omtrek} = AD + BD + BC + AC = 1,4 + 2,4 + 3,06... + 2,36... \approx 9,2 \text{ cm}$$

13 Aanpak

- Maak een assenstelsel met daarin de punten A en B .
- Maak een rechthoekige driehoek waarmee je de lengte van lijnstuk AB kunt berekenen.

Uitwerking

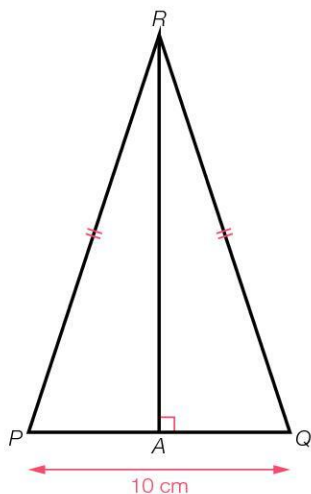


$$\begin{aligned}\angle P &= 90^\circ, \text{ dus } AP^2 + BP^2 = AB^2 \\ 6^2 + 8^2 &= AB^2 \\ 36 + 64 &= AB^2 \\ AB^2 &= 100 \\ AB &= \sqrt{100} = 10\end{aligned}$$

14 Aanpak

- Maak een schets met daarin $\triangle PQR$.
- Verwerk de gegevens in de figuur.

Uitwerking



$$\text{opp } \triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot \text{zijde} \cdot \text{bijbehorende hoogte} = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot AR$$

$$60 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot AR$$

$$60 = 5 \cdot AR$$

$$AR = 60 : 5 = 12 \text{ cm}$$

$$AP = AQ = 10 : 2 = 5 \text{ cm}$$

$$\angle A = 90^\circ, \text{ dus } AP^2 + AR^2 = PR^2$$

$$5^2 + 12^2 = PR^2$$

$$25 + 144 = PR^2$$

$$PR^2 = 169$$

$$PR = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$$

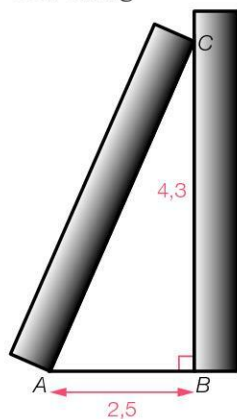
$$QR = PR = 13 \text{ cm}$$

$$\text{omtrek } \triangle PQR = 10 + 13 + 13 = 36 \text{ cm}$$

15 Aanpak

- Maak een schets met daarin een rechthoekige driehoek en zet letters bij de hoekpunten.
- Verwerk de gegevens in de figuur.

Uitwerking



$$\angle B = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

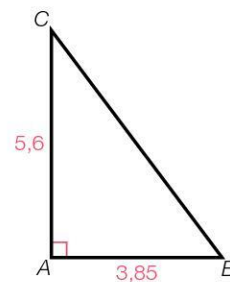
$$2,5^2 + 4,3^2 = AC^2$$

$$6,25 + 18,49 = AC^2$$

$$AC^2 = 24,74$$

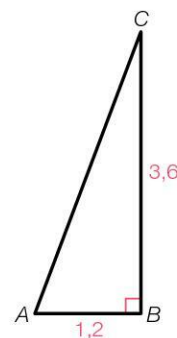
$$AC = \sqrt{24,74} \approx 5,0 \text{ cm}$$

- 16 Zie de schets hiernaast.
 $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $3,85^2 + 5,6^2 = BC^2$
 $14,8225 + 31,36 = BC^2$
 $BC^2 = 46,1825$
 $BC = \sqrt{46,1825} = 6,795... \text{ m}$
 De hoogte van de vlaggenmast was $5,6 + 6,795... \approx 12,40 \text{ m}$.

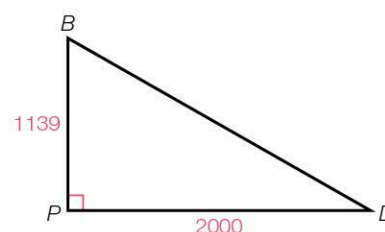


Bladzijde 15

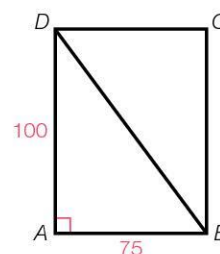
- 17 Zie de schets hiernaast.
 $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $1,2^2 + 3,6^2 = AC^2$
 $1,44 + 12,96 = AC^2$
 $AC^2 = 14,4$
 $AC = \sqrt{14,4} = 3,794... \text{ m}$
 De ladder steekt $4,5 - 3,794... \approx 0,71 \text{ m} = 71 \text{ cm}$ boven de schutting uit.



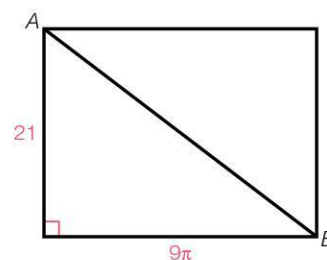
- 18 Het hoogteverschil tussen berg- en dalstation is $1850 - 711 = 1139 \text{ m}$.
 Zie de schets hiernaast.
 $\angle P = 90^\circ$, dus $PD^2 + PB^2 = BD^2$
 $2000^2 + 1139^2 = BD^2$
 $4\,000\,000 + 1\,297\,321 = BD^2$
 $BD^2 = 5\,297\,321$
 $BD = \sqrt{5\,297\,321} \approx 2302 \text{ m}$
 De lengte van de gondelbaan is 2302 meter.



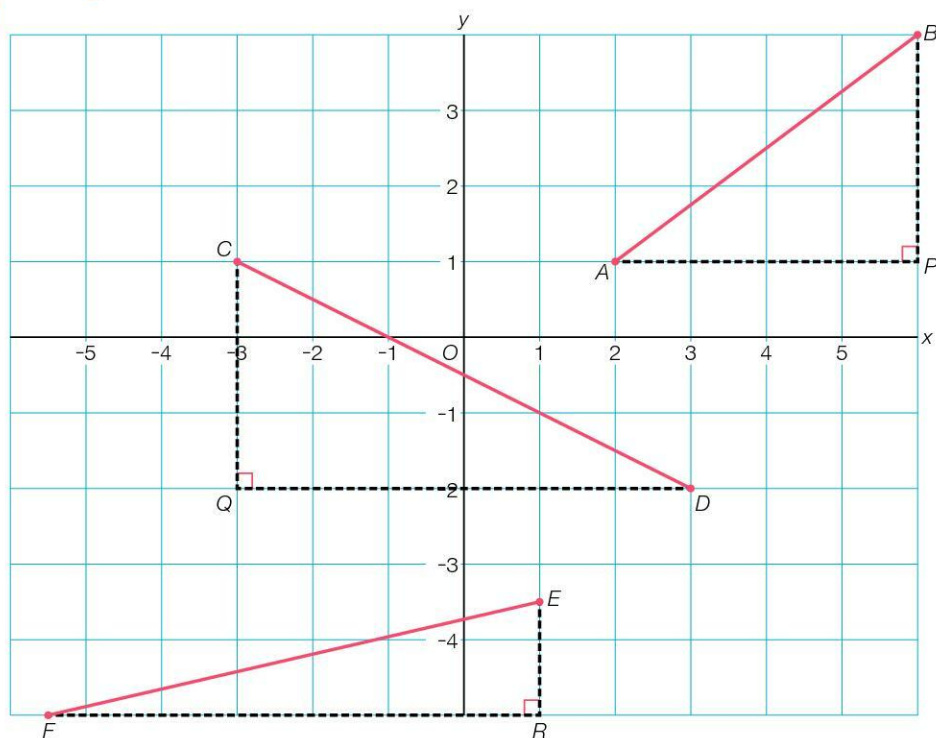
- 19 Zie de schets hiernaast.
 $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$
 $75^2 + 100^2 = BD^2$
 $5625 + 10\,000 = BD^2$
 $BD^2 = 15\,625$
 $BD = \sqrt{15\,625} = 125 \text{ cm}$
 De diagonaal van het raam is 125 cm.
 Dus het tafelblad met een breedte van 122 cm past naar binnen.



- 20 omtrek cirkel $= \pi \cdot \text{diameter} = \pi \cdot 9 = 9\pi$
 Hiernaast zie je een schets van een uitslag van de cilindermantel.
 Er geldt $(9\pi)^2 + 21^2 = AB^2$
 $81\pi^2 + 441 = AB^2$
 $AB^2 = 1240,43...$
 $AB = \sqrt{1240,43...} \approx 35,2 \text{ cm}$
 De lengte van het touwtje is 352 mm.



21



- a** $\angle P = 90^\circ$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$
 $4^2 + 3^2 = AB^2$
 $16 + 9 = AB^2$
 $AB^2 = 25$
 $AB = \sqrt{25} = 5$
- b** $\angle Q = 90^\circ$, dus $CQ^2 + DQ^2 = CD^2$
 $3^2 + 6^2 = CD^2$
 $9 + 36 = CD^2$
 $CD^2 = 45$
 $CD = \sqrt{45} \approx 6,71$
- c** $\angle R = 90^\circ$, dus $ER^2 + FR^2 = EF^2$
 $1,5^2 + 6,5^2 = EF^2$
 $2,25 + 42,25 = EF^2$
 $EF^2 = 44,5$
 $EF = \sqrt{44,5} \approx 6,67$

22

$$\begin{aligned}
 AB: 5^2 + 2^2 &= AB^2 \\
 25 + 4 &= AB^2 \\
 AB^2 &= 29 \\
 AB &= \sqrt{29} = 5,385... \\
 BC: 4^2 + 3^2 &= BC^2 \\
 16 + 9 &= BC^2 \\
 BC^2 &= 25 \\
 BC &= \sqrt{25} = 5 \\
 CD: 2^2 + 2^2 &= CD^2 \\
 4 + 4 &= CD^2 \\
 CD^2 &= 8 \\
 CD &= \sqrt{8} = 2,828... \\
 AD: 3^2 + 7^2 &= AD^2 \\
 9 + 49 &= AD^2 \\
 AD^2 &= 58 \\
 AD &= \sqrt{58} = 7,615...
 \end{aligned}$$

De omtrek van vierhoek $ABCD = 5,385... + 5 + 2,828... + 7,615... \approx 20,8$

23 $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$5^2 + BC^2 = 6^2$$

$$25 + BC^2 = 36$$

$$\begin{array}{r} - 25 \quad - 25 \\ BC^2 = 36 - 25 \end{array}$$

$$BC^2 = 11$$

Dus de beweringen b en e zijn juist.

Bladzijde 17

24 $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$5^2 + BC^2 = 6^2$$

$$25 + BC^2 = 36$$

$$\begin{array}{r} - 25 \quad - 25 \\ BC^2 = 11 \end{array}$$

$$BC^2 = 11$$

$$BC = \sqrt{11} \approx 3,3 \text{ cm}$$

$\angle E = 90^\circ$, dus $DE^2 + EF^2 = DF^2$

$$DE^2 + 1^2 = 4^2$$

$$DE^2 + 1 = 16$$

$$\begin{array}{r} - 1 \quad - 1 \\ DE^2 = 15 \end{array}$$

$$DE^2 = 15$$

$$DE = \sqrt{15} \approx 3,9 \text{ cm}$$

$\angle P = 90^\circ$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

$$2^2 + QR^2 = 3^2$$

$$4 + QR^2 = 9$$

$$\begin{array}{r} - 4 \quad - 4 \\ QR^2 = 5 \end{array}$$

$$QR^2 = 5$$

$$QR = \sqrt{5} \approx 2,2 \text{ cm}$$

25 a Zie de schets hiernaast.

$\angle L = 90^\circ$, dus $KL^2 + LM^2 = KM^2$

$$4,6^2 + LM^2 = 8,3^2$$

$$21,16 + LM^2 = 68,89$$

$$\begin{array}{r} - 21,16 \quad - 21,16 \\ LM^2 = 47,73 \end{array}$$

$$LM^2 = 47,73$$

$$LM = \sqrt{47,73} \approx 6,9 \text{ cm}$$

b Zie de schets hiernaast.

$\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$

$$PR^2 + 2,4^2 = 8,2^2$$

$$PR^2 + 5,76 = 67,24$$

$$\begin{array}{r} - 5,76 \quad - 5,76 \\ PR^2 = 61,48 \end{array}$$

$$PR^2 = 61,48$$

$$PR = \sqrt{61,48} \approx 7,8 \text{ cm}$$

c Zie de schets hiernaast.

$\angle D = 90^\circ$, dus $DE^2 + DF^2 = EF^2$

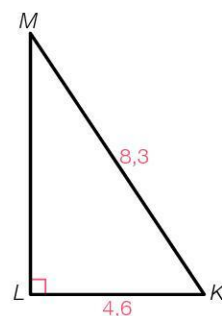
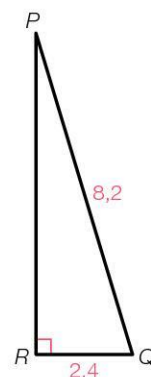
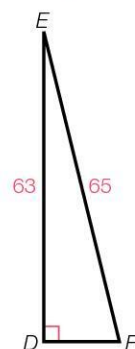
$$63^2 + DF^2 = 65^2$$

$$3969 + DF^2 = 4225$$

$$\begin{array}{r} - 3969 \quad - 3969 \\ DF^2 = 256 \end{array}$$

$$DF^2 = 256$$

$$DF = \sqrt{256} = 16 \text{ cm}$$



Bladzijde 18

26 Zie de schets hiernaast.

$$\angle B = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + BC^2 = AC^2$$

$$100^2 + BC^2 = 150^2$$

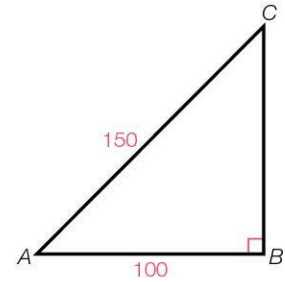
$$10\,000 + BC^2 = 22\,500$$

$$\begin{array}{r} - 10\,000 \quad - 10\,000 \\ BC^2 = 12\,500 \end{array}$$

$$BC^2 = 12\,500$$

$$BC = \sqrt{12\,500} \approx 111,8 \text{ m}$$

De vlieger staat ongeveer 111,8 m hoog.



27 $\angle C = 90^\circ$, dus $CD^2 + BC^2 = BD^2$

$$CD^2 + (2600 - 1750)^2 = 3300^2$$

$$CD^2 + 722\,500 = 10\,890\,000$$

$$\begin{array}{r} - 722\,500 \quad - 722\,500 \\ CD^2 = 10\,167\,500 \end{array}$$

$$CD^2 = 10\,167\,500$$

$$CD = \sqrt{10\,167\,500} = 3188,6... \text{ m}$$

Dus de horizontale afstand CD afgerond op tientallen is 3190 m.

28 In $\triangle AED$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$$AE^2 + 4,8^2 = 6^2$$

$$AE^2 + 23,04 = 36$$

$$\begin{array}{r} - 23,04 \quad - 23,04 \\ AE^2 = 12,96 \end{array}$$

$$AE^2 = 12,96$$

$$AE = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ cm}$$

In $\triangle ABF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $AF^2 + BF^2 = AB^2$

$$AF^2 + 4,8^2 = 8^2$$

$$AF^2 + 23,04 = 64$$

$$\begin{array}{r} - 23,04 \quad - 23,04 \\ AF^2 = 40,96 \end{array}$$

$$AF^2 = 40,96$$

$$AF = \sqrt{40,96} = 6,4 \text{ cm}$$

$$EF = AF - AE = 6,4 - 3,6 = 2,8 \text{ cm}$$

29 a $64 + 35 = 99$

$99 \neq 100$, dus de rode driehoek is niet rechthoekig.

b $105 + 39 = 144$

De oppervlakte van het grote vierkant is ook 144, dus de rode driehoek is rechthoekig.

c $78 + 78 = 156$

$156 \neq 158$, dus de rode driehoek is niet rechthoekig.

Bladzijde 19

30 a $\left. \begin{array}{l} AC^2 + BC^2 = 30^2 + 12,5^2 = 1056,25 \\ AB^2 = 33,75^2 = 1139,0625 \end{array} \right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2, \text{ dus } \triangle ABC \text{ is niet rechthoekig.}$

b $\left. \begin{array}{l} KM^2 + LM^2 = 12^2 + 15^2 = 369 \\ KL^2 = 19^2 = 361 \end{array} \right\} KM^2 + LM^2 \neq KL^2, \text{ dus } \triangle KLM \text{ is niet rechthoekig.}$

c $\left. \begin{array}{l} PQ^2 + PR^2 = 35^2 + 12^2 = 1369 \\ QR^2 = 37^2 = 1369 \end{array} \right\} PQ^2 + PR^2 = QR^2, \text{ dus } \angle P = 90^\circ.$

31 In $\triangle KMP$ is $\angle M = 90^\circ$, dus $KM^2 + MP^2 = KP^2$

$$KM^2 + 18^2 = 30^2$$

$$KM^2 + 324 = 900$$

$$\begin{array}{r} - 324 \quad - 324 \\ KM^2 = 576 \end{array}$$

$$KM^2 = 576$$

In $\triangle KLQ$ is $\angle L = 90^\circ$, dus $KL^2 + LQ^2 = KQ^2$

$$KL^2 + 7,5^2 = 12,5^2$$

$$KL^2 + 56,25 = 156,25$$

$$\begin{array}{r} - 56,25 \quad - 56,25 \\ KL^2 = 100 \end{array}$$

$$KL^2 = 100$$

In $\triangle LMR$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $LR^2 + MR^2 = LM^2$

$$15,6^2 + 20,8^2 = LM^2$$

$$243,36 + 432,64 = LM^2$$

$$LM^2 = 676$$

$$\left. \begin{array}{l} KL^2 + KM^2 = 100 + 576 = 676 \\ LM^2 = 676 \end{array} \right\} KL^2 + KM^2 = LM^2, \text{ dus } \triangle KLM \text{ is rechthoekig.}$$

32 In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$AD^2 + 12^2 = 13^2$$

$$AD^2 + 144 = 169$$

$$\quad - 144 \quad - 144$$

$$AD^2 = 25$$

$$AD = \sqrt{25} = 5 \text{ mm}$$

In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$

$$35^2 + 12^2 = BC^2$$

$$1225 + 144 = BC^2$$

$$BC^2 = 1369$$

$$BC = \sqrt{1369} = 37 \text{ mm}$$

$$AB = 5 + 35 = 40 \text{ mm.}$$

$$\left. \begin{array}{l} AC^2 + BC^2 = 13^2 + 37^2 = 1538 \\ AB^2 = 40^2 = 1600 \end{array} \right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2, \text{ dus } \triangle ABC \text{ is niet rechthoekig.}$$

5.3 De stelling van Pythagoras toepassen

Bladzijde 20

33 De beweringen c en d zijn waar.

Bladzijde 21

34 a $AD = 12 : 2 = 6 \text{ cm}$

In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$6^2 + CD^2 = 10^2$$

$$36 + CD^2 = 100$$

$$\quad - 36 \quad - 36$$

$$CD^2 = 64$$

$$CD = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$$

b opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 8 = 48 \text{ cm}^2$

35 Zie de schets hiernaast.

$$PS = 4 : 2 = 2 \text{ cm}$$

In $\triangle PSR$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $PS^2 + RS^2 = PR^2$

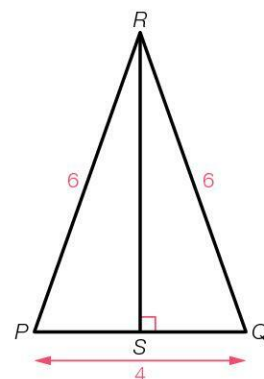
$$2^2 + RS^2 = 6^2$$

$$4 + RS^2 = 36$$

$$\quad - 4 \quad - 4$$

$$RS^2 = 32$$

$$RS = \sqrt{32} \approx 5,7 \text{ cm}$$



36 a Zie de schets hiernaast.

Manier 1

De onderste driehoeken tegen de bovenste aan plakken en dan heb je 2 vierkanten van 3 bij 3.
Dus $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18 \text{ cm}^2$.

Manier 2

$$DS = 6 : 2 = 3 \text{ cm}$$

In $\triangle DSC$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $DS^2 + CS^2 = CD^2$

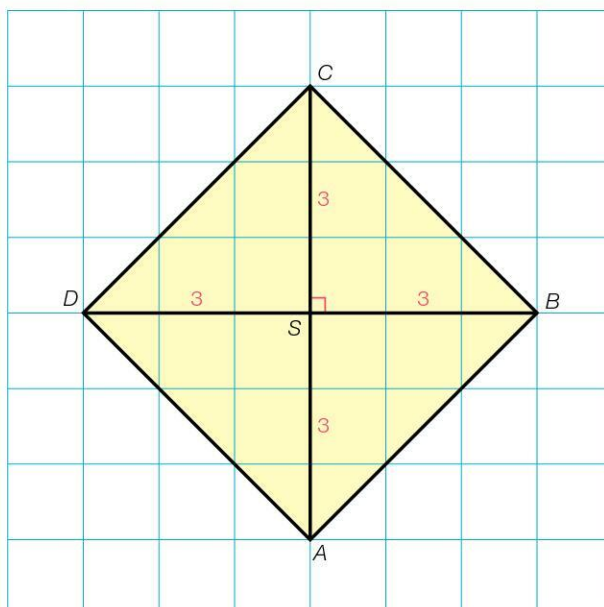
$$3^2 + 3^2 = CD^2$$

$$9 + 9 = CD^2$$

$$CD^2 = 18$$

$$CD = \sqrt{18}$$

$$\text{opp vierkant } ABCD = \sqrt{18} \cdot \sqrt{18} = 18 \text{ cm}^2$$



b Zie de schets hiernaast.

$$AP = 4 : 2 = 2 \text{ cm}$$

In $\triangle PAR$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AP^2 + AR^2 = PR^2$

$$2^2 + AR^2 = 4^2$$

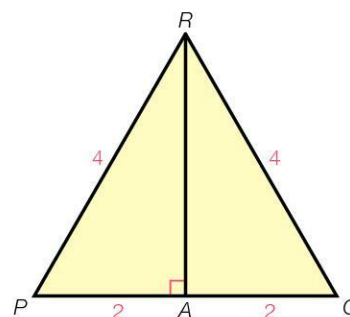
$$4 + AR^2 = 16$$

$$\text{-- } 4 \quad \text{-- } 4$$

$$AR^2 = 12$$

$$AR = \sqrt{12} = 3,464... \text{ cm}$$

$$\text{opp } \triangle PQR = \frac{1}{2} \cdot PQ \cdot AR = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3,464... \approx 6,93 \text{ cm}^2$$



37 Zie de schets hiernaast.

$$AD = 2 : 2 = 1 \text{ m}$$

In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$1^2 + CD^2 = 6^2$$

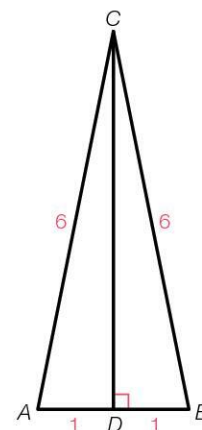
$$1 + CD^2 = 36$$

$$\text{-- } 1 \quad \text{-- } 1$$

$$CD^2 = 35$$

$$CD = \sqrt{35} = 5,91... \text{ m}$$

De hoogte van de aula is $5,91... + 1 \approx 6,9$ meter.



38 Zie de schets hiernaast.

$$AD = 12,8 : 2 = 6,4 \text{ m}$$

In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$6,4^2 + CD^2 = 7^2$$

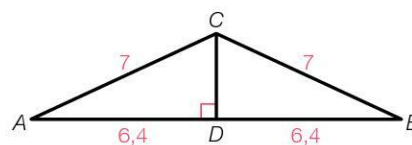
$$40,96 + CD^2 = 49$$

$$\text{-- } 40,96 \quad \text{-- } 40,96$$

$$CD^2 = 8,04$$

$$CD = \sqrt{8,04} = 2,835... \text{ m}$$

De hoogte van de kas is $3,2 + 2,835... \approx 6,04$ meter ofwel 604 cm.



Bladzijde 22

39 Zie de schets hiernaast.

$$AB = 15 : 2 = 7,5 \text{ m}$$

$$AC = 15,2 : 2 = 7,6 \text{ m}$$

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$7,5^2 + BC^2 = 7,6^2$$

$$56,25 + BC^2 = 57,76$$

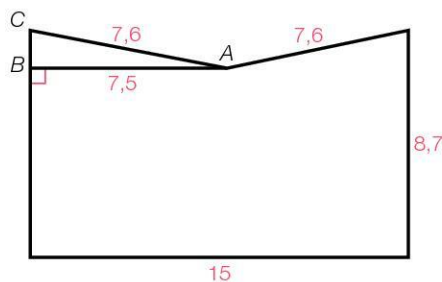
$$\text{— } 56,25 \quad \text{— } 56,25$$

$$BC^2 = 1,51$$

$$BC = \sqrt{1,51} = 1,228... \text{ m}$$

$$8,7 - 1,228... - 0,9 \approx 6,57 \text{ m}$$

Dus een 6,5 meter hoge takelwagen kan onder het verkeerslicht door rijden.



40 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle EBC$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$$6^2 + CE^2 = 10^2$$

$$36 + CE^2 = 100$$

$$\text{— } 36 \quad \text{— } 36$$

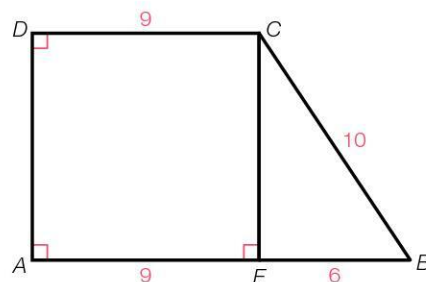
$$CE^2 = 64$$

$$CE = \sqrt{64} = 8 \text{ m}$$

$$\text{opp rechthoek } AECD = 9 \cdot 8 = 72 \text{ m}^2$$

$$\text{opp } \triangle EBC = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24 \text{ m}^2$$

De tuin heeft een oppervlakte van $72 + 24 = 96 \text{ m}^2$.



41 a Zie de schets hiernaast.

$$AE = 165 - 120 = 45 \text{ m}$$

In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$$45^2 + DE^2 = 117^2$$

$$2025 + DE^2 = 13\,689$$

$$\text{— } 2025 \quad \text{— } 2025$$

$$DE^2 = 11\,664$$

$$DE = \sqrt{11\,664} = 108 \text{ m}$$

De ontbrekende afstand is 108 meter.

b Het parcours is $165 + 108 + 120 + 117 = 510$ meter.

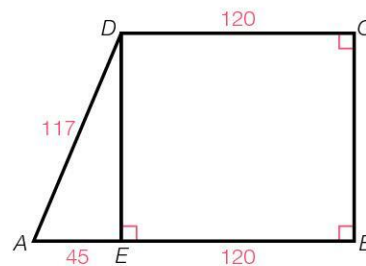
Mirjam loopt $8 \cdot 510 = 4080$ meter.

Daar doet ze $27 \cdot 60 + 40 = 1660$ seconden over.

$$\text{Ze loopt dus } \frac{4080}{1660} = 2,45... \text{ m/sec.}$$

$$1 \text{ m/sec} = 3600 \text{ m/uur} = 3,6 \text{ km/uur}$$

Haar gemiddelde snelheid is $2,45... \cdot 3,6 \approx 8,8 \text{ km per uur}$.



42 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle DEF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $DF^2 + EF^2 = DE^2$

$$3^2 + EF^2 = 3,75^2$$

$$9 + EF^2 = 14,0625$$

$$\text{— } 9 \quad \text{— } 9$$

$$EF^2 = 5,0625$$

$$EF = \sqrt{5,0625} = 2,25 \text{ m}$$

$$AF = 4,75 - 2,25 = 2,5 \text{ m}$$

$$CG = 3,8 - 2,5 = 1,3 \text{ m}$$

In $\triangle DGC$ is $\angle G = 90^\circ$, dus $DG^2 + CG^2 = CD^2$

$$DG^2 + 1,3^2 = 2,25^2$$

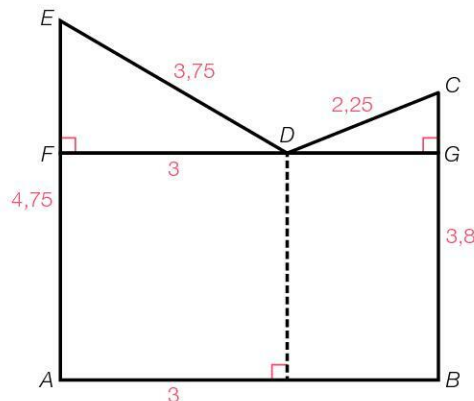
$$DG^2 + 1,69 = 5,0625$$

$$\text{— } 1,69 \quad \text{— } 1,69$$

$$DG^2 = 3,3725$$

$$DG = \sqrt{3,3725} = 1,836... \text{ m}$$

De breedte van de steeg is $3 + 1,836... \approx 4,84 \text{ m}$.



Bladzijde 23

43 a Zie de schets hiernaast.

In $\triangle BCD$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $BC^2 + CD^2 = BD^2$

$$30^2 + 14^2 = BD^2$$

$$900 + 196 = BD^2$$

$$BD^2 = 1096$$

In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AD^2 = BD^2$

$$AB^2 + 20^2 = 1096$$

$$AB^2 + 400 = 1096$$

$$\quad - 400 \quad - 400$$

$$AB^2 = 696$$

$$AB = \sqrt{696} \approx 26 \text{ m}$$

De lengte van de onbekende zijde AB is 26 m.

b Zie de schets hiernaast.

In $\triangle CEF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $CF^2 + EF^2 = CE^2$

$$35^2 + 20^2 = CE^2$$

$$1225 + 400 = CE^2$$

$$CE^2 = 1625$$

In $\triangle CDE$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $CD^2 + DE^2 = CE^2$

$$CD^2 + 26^2 = 1625$$

$$CD^2 + 676 = 1625$$

$$\quad - 676 \quad - 676$$

$$CD^2 = 949$$

$$CD = \sqrt{949} \approx 31 \text{ m}$$

De lengte van de onbekende zijde CD is 31 m.

c Zie de schets hiernaast.

In $\triangle BCD$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $BC^2 + CD^2 = BD^2$

$$12^2 + 17^2 = BD^2$$

$$144 + 289 = BD^2$$

$$BD^2 = 433$$

In $\triangle BDF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $BF^2 + DF^2 = BD^2$

$$8^2 + DF^2 = 433$$

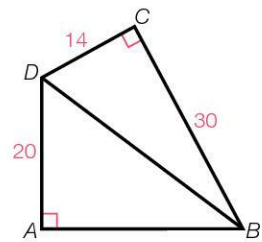
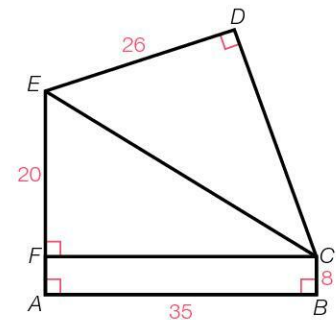
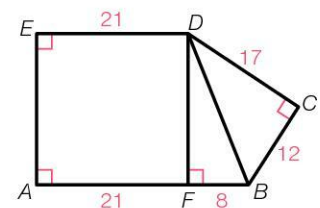
$$64 + DF^2 = 433$$

$$\quad - 64 \quad - 64$$

$$DF^2 = 369$$

$$DF = \sqrt{369} \approx 19 \text{ m}$$

De lengte van de onbekende zijde $AE = DF = 19 \text{ m}$.



44 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$1^2 + BC^2 = 1,2^2$$

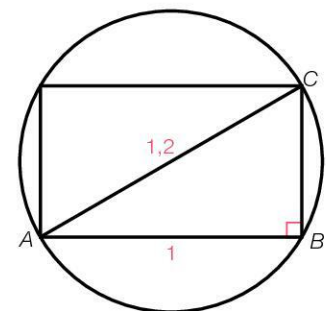
$$1 + BC^2 = 1,44$$

$$\quad - 1 \quad - 1$$

$$BC^2 = 0,44$$

$$BC = \sqrt{0,44} = 0,6633... \text{ m}$$

De balk bestaat uit $1 \cdot 0,6633... \cdot 10 \approx 6,63 \text{ m}^3$ hout.



45 Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

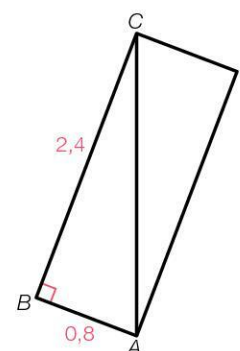
$$0,8^2 + 2,4^2 = AC^2$$

$$0,64 + 5,76 = AC^2$$

$$AC^2 = 6,4$$

$$AC = \sqrt{6,4} \approx 2,53 \text{ m}$$

Dit is meer dan 2,50 m, dus het is niet mogelijk de gekantelde kast rechtop te zetten.



5.4 Doorsneden

Bladzijde 24

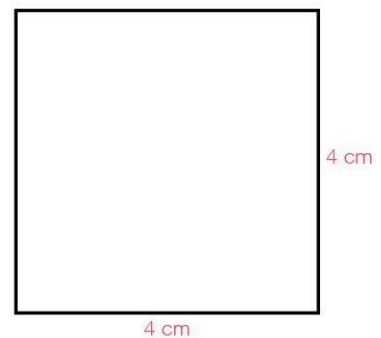
- 46 Bij snede A hoort figuur 3.
Bij snede B hoort figuur 2.
Bij snede C hoort figuur 4.
Bij snede D hoort figuur 1.

- 47 Bij lijn a hoort doorsnede 2.
Bij lijn b hoort doorsnede 3.
Bij lijn c hoort doorsnede 1.

Bladzijde 25

- 48 **a** granaatappel
b tomaat
c ui
d limoen
e vijg
f cake
g komkommer
h appel

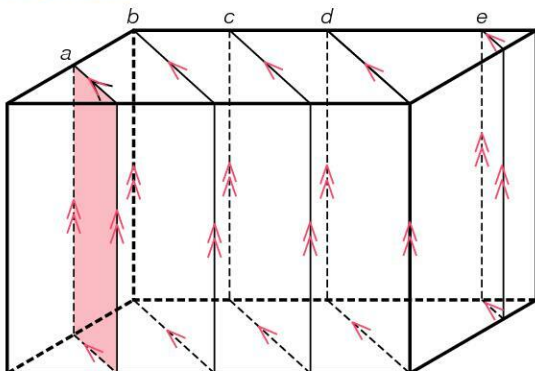
- 49 **a** Schaal 1 : 5. Je krijgt een vierkant met zijden van 4 cm.
b De doorsnede heeft de vorm van een rechthoek.
c Gijs heeft een hoekpunt van de kubus afgezaagd.



- 50 **a** cirkel en rechthoek
b cirkel en driehoek
c driehoek, rechthoek, trapezium en vijfhoek
d driehoek, rechthoek, trapezium en vijfhoek

Bladzijde 26

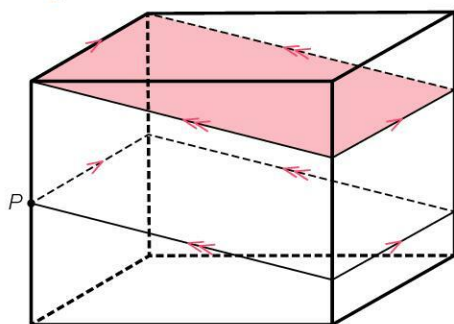
- 51 **a, b**



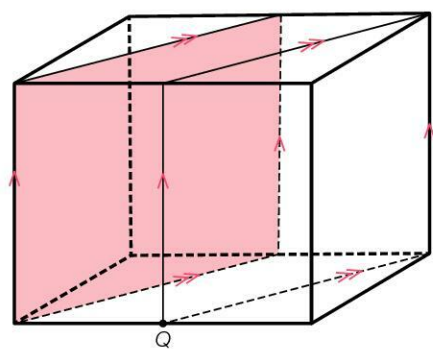
- c** De doorsneden bij b , c en d hebben dezelfde afmetingen.

52

a

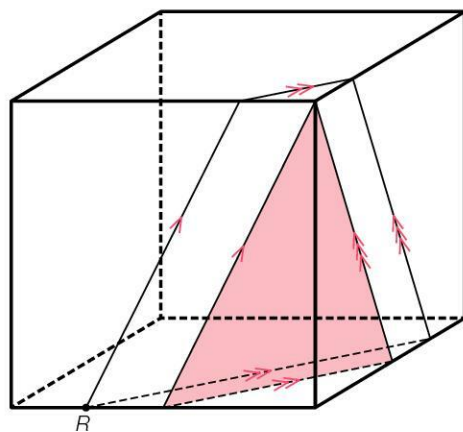


b

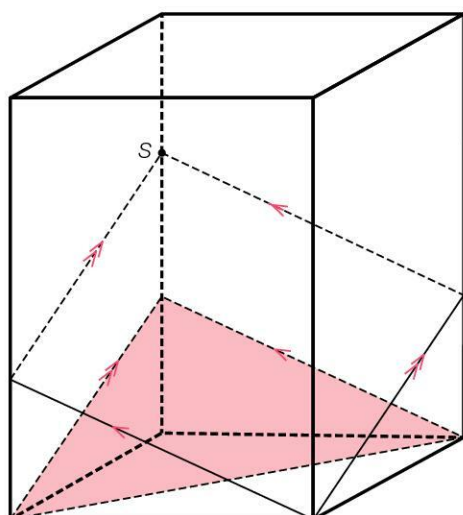


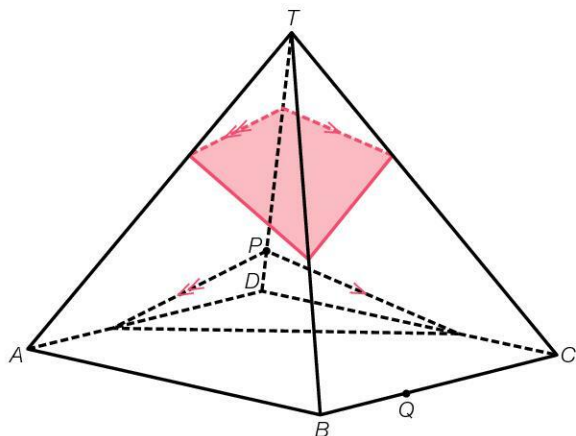
53

a

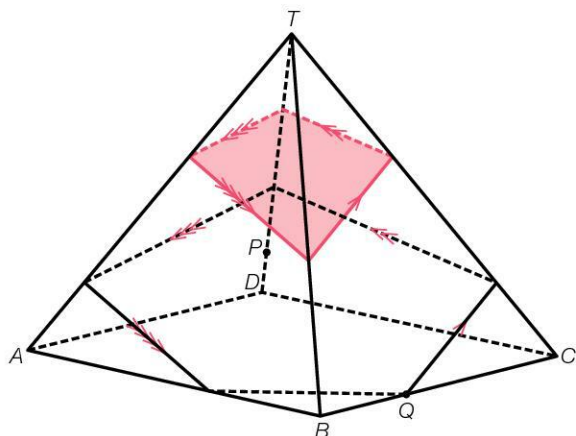


b





b



5.5 Pythagoras in de ruimte

Bladzijde 28

55

a Zie de figuur hiernaast.

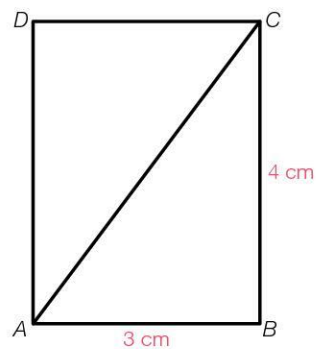
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$3^2 + 4^2 = AC^2$$

$$9 + 16 = AC^2$$

$$AC^2 = 25$$

$$AC = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

b Vierhoek $ACGE$ is een rechthoek.

De zijden zijn 2 cm en 5 cm.

Zie de figuur hiernaast.

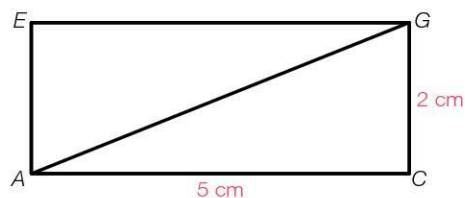
c In $\triangle ACG$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + CG^2 = AG^2$

$$5^2 + 2^2 = AG^2$$

$$25 + 4 = AG^2$$

$$AG^2 = 29$$

$$AG = \sqrt{29} \approx 5,39 \text{ cm}$$



Bladzijde 29

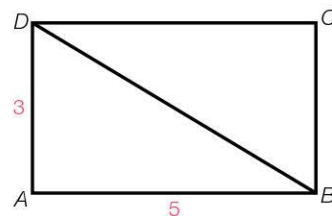
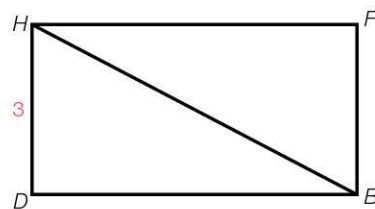
56 a Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ABD \text{ is } \angle A = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + AD^2 &= BD^2 \\ 5^2 + 3^2 &= BD^2 \\ 25 + 9 &= BD^2 \\ BD^2 &= 34\end{aligned}$$

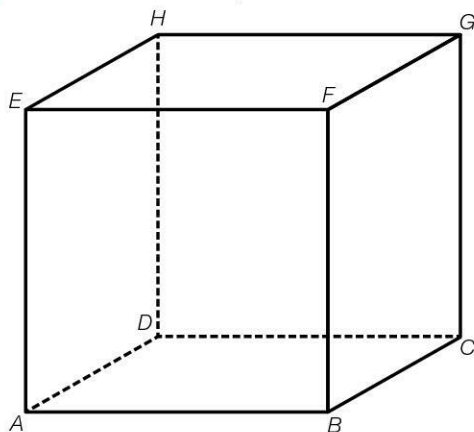
Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle BDH \text{ is } \angle D = 90^\circ, \text{ dus } BD^2 + DH^2 &= BH^2 \\ 34 + 3^2 &= BH^2 \\ 34 + 9 &= BH^2 \\ BH^2 &= 43 \\ BH &= \sqrt{43} \approx 6,6 \text{ cm}\end{aligned}$$

b De andere lichaamsdiagonalen zijn ook 6,6 cm.

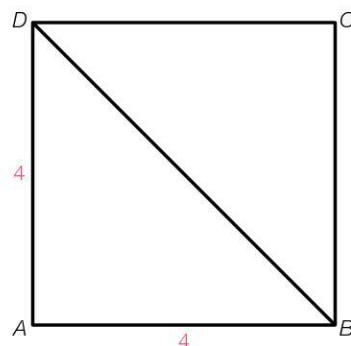


57 Schets van de kubus, zie hieronder.



Zie de figuur hiernaast.

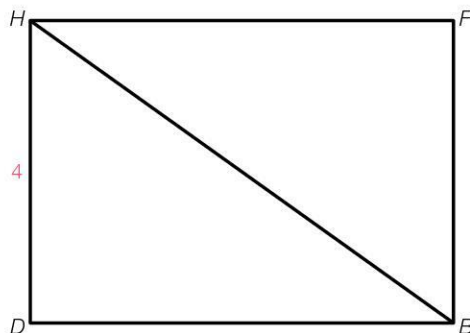
$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ABD \text{ is } \angle A = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + AD^2 &= BD^2 \\ 4^2 + 4^2 &= BD^2 \\ 16 + 16 &= BD^2 \\ BD^2 &= 32\end{aligned}$$



Zie de figuur hiernaast.

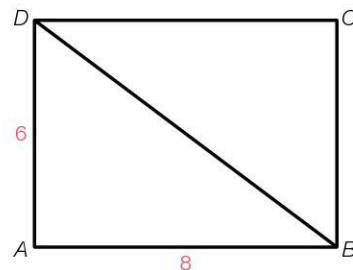
$$\begin{aligned}\text{In } \triangle BDH \text{ is } \angle D = 90^\circ, \text{ dus } BD^2 + DH^2 &= BH^2 \\ 32 + 4^2 &= BH^2 \\ 32 + 16 &= BH^2 \\ BH^2 &= 48 \\ BH &= \sqrt{48} \approx 6,9 \text{ cm}\end{aligned}$$

Dus de lichaamsdiagonalen zijn gelijk aan 6,9 cm.



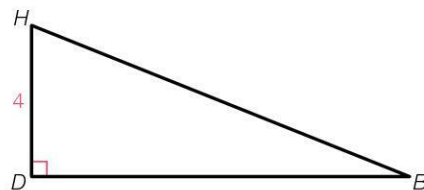
58 Schets dak, zie hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ABD \text{ is } \angle A = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + AD^2 &= BD^2 \\ 8^2 + 6^2 &= BD^2 \\ 64 + 36 &= BD^2 \\ BD^2 &= 100\end{aligned}$$



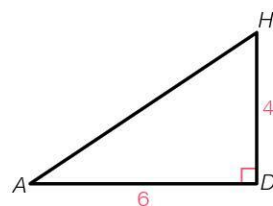
Schets diagonale driehoek, zie hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle BDH \text{ is } \angle D = 90^\circ, \text{ dus } BD^2 + DH^2 &= BH^2 \\ 100 + 4^2 &= BH^2 \\ 100 + 16 &= BH^2 \\ BH^2 &= 116 \\ BH &= \sqrt{116} \approx 10,77 \text{ m}\end{aligned}$$



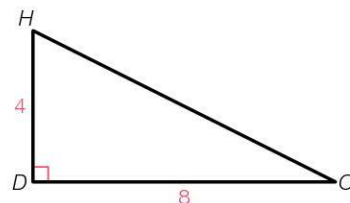
Schets driehoek linksachter, zie hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ADH \text{ is } \angle D = 90^\circ, \text{ dus } AD^2 + DH^2 &= AH^2 \\ 6^2 + 4^2 &= AH^2 \\ 36 + 16 &= AH^2 \\ AH^2 &= 52 \\ AH &= \sqrt{52} \approx 7,21 \text{ m}\end{aligned}$$



Schets driehoek rechtsachter, zie hiernaast.

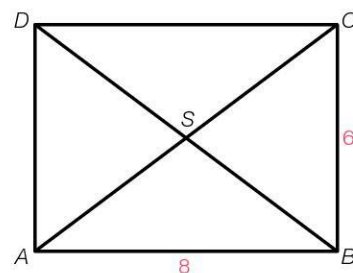
$$\begin{aligned}\text{In } \triangle CDH \text{ is } \angle D = 90^\circ, \text{ dus } CD^2 + DH^2 &= CH^2 \\ 8^2 + 4^2 &= CH^2 \\ 64 + 16 &= CH^2 \\ CH^2 &= 80 \\ CH &= \sqrt{80} \approx 8,94 \text{ m}\end{aligned}$$



59 a Schets grondvlak, zie hiernaast.

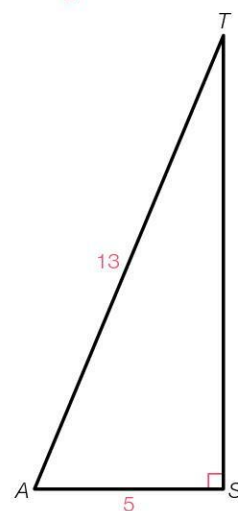
$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ABC \text{ is } \angle B = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + BC^2 &= AC^2 \\ 8^2 + 6^2 &= AC^2 \\ 64 + 36 &= AC^2 \\ AC^2 &= 100 \\ AC &= \sqrt{100} = 10 \text{ cm}\end{aligned}$$

AS is de helft van AC, dus $AS = 10 : 2 = 5 \text{ cm}$.



b Schets $\triangle AST$, zie hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle AST \text{ is } \angle S = 90^\circ, \text{ dus } AS^2 + ST^2 &= AT^2 \\ 5^2 + ST^2 &= 13^2 \\ 25 + ST^2 &= 169 \\ -25 &\quad -25 \\ ST^2 &= 144 \\ ST &= \sqrt{144} = 12 \text{ cm}\end{aligned}$$



Bladzijde 30

- 60 Schets grondvlak van piramide $TABCD$, zie hiernaast.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$10^2 + 10^2 = AC^2$$

$$100 + 100 = AC^2$$

$$AC^2 = 200$$

$$AC = \sqrt{200} = 14,142... \text{ m}$$

$$AS = 14,142... : 2 = 7,071... \text{ m}$$

Schets $\triangle AST$, zie hiernaast.

In $\triangle AST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

$$7,071...^2 + ST^2 = 12^2$$

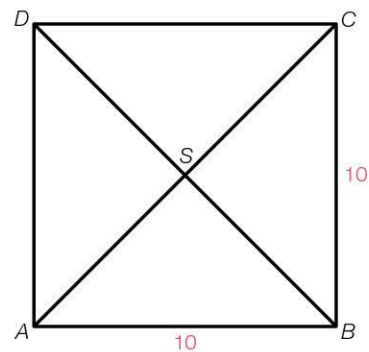
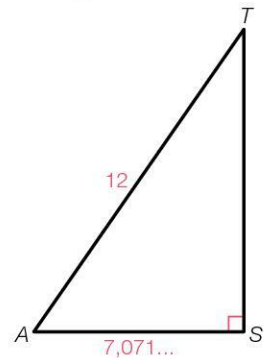
$$50 + ST^2 = 144$$

$$- 50 \quad - 50$$

$$ST^2 = 94$$

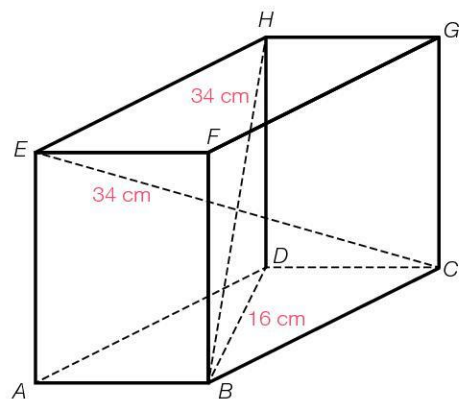
$$ST = \sqrt{94} = 9,69... \text{ m}$$

De hoogte van de toren is $24 + 9,69... \approx 34$ meter.



- 61 Schets balk $ABCD EFGH$, zie hiernaast.

$BH = CE = 34$ cm



Schets $\triangle BDH$, zie hiernaast.

In $\triangle BDH$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + DH^2 = BH^2$

$$16^2 + DH^2 = 34^2$$

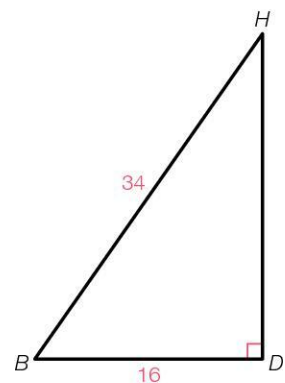
$$256 + DH^2 = 1156$$

$$- 256 \quad - 256$$

$$DH^2 = 900$$

$$DH = \sqrt{900} = 30 \text{ cm}$$

De hoogte van de balk is 30 cm.



- 62 a Het punt M is het snijpunt van AE en BF .

M is het midden van de achthoek $ABCD EFGH$ en ligt loodrecht onder T .

$$AB = 32 : 8 = 4 \text{ m}$$

Zie de schets hiernaast met hulplijn MP .

$$AP = BP = 4 : 2 = 2 \text{ m}$$

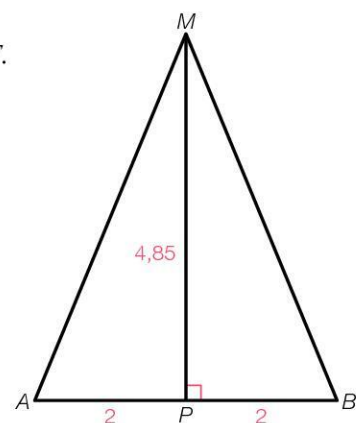
$$MP = 9,7 : 2 = 4,85 \text{ m}$$

In $\triangle APM$ is $\angle P = 90^\circ$, dus $AP^2 + MP^2 = AM^2$

$$2^2 + 4,85^2 = AM^2$$

$$4 + 23,5225 = AM^2$$

$$AM^2 = 27,5225$$



Zie de schets hiernaast.

$$MT = 6 - 2,5 = 3,5 \text{ m}$$

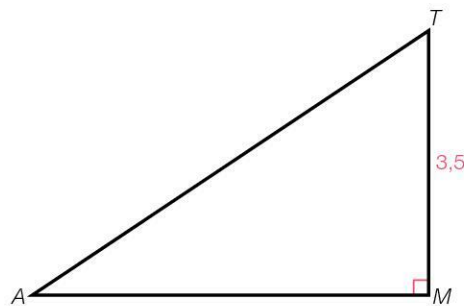
In $\triangle AMT$ is $\angle M = 90^\circ$, dus $AM^2 + MT^2 = AT^2$

$$27,5225 + 3,5^2 = AT^2$$

$$27,5225 + 12,25 = AT^2$$

$$AT^2 = 39,7725$$

$$AT = \sqrt{39,7725} \approx 6,31 \text{ m}$$



b Zie de schets hiernaast met hulplijn PT .

In $\triangle APT$ is $\angle P = 90^\circ$, dus $AP^2 + PT^2 = AT^2$

$$2^2 + PT^2 = 39,7725$$

$$4 + PT^2 = 39,7725$$

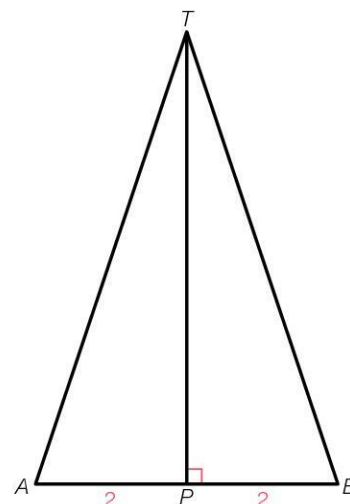
$$\begin{array}{r} -4 \\ \hline PT^2 = 35,7725 \end{array}$$

$$PT^2 = 35,7725$$

$$PT = \sqrt{35,7725} = 5,981\dots$$

$$\text{opp } \triangle ABT = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5,981\dots = 11,962\dots$$

De oppervlakte van het dak is $8 \cdot 11,962\dots \approx 95,70 \text{ m}^2$.



63 a $AB^2 + AD^2 = BD^2$

b $BD^2 + DH^2 = BH^2$

c In opgave a vind je dat $BD^2 = AB^2 + AD^2$.

Vervang BD^2 in het antwoord van opgave b door $AB^2 + AD^2$.

Je krijgt $AB^2 + AD^2 + DH^2 = BH^2$ ofwel $BH^2 = AB^2 + AD^2 + DH^2$.

$$BH^2 = 6^2 + 2^2 + 3^2 = 36 + 4 + 9 = 49$$

$$BH = \sqrt{49} = 7 \text{ cm}$$

Bladzijde 32

64 a $CE^2 = CB^2 + BA^2 + AE^2 = 4^2 + 7^2 + 5^2 = 90$

Dus $CE = \sqrt{90} \approx 9,5 \text{ cm}$.

b $EP = 7 - 2 = 5 \text{ cm}$

$$DP^2 = DA^2 + AE^2 + EP^2 = 4^2 + 5^2 + 5^2 = 66$$

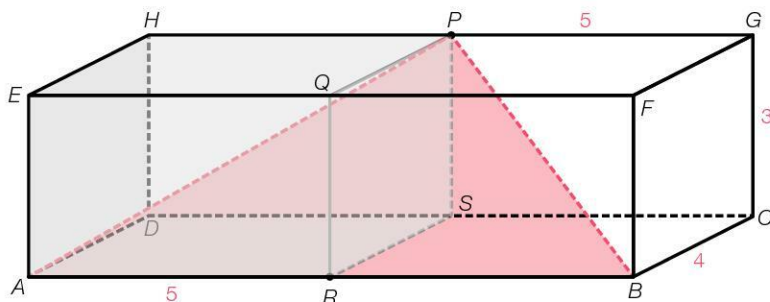
Dus $DP = \sqrt{66} \approx 8,1 \text{ cm}$.

65 a Zie de figuur hieronder.

$$AP^2 = AR^2 + RS^2 + SP^2 = 5^2 + 4^2 + 3^2 = 50$$

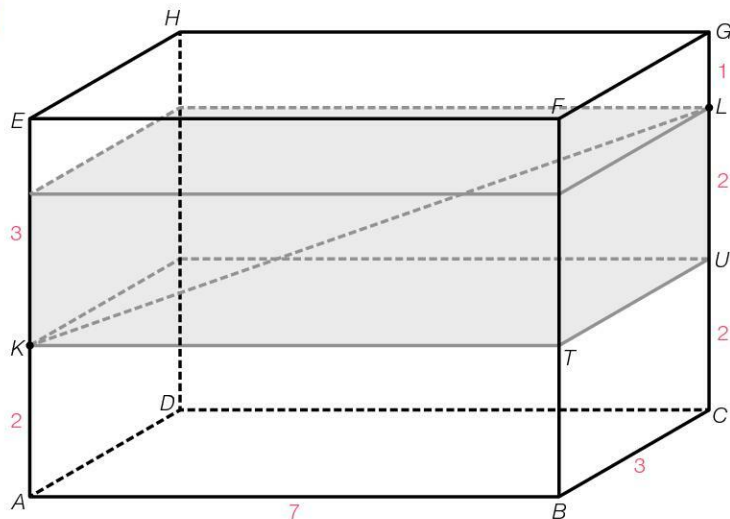
$$BP^2 = BR^2 + RS^2 + SP^2 \text{ en omdat } BR = AR \text{ is } BP^2 = AP^2.$$

Dus $AP = BP = \sqrt{50} \approx 7,07 \text{ cm}$.



b $\left. \begin{array}{l} AP^2 + BP^2 = 50 + 50 = 100 \\ AB^2 = 10^2 = 100 \end{array} \right\} AP^2 + BP^2 = AB^2, \text{ dus } \triangle ABP \text{ is rechthoekig.}$

66



$$UL = 5 - 2 - 1 = 2$$

$$KL^2 = KT^2 + TU^2 + UL^2 = 7^2 + 3^2 + 2^2 = 49 + 9 + 4 = 62$$

$$\text{Dus } KL = \sqrt{62} \approx 7,9 \text{ cm.}$$

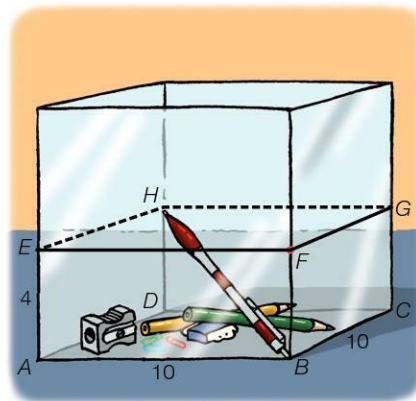
67

Zie de figuur hiernaast.

$$BH^2 = AB^2 + AD^2 + DH^2 = 10^2 + 10^2 + 4^2 = 100 + 100 + 16 = 216$$

$$BP = \sqrt{216} \approx 14,7 \text{ cm}$$

De lengte van de pen is 147 mm.



68

Het is een kubus. Stel dat alle ribben x cm lang zijn. Dan krijg je

$$x^2 + x^2 + x^2 = 12^2$$

$$3x^2 = 144$$

$$: 3 \quad : 3$$

$$x^2 = 48$$

$$x = \sqrt{48} = 6,92... \text{ cm}$$

Alle ribben zijn dus 6,92... cm.

$$\text{inhoud kubus} = 6,92...^3 \approx 333 \text{ cm}^3$$

5.6 Stellingen in rechthoekige driehoeken

Bladzijde 33

69

a In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$3^2 + 4^2 = AB^2$$

$$9 + 16 = AB^2$$

$$AB^2 = 25$$

$$AB = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}$$

b opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6 \text{ cm}^2$

$$\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CD = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot CD = 2,5 \cdot CD \text{ cm}^2$$

$$\text{Hieruit volgt } 2,5 \cdot CD = 6 \text{ ofwel } CD = \frac{6}{2,5} = 2,4 \text{ cm.}$$

Bladzijde 34

70 $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$
 $4^2 + 7^2 = AC^2$
 $16 + 49 = AC^2$
 $AC^2 = 65$
 $AC = \sqrt{65} \text{ cm}$

bach-stelling: $AB \cdot BC = AC \cdot BE$
 $7 \cdot 4 = \sqrt{65} \cdot BE$
 $\sqrt{65} \cdot BE = 28$
 $BE = \frac{28}{\sqrt{65}} \approx 3,5 \text{ cm}$

71 $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
 $6^2 + BC^2 = 10^2$
 $36 + BC^2 = 100$
 $BC^2 = 64$
 $BC = \sqrt{64} = 8 \text{ cm}$

bach-stelling: $AC \cdot BC = AB \cdot CD$
 $6 \cdot 8 = 10 \cdot CD$
 $10 \cdot CD = 48$
 $CD = \frac{48}{10} = 4,8 \text{ cm}$

$\angle K = 90^\circ$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$
 $6^2 + 6^2 = LM^2$
 $36 + 36 = LM^2$
 $LM^2 = 72$
 $LM = \sqrt{72} \text{ cm}$

bach-stelling: $KL \cdot KM = LM \cdot KN$
 $6 \cdot 6 = \sqrt{72} \cdot KN$
 $\sqrt{72} \cdot KN = 36$
 $KN = \frac{36}{\sqrt{72}} \approx 4,2 \text{ cm}$

72 $\angle S = 90^\circ$, dus $PS^2 + RS^2 = PR^2$
 $50^2 + 20^2 = PR^2$
 $2500 + 400 = PR^2$
 $PR^2 = 2900$
 $PR = \sqrt{2900} = 53,851... \text{ cm}$

Stel het snijpunt van de latjes T .

bach-stelling: $PS \cdot RS = PR \cdot ST$
 $50 \cdot 20 = \sqrt{2900} \cdot ST$
 $\sqrt{2900} \cdot ST = 1000$
 $ST = \frac{1000}{\sqrt{2900}} \approx 18,569... \text{ cm}$

De latjes QS en PR zijn samen $2 \cdot 18,569... + 53,851... \approx 91,0 \text{ cm}$.

73 **a** $a^2 + b^2 = c^2$
b $\frac{h^2 + p^2}{2h^2 + p^2 + q^2} = \frac{b^2}{a^2 + b^2}$
c $2h^2 + p^2 + q^2 = c^2$
d $c^2 = (p + q)^2 = p^2 + 2pq + q^2$
e Uit de vragen c en d volgt $2h^2 + p^2 + q^2 = p^2 + 2pq + q^2$
 $\quad \quad \quad -p^2 - q^2 \quad -p^2 \quad -q^2$
 $2h^2 = 2pq$
 $\quad : 2 \quad : 2$
 $h^2 = pq$

Bladzijde 35

74 *hpq*-stelling: $CD^2 = AD \cdot BD$
 $3,6^2 = AD \cdot 2,4$
 $12,96 = AD \cdot 2,4$
 $AD = \frac{12,96}{2,4} = 5,4 \text{ cm}$

Dus $AB = 5,4 + 2,4 = 7,8 \text{ cm}$ en opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 7,8 \cdot 3,6 \approx 14,0 \text{ cm}^2$.

hpq-stelling in $\triangle PQS$: $PT^2 = QT \cdot ST$
 $PT^2 = 2,7 \cdot 2,5$
 $PT^2 = 6,75$
 $PT = \sqrt{6,75} \text{ cm}$

opp $\triangle PQS = \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot \sqrt{6,75} = 6,754... \text{ cm}^2$

hpq-stelling in $\triangle QRS$: $RU^2 = QU \cdot SU$
 $RU^2 = 1,6 \cdot 3,6$
 $RU^2 = 5,76$
 $RU = \sqrt{5,76} = 2,4 \text{ cm}$

opp $\triangle QRS = \frac{1}{2} \cdot 5,2 \cdot 2,4 = 6,24 \text{ cm}^2$

opp $PQRS = \text{opp } \triangle PQS + \text{opp } \triangle QRS = 6,754... + 6,24 \approx 13,0 \text{ cm}^2$

75 Stel de hoogte van het dakdeel h .

Dan geldt volgens de *hpq*-stelling: $h^2 = (8 - 2) \cdot 2$
 $h^2 = 6 \cdot 2$
 $h^2 = 12$
 $h = \sqrt{12} \approx 3,5 \text{ m}$

Dus de hoogte van het huis is $5 + 3,5 = 8,5 \text{ meter}$.

76 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $6^2 + 8^2 = AC^2$
 $36 + 64 = AC^2$
 $AC^2 = 100$
 $AC = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$

bach-stelling in $\triangle ABC$: $AB \cdot BC = AC \cdot BE$
 $6 \cdot 8 = 10 \cdot BE$
 $10 \cdot BE = 48$
 $BE = \frac{48}{10} = 4,8 \text{ cm}$

In $\triangle ABE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + BE^2 = AB^2$
 $AE^2 + 4,8^2 = 6^2$
 $AE^2 + 23,04 = 36$
 $AE^2 = 12,96$
 $AE = \sqrt{12,96} = 3,6 \text{ cm}$

hpq-stelling in $\triangle ABD$: $AE^2 = BE \cdot DE$
 $3,6^2 = 4,8 \cdot DE$
 $12,96 = 4,8 \cdot DE$
 $DE = \frac{12,96}{4,8} = 2,7 \text{ cm}$

In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$
 $3,6^2 + 2,7^2 = AD^2$
 $12,96 + 7,29 = AD^2$
 $AD^2 = 20,25$
 $AD = \sqrt{20,25} = 4,5 \text{ cm}$

Gemengde opgaven

Bladzijde 36

1 In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
 $2,5^2 + BC^2 = 4^2$
 $6,25 + BC^2 = 16$
 $- 6,25 \quad - 6,25$
 $BC^2 = 9,75$

$$BC = \sqrt{9,75} \approx 3,1 \text{ cm}$$

In $\triangle KNP$ is $\angle N = 90^\circ$, dus $KN^2 + NP^2 = KP^2$
 $KN^2 + 3^2 = 5^2$
 $KN^2 + 9 = 25$
 $- 9 \quad - 9$

$$KN^2 = 16$$

In $\triangle KLN$ is $\angle K = 90^\circ$, dus $KL^2 + KN^2 = LN^2$
 $2^2 + 16 = LN^2$
 $4 + 16 = LN^2$
 $LN^2 = 20$

In $\triangle LMN$ is $\angle N = 90^\circ$, dus $LN^2 + MN^2 = LM^2$
 $20 + MN^2 = 5^2$
 $20 + MN^2 = 25$
 $- 20 \quad - 20$

$$MN^2 = 5$$

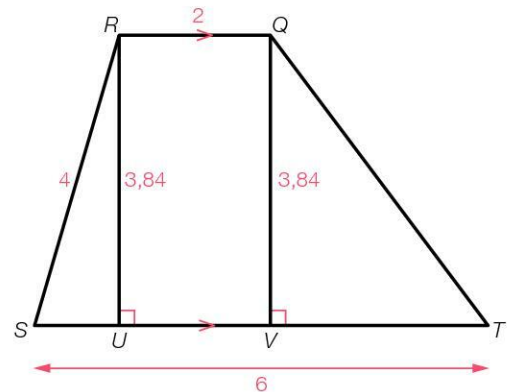
$$MN = \sqrt{5} \approx 2,2 \text{ cm}$$

Zie de schets hiernaast met de hulplijnen RU en QV .

In $\triangle RSU$ is $\angle U = 90^\circ$, dus $SU^2 + RU^2 = RS^2$
 $SU^2 + 3,84^2 = 4^2$
 $SU^2 + 14,7456 = 16$
 $- 14,7456 \quad - 14,7456$
 $SU^2 = 1,2544$
 $SU = \sqrt{1,2544} = 1,12 \text{ cm}$

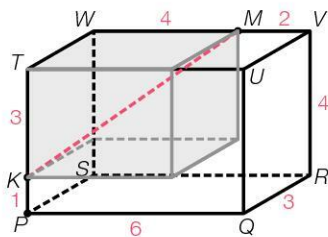
$$TV = 6 - SU - UV = 6 - 1,12 - 2 = 2,88 \text{ cm}$$

In $\triangle QTV$ is $\angle V = 90^\circ$, dus $TV^2 + QV^2 = QT^2$
 $2,88^2 + 3,84^2 = QT^2$
 $8,2944 + 14,7456 = QT^2$
 $QT^2 = 23,04$
 $QT = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm}$



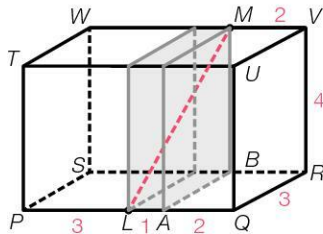
2 In $\triangle CFE$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $CF^2 + EF^2 = CE^2$
 $5^2 + 4^2 = CE^2$
 $25 + 16 = CE^2$
 $CE^2 = 41$

$$\text{Dus } CE = \sqrt{41} \approx 6,4 \text{ cm.}$$



$$KM^2 = KT^2 + TW^2 + WM^2 = 3^2 + 3^2 + 4^2 = 9 + 9 + 16 = 34$$

$$\text{Dus } KM = \sqrt{34} \approx 5,8 \text{ cm.}$$



$$LM^2 = LA^2 + AB^2 + BM^2 = 1^2 + 3^2 + 4^2 = 1 + 9 + 16 = 26$$

Dus $LM = \sqrt{26} \approx 5,1$ cm.

3 Zie de schets hiernaast.

Van de rechthoekige driehoek rechtsboven is de langste rechthoekszijde $2,6 : 2 = 1,3$ m.

Er geldt $1,3^2 + k^2 = 1,5^2$

$$1,69 + k^2 = 2,25$$

$$\begin{array}{r} -1,69 \quad -1,69 \\ k^2 = 0,56 \end{array}$$

$$k^2 = 0,56$$

$$k = \sqrt{0,56} = 0,748\dots$$

Van de rechthoekige driehoek rechtsonder is de kortste

rechthoekszijde $\frac{(5 - 2,6)}{2} = 1,2$ m.

Er geldt $1,2^2 + l^2 = 2^2$

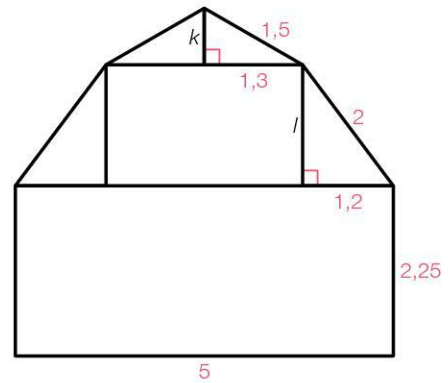
$$1,44 + l^2 = 4$$

$$\begin{array}{r} -1,44 \quad -1,44 \\ l^2 = 2,56 \end{array}$$

$$l^2 = 2,56$$

$$l = \sqrt{2,56} = 1,6$$

De hoogte van het huis is $2,25 + 0,748\dots + 1,6 \approx 4,6$ m.



4 a Het punt recht onder B noemen we D en het punt rechts vooraan noemen we C.

$$BD = 350 \text{ m} = 0,35 \text{ km}$$

AB is de lengte van een lichaamsdiagonaal in de balk met lengte 8,5 km, breedte 3,2 km en hoogte 0,35 km.

$$AB^2 = 8,5^2 + 3,2^2 + 0,35^2 = 82,6125$$

$$AB = \sqrt{82,6125} = 9,0891\dots \text{ km}$$

Dus de lengte van Jordy's route is 9089 meter.

b 3 km/uur, dus 9,089 km in $\frac{9,089}{3} \approx 3,03$ uur.

Dat is 3 uur en $0,03 \cdot 60 = 1,8$ minuten.

Zij doet er dus ruim drie uur over.

5 Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle CDE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $CE^2 + DE^2 = CD^2$

$$0,8^2 + DE^2 = 1,2^2$$

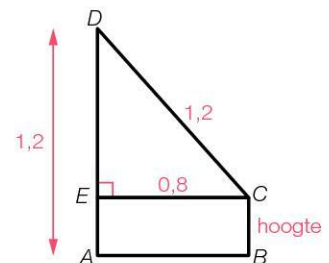
$$0,64 + DE^2 = 1,44$$

$$\begin{array}{r} -0,64 \quad -0,64 \\ DE^2 = 0,8 \end{array}$$

$$DE^2 = 0,8$$

$$DE = \sqrt{0,8} = 0,894\dots \text{ m}$$

De hoogte is $1,20 - 0,894\dots = 0,305\dots \text{ m} \approx 31$ cm.

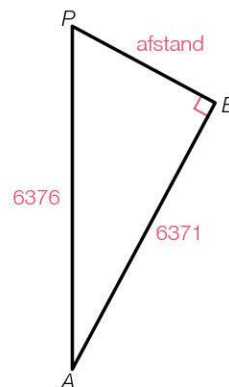


Bladzijde 37

- 6 Zie de figuur hiernaast, niet op schaal getekend.

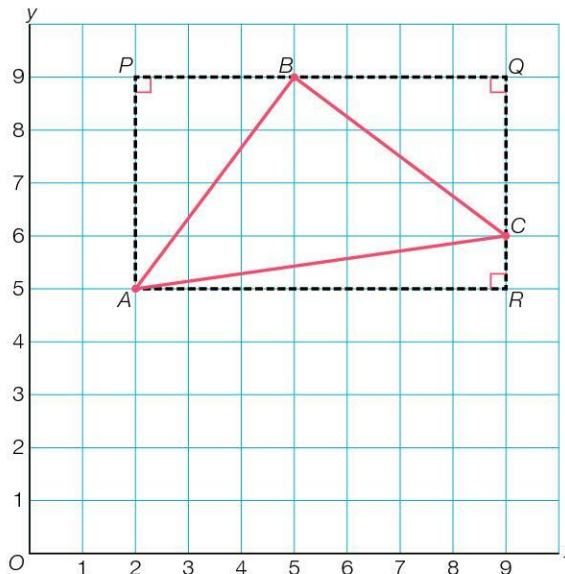
$$\begin{aligned}
 \text{In } \triangle ABP \text{ is } \angle B = 90^\circ, \text{ dus } AB^2 + BP^2 &= AP^2 \\
 6371^2 + BP^2 &= (6371 + 5)^2 \\
 40\,589\,641 + BP^2 &= 40\,653\,376 \\
 - 40\,589\,641 &\quad - 40\,589\,641 \\
 BP^2 &= 63\,735 \\
 BP &= \sqrt{63\,735} \approx 252 \text{ km}
 \end{aligned}$$

De afstand is 252 km.



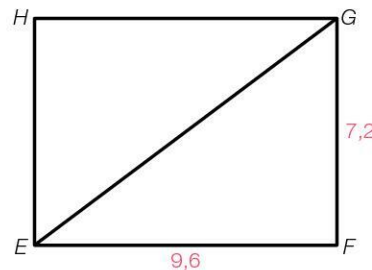
- 7 Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}
 \text{In } \triangle ABP \text{ is } \angle P = 90^\circ, \text{ dus } AP^2 + BP^2 &= AB^2 \\
 4^2 + 3^2 &= AB^2 \\
 16 + 9 &= AB^2 \\
 AB^2 &= 25 \\
 \text{In } \triangle BCQ \text{ is } \angle Q = 90^\circ, \text{ dus } BQ^2 + CQ^2 &= BC^2 \\
 4^2 + 3^2 &= BC^2 \\
 16 + 9 &= BC^2 \\
 BC^2 &= 25 \\
 \text{In } \triangle ARC \text{ is } \angle R = 90^\circ, \text{ dus } AR^2 + CR^2 &= AC^2 \\
 7^2 + 1^2 &= AC^2 \\
 49 + 1 &= AC^2 \\
 AC^2 &= 50 \\
 \left. \begin{aligned} AB^2 + BC^2 &= 25 + 25 = 50 \\ AC^2 &= 50 \end{aligned} \right\} AB^2 + BC^2 &= AC^2, \text{ dus} \\
 &\triangle ABC \text{ is rechthoekig.}
 \end{aligned}$$



- 8 a Zie de figuur hiernaast.

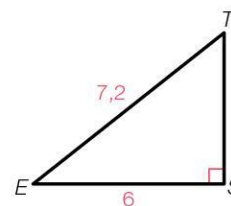
$$\begin{aligned}
 \text{In } \triangle EFG \text{ is } \angle F = 90^\circ, \text{ dus } EF^2 + FG^2 &= EG^2 \\
 9,6^2 + 7,2^2 &= EG^2 \\
 92,16 + 51,84 &= EG^2 \\
 EG^2 &= 144 \\
 EG &= \sqrt{144} = 12 \text{ m}
 \end{aligned}$$



- b Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}
 ES &= 12 : 2 = 6 \text{ m} \\
 \text{In } \triangle EST \text{ is } \angle S = 90^\circ, \text{ dus } ES^2 + ST^2 &= ET^2 \\
 6^2 + ST^2 &= 7,2^2 \\
 36 + ST^2 &= 51,84 \\
 - 36 &\quad - 36 \\
 ST^2 &= 15,84 \\
 ST &= \sqrt{15,84} = 3,97... \text{ m}
 \end{aligned}$$

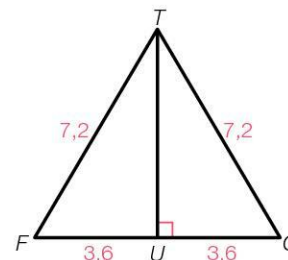
De hoogte van het huis is $3 + 3,97... \approx 7,0$ meter.



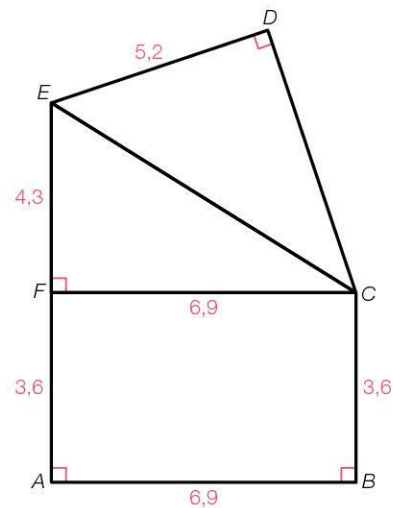
- c Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}
 \text{In } \triangle FTU \text{ is } \angle U = 90^\circ, \text{ dus } FU^2 + TU^2 &= FT^2 \\
 3,6^2 + TU^2 &= 7,2^2 \\
 12,96 + TU^2 &= 51,84 \\
 - 12,96 &\quad - 12,96 \\
 TU^2 &= 38,88 \\
 TU &= \sqrt{38,88} = 6,235...
 \end{aligned}$$

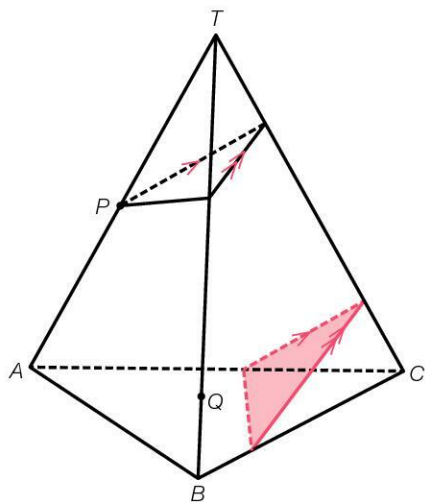
$$\text{opp } \triangle TFG = \frac{1}{2} \cdot 7,2 \cdot 6,235... \approx 22,4 \text{ m}^2$$



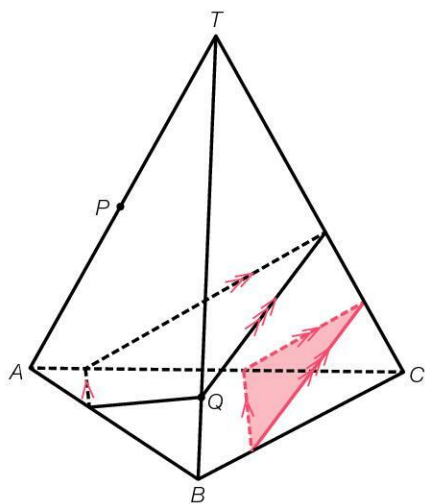
- 9 In $\triangle CEF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $CF^2 + EF^2 = CE^2$
 $6,9^2 + 4,3^2 = CE^2$
 $47,61 + 18,49 = CE^2$
 $CE^2 = 66,1$
 In $\triangle CDE$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $CD^2 + DE^2 = CE^2$
 $CD^2 + 5,2^2 = 66,1$
 $CD^2 + 27,04 = 66,1$
 $- 27,04 \quad - 27,04$
 $CD^2 = 39,06$
 $CD = \sqrt{39,06} \approx 6,2 \text{ cm}$



10 a



b



- 11 In $\triangle FGH$ is $\angle G = 90^\circ$, dus $FG^2 + GH^2 = FH^2$
 $4,1^2 + 2,9^2 = FH^2$
 $16,81 + 8,41 = FH^2$
 $FH^2 = 25,22$
 $FH = \sqrt{25,22} \text{ cm}$
 In $\triangle FHI$ is $\angle I = 90^\circ$, dus $FI^2 + HI^2 = FH^2$
 $FI^2 + 4,5^2 = 25,22$
 $- 20,25 \quad - 20,25$
 $FI^2 = 4,97$
 $FI = \sqrt{4,97} \text{ cm}$

bach-stelling in $\triangle FHI$: $FI \cdot HI = FH \cdot IK$
 $\sqrt{4,97} \cdot 4,5 = \sqrt{25,22} \cdot IK$
 $IK = \frac{4,5 \cdot \sqrt{4,97}}{\sqrt{25,22}} \approx 2,0 \text{ cm}$

In $\triangle LMQ$ is $\angle Q = 90^\circ$, dus $LQ^2 + MQ^2 = LM^2$
 $LQ^2 + 2,1^2 = 3^2$
 $LQ^2 + 4,41 = 9$
 $\quad \quad \quad - 4,41 \quad - 4,41$

$$LQ^2 = 4,59$$

$$LQ = \sqrt{4,59} \text{ cm}$$

In $\triangle MNQ$ is $\angle Q = 90^\circ$, dus $MQ^2 + NQ^2 = MN^2$
 $2,1^2 + NQ^2 = 5^2$
 $4,41 + NQ^2 = 25$
 $\quad \quad \quad - 4,41 \quad - 4,41$

$$NQ^2 = 20,59$$

$$NQ = \sqrt{20,59} \text{ cm}$$

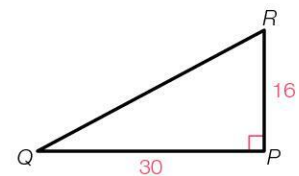
hpq-stelling in $\triangle LNP$: $PQ^2 = LQ \cdot NQ$
 $PQ^2 = \sqrt{4,59} \cdot \sqrt{20,59}$
 $PQ^2 = 9,7215\dots$
 $PQ = \sqrt{9,7215\dots} \approx 3,1 \text{ cm}$

Diagnostische toets

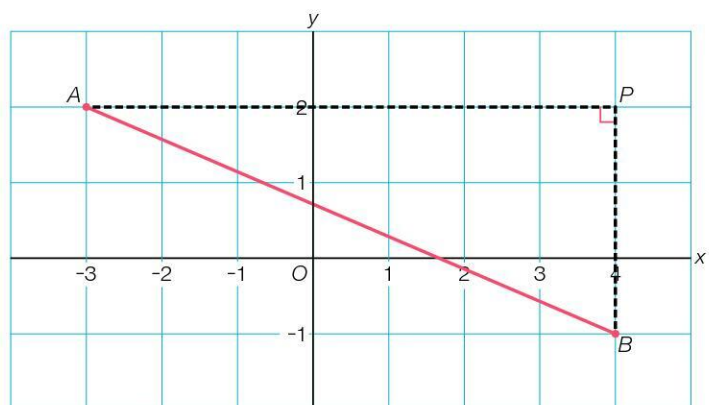
Bladzijde 40

1 $\triangle ABC$: $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $\triangle ABD$: $AD^2 + BD^2 = AB^2$
 $\triangle BCD$: $BD^2 + CD^2 = BC^2$

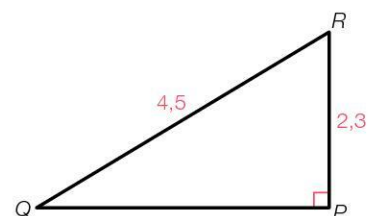
2 Zie de schets hiernaast.
 $\angle P = 90^\circ$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$
 $30^2 + 16^2 = QR^2$
 $900 + 256 = QR^2$
 $QR^2 = 1156$
 $QR = \sqrt{1156} = 34 \text{ cm}$



3 Zie de figuur hiernaast.
 $\angle P = 90^\circ$, dus $AP^2 + BP^2 = AB^2$
 $7^2 + 3^2 = AB^2$
 $49 + 9 = AB^2$
 $AB^2 = 58$
 $AB = \sqrt{58} \approx 7,62$



4 Zie de schets hiernaast.
 $\angle P = 90^\circ$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$
 $PQ^2 + 2,3^2 = 4,5^2$
 $PQ^2 + 5,29 = 20,25$
 $\quad \quad \quad - 5,29 \quad - 5,29$
 $PQ^2 = 14,96$
 $PQ = \sqrt{14,96} \approx 3,9 \text{ cm}$



- 5 In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$\begin{aligned} 35^2 + 12^2 &= AC^2 \\ 1225 + 144 &= AC^2 \\ AC^2 &= 1369 \end{aligned}$$

- In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$

$$\begin{aligned} 5^2 + 12^2 &= BC^2 \\ 25 + 144 &= BC^2 \\ BC^2 &= 169 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} AC^2 + BC^2 &= 1369 + 169 = 1538 \\ AB^2 &= (35 + 5)^2 = 1600 \end{aligned} \right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2, \text{ dus } \triangle ABC \text{ is niet rechthoekig.}$$

- 6 Zie de schets hiernaast.

- In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$

$$\begin{aligned} AE^2 + 4^2 &= 4,5^2 \\ AE^2 + 16 &= 20,25 \end{aligned}$$

$$\quad - 16 \quad - 16$$

$$AE^2 = 4,25$$

$$AE = \sqrt{4,25} = 2,06... \text{ cm}$$

- In $\triangle BCF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $BF^2 + CF^2 = BC^2$

$$BF^2 + 4^2 = 5,6^2$$

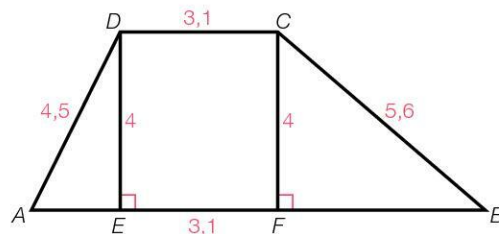
$$BF^2 + 16 = 31,36$$

$$\quad - 16 \quad - 16$$

$$BF^2 = 15,36$$

$$BF = \sqrt{15,36} = 3,91... \text{ cm}$$

$$AB = AE + EF + BF = 2,06... + 3,1 + 3,91... \approx 9,1 \text{ cm}$$



- 7 Zie de schets hiernaast.

- In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$14^2 + CD^2 = 14,5^2$$

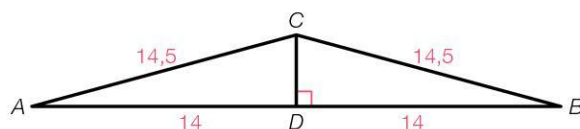
$$196 + CD^2 = 210,25$$

$$\quad - 196 \quad - 196$$

$$CD^2 = 14,25$$

$$CD = \sqrt{14,25} = 3,77... \text{ m}$$

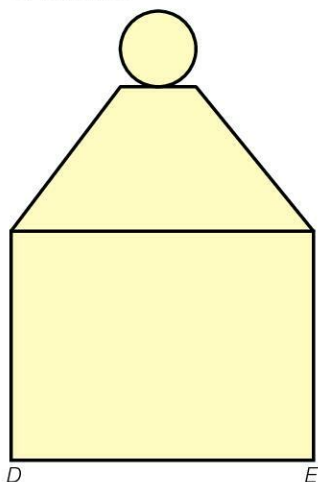
De hoogte van de hangar is $4,5 + 3,77... \approx 8,3 \text{ m}$.



Bladzijde 41

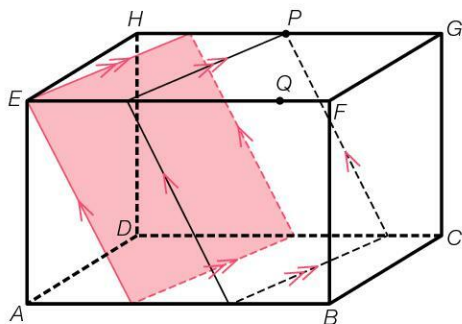
- 8 a A: cirkel
B: vierkant
C: vierkant

b

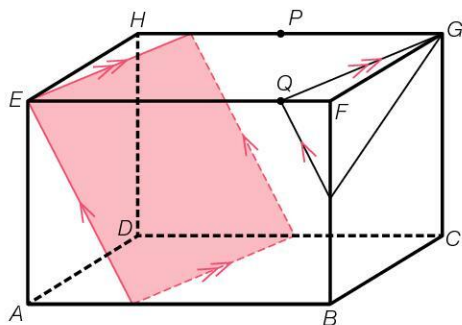


- c Alle vormen zijn mogelijk.

9 a



b



10 a Zie de schets hiernaast van het grondvlak $ABCD$.

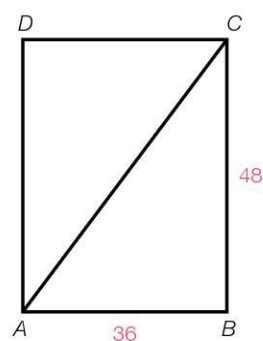
In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$36^2 + 48^2 = AC^2$$

$$1296 + 2304 = AC^2$$

$$AC^2 = 3600$$

$$AC = \sqrt{3600} = 60 \text{ cm}$$



b Zie de schets hiernaast.

AS is de helft van AC , dus $AS = 60 : 2 = 30 \text{ cm}$.

In $\triangle AST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$

$$30^2 + ST^2 = 43,5^2$$

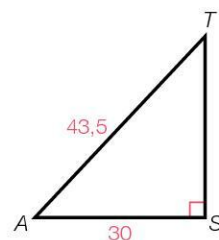
$$900 + ST^2 = 1892,25$$

$$-900 \quad -900$$

$$ST^2 = 992,25$$

$$ST = \sqrt{992,25} = 31,5 \text{ cm}$$

De hoogte ST is 31,5 cm.

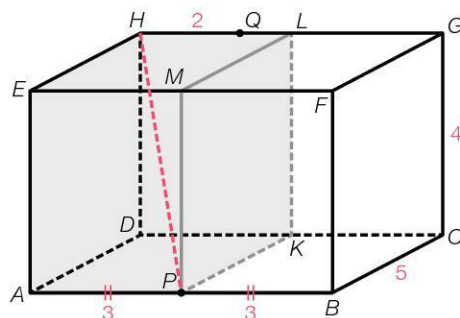


11 $CE^2 = CB^2 + BA^2 + AE^2 = 5^2 + 6^2 + 4^2 = 25 + 36 + 16 = 77$

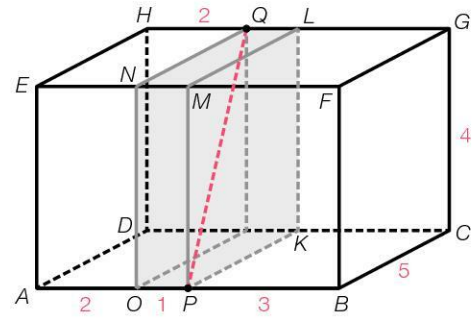
Dus $CE = \sqrt{77} \approx 8,8 \text{ cm}$.

12 a $HP^2 = HE^2 + EA^2 + AP^2 = 5^2 + 4^2 + 3^2 = 25 + 16 + 9 = 50$

Dus $HP = \sqrt{50} \approx 7,1 \text{ cm}$.



b $PQ^2 = PK^2 + KL^2 + LQ^2 = 5^2 + 4^2 + 1^2 = 25 + 16 + 1 = 42$
Dus $PQ = \sqrt{42} \approx 6,5$ cm.



13 In $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$
 $9^2 + 5^2 = QR^2$
 $81 + 25 = QR^2$
 $QR^2 = 106$
 $QR = \sqrt{106}$ cm

bach-stelling: $PQ \cdot PR = QR \cdot PS$
 $9 \cdot 5 = \sqrt{106} \cdot PS$
 $\sqrt{106} \cdot PS = 45$
 $PS = \frac{45}{\sqrt{106}} \approx 4,4$ cm

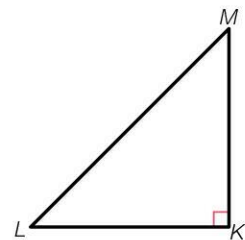
14 *hpq-stelling:* $KN^2 = LN \cdot MN$
 $2,1^2 = 1,2 \cdot MN$
 $4,41 = 1,2 \cdot MN$
 $MN = \frac{4,41}{1,2} \approx 3,7$ cm

Herhaling

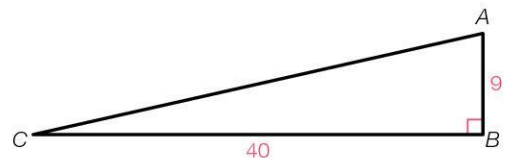
Bladzijde 42

1 $\triangle QRS$: $QS^2 + RS^2 = QR^2$
 $\triangle PQR$: $PR^2 + QR^2 = PQ^2$

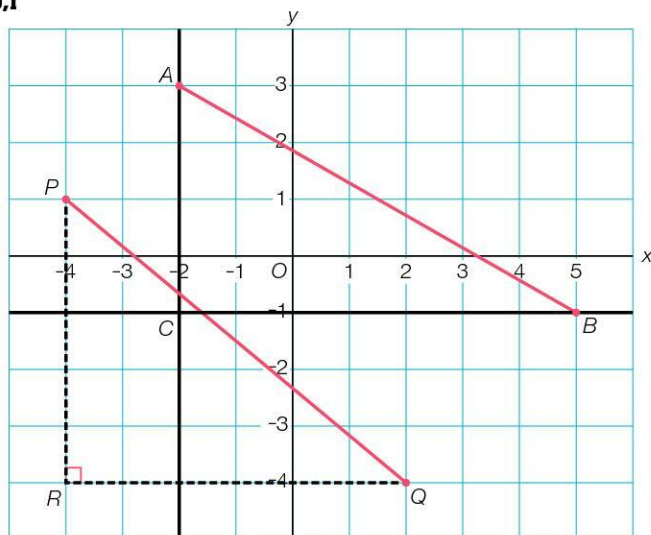
2 **a** Zie de schets hiernaast.
 $\angle K = 90^\circ$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$
b $KL^2 + KM^2 = LM^2$
 $20^2 + 21^2 = LM^2$
 $400 + 441 = LM^2$
 $LM^2 = 841$
 $LM = \sqrt{841} = 29$ cm



3 Zie de schets hiernaast.
 $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $9^2 + 40^2 = AC^2$
 $81 + 1600 = AC^2$
 $AC^2 = 1681$
 $AC = \sqrt{1681} = 41$ cm



4 a,b,f



c $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

d $BC = 7$

e $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$4^2 + 7^2 = AB^2$$

$$16 + 49 = AB^2$$

$$AB^2 = 65$$

$$AB = \sqrt{65} \approx 8,06$$

f $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$

$$5^2 + 6^2 = PQ^2$$

$$25 + 36 = PQ^2$$

$$PQ^2 = 61$$

$$PQ = \sqrt{61} \approx 7,81$$

5 Zie de schets hiernaast.

$\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

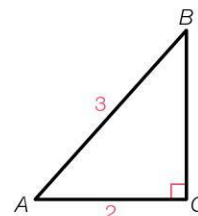
$$2^2 + BC^2 = 3^2$$

$$4 + BC^2 = 9$$

$$\begin{array}{r} -4 \quad -4 \\ \hline \end{array}$$

$$BC^2 = 5$$

$$BC = \sqrt{5} \approx 2,2 \text{ cm}$$



6 Zie de schets hiernaast.

$\angle E = 90^\circ$, dus $DE^2 + EF^2 = DF^2$

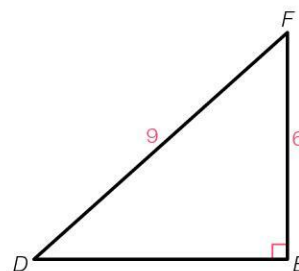
$$DE^2 + 6^2 = 9^2$$

$$DE^2 + 36 = 81$$

$$\begin{array}{r} -36 \quad -36 \\ \hline \end{array}$$

$$DE^2 = 45$$

$$DE = \sqrt{45} \approx 6,71 \text{ cm}$$



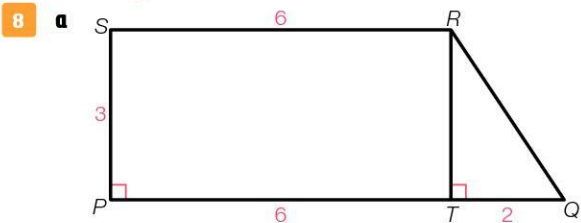
7 a $KM^2 + LM^2 = 28^2 + 45^2 = 2809$

b $KL^2 = 53^2 = 2809$

c $KM^2 + LM^2 = KL^2$, dus $\angle M = 90^\circ$

Dus $\triangle KLM$ is rechthoekig.

Bladzijde 43

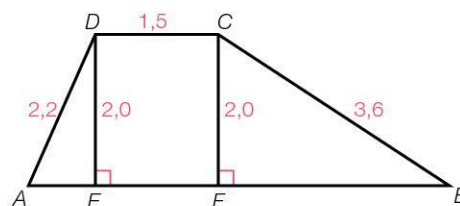


- b In $\triangle QRT$ is $\angle T = 90^\circ$, dus $TQ^2 + TR^2 = QR^2$
 $2^2 + 3^2 = QR^2$
 $4 + 9 = QR^2$
 $QR^2 = 13$
 $QR = \sqrt{13} = 3,60... \approx 3,6 \text{ cm}$
- c omtrek trapezium $PQRS = 8 + 3 + 6 + 3,60... \approx 20,6 \text{ cm}$

- 9 a,b Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ADE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $AE^2 + DE^2 = AD^2$
 $AE^2 + 2,0^2 = 2,2^2$
 $AE^2 + 4 = 4,84$
 $-4 \quad -4$
 $AE^2 = 0,84$
 $AE = \sqrt{0,84} = 0,91... \text{ cm}$

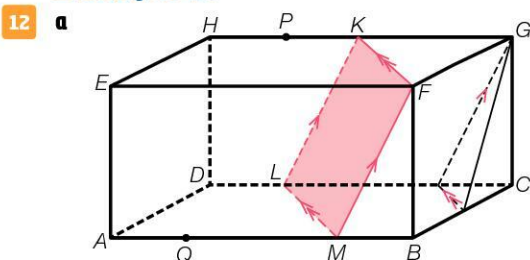
- c In $\triangle BCF$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $BF^2 + CF^2 = BC^2$
 $BF^2 + 2,0^2 = 3,6^2$
 $BF^2 + 4 = 12,96$
 $-4 \quad -4$
 $BF^2 = 8,96$
 $BF = \sqrt{8,96} = 2,99... \text{ cm}$
 $AB = AE + EF + BF = 0,91... + 1,5 + 2,99... \approx 5,4 \text{ cm}$

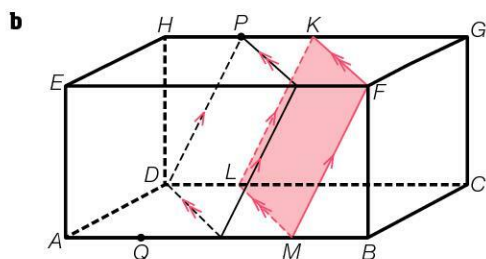
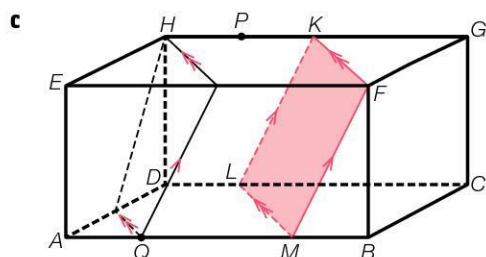


- 10 a $EF = CF = 5 : 2 = 2,5 \text{ m}$
 $\angle F = 90^\circ$, dus $DF^2 + EF^2 = DE^2$
 $DF^2 + 2,5^2 = 3,8^2$
 $DF^2 + 6,25 = 14,44$
 $-6,25 \quad -6,25$
 $DF^2 = 8,19$
 $DF = \sqrt{8,19} = 2,861... \approx 2,86 \text{ m}$
- b De hoogte van het huis is $6 + 2,861... \approx 8,86 \text{ m} = 886 \text{ cm}$.

- 11 a A: vierkant
 B: vierkant
 C: cirkel
- b Een rechthoek, een rechthoek en een driehoek.
- c Ja, als je er voor zorgt dat je alleen de cilinder verticaal doorsnijdt, krijg je als doorsnede een rechthoek.

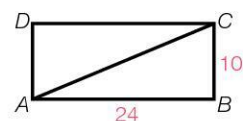
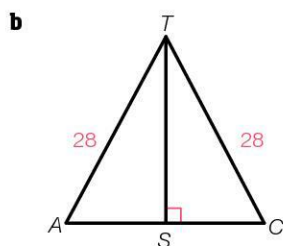
Bladzijde 44





13 a Zie de schets hiernaast.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $24^2 + 10^2 = AC^2$
 $576 + 100 = AC^2$
 $AC^2 = 676$
 $AC = \sqrt{676} = 26 \text{ cm}$



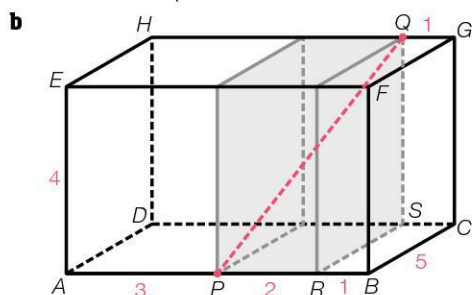
c Je weet $AT = 28 \text{ cm}$ en $AS = AC : 2 = 26 : 2 = 13 \text{ cm}$.

d In $\triangle AST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $AS^2 + ST^2 = AT^2$
 $13^2 + ST^2 = 28^2$
 $169 + ST^2 = 784$
 $-169 \quad -169$
 $ST^2 = 615$
 $ST = \sqrt{615} \approx 24,8 \text{ cm}$

14 a $AG^2 = AB^2 + BC^2 + CG^2$

b $AG^2 = AB^2 + BC^2 + CG^2 = 7^2 + 5^2 + 3^2 = 83$
Dus $AG = \sqrt{83} \approx 9,1 \text{ cm}$.

15 a $HP^2 = HD^2 + DA^2 + AP^2 = 4^2 + 5^2 + 3^2 = 50$
Dus $HP = \sqrt{50} \approx 7,1 \text{ cm}$.



$PQ^2 = PR^2 + RS^2 + SQ^2 = 2^2 + 5^2 + 4^2 = 45$
Dus $PQ = \sqrt{45} \approx 6,7 \text{ cm}$.

Bladzijde 45

16 a In $\triangle PQR$ is $\angle P = 90^\circ$, dus $PQ^2 + PR^2 = QR^2$
 $12^2 + 5^2 = QR^2$
 $144 + 25 = QR^2$
 $QR^2 = 169$
 $QR = \sqrt{169} = 13 \text{ cm}$

bach-stelling: $PQ \cdot PR = QR \cdot PS$

$$12 \cdot 5 = 13 \cdot PS$$

$$13 \cdot PS = 60$$

$$PS = \frac{60}{13} \approx 4,6 \text{ cm}$$

b In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
 $5^2 + 10^2 = AB^2$
 $25 + 100 = AB^2$
 $AB^2 = 125$
 $AB = \sqrt{125} \text{ cm}$

bach-stelling: $AC \cdot BC = AB \cdot CD$

$$5 \cdot 10 = \sqrt{125} \cdot CD$$

$$\sqrt{125} \cdot CD = 50$$

$$CD = \frac{50}{\sqrt{125}} \approx 4,5 \text{ cm}$$

17 a hpq -stelling: $MN^2 = KN \cdot LN$
 $4,2^2 = KN \cdot 1,8$
 $17,64 = KN \cdot 1,8$
 $KN = \frac{17,64}{1,8} = 9,8 \text{ cm}$

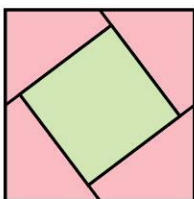
b hpq -stelling: $FH^2 = EH \cdot GH$
 $FH^2 = 4 \cdot 6$
 $FH^2 = 24$
 $FH = \sqrt{24} \approx 4,9 \text{ cm}$

Onderzoek De stelling van Pythagoras bewijzen

Bladzijde 46

1 a *

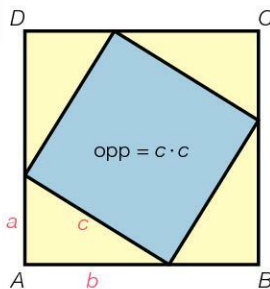
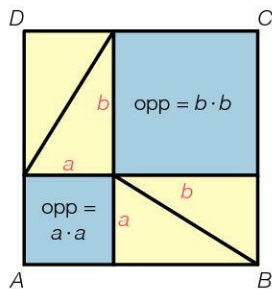
b,c



De groene en rode stukken passen precies op het blauwe stuk.

Daaruit volgt dat $a \cdot a + b \cdot b = c \cdot c$ ofwel $a^2 + b^2 = c^2$.

2



In figuur a zie je dat het blauwe gedeelte een oppervlakte heeft van $c \cdot c = c^2$.

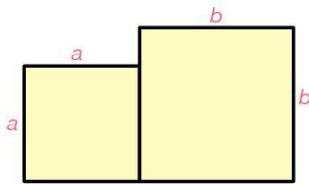
In figuur b zie je dat het blauwe gedeelte een oppervlakte heeft van $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$.

In beide grote vierkanten zitten dezelfde vier gele driehoeken, dus de blauwe oppervlakte in de rechter figuur is gelijk aan de blauwe oppervlakte in de linker figuur.

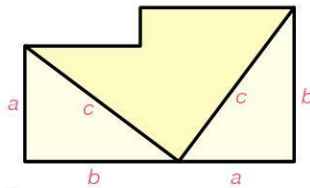
Hiermee heb je bewezen dat $a^2 + b^2 = c^2$.

3 a *

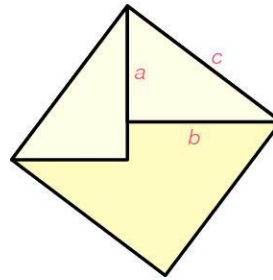
b



a opp = $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$



b



c opp = $c \cdot c = c^2$

In figuur a is de totale oppervlakte van het gele gebied $a \cdot a + b \cdot b = a^2 + b^2$.

In de rechthoekige driehoeken met zijden a , b en c zijn de twee scherpe hoeken samen 90° . Dus in figuur c is elke hoek van de grote vierhoek 90° . En omdat de zijden van deze vierhoek elk een lengte c hebben, is deze vierhoek een vierkant met oppervlakte $c \cdot c = c^2$.

Hiermee heb je bewezen dat $a^2 + b^2 = c^2$.

4 a $\angle A = 90^\circ$

In $\triangle AKN$ is $\angle A + \angle K_1 + \angle N_1 = 180^\circ$.

Hieruit volgt dat $\angle K_1 + \angle N_1 = 180^\circ - \angle A = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

$\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90^\circ$

Verder weet je dat $\angle N_1 = \angle K_3$, dus $\angle K_2 = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$.

Op dezelfde manier vind je dat $\angle N_2 = \angle L = \angle M = 90^\circ$.

Alle zijden van $KLMN$ hebben lengte c .

Dus $KLMN$ is een vierkant.

b opp $ABCD$ = opp gele driehoeken + opp blauwe vierkant = $4 \cdot \text{opp } \triangle AKN + \text{opp } KLMN$

$$\text{opp } \triangle AKN = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} ab$$

$$\text{opp } KLMN = c \cdot c = c^2$$

$$\text{opp } ABCD = 4 \cdot \text{opp } \triangle AKN + \text{opp } KLMN$$

$$(a + b) \cdot (a + b) = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + c^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2ab + c^2$$

$$\quad \quad \quad - 2ab \quad \quad - 2ab$$

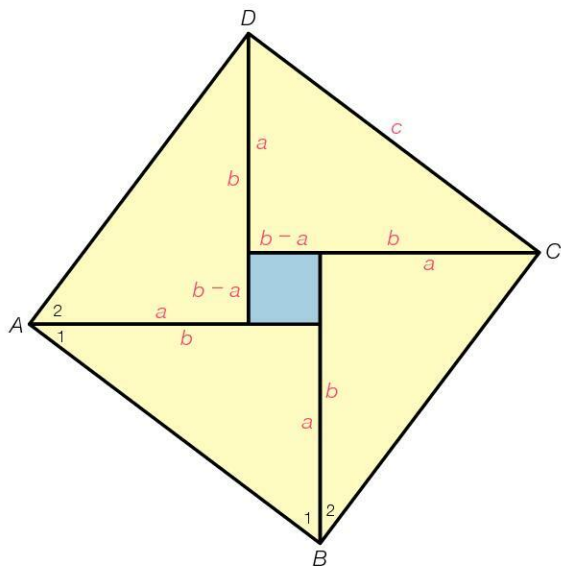
$$a^2 + b^2 = c^2$$

5 a $\angle A_1 + \angle B_1 = 90^\circ$

Verder weet je dat $\angle A_2 = \angle B_1$ en dat $\angle A_1 + \angle A_2 = 90^\circ$, dus $\angle A_{12} = 90^\circ$.

Op dezelfde manier kun je aantonen dat $\angle B_{12}$, $\angle C_{12}$ en $\angle D_{12}$ ook 90° zijn.

Alle zijden van vierhoek $ABCD$ hebben lengte c , dus $ABCD$ is een vierkant.

b

Het kleine vierkant heeft zijden van $b - a$.

$$\text{opp kleine vierkant} = (b - a) \cdot (b - a) = b^2 - 2ab + a^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

c opp $ABCD = c \cdot c = c^2$

$$\text{opp elke gele driehoek} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot b = \frac{1}{2} ab$$

opp $ABCD = 4 \cdot \text{opp gele driehoek} + \text{opp blauwe vierkant}$

$$c^2 = 4 \cdot \frac{1}{2} ab + a^2 - 2ab + b^2 = a^2 + b^2$$

Dus $a^2 + b^2 = c^2$.

6 Procenten en diagrammen

Voorkennis Procenten

Bladzijde 50

- 1 a $0,08 \times 620 = 49,6$
b $0,023 \times 80 = 1,84$
c $0,896 \times 5700 = 5107,2$
d $0,009 \times 250 = 2,25$
e $0,0007 \times 880 = 0,616$
f $0,493 \times 700 = 345,1$
- 2 a $0,394 \times 1650 = 650,1$, dus in 650 fitnesscentra.
b $41,9\%$ vrouw geeft $100\% - 41,9\% = 58,1\%$ man.
 $0,581 \times 1084 = 629,804$, dus 630 mannen.

Bladzijde 51

- 3 a percentage = $\frac{12}{57} \times 100\% \approx 21,1\%$
b percentage = $\frac{51}{83} \times 100\% \approx 61,4\%$
c percentage = $\frac{3,7}{18} \times 100\% \approx 20,6\%$
d percentage = $\frac{1,7}{2} \times 100\% = 85\%$
e percentage = $\frac{813}{10815} \times 100\% \approx 7,5\%$
f percentage = $\frac{183}{185} \times 100\% \approx 98,9\%$
- 4 a percentage = $\frac{37}{1584} \times 100\% \approx 2,3\%$
b percentage = $\frac{440}{1584} \times 100\% \approx 27,8\%$
- 5 a $0,399 \times 411 = 163,989$, dus 164 strandpaviljoens.
b percentage = $\frac{70}{411} \times 100\% \approx 17,0\%$
c $94,2\%$ in de kustprovincies, dus $100\% - 94,2\% = 5,8\%$ niet in de kustprovincies.
 $0,058 \times 411 = 23,838$, dus 24 strandpaviljoens.
d $0,307 \times 411 = 126,177$, dus 126 strandpaviljoens in Noord-Holland.
percentage = $\frac{23}{126} \times 100\% \approx 18,3\%$
e $0,386 \times 70 = 27,02$, dus 27 strandpaviljoens in Veere.
percentage = $\frac{27}{411} \times 100\% \approx 6,6\%$

6.1 Rekenen met procentuele toe- en afname

Bladzijde 52

- 1 a $0,20 \times 325 = 65$, dus je betaalt 65 euro meer.
b $325 + 65 = 390$, dus je betaalt in het hoogseizoen 390 euro.
- 2 a Het nieuwe ledenaantal is $327 + 433 + 0,037 \times (327 + 433) \approx 788$.
b De nieuwe jaarlijkse contributie is $185 - 0,082 \times 185 = 169,83$ euro.
- 3 a De nieuwe prijs is $5,45 + 0,15 \times 5,45 \approx 6,27$ euro.
b De nieuwe prijs is $2,49 + 0,064 \times 2,49 \approx 2,65$ euro.

Bladzijde 53

- 4 a Het aantal leerlingen in 2017 is $1278 + 0,036 \times 1278 \approx 1324$.
b De nieuwe prijs is $3,09 + 0,052 \times 3,09 \approx 3,25$ euro.
c De nieuwe lengte is $350 + 0,057 \times 350 \approx 370$ cm.

- 5 a korting = $0,30 \times 1750 = 525$ euro
 b De prijs tijdens de actieweek is $1750 - 525 = 1225$ euro.

Bladzijde 54

- 6 a De nieuwe prijs is $8,95 - 0,14 \times 8,95 \approx 7,70$ euro.
 b Het aantal leden in 2017 was $854 - 0,048 \times 854 \approx 813$.
- 7 a De nieuwe prijs is $59,75 - 0,084 \times 59,75 \approx 54,73$ euro.
 b De nieuwe prijs is $17,95 + 0,042 \times 17,95 \approx 18,70$ euro.
 c Het aantal vuurwerkslachtoffers in 2016 was $558 - 0,14 \times 558 \approx 480$.
 d Het aantal elektrische motorfietsen op 31 december 2016 was $268 + 0,179 \times 268 \approx 316$.
- 8 a 20 riemen kosten in de winkel $68,80 + 0,55 \times 68,80 = 106,64$ euro.
 Dus voor vijf riemen moet Karen $\frac{5}{20} \times 106,64 = 26,66$ euro betalen.
 b De nieuwe prijs is $179,95 - 0,125 \times 179,95 \approx 157,46$.
 Marcel krijgt $4 \times 50 - 157,46 = 42,54$ euro terug.
 c Het aantal onderbouwleerlingen neemt af met $0,056 \times 623 \approx 35$.
 Er zijn $1296 - 623 = 673$ bovenbouwleerlingen. Dit aantal neemt toe met $0,052 \times 673 \approx 35$.
 Het totale aantal leerlingen is dus gelijk gebleven.

Bladzijde 55

- 9 a 0,4 uur is $0,4 \times 60 = 24$ minuten.
 Op dinsdag zit Rob $24 + 0,75 \times 24 = 42$ minuten achter zijn computer.
 b 3,5 uur is $3,5 \times 60 = 210$ minuten.
 Op zondag kijkt Niels $210 - 0,3 \times 210 = 147$ minuten ofwel 2 uur en 27 minuten televisie.
- 10 a 1,8 uur is $1,8 \times 60 = 108$ minuten.
 Op dinsdag doet Irene $108 + 0,3 \times 108 = 140,4$ minuten ofwel 2 uur en 20,4 minuten over het huiswerk.
 b 24 uur is $24 \times 60 = 1440$ minuten.
 $0,075 \times 1440 = 108$
 Op dinsdag besteedt Lex $108 + 0,25 \times 108 = 135$ minuten ofwel 2 uur en 15 minuten aan het huiswerk.
 c 2 uur en 50 minuten is $2\frac{50}{60} = 2\frac{5}{6}$ uur.
 Dat is $\frac{2\frac{5}{6}}{24} \times 100\% \approx 11,8\%$ van de dag.
 d 3,25 uur is $3,25 \times 60 = 195$ minuten.
 Op dinsdag heeft Frits $195 + 0,4 \times 195 = 273$ minuten ofwel 4 uur en 33 minuten nodig.
 Hij komt om $9:45 + 4:33 = 14:18$ uur weer terug.

6.2 Procentuele verandering

Bladzijde 56

- 11 Het bedrag is bij beide families wel gelijk, maar een verhoging van 4 euro bij een prijs van 35 euro is naar verhouding een grotere stijging dan een verhoging van 4 euro bij een prijs van 62 euro. Dus ik kan het wel eens zijn met de familie Kloosterman.

Bladzijde 57

- 12 a oude prijs = $1,28 - 0,07 = 1,21$ euro
 procentuele toename = $\frac{7}{121} \times 100\% \approx 5,8\%$
 b afname aantal jongens = $613 - 598 = 15$
 toename aantal meisjes = 11
 afname totale aantal leerlingen = $15 - 11 = 4$
 totale aantal leerlingen = $613 + 621 = 1234$
 relatieve afname = $\frac{4}{1234} \times 100\% \approx 0,3\%$

- 13 a** toename = $27,45 - 24,95 = 2,5$
 procentuele prijsverhoging = $\frac{2,5}{24,95} \times 100\% \approx 10,0\%$
- b** toename = $625 - 599 = 26$
 procentuele prijsverhoging = $\frac{26}{599} \times 100\% \approx 4,3\%$
- c** procentuele prijsverhoging = $\frac{1}{8,5} \times 100\% \approx 11,8\%$

- 14 a** absolute prijsverhoging = $19,95 - 18,99 = 0,96$ euro
 relatieve prijsverhoging = $\frac{0,96}{18,99} \times 100\% \approx 5,1\%$
- b** toename = $26\,700 - 18\,251 = 8\,449$
 procentuele toename = $\frac{8\,449}{18\,251} \times 100\% \approx 46,3\%$
- c** procentuele prijsverhoging = $\frac{18}{155} \times 100\% \approx 11,6\%$

Bladzijde 58

- 15** afname = $375\,000 - 215\,000 = 160\,000$
 procentuele afname = $\frac{160\,000}{375\,000} \times 100\% \approx 42,7\%$
- 16** afname handschoenenprijs = $29,95 - 19,95 = 10$ euro
 procentuele afname handschoenenprijs = $\frac{10}{29,95} \times 100\% \approx 33,4\%$
 procentuele afname skiprijs = $\frac{50}{419,98} \times 100\% \approx 11,9\%$

Bladzijde 59

- 17 a** Het aantal elektrische personenauto's op 31 december 2015 was $0,714 \times 122\,563 \approx 87\,510$.
 toename = $112\,008 - 87\,510 = 24\,498$
 procentuele toename = $\frac{24\,498}{87\,510} \times 100\% \approx 28,0\%$
- b** De oude prijs was $32\,000 + 3\,500 = 35\,500$ euro.
 procentuele korting = $\frac{3\,500}{35\,500} \times 100\% \approx 9,9\%$
- c** Het aantal elektrische bromfietsen op 31 december 2015 was $3\,775 - 165 = 3\,610$.
 relatieve toename = $\frac{165}{3\,610} \times 100\% \approx 4,6\%$

- 18** De skibril kost nu de helft van 50% van de oude prijs, dat is 25% van de oude prijs.
 De korting is dus 75%.

- 19 a** winst in 2016 = $0,7 \times 12\,000 = 8\,400$ euro
 winst in 2017 = $0,75 \times 8\,400 = 6\,300$ euro
 absolute afname = $12\,000 - 6\,300 = 5\,700$ euro
- b** procentuele afname = $\frac{5\,700}{12\,000} \times 100\% = 47,5\%$

- 20** omzet in 2016 = $3,4 + 0,18 \times 3,4 = 4,012$ miljoen euro
 omzet in 2017 = $4,012 - 0,22 \times 4,012 = 3,12936$ miljoen euro
 afname = $3,4 - 3,12936 = 0,27064$ miljoen euro
 procentuele afname = $\frac{0,27064}{3,4} \times 100\% \approx 8,0\%$

- 21 a** De prijs na de prijsverhoging is $19,00 + 0,1 \times 19,00 = 20,90$ euro.
 Deze prijs had moeten worden verlaagd met 1,90 euro.
 procentuele afname = $\frac{1,9}{20,9} \times 100\% \approx 9,1\%$
- b** nieuwe prijs = $19,00 + 0,15 \times 19,00 = 21,85$ euro
 afname = 2,85 euro geeft procentuele afname = $\frac{2,85}{21,85} \times 100\% \approx 13,0\%$
- c** nieuwe prijs = $19,00 - 0,15 \times 19,00 = 16,15$ euro
 toename = 2,85 euro geeft procentuele toename = $\frac{2,85}{16,15} \times 100\% \approx 17,6\%$
- d** nieuwe prijs = $2 \times 19,00 = 38$ euro
 afname = 19 euro geeft procentuele afname = $\frac{19}{38} \times 100\% = 50\%$

6.3 Beeld-, staaf- en lijndiagram

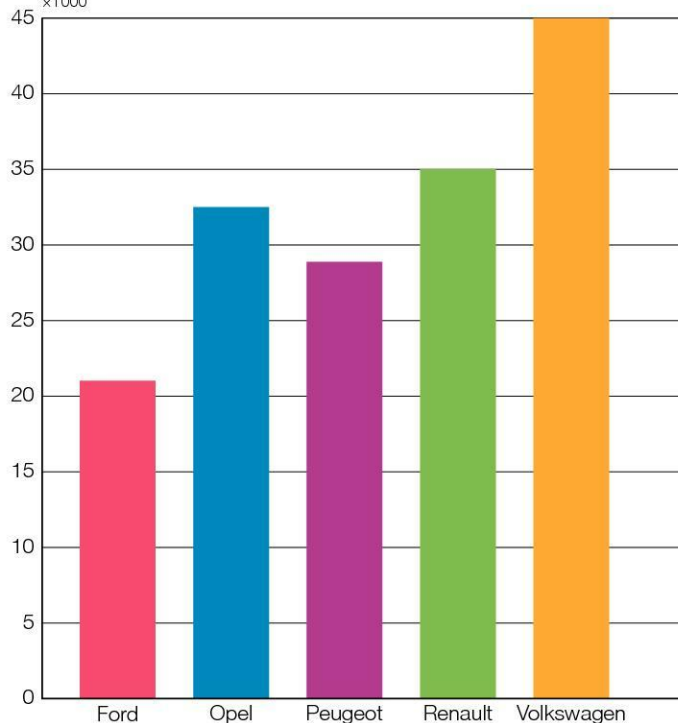
Bladzijde 60

- 22 a** In 2016 werden in totaal $400\,000 + 55\,000 + 110\,000 + 270\,000 + 90\,000 = 925\,000$ fietsen verkocht.
Hiervan was $\frac{270\,000}{925\,000} \times 100\% \approx 29,2\%$ elektrisch.
- b** In 2016 werden $0,48 \times 90\,000 = 43\,200$ racefietsen verkocht.

Bladzijde 61

- 23 a** Er werden 32 500 Opels verkocht.
- b** afname = $452\,000 - 385\,000 = 67\,000$
procentuele afname = $\frac{67\,000}{452\,000} \times 100\% \approx 14,8\%$
- c** percentage = $\frac{35\,000}{385\,000} \times 100\% \approx 9,1\%$

- d** MEEST VERKOCHTE AUTOMERKEN IN 2016
×1000



- 24 a** verschil = $2,26 - 2,08 = 0,18$ miljoen bezoekers
percentage = $\frac{0,18}{2,08} \times 100\% \approx 8,7\%$
- b** verschil = $1,85 - 1,51 = 0,34$ miljoen mensen
percentage = $\frac{0,34}{1,85} \times 100\% \approx 18,4\%$
- c** aantal Nederlandse bezoekers = $1,85 - 1,5 = 0,35$ miljoen
percentage = $\frac{0,35}{1,85} \times 100\% \approx 18,9\%$
- d** Gemiddeld verdiende de Efteling $\frac{22,4 \text{ miljoen}}{4,76 \text{ miljoen}} \approx 4,71$ euro per bezoeker.

Bladzijde 62

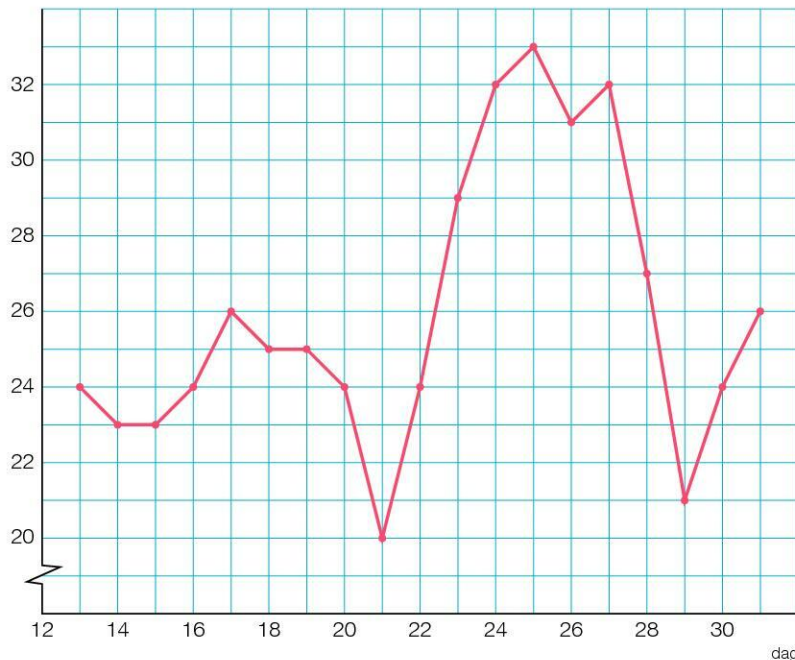
- 25** Het punt bij 2016 is wel ongeveer vier keer zo hoog getekend als het punt bij 2013, maar als je kijkt naar de getallen bij de verticale as dan zie je dat het $\frac{5500}{4000} = 1\frac{3}{8}$ keer zoveel is.
- 26 a** In 2010 werden 170 000 elektrische fietsen verkocht.
- b** In de jaren 2013 tot en met 2016 werden meer dan 180 000 elektrische fietsen verkocht.
- c** In de jaren 2014 en 2015 was het verschil het grootst.
- d** toename = $270 - 170 = 100$
procentuele toename = $\frac{100}{170} \times 100\% \approx 58,8\%$

- e** $\text{afname} = 180 - 176 = 4$
 procentuele afname $= \frac{4}{180} \times 100\% \approx 2,2\%$
- f** $\text{percentage} = \frac{276000}{983000} \times 100\% \approx 28,1\%$

Bladzijde 63

27

a MAXIMUMTEMPERATUREN AUGUSTUS 2016
 °C



- b** Het verschil was het grootst tussen 28 en 29 augustus.
- c** Op 10 van de 19 dagen was het een zomerse dag.
 Het percentage is $\frac{10}{19} \times 100\% \approx 52,6\%$.
- d** Op de zes dagen van 23 tot en met 28 augustus was de temperatuur minstens 25 °C.
 Op de vier dagen 24 tot en met 27 augustus was de temperatuur minstens 30 °C.
 Er was dus sprake van een hittegolf.

28

- a** Per hoofd van de bevolking betekent het gemiddelde verbruik per persoon.
- b** In 1970 was het theeverbruik per hoofd van de bevolking 630 gram.
- c** In 2000 was het verbruik 780 gram.
 In 2010 was het verbruik 740 gram.
 Dus in 2010 was het theeverbruik per hoofd van de bevolking 40 gram minder dan in 2000.
 Dat is $\frac{40}{780} \times 100\% \approx 5,1\%$ minder.
- d** In een lijndiagram hebben de tussenliggende lijnstukjes geen betekenis, dus in het lijndiagram is niet af te lezen wat de theeconsumptie per hoofd van de bevolking in 1998 was.
- e** In 1980 was het verbruik 660 gram.
 Dus $660 : 8 = 82,5$ liter thee in 1980 per hoofd van de bevolking.
- f** Aantal liter is $710 : 8 = 88,75$ in 2015.
 Dat zijn $88,75 : 0,2 = 443,75$ glazen thee.
 Per dag is dat $443,75 : 365 \approx 1,2$ glazen per hoofd van de bevolking in 2015.
- g** In 2015 dronken alle Nederlanders samen $443,75 \times 16,9$ miljoen $\approx 7,5$ miljard glazen thee.

6.4 Cirkeldiagram

Bladzijde 64

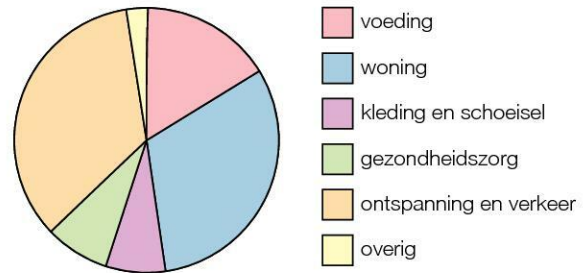
29

- a** In 2016 was $100\% - 12\% - 16\% - 22\% - 15\% = 35\%$ van de fietsen duurder dan € 900.
- b** $12\% + 16\% = 28\%$ van de fietsen was goedkoper dan € 500.
 Dat zijn $0,28 \times 928000 \approx 260000$ fietsen.

Bladzijde 65

- 30 a** De familie Veerman besteedt jaarlijks $0,076 \times 36\,500 = \text{€ } 2774$ aan kleding en schoeisel.
b percentage overig = $100\% - 16,2\% - 31,4\% - 7,6\% - 7,8\% - 34,5\% = 2,5\%$
 De familie Veerman besteedt jaarlijks $0,025 \times 36\,500 = \text{€ } 912,50$ aan overig.

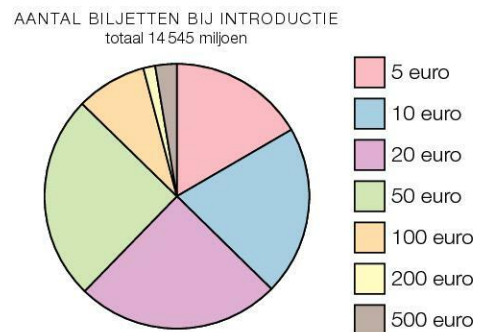
- c**
- | | |
|-------------------------------|--|
| sector voeding | $0,162 \times 360^\circ \approx 58^\circ$ |
| sector woning | $0,314 \times 360^\circ \approx 113^\circ$ |
| sector kleding en schoeisel | $0,076 \times 360^\circ \approx 27^\circ$ |
| sector gezondheidszorg | $0,078 \times 360^\circ \approx 28^\circ$ |
| sector ontspanning en verkeer | $0,345 \times 360^\circ \approx 124^\circ$ |
| sector overig | $0,025 \times 360^\circ = 9^\circ$ |



Bladzijde 66

- 31 a** totaal = $2415 + 3013 + 3608 + 3674 + 1246 + 229 + 360 = 14\,545$ miljoen biljetten

- | | |
|-----------------|--|
| sector 5 euro | $\frac{2415}{14\,545} \times 360^\circ \approx 60^\circ$ |
| sector 10 euro | $\frac{3013}{14\,545} \times 360^\circ \approx 75^\circ$ |
| sector 20 euro | $\frac{3608}{14\,545} \times 360^\circ \approx 89^\circ$ |
| sector 50 euro | $\frac{3674}{14\,545} \times 360^\circ \approx 91^\circ$ |
| sector 100 euro | $\frac{1246}{14\,545} \times 360^\circ \approx 31^\circ$ |
| sector 200 euro | $\frac{229}{14\,545} \times 360^\circ \approx 6^\circ$ |
| sector 500 euro | $\frac{360}{14\,545} \times 360^\circ \approx 9^\circ$ |



- b** Dat is $\frac{4500}{14\,545} \times 100\% \approx 30,9\%$ van het totale aantal biljetten.

- c** $2415 \times 5 + 3013 \times 10 + 3608 \times 20 + 3674 \times 50 + 1246 \times 100 + 229 \times 200 + 360 \times 500 = 648\,465$
 De totale waarde van alle eurobiljetten is 648,465 miljard euro.

- 32 a**
- | | |
|------------------|--|
| sector eten | $\frac{1\frac{1}{2}}{24} \times 360^\circ = 22,5^\circ$ |
| sector tv kijken | $\frac{1\frac{1}{2}}{24} \times 360^\circ = 22,5^\circ$ |
| sector slapen | $\frac{8\frac{5}{6}}{24} \times 360^\circ = 132,5^\circ$ |
| sector school | $\frac{7\frac{1}{6}}{24} \times 360^\circ = 107,5^\circ$ |
| sector overig | $\frac{5}{24} \times 360^\circ = 75^\circ$ |



- b** Jan slaapt $\frac{8\frac{5}{6}}{24} \times 100\% \approx 36,8\%$ van de tijd.

- 33 a** Het aantal vakanties in Gelderland was $0,160 \times 17\,600\,000 = 2\,816\,000$.

- b** Het percentage dat bij Noord-Holland hoort is $\frac{1\,730\,000}{17\,600\,000} \times 100\% = 9,82\ldots\% \approx 9,8\%$.

- c** De hoek die bij de sector Zuid-Holland hoort is $\frac{1\,410\,000}{17\,600\,000} \times 360^\circ \approx 29^\circ$.

- d** Het percentage dat bij Zuid-Holland hoort is $\frac{1\,410\,000}{17\,600\,000} \times 100\% = 8,01\ldots\% \approx 8,0\%$.

Het percentage dat bij de sector Limburg hoort is

$$100\% - 2,1\% - 7,6\% - 10,0\% - 8,9\% - 3,1\% - 16,0\% - 3,0\% - 9,82\ldots\% - 8,01\ldots\% - 7,8\% - 11,9\% \approx 11,8\%$$

De hoek die bij de sector Limburg hoort is $0,118 \times 360^\circ \approx 42^\circ$.

6.5 Histogram en steel-bladdiagram

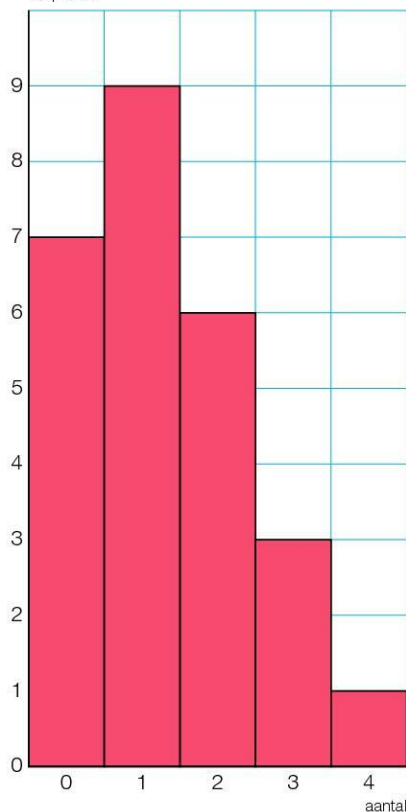
Bladzijde 67

- 34** **a** Er kwamen op 4 dagen meer dan 20 personen op het inloopspreekuur.
b Er zijn in totaal $13 + 18 + 21 + 19 + 15 + 16 + 17 + 22 + 23 + 14 + 18 + 12 + 20 + 19 + 21 = 268$ personen op het inloopspreekuur geweest.
c Er kwamen op 3 van de 15 dagen minder dan 15 personen op het inloopspreekuur.
 Dat is op $\frac{3}{15} \times 100\% = 20\%$ van de dagen.

Bladzijde 68

- 35** **a**
- | aantal fietsen | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
|----------------|---|---|---|---|---|
| frequentie | 7 | 9 | 6 | 3 | 1 |
- b** De totale frequentie is 26, dus Peerenboom was in mei op 26 dagen open.
c Op 7 van de 26 dagen werden er geen fietsen verkocht.
 Dat is op $\frac{7}{26} \times 100\% \approx 26,9\%$ van de dagen.

- d** VERKOCHTE FIETSEN IN MEI
frequentie

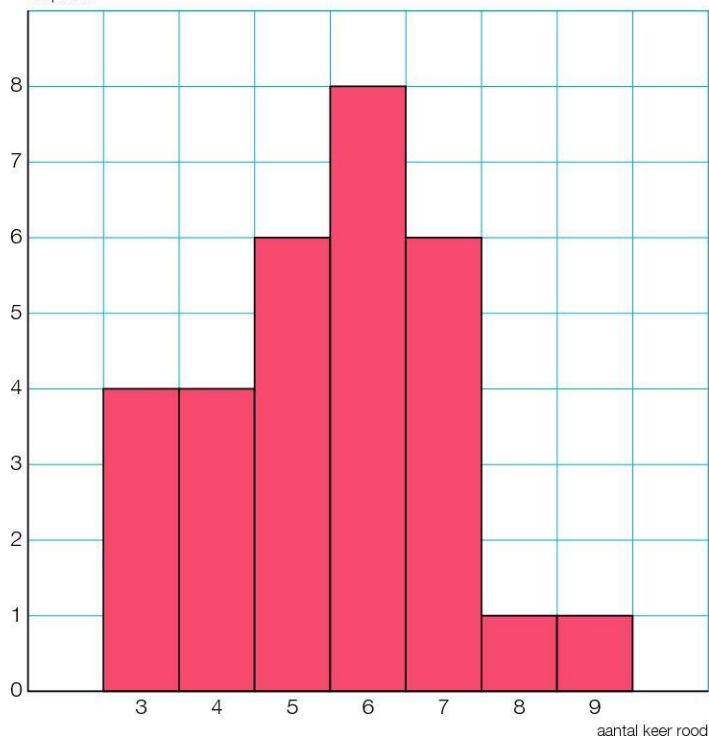


- 36** **a** In de Margrietlaan wonen geen gezinnen die meer dan 5 kinderen jonger dan 12 jaar hebben.
b In de Margrietlaan wonen $7 + 10 + 12 + 6 + 3 + 4 = 42$ gezinnen.
c Van de gezinnen heeft $\frac{7}{42} \times 100\% \approx 16,7\%$ geen kinderen jonger dan 12 jaar.
d $7 \times 0 + 10 \times 1 + 12 \times 2 + 6 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 = 84$
 Dus 84 kinderen uit de Margrietlaan zijn jonger dan 12 jaar.

Bladzijde 69

- 37** **a** Het is gedurende die periode 6 keer voorgekomen dat op een dag 5 stoplichten op rood stonden.
b Op $6 + 1 + 1 = 8$ dagen moest meneer Braamhaar meer dan zes keer voor een verkeerslicht wachten.
c Meneer Braamhaar heeft $4 + 4 + 6 + 8 + 6 + 1 + 1 = 30$ dagen geteld.
 Een werkweek telt vijf werkdagen, dus hij heeft $30 : 5 = 6$ weken geteld.
d Het is gedurende die periode niet voorgekomen dat er op een dag 0, 1 of 2 stoplichten op rood stonden.
 Er stonden dus elke dag minstens drie stoplichten op rood.

e ROOD OP ROUTE HUIS - WERK
frequentie



- f** $4 \times 3 + 4 \times 4 + 6 \times 5 + 8 \times 6 + 6 \times 7 + 1 \times 8 + 1 \times 9 = 165$
Dus hij moest in totaal 165 keer stoppen voor het rode licht.

- 38** **a** Er zijn $1 + 2 + 1 = 4$ keer meer dan acht auto's per minuut binnengereden.
b Het onderzoek duurde $9 + 5 + 7 + 5 + 8 + 10 + 6 + 4 + 3 + 1 + 2 + 1 = 61$ minuten.
c In totaal zijn $9 \times 0 + 5 \times 1 + 7 \times 2 + 5 \times 3 + 8 \times 4 + 10 \times 5 + 6 \times 6 + 4 \times 7 + 3 \times 8 + 1 \times 9 + 2 \times 10 + 1 \times 12 = 245$ auto's geteld.
d Gedurende $9 + 5 + 7 + 5 + 8 = 34$ minuten kwamen er minder dan vijf auto's per minuut binnen.
Dus in $\frac{34}{61} \times 100\% \approx 55,7\%$ van de tijd.

- 39** Je krijgt dan een tabel met de snelheden 55 tot en met 80 waarbij je twee keer de frequentie 2, elf keer de frequentie 1 en dertien keer de frequentie 0 krijgt.

Bladzijde 70

- 40** **a** De score 17 komt twee keer voor.
De score 21 komt twee keer voor.
De score 23 komt drie keer voor.
De score 28 komt nul keer voor.
b De hoogst behaalde score is 41.
c Twintig leerlingen hebben de test gemaakt.

Bladzijde 71

- 41** **a** AANTAL AUTO'S TUSSEN 14:00 EN 15:00 UUR

0	6 8 9
1	0 1 5 5 5 5 6 6 6 7 7 8
2	0 1 5 7 8 8
3	0 0 1 8 8 9
4	3 4
5	1
tientallen	eenheden

- b** Op $\frac{7}{30} \times 100\% \approx 23,3\%$ van de dagen passeerden meer dan 30 auto's.

- 42** a De langste rivier is 6700 km. Dat is de Nijl.
 b De Amazone is 6300 km.
 c De Wolga is 4100 km.
- 43** a Er heeft één jongen 27 kwartier aan zijn huiswerk besteed.
 Twee meisjes besteedden 27 kwartier aan hun huiswerk.
 b Acht jongens zaten meer dan 15 kwartier aan hun huiswerk.
 Twaalf meisjes zaten meer dan 15 kwartier aan hun huiswerk.
 c Vijf leerlingen besteedden minder dan 12 kwartier aan hun huiswerk.
 d De meisjes besteedden meer tijd aan hun huiswerk. Dat zie je in het diagram aan de bladeren.
 Het blad van de meisjes is breed bij de grotere aantallen en smal bij de kleinere aantallen en dat van de jongens is juist breed bij de kleinere aantallen en smal bij de grotere aantallen.

Bladzijde 72

- 44** a Van 14 beroepen is het uurloon in het steel-bladdiagram verwerkt.
 b Een mannelijke office-manager en een mannelijke arbeidsbemiddelaar verdienen beide € 12 per uur.
 c Er zijn meerdere mogelijkheden.
 Een mannelijke werkvoorbereider zou € 12, € 14,20 of € 14,70 per uur kunnen verdienen, want bij de vrouwen komen de uurlonen € 11,40, € 13,60 en € 14,10 voor.
 Bij vraag b heb je gezien dat een mannelijke office-manager en een mannelijke arbeidsbemiddelaar € 12 per uur verdienen.
 Dus een mannelijke werkvoorbereider verdient € 14,20 of € 14,70 per uur.
 d Een vrouwelijk hoofd facilitaire dienst verdient € 19,80 per uur.
 e $\frac{525}{36} \approx 14,58$ euro per uur
 Bij tien van de in het diagram verwerkte beroepen verdient een vrouw minder dan € 14,58 per uur.
 Dat is $\frac{10}{14} \times 100\% \approx 71,4\%$.

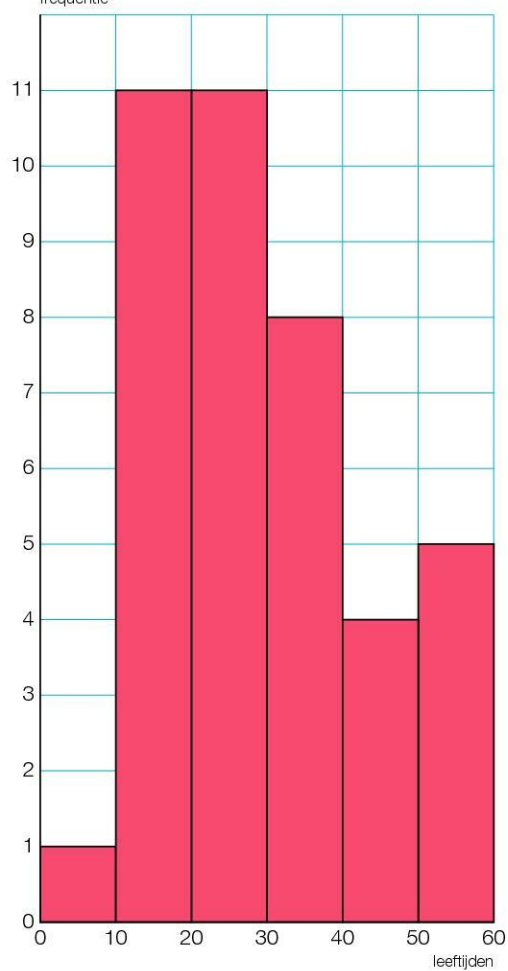
- 45** a Er waren in totaal 26 ritten.
 b Het waarnemingsgetal 53 heeft de grootste frequentie.
 c Het histogram zou ruim 50 staven hebben met frequenties 0, 1, 2, 3 of 4.

Bladzijde 73

- 46** a LEEFTIJD TOESCHOUWERS

klasse	frequentie
0 —< 10	1
10 —< 20	11
20 —< 30	11
30 —< 40	8
40 —< 50	4
50 —< 60	5

b LEEFTIJD TOESCHOUWERS
frequentie

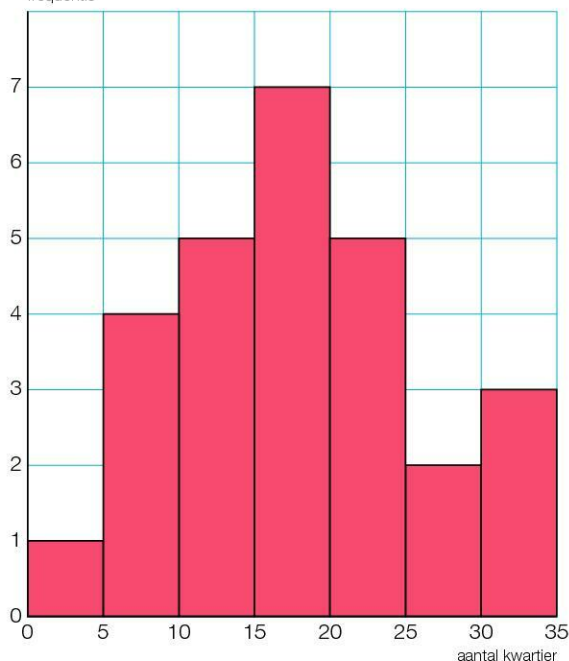


- c** Er zijn $1 + 11 + 11 + 8 = 31$ van de in totaal 40 toeschouwers jonger dan 40 jaar.
Dat is $\frac{31}{40} \times 100\% = 77,5\%$.

47 a AANTAL KWARTIER HUISWERK

klasse	frequentie
0 < 5	1
5 < 10	4
10 < 15	5
15 < 20	7
20 < 25	5
25 < 30	2
30 < 35	3

b AANTAL KWARTIER HUISWERK
frequentie



c 10 leerlingen van in totaal 27 leerlingen hebben minder dan 15 kwartier aan het huiswerk

besteed, dus $\frac{10}{27} \times 100\% \approx 37,0\%$.

d 6 uur = 24 kwartier

5 leerlingen hebben meer dan 24 kwartier aan het huiswerk besteed, dus $\frac{5}{27} \times 100\% \approx 18,5\%$.

6.6 Centrummaten

Bladzijde 74

48 a Het gemiddelde bedrag per groep in klas H2b is $\frac{48 + 52 + 37 + 28 + 55}{5} = \frac{220}{5} = 44$ euro.

b Het gemiddelde bedrag per groep in klas H2c is $\frac{8 + 22 + 14 + 10 + 256}{5} = \frac{310}{5} = 62$ euro.

c Er is in klas H2c één groep die het beter heeft gedaan dan de groepen van klas H2b, de overige vier groepen hebben het slechter gedaan dan de groepen van klas H2b. Dus de groepen van klas H2b hebben het beter gedaan dan de groepen van klas H2c.

Bladzijde 75

49 gemiddelde = $\frac{8 + 1 + 6 + 1 + 12 + 13 + 1 + 9 + 12}{9} = \frac{63}{9} = 7$

getallen op volgorde: 1 1 1 6 8 9 12 12 13

mediaan = 8

modus = 1

Bladzijde 76

50 gemiddelde = $\frac{45 + 49 + 50 + \dots + 59 + 48}{18} \approx 53,3$ km/uur

getallen op volgorde: 40 44 45 48 48 49 49 50 50 52 53 54 55 59 60 60 70 73

De middelste twee getallen zijn 50 en 52.

mediaan = $\frac{50 + 52}{2} = 51$ km/uur

Er is geen modus, want er is niet één getal dat het meest voorkomt.

51 a gemiddelde = $\frac{7 + 6 + 8 + 6 + 6}{5} = 6,6$

b modus = 20 minuten

- c bedragen op volgorde: 1800 1800 1800 1800 1800 2200 2200 2200 2200 2200 13000
mediaan = 2200 euro

52 a $\text{gemiddelde} = \frac{6 + 9 + 12 + \dots + 16 + 18}{10} = 13,4$

$\text{mediaan} = \frac{14 + 15}{2} = 14,5$

$\text{modus} = 16$

- b Het middelste getal, dat wordt het zesde getal, moet 15 worden.
Voordat de score van Annet wordt meegeteld is 15 al het zesde getal.
De score van Annet is dus 15 of hoger.
- c De score van Annet is hoger dan het gemiddelde, dus het gemiddelde wordt hoger als je de score van Annet meetelt.

Bladzijde 77

53 a $\text{modus} = 45$

Van 28 ritten is het aantal passagiers bijgehouden.

Het 14^e getal is 30 en het 15^e getal is 32, dus de mediaan is $\frac{30 + 32}{2} = 31$.

$\text{gemiddelde} = \frac{3 + 4 + 2 \cdot 6 + 12 + 2 \cdot 18 + 2 \cdot 20 + 3 \cdot 22 + 28 + 30 + 32 + 2 \cdot 37 + 39 + 2 \cdot 43 + 8 \cdot 45}{28} \approx 29,4$

- b 28 ritten van 2,75 km is $28 \times 2,75 = 77$ km.
Voor 7 km is één liter benzine nodig, dus voor 77 km is nodig $77 : 7 = 11$ liter benzine.
Het treintje heeft die donderdag 11 liter benzine verbruikt.

- 54 Getallen in volgorde: 7 8 10 12 15 16 en x blijft over.
De mediaan is 12, dus het middelste getal (dat is het vierde getal) is 12.
Dus x is 12 of groter.

- 55 a Gedurende $6 + 7 + 5 + 3 + 1 + 1 = 23$ dagen.
b Er kwamen in totaal $6 \times 0 + 7 \times 1 + 5 \times 2 + 3 \times 3 + 1 \times 4 + 1 \times 5 = 35$ leerlingen te laat.
c Het gemiddelde aantal telaarcomers is $35 : 23 \approx 1,5$ leerlingen per dag.
d Op $\frac{6}{23} \times 100\% \approx 26,1\%$ van de dagen kwamen er geen leerlingen te laat.

Bladzijde 80

56 a totale frequentie = $5 + 4 + 6 + 4 + 2 + 3 + 3 = 27$
 $\text{gemiddelde} = \frac{5 \cdot 36 + 4 \cdot 37 + 6 \cdot 38 + 4 \cdot 39 + 2 \cdot 40 + 3 \cdot 41 + 3 \cdot 42}{27} \approx 38,6$

b $\text{percentage} = \frac{4 + 2 + 3 + 3}{27} \times 100\% \approx 44,4\%$

c $\text{relatieve frequentie} = \frac{4}{27} \times 100\% \approx 14,8\%$

57 a totale frequentie = $5 + 7 + 13 + 21 + 18 + 26 + 5 + 11 + 14 = 120$
 $\text{gemiddelde} = \frac{5 \cdot 18 + 7 \cdot 19 + 13 \cdot 20 + 21 \cdot 21 + 18 \cdot 22 + 26 \cdot 23 + 5 \cdot 24 + 11 \cdot 25 + 14 \cdot 26}{120} \approx 22,3$

b $\text{relatieve frequentie} = \frac{26}{120} \times 100\% \approx 21,7\%$

c $\text{percentage} = \frac{5 + 7}{120} \times 100\% = 10\%$

d oppervlakte = $120 \text{ are} = 1,2 \text{ ha}$

58 a totale frequentie = $1 + 0 + 2 + 2 + 1 + 3 + 5 + 2 + 9 + 2 + 1 + 0 + 1 = 29$
 $\text{gemiddelde} = \frac{1 \cdot 0 + 0 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 2 \cdot 7 + 9 \cdot 8 + 2 \cdot 9 + 1 \cdot 10 + 0 \cdot 11 + 1 \cdot 12}{29} \approx 6,4$

b $\text{relatieve frequentie} = \frac{9}{29} \times 100\% \approx 31,0\%$

c $\text{gemiddelde cijfer} = 10 - \frac{1}{2} \cdot 6,4 = 6,8$

- d Een 6 of hoger bij 8 of minder fouten.

$$\text{percentage} = \frac{1 + 0 + 2 + 2 + 1 + 3 + 5 + 2 + 9}{29} \times 100\% \approx 86,2\%$$

Bladzijde 81

- 59 De 29 leerlingen hadden samen 185 fouten.

Bij een 7 gemiddeld worden gemiddeld per leerling 6 fouten gemaakt.

De 32 leerlingen hadden samen $32 \cdot 6 = 192$ fouten.

De twee leerlingen die een 9 scoorden hadden samen 4 fouten.

De derde leerling had dus $192 - 185 - 4 = 3$ fouten.

Het cijfer van de derde inhaler is dus 8,5.

- 60 a totale frequentie = $3 + 4 + 9 + 7 + 5 + 2 = 30$

$$\text{gemiddelde} = \frac{3 \cdot 3,5 + 4 \cdot 4,5 + 9 \cdot 5,5 + 7 \cdot 6,5 + 5 \cdot 7,5 + 2 \cdot 8,5}{30} \approx 5,9$$

- b percentage = $\frac{7 + 5 + 2}{30} \times 100\% \approx 46,7\%$

- 61 Bij de berekening van het gemiddelde is uitgegaan van de klassenmiddens.

Als alle cijfers op de linkergrens van de klassen zouden zijn geweest, dan is het gemiddelde een halve punt lager. Als alle cijfers tegen de rechtergrens van de klassen zouden zijn geweest, dan zou het gemiddelde bijna een halve punt hoger zijn geweest.

Het gemiddelde cijfer ligt dus tussen 5,4 en 6,4.

Simon heeft dus niet gelijk.

- 62 a totale frequentie = $8 + 10 + 3 + 15 + 7 + 11 + 8 = 62$

De klassenmiddens zijn 142,5, 147,5, 152,5, 157,5, 162,5, 167,5 en 172,5.

$$\text{gemiddelde} = \frac{8 \cdot 142,5 + 10 \cdot 147,5 + 3 \cdot 152,5 + 15 \cdot 157,5 + 7 \cdot 162,5 + 11 \cdot 167,5 + 8 \cdot 172,5}{62} \approx 158 \text{ cm}$$

- b percentage = $\frac{8 + 10 + 3}{62} \times 100\% \approx 33,9\%$

Bladzijde 82

- 63 a Bij 18 waarnemingen is de mediaan het gemiddelde van het 9^e en 10^e getal.

b Bij 97 waarnemingen is de mediaan het 49^e getal.

c Bij 1000 waarnemingen is de mediaan het gemiddelde van het 500^e en 501^e getal.

d Bij 2387 waarnemingen is de mediaan het 1194^e getal.

Bladzijde 83

- 64 a totale frequentie = $58 + 33 + 16 + 21 + 9 + 13 = 150$

$$\text{gemiddelde} = \frac{58 \cdot 1 + 33 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 21 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 13 \cdot 6}{150} \approx 2,53$$

- b totale frequentie = 150, dus mediaan = $\frac{75^{\text{e}} \text{ getal} + 76^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$.
modus = 1

c In totaal zijn $58 \cdot 1 + 33 \cdot 2 + 16 \cdot 3 + 21 \cdot 4 + 9 \cdot 5 + 13 \cdot 6 = 379$ personen geteld.

- d percentage = $\frac{21 + 9 + 13}{150} \times 100\% \approx 28,7\%$

- 65 a Er zitten $12 + 10 + 2 + 5 + 3 = 32$ leerlingen in de klas.

b gemiddelde = $\frac{12 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4}{32} \approx 1,3$

c totale frequentie = 32, dus mediaan = $\frac{16^{\text{e}} \text{ getal} + 17^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{1 + 1}{2} = 1$.

d modus = 0

$$\text{relatieve frequentie} = \frac{12}{32} \times 100\% = 37,5\%$$

- e Willemijn berekent $12 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 3 \cdot 4 = 41$.
Willemijn heeft niet gelijk als er broers en/of zussen in deze klas zitten.

- 66 a totale frequentie = $19 + 26 + 41 + 3 = 89$
 gemiddelde = $\frac{19 \cdot 100 + 26 \cdot 200 + 41 \cdot 330 + 3 \cdot 500}{89} \approx 248,7 \text{ mL}$
 totale frequentie = 89, dus mediaan = 45^e getal = 200 mL.
 modus = 330 mL
- b De modus zal de keuze van de kantinebeheerder bepalen.
Meeste stemmen gelden.

6.7 Tabellen en diagrammen met Excel

Bladzijde 85

- 67 a LEEFTIJD

leeftijd	12	13	14
frequentie	18	9	3

- b AANTAL KEER SPORTEN PER WEEK

aantal	0	1	2	3	4
frequentie	5	9	10	5	1

- c AANTAL UUR HUISWERK PER WEEK

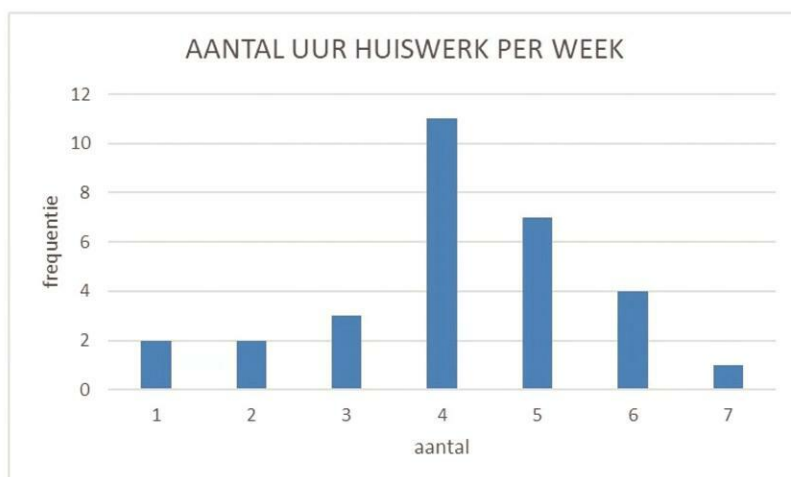
aantal	1	2	3	4	5	6	7
frequentie	2	2	3	11	7	4	1

- d AANTAL BROERS/ZUSSEN

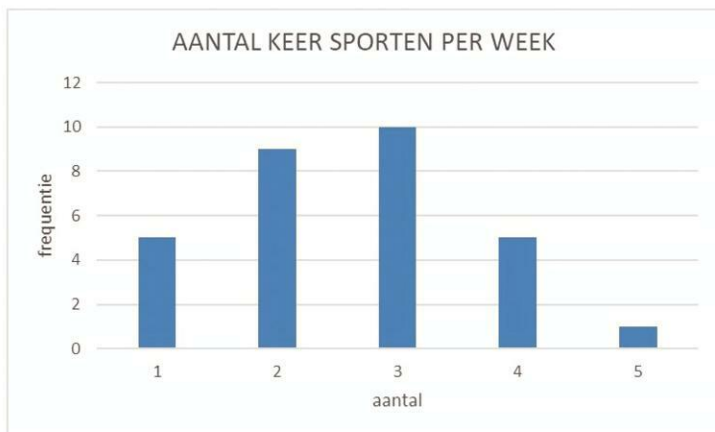
aantal	0	1	2	3	4	5
frequentie	7	14	7	1	0	1

- 68 a *

- b



c



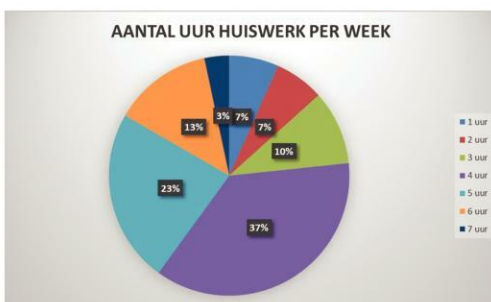
69

a *

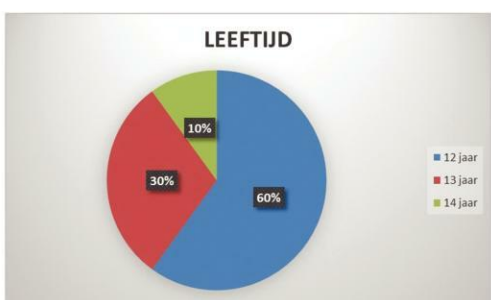
b



c



d



70

a gemiddelde $\approx 158,9$ cm

b mediaan = 158,5 cm

c modus = 156 cm

71

a afstand huis school

gemiddelde $\approx 7,8$ km, mediaan = 4,5 km en modus = 3 km.

b aantal kwartier huiswerk per week

gemiddelde $\approx 4,2$, mediaan = 4 en modus = 4.

c aantal keer sporten per week

gemiddelde $\approx 1,6$, mediaan = 2 en modus = 2.

72

*

73

*

Gemengde opgaven

Bladzijde 86

- 1 a** MINIMUMTEMPERATUUR IN JANUARI 2017
°C



- b** Het vroom op 17 van de 31 dagen, dus percentage = $\frac{17}{31} \times 100\% \approx 54,8\%$.
c Op 11 januari was de minimumtemperatuur 4 °C, het kan op die dag dus best warmer dan 4 °C zijn geweest.
 Ik ben het dus niet met Brehje eens.

- 2 a** modus = 11

totale frequentie = $3 + 5 + 7 + 8 + 4 + 2 + 1 = 30$

$$\text{mediaan} = \frac{15^{\text{e}} \text{ getal} + 16^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{10 + 11}{2} = 10,5$$

$$\text{gemiddelde} = \frac{3 \cdot 8 + 5 \cdot 9 + 7 \cdot 10 + 8 \cdot 11 + 4 \cdot 12 + 2 \cdot 13 + 1 \cdot 14}{30} = \frac{315}{30} = 10,5$$

- b** relatieve frequentie = $\frac{7}{30} \times 100\% \approx 23,3\%$

- c** 315 keer heen en terug kost $315 \times 8 = 2520$ minuten ofwel 42 uur varen.
 De totale werktijd is $30 \times 9 = 270$ uur.

$$\text{percentage} = \frac{42}{270} \times 100\% \approx 15,6\%$$

- 3 a** Het grootste waarnemingsgetal is 700, dus in de zomer van 2010 scheen de zon 700 uren.

- b** Het enige waarnemingsgetal dat dubbel voorkomt bij de lentes is 560, dus de lente van 2016 telde 560 zonuren.

- c** Er zijn twee waarnemingsgetallen die dubbel voorkomen bij de zomers, dat zijn 580 en 640.
 Dus het aantal zonuren van de zomer van 2008 is 580 of 640. Je weet dus niet het aantal zonuren van de zomer van 2008.

- d** Het enige paar waarnemingsgetallen met een verschil van 180 is 510 bij de zomers en 690 bij de lentes. Dus in de zomer van 2011 waren er 510 zonuren.

- e** percentage = $\frac{4}{11} \times 100\% \approx 36,4\%$

Bladzijde 87

- 4** aantal leden in 2015 = $388 - 0,072 \times 388 \approx 360$
 aantal leden in 2016 = $360 + 0,056 \times 360 \approx 380$
 aantal leden in 2017 = $380 + 0,016 \times 380 \approx 386$
 afname = $388 - 386 = 2$
 procentuele afname = $\frac{2}{388} \times 100\% \approx 0,5\%$

- 5 a** aantal Aziaten = $0,599 \times 7,41 = 4,43859$ miljard
aantal inwoners China = $0,308 \times 4,43859 \approx 1,367$ miljard, dus 1367 miljoen.
- b** aantal Europeanen = $\frac{36,4}{360} \times 7,41 \approx 0,749$ miljard, dus 749 miljoen.
- c** percentage Europa = $\frac{36,4}{360} \times 100\% \approx 10,1\%$
percentage Amerika $\approx 100\% - 59,9\% - 16,5\% - 10,1\% = 13,5\%$
aantal Amerikanen $\approx 0,135 \times 7,41 \approx 1,000$ miljard, dus 1000 miljoen.
aantal Noord-Amerikanen $\approx 0,579 \times 1,000 = 0,579$ miljard, dus 579 miljoen.
- d** bevolking Afrika nu = $0,165 \times 7,41 = 1,22265$ miljard
bevolking Afrika in 2050 = $2 \times 1,22265 = 2,4453$ miljard
wereldbevolking nu = 7,41 miljard
wereldbevolking in 2050 = $4 \times 2,4453 = 9,7812$ miljard
toename = $9,7812 - 7,41 = 2,3712$ miljard
procentuele toename = $\frac{2,3712}{7,41} \times 100\% = 32\%$

6 a LEEFTIJDEN NIET-ONDERWIJSGEVEND PERSONEEL

2	2 9 9
3	1 4 4 5 6 6 6
4	1 1 3 7 8 8
5	0 2 2 3 6 8 8 9 9
6	1 3 4
tientallen	eenheden

- b** percentage = $\frac{16}{28} \times 100\% \approx 57,1\%$
- c** gemiddelde = $\frac{22 + 2 \cdot 29 + 31 + \dots + 61 + 63 + 64}{28} \approx 45,5$

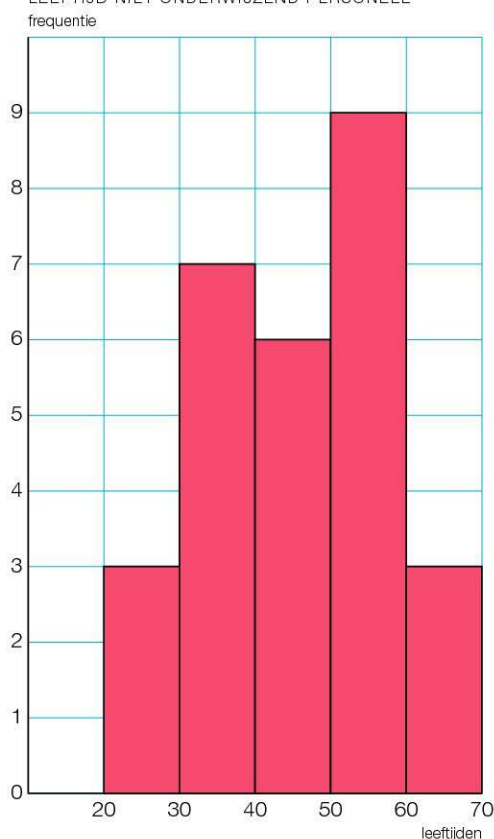
d LEEFTIJDEN NIET-ONDERWIJSGEVEND PERSONEEL

klasse	frequentie
20 —< 30	3
30 —< 40	7
40 —< 50	6
50 —< 60	9
60 —< 70	3

- e** gemiddelde = $\frac{3 \cdot 25 + 7 \cdot 35 + 6 \cdot 45 + 9 \cdot 55 + 3 \cdot 65}{28} \approx 45,7$
afwijking = $45,7 - 45,5 = 0,2$
procentuele afwijking = $\frac{0,2}{45,5} \times 100\% \approx 0,4\%$

f

LEEFTIJD NIET-ONDERWIJZEND PERSONEEL



Diagnostische toets

Bladzijde 90

- 1 a** $\text{aantal} = 176 + 0,301 \times 176 \approx 229$
b $\text{nieuwe prijs} = 125,65 - 0,185 \times 125,65 \approx 102,40$ euro
- 2** 0,55 uur is $0,55 \times 60 = 33$ minuten.
 $33 + 0,15 \times 33 = 37,95$
 Frank is 's middags 37 minuten en $0,95 \times 60 = 57$ seconden onderweg.
- 3 a** $\text{toename} = 499\,556 - 469\,749 = 29\,807$
 $\text{relatieve toename} = \frac{29\,807}{469\,749} \times 100\% \approx 6,3\%$
b $\text{afname} = 946\,179 - 783\,906 = 162\,273$
 $\text{procentuele afname} = \frac{162\,273}{946\,179} \times 100\% \approx 17,2\%$
- 4 a** De omzet was minder dan 800 miljoen euro in de jaren 2012 en 2013.
b De toename van de omzet was met $885 - 795 = 90$ miljoen euro het grootst in 2014 ten opzichte van 2013.
 $\text{procentuele toename} = \frac{90}{795} \times 100\% \approx 11,3\%$
c $\text{afname} = 880 - 770 = 110$ miljoen euro
 $\text{procentuele afname} = \frac{110}{880} \times 100\% = 12,5\%$
d $\text{gemiddelde prijs} = \frac{890\,000\,000}{983\,000} \approx 905$ euro
e In heel 2013 was de omzet 795 miljoen euro. Dat is minder dan 840 miljoen euro. Ik ben het dus niet eens met Alfons.

5 totaal = $4 + 3 + 4 + 12 + 3 + 5 = 31$

voetbal $\frac{4}{31} \times 360^\circ \approx 46^\circ$

hockey $\frac{3}{31} \times 360^\circ \approx 35^\circ$

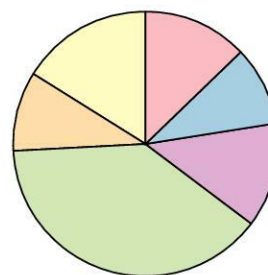
handbal $\frac{4}{31} \times 360^\circ \approx 46^\circ$

tennis $\frac{12}{31} \times 360^\circ \approx 139^\circ$

judo $\frac{3}{31} \times 360^\circ \approx 35^\circ$

overig $\frac{5}{31} \times 360^\circ \approx 58^\circ$

FAVORIETE SPORT H2C
totaal 31 leerlingen



- voetbal
- hockey
- handbal
- tennis
- judo
- overig

Bladzijde 91

6 a hoek sector Europa = $0,703 \times 360^\circ \approx 253^\circ$

b percentage sector Afrika = $100\% - 70,3\% - 5,3\% - 1,4\% = 23,0\%$
Uit Afrika kwam $0,230 \times 48,9 = 11,247$ miljoen kg $\approx 11\,200\,000$ kg.

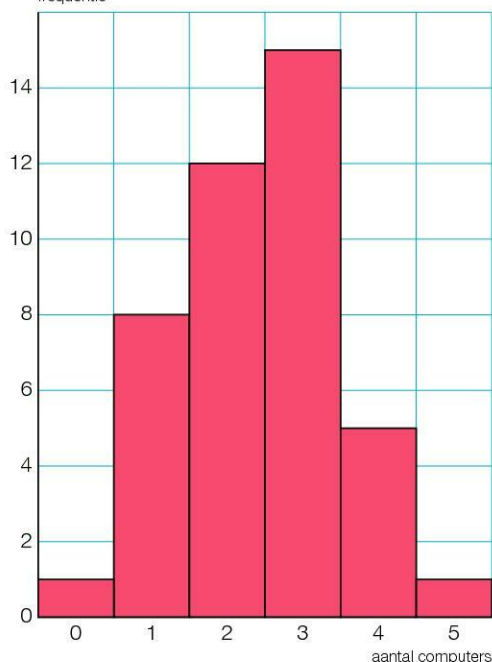
c Uit Europa kwam $0,703 \times 48,9$ miljoen kg $\approx 34,4$ miljoen kg.

percentage Polen $\approx \frac{12,2}{34,4} \times 100\% \approx 35,5\%$

7 a aantal woningen Parklaan = $1 + 8 + 12 + 15 + 5 + 1 = 42$

b percentage = $\frac{5+1}{42} \times 100\% \approx 14,3\%$

c COMPUTERS PER WONING
frequentie



8 a Er staan 21 getallen in de bladen, dus de gegevens van 21 landen zijn verzameld.

b oppervlakte Oekraïne = $6,0 \times 100\,000 = 600\,000$ km²

c Er zijn meer getallen die twee (of drie) keer voorkomen. Daarom kun je de oppervlakte van Groot-Brittannië en Roemenië niet te weten komen.

d Op de 12^e plaats staat het getal 2,1, dus de oppervlakte van Griekenland is 210 000 km².

9 gemiddelde = $\frac{4,9 + 7,2 + 8,4 + 3,2 + 2,3 + 7,9 + 6,9 + 8,1 + 2,2 + 5,3 + 6,8 + 9,1 + 6,0}{13} \approx 6,0$

De cijfers op volgorde: 2,2 2,3 3,2 4,9 5,3 6,0 6,8 6,9 7,2 7,9 8,1 8,4 9,1.

mediaan = 6,8

Er is geen modus, want elk getal komt één keer voor.

- 10** a relatieve frequentie = $\frac{8}{42} \times 100\% \approx 19,0\%$
 b gemiddelde = $\frac{1 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 15 \cdot 3 + 5 \cdot 4 + 1 \cdot 5}{42} \approx 2,4$
 c mediaan = $\frac{21^{\text{e}} \text{ getal} + 22^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$
 modus = 3

Herhaling

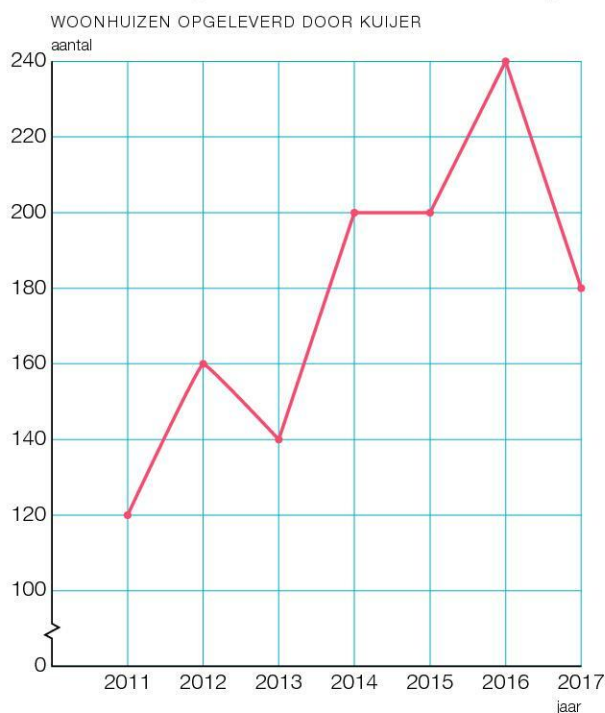
Bladzijde 92

- 1** a $73 + 0,068 \times 73 \approx 78$ cent
 b nieuwe prijs = $1,32 + 0,053 \times 1,32 \approx 1,39$ euro
 c aantal wilde tijgers = $3204 + 0,216 \times 3204 \approx 3896$
- 2** a $239,95 - 0,235 \times 239,95 \approx 183,56$ euro
 b nieuwe prijs = $68,75 - 0,182 \times 68,75 \approx 56,24$ euro
 c aantal jeugdspelers = $358 + 0,059 \times 358 \approx 379$
- 3** 1,85 uur is $1,85 \times 60 = 111$ minuten.
 $111 + 0,20 \times 111 = 133,2$ minuten
 Peter doet over de terugweg 2 uur en 13,2 minuten.
- 4** a toename = $828 - 438 = 390$
 relatieve toename = $\frac{390}{438} \times 100\% \approx 89,0\%$
 b prijsstijging = $37,50 - 36 = 1,50$
 procentuele prijsstijging = $\frac{1,50}{36} \times 100\% \approx 4,2\%$

Bladzijde 93

- 5** a afname = $599 - 381 = 218$
 procentuele afname = $\frac{218}{599} \times 100\% \approx 36,4\%$
 b afname = $22,50 - 15,95 = 6,55$
 kortingspercentage = $\frac{6,55}{22,50} \times 100\% \approx 29,1\%$
- 6** a huur in 2016 = $425 + 0,024 \times 425 = 435,20$ euro
 b huur in 2017 = $435,20 + 0,033 \times 435,20 \approx 449,56$ euro
 c toename = $449,56 - 425 = 24,56$ euro
 percentage = $\frac{24,56}{425} \times 100\% \approx 5,8\%$
- 7** a De meeste inleg was in 2016.
 b In 2013 was de inleg 8,5 miljoen euro
 c In 2012 was de toename het grootst.
 toename = $9,5 - 7,5 = 2$ miljoen euro
 procentuele toename = $\frac{2}{7,5} \times 100\% \approx 26,7\%$
 d Leon ziet de scheurlijn in de verticale as over het hoofd.
 e inleg in 2018 = $8 - 0,08 \times 8 = 7,36$ miljoen euro

- 8 a** Het kleinste aantal door Kuijer gebouwde huizen is 120 in 2011.
b Met een scheurlijn in de verticale as wordt het lijndiagram minder hoog.



Bladzijde 94

9 a,b,c

sector leerjaar 1: $\frac{96}{400} \times 360^\circ \approx 86^\circ$

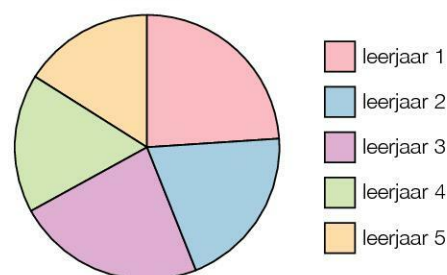
sector leerjaar 2: $\frac{80}{400} \times 360^\circ = 72^\circ$

sector leerjaar 3: $\frac{92}{400} \times 360^\circ \approx 83^\circ$

sector leerjaar 4: $\frac{68}{400} \times 360^\circ \approx 61^\circ$

sector leerjaar 5: $\frac{64}{400} \times 360^\circ \approx 58^\circ$

VERDELING LEERLINGEN HAVO
totaal 400

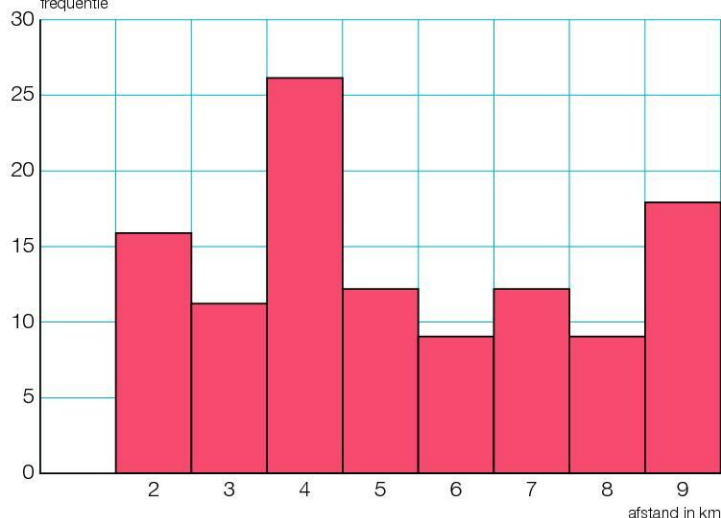


- 10 a** hoeveelheid Frankrijk = $0,139 \times 29,97 = 4,16583$ miljoen kg $\approx 4\,170\,000$ kg
b percentage Overig = $100\% - 43,2\% - 14,5\% - 13,9\% - 7,6\% - 4,6\% = 16,2\%$
c hoek grootste sector = $0,432 \times 360^\circ \approx 156^\circ$
d percentage = $\frac{29,97}{31,7} \times 100\% \approx 94,5\%$

Bladzijde 95

11 a,b

AFSTAND HUIS-SCHOOL
frequentie



- 12 a** Iris heeft in twee wedstrijden vijf keer gescoord.

De frequentie van 5 is 2.

- b** DOELPUNTEN PER COMPETITIEWEDSTRIJD

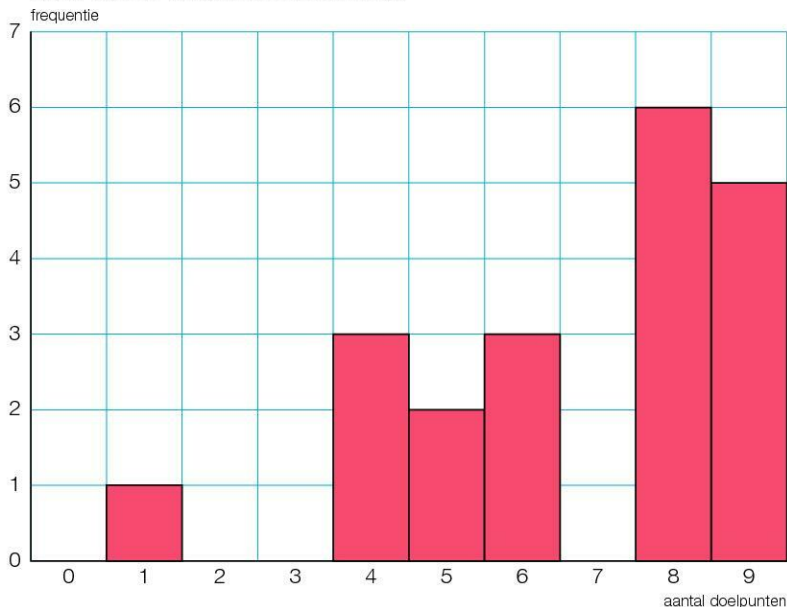
aantal	1	2	3	4	5	6	7	8	9
frequentie	1	0	0	3	2	3	0	6	5

- c** Ze heeft 20 competitiewedstrijden gespeeld.

- d** Ze scoorde in $3 + 0 + 6 + 5 = 14$ wedstrijden minstens zes keer.

Dat is in $\frac{14}{20} \times 100\% = 70\%$ van de wedstrijden.

- e** DOELPUNTEN PER COMPETITIEWEDSTRIJD



- 13 a** De score 48 komt twee keer voor.

- b** 34 personen hebben aan de test meegedaan.

- c** De hoogste score is 56.

De laagste score is 8.

- d** 16 scores waren lager dan 30.

22 scores waren hoger dan 20.

- e** Er is niet één score die het meest voorkomt.

- 14** ADEM INHOUDEN IN SECONDEN

1	9
2	0 1 5 5 6 7 8 9
3	1 1 3 8 8
4	1 1 2 2 4 5 7
5	0 1 3 8 8
6	0 1
tientallen	eenheden

Bladzijde 96

- 15 a** gemiddelde = $\frac{4 + 5 + 7 + 5 + 5 + 3 + 8 + 7 + 6 + 9 + 10}{11} = \frac{69}{11} \approx 6,3$

- b** getallen in volgorde: 3 4 5 5 5 6 7 7 8 9 10

Het getal 6 staat in het midden, dus de mediaan is 6.

- c** Het getal 5 komt het vaakst voor, dus de modus is 5.

- 16** **a** totale frequentie = $2 + 4 + 5 + 12 + 4 + 3 = 30$
b De relatieve frequentie van 3 is $\frac{12}{30} \times 100\% = 40\%$.
c modus = 3
d mediaan = $\frac{15^{\text{e}} \text{ getal} + 16^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$
e gemiddelde = $\frac{2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 12 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 3 \cdot 5}{30} = 2,7$

- 17** **a** totale frequentie = $5 + 8 + 5 + \dots + 1 + 1 = 31$
 De relatieve frequentie van 5 is $\frac{2}{31} \times 100\% \approx 6,5\%$.
b In maart zijn $5 \cdot 0 + 8 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 4 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 6 + 1 \cdot 7 + 1 \cdot 8 = 77$ inbraken gemeld.
c gemiddelde = $\frac{77}{31} \approx 2,5$
 mediaan = 16^{e} getal = 2
 modus = 1

Onderzoek Een kwantitatief onderzoek uitvoeren

Bladzijde 97

1 *

Bladzijde 98

2 *

7 Kwadratische vergelijkingen

Voorkennis Haakjes wegwerken en vergelijkingen

Bladzijde 102

- 1 a $7(a+8) = 7a + 56$ d $8(3-x) = 24 - 8x$ g $-3(5x+7) = -15x - 21$
 b $-3(a-b) = -3a + 3b$ e $x(x-3y) = x^2 - 3xy$ h $5a(2a-3) = 10a^2 - 15a$
 c $x(2x+5) = 2x^2 + 5x$ f $-(5x+6) = -5x - 6$ i $3x(5x-6) = 15x^2 - 18x$
- 2 a $4(2x+3) = 8x + 12$ d $6x(x-3) = 6x^2 - 18x$
 b $x(x+5) = x^2 + 5x$ e $5x(x+4) = 5x^2 + 20x$
 c $x(x-7) = x^2 - 7x$ f $4x(2x-5) = 8x^2 - 20x$

Bladzijde 103

- 3 a $(x+4)(x+3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$
 b $(x+2)(x-6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$
 c $(x-3)(x+4) = x^2 + 4x - 3x - 12 = x^2 + x - 12$
 d $(x-5)(x-7) = x^2 - 7x - 5x + 35 = x^2 - 12x + 35$
 e $(x+4)(x+4) = x^2 + 4x + 4x + 16 = x^2 + 8x + 16$
 f $(x-3)(x+5) = x^2 + 5x - 3x - 15 = x^2 + 2x - 15$
 g $x(3x-8) = 3x^2 - 8x$
 h $2x(x+7) = 2x^2 + 14x$
 i $(x+7)(x-6) = x^2 - 6x + 7x - 42 = x^2 + x - 42$
- 4 a $(x+2)(x-6) = x^2 - 4x - 12$ c $(x-1)(x+4) = x^2 + 3x - 4$
 b $(x-2)(x-4) = x^2 - 6x + 8$ d $(x+2)(x+3) = x^2 + 5x + 6$

- 5 a $3x + 7 = 19$ c $-2x + 8 = 0$ e $5x = 0$
 $-7 -7$ $-8 -8$ $:5 :5$
 $3x = 12$ $-2x = -8$ $x = 0$
 $:3 :3$ $: -2 : -2$ f $3 - x = 0$
 $x = 4$ $x = 4$ $-3 -3$
 b $5x - 3 = 7$ d $x - 3 = 0$ $-x = -3$
 $+3 +3$ $+3 +3$ $: -1 : -1$
 $5x = 10$ $x = 3$ $x = 3$
 $:5 :5$

- 6 a $\frac{1}{4}a = 8$ c $\frac{1}{4}a = 0$ e $\frac{1}{3}a - 9 = 0$
 $\times 4 \times 4$ $\times 4 \times 4$ $+9 +9$
 $a = 32$ $a = 0$ $\frac{1}{3}a = 9$
 b $a - 7 = 0$ d $2a + 80 = 0$ $\times 3 \times 3$
 $+7 +7$ $-80 -80$ $a = 27$
 $a = 7$ $2a = -80$ f $3a + 9 = 0$
 $:2 :2$ $-9 -9$ $3a = -9$
 $a = -40$ $:3 :3$ $a = -3$

7.1 De vergelijking $x^2 = c$

Bladzijde 104

- 1 a Het kwadraat van 7 en van -7 is 49.
 Dus $x = 7$ en $x = -7$ zijn de oplossingen van de vergelijking $x^2 = 49$.
 b $x^2 = 25$ geeft $x = 5$ en $x = -5$
 c $x^2 = 0$ geeft $x = 0$
 d De vergelijking $x^2 = -25$ heeft geen oplossing omdat het kwadraat van een getal niet negatief is.

Bladzijde 105

2 a $x^2 = 25$
 $x = 5$ of $x = -5$
b $x^2 = -25$
 geen oplossing
c $x^2 = 121$
 $x = 11$ of $x = -11$

d $x^2 = 0$
 $x = 0$
e $x^2 = 36$
 $x = 6$ of $x = -6$
f $x^2 = 1$
 $x = 1$ of $x = -1$

g $x^2 = 169$
 $x = 13$ of $x = -13$
h $x^2 = -9$
 geen oplossing
i $x^2 = 0,25$
 $x = 0,5$ of $x = -0,5$

3 a $x^2 - 11 = 0$
 $+11 \quad +11$
 $x^2 = 11$
 $x = \sqrt{11}$ of $x = -\sqrt{11}$
 $x \approx 3,32$ of $x \approx -3,32$
b $2x^2 = 50$
 $:2 \quad :2$
 $x^2 = 25$
 $x = 5$ of $x = -5$
c $\frac{1}{5}x^2 = 20$
 $\times 5 \quad \times 5$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

d $x^2 + 11 = 20$
 $-11 \quad -11$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$
e $3x^2 = -48$
 $:3 \quad :3$
 $x^2 = -16$
 geen oplossing
f $0,02x^2 = 8$
 $\times 50 \quad \times 50$
 $x^2 = 400$
 $x = 20$ of $x = -20$

g $x^2 + 5 = 20$
 $-5 \quad -5$
 $x^2 = 15$
 $x = \sqrt{15}$ of $x = -\sqrt{15}$
 $x \approx 3,87$ of $x \approx -3,87$
h $-3x^2 = 0$
 $: -3 \quad : -3$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$
i $x^2 + \frac{1}{4} = 0$
 $-\frac{1}{4} \quad -\frac{1}{4}$
 $x^2 = -\frac{1}{4}$
 geen oplossing

4 a $t = 3,2$ geeft $h = 5 \cdot 3,2^2 = 51,2$
 De hoogte is 51,2 meter.
b $5t^2 = 112$
 $:5 \quad :5$
 $t^2 = 22,4$
 $t = \sqrt{22,4} \approx 4,7$ of $t = -\sqrt{22,4} \approx -4,7$
c De steen valt na 4,7 seconden op de grond.

Bladzijde 106

5 a $v = 320$ geeft $r = 0,042 \cdot 320^2 = 4300,8$
 De remweg is 4300,8 meter.
b Hierbij hoort de vergelijking $0,042v^2 = 2625$.
c $0,042v^2 = 2625$
 $: 0,042 \quad : 0,042$
 $v^2 = 62500$
 $v = \sqrt{62500} = 250$
 De snelheid van de trein is 250 km per uur.
d $3 \text{ km} = 3000 \text{ meter}$, dus $r = 3000$.
 Los op $0,042v^2 = 3000$
 $: 0,042 \quad : 0,042$
 $v^2 = 71428,5...$
 $v = \sqrt{71428,5...} \approx 267,3$
 De snelheid van de ICE is 267,3 km per uur.

6 a $5x^2 - 1 = 4$
 $+1 \quad +1$
 $5x^2 = 5$
 $:5 \quad :5$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$ of $x = -1$
b $2x^2 = 200$
 $:2 \quad :2$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

c $2x^2 + 33 = 1$
 $-33 \quad -33$
 $2x^2 = -32$
 $:2 \quad :2$
 $x^2 = -16$
 geen oplossing
d $x^2 - 3 = 22$
 $+3 \quad +3$
 $x^2 = 25$
 $x = 5$ of $x = -5$

e $3x^2 - 31 = -4$
 $+31 \quad +31$
 $3x^2 = 27$
 $:3 \quad :3$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$
f $4x^2 = 324$
 $:4 \quad :4$
 $x^2 = 81$
 $x = 9$ of $x = -9$

$$\begin{aligned} 7x^2 - 10 &= -10 \\ +10 &+10 \\ 7x^2 &= 0 \\ :7 &:7 \\ x^2 &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x^2 + 2 &= 8 \\ -2 &-2 \\ 2x^2 &= 6 \\ :2 &:2 \\ x^2 &= 3 \\ x &= \sqrt{3} \text{ of } x = -\sqrt{3} \\ x &\approx 1,73 \text{ of } x \approx -1,73 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3x^2 + 1 &= 76 \\ -1 &-1 \\ 3x^2 &= 75 \\ :3 &:3 \\ x^2 &= 25 \\ x &= 5 \text{ of } x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6x^2 &= 0 \\ :6 &:6 \\ x^2 &= 0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -4x^2 + 100 &= 0 \\ -100 &-100 \\ -4x^2 &= -100 \\ : -4 &: -4 \\ x^2 &= 25 \\ x &= 5 \text{ of } x = -5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 - 8 &= 4 \\ +8 &+8 \\ x^2 &= 12 \\ x &= \sqrt{12} \text{ of } x = -\sqrt{12} \\ x &\approx 3,46 \text{ of } x \approx -3,46 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4x^2 - 9 &= 35 \\ +9 &+9 \\ 4x^2 &= 44 \\ :4 &:4 \\ x^2 &= 11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x &= \sqrt{11} \text{ of } x = -\sqrt{11} \\ x &\approx 3,32 \text{ of } x \approx -3,32 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} -2x^2 + 8 &= 0 \\ -8 &-8 \\ -2x^2 &= -8 \\ : -2 &: -2 \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

$$\begin{aligned} 5x^2 + 0,2 &= 0 \\ -0,2 &-0,2 \\ 5x^2 &= -0,2 \\ :5 &:5 \\ x^2 &= -0,04 \\ \text{geen oplossing} \end{aligned}$$

Bladzijde 107

8 a Hierbij hoort de vergelijking $-4t^2 + 1000 = 800$.

$$\begin{aligned} -4t^2 + 1000 &= 800 \\ -1000 &-1000 \\ -4t^2 &= -200 \\ : -4 &: -4 \\ t^2 &= 50 \\ t &= \sqrt{50} = 7,07... \end{aligned}$$

De vrije val duurde ongeveer 7 seconden.

c In 7,07... seconden legt Kristel 200 meter af. Per seconde is dit $\frac{200}{7,07...} = 28,28...$ meter. Per uur is dit $28,28... \cdot 3600 = 101\,823,3...$ meter. Haar gemiddelde snelheid is dus ongeveer 102 kilometer per uur.

$$\begin{aligned} 2x^2 - 3 &= 5 \\ +3 &+3 \\ 2x^2 &= 8 \\ :2 &:2 \\ x^2 &= 4 \end{aligned}$$

$$x = 2 \text{ of } x = -2$$

Dus $A(-2, 5)$ en $B(2, 5)$.

$$\begin{aligned} \frac{1}{4}x^2 - 4 &= 5 \\ +4 &+4 \end{aligned}$$

$$\frac{1}{4}x^2 = 9$$

$$\times 4 \quad \times 4$$

$$x^2 = 36$$

$$x = 6 \text{ of } x = -6$$

Dus $D(-6, 5)$ en $E(6, 5)$.

$$\begin{aligned} -2x^2 + 5 &= -13 \\ -5 &-5 \\ -2x^2 &= -18 \end{aligned}$$

$$: -2 \quad : -2$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \text{ of } x = -3$$

Dus $P(-3, -13)$ en $Q(3, -13)$.

- 11 a** Hierbij hoort de vergelijking $-0,0045x^2 + 100 = 80$.
b $-0,0045x^2 + 100 = 80$
 $\quad \quad \quad -100 \quad -100$
 $-0,0045x^2 = -20$
 $\quad \quad \quad : -0,0045 \quad : -0,0045$
 $x^2 = 4444,4...$
 $x = \sqrt{4444,4...} = 66,66... \text{ of } x = -\sqrt{4444,4...} = -66,66...$
c De kabel is ongeveer $66,66... - -66,66... \approx 133$ meter lang.
d De punten A en B bevinden zich op $h = 0$, dus geldt de vergelijking $-0,0045x^2 + 100 = 0$. Oplossen geeft
 $-0,0045x^2 + 100 = 0$
 $\quad \quad \quad -100 \quad -100$
 $-0,0045x^2 = -100$
 $\quad \quad \quad : -0,0045 \quad : -0,0045$
 $x^2 = 22222,22...$
 $x = \sqrt{22222,22...} = 149,07... \text{ of } x = -\sqrt{22222,22...} \approx -149,07...$
Dus $AB = 149,07... - -149,07... \approx 298$ meter.

7.2 Buiten haakjes brengen

Bladzijde 108

- 12 a** Ja, elk krijgt $48 : 2 = 24$ pennen.
b Ja, elk krijgt $48 : 3 = 16$ pennen.
c Nee, want de uitkomst van $48 : 5$ is geen geheel getal.
d Ja, elk krijgt $48 : 8 = 6$ pennen.
e Ja, elk krijgt $48 : 16 = 3$ pennen.
f Nee, want de uitkomst van $48 : 18$ is geen geheel getal.
- 13 a** De delers van 12 zijn 1, 2, 3, 4, 6 en 12.
b De delers van 20 zijn 1, 2, 4, 5, 10 en 20.
c De delers van 23 zijn 1 en 23.
d De delers van 48 zijn 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24 en 48.
- 14 a** De veelvouden van 5 tussen 40 en 60 zijn 45, 50 en 55.
b De veelvouden van 3 tussen 45 en 65 zijn 48, 51, 54, 57, 60 en 63.
c De veelvouden van 6 tussen 80 en 100 zijn 84, 90 en 96.
- 15 a** Deze bewering is waar.
b Deze bewering is niet waar, want 44 is niet deelbaar door 8.
c Deze bewering is waar.
d Deze bewering is waar.
e Deze bewering is niet waar, want 5 heeft oneindig veel veelvouden.
f Deze bewering is waar.
g $6 = 2 \cdot 3$, dus 6 is een veelvoud van 3, dus elk veelvoud van 6 is ook veelvoud van 3.
Dus de bewering is waar.
h Deze bewering is niet waar, want bijvoorbeeld 9 is deelbaar door 3 maar niet door 6.
- 16** De getallen tussen 10 en 20 die precies twee delers hebben zijn 11, 13, 17 en 19.

Bladzijde 109

- 17** 32 is bijvoorbeeld deelbaar door 4 en dus geen priemgetal.
59 is een priemgetal.
97 is een priemgetal.
143 is bijvoorbeeld deelbaar door 13 en dus geen priemgetal.
159 is bijvoorbeeld deelbaar door 3 en dus geen priemgetal.
1001 is bijvoorbeeld deelbaar door 11 en dus geen priemgetal.

- 18** a 18 heeft meer dan 2 delers (de delers van 18 zijn 1, 2, 3, 6, 9 en 18), dus 18 is geen priemgetal.
 b Het enige even priemgetal is 2.
 c Alle priemgetallen die kleiner zijn dan 30 zijn 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23 en 29.
 d Het eerste priemgetal groter dan 50 is 53.
 e De priemgetallen die liggen tussen 190 en 200 zijn 191, 193, 197 en 199. Dat zijn er dus vier.
 f $80 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5$

- 19** 4 is deelbaar door 1 en door zichzelf, maar 4 is geen priemgetal.
 Dus ik ben het niet met Lucas eens.

- 20** $12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$ $90 = 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$
 $18 = 2 \cdot 3 \cdot 3$ $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
 $72 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$ $405 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$

Bladzijde 110

- 21** a $12pq = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot p \cdot q$ c $11xy^2 = 11 \cdot x \cdot y \cdot y$
 b $20pq^2 = 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot p \cdot q \cdot q$ d $25x^2y = 5 \cdot 5 \cdot x \cdot x \cdot y$
- 22** a $x(x - 5) = x^2 - 5x$ c $a(3a - 2b) = 3a^2 - 2ab$
 b $3(x + 11) = 3x + 33$ d $3a(5a + 1) = 15a^2 + 3a$
- 23** a $b(8a + 9) = 8ab + 9b$ c $a(3b + 1) = 3ab + a$
 b $x(2x + 1) = 2x^2 + x$ d $x(5x - 3) = 5x^2 - 3x$

Bladzijde 111

- 24** a $4x + 6y = 2(2x + 3y)$ d $2p - 6 = 2(p - 3)$ g $3x^2 + 5x = x(3x + 5)$
 b $4x - xy = x(4 - y)$ e $pq + pr = p(q + r)$ h $7xy - 20x = x(7y - 20)$
 c $x^2 + 18x = x(x + 18)$ f $x^2 - 5x = x(x - 5)$ i $8ab - 3b = b(8a - 3)$
- 25** a $ab - 6bc = b(a - 6c)$ c $a^2b - 3b = b(a^2 - 3)$ e $14p - 8q = 2(7p - 4q)$
 b $a^2 + a = a(a + 1)$ d $7x - xyz = x(7 - yz)$ f $18x^2 + 10yz = 2(9x^2 + 5yz)$
- 26** a $6pq - 30p = p(6q - 30)$ c $6pq - 30p = 2p(3q - 15)$
 b $6pq - 30p = 6(pq - 5p)$ d $6pq - 30p = 6p(q - 5)$

Bladzijde 112

- 27** a $3ab + 9a = 3a(b + 3)$ d $3a^2 - 6b = 3(a^2 - 2b)$ g $12xyz - 16xy = 4xy(3z - 4)$
 b $12ab - 9b = 3b(4a - 3)$ e $3ab - 3a = 3a(b - 1)$ h $2xy + 8xz = 2x(y + 4z)$
 c $3a^2 + 6a = 3a(a + 2)$ f $3ab - 9ac = 3a(b - 3c)$ i $5x^2 - 15x^3 = 5x^2(1 - 3x)$
- 28** a $6x^3 - 12x = 6x(x^2 - 2)$ f $x^4 - x^3 + x^2 = x^2(x^2 - x + 1)$
 b $25x^2 - 30x = 5x(5x - 6)$ g $4x^2y + xy - xy^2 = xy(4x + 1 - y)$
 c $10x^2 + 5x^2y = 5x^2(2 + y)$ h $12x^8 + 18x^6 - 16x^5 = 2x^5(6x^3 + 9x - 8)$
 d $6x^4 - 3x^2 = 3x^2(2x^2 - 1)$ i $9p^3q^2r - 6pq^2r^3 = 3pq^2r(3p^2 - 2r^2)$
 e $18a^2bc + 12ab^2c = 6abc(3a + 2b)$

7.3 De product-som-methode

Bladzijde 113

- 29** a $(x + 5)(x + 3) = x^2 + 3x + 5x + 15 = x^2 + 8x + 15$
 b $(x - 2)(x + 6) = x^2 + 6x - 2x - 12 = x^2 + 4x - 12$
 c $(x - 4)(x - 7) = x^2 - 7x - 4x + 28 = x^2 - 11x + 28$
 d $(x + 1)(x + 2) = x^2 + 2x + x + 2 = x^2 + 3x + 2$
 e $(x + 4)(x - 4) = x^2 - 4x + 4x - 16 = x^2 - 16$
 f $(x - 5)(x + 3) = x^2 + 3x - 5x - 15 = x^2 - 2x - 15$

- 30** a $(x+5)(x+2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$
 Als de zijden $(x+5)$ en $(x+2)$ zouden zijn, dan zou de oppervlakte van de rechthoek $x^2 + 7x + 10$ zijn.
 De oppervlakte is echter $x^2 + 7x + 12$, dus de zijden kunnen niet $(x+5)$ en $(x+2)$ zijn.
- b $(x+6)(x+2) = x^2 + 2x + 6x + 12 = x^2 + 8x + 12$
 De zijden zijn dus ook niet $(x+6)$ en $(x+2)$.
- c De zijden zijn $(x+4)$ en $(x+3)$, want $(x+4)(x+3) = x^2 + 3x + 4x + 12 = x^2 + 7x + 12$.
- 31** a 4 en 5, want $4 \cdot 5 = 20$ en $4 + 5 = 9$.
 b 1 en 20, want $1 \cdot 20 = 20$ en $1 + 20 = 21$.
 c 2 en 10, want $2 \cdot 10 = 20$ en $2 + 10 = 12$.
 d -2 en -10, want $-2 \cdot -10 = 20$ en $-2 + -10 = -2 - 10 = -12$.

Bladzijde 115

- 32** a $x^2 + 5x + 4 = (x+1)(x+4)$ f $x^2 - 2x - 80 = (x+8)(x-10)$
 b $x^2 + 4x - 5 = (x-1)(x+5)$ g $x^2 + 13x - 30 = (x-2)(x+15)$
 c $x^2 - 14x + 49 = (x-7)(x-7)$ h $x^2 + 5x - 50 = (x-5)(x+10)$
 d $x^2 - 2x - 35 = (x+5)(x-7)$ i $x^2 + 10x - 39 = (x-3)(x+13)$
 e $x^2 - 29x + 100 = (x-4)(x-25)$

- 33** a De som van 1 en 8 is 9, dus $x^2 + 9x + 8 = (x+1)(x+8)$.
 b De som van -2 en -4 is -6, dus $x^2 - 6x + 8 = (x-2)(x-4)$.

- 34** a $x^2 - 9x - 10 = (x+1)(x-10)$
 b $x^2 + 3x - 10 = (x-2)(x+5)$

35 a

product 20		som
1	20	21
-1	-20	-21
2	10	12
-2	-10	-12
4	5	9
-4	-5	-9

- b $x^2 + 12x + 20 = (x+2)(x+10)$ d $x^2 - 21x + 20 = (x-1)(x-20)$
 c $x^2 - 9x + 20 = (x-4)(x-5)$ e $x^2 - 12x + 20 = (x-2)(x-10)$

36 a

product -20		som
1	-20	-19
-1	20	19
2	-10	-8
-2	10	8
4	-5	-1
-4	5	1

- b $x^2 - 8x - 20 = (x+2)(x-10)$ d $x^2 + 8x - 20 = (x-2)(x+10)$
 c $x^2 + 19x - 20 = (x-1)(x+20)$ e $x^2 - 19x - 20 = (x+1)(x-20)$

37 a

product 12		som
1	12	13
-1	-12	-13
2	6	8
-2	-6	-8
3	4	7
-3	-4	-7

b $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$

c $x^2 - 8x + 12 = (x - 2)(x - 6)$

d $x^2 + 7x + 12 = (x + 3)(x + 4)$

e $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$

f $x^2 + 13x + 12 = (x + 1)(x + 12)$

g $x^2 - 13x + 12 = (x - 1)(x - 12)$

Bladzijde 116

38 a

product 16		som
1	16	17
-1	-16	-17
2	8	10
-2	-8	-10
4	4	8
-4	-4	-8

product 6		som
1	6	7
-1	-6	-7
2	3	5
-2	-3	-5

a $x^2 + 10x + 16 = (x + 2)(x + 8)$

b $x^2 - 6x - 16 = (x + 2)(x - 8)$

c $x^2 + 15x - 16 = (x - 1)(x + 16)$

product -16		som
1	-16	-15
-1	16	15
2	-8	-6
-2	8	6
4	-4	0
-4	4	0

product 10		som
1	10	11
-1	-10	-11
2	5	7
-2	-5	-7

d $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$

e $x^2 + 5x + 6 = (x + 2)(x + 3)$

f $x^2 - 7x + 10 = (x - 2)(x - 5)$

product -12		som
1	-12	-11
-1	12	11
2	-6	-4
-2	6	4
3	-4	-1
-3	4	1

f $x^2 - 11x + 10 = (x - 1)(x - 10)$

g $x^2 - 9x - 10 = (x + 1)(x - 10)$

h $x^2 - 2x - 15 = (x + 3)(x - 5)$

i $x^2 + 9x + 14 = (x + 2)(x + 7)$

39

a $x^2 - 10x + 21 = (x - 3)(x - 7)$

b $x^2 + 22x + 21 = (x + 1)(x + 21)$

c $x^2 + 13x + 22 = (x + 2)(x + 11)$

d $x^2 - 9x - 22 = (x + 2)(x - 11)$

e $x^2 - 8x - 33 = (x + 3)(x - 11)$

40

a $x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$

b $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$

c $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$

d $x^2 - x - 90 = (x + 9)(x - 10)$

e $x^2 + x - 110 = (x - 10)(x + 11)$

f $x^2 - x - 2 = (x + 1)(x - 2)$

41

a $x^2 + 15x + 26 = (x + 2)(x + 13)$

b $x^2 - 27x + 26 = (x - 1)(x - 26)$

c $x^2 - 27x = x(x - 27)$

d $x^2 - 6x - 160 = (x + 10)(x - 16)$

e $x^2 - 14x - 32 = (x + 2)(x - 16)$

f $14x^2 + x = x(14x + 1)$

g $x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$

h $2x^2 + 10x = 2x(x + 5)$

i $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$

42 a $x^2 - 17x - 60 = (x + 3)(x - 20)$
 b $x^2 + 15x + 54 = (x + 6)(x + 9)$
 c $x^2 + 18x - 63 = (x - 3)(x + 21)$
 d $x^2 - 20x + 100 = (x - 10)(x - 10)$
 e $x^2 + 16x = x(x + 16)$

f $x^2 - 21x + 68 = (x - 4)(x - 17)$
 g $6x^2 - 32x = 2x(3x - 16)$
 h $x^2 - x - 110 = (x + 10)(x - 11)$
 i $x^2 - 9x - 36 = (x + 3)(x - 12)$

7.4 Kwadratische vergelijkingen

Bladzijde 117

43 a $3x + 12 = 0$
 $-12 \quad -12$
 $3x = -12$
 $:3 \quad :3$
 $x = -4$
 b $x - 11 = 0$
 $+11 \quad +11$
 $x = 11$

c $5x = 0$
 $:5 \quad :5$
 $x = 0$
 d $x + 8 = 0$
 $-8 \quad -8$
 $x = -8$

e $5x - 20 = 0$
 $+20 \quad +20$
 $5x = 20$
 $:5 \quad :5$
 $x = 4$
 f $-3x = 0$
 $: -3 \quad : -3$
 $x = 0$

- 44 a Ja, dit klopt.
 Dus $x = 4$ is een oplossing.
 b Vervang x door 3.
 Je krijgt $(3 - 4)(3 + 3) = -1 \cdot 6 = -6$.
 -6 is niet gelijk aan 0, dus $x = 3$ is geen oplossing.
 c Vervang x door -3 .
 Je krijgt $(-3 - 4)(-3 + 3) = -7 \cdot 0 = 0$.
 Er komt 0 uit, dus $x = -3$ is een oplossing.

- 45 Minstens één van de twee getallen is 0.

Bladzijde 118

46 a $(x + 3)(x - 9) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = -3 \vee x = 9$
 b $2x(x + 5) = 0$
 $2x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$

c $(x - 1)(2x + 15) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee 2x + 15 = 0$
 $x = 1 \vee 2x = -15$
 $x = 1 \vee x = -7\frac{1}{2}$
 d $a(a - 10) = 0$
 $a = 0 \vee a - 10 = 0$
 $a = 0 \vee a = 10$

e $(x + 3)(x - 3) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -3 \vee x = 3$
 f $3x(x + 3) = 0$
 $3x = 0 \vee x + 3 = 0$
 $x = 0 \vee x = -3$

47 $x^2 - 10x = 0$
 $x(x - 10) = 0$
 $x = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = 0 \vee x = 10$

Bladzijde 119

48 a $x^2 + 15x + 44 = 0$
 $(x + 4)(x + 11) = 0$
 $x + 4 = 0 \vee x + 11 = 0$
 $x = -4 \vee x = -11$
 b $a^2 - a - 90 = 0$
 $(a + 9)(a - 10) = 0$
 $a + 9 = 0 \vee a - 10 = 0$
 $a = -9 \vee a = 10$

c $q^2 - 10q + 21 = 0$
 $(q - 3)(q - 7) = 0$
 $q - 3 = 0 \vee q - 7 = 0$
 $q = 3 \vee q = 7$
 d $4x^2 + 20x = 0$
 $4x(x + 5) = 0$
 $4x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$

e $p^2 + 3p - 28 = 0$
 $(p - 4)(p + 7) = 0$
 $p - 4 = 0 \vee p + 7 = 0$
 $p = 4 \vee p = -7$
 f $x - 2x^2 = 0$
 $x(1 - 2x) = 0$
 $x = 0 \vee 1 - 2x = 0$
 $x = 0 \vee -2x = -1$
 $x = 0 \vee x = \frac{1}{2}$

49 a $x^2 + 5x - 14 = 0$
 $(x - 2)(x + 7) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 2 \vee x = -7$

b $2x^2 - 8x = 0$
 $2x(x - 4) = 0$
 $2x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$

c $x^2 - x - 42 = 0$
 $(x + 6)(x - 7) = 0$
 $x + 6 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -6 \vee x = 7$

50 a $x^2 + 3x + 2 = 0$
 $(x + 1)(x + 2) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x + 2 = 0$
 $x = -1 \vee x = -2$

c $x^2 + 50x = 0$
 $x(x + 50) = 0$
 $x = 0 \vee x + 50 = 0$
 $x = 0 \vee x = -50$

e $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$

b $x^2 - 12x = 0$
 $x(x - 12) = 0$
 $x = 0 \vee x - 12 = 0$
 $x = 0 \vee x = 12$

d $x^2 - 5x - 6 = 0$
 $(x + 1)(x - 6) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -1 \vee x = 6$

f $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x - 2)(x + 3) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 3 = 0$
 $x = 2 \vee x = -3$

51 a $x^2 + 7x + 12 = 0$
 $(x + 3)(x + 4) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = -3 \vee x = -4$

c $a^2 - 10a - 24 = 0$
 $(a + 2)(a - 12) = 0$
 $a + 2 = 0 \vee a - 12 = 0$
 $a = -2 \vee a = 12$

e $3x^2 - x = 0$
 $x(3x - 1) = 0$
 $x = 0 \vee 3x - 1 = 0$
 $x = 0 \vee 3x = 1$

b $a^2 - a - 12 = 0$
 $(a + 3)(a - 4) = 0$
 $a + 3 = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = -3 \vee a = 4$

d $x^2 - 10x + 24 = 0$
 $(x - 4)(x - 6) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = 4 \vee x = 6$

f $5x^2 - 15x = 0$
 $5x(x - 3) = 0$
 $5x = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 0 \vee x = 3$

52 a $y^2 - 9y + 20 = 0$
 $(y - 4)(y - 5) = 0$
 $y - 4 = 0 \vee y - 5 = 0$
 $y = 4 \vee y = 5$

c $3a^2 + 12a = 0$
 $3a(a + 4) = 0$
 $3a = 0 \vee a + 4 = 0$
 $a = 0 \vee a = -4$

e $5t - t^2 = 0$
 $t(5 - t) = 0$
 $t = 0 \vee 5 - t = 0$
 $t = 0 \vee t = 5$

b $p^2 + 2p - 35 = 0$
 $(p - 5)(p + 7) = 0$
 $p - 5 = 0 \vee p + 7 = 0$
 $p = 5 \vee p = -7$

d $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x - 3)(x + 4) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 3 \vee x = -4$

f $q^2 + 16q + 63 = 0$
 $(q + 7)(q + 9) = 0$
 $q + 7 = 0 \vee q + 9 = 0$
 $q = -7 \vee q = -9$

53 a Van de vergelijking $(x + 3)(x - 5) = 0$ zijn $x = -3$ en $x = 5$ de oplossingen.

b Van de vergelijking $5x(2x + 12) = 0$ zijn $x = 0$ en $x = -6$ de oplossingen.

c Van de vergelijking $(\frac{1}{2}x + 2)(5x - 12) = 0$ zijn $x = -4$ en $x = 2\frac{2}{5}$ de oplossingen.

Bladzijde 120

54 De vergelijking $x^2 + ax - 8b = 0$ met oplossingen $x = -4$ en $x = 6$ geeft $(x + 4)(x - 6) = 0$.

Dit geeft $x^2 - 6x + 4x - 24 = x^2 - 2x - 24 = 0$.

Dus $a = -2$ en $8b = 24$ ofwel $b = 3$.

55 a $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

b Dus $A(-1, 0)$ en $B(5, 0)$.

56 $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x - 1)(x - 3) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$
Dus $A(1, 0)$ en $B(3, 0)$.

$\frac{1}{2}x^2 - 3x = 0$
 $x(\frac{1}{2}x - 3) = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x - 3 = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x = 3$
 $x = 0 \vee x = 6$
Dus $C(0, 0)$ en $D(6, 0)$.

$x^2 - 5x - 6 = 0$
 $(x + 1)(x - 6) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -1 \vee x = 6$
Dus $E(-1, 0)$ en $F(6, 0)$.

57 $y = x^2 - 5x + c$ door $A(-2, 0)$ geeft $(-2)^2 - 5 \cdot -2 + c = 0$
 $4 + 10 + c = 0$
 $c = -14$

Dit geeft de parabool $y = x^2 - 5x - 14$.
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$
Dus $B(7, 0)$ en $AB = 7 - (-2) = 9$.

7.5 Kwadratische vergelijkingen oplossen

Bladzijde 121

58 $A = 2$ en $B = 6$ geeft $2 \cdot 6 = 12$
 $A = 3$ en $B = 4$ geeft $3 \cdot 4 = 12$
 $A = -1$ en $B = -12$ geeft $-1 \cdot -12 = 12$
 $A = -24$ en $B = -\frac{1}{2}$ geeft $-24 \cdot -\frac{1}{2} = 12$

Bladzijde 122

59 a $x^2 + 5x = 2x + 4$
 $\quad -4 \quad -4$
 $x^2 + 5x - 4 = 2x$
 $\quad -2x \quad -2x$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

b $x^2 - 7x - 7 = 3 - 4x$
 $\quad -3 \quad -3$
 $x^2 - 7x - 10 = -4x$
 $\quad +4x \quad +4x$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

c $2x^2 - 2x + 1 = x^2 + 3x - 5$
 $\quad +5 \quad +5$
 $2x^2 - 2x + 6 = x^2 + 3x$
 $\quad -3x \quad -3x$
 $2x^2 - 5x + 6 = x^2$
 $\quad -x^2 \quad -x^2$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x - 2)(x - 3) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 2 \vee x = 3$

60 a $x^2 + 3x = 10$
 $-10 \quad -10$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $(x - 2)(x + 5) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 2 \vee x = -5$

b $x^2 - x = 12$
 $-12 \quad -12$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x + 3)(x - 4) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = -3 \vee x = 4$

61 a $x^2 + 3x = 4$
 $-4 \quad -4$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 4 = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

b $x^2 - 3x = -2$
 $+2 \quad +2$
 $x^2 - 3x + 2 = 0$
 $(x - 1)(x - 2) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = 1 \vee x = 2$

62 a $x^2 + 3x = 5x$
 $-5x \quad -5x$
 $x^2 - 2x = 0$
 $x(x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

b $x^2 + 4 = 9x - 4$
 $-9x \quad -9x$
 $x^2 - 9x + 4 = -4$
 $+4 \quad +4$
 $x^2 - 9x + 8 = 0$
 $(x - 1)(x - 8) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 1 \vee x = 8$

63 a $x^2 - 7x = 18$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x + 2)(x - 9) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = -2 \vee x = 9$

b $x^2 - 7x = 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 9x = 0$
 $x(x - 9) = 0$
 $x = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = 0 \vee x = 9$

c $x^2 = 5x$
 $-5x \quad -5x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$

d $x^2 - 5 = 4x$
 $-4x \quad -4x$
 $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x + 1)(x - 5) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

c $x^2 = 8x$
 $-8x \quad -8x$
 $x^2 - 8x = 0$
 $x(x - 8) = 0$
 $x = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$

d $x^2 - 6 = x$
 $-x \quad -x$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x + 2)(x - 3) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$

c $3x(x - 1) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 1 = 0$
 $x = 0 \vee x = 1$

d $x^2 = x + 2$
 $-x \quad -x$
 $x^2 - x = 2$
 $-2 \quad -2$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$

c $x^2 = 30 + 13x$
 $-13x \quad -13x$
 $x^2 - 13x = 30$
 $-30 \quad -30$
 $x^2 - 13x - 30 = 0$
 $(x + 2)(x - 15) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 15 = 0$
 $x = -2 \vee x = 15$

d $(x - 7)(2x - 1) = 0$
 $x - 7 = 0 \vee 2x - 1 = 0$
 $x = 7 \vee 2x = 1$
 $x = 7 \vee x = \frac{1}{2}$

e $x^2 + 18 = 19x$
 $-19x \quad -19x$
 $x^2 - 19x + 18 = 0$
 $(x - 1)(x - 18) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 18 = 0$
 $x = 1 \vee x = 18$

f $x^2 - 3x = 18$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 - 3x - 18 = 0$
 $(x + 3)(x - 6) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = -3 \vee x = 6$

e $x^2 + 10x = 0$
 $x(x + 10) = 0$
 $x = 0 \vee x + 10 = 0$
 $x = 0 \vee x = -10$

f $(x - 7)(x - 3) = 0$
 $x - 7 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 7 \vee x = 3$

e $x^2 + 5x + 6 = 6$
 $-6 \quad -6$
 $x^2 + 5x = 0$
 $x(x + 5) = 0$
 $x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = 0 \vee x = -5$

f $x^2 + 3x + 1 = 29$
 $-29 \quad -29$
 $x^2 + 3x - 28 = 0$
 $(x - 4)(x + 7) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 4 \vee x = -7$

e $x^2 - 5x + 2 = 10 + 2x$
 $-2x \quad -2x$
 $x^2 - 7x + 2 = 10$
 $-10 \quad -10$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$
 $(x + 1)(x - 8) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -1 \vee x = 8$

f $x^2 + 3x - 14 = 10x + 16$
 $-10x \quad -10x$
 $x^2 - 7x - 14 = 16$
 $-16 \quad -16$
 $x^2 - 7x - 30 = 0$
 $(x + 3)(x - 10) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = -3 \vee x = 10$

64 $x = -5$ is een oplossing van $x^2 + bx - 7 = 3 - 4x$, dus
 $(-5)^2 + b \cdot -5 - 7 = 3 - 4 \cdot -5$
 $25 - 5b - 7 = 3 + 20$
 $18 - 5b = 23$
 $-18 \quad -18$
 $-5b = 5$
 $: -5 \quad : -5$
 $b = -1$

Dit geeft $x^2 - x - 7 = 3 - 4x$

$$\begin{array}{r} +4x \quad +4x \\ x^2 + 3x - 7 = 3 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -3 \quad -3 \\ x^2 + 3x - 10 = 0 \end{array}$$

$$(x - 2)(x + 5) = 0$$

$$x - 2 = 0 \vee x + 5 = 0$$

$$x = 2 \vee x = -5$$

De andere oplossing is dus $x = 2$.

Bladzijde 123

- 65** **a** Methode I
b Methode II
c Methode I

66 **a** $x^2 + 9x = 0$
 $x(x + 9) = 0$
 $x = 0 \vee x + 9 = 0$
 $x = 0 \vee x = -9$

b $x^2 - 9 = 0$
 $+9 \quad +9$
 $x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$

c $x^2 + 9 = 0$
 $-9 \quad -9$
 $x^2 = -9$
 geen oplossing

d $x^2 + 9x = 10$
 $-10 \quad -10$
 $x^2 + 9x - 10 = 0$
 $(x - 1)(x + 10) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 10 = 0$
 $x = 1 \vee x = -10$

e $2x^2 = 72x$
 $-72x \quad -72x$
 $2x^2 - 72x = 0$
 $2x(x - 36) = 0$
 $2x = 0 \vee x - 36 = 0$
 $x = 0 \vee x = 36$

f $2x^2 = 72$
 $:2 \quad :2$
 $x^2 = 36$
 $x = 6 \vee x = -6$

g $2x^2 + 72 = 0$
 $-72 \quad -72$
 $2x^2 = -72$
 $:2 \quad :2$
 $x^2 = -36$

geen oplossing
h $x^2 + 2x = 48$
 $-48 \quad -48$
 $x^2 + 2x - 48 = 0$
 $(x - 6)(x + 8) = 0$
 $x - 6 = 0 \vee x + 8 = 0$
 $x = 6 \vee x = -8$

i $x^2 = 50x - 400$
 $-50x \quad -50x$
 $x^2 - 50x = -400$
 $+400 \quad +400$
 $x^2 - 50x + 400 = 0$
 $(x - 10)(x - 40) = 0$
 $x - 10 = 0 \vee x - 40 = 0$
 $x = 10 \vee x = 40$

67 a $x^2 + 8 = 9x$
 $-9x - 9x$
 $x^2 - 9x + 8 = 0$
 $(x - 1)(x - 8) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 1 \vee x = 8$

b $x^2 + 9x = 3x$
 $-3x - 3x$
 $x^2 + 6x = 0$
 $x(x + 6) = 0$
 $x = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 0 \vee x = -6$

c $x^2 + 9 = 10$
 $-9 - 9$
 $x^2 = 1$
 $x = 1 \vee x = -1$

d $x^2 + 7x = x + 7$
 $-x - x$
 $x^2 + 6x = 7$
 $-7 - 7$
 $x^2 + 6x - 7 = 0$
 $(x - 1)(x + 7) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 1 \vee x = -7$

e $x^2 + 3x = 33 - 5x$
 $+5x + 5x$
 $x^2 + 8x = 33$
 $-33 - 33$
 $x^2 + 8x - 33 = 0$
 $(x - 3)(x + 11) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 11 = 0$
 $x = 3 \vee x = -11$

f $9x^2 - 19 = 17$
 $+19 + 19$
 $9x^2 = 36$
 $:9 :9$
 $x^2 = 4$
 $x = 2 \vee x = -2$

g $x^2 + 4 = 4x$
 $-4x - 4x$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x - 2)(x - 2) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = 2$

h $x^2 + 4 = 4$
 $-4 - 4$
 $x^2 = 0$
 $x = 0$

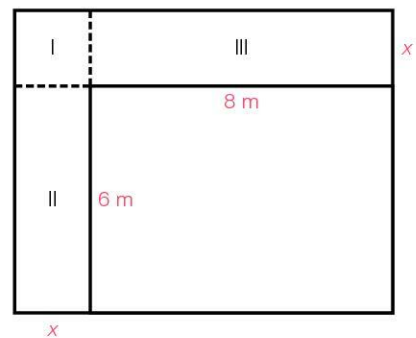
i $x^2 + 4 = 7x - 6$
 $-7x - 7x$
 $x^2 - 7x + 4 = -6$
 $+6 + 6$
 $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $(x - 2)(x - 5) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 2 \vee x = 5$

- 68 a** opp II = $10 \cdot x = 10x$
 opp III = $x \cdot x = x^2$
b opp tegelpad = opp I + opp II + opp III = $5x + 10x + x^2 = x^2 + 15x$
c $x^2 + 15x = 34$
 $-34 - 34$
 $x^2 + 15x - 34 = 0$
 $(x - 2)(x + 17) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 17 = 0$
 $x = 2 \vee x = -17$
d Het tegelpad is 2 meter breed.

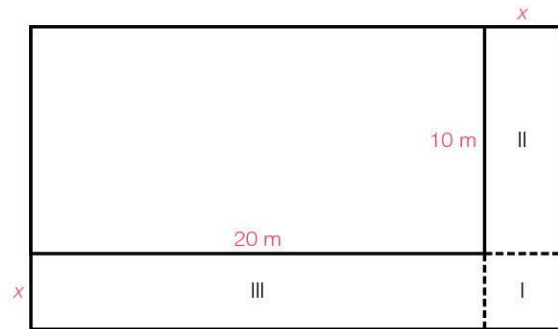
Bladzijde 124

- 69 a** opp I = $x \cdot x = x^2$
 opp II = $6 \cdot x = 6x$
 opp III = $8 \cdot x = 8x$
 opp tegelpad = opp I + opp II + opp III =
 $x^2 + 6x + 8x = x^2 + 14x$

- b** $x^2 + 14x = 32$
 $-32 - 32$
 $x^2 + 14x - 32 = 0$
 $(x - 2)(x + 16) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 16 = 0$
 $x = 2 \vee x = -16$
 Het tegelpad is 2 meter breed.



- 70 a** opp I = $x \cdot x = x^2$
 opp II = $10 \cdot x = 10x$
 opp III = $20 \cdot x = 20x$
 opp stroken = opp I + opp II + opp III =
 $x^2 + 10x + 20x = x^2 + 30x$
 Ook geldt opp stroken = $336 - 10 \cdot 20 =$
 $336 - 200 = 136$.
 Dus krijg je de vergelijking $x^2 + 30x = 136$.



b $x^2 + 30x = 136$

$-136 \quad -136$

$x^2 + 30x - 136 = 0$

$(x - 4)(x + 34) = 0$

$x - 4 = 0 \vee x + 34 = 0$

$x = 4 \vee x = -34$

De stroken die de familie Van Dijk koopt zijn 4 meter breed.

71 a $x^2 = -x + 2$

$+x \quad +x$

$x^2 + x = 2$

$-2 \quad -2$

$x^2 + x - 2 = 0$

$(x - 1)(x + 2) = 0$

$x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$

$x = 1 \vee x = -2$

Dus de x -coördinaat van A is -2 en de x -coördinaat van B is 1 .

b $x = -2$ geeft $y = (-2)^2 = 4$, dus de y -coördinaat van A is 4 .

$x = 1$ geeft $y = 1^2 = 1$, dus de y -coördinaat van B is 1 .

72 $x^2 - 3 = 2x$

$-2x \quad -2x$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$(x + 1)(x - 3) = 0$

$x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$

$x = -1 \vee x = 3$

$x = -1$ geeft $y = 2 \cdot -1 = -2$

$x = 3$ geeft $y = 2 \cdot 3 = 6$

Dus de snijpunten zijn $(-1, -2)$ en $(3, 6)$.

73 a $x^2 - 3x = 2x - 4$

$-2x \quad -2x$

$x^2 - 5x = -4$

$+4 \quad +4$

$x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x - 1)(x - 4) = 0$

$x - 1 = 0 \vee x - 4 = 0$

$x = 1 \vee x = 4$

$x = 1$ geeft $y = 2 \cdot 1 - 4 = 2 - 4 = -2$, dus $A(1, -2)$.

$x = 4$ geeft $y = 2 \cdot 4 - 4 = 8 - 4 = 4$, dus $B(4, 4)$.

b $x^2 - 3x = 10$

$-10 \quad -10$

$x^2 - 3x - 10 = 0$

$(x + 2)(x - 5) = 0$

$x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$

$x = -2 \vee x = 5$

Dus $CD = 5 - (-2) = 7$.

74 Invullen van $x = 1$ in $x^2 + 2x = ax + 5$ geeft

$$1^2 + 2 \cdot 1 = a \cdot 1 + 5$$

$$3 = a + 5$$

$$a = -2$$

Dit geeft $y = -2x + 5$.

Je krijgt nu de vergelijking

$$x^2 + 2x = -2x + 5$$

$$+ 2x \quad + 2x$$

$$x^2 + 4x = 5$$

$$- 5 \quad - 5$$

$$x^2 + 4x - 5 = 0$$

$$(x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$$

$$x = 1 \vee x = -5$$

$$x = -5 \text{ geeft } y = (-5)^2 + 2 \cdot -5 = 25 - 10 = 15, \text{ dus } B(-5, 15).$$

Bladzijde 125

75 a $x(x - 6) = 7$

$$x^2 - 6x = 7$$

$$- 7 \quad - 7$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 7) = 0$$

$$x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$$

$$x = -1 \vee x = 7$$

b Bij $x(x - 6) = 0$ is al ontbonden in factoren en het rechterlid is 0. Je kunt dus direct $A \cdot B = 0$ geeft $A = 0 \vee B = 0$ toepassen.

76 a $x(x + 6) = 16$

$$x^2 + 6x = 16$$

$$- 16 \quad - 16$$

$$x^2 + 6x - 16 = 0$$

$$(x - 2)(x + 8) = 0$$

$$x - 2 = 0 \vee x + 8 = 0$$

$$x = 2 \vee x = -8$$

b $x(x + 6) = 5x$

$$x^2 + 6x = 5x$$

$$- 5x \quad - 5x$$

$$x^2 + x = 0$$

$$x(x + 1) = 0$$

$$x = 0 \vee x + 1 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -1$$

c $(x + 3)(x - 8) = 0$

$$x + 3 = 0 \vee x - 8 = 0$$

$$x = -3 \vee x = 8$$

d $(x + 1)(x + 5) = 5$

$$x^2 + 5x + x + 5 = 5$$

$$x^2 + 6x + 5 = 5$$

$$- 5 \quad - 5$$

$$x^2 + 6x = 0$$

$$x(x + 6) = 0$$

$$x = 0 \vee x + 6 = 0$$

$$x = 0 \vee x = -6$$

e $(x + 1)(x - 3) = 12$

$$x^2 - 3x + x - 3 = 12$$

$$x^2 - 2x - 3 = 12$$

$$- 12 \quad - 12$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

$$x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$$

$$x = -3 \vee x = 5$$

f $(2x + 1)(x - 1) = 0$

$$2x + 1 = 0 \vee x - 1 = 0$$

$$2x = -1 \vee x = 1$$

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$$

77 a $(x - 2)(x + 2) = 3x$

$$x^2 - 4 = 3x$$

$$- 3x \quad - 3x$$

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$$(x + 1)(x - 4) = 0$$

$$x + 1 = 0 \vee x - 4 = 0$$

$$x = -1 \vee x = 4$$

b $(x + 3)(x - 1) = 32$

$$x^2 - x + 3x - 3 = 32$$

$$x^2 + 2x - 3 = 32$$

$$- 32 \quad - 32$$

$$x^2 + 2x - 35 = 0$$

$$(x - 5)(x + 7) = 0$$

$$x - 5 = 0 \vee x + 7 = 0$$

$$x = 5 \vee x = -7$$

c $(x + 3)^2 = 16x$

$$x^2 + 6x + 9 = 16x$$

$$- 16x \quad - 16x$$

$$x^2 - 10x + 9 = 0$$

$$(x - 1)(x - 9) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x - 9 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 9$$

d $x(x - 5) = 14$

$$x^2 - 5x = 14$$

$$- 14 \quad - 14$$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$$

$$x = -2 \vee x = 7$$

e $(3x + 9)(x - 2) = 0$

$$3x + 9 = 0 \vee x - 2 = 0$$

$$3x = -9 \vee x = 2$$

$$x = -3 \vee x = 2$$

f $(x - 4)^2 = 9$

$$x^2 - 8x + 16 = 9$$

$$- 9 \quad - 9$$

$$x^2 - 8x + 7 = 0$$

$$(x - 1)(x - 7) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x - 7 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 7$$

$$\begin{aligned}
 78 \quad & x(x+2) = 24 \\
 & x^2 + 2x = 24 \\
 & \quad - 24 \quad - 24 \\
 & x^2 + 2x - 24 = 0 \\
 & (x-4)(x+6) = 0 \\
 & x-4 = 0 \vee x+6 = 0 \\
 & x = 4 \vee x = -6
 \end{aligned}$$

De breedte van het terras is 4 meter en de lengte is $4 + 2 = 6$ meter.

$$\begin{aligned}
 79 \quad & \text{Stel de breedte is } x \text{ meter, dan is de lengte } x + 5 \text{ meter.} \\
 & x(x+5) = 26 \\
 & x^2 + 5x = 126 \\
 & \quad - 126 \quad - 126 \\
 & x^2 + 5x - 126 = 0 \\
 & (x-9)(x+14) = 0 \\
 & x-9 = 0 \vee x+14 = 0 \\
 & x = 9 \vee x = -14 \\
 & \text{Het bassin is 9 meter breed en } 9 + 5 = 14 \text{ meter lang.}
 \end{aligned}$$

Gemengde opgaven

Bladzijde 126

- 1 a De som van de eerste tien priemgetallen is $2 + 3 + 5 + 7 + 11 + 13 + 17 + 19 + 23 + 29 = 129$.
 $129 : 3 = 43$, dus 129 is deelbaar door 3.
 Dus de som van de eerste tien priemgetallen is geen priemgetal.
- b $2025 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$
 $14400 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5$

- | | | |
|---|---|--|
| 2 a $5x^2 - 6x = x(5x - 6)$ | d $5ax - 25bx = 5x(a - 5b)$ | g $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ |
| b $x^2 - 6x + 5 = (x - 1)(x - 5)$ | e $16x^2 + 4x = 4x(4x + 1)$ | h $2x - x^2 = x(2 - x)$ |
| c $x^2 - 5x - 6 = (x + 1)(x - 6)$ | f $x^2 - x - 12 = (x + 3)(x - 4)$ | i $x^2 - 2x - 80 = (x + 8)(x - 10)$ |
| 3 a $x^2 = 81$
$x = 9 \vee x = -9$ | d $x^2 + 81x + 80 = 0$
$(x + 1)(x + 80) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x + 80 = 0$
$x = -1 \vee x = -80$ | g $(x + 1)(x - 81) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
$x = -1 \vee x = 81$ |
| b $x^2 + 81 = 0$
$\quad - 81 \quad - 81$
$x^2 = -81$
geen oplossing | e $x^2 - 80x - 81 = 0$
$(x + 1)(x - 81) = 0$
$x + 1 = 0 \vee x - 81 = 0$
$x = -1 \vee x = 81$ | h $x(x + 81) = 0$
$x = 0 \vee x + 81 = 0$
$x = 0 \vee x = -81$ |
| c $x^2 + 81x = 0$
$x(x + 81) = 0$
$x = 0 \vee x + 81 = 0$
$x = 0 \vee x = -81$ | f $x^2 - 18x + 81 = 0$
$(x - 9)(x - 9) = 0$
$x - 9 = 0 \vee x - 9 = 0$
$x = 9$ | i $x^2 - 18x + 18 = 81$
$\quad - 81 \quad - 81$
$x^2 - 18x - 63 = 0$
$(x + 3)(x - 21) = 0$
$x + 3 = 0 \vee x - 21 = 0$
$x = -3 \vee x = 21$ |

4 a $(2x - 1)(6x + 3) = 0$
 $2x - 1 = 0 \vee 6x + 3 = 0$
 $2x = 1 \vee 6x = -3$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

b $a(0,5a - 12) = 0$
 $a = 0 \vee 0,5a - 12 = 0$
 $a = 0 \vee 0,5a = 12$
 $a = 0 \vee a = 24$

c $5a^2 - 20a = 0$
 $5a(a - 4) = 0$
 $5a = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = 0 \vee a = 4$

d $p^2 + 21 = 10p - 4$
 $-10p - 10p$
 $p^2 - 10p + 21 = -4$
 $+4 +4$
 $p^2 - 10p + 25 = 0$
 $(p - 5)(p - 5) = 0$
 $p - 5 = 0 \vee p - 5 = 0$
 $p = 5$

e $q^2 = q$
 $-q - q$
 $q^2 - q = 0$
 $q(q - 1) = 0$
 $q = 0 \vee q - 1 = 0$
 $q = 0 \vee q = 1$

f $p^2 + 14p = 32$
 $-32 - 32$
 $p^2 + 14p - 32 = 0$
 $(p - 2)(p + 16) = 0$
 $p - 2 = 0 \vee p + 16 = 0$
 $p = 2 \vee p = -16$

g $x^2 + 40 = 3x + 50$
 $-3x - 3x$
 $x^2 - 3x + 40 = 50$
 $-50 - 50$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

h $a^2 = 3a + 4$
 $-3a - 3a$
 $a^2 - 3a = 4$
 $-4 - 4$
 $a^2 - 3a - 4 = 0$
 $(a + 1)(a - 4) = 0$
 $a + 1 = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = -1 \vee a = 4$

i $3p^2 - 2 = 1$
 $+2 +2$
 $3p^2 = 3$
 $:3 :3$
 $p^2 = 1$
 $p = 1 \vee p = -1$

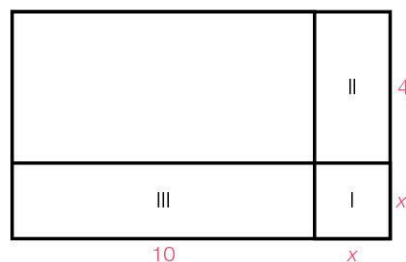
5 a $\frac{1}{3}x^2 - 2x = 0$
 $x(\frac{1}{3}x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{3}x - 2 = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{3}x = 2$
 $x = 0 \vee x = 6$
Dus $OP = 6 - 0 = 6$.

b $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x + 2)(x - 3) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$
Dus $QR = 3 - (-2) = 3 + 2 = 5$.

6 a opp I = $x \cdot x = x^2$
opp II = $4 \cdot x = 4x$
opp III = $10 \cdot x = 10x$
opp tegelpad = opp I + opp II + opp III = $x^2 + 4x + 10x = x^2 + 14x$

b $x^2 + 14x = 51$
 $-51 - 51$
 $x^2 + 14x - 51 = 0$
 $(x - 3)(x + 17) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 17 = 0$
 $x = 3 \vee x = -17$

De breedte van het tegelpad is dus 3 meter.



Bladzijde 127

7 a $x = 0$ geeft $h = 0,00025 \cdot 0^2 + 40 = 0 + 40 = 40$
Het wegdek is 40 meter boven het wateroppervlak.

b Hierbij hoort de vergelijking $0,00025x^2 + 40 = 162,5$
 $0,00025x^2 + 40 = 162,5$
 $-40 - 40$
 $0,00025x^2 = 122,5$
 $: 0,00025 : 0,00025$
 $x^2 = 490000$
 $x = \sqrt{490000} = 700 \vee x = -\sqrt{490000} = -700$

- c** De pylonen staan $700 - (-700) = 1400$ meter uit elkaar.
- d** De hoogte van het spandoek boven het wateroppervlak is $40 + 80 = 120$ meter, dus los op
- $$0,00025x^2 + 40 = 120$$
- $$\quad \quad \quad -40 \quad -40$$
- $$0,00025x^2 = 80$$
- $$: 0,00025 \quad : 0,00025$$
- $$x^2 = 320000$$
- $$x = \sqrt{320000} = 565,6... \vee x = -\sqrt{320000} = -565,6...$$
- Het spandoek is $565,6... - (-565,6...) \approx 1131$ meter breed.

- 8 a** opp grondvlak $= x \cdot x = x^2$
 opp zijkant $= 5 \cdot x = 5x$
 opp doosje $= \text{opp grondvlak} + 4 \cdot \text{opp zijkant} = x^2 + 4 \cdot 5x = x^2 + 20x \text{ cm}^2$
- b** De oppervlakte van het doosje is $15 \text{ dm}^2 = 1500 \text{ cm}^2$, dus er geldt $x^2 + 20x = 1500$.
- $$x^2 + 20x = 1500$$
- $$\quad \quad \quad -1500 \quad -1500$$
- $$x^2 + 20x - 1500 = 0$$
- $$(x - 30)(x + 50) = 0$$
- $$x - 30 = 0 \vee x + 50 = 0$$
- $$x = 30 \vee x = -50$$
- Het grondvlak is een vierkant met zijden van 30 cm.
 De inhoud van het doosje is $30 \cdot 30 \cdot 5 = 4500 \text{ cm}^3$.

- 9 a** $x^2 - 4x = 2x - 5$
- $$\quad \quad \quad -2x \quad -2x$$
- $$x^2 - 6x = -5$$
- $$\quad \quad \quad +5 \quad +5$$
- $$x^2 - 6x + 5 = 0$$
- $$(x - 1)(x - 5) = 0$$
- $$x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$$
- $$x = 1 \vee x = 5$$
- $x = 1$ geeft $y = 2 \cdot 1 - 5 = 2 - 5 = -3$, dus $A(1, -3)$.
 $x = 5$ geeft $y = 2 \cdot 5 - 5 = 10 - 5 = 5$, dus $B(5, 5)$.
- b** De y -coördinaat van A is -3 , dus los op $x^2 - 4x = -3$.
- $$x^2 - 4x = -3$$
- $$\quad \quad \quad +3 \quad +3$$
- $$x^2 - 4x + 3 = 0$$
- $$(x - 1)(x - 3) = 0$$
- $$x - 1 = 0 \vee x - 3 = 0$$
- $$x = 1 \vee x = 3$$
- Dus $AC = 3 - 1 = 2$.

- 10 a** $x(x + 8) = 20$
- $$x^2 + 8x = 20$$
- $$\quad \quad \quad -20 \quad -20$$
- $$x^2 + 8x - 20 = 0$$
- $$(x - 2)(x + 10) = 0$$
- $$x - 2 = 0 \vee x + 10 = 0$$
- $$x = 2 \vee x = -10$$
- b** $(x + 3)(x - 7) = 11$
- $$x^2 - 7x + 3x - 21 = 11$$
- $$x^2 - 4x - 21 = 11$$
- $$\quad \quad \quad -11 \quad -11$$
- $$x^2 - 4x - 32 = 0$$
- $$(x + 4)(x - 8) = 0$$
- $$x + 4 = 0 \vee x - 8 = 0$$
- $$x = -4 \vee x = 8$$
- c** $(x - 5)^2 = 16$
- $$x - 10x + 25 = 16$$
- $$\quad \quad \quad -16 \quad -16$$
- $$x^2 - 10x + 9 = 0$$
- $$(x - 1)(x - 9) = 0$$
- $$x - 1 = 0 \vee x - 9 = 0$$
- $$x = 1 \vee x = 9$$
- d** $(3x - 1)(x + 3) = 0$
- $$3x - 1 = 0 \vee x + 3 = 0$$
- $$3x = 1 \vee x = -3$$
- $$x = \frac{1}{3} \vee x = -3$$

$$\begin{aligned}
 \text{e } 5x(2x - 15) &= 30x \\
 10x^2 - 75x &= 30x \\
 &\quad - 30x \quad - 30x \\
 10x^2 - 105x &= 0 \\
 5x(2x - 21) &= 0 \\
 5x = 0 \vee 2x - 21 &= 0 \\
 x = 0 \vee 2x &= 21 \\
 x = 0 \vee x &= 10\frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{f } (x - 5)^2 &= 16x \\
 x^2 - 10x + 25 &= 16x \\
 &\quad - 16x \quad - 16x \\
 x^2 - 26x + 25 &= 0 \\
 (x - 1)(x - 25) &= 0 \\
 x - 1 = 0 \vee x - 25 &= 0 \\
 x = 1 \vee x &= 25
 \end{aligned}$$

11 inhoud doosje = oppervlakte grondvlak · hoogte geeft

$$x \cdot (x + 3) \cdot 1 = 88$$

$$x^2 + 3x = 88$$

$$\begin{aligned}
 &\quad - 88 \quad - 88 \\
 x^2 + 3x - 88 &= 0
 \end{aligned}$$

$$(x - 8)(x + 11) = 0$$

$$x - 8 = 0 \vee x + 11 = 0$$

$$x = 8 \vee x = -11$$

Het doosje heeft de afmetingen lengte = $8 + 3 = 11$ cm, breedte = 8 cm en hoogte = 1 cm.

Diagnostische toets

Bladzijde 130

$$\begin{aligned}
 \text{1 a } x^2 &= 15 \\
 x &= \sqrt{15} \text{ of } x = -\sqrt{15} \\
 x &\approx 3,87 \text{ of } x \approx -3,87 \\
 \text{b } 3x^2 &= 1200 \\
 &\quad : 3 \quad : 3 \\
 x^2 &= 400 \\
 x &= 20 \text{ of } x = -20 \\
 \text{c } 2x^2 &= 36 \\
 &\quad : 2 \quad : 2 \\
 x^2 &= 18 \\
 x &= \sqrt{18} \text{ of } x = -\sqrt{18} \\
 x &\approx 4,24 \text{ of } x \approx -4,24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{d } 0,02x^2 &= 50 \\
 &\quad : 0,02 \quad : 0,02 \\
 x^2 &= 2500 \\
 x &= 50 \text{ of } x = -50 \\
 \text{e } x^2 + 0,02 &= 0 \\
 &\quad - 0,02 \quad - 0,02 \\
 x^2 &= -0,02 \\
 &\text{geen oplossing} \\
 \text{f } x^2 - 3 &= 0 \\
 &\quad + 3 \quad + 3 \\
 x^2 &= 3 \\
 x &= \sqrt{3} \text{ of } x = -\sqrt{3} \\
 x &\approx 1,73 \text{ of } x \approx -1,73
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{2 a } 5x^2 + 12 &= 17 \\
 &\quad - 12 \quad - 12 \\
 5x^2 &= 5 \\
 &\quad : 5 \quad : 5 \\
 x^2 &= 1 \\
 x &= 1 \text{ of } x = -1
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{b } 25 - x^2 &= 16 \\
 &\quad - 25 \quad - 25 \\
 -x^2 &= -9 \\
 &\quad : -1 \quad : -1 \\
 x^2 &= 9 \\
 x &= 3 \text{ of } x = -3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } 0,25x^2 - 1 &= 16 \\
 &\quad + 1 \quad + 1 \\
 0,25x^2 &= 17 \\
 &\quad : 0,25 \quad : 0,25 \\
 x^2 &= 68 \\
 x &= \sqrt{68} \text{ of } x = -\sqrt{68} \\
 x &\approx 8,25 \text{ of } x \approx -8,25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{3 } -2x^2 + 5 &= -3 \\
 &\quad - 5 \quad - 5 \\
 -2x^2 &= -8 \\
 &\quad : -2 \quad : -2 \\
 x^2 &= 4 \\
 x &= 2 \text{ of } x = -2 \\
 x &= -2 \text{ geeft } A(-2, -3) \\
 x &= 2 \text{ geeft } B(2, -3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{4 a } 24 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \\
 \text{b } 56 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 7
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{c } 225 &= 3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 5 \\
 \text{d } 1000 &= 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5
 \end{aligned}$$

5 a $6x^2 + 9x = 3x(2x + 3)$ b $8pq + 2p = 2p(4q + 1)$ c $5x^2y - x = x(5xy - 1)$

6 a $36x^2 - 24xy = 12x(3x - 2y)$ d $x^4 - x^2 + x = x(x^3 - x + 1)$
 b $12x^6 - 4x^2 = 4x^2(3x^4 - 1)$ e $2a^6b^4c - 6ab^4c^2 = 2ab^4c(a^5 - 3c)$
 c $5x^2y + xy - 2xy^2 = xy(5x + 1 - 2y)$ f $60abc - 12a^3c = 12ac(5b - a^2)$

7 a $x^2 + 10x + 21 = (x + 3)(x + 7)$ d $x^2 - 4x - 32 = (x + 4)(x - 8)$
 b $x^2 + 10x - 24 = (x - 2)(x + 12)$ e $x^2 - 8x - 48 = (x + 4)(x - 12)$
 c $3x^2 - 4x = x(3x - 4)$ f $x^2 + x - 56 = (x - 7)(x + 8)$

8 a $(x - 7)(2x + 8) = 0$ b $-5x(2x + 3) = 0$ c $(3x + 8)(x - 8) = 0$
 $x - 7 = 0 \vee 2x + 8 = 0$ $-5x = 0 \vee 2x + 3 = 0$ $3x + 8 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 7 \vee 2x = -8$ $x = 0 \vee 2x = -3$ $3x = -8 \vee x = 8$
 $x = 7 \vee x = -4$ $x = 0 \vee x = -1\frac{1}{2}$ $x = -2\frac{2}{3} \vee x = 8$

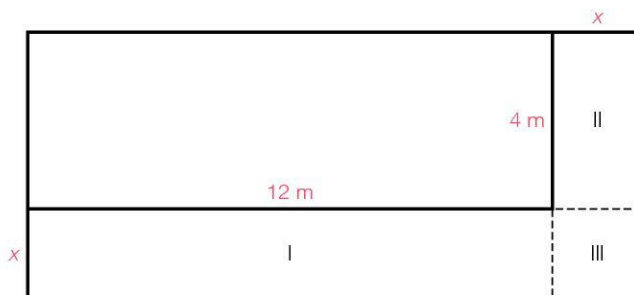
9 a $x^2 + 9x + 14 = 0$ c $x^2 - 5x - 14 = 0$ e $3x^2 + x = 0$
 $(x + 2)(x + 7) = 0$ $(x + 2)(x - 7) = 0$ $x(3x + 1) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x + 7 = 0$ $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$ $x = 0 \vee 3x + 1 = 0$
 $x = -2 \vee x = -7$ $x = -2 \vee x = 7$ $x = 0 \vee 3x = -1$
 b $x^2 - 6x = 0$ d $5x^2 - 20x = 0$ f $x^2 - x - 30 = 0$
 $x(x - 6) = 0$ $5x(x - 4) = 0$ $(x + 5)(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x - 6 = 0$ $5x = 0 \vee x - 4 = 0$ $x + 5 = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = 0 \vee x = 6$ $x = 0 \vee x = 4$ $x = -5 \vee x = 6$

Bladzijde 131

10 a $x^2 - 2x - 3 = 0$ b $\frac{1}{3}x^2 + x = 0$
 $(x + 1)(x - 3) = 0$ $x(\frac{1}{3}x + 1) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$ $x = 0 \vee \frac{1}{3}x + 1 = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$ $x = 0 \vee \frac{1}{3}x = -1$
 Dus A(-1, 0) en B(3, 0). $x = 0 \vee x = -3$
 Dus C(-3, 0) en O(0, 0).

11 a $x^2 - 7x = 8$ c $x^2 = 4x + 5$ e $(3x - 1)(x + 5) = 0$
 $-8 \quad -8$ $-4x - 4x$ $3x - 1 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$ $x^2 - 4x = 5$ $3x = 1 \vee x = -5$
 $(x + 1)(x - 8) = 0$ $-5 \quad -5$ $x = \frac{1}{3} \vee x = -5$
 $x + 1 = 0 \vee x - 8 = 0$ $x^2 - 4x - 5 = 0$ $x^2 + 7x = 2x$
 $x = -1 \vee x = 8$ $(x + 1)(x - 5) = 0$ $-2x \quad -2x$
 b $x^2 = 7x$ d $x^2 - x = 2x$ $x^2 + 5x = 0$
 $-7x \quad -7x$ $-2x \quad -2x$ $x(x + 5) = 0$
 $x^2 - 7x = 0$ $x^2 - 3x = 0$ $x = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x(x - 7) = 0$ $x(x - 3) = 0$ $x = 0 \vee x = -5$
 $x = 0 \vee x - 7 = 0$ $x = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$ $x = 0 \vee x = 3$

- 12 a** opp I = $12 \cdot x = 12x$
 opp II = $4 \cdot x = 4x$
 opp III = $x \cdot x = x^2$
 opp grasveld = opp I + opp II + opp III =
 $12x + 4x + x^2 = x^2 + 16x \text{ m}^2$
- b** Je kunt nu de vergelijking $x^2 + 16x = 80$ opstellen.
- c** $x^2 + 16x = 80$
 $-80 \quad -80$
 $x^2 + 16x - 80 = 0$
 $(x - 4)(x + 20) = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 20 = 0$
 $x = 4 \vee x = -20$
- d** Het grasveld is 4 meter breed.



- 13** $x^2 - 5 = x - 3$
 $-x \quad -x$
 $x^2 - x - 5 = -3$
 $+3 \quad +3$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 2 = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$
 $x = -1$ geeft $y = -1 - 3 = -4$, dus $A(-1, -4)$.
 $x = 2$ geeft $y = 2 - 3 = -1$, dus $B(2, -1)$.

- 14 a** $x(x - 2) = 8$
 $x^2 - 2x = 8$
 $-8 \quad -8$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x + 2)(x - 4) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$
- b** $(x - 1)(x + 4) = 36$
 $x^2 + 4x - x - 4 = 36$
 $x^2 + 3x - 4 = 36$
 $-36 \quad -36$
 $x^2 + 3x - 40 = 0$
 $(x - 5)(x + 8) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x + 8 = 0$
 $x = 5 \vee x = -8$
- c** $(x - 5)^2 = 16x$
 $x^2 - 10x + 25 = 16x$
 $-16x \quad -16x$
 $x^2 - 26x + 25 = 0$
 $(x - 1)(x - 25) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 25 = 0$
 $x = 1 \vee x = 25$

- d** $(x + 1)(x + 4) = x$
 $x^2 + 4x + x + 4 = x$
 $x^2 + 5x + 4 = x$
 $-x \quad -x$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x + 2)(x + 2) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x + 2 = 0$
 $x = -2$
- e** $5x(x - 8) = 20x$
 $5x^2 - 40x = 20x$
 $-20x \quad -20x$
 $5x^2 - 60x = 0$
 $5x(x - 12) = 0$
 $5x = 0 \vee x - 12 = 0$
 $x = 0 \vee x = 12$
- f** $(x - 1)(2x + 1) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee 2x + 1 = 0$
 $x = 1 \vee 2x = -1$
 $x = 1 \vee x = -\frac{1}{2}$

15 opp = breedte · lengte geeft opp = $x \cdot (x + 5)$

$$x \cdot (x + 5) = 84$$

$$x^2 + 5x = 84$$

$$\quad - 84 \quad - 84$$

$$x^2 + 5x - 84 = 0$$

$$(x - 7)(x + 12) = 0$$

$$x - 7 = 0 \vee x + 12 = 0$$

$$x = 7 \vee x = -12$$

De breedte van de rechthoek is 7 cm en de lengte is $7 + 5 = 12$ cm.

Herhaling

Bladzijde 132

1 a $x^2 = 81$
 $x = 9$ of $x = -9$

b $x^2 = -10$
geen oplossing

c $x^2 - 8 = 0$
 $\quad + 8 \quad + 8$
 $x^2 = 8$
 $x = \sqrt{8}$ of $x = -\sqrt{8}$
 $x \approx 2,83$ of $x \approx -2,83$

d $x^2 + 16 = 0$
 $\quad - 16 \quad - 16$
 $x^2 = -16$
geen oplossing

e $x^2 = 0$
 $x = 0$

f $3x^2 = 39$
 $\quad : 3 \quad : 3$
 $x^2 = 13$
 $x = \sqrt{13}$ of $x = -\sqrt{13}$
 $x \approx 3,61$ of $x \approx -3,61$

g $5x^2 = 500$
 $\quad : 5 \quad : 5$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

h $0,1x^2 = 40$
 $\quad : 0,1 \quad : 0,1$
 $x^2 = 400$
 $x = 20$ of $x = -20$

2 a $5x^2 + 4 = 84$
 $\quad - 4 \quad - 4$
 $5x^2 = 80$
 $\quad : 5 \quad : 5$
 $x^2 = 16$
 $x = 4$ of $x = -4$

b $-3x^2 + 20 = 8$
 $\quad - 20 \quad - 20$
 $-3x^2 = -12$
 $\quad : -3 \quad : -3$
 $x^2 = 4$
 $x = 2$ of $x = -2$

c $7 - x^2 = 6$
 $\quad - 7 \quad - 7$
 $-x^2 = -1$
 $\quad : -1 \quad : -1$
 $x^2 = 1$
 $x = 1$ of $x = -1$

d $0,5x^2 - 2 = 17$
 $\quad + 2 \quad + 2$
 $0,5x^2 = 19$
 $\quad : 0,5 \quad : 0,5$
 $x^2 = 38$
 $x = \sqrt{38}$ of $x = -\sqrt{38}$
 $x \approx 6,16$ of $x \approx -6,16$

e $8 + 0,2x^2 = 28$
 $\quad - 8 \quad - 8$
 $0,2x^2 = 20$
 $\quad : 0,2 \quad : 0,2$
 $x^2 = 100$
 $x = 10$ of $x = -10$

f $0,1x^2 + 8 = 4$
 $\quad - 8 \quad - 8$
 $0,1x^2 = -4$
 $\quad : 0,1 \quad : 0,1$
 $x^2 = -40$
geen oplossing

3 a $3x^2 - 10 = 17$
 $\quad + 10 \quad + 10$
 $3x^2 = 27$
 $\quad : 3 \quad : 3$
 $x^2 = 9$
 $x = 3$ of $x = -3$

b $x = -3$ geeft $A(-3, 17)$ en $x = 3$ geeft $B(3, 17)$.

- 4 a $20 = 2 \cdot 2 \cdot 5$
 b $45 = 3 \cdot 3 \cdot 5$
 c $175 = 5 \cdot 5 \cdot 7$
 d $240 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5$

Bladzijde 133

- 5 a $9x + 15 = 3(3x + 5)$
 b $6x + xy = x(6 + y)$
 c $2p^2 - 8pq = 2p(p - 4q)$
 d $8abc + 3ac = ac(8b + 3)$
 e $5x^2 + x = x(5x + 1)$
 f $3xy - 12yz = 3y(x - 4z)$
- 6 a $5x^3 + 20x^2 = 5x^2(x + 4)$
 b $16p^2qr - 4pqr = 4pqr(4p - 1)$
 c $12x^2y^3 + 8x^3y - 10xy^2 = 2xy(6xy^2 + 4x^2 - 5y)$
 d $4a^8 - 3a + a^3 = a(4a^7 - 3 + a^2)$
 e $3x^3y - 6x^2y^2 = 3x^2y(x - 2y)$
 f $12pq^2 - 30pq = 6pq(2q - 5)$

7 a

product -18		som
1	-18	-17
-1	18	17
2	-9	-7
-2	9	7
3	-6	-3
-3	6	3

- b Van de getallen -2 en 9 is het product -18 en de som 7.
 $x^2 + 7x - 18 = (x - 2)(x + 9)$
 c Van de getallen -3 en 6 is het product -18 en de som 3.
 $x^2 + 3x - 18 = (x - 3)(x + 6)$

- 8 a $x^2 - 10x + 16 = (x - 2)(x - 8)$
 b $x^2 - 15x - 16 = (x + 1)(x - 16)$
 c $x^2 - 5x - 50 = (x + 5)(x - 10)$
 d $x^2 + 8x + 16 = (x + 4)(x + 4)$
 e $x^2 - 8x = x(x - 8)$
 f $3x^2 - 18x = 3x(x - 6)$
 g $x^2 - 16x - 36 = (x + 2)(x - 18)$
 h $x^2 + 7x - 44 = (x - 4)(x + 11)$

Bladzijde 134

- 9 a $(x - 1)(3x - 9) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee 3x - 9 = 0$
 $x = 1 \vee 3x = 9$
 $x = 1 \vee x = 3$
 b $3x(x - 8) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$
 c $-5x(4x - 7) = 0$
 $-5x = 0 \vee 4x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee 4x = 7$
 $x = 0 \vee x = 1\frac{3}{4}$
 d $(2x - 5)(6x + 3) = 0$
 $2x - 5 = 0 \vee 6x + 3 = 0$
 $2x = 5 \vee 6x = -3$
 $x = 2\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

10 a $x^2 - 4x + 3 = 0$
 $(x-1)(x-3) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-3 = 0$
 $x = 1 \vee x = 3$

b $x^2 - 4x - 5 = 0$
 $(x+1)(x-5) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-5 = 0$
 $x = -1 \vee x = 5$

c $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x = 0 \vee x-4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$

11 a $x^2 + 3x - 4 = 0$
 $(x-1)(x+4) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = 1 \vee x = -4$

b $A(-4, 0)$ en $B(1, 0)$

c $\frac{1}{2}x^2 - 2x = 0$
 $x(\frac{1}{2}x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x - 2 = 0$
 $x = 0 \vee \frac{1}{2}x = 2$
 $x = 0 \vee x = 4$
Dus $O(0, 0)$ en $C(4, 0)$.

12 a $x^2 - 7x = 8$
 $-8 \quad -8$
 $x^2 - 7x - 8 = 0$
 $(x+1)(x-8) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-8 = 0$
 $x = -1 \vee x = 8$

b $x^2 - 7x = 8x$
 $-8x \quad -8x$
 $x^2 - 15x = 0$
 $x(x-15) = 0$
 $x = 0 \vee x-15 = 0$
 $x = 0 \vee x = 15$

c $x^2 = 7x + 18$
 $-7x \quad -7x$
 $x^2 - 7x = 18$
 $-18 \quad -18$
 $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x+2)(x-9) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-9 = 0$
 $x = -2 \vee x = 9$

d $4x^2 - 8x = 0$
 $4x(x-2) = 0$
 $4x = 0 \vee x-2 = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

e $x^2 - 4x - 60 = 0$
 $(x+6)(x-10) = 0$
 $x+6 = 0 \vee x-10 = 0$
 $x = -6 \vee x = 10$

f $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x-2)(x+6) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$

d $x^2 = 7x$
 $-7x \quad -7x$
 $x^2 - 7x = 0$
 $x(x-7) = 0$
 $x = 0 \vee x-7 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$

e $x^2 - 7x = 20 + x$
 $-x \quad -x$
 $x^2 - 8x = 20$
 $-20 \quad -20$
 $x^2 - 8x - 20 = 0$
 $(x+2)(x-10) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-10 = 0$
 $x = -2 \vee x = 10$

f $x^2 + 7x + 4 = 22$
 $-22 \quad -22$
 $x^2 + 7x - 18 = 0$
 $(x-2)(x+9) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+9 = 0$
 $x = 2 \vee x = -9$

Bladzijde 135

13 a opp II = $x \cdot x = x^2 \text{ m}^2$
opp III = $3 \cdot x = 3x \text{ m}^2$

b opp border = opp I + opp II + opp III = $15x + x^2 + 3x = x^2 + 18x \text{ m}^2$

c $x^2 + 18x = 40$
 $-40 \quad -40$
 $x^2 + 18x - 40 = 0$
 $(x-2)(x+20) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+20 = 0$
 $x = 2 \vee x = -20$

d De oplossing $x = 2$, dus de border is 2 meter breed.

14 a $x^2 - 2 = -2x - 2$
 $+ 2x + 2x$
 $x^2 + 2x - 2 = -2$
 $+ 2 + 2$
 $x^2 + 2x = 0$
 $x(x + 2) = 0$
 $x = 0 \vee x + 2 = 0$
 $x = 0 \vee x = -2$

b Bij $x = -2$ hoort $y = (-2)^2 - 2 = 4 - 2 = 2$, dus de y -coördinaat van A is 2.

15 a $(x + 3)(x + 5) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $x = -3 \vee x = -5$

b $x(x + 8) = 33$
 $x^2 + 8x = 33$
 $- 33 - 33$
 $x^2 + 8x - 33 = 0$
 $(x - 3)(x + 11) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x + 11 = 0$
 $x = 3 \vee x = -11$

c $(x - 4)(x + 4) = 15x$
 $x^2 - 16 = 15x$
 $- 15x - 15x$
 $x^2 - 15x - 16 = 0$
 $(x + 1)(x - 16) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 16 = 0$
 $x = -1 \vee x = 16$

d $(5x - 2)(7x + 3) = 0$
 $5x - 2 = 0 \vee 7x + 3 = 0$
 $5x = 2 \vee 7x = -3$

$x = \frac{2}{5} \vee x = -\frac{3}{7}$
e $2x(x - 8) = 20x$
 $2x^2 - 16x = 20x$
 $- 20x - 20x$
 $2x^2 - 36x = 0$
 $2x(x - 18) = 0$
 $2x = 0 \vee x - 18 = 0$
 $x = 0 \vee x = 18$

f $(x + 3)^2 = 12x$
 $x^2 + 6x + 9 = 12x$
 $- 12x - 12x$
 $x^2 - 6x + 9 = 0$
 $(x - 3)(x - 3) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = 3$

16 a Oppervlakte rechthoek is breedte $\cdot$ lengte $= x \cdot (x + 8)$, dus $x(x + 8) = 180$.

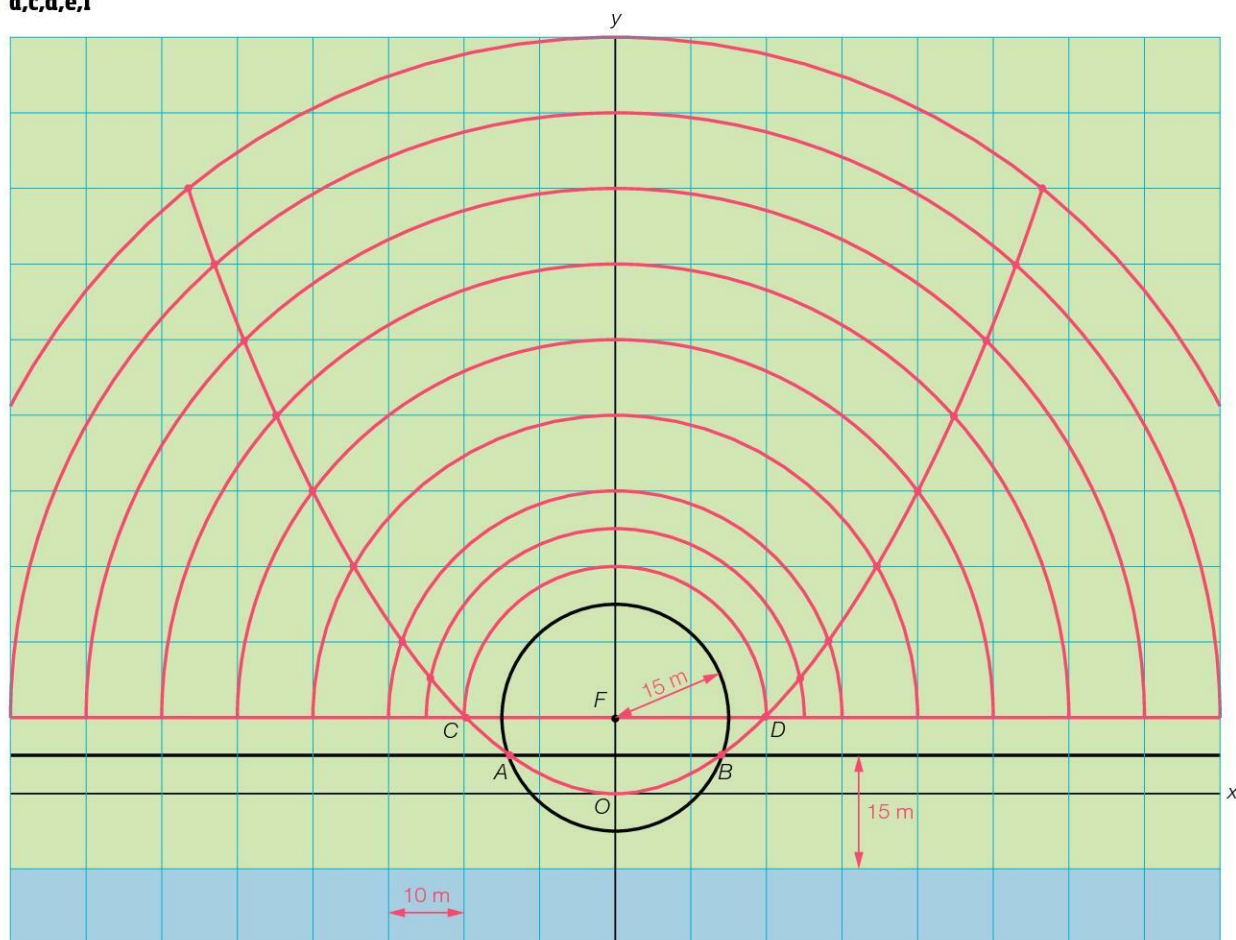
b $x(x + 8) = 180$
 $x^2 + 8x = 180$
 $- 180 - 180$
 $x^2 + 8x - 180 = 0$
 $(x - 10)(x + 18) = 0$
 $x - 10 = 0 \vee x + 18 = 0$
 $x = 10 \vee x = -18$

c De rechthoek is 10 cm breed en $10 + 8 = 18$ cm lang.

Onderzoek De parabool

Bladzijde 136

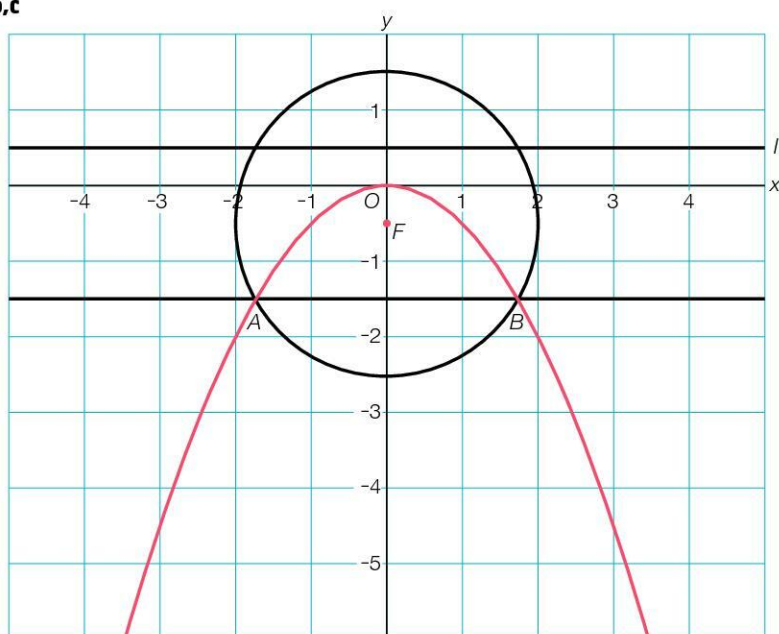
1 a,c,d,e,f



- b** A en B liggen op de lijn die op een afstand van 15 meter evenwijdig aan het kanaal loopt.
 Dus A en B liggen op 15 meter van het kanaal.
 A en B liggen op de cirkel met middelpunt F en straal 15 meter.
 Dus A en B liggen op 15 meter van de fontein.
f De oorsprong.

Bladzijde 137

2 a,b,c



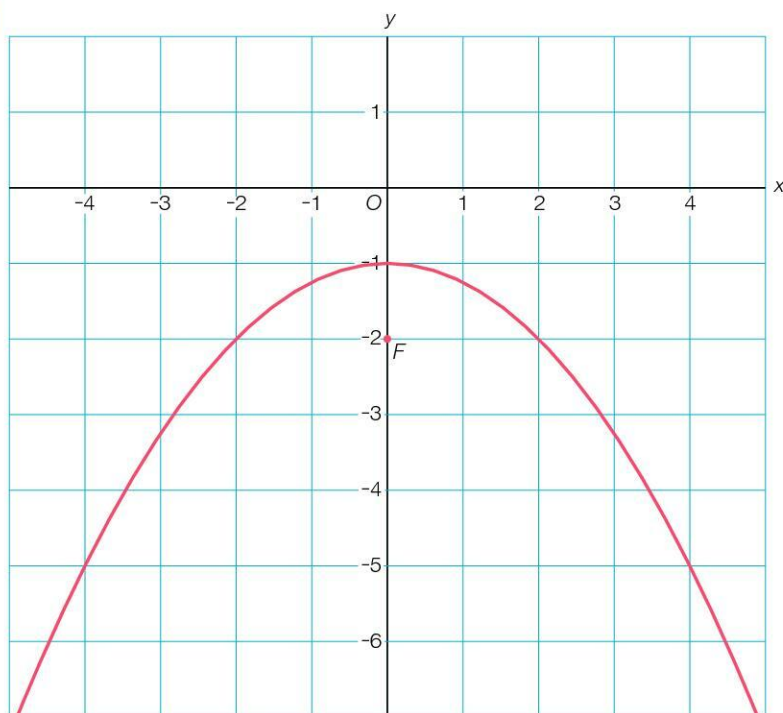
d De parabool gaat door het punt $(2, -2)$.

$y = ax^2$ door $(2, -2)$ geeft $a \cdot 2^2 = -2$

$$4a = -2$$

$$a = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

3



De parabool gaat door het punt $(0, -1)$.

$y = ax^2 + b$ door $(0, -1)$ geeft $a \cdot 0^2 + b = -1$

$$0 + b = -1$$

$$b = -1$$

Dit geeft $y = ax^2 - 1$.

De parabool gaat door het punt $(2, -2)$.

$y = ax^2 - 1$ door $(2, -2)$ geeft $a \cdot 2^2 - 1 = -2$

$$4a - 1 = -2$$

$$4a = -1$$

$$a = \frac{-1}{4} = -\frac{1}{4}$$

Dus $a = -\frac{1}{4}$ en $b = -1$.

4 De parabolen zijn ontstaan door als brandpunt het middelpunt van de cirkel te nemen, en als richtlijn telkens een andere horizontale lijn.

5 a Een parabool.

b Ja, het is inderdaad een parabool.

8 Inhoud en vergroten

Voorkennis Oppervlakten

Bladzijde 140

- 1 opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 57 \cdot 24 = 684 \text{ mm}^2$
opp $\triangle DEF = \frac{1}{2} \cdot 36 \cdot 15 = 270 \text{ mm}^2$
opp $\triangle KLM = \frac{1}{2} \cdot 33 \cdot 20 = 330 \text{ mm}^2$
- 2 a diameter cirkel = 2 cm, dus straal = 1 cm.
opp gele gebied = opp $DEFG$ - opp cirkel = $2,8 \cdot 2 - \pi \cdot 1^2 \approx 2,46 \text{ cm}^2$
b diameter = 2,2 cm, dus straal = 1,1 cm.
opp gele gebied = $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1,1^2 \approx 1,90 \text{ cm}^2$

Bladzijde 141

- 3 opp $ABEF = \text{opp } ABCD - \text{opp } \triangle DEF - \text{opp } \triangle BCE = 3 \cdot 2,2 - \frac{1}{2} \cdot 1,8 \cdot 1,2 - \frac{1}{2} \cdot 2,2 \cdot 1,2 = 4,2 \text{ cm}^2$
opp $PQRS = 1 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 2 = 3,5 \text{ cm}^2$
opp $GHKLM = \text{opp } GILM - \text{opp } \triangle HIK = 3,2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1,1 \cdot 1,4 = 5,63 \text{ cm}^2$
- 4 a $1,2 \text{ m}^3 = 1200 \text{ dm}^3$ d $12 \text{ dm}^3 = 12 \text{ L}$ g $12 \text{ L} = 1200 \text{ cL}$
b $325 \text{ cm}^3 = 0,325 \text{ dm}^3$ e $18 \text{ cm}^3 = 18 \text{ mL}$ h $0,7 \text{ L} = 7 \text{ dL}$
c $7000 \text{ mm}^3 = 7 \text{ cm}^3$ f $4,5 \text{ L} = 4,5 \text{ dm}^3$ i $1,2 \text{ L} = 1200 \text{ mL}$
- 5 a $7,3 \text{ m}^3 = 7300 \text{ dm}^3 = 7300 \text{ L}$
b $6800 \text{ cm}^3 = 6,8 \text{ dm}^3 = 6,8 \text{ L}$
c $50\,000 \text{ mm}^3 = 50 \text{ cm}^3 = 50 \text{ mL}$
d $5,2 \text{ dm}^3 = 5,2 \text{ L} = 52 \text{ dL}$
e $0,2 \text{ dm}^3 = 0,2 \text{ L} = 20 \text{ cL}$
f $350 \text{ cm}^3 = 350 \text{ mL} = 35 \text{ cL}$

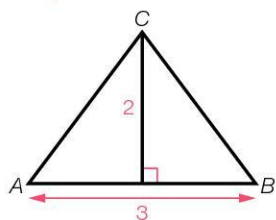
8.1 Inhoud prisma en cilinder

Bladzijde 142

- 1 a inhoud balk = $3 \cdot 4 \cdot 5 = 60 \text{ cm}^3$
b inhoud prisma = $\frac{1}{2} \cdot 60 = 30 \text{ cm}^3$
c opp $\triangle ACD = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 6 \text{ cm}^2$
d opp grondvlak = 6 cm^2 en hoogte = 5 cm geeft opp grondvlak $\times$ hoogte = $6 \cdot 5 = 30 \text{ cm}^3$ en dat is de inhoud van het prisma.
Dus voor het prisma geldt de formule inhoud = opp grondvlak $\times$ hoogte.

Bladzijde 143

2 a



- b opp grondvlak = $\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3 \text{ m}^2$
c hoogte prisma = 4 m
inhoud prisma = $3 \cdot 4 = 12 \text{ m}^3$
Dus de inhoud van het tentje is 12 m^3 .

Bladzijde 144

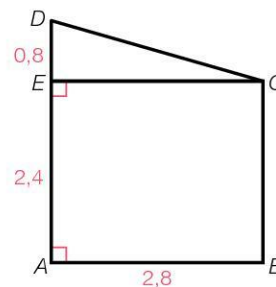
- 3 Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.

$$\text{opp grondvlak} = 2,8 \cdot 2,4 + \frac{1}{2} \cdot 2,8 \cdot 0,8 = 7,84 \text{ m}^2$$

$$\text{hoogte prisma} = 1,5 \text{ m}$$

$$\text{inhoud prisma} = 7,84 \cdot 1,5 = 11,76 \text{ m}^3$$

De inhoud van de groentekas is $11,8 \text{ m}^3$.



- 4 a Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.

$$\text{opp grondvlak} = 1 \cdot 50 + \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 50 = 100 \text{ m}^2$$

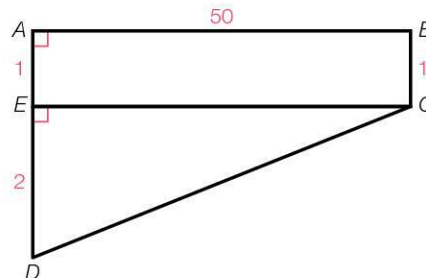
$$\text{hoogte prisma} = 10 \text{ m}$$

$$\text{inhoud prisma} = 100 \cdot 10 = 1000 \text{ m}^3$$

Er kan 1 000 000 liter water in het zwembad.

- b Per minuut 225 liter water, dus per uur $60 \cdot 225 = 13\,500$ liter.

$$\text{Het vullen duurt } \frac{1\,000\,000}{13\,500} \approx 74 \text{ uur.}$$



- 5 a In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus

$$AD^2 + CD^2 = AC^2$$

$$3,6^2 + CD^2 = 3,9^2$$

$$12,96 + CD^2 = 15,21$$

$$CD^2 = 2,25$$

$$CD = \sqrt{2,25} = 1,5 \text{ m}$$

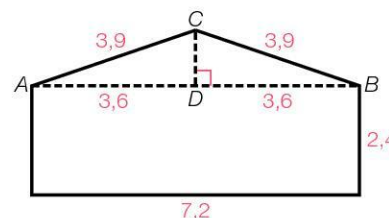
- b De garage is $2,4 + 1,5 = 3,9$ m hoog.

- c opp grondvlak = $7,2 \cdot 2,4 + \frac{1}{2} \cdot 7,2 \cdot 1,5 = 22,68 \text{ m}^2$

$$\text{hoogte prisma} = 8 \text{ m}$$

$$\text{inhoud prisma} = 22,68 \cdot 8 = 181,44 \text{ m}^3$$

De inhoud van de garage is $181,44 \text{ m}^3$.



- 6 a In $\triangle BCE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $BE^2 + CE^2 = BC^2$

$$BE^2 + 1,2^2 = 2,0^2$$

$$BE^2 + 1,44 = 4,00$$

$$BE^2 = 2,56$$

$$BE = 1,6$$

$$\text{opp grondvlak} = 1,9 \cdot 1,6 + \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot 1,6 = 4 \text{ m}^2$$

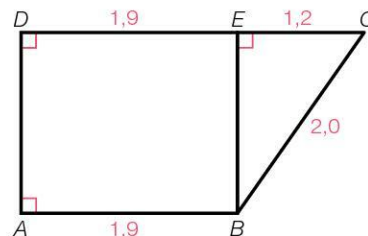
$$\text{hoogte prisma} = 1,2 \text{ m}$$

$$\text{inhoud prisma} = 4 \cdot 1,2 = 4,8 \text{ m}^3$$

Dus er zit 4800 liter water in de jacuzzi als deze tot de rand gevuld is.

- b opp binnenkant = opp bodem + opp zijkanten = $4 + (1,9 + 2 + 3,1 + 1,6) \cdot 1,2 = 14,32 \text{ m}^2$

Dus er is $14,32 \text{ m}^2$ betegeld.



Bladzijde 145

- 7 prisma $BLMN$ $CKPO$

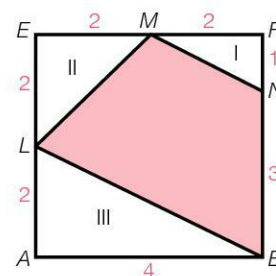
Het grondvlak is vierhoek $BNML$.

$$\text{opp grondvlak} = \text{opp } ABFE - \text{opp I} - \text{opp II} - \text{opp III}$$

$$= 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2 = 9 \text{ cm}^2$$

$$\text{hoogte prisma} = BC = 3 \text{ cm}$$

$$\text{inhoud prisma} = 9 \cdot 3 = 27 \text{ cm}^3$$



prisma $KMPHE LNQGF$

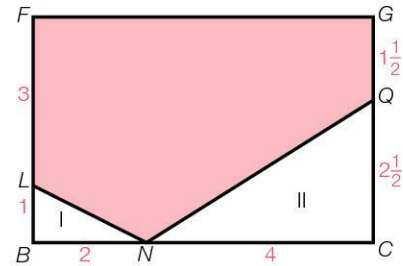
Het grondvlak is vijfhoek $FGQNL$.

opp grondvlak = opp $BCGF$ – opp I – opp II

$$= 6 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 2\frac{1}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

hoogte prisma = $MN = 3 \text{ cm}$

inhoud prisma = $18 \cdot 3 = 54 \text{ cm}^3$



- 8 **a** straal = $18,2 : 2 = 9,1 \text{ cm}$
inhoud = $\pi \cdot 9,1^2 \cdot 17,7 = 4604,7... \text{ cm}^3 \approx 4,6 \text{ L}$

- 9 **a** straal = $10 : 2 = 5 \text{ cm}$
inhoud = $\pi \cdot 5^2 \cdot 10,3 = 808,9... \text{ cm}^3 = 808,9... \text{ mL}$
Er kan dus 800 mL in het blik.
b $808,9... - 800 = 8,9... \text{ mL}$
Er kan dus nog 8 gehele mL bij.

Bladzijde 146

- 10 **a** straal = $30 : 2 = 15 \text{ cm}$
inhoud = $\pi \cdot 15^2 \cdot 54 = 38\,170,3... \text{ cm}^3 = 38,17... \text{ L}$
 $38,17... : 0,3 = 127,2...$
Er kunnen dus 127 flessen van 0,3 L gevuld worden.
b omtrek = $\pi \cdot \text{diameter} = \pi \cdot 30 = 94,24... \text{ cm}$
Dus de lengte van één zo'n strip is 94,2 cm.
- 11 **a** straal = $7,5 : 2 = 3,75 \text{ cm}$
inhoud = $\pi \cdot 3,75^2 \cdot 15 = 662,6... \text{ cm}^3$
Dus de inhoud van een blik is 663 cm^3 .
b De lengte van de doos is $5 \cdot 7,5 = 37,5 \text{ cm}$.
De breedte van de doos is $2 \cdot 7,5 = 15 \text{ cm}$.
De hoogte van de doos is $2 \cdot 15 = 30 \text{ cm}$.
De inhoud van de doos is $37,5 \cdot 15 \cdot 30 = 16\,875 \text{ cm}^3$.
De inhoud van 20 blikken is $20 \cdot 662,6... = 13\,253,5... \text{ cm}^3$.
Dus er is $16\,875 - 13\,253,5... \approx 3\,621 \text{ cm}^3$ niet gevuld.

- 12 **a** buitenkant
diameter = 11 m, dus straal = 5,5 m } inhoud = $\pi \cdot 5,5^2 \cdot 16 = 484\pi \text{ m}^3$
hoogte = 16 m
lift
diameter = 3,5 m, dus straal = 1,75 m } inhoud = $\pi \cdot 1,75^2 \cdot 16 = 49\pi \text{ m}^3$
hoogte = 16 m
De inhoud van het aquarium is $484\pi - 49\pi = 435\pi \approx 1367 \text{ m}^3$.
b 3 volle dagen is $3 \cdot 24 \cdot 60 = 4320 \text{ minuten}$.
De snelheid is $\frac{435\pi}{4320} = 0,3163... \text{ m}^3 \text{ per minuut} \approx 316 \text{ liter per minuut}$.

8.2 Inhoud piramide en kegel

Bladzijde 147

- 13 **a** *
b *
c *
d inhoud kubus = $3^3 = 27 \text{ cm}^3$
inhoud piramide = $27 : 3 = 9 \text{ cm}^3$

Bladzijde 148

14 opp grondvlak = $1,5^2 = 2,25 \text{ m}^2$
hoogte piramide = 1,8 m
inhoud wigwam = $\frac{1}{3} \cdot 2,25 \cdot 1,8 = 1,35 \text{ m}^3$

15 a kaars I
opp grondvlak = $3^2 = 9 \text{ cm}^2$
hoogte piramide = 14 cm
inhoud kaars = $\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 14 = 42 \text{ cm}^3$

kaars II
opp grondvlak = $4^2 = 16 \text{ cm}^2$
hoogte piramide = 8 cm
inhoud kaars = $\frac{1}{3} \cdot 16 \cdot 8 = 42\frac{2}{3} \text{ cm}^3$

kaars III
opp grondvlak = $5^2 = 25 \text{ cm}^2$
hoogte piramide = 5 cm
inhoud kaars = $\frac{1}{3} \cdot 25 \cdot 5 = 41\frac{2}{3} \text{ cm}^3$

b De totale inhoud van de kaarsen is $42 + 42\frac{2}{3} + 41\frac{2}{3} = 126\frac{1}{3} \text{ cm}^3$.

De totale brandtijd is $\frac{126\frac{1}{3}}{13} = 9,717... \text{ uur}$.

Dat is 9 uur en $0,717... \cdot 60 \approx 43$ minuten.

Dus de laatste kaars is om 22:43 uur opgebrand.

16 opp grondvlak = $3 \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$
hoogte piramide = 9 cm
inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 9 \cdot 9 = 27 \text{ cm}^3$, dat is 0,027 liter.
 $\frac{20}{0,027} = 740,7...$
Dus Waks kan 740 kaarsen maken.

Bladzijde 149

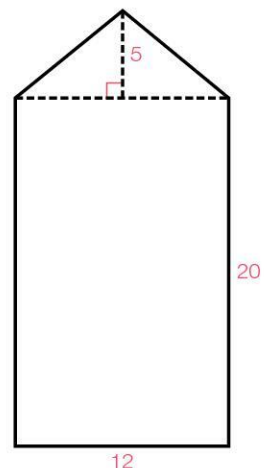
17 De kerk is opgebouwd uit een balk, een piramide en een prisma.
hoogte balk = $20 + 5 + 4 = 29 \text{ m}$
inhoud balk = $12 \cdot 12 \cdot 29 = 4176 \text{ m}^3$

opp grondvlak piramide = $12 \cdot 12 = 144 \text{ m}^2$
hoogte piramide = $35 - 29 = 6 \text{ m}$
inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 144 \cdot 6 = 288 \text{ m}^3$

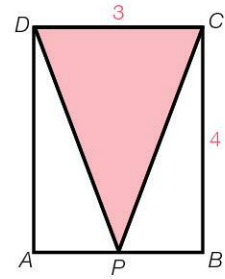
Zie de schets hiernaast.

opp grondvlak prisma = opp rechthoek + opp driehoek =
 $12 \cdot 20 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 5 = 270 \text{ m}^2$
hoogte prisma = $30 - 12 = 18 \text{ m}$
inhoud prisma = $270 \cdot 18 = 4860 \text{ m}^3$

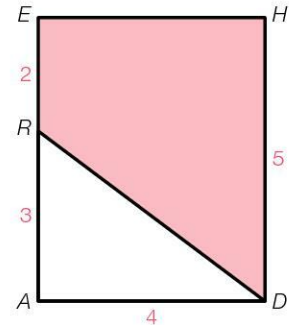
Dus de inhoud van de kerk is $4176 + 288 + 4860 = 9324 \text{ m}^3$.



- 18** piramide $G\ CPD$
 Het grondvlak is $\triangle CPD$.
 $\text{opp grondvlak} = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 6\text{ cm}^2$
 $\text{hoogte piramide} = CG = 5\text{ cm}$
 $\text{inhoud piramide} = \frac{1}{3} \cdot 6 \cdot 5 = 10\text{ cm}^3$



- piramide $F\ DHER$
 Het grondvlak is vierhoek $DHER$.
 $\text{opp grondvlak} = \text{opp } ADHE - \text{opp } \triangle ADR = 4 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 3 = 14\text{ cm}^2$
 $\text{hoogte piramide} = EF = 3\text{ cm}$
 $\text{inhoud piramide} = \frac{1}{3} \cdot 14 \cdot 3 = 14\text{ cm}^3$



- 19 a** De stelling van Pythagoras geeft $x^2 + x^2 = 4^2$
 $2x^2 = 16$
 $: 2 \quad : 2$
 $x^2 = 8$
 $x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$
 x is een lengte, dus x is positief. Dit geeft $x = \sqrt{8}$.
b opp achthoek = opp vierkant + 4 · opp rechthoek + 4 · opp driehoek
 $= 4 \cdot 4 + 4 \cdot 4 \cdot x + 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot x \cdot x$
 $= 16 + 16\sqrt{8} + 2 \cdot \sqrt{8} \cdot \sqrt{8} = 16 + 16\sqrt{8} + 16 = 32 + 16\sqrt{8} = 77,254... \approx 77,25\text{ mm}^3$
c inhoud bovenste piramide = $\frac{1}{3} \cdot 77,254... \cdot 6 = 154,50... \text{ mm}^3$
 inhoud onderste piramide = $\frac{1}{3} \cdot 77,254... \cdot 8 = 206,01... \text{ mm}^3$
 Dus de inhoud van de diamant is $154,50... + 206,01... = 360,52... \approx 360,5\text{ mm}^3$.
d De diamant weegt $360,52... \cdot 3,51 = 1265,43... \text{ mg}$.
 Dat is $1265,43... : 200 \approx 6$ karaat.

Bladzijde 150

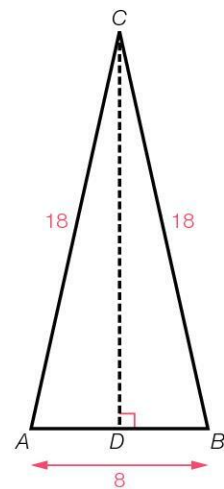
- 20** straal = $6 : 2 = 3\text{ cm}$
 $\text{inhoud kegel} = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 3^2 \cdot 10 \approx 94,2\text{ cm}^3$
- 21** straal = $8 : 2 = 4\text{ m}$
 $\text{inhoud toren} = \text{inhoud cilinder} + \text{inhoud kegel}$
 $= \pi \cdot 4^2 \cdot 6 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 4^2 \cdot 4 \approx 369\text{ m}^3$.

Bladzijde 151

- 22** inhoud watertoren = inhoud hele kegel – inhoud kegel onder de grond
 $= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 23^2 \cdot 40 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 8,7^2 \cdot 15 = 20969,7... \text{ m}^3$
 De watertoren kan dus 20969 m^3 water bevatten.
- 23 a** Het potlood bestaat uit een cilinder en een kegel.
 straal = $1,5 : 2 = 0,75\text{ cm}$
 $\text{inhoud potlood} = \pi \cdot 0,75^2 \cdot 10 + \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,75^2 \cdot 2 = 18,849... \approx 18,85\text{ cm}^3$
- b** Het gewicht van de stift is $2,3 \cdot 1,2 = 2,76\text{ gram}$.
 Het hout weegt $(18,849... - 2,3) \cdot 0,9 = 14,894... \text{ gram}$.
 Het potlood weegt $2,76 + 14,894... \approx 17,7\text{ gram}$.

- 24 a** straal = $1250 : 2 = 625 \text{ mm} = 6,25 \text{ dm}$
 hoogte bovenste kegel = $850 \text{ mm} = 8,5 \text{ dm}$
 inhoud bovenste kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,25^2 \cdot 8,5 = 347,70... \text{ dm}^3$
 hoogte onderste kegel = $1580 \text{ mm} = 15,8 \text{ dm}$
 inhoud onderste kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 6,25^2 \cdot 15,8 = 646,31... \text{ dm}^3$
 De inhoud van de boei is $347,70... + 646,31... \approx 994 \text{ dm}^3 = 994 \text{ liter}$.
- b** $\frac{347,70...}{994,01...} \times 100\% \approx 35,0\%$ van de boei zit boven water.

- 25** Zie de schets hiernaast.
 De stelling van Pythagoras geeft
 $AD^2 + CD^2 = AC^2$
 $4^2 + CD^2 = 18^2$
 $16 + CD^2 = 324$
 $-16 \quad -16$
 $CD^2 = 308$
 $CD = \sqrt{308} = 17,54...$
 Dus de hoogte van het hoorntje is $17,54... \text{ cm} = 1,754... \text{ dm}$.
 straal = $8 : 2 = 4 \text{ cm} = 0,4 \text{ dm}$
 inhoud hoorntje = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,4^2 \cdot 1,754... = 0,294... \text{ dm}^3$
 In het hoorntje zit $0,294... \cdot 650 \approx 191 \text{ gram}$ ijs.



- 26** straal = $10 : 2 = 5 \text{ cm} = 0,5 \text{ dm}$
 hoogte kegel = $25 : 2 = 12,5 \text{ cm} = 1,25 \text{ dm}$
 inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 0,5^2 \cdot 1,25 = 0,3272... \text{ dm}^3$
 In de onderste kegel zit $0,3272... \text{ dm}^3$ zand.
 $1,5 \text{ kg} = 1500 \text{ gram}$
 Dus in de onderste kegel zit $0,3272... \cdot 1500 = 490,8... \text{ gram}$ zand.
 $5 \text{ minuten} = 300 \text{ seconden}$
 Er stroomt $490,8... : 300 \approx 1,64 \text{ gram}$ zand per seconde door de opening van de zandloper.

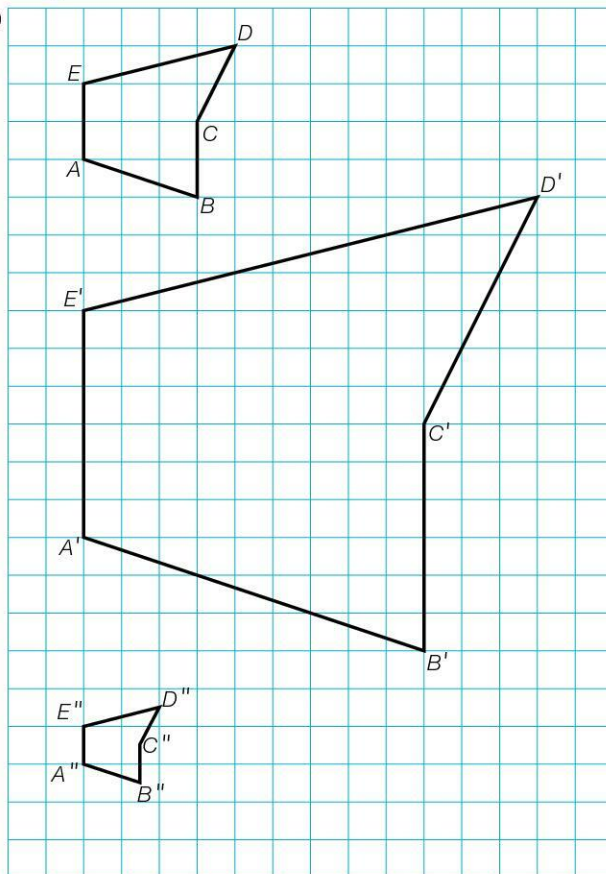
8.3 Vergroten en verkleinen

Bladzijde 152

- 27 a**
- | Airbus A380 | model | werkelijkheid |
|---------------------|------------|---------------|
| spanwijdte vleugels | 5,32 meter | 79,8 meter |
| lengte vliegtuig | 4,80 meter | 72 meter |
| hoogte vliegtuig | 1,64 meter | 24,6 meter |
- b** $79,8 : 5,32 = 15$
 Het model is gemaakt op schaal 1 : 15.

28

a,b



29

a hoogte kaars A is 2 cm.

hoogte kaars B is 3,4 cm.

Kaars B is $\frac{3,4}{2} = 1,7$ keer zo hoog als kaars A .

breedte kaars A is 1 cm.

breedte kaars B is 1,7 cm.

Kaars B is $\frac{1,7}{1} = 1,7$ keer zo breed als kaars A .

b De vergrotingsfactor is 1,7.

c hoogte kaars C is 4 cm.

Kaars C is $\frac{4}{2} = 2$ keer zo hoog als kaars A .

breedte kaars C is 2 cm.

Kaars C is $\frac{2}{1} = 2$ keer zo breed als kaars A .

De vergrotingsfactor is 2.

Bladzijde 155

30

a Het origineel is I en het beeld is II.

Opmeten van de hoogte van het stoomwolkje links geeft 20 mm.

Opmeten van de hoogte van het stoomwolkje rechts geeft 64 mm.

Dus $k = \frac{64}{20} = 3,2$.

b Opmeten van de hoogte van de beker geeft 41 mm.

De hoogte van de beker in de vergroting is $3,2 \cdot 41 = 131,2 \text{ mm} \approx 13,1 \text{ cm}$.

31

a Het origineel is I en het beeld is II.

Opmeten van de diameter van de stip links geeft 5 mm.

Opmeten van de diameter van de stip rechts geeft 30 mm.

Dus $k = \frac{30}{5} = 6$.

- b** Opmeten van de breedte van het wifi icoon geeft 30 mm.
De breedte van het wifi icoon in de vergroting is $6 \cdot 30 = 180 \text{ mm} = 18 \text{ cm}$.

Bladzijde 156

- 32 a** Het origineel zijn de twee ramen en het beeld is het huis.
Opmeten van de totale breedte van de twee vensters op de kleurplaat van het huis geeft 36 mm.
Opmeten van de totale breedte van de twee vensters op de verkleining geeft 12 mm.
Dus $k = \frac{12}{36} = 0,333... \approx 0,33$.
- b** Opmeten van de hoogte van het huis op de verkleining geeft 43 mm.
De hoogte van het huis op de kleurplaat is $\frac{43}{0,333...} = 129 \text{ mm} = 12,9 \text{ cm}$.
- 33 a** $\triangle ABC$ is het origineel, $\triangle A'B'C'$ is het beeld.
Opmeten geeft $BC = 15 \text{ mm}$ en $B'C' = 27 \text{ mm}$.
Dus $k = \frac{B'C'}{BC} = \frac{27}{15} = 1,8$.
- b** Opmeten geeft $AC = 7 \text{ mm}$.
 $A'C' = k \cdot AC = 1,8 \cdot 7 = 12,6 \text{ mm}$
- c** $\triangle ABC$ is het origineel, $\triangle A''B''C''$ is het beeld.
Opmeten geeft $AC = 7 \text{ mm}$ en $A''C'' = 21 \text{ mm}$.
Dus $k = \frac{A''C''}{AC} = \frac{21}{7} = 3$.
- d** Opmeten geeft $BC = 15 \text{ mm}$.
 $B''C'' = k \cdot BC = 3 \cdot 15 = 45 \text{ mm}$
- 34 a** De foto is het origineel, de poster is het beeld.
 $k = \frac{\text{breedte poster}}{\text{breedte foto}} = \frac{88}{10} = 8,8$
- b** $\text{lengte poster} = k \cdot \text{lengte foto} = 8,8 \cdot 15 = 132 \text{ cm}$
- 35** foto breedte : hoogte = $18 : 12 = 3 : 2$
lijst 1 breedte : hoogte = $80 : 60 = 4 : 3$
lijst 2 breedte : hoogte = $81 : 54 = 3 : 2$
lijst 3 breedte : hoogte = $100 : 66 = 50 : 33$
lijst 4 breedte : hoogte = $109 : 72$
Dus hij gebruikt de lijst van 81 cm bij 54 cm, want hierbij is de verhouding tussen lengte en breedte gelijk aan de verhouding bij de foto.

8.4 Oppervlakte bij vergroten

Bladzijde 157

- 36 a** Je hebt $8 \cdot 8 = 64$ kleine foto's nodig om het scherm van de iPad precies te bedekken.
b De oppervlakte van de vergroting is 64 keer zo groot als die van de kleine foto.

Bladzijde 158

- 37** Dolfijn I is het origineel, dolfijn II is het beeld.
De lengte van dolfijn I is 38 mm en lengte van dolfijn II is 44 mm.
 $k = \frac{44}{38} = 1,157...$
 $\text{opp II} = k^2 \cdot \text{opp I} = 1,157...^2 \cdot 3,92 \approx 5,26 \text{ cm}^2$
- 38** Logo I is het origineel, logo II het beeld.
De hoogte van logo I is 43 mm en de hoogte van logo II is 35 mm.
 $k = \frac{35}{43} = 0,81...$
 $\text{opp II} = k^2 \cdot \text{opp I} = 0,81...^2 \cdot 10,2 \approx 6,8 \text{ cm}^2$

- 39** De postzegel is het origineel en de postzegel in de catalogus is het beeld.
 opp origineel = $4,2 \text{ cm}^2$ en $k = 2,5$
 De oppervlakte van de zegel in de catalogus is $2,5^2 \cdot 4,2 = 26,25 \text{ cm}^2$.

Bladzijde 159

- 40** De hoeveelheid verf die nodig is hangt af van de oppervlakte.
 $k = 3$, dus opp grote muur = $3^2 \cdot$ opp kleine muur.
 Voor de muur van 4,2 bij 1,2 meter is 0,9 liter verf nodig,
 dus voor de grotere soortgelijke muur is $3^2 \cdot 0,9 = 8,1$ liter verf nodig.
- 41** **a** De plattegrond is op schaal 1 : 250, dus $k = 250$.
b opp vergroting = $k^2 \cdot$ opp origineel = $250^2 \cdot 8 = 500\,000 \text{ cm}^2 = 50 \text{ m}^2$.
 De vijver is in werkelijkheid 50 m^2 .
c lengte plattegrond = 11 cm, dus lengte tuin = $250 \cdot 11 = 2750 \text{ cm}$ ofwel 27,5 m.
 breedte plattegrond = 4,5 cm, dus breedte tuin = $250 \cdot 4,5 = 1125 \text{ cm}$ ofwel 11,25 m.
 De hele tuin is 27,5 meter lang en 11,25 meter breed.
- 42** vleugeloppervlakte echte Boeing = $k^2 \cdot$ vleugeloppervlakte model
 vleugeloppervlakte model = $1000 \text{ cm}^2 = 0,1 \text{ m}^2$
 vleugeloppervlakte echte Boeing 160 m^2
 Dus
 $160 = k^2 \cdot 0,1$
 $\times 10 \quad \times 10$
 $1600 = k^2$
 $k^2 = 1600$
 $k = \sqrt{1600} = 40$
 De lengte van het model is 90 cm en de spanwijdte van het model is 85 cm.
 lengte echte Boeing = $k \cdot$ lengte model = $40 \cdot 90 = 3600 \text{ cm} = 36 \text{ m}$
 spanwijdte echte Boeing = $k \cdot$ spanwijdte model = $40 \cdot 85 = 3400 \text{ cm} = 34 \text{ m}$
- 43** Het punt A is het midden van een zijde van de grote zeshoek, dus $k = 2$.
 opp grote zeshoek = $2^2 \cdot$ opp kleine zeshoek = $4 \cdot$ opp kleine zeshoek
 opp blauwe gebied = opp grote zeshoek – opp kleine zeshoek
 $= 4 \cdot$ opp kleine zeshoek – opp kleine zeshoek
 $= 3 \cdot$ opp kleine zeshoek
 opp blauwe gebied = 15 cm^2 , dus $3 \cdot$ opp kleine zeshoek = 15 cm^2
 Dus de oppervlakte van de kleine zeshoek is 5 cm^2 .

Bladzijde 160

- 44** **a** oppervlakte PQRS : oppervlakte ABCD = $7,2 : 0,8 = 9$
 Dus de oppervlakte van PQRS is 9 keer zo groot als de oppervlakte van ABCD.
b $k = 3$, immers de oppervlakte van PQRS is $k^2 = 3^2 = 9$ keer zo groot.
- 45** **a** opp beeld = $8 \cdot$ opp origineel, dus $k = \sqrt{8}$.
 lengte vergroting = $\sqrt{8} \cdot 15 \approx 42,4 \text{ cm}$
 breedte vergroting = $\sqrt{8} \cdot 10 \approx 28,3 \text{ cm}$
- b** $k = \frac{\text{lengte vergroting}}{\text{lengte origineel}} = \frac{25}{15} = 1\frac{2}{3}$
 opp origineel = $15 \cdot 10 = 150 \text{ cm}^2$
 opp vergroting = $k^2 \cdot$ opp origineel = $\left(1\frac{2}{3}\right)^2 \cdot 150 \approx 417 \text{ cm}^2$

Bladzijde 161

- 46** De kleine vijver is origineel, de grote vijver is beeld.
 opp beeld = $5 \cdot$ opp origineel, dus $k = \sqrt{5}$.
 diameter grote vijver = $\sqrt{5} \cdot 2,4 \approx 5,37 \text{ m}$

47 a B is origineel en C is beeld.
 $\text{opp } B = 20 \cdot 30 = 600 \text{ cm}^2$
 $k^2 = \frac{\text{opp } C}{\text{opp } B} = \frac{1350}{600} = 2,25$, dus $k = \sqrt{2,25} = 1,5$.

lengte $C = k \cdot \text{lengte } B = 1,5 \cdot 30 = 45 \text{ cm}$
 breedte $C = k \cdot \text{breedte } B = 1,5 \cdot 20 = 30 \text{ cm}$
 De afmetingen van lijst C zijn 30 bij 45 cm.

b B is origineel en A is beeld.
 $k^2 = \frac{\text{opp } A}{\text{opp } B} = \frac{150}{600} = 0,25$, dus $k = \sqrt{0,25} = 0,5$.
 lengte $A = k \cdot \text{lengte } B = 0,5 \cdot 30 = 15 \text{ cm}$
 breedte $A = k \cdot \text{breedte } B = 0,5 \cdot 20 = 10 \text{ cm}$
 De afmetingen van lijst B zijn 10 bij 15 cm.

48 $\text{opp grootzeil} = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 4,8 = 4,8 \text{ m}^2$

De grote boot is origineel, de kleinere versie is beeld.

$$k^2 = \frac{\text{opp beeld}}{\text{opp origineel}} = \frac{2,8}{4,8}, \text{ dus } k = \sqrt{\frac{2,8}{4,8}} = 0,76 \dots$$

lengte ene rechthoekszijde beeld = $k \cdot \text{lengte ene rechthoekszijde origineel} = 0,76 \dots \cdot 2 \approx 1,53 \text{ meter}$

lengte andere rechthoekszijde beeld = $k \cdot \text{lengte andere rechthoekszijde origineel} = 0,76 \dots \cdot 4,8 \approx 3,67 \text{ meter}$

49 a De Airbus A380 is origineel, het schaalmodel is beeld.

$$k^2 = \frac{\text{opp beeld}}{\text{opp origineel}} = \frac{0,338}{845} = 0,0004, \text{ dus } k = \sqrt{0,0004} = 0,02.$$

lengte beeld = $k \cdot \text{lengte origineel} = 0,02 \cdot 72,7 = 1,454 \text{ meter}$

b De Airbus A380 is origineel, het schaalmodel is beeld.

De spanwijdte van het schaalmodel mag maximaal $0,6 \cdot 5 = 3 \text{ meter}$ zijn.

$$k = \frac{\text{spanwijdte beeld}}{\text{spanwijdte origineel}} = \frac{3}{79,8}$$

$$\text{oppervlakte beeld} = k^2 \cdot \text{oppervlakte origineel} = \left(\frac{3}{79,8}\right)^2 \cdot 845 \approx 1,19 \text{ m}^2$$

Dus de maximale vleugeloppervlakte van het schaalmodel is $1,19 \text{ m}^2$.

8.5 Inhoud bij vergroten

Bladzijde 162

- 50 a** Er passen 3 kubussen in de lengte en ook 3 in de breedte.
 Dus er passen $3 \cdot 3 = 9$ kleine kubussen op de bodem van de grote kubus.
b Ze kan in de grote kubus 3 lagen kleine kubussen op elkaar stapelen.
c In de grote kubus passen 3 lagen van 9 kleine kubussen, dus $3 \cdot 9 = 27$ kleine kubussen.

Bladzijde 163

- 51 a** Vat I is origineel en vat II is beeld.
 $k = 1,8$ geeft inhoud II = $1,8^3 \cdot \text{inhoud I} = 1,8^3 \cdot 45 \approx 262 \text{ L}$
b $\text{opp bodem II} = 1,8^2 \cdot \text{opp bodem I} = 1,8^2 \cdot 10 = 32,4 \text{ dm}^2$
c hoogte vat II = $1,8 \cdot \text{hoogte vat I} = 1,8 \cdot 4,5 = 8,1 \text{ dm}$

- 52** Kopje I is origineel en kopje II is beeld.

$$k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{2,8}{5,5} = 0,5090 \dots$$

$$\text{inhoud II} = k^3 \cdot \text{inhoud I} = 0,5090 \dots^3 \cdot 110 \approx 15 \text{ mL}$$

Bladzijde 164

- 53 a** Fles I is origineel, fles II is beeld.
 $k = 5$ geeft inhoud II = $5^3 \cdot \text{inhoud I} = 5^3 \cdot 75 = 9375 \text{ mL}$
 $9375 \text{ mL} = 9,375 \text{ liter}$, dat is minder dan 10 L.

- b** 80% van 9375 mL is $0,8 \cdot 9375 = 7500$ mL.
Hiermee kun je $\frac{7500}{75} = 100$ kleine flesjes vullen.

- 54 a** Fles I is origineel en fles II is beeld.
gemeten hoogte I = 3,4 cm
gemeten hoogte II = 4,8 cm

$$k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{4,8}{3,4} = 1,41...$$

- b** inhoud II = $1,41...^3 \cdot \text{inhoud I} = 1,41...^3 \cdot 0,75 \approx 2,1$ liter
c opp etiket II = $1,41...^2 \cdot \text{opp etiket I} = 1,41...^2 \cdot 168 \approx 335$ cm²

- 55** Neem je de afmetingen in Lilliput als origineel en de afmetingen van Gulliver als beeld, dan is $k = 12$.
inhoud Gulliver = $k^3 \cdot \text{inhoud bewoner Lilliput}$ met $k^3 = 12^3 = 1728$.
De inhoud van Gulliver is 1728 keer de inhoud van een bewoner van Lilliput.
Dus zo komt de hofwiskundige aan het getal 1728.

- 56 a** Tube II is origineel en tube III is beeld.

$$k = \frac{\text{lengte III}}{\text{lengte II}} = \frac{9}{12} = 0,75$$

- b** inhoud III = $0,75^3 \cdot \text{inhoud II} = 0,75^3 \cdot 45 = 18,984... \text{ cm}^3 \approx 19$ mL
c Tube II is origineel en tube I is beeld.

$$k = \frac{\text{lengte I}}{\text{lengte II}} = \frac{15}{12} = 1,25$$

- inhoud I = $1,25^3 \cdot \text{inhoud II} = 1,25^3 \cdot 45 = 87,890... \text{ cm}^3 \approx 88$ mL
d $k = 1,25$ (zie c) geeft opp I = $1,25^2 \cdot \text{opp II} = 1,25^2 \cdot 60 = 93,75$ cm²

Bladzijde 165

- 57** Het model is origineel, het echte vliegtuig is beeld.
Schaal 1 : 35, dus $k = 35$.

- a** lengte echte vliegtuig = $k \cdot \text{lengte model} = 35 \cdot 205,7 = 7199,5$ cm
Het echte vliegtuig is 72,0 meter lang.
b inhoud brandstoftanks echte vliegtuig = $k^3 \cdot \text{inhoud model} = 35^3 \cdot 7463,6 = 320001850$ cm³
De brandstoftanks van het echte vliegtuig hebben een inhoud van 320,0 m³.
c vleugeloppervlak echte vliegtuig = $k^2 \cdot \text{vleugeloppervlak model} = 35^2 \cdot 69,0 = 84525$ dm²
Het vleugeloppervlak van het echte vliegtuig is 845,3 m².
d spanwijdte echte vliegtuig = $k \cdot \text{spanwijdte model} = 35 \cdot 22,8 = 798$ dm
De spanwijdte van het echte vliegtuig is 79,8 meter.
e De vleugels van het echte vliegtuig maken ook een hoek van 56,5° met de romp.

- 58 a** De kleine melkauto is origineel, de grote is beeld met $k = \frac{1}{0,65} = 1,538...$
Dus inhoud grote melkauto = $1,538...^3 \cdot \text{inhoud kleine melkauto} = 3,641... \cdot \text{inhoud kleine melkauto}$.
Dus er zijn vier kleine melkauto's nodig om alle melk over te pompen.

- b** inhoud grote melkauto = $\pi \cdot 1,25^2 \cdot 22 = 107,99... \text{ m}^3 \approx 108000$ L
De totale wisseltijd is $3 \cdot 10 = 30$ minuten.
Er moet ongeveer 108000 liter melk worden overgepompt.
Dat duurt $\frac{108000}{10} = 10800$ seconden ofwel $\frac{10800}{60} = 180$ minuten ofwel 3 uur.
De melk is om omstreeks 18:00 uur overgepompt.

- 59** De grootste pop is origineel, de kleinste pop is beeld.

$$k^3 = \frac{4}{500} = \frac{1}{125}$$

Dus $k = \frac{1}{5}$, omdat $\left(\frac{1}{5}\right)^3 = \frac{1}{125}$.

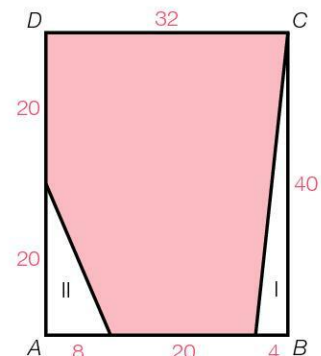
- 60** $k = 2$, immers bij de inhoud vermenigvuldigt je met $k^3 = 2^3 = 8$.

Bladzijde 166

- 61 a** $\sqrt[3]{8} = 2$
 $\sqrt[3]{27} = 3$
 $\sqrt[3]{1} = 1$
 $\sqrt[3]{1000} = 10$
- b** $\sqrt[3]{17} \approx 2,57$
 $\sqrt[3]{84} \approx 4,38$
 $\sqrt[3]{875} \approx 9,56$
 $\sqrt[3]{0,86} \approx 0,95$

Bladzijde 167

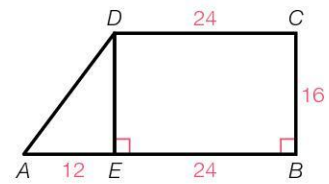
- 62 a** Pan I is het origineel, pan II is het beeld.
 $k^3 = \frac{\text{inhoud II}}{\text{inhoud I}} = \frac{2,4}{2,8} = \frac{6}{7}$
 $k = \sqrt[3]{\frac{6}{7}} = 0,949... \approx 0,95$
- b** opp bodem II = $k^2 \cdot \text{opp bodem I} = 0,949...^2 \cdot 141,3 \approx 127,5 \text{ cm}^2$
- 63 a** Tent I is origineel, tent II is beeld.
 $k^3 = \frac{\text{inhoud II}}{\text{inhoud I}} = \frac{3,0}{1,8} = \frac{5}{3}$ geeft $k = \sqrt[3]{\frac{5}{3}} = 1,185... \approx 1,2$
- b** opp tent II = $k^2 \cdot \text{opp tent I} = 1,185...^2 \cdot 1,52 \approx 2,14 \text{ m}^2$
 In tent II is $2,14 \text{ m}^2$ tentdoek verwerkt.
- c** hoogte tent II = $k \cdot \text{hoogte tent I} = 1,185... \cdot 85 \approx 100,8 \text{ cm}$
- 64 a** Het complex heeft de vorm van een prisma.
 opp grondvlak = opp ABCD – opp I – opp II
 $= 32 \cdot 40 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 20 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 40 = 1120 \text{ m}^2$
 hoogte prisma = 30 m
 inhoud prisma = $1120 \cdot 30 = 33\,600 \text{ m}^3$
 De inhoud van het gebouw is $33\,600 \text{ m}^3$.
- b** Complex II is origineel en complex I is beeld.
 De inhoud van complex I is twee keer zo klein als de inhoud van complex II, dus $k^3 = \frac{1}{2}$ en $k = \sqrt[3]{\frac{1}{2}} = 0,793...$
 opp stuk grond I = $k^2 \cdot \text{opp stuk grond II} = 0,793...^2 \cdot 32 \cdot 40 \approx 806 \text{ m}^2$
 Dus de oppervlakte van het stuk grond dat nodig is voor de bouw van appartementengebouw I is 806 m^2 .
- c** Complex II is origineel en complex III is beeld.
 De oppervlakte van het stuk grond dat nodig is voor de bouw van III is twee keer zo groot als de oppervlakte van het stuk grond waarop II is gebouwd, dus $k^2 = 2$ en $k = \sqrt{2} = 1,414...$
 inhoud III = $k^3 \cdot \text{inhoud II} = 1,414...^3 \cdot 33\,600 \approx 95\,035 \text{ m}^3$
- d** De inhoud van complex I is twee keer zo klein als de inhoud van complex II ofwel de inhoud van complex II is twee keer zo groot als de inhoud van complex I.
 Als I origineel is en II beeld, dan is $k^3 = 2$ en $k = \sqrt[3]{2}$.
 Als II origineel is en III beeld, dan is $k = \sqrt{2}$ (zie onderdeel c).
 Als I origineel is en III beeld, dan is $k = \sqrt[3]{2} \cdot \sqrt{2} \approx 1,8$.



Gemengde opgaven

Bladzijde 168

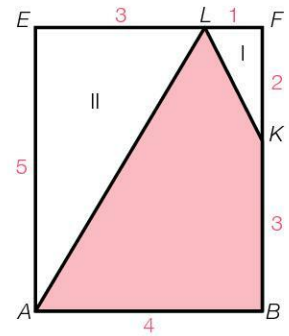
- 1** Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.
 opp grondvlak = opp $EBCD$ + opp $\triangle AED = 24 \cdot 16 + \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 16 = 480 \text{ cm}^2$
 hoogte prisma = 10 cm
 inhoud prisma = $480 \cdot 10 = 4800 \text{ cm}^3$
 Dus de inhoud van de caravan is 4800 cm^3 .



- 2 a** Het grondvlak is vierhoek $ABKL$.
 opp grondvlak = opp $ABFE$ – opp I – opp II

$$= 4 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3 = 11,5 \text{ cm}^2$$

 hoogte prisma = $BC = 6 \text{ cm}$
 inhoud prisma = $11,5 \cdot 6 = 69 \text{ cm}^3$
b opp grondvlak = $4 \cdot 6 = 24 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = $AE = 5 \text{ cm}$
 inhoud $EABCD = \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 5 = 40 \text{ cm}^3$
c opp grondvlak = $6 \cdot 2 = 12 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = $EF = 4 \text{ cm}$
 inhoud $EKMGF = \frac{1}{3} \cdot 12 \cdot 4 = 16 \text{ cm}^3$
d Mogelijkheid I
 Het grondvlak van de cilinder bevindt zich in het vlak $ABCD$.
 diameter = 4 cm, dus straal = $4 : 2 = 2 \text{ cm}$.
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 2^2 \cdot 5 \approx 62,8 \text{ cm}^3$



Mogelijkheid II

Het grondvlak van de cilinder bevindt zich in het vlak $BCGF$.
 diameter = 5 cm, dus straal = $5 : 2 = 2,5 \text{ cm}$.
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 2,5^2 \cdot 4 \approx 78,5 \text{ cm}^3$

Mogelijkheid III

Het grondvlak van de cilinder bevindt zich in het vlak $ABFE$.
 diameter = 4 cm, dus straal = $4 : 2 = 2 \text{ cm}$.
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 2^2 \cdot 6 \approx 75,4 \text{ cm}^3$

Dus de grootste mogelijke inhoud is $78,5 \text{ cm}^3$.

- 3** inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 40^2 \cdot 20 = 10666,6... \text{ m}^3$
 Voor de aanleg van het meer is dus $90000 - 10666,6... = 79333,3... \approx 79000 \text{ m}^3$ aarde verplaatst.

Bladzijde 169

- 4 a** De cilinder heeft diameter 20 m en hoogte $40 + 18 = 58 \text{ m}$.
 straal = $20 : 2 = 10 \text{ m}$
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 10^2 \cdot 58 = 18221,2... \text{ m}^3$
 Dus de inhoud is 18221 m^3 .
b Het waterreservoir is een kegel met diameter 92 m en hoogte $64,8 + 18 = 82,8 \text{ m}$.
 straal = $92 : 2 = 46 \text{ m}$
 inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 46^2 \cdot 82,8 = 183474,0... \text{ m}^3$
 Er past dus 183474 m^3 water in het waterreservoir.

- 5 a Glas I is origineel en glas II is beeld.

$$k = \frac{\text{hoogte glas II}}{\text{hoogte glas I}} = \frac{8,4}{6} = 1,4$$

$$\text{opp voetje glas II} = k^2 \cdot \text{opp voetje glas I} = 1,4^2 \cdot 9 = 17,64 \text{ cm}^2$$

- b inhoud glas II = $k^3 \cdot \text{inhoud glas I} = 1,4^3 \cdot 70 = 192,08 \text{ mL}$

- c Glas I is origineel en glas III is beeld.

$$k^2 = \frac{\text{opp voetje glas III}}{\text{opp voetje glas I}} = \frac{36}{9} = 4, \text{ dus } k = \sqrt{4} = 2.$$

$$\text{hoogte glas III} = k \cdot \text{hoogte glas I} = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

- d inhoud glas III = $k^3 \cdot \text{inhoud glas I} = 2^3 \cdot 70 = 560 \text{ mL}$

- 6 a Zie de figuur hiernaast.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ADE$ geeft

$$AE^2 + DE^2 = AD^2$$

$$3^2 + DE^2 = 5^2$$

$$9 + DE^2 = 25$$

$$\begin{array}{r} -9 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} -9 \\ \hline \end{array}$$

$$DE^2 = 16$$

$$DE = \sqrt{16} = 4$$

Dus de hoogte van het trapezium is 4 cm.

- b ABCD is origineel en PQRS is beeld.

$$\text{opp } ABCD = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 + 4 \cdot 8 = 44 \text{ cm}^2$$

$$\text{opp } PQRS = k^2 \cdot \text{opp } ABCD = 4,5^2 \cdot 44 = 891 \text{ cm}^2$$

- c ABCD is origineel en EFGH is beeld.

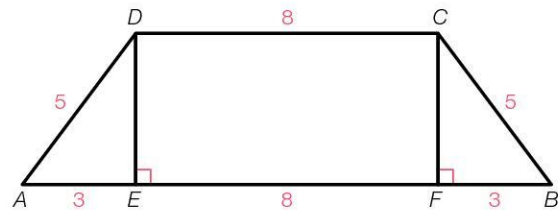
$$k^2 = \frac{\text{opp } EFGH}{\text{opp } ABCD} = \frac{297,44}{44} = 6,76, \text{ dus } k = \sqrt{6,76} = 2,6.$$

$$EF = k \cdot AB = 2,6 \cdot 14 = 36,4 \text{ cm}$$

$$FG = k \cdot BC = 2,6 \cdot 5 = 13 \text{ cm}$$

$$GH = k \cdot CD = 2,6 \cdot 8 = 20,8 \text{ cm}$$

$$EH = k \cdot AD = 2,6 \cdot 5 = 13 \text{ cm}$$



- 7 a Raam A is origineel en raam B is beeld.

$$k^2 = \frac{\text{opp } B}{\text{opp } A} = \frac{250}{4000} = 0,0625, \text{ dus } k = \sqrt{0,0625} = 0,25.$$

$$\text{hoogte } B = k \cdot \text{hoogte } A = 0,25 \cdot 80 = 20 \text{ cm}$$

$$\text{breedte } A = \frac{4000}{80} = 50 \text{ cm}$$

$$\text{breedte } B = k \cdot \text{breedte } A = 0,25 \cdot 50 = 12,5 \text{ cm}$$

- b Muur A is origineel en muur B is beeld.

$$\text{De hoeveelheid verf hangt af van de oppervlakte, dus } k^2 = \frac{16,25}{2,6} = 6,25 \text{ en } k = \sqrt{6,25} = 2,5.$$

$$\text{breedte } B = k \cdot \text{breedte } A = 2,5 \cdot 3,8 = 9,5 \text{ meter}$$

$$\text{hoogte } B = k \cdot \text{hoogte } A = 2,5 \cdot 3,2 = 8 \text{ meter}$$

- 8 De oorspronkelijke sneeuwbal is origineel en de gesmolten sneeuwbal is beeld.

De inhoud van het beeld is 25% van de inhoud van het origineel, dus

$$\text{inhoud beeld} = 0,25 \cdot \text{inhoud origineel}.$$

$$\text{Dus } k^3 = 0,25 \text{ en } k = \sqrt[3]{0,25} = 0,629...$$

Voor de straal van de sneeuwbal geldt $\text{straal beeld} = k \cdot \text{straal origineel} = 0,629... \cdot \text{straal origineel}$.

Het origineel is 100%, dus $\text{straal beeld} = 0,629... \cdot 100\% = 62,99...\%$ van straal origineel.

De straal van de sneeuwbal is met $100\% - 62,99...\% \approx 37,0\%$ afgenomen.

Diagnostische toets

Bladzijde 172

- 1 Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.
De stelling van Pythagoras in $\triangle AED$ geeft

$$AE^2 + DE^2 = AD^2$$

$$AE^2 + 15^2 = 39^2$$

$$AE^2 + 225 = 1521$$

$$- 225 \quad - 225$$

$$AE^2 = 1296$$

$$AE = \sqrt{1296} = 36$$

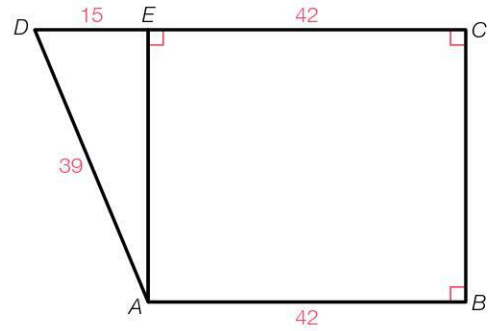
$$\text{opp grondvlak} = \text{opp } \triangle ADE + \text{opp } ABCE$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 36 + 42 \cdot 36 = 1782 \text{ cm}^2$$

$$\text{hoogte prisma} = 78 \text{ cm}$$

$$\text{inhoud prisma} = 1782 \cdot 78 = 138\,996 \text{ cm}^3 = 138,996 \text{ dm}^3 \approx 139 \text{ L}$$

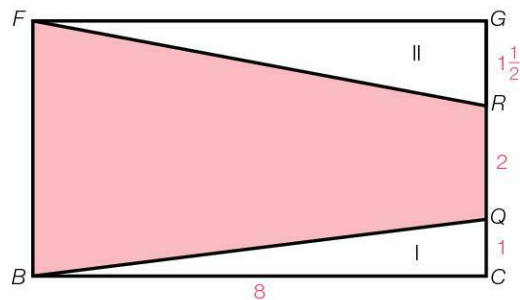
Dus de inhoud van de bak is 139 L.



- 2 Het grondvlak is vierhoek $BQRF$.
opp grondvlak = opp $BCGF$ – opp I – opp II

$$= 8 \cdot 4\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 1\frac{1}{2} = 26 \text{ cm}^2$$

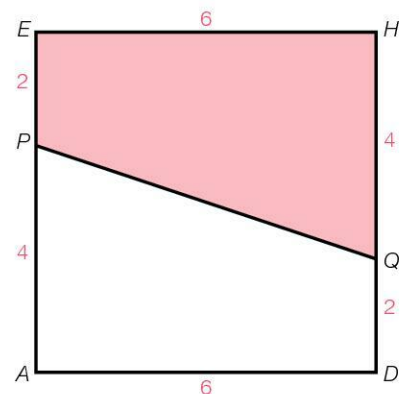
 hoogte prisma = $AB = 6 \text{ cm}$
 inhoud prisma = $26 \cdot 6 = 156 \text{ cm}^3$



- 3 straal = $37,5 : 2 = 18,75 \text{ m}$
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 18,75^2 \cdot 112,3 \approx 124\,032 \text{ m}^3$
 De inhoud van het gebouw is dus $124\,032 \text{ m}^3$.

- 4 opp grondvlak = $10 \cdot 10 = 100 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = 24 cm
 inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 100 \cdot 24 = 800 \text{ cm}^3 = 800 \text{ mL} = 80 \text{ cL}$
 Er gaat dus 80 cL water in de vaas.

- 5 Het grondvlak is vierhoek $EHQP$.
 opp grondvlak = opp $ADHE : 2 = 6 \cdot 6 : 2 = 18 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = $GH = 6 \text{ cm}$
 inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 18 \cdot 6 = 36 \text{ cm}^3$



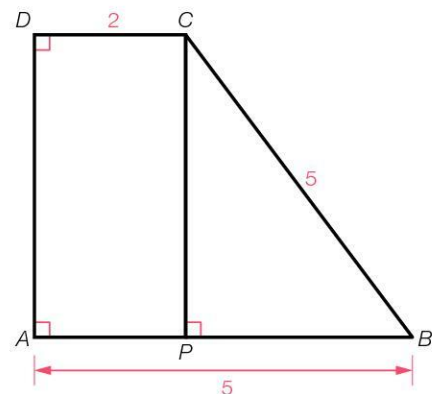
Bladzijde 173

- 6** diameter grondvlak = 3,2 m, dus straal grondvlak = $3,2 : 2 = 1,6$ m.
hoogte cilinder = 6,5 m
inhoud cilinder = $\pi \cdot 1,6^2 \cdot 6,5 = 52,276... \text{ m}^3$
hoogte kegel = 3,8 m
inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,6^2 \cdot 3,8 = 10,187... \text{ m}^3$
De inhoud van de toren is $52,276... + 10,187... \approx 62,5 \text{ m}^3$.
- 7 a** Vaas I is origineel, vaas II is beeld.
gemeten hoogte I = 14 mm
gemeten hoogte II = 21 mm
 $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{21}{14} = 1,5$
Vaas I is origineel, vaas III is beeld.
gemeten hoogte III = 28 mm
 $k = \frac{\text{hoogte III}}{\text{hoogte I}} = \frac{28}{14} = 2$
b $k = 1,5$ geeft werkelijke hoogte vaas II = $1,5 \cdot \text{werkelijke hoogte vaas I} = 1,5 \cdot 18,6 = 27,9 \text{ cm}$.
 $k = 2$ geeft werkelijke hoogte vaas III = $2 \cdot \text{werkelijke hoogte vaas I} = 2 \cdot 18,6 = 37,2 \text{ cm}$.
- 8 a** B is origineel en C is beeld.
opp formaat C = $k^2 \cdot \text{opp formaat B} = 1,15^2 \cdot 1,11 = 1,4679... \text{ m}^2 \approx 147 \text{ dm}^2$
b B is origineel en A is beeld.
 $k^2 = \frac{0,84}{1,11} = 0,756...$
 $k = \sqrt{0,756...} \approx 0,87$
- 9 a** Gum I is origineel, gum II is beeld.
inhoud gum II = $k^3 \cdot \text{inhoud gum I} = 1,8^3 \cdot 2 \approx 11,7 \text{ cm}^3$
b Gum I is origineel, gum III is beeld.
 $k^3 = \frac{\text{inhoud gum III}}{\text{inhoud gum I}} = \frac{24}{2} = 12$ geeft $k = \sqrt[3]{12} \approx 2,29$

Herhaling

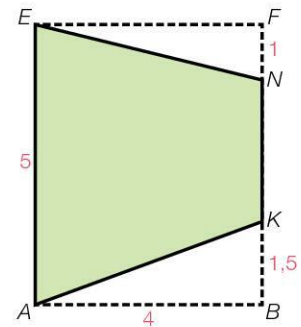
Bladzijde 174

- 1 a** Het grondvlak is $\triangle PQR$.
opp grondvlak = $\frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 4 = 12 \text{ cm}^2$
hoogte prisma = $PS = 3 \text{ cm}$
inhoud prisma = $12 \cdot 3 = 36 \text{ cm}^3$
b Zie de figuur hiernaast.
 $BP = AB - AP = 5 - 2 = 3$
De stelling van Pythagoras in $\triangle PBC$ geeft
 $CP^2 + BP^2 = BC^2$
 $CP^2 + 3^2 = 5^2$
 $CP^2 + 9 = 25$
 $\quad -9 \quad -9$
 $CP^2 = 16$
 $CP = \sqrt{16} = 4 \text{ cm}$



- c opp $ABCD = 2 \cdot 4 + \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4 = 14 \text{ cm}^2$
 d opp grondvlak = 14 cm^2
 hoogte prisma = $BF = 3 \text{ cm}$
 inhoud prisma = $14 \cdot 3 = 42 \text{ cm}^3$

- 2 a opp $AKNE = 4 \cdot 5 - \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 15 \text{ cm}^2$
 b hoogte prisma = $KL = 8 \text{ cm}$
 inhoud prisma = $15 \cdot 8 = 120 \text{ cm}^3$



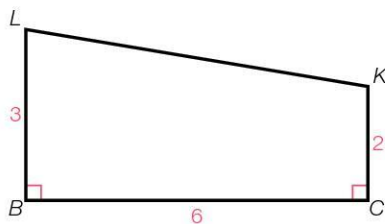
- 3 a straal = $28,2 : 2 = 14,1 \text{ cm}$
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 14,1^2 \cdot 56,3 = 35\,163,8... \text{ cm}^3 = 35,1638... \text{ L}$
 Dus de inhoud is 35,164 liter.
 b $1,20 \text{ m} = 12 \text{ dm}$ en $90 \text{ cm} = 9 \text{ dm}$
 straal = $9 : 2 = 4,5 \text{ dm}$
 inhoud cilinder = $\pi \cdot 4,5^2 \cdot 12 = 730,4... \text{ dm}^3$
 80% van $730,4... \text{ dm}^3$ is $0,8 \cdot 730,4... = 610,7... \text{ dm}^3 = 610,7... \text{ L}$.
 Dus er zit 611 liter water in de regenton.

- 4 figuur a
 Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.
 opp grondvlak = $4,5 \cdot 2,5 = 11,25 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = $DT = 3 \text{ cm}$
 inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 11,25 \cdot 3 = 11,25 \text{ cm}^3$

- figuur b
 Het grondvlak is vierhoek $ABCD$.
 opp grondvlak = $4,5 \cdot 2,5 = 11,25 \text{ cm}^2$
 hoogte piramide = $ST = 3 \text{ cm}$
 inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 11,25 \cdot 3 = 11,25 \text{ cm}^3$

Bladzijde 175

- 5 a Het grondvlak is vierhoek $BCKL$.



- opp grondvlak = $\frac{1}{2} (3 + 2) \cdot 6 = 15 \text{ cm}^2$
 b hoogte piramide = $AB = 5 \text{ cm}$
 inhoud piramide = $\frac{1}{3} \cdot 15 \cdot 5 = 25 \text{ cm}^3$

- 6 a straal = $3 : 2 = 1,5 \text{ cm}$
 inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 1,5^2 \cdot 6 \approx 14,1 \text{ cm}^3$
 b straal = $18 : 2 = 9 \text{ cm}$
 inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 9^2 \cdot 42 = 3562,5... \text{ cm}^3 = 3,5625... \text{ dm}^3 \approx 3,56 \text{ L}$

- 7** straal = $225 : 2 = 112,5$ m
 inhoud kegel = $\frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 112,5^2 \cdot 120 \approx 1\,590\,000$ m³
 De gevraagde inhoud is 1 590 000 m³.

- 8 a** Muts I is origineel, muts II is beeld.
 gemeten hoogte muts I = 12 mm
 gemeten hoogte muts II = 16 mm
 $k = \frac{\text{hoogte muts II}}{\text{hoogte muts I}} = \frac{16}{12} = 1,33... \approx 1,3$

Muts I is origineel, muts III is beeld.
 gemeten hoogte muts III = 22 mm
 $k = \frac{\text{hoogte muts III}}{\text{hoogte muts I}} = \frac{22}{12} = 1,83... \approx 1,8$

- b** $k = 1,33...$ geeft werkelijke hoogte muts II = $k \cdot \text{werkelijke hoogte muts I} = 1,33... \cdot 23 \approx 31$ cm.
 $k = 1,83...$ geeft werkelijke hoogte muts III = $k \cdot \text{werkelijke hoogte muts I} = 1,83... \cdot 23 \approx 42$ cm.

Bladzijde 176

- 9 a** Logo I is origineel, logo II is beeld.
 gemeten breedte I = 26 mm
 gemeten breedte II = 52 mm
 $k = \frac{52}{26} = 2$
b opp II = $k^2 \cdot \text{opp I} = 2^2 \cdot 1,2 = 4,8$ cm²
c $k = 3,4$ geeft opp III = $k^2 \cdot \text{opp I} = 3,4^2 \cdot 1,2 \approx 13,9$ cm²
d opp IV = $\frac{11,25}{1,2} \cdot \text{opp logo I}$, dus $k = \sqrt{\frac{11,25}{1,2}} \approx 3,1$.
e opp logo V = $\frac{4,05}{1,2} \cdot \text{opp logo I}$, dus $k = \sqrt{\frac{4,05}{1,2}} \approx 1,8$.

- 10 a** Vlag B is origineel, vlag C is beeld.
 $k = 1,36$ geeft opp C = $1,36^2 \cdot \text{opp B} = 1,36^2 \cdot 4,6 = 8,508... \text{ m}^2 \approx 851$ dm²
b Vlag B is origineel, vlag A is beeld.
 $k^2 = \frac{2,944}{4,6} = 0,64$ geeft $k = \sqrt{0,64} = 0,8$
c Vlag B is origineel, vlag D is beeld.
 $k^2 = \frac{6,624}{4,6} = 1,44$ geeft $k = \sqrt{1,44} = 1,2$

Bladzijde 177

- 11 a** Cilinder I is origineel, cilinder II is beeld.
 gemeten hoogte cilinder I = 10 mm
 gemeten hoogte cilinder II = 18 mm
 $k = \frac{\text{hoogte II}}{\text{hoogte I}} = \frac{18}{10} = 1,8$
b $k = 1,8$ geeft inhoud II = $1,8^3 \cdot \text{inhoud I} = 1,8^3 \cdot 2 \approx 11,7$ L.
c Cilinder I is origineel, cilinder III is beeld.
 $k = 0,8$ geeft inhoud III = $0,8^3 \cdot \text{inhoud I} = 0,8^3 \cdot 2 = 1,024$ L.

- 12 a** Kaars II is origineel, kaars I is beeld.
 $k = \frac{\text{hoogte I}}{\text{hoogte II}} = \frac{8}{10,5} = 0,761...$
 inhoud I = $k^3 \cdot \text{inhoud II} = 0,761...^3 \cdot 150 \approx 66$ cm³
b opp zijkant I = $k^2 \cdot \text{opp zijkant II} = 0,761...^2 \cdot 21 \approx 12$ cm²

c Kaars II is origineel, kaars III is beeld.

$$k = \frac{\text{hoogte III}}{\text{hoogte II}} = \frac{14,7}{10,5} = 1,4$$

$$\text{inhoud III} = k^3 \cdot \text{inhoud II} = 1,4^3 \cdot 150 \approx 412 \text{ cm}^3$$

d opp zijkant III = $k^2 \cdot \text{opp zijkant II} = 1,4^2 \cdot 21 \approx 41 \text{ cm}^2$

13 a $k^3 = 7$, dus $k = \sqrt[3]{7} \approx 1,91$.

b $k^3 = 0,3$, dus $k = \sqrt[3]{0,3} \approx 0,67$.

c Het gewicht hangt af van de inhoud.

Kaars II weegt het dubbele van kaars I, dus $k^3 = 2$ en $k = \sqrt[3]{2} \approx 1,26$.

d $k^3 = \frac{220}{80} = 2,75$ geeft $k = \sqrt[3]{2,75} \approx 1,40$

Onderzoek Zelfgelijkvormigheid

Bladzijde 178

- 1 a *
- b *
- c *
- d *

- 2 a *

Bladzijde 179

- b *
- c *

- 3 a *

b De figuur is zelfgelijkvormig. De gelijkzijdige witte driehoek met daarin de gele driehoek met de punt naar beneden komt in steeds kleiner formaat in de figuur terug.

De vergrotingsfactor is $\frac{1}{2}$.

c Je hebt te maken met machten van 3.

stap 2 $3^2 = 9$ witte driehoeken

stap 6 $3^6 = 729$ witte driehoeken

stap n 3^n witte driehoeken

- 4 Teken een vierkant met zijden van 18 cm.

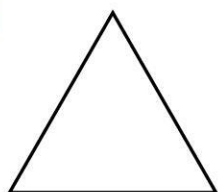
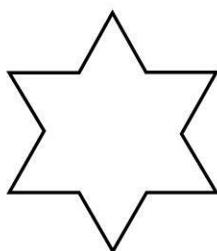
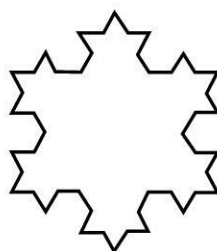
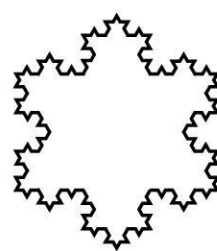
Teken zowel horizontaal als verticaal lijnen evenwijdig aan de zijden van het vierkant, waarbij de afstand tussen de lijnen $\frac{1}{3}$ keer de lengte van de zijde van het witte vierkant is.

Kleur het vierkant dat in het midden ontstaat geel.

Teken in elke wit vierkant zowel horizontaal als verticaal lijnen evenwijdig aan de zijden van zo'n wit vierkant, waarbij de afstand tussen de lijnen $\frac{1}{3}$ keer de lengte van de zijde van het witte vierkant is.

Enzovoort.

- 5



Wiskundige vaardigheden

1 Herleiden

Bladzijde 182

- 1** a $5a \cdot 2a = 10a^2$
b $5a + 2a = 7a$
c $5a \cdot 2b = 10ab$
d $5a + 2b$ kan niet
e $13x - 2x = 11x$
f $5x - x = 4x$
g $3x \cdot -2x = -6x^2$
h $-5x \cdot -2y = 10xy$
i $-3a - a = -4a$
j $-3a \cdot -a = 3a^2$
k $2a \cdot -5b = -10ab$
l $2a - 5b$ kan niet
- 2** a $5 \cdot 2a + 7 \cdot 3a = 10a + 21a = 31a$
b $3 \cdot 2a - 5 \cdot 3a = 6a - 15a = -9a$
c $5 \cdot 2a + 3 \cdot 6a = 10a + 18a = 28a$
d $2a + 8 \cdot 3a = 2a + 24a = 26a$
e $5a \cdot 2b - 3a \cdot b = 10ab - 3ab = 7ab$
f $3x - 2 \cdot 4y = 3x - 8y$
- 3** a $2a + 5b + a + 6b = 3a + 11b$
b $a + 7a + b + 8b = 8a + 9b$
c $9a + b - 6a + 7b = 3a + 8b$
d $8a + 3b - 8a - b = 2b$
e $17a - b - a - b = 16a - 2b$
f $3 \cdot 2a - 5 \cdot 2b + 3a = 6a - 10b + 3a = 9a - 10b$
- 4** a $4a + 2b$ kan niet
b $4a \cdot 2b = 8ab$
c $4a \cdot 3a = 12a^2$
d $4a + 3a = 7a$
e $15p \cdot 3q = 45pq$
f $15p + 3q$ kan niet
g $15p \cdot -2p = -30p^2$
h $15p \cdot -2q = -30pq$
i $15p - 3 \cdot 2p = 15p - 6p = 9p$
j $5 \cdot 3p - 3 \cdot 2q = 15p - 6q$
k $5 + 3p - 3 + 2p = 2 + 5p$
l $5p + 3p - 2q = 8p - 2q$

2 Haakjes wegwerken

Bladzijde 183

- 5** a $5(3x + 2y) = 15x + 10y$
b $6(x - 3y) = 6x - 18y$
c $-7(2a - b) = -14a + 7b$
d $-(8a + b) = -8a - b$
e $a(2a + 3) = 2a^2 + 3a$
f $a(3a - 7) = 3a^2 - 7a$
- 6** a $2(a + b) + 3(2a - b) = 2a + 2b + 6a - 3b = 8a - b$
b $-2(x - 2y) - 3(2x + y) = -2x + 4y - 6x - 3y = -8x + y$
c $2a - 3b - 3(a - b) = 2a - 3b - 3a + 3b = -a$
d $p - q - (p + q) = p - q - p - q = -2q$
e $-(2a - 7) - 3(a - 6) = -2a + 7 - 3a + 18 = -5a + 25$
f $5(a - 2b) + 2(a + 5b) = 5a - 10b + 2a + 10b = 7a$
- 7** a $(a + 7)(a + 2) = a^2 + 2a + 7a + 14 = a^2 + 9a + 14$
b $(a + 7)(a - 2) = a^2 - 2a + 7a - 14 = a^2 + 5a - 14$
c $(a - 7)(a - 2) = a^2 - 2a - 7a + 14 = a^2 - 9a + 14$
d $(b + 3)(c + 8) = bc + 8b + 3c + 24$
e $(b - 3)(b - 2) = b^2 - 2b - 3b + 6 = b^2 - 5b + 6$
f $(c - 1)(c + 2) = c^2 + 2c - c - 2 = c^2 + c - 2$
- 8** a $(2a + 1)(5a - 3) = 10a^2 - 6a + 5a - 3 = 10a^2 - a - 3$
b $(3a + 1)(b - 1) = 3ab - 3a + b - 1$
c $(2a - 1)(a + 1) = 2a^2 + 2a - a - 1 = 2a^2 + a - 1$
d $(5a - 2)(3 - a) = 15a - 5a^2 - 6 + 2a = 17a - 5a^2 - 6$
e $(4p + 1)(p - 9) = 4p^2 - 36p + p - 9 = 4p^2 - 35p - 9$
f $(2p + 5)(2p - 4) = 4p^2 - 8p + 10p - 20 = 4p^2 + 2p - 20$

- 9 a $(a+2)(a-5) - 3(a+1) = a^2 - 5a + 2a - 10 - 3a - 3 = a^2 - 6a - 13$
 b $(a+6)(a+1) - 2(3a+3) = a^2 + a + 6a + 6 - 6a - 6 = a^2 + a$
 c $5a(a-1) - 3(a+2) = 5a^2 - 5a - 3a - 6 = 5a^2 - 8a - 6$
 d $(2a+1)(3a-1) - a(a+1) = 6a^2 - 2a + 3a - 1 - a^2 - a = 5a^2 - 1$
 e $3(5a-6) - 9(2a+2) = 15a - 18 - 18a - 18 = -3a - 36$
 f $(a-9)(a+8) + 72 = a^2 + 8a - 9a - 72 + 72 = a^2 - a$

Bladzijde 184

- 10 a $(a+7)^2 = a^2 + 14a + 49$
 b $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$
 c $(a-7)(a+7) = a^2 - 49$
 d $(2p+5)(2p-5) = 4p^2 - 25$
 e $(3p-4)^2 = 9p^2 - 24p + 16$
 f $(9q+3)^2 = 81q^2 + 54q + 9$
- 11 a $(5y-9)(5y+9) = 25y^2 - 81$
 b $(5x-7)^2 = 25x^2 - 70x + 49$
 c $(-3x+1)^2 = 9x^2 - 6x + 1$
 d $(5x+1)(-5x+1) = (1+5x)(1-5x) = 1 - 25x^2$
 e $(7a-b)^2 = 49a^2 - 14ab + b^2$
 f $(4a+7b)^2 = 16a^2 + 56ab + 49b^2$

3 Breuken

- 12 a $\frac{5}{11} + \frac{3}{11} = \frac{8}{11}$
 b $\frac{5}{7} - \frac{2}{7} = \frac{3}{7}$
 c $\frac{5}{12} + \frac{1}{12} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$
 d $\frac{11}{14} - \frac{3}{14} = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$
 e $1\frac{1}{5} - \frac{3}{5} = \frac{6}{5} - \frac{3}{5} = \frac{3}{5}$
 f $2\frac{1}{3} - 1\frac{2}{3} = \frac{7}{3} - \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$

Bladzijde 185

- 13 a $\frac{2}{7} + \frac{1}{2} = \frac{4}{14} + \frac{7}{14} = \frac{11}{14}$
 b $1\frac{1}{2} + \frac{2}{3} = \frac{3}{2} + \frac{2}{3} = \frac{9}{6} + \frac{4}{6} = \frac{13}{6} = 2\frac{1}{6}$
 c $\frac{3}{4} - \frac{1}{8} = \frac{6}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$
 d $1\frac{2}{5} - 1\frac{1}{3} = \frac{7}{5} - \frac{4}{3} = \frac{21}{15} - \frac{20}{15} = \frac{1}{15}$
 e $\frac{5}{12} + \frac{3}{8} = \frac{10}{24} + \frac{9}{24} = \frac{19}{24}$
 f $2\frac{1}{5} - \frac{3}{10} = \frac{11}{5} - \frac{3}{10} = \frac{22}{10} - \frac{3}{10} = \frac{19}{10} = 1\frac{9}{10}$
- 14 a $\frac{1}{5} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2}{15}$
 b $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{5} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$
 c $\frac{4}{9} \cdot \frac{3}{11} = \frac{12}{99} = \frac{4}{33}$
 d $5\frac{2}{3} \cdot 1\frac{1}{7} = \frac{17}{3} \cdot \frac{8}{7} = \frac{136}{21} = 6\frac{10}{21}$
 e $4\frac{2}{3} - 1\frac{2}{7} = \frac{14}{3} - \frac{9}{7} = \frac{98}{21} - \frac{27}{21} = \frac{71}{21} = 3\frac{8}{21}$
 f $4\frac{2}{3} \cdot 1\frac{2}{7} = \frac{14}{3} \cdot \frac{9}{7} = \frac{126}{21} = 6$
- 15 a $\frac{5}{7} : \frac{2}{3} = \frac{5}{7} \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{14} = 1\frac{1}{14}$
 b $1\frac{1}{3} : \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{3} = \frac{16}{9} = 1\frac{7}{9}$
 c $1\frac{1}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{4} = 1$
 d $5 : \frac{1}{7} = 5 \cdot 7 = 35$
 e $1\frac{1}{5} : \frac{5}{6} = \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{5} = \frac{36}{25} = 1\frac{11}{25}$
 f $\frac{1}{5} : 3 = \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$
 g $1\frac{1}{3} : \frac{1}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{1} = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$
 h $3\frac{1}{2} \cdot 3 = 10\frac{1}{2}$
 i $1 : 6\frac{1}{2} = 2 : 13 = \frac{2}{13}$
- 16 a $5\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 5\frac{2}{4} + \frac{1}{4} = 5\frac{3}{4}$
 b $5\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{2} \cdot \frac{1}{4} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$
 c $5\frac{1}{2} : \frac{1}{4} = 5\frac{1}{2} \cdot 4 = 22$
 d $1\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} = \frac{4}{3} + \frac{3}{2} = \frac{8}{6} + \frac{9}{6} = \frac{17}{6} = 2\frac{5}{6}$
 e $1\frac{1}{3} \cdot 1\frac{1}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{3}{2} = \frac{12}{6} = 2$
 f $1\frac{1}{3} : 1\frac{1}{2} = \frac{4}{3} : \frac{3}{2} = \frac{4}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{9}$
 g $\frac{2}{5} + 4 = 4\frac{2}{5}$
 h $\frac{2}{5} \cdot 4 = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$
 i $\frac{2}{5} : 4 = \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{4} = \frac{2}{20} = \frac{1}{10}$
- 17 a $3\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{16}{5} + \frac{3}{4} = \frac{64}{20} + \frac{15}{20} = \frac{79}{20} = 3\frac{19}{20}$
 b $3\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{16}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{48}{20} = \frac{12}{5} = 2\frac{2}{5}$
 c $3\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = \frac{16}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{64}{15} = 4\frac{4}{15}$
 d $3\frac{1}{2} + 2\frac{1}{4} = 3\frac{2}{4} + 2\frac{1}{4} = 5\frac{3}{4}$
 e $3\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{9}{4} = \frac{63}{8} = 7\frac{7}{8}$
 f $3\frac{1}{2} : 2\frac{1}{4} = \frac{7}{2} : \frac{9}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{9} = \frac{28}{18} = \frac{14}{9} = 1\frac{5}{9}$
 g $\frac{3}{8} + 6 = 6\frac{3}{8}$
 h $\frac{3}{8} \cdot 6 = \frac{18}{8} = \frac{9}{4} = 2\frac{1}{4}$
 i $\frac{3}{8} : 6 = \frac{3}{8} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{48} = \frac{1}{16}$

4 Letterrekenen met breuken

18 a $\frac{12a}{15a} = \frac{4}{5}$
 b $\frac{5abc}{10ac} = \frac{b}{2}$
 c $\frac{7a}{7} = a$

d $\frac{15x}{3x} = 5$
 e $\frac{3x}{15x} = \frac{1}{5}$
 f $\frac{15xyz}{15xy} = z$

Bladzijde 186

19 a $\frac{5}{x} + \frac{2}{x} = \frac{7}{x}$
 b $\frac{3}{y} - \frac{x}{y} = \frac{3-x}{y}$
 c $\frac{7}{2a} + \frac{3}{2a} = \frac{10}{2a} = \frac{5}{a}$

d $\frac{x}{6} - \frac{y}{6} = \frac{x-y}{6}$
 e $\frac{3ab}{a} + 2b = 3b + 2b = 5b$
 f $\frac{5x}{x} - 3 = 5 - 3 = 2$

20 a $\frac{5}{a} + \frac{3}{b} = \frac{5b}{ab} + \frac{3a}{ab} = \frac{5b+3a}{ab}$
 b $\frac{1}{4} - \frac{3}{x} = \frac{x}{4x} - \frac{12}{4x} = \frac{x-12}{4x}$
 c $6 + \frac{2}{a} = \frac{6a}{a} + \frac{2}{a} = \frac{6a+2}{a}$

d $\frac{3}{2a} + \frac{5}{3b} = \frac{9b}{6ab} + \frac{10a}{6ab} = \frac{9b+10a}{6ab}$
 e $\frac{5}{2x} - \frac{1}{y} = \frac{5y}{2xy} - \frac{2x}{2xy} = \frac{5y-2x}{2xy}$
 f $\frac{3x}{y} - \frac{5x}{2y} = \frac{6x}{2y} - \frac{5x}{2y} = \frac{x}{2y}$

21 a $\frac{2}{a} \cdot \frac{x}{y} = \frac{2x}{ay}$
 b $\frac{5}{x} \cdot \frac{3}{y} = \frac{15}{xy}$
 c $\frac{5}{2x} \cdot \frac{4y}{3z} = \frac{20y}{6xz} = \frac{10y}{3xz}$

d $\frac{15}{x} \cdot 2y = \frac{30y}{x}$
 e $\frac{3}{2a} \cdot \frac{4}{3b} = \frac{12}{6ab} = \frac{2}{ab}$
 f $\frac{5a}{10x} \cdot \frac{2x}{5a} = \frac{10ax}{50ax} = \frac{1}{5}$

Bladzijde 187

22 a $\frac{12}{p} : \frac{3}{q} = \frac{12}{p} \cdot \frac{q}{3} = \frac{12q}{3p} = \frac{4q}{p}$
 b $\frac{p}{q} : \frac{2p}{7} = \frac{p}{q} \cdot \frac{7}{2p} = \frac{7p}{2pq} = \frac{7}{2q}$
 c $\frac{5}{a} : \frac{15}{4a} = \frac{5}{a} \cdot \frac{4a}{15} = \frac{20a}{15a} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

d $\frac{9}{a} : 3 = \frac{9}{a} \cdot \frac{1}{3} = \frac{9}{3a} = \frac{3}{a}$
 e $\frac{2a}{9b} : a = \frac{2a}{9b} \cdot \frac{1}{a} = \frac{2a}{9ab} = \frac{2}{9b}$
 f $\frac{6pq}{5r} : \frac{3p}{20qr} = \frac{6pq}{5r} \cdot \frac{20qr}{3p} = \frac{120pq^2r}{15pr} = 8q^2$

23 a $\frac{9}{2a} + \frac{3}{a} = \frac{9}{2a} + \frac{6}{2a} = \frac{15}{2a}$
 b $\frac{9}{2a} \cdot \frac{3}{a} = \frac{27}{2a^2}$
 c $\frac{9}{2a} : \frac{3}{a} = \frac{9}{2a} \cdot \frac{a}{3} = \frac{9a}{6a} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

d $\frac{5a}{2b} + 4a = \frac{5a}{2b} + \frac{8ab}{2b} = \frac{5a+8ab}{2b}$
 e $\frac{5a}{2b} \cdot 4a = \frac{20a^2}{2b} = \frac{10a^2}{b}$
 f $\frac{5a}{2b} : (4a) = \frac{5a}{2b} \cdot \frac{1}{4a} = \frac{5a}{8ab} = \frac{5}{8b}$

5 Wortels

24 a $\sqrt{25} - \sqrt{9} = 5 - 3 = 2$
 b $\sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$
 c $\sqrt{25 \cdot 9} = \sqrt{225} = 15$
 d $5\sqrt{16} - 7\sqrt{49} = 5 \cdot 4 - 7 \cdot 7 = 20 - 49 = -29$
 e $5\sqrt{36 + 64} = 5\sqrt{100} = 5 \cdot 10 = 50$
 f $5\sqrt{(-6)^2} = 5\sqrt{36} = 5 \cdot 6 = 30$
 g $-8\sqrt{(-3)^2} + 2(\sqrt{16})^2 = -8\sqrt{9} + 2 \cdot 16 = -8 \cdot 3 + 32 = -24 + 32 = 8$
 h $4\sqrt{(-4)^2} - 5\sqrt{(-5)^2} + 6\sqrt{(-6)^2} = 4\sqrt{16} - 5\sqrt{25} + 6\sqrt{36} = 4 \cdot 4 - 5 \cdot 5 + 6 \cdot 6 = 16 - 25 + 36 = 27$

- 25 a $(5\sqrt{2})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{2})^2 = 25 \cdot 2 = 50$
 b $-5(\sqrt{2})^2 = -5 \cdot 2 = -10$
 c $(-5\sqrt{3})^2 - 6^2 = (-5)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 36 = 25 \cdot 3 - 36 = 75 - 36 = 39$
 d $(6\sqrt{3})^2 - (3\sqrt{6})^2 = 6^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 3^2 \cdot (\sqrt{6})^2 = 36 \cdot 3 - 9 \cdot 6 = 108 - 54 = 54$
 e $(-\sqrt{10})^2 + 10 = (-1)^2 \cdot (\sqrt{10})^2 + 10 = 1 \cdot 10 + 10 = 10 + 10 = 20$
 f $(2\sqrt{3})^2 - 3\sqrt{9} = 2^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 3 = 4 \cdot 3 - 9 = 12 - 9 = 3$

Bladzijde 188

- 26 a $8\sqrt{2} + 7\sqrt{2} = 15\sqrt{2}$
 b $8\sqrt{2} \cdot 7\sqrt{2} = 56\sqrt{4} = 56 \cdot 2 = 112$
 c $8\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7\sqrt{2}$
 d $2\sqrt{8} \cdot 9\sqrt{2} = 18\sqrt{16} = 18 \cdot 4 = 72$
 e $8\sqrt{2} - 9\sqrt{2} = -\sqrt{2}$
 f $3\sqrt{2} + 2$ kan niet
 g $3\sqrt{2} \cdot 4\sqrt{32} = 12\sqrt{64} = 12 \cdot 8 = 96$
 h $-6\sqrt{7} + 3 \cdot 2\sqrt{7} = -6\sqrt{7} + 6\sqrt{7} = 0$
 i $3 \cdot 2\sqrt{2} - 2 \cdot 3\sqrt{2} = 6\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = 0$

6 Vergelijkingen

- 27 a $6x + 1 = 19$
 $\quad -1 \quad -1$
 $6x = 18$
 $\quad :6 \quad :6$
 $x = 3$
 b $4x - 3 = -2$
 $\quad +3 \quad +3$
 $4x = 1$
 $\quad :4 \quad :4$
 $x = \frac{1}{4}$
 c $7 + x = -x$
 $\quad +x \quad +x$
 $7 + 2x = 0$
 $\quad -7 \quad -7$
 $2x = -7$
 $\quad :2 \quad :2$
 $x = -3\frac{1}{2}$
 d $5x + 3 = 2(x - 6)$
 $5x + 3 = 2x - 12$
 $\quad -2x \quad -2x$
 $3x + 3 = -12$
 $\quad -3 \quad -3$
 $3x = -15$
 $\quad :3 \quad :3$
 $x = -5$
 e $7x - 3 = 2x - 22$
 $\quad -2x \quad -2x$
 $5x - 3 = -22$
 $\quad +3 \quad +3$
 $5x = -19$
 $\quad :5 \quad :5$
 $x = -3\frac{4}{5}$
 f $\frac{1}{2}x - 6 = -(6 + \frac{1}{2}x)$
 $\frac{1}{2}x - 6 = -6 - \frac{1}{2}x$
 $\quad +\frac{1}{2}x \quad +\frac{1}{2}x$
 $x - 6 = -6$
 $\quad +6 \quad +6$
 $x = 0$
 g $5(x - 2) = 0$
 $5x - 10 = 0$
 $\quad +10 \quad +10$
 $5x = 10$
 $\quad :5 \quad :5$
 $x = 2$
 h $4x - 2 = 5x + 3$
 $\quad -5x \quad -5x$
 $-x - 2 = 3$
 $\quad +2 \quad +2$
 $-x = 5$
 $\quad :(-1) \quad :(-1)$
 $x = -5$
 i $5 - (3 - x) = 8 - 3x$
 $5 - 3 + x = 8 - 3x$
 $2 + x = 8 - 3x$
 $\quad +3x \quad +3x$
 $2 + 4x = 8$
 $\quad -2 \quad -2$
 $4x = 6$
 $\quad :4 \quad :4$
 $x = 1\frac{1}{2}$
 j $\frac{1}{2}x - 1 = \frac{1}{3}x + 6$
 $6 \cdot \frac{1}{2}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot 6$
 $3x - 6 = 2x + 36$
 $\quad -2x \quad -2x$
 $x - 6 = 36$
 $\quad +6 \quad +6$
 $x = 42$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{k} \quad & 5(x-6) = 3x \\
 & 5x - 30 = 3x \\
 & -3x \quad -3x \\
 & 2x - 30 = 0 \\
 & \quad +30 \quad +30 \\
 & 2x = 30 \\
 & :2 \quad :2 \\
 & x = 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{l} \quad & -7x + 5 = 2x - 40 \\
 & -2x \quad -2x \\
 & -9x + 5 = -40 \\
 & \quad -5 \quad -5 \\
 & -9x = -45 \\
 & : -9 \quad : -9 \\
 & x = 5
 \end{aligned}$$

Bladzijde 189

$$\begin{aligned}
 \mathbf{28} \quad \mathbf{a} \quad & x^2 + 15x + 50 = (x+5)(x+10) \\
 \mathbf{b} \quad & x^2 - 15x - 34 = (x+2)(x-17) \\
 \mathbf{c} \quad & x^2 + 15x = x(x+15) \\
 \mathbf{d} \quad & x^2 - 7x - 30 = (x+3)(x-10) \\
 \mathbf{e} \quad & x^2 - x - 2 = (x+1)(x-2) \\
 \mathbf{f} \quad & x^2 + 9x + 20 = (x+4)(x+5)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{29} \quad \mathbf{a} \quad & 2x^2 - 32 = 0 \\
 & x^2 - 16 = 0 \\
 & x^2 = 16 \\
 & x = 4 \vee x = -4 \\
 \mathbf{b} \quad & x^2 + 3x = 18 \\
 & -18 \quad -18 \\
 & x^2 + 3x - 18 = 0 \\
 & (x-3)(x+6) = 0 \\
 & x-3 = 0 \vee x+6 = 0 \\
 & x = 3 \vee x = -6 \\
 \mathbf{c} \quad & x^2 - 2x = 8 \\
 & -8 \quad -8 \\
 & x^2 - 2x - 8 = 0 \\
 & (x+2)(x-4) = 0 \\
 & x+2 = 0 \vee x-4 = 0 \\
 & x = -2 \vee x = 4 \\
 \mathbf{d} \quad & x^2 + x = 2 \\
 & -2 \quad -2 \\
 & x^2 + x - 2 = 0 \\
 & (x-1)(x+2) = 0 \\
 & x-1 = 0 \vee x+2 = 0 \\
 & x = 1 \vee x = -2 \\
 \mathbf{e} \quad & x^2 + x = x + 16 \\
 & -x \quad -x \\
 & x^2 = 16 \\
 & x = 4 \vee x = -4 \\
 \mathbf{f} \quad & x^2 + 8x = 0 \\
 & x(x+8) = 0 \\
 & x = 0 \vee x+8 = 0 \\
 & x = 0 \vee x = -8
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g} \quad & x^2 + 2x - 80 = (x-8)(x+10) \\
 \mathbf{h} \quad & 6x^2y + 12xy^2 = 6xy(x+2y) \\
 \mathbf{i} \quad & x^2 - 17x + 72 = (x-8)(x-9) \\
 \mathbf{j} \quad & x^2 - x - 56 = (x+7)(x-8) \\
 \mathbf{k} \quad & x^2 - 38x + 72 = (x-2)(x-36) \\
 \mathbf{l} \quad & 5x^2 + 5x = 5x(x+1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{g} \quad & (x+8)(x-1) = 0 \\
 & x+8 = 0 \vee x-1 = 0 \\
 & x = -8 \vee x = 1 \\
 \mathbf{h} \quad & x^2 = x + 20 \\
 & -x \quad -x \\
 & x^2 - x = 20 \\
 & -20 \quad -20 \\
 & x^2 - x - 20 = 0 \\
 & (x+4)(x-5) = 0 \\
 & x+4 = 0 \vee x-5 = 0 \\
 & x = -4 \vee x = 5 \\
 \mathbf{i} \quad & x^2 = 4x + 21 \\
 & -4x \quad -4x \\
 & x^2 - 4x = 21 \\
 & -21 \quad -21 \\
 & x^2 - 4x - 21 = 0 \\
 & (x+3)(x-7) = 0 \\
 & x+3 = 0 \vee x-7 = 0 \\
 & x = -3 \vee x = 7 \\
 \mathbf{j} \quad & (2x-4)(4x+2) = 0 \\
 & 2x-4 = 0 \vee 4x+2 = 0 \\
 & 2x = 4 \vee 4x = -2 \\
 & x = 2 \vee x = -\frac{1}{2} \\
 \mathbf{k} \quad & x(x-4) = 2x \\
 & x^2 - 4x = 2x \\
 & -2x \quad -2x \\
 & x^2 - 6x = 0 \\
 & x(x-6) = 0 \\
 & x = 0 \vee x-6 = 0 \\
 & x = 0 \vee x = 6 \\
 \mathbf{l} \quad & x^2 - x = 4 - x \\
 & +x \quad +x \\
 & x^2 = 4 \\
 & x = 2 \vee x = -2
 \end{aligned}$$

Algemene vaardigheden

Bladzijde 190

- 1 Dat kan het getal 8 of het getal -9 zijn, want $8 + 8^2 = 8 + 64 = 72$ en $-9 + (-9)^2 = -9 + 81 = 72$.

Bladzijde 191

- 2 Stel de leeftijd van de zoon nu x jaar. De vader is dan nu $3x$ jaar.

$$3x + 15 = 2(x + 15)$$

$$3x + 15 = 2x + 30$$

$$\color{red}{- 2x} \quad \color{red}{- 2x}$$

$$x + 15 = 30$$

$$\color{red}{- 15} \quad \color{red}{- 15}$$

$$x = 15$$

De zoon is nu 15 jaar oud.

- 3 Stel de leeftijd van Jacco nu x jaar. Marleen is dan nu $x + 3$ jaar.
42 jaar geleden was Jacco $x - 42$ jaar en Marleen $x + 3 - 42 = x - 39$ jaar.
Je krijgt de volgende vergelijking.

$$1\frac{1}{2}(x - 42) = x - 39$$

$$1\frac{1}{2}x - 63 = x - 39$$

$$\color{red}{- x} \quad \color{red}{- x}$$

$$\frac{1}{2}x - 63 = -39$$

$$\color{red}{+ 63} \quad \color{red}{+ 63}$$

$$\frac{1}{2}x = 24$$

$$\color{red}{\times 2} \quad \color{red}{\times 2}$$

$$x = 48$$

Jacco is dus nu 48 jaar.

- 4 Stel de lengte van de zijde x meter.
De nieuwe lengte wordt dan $x + 8$ meter en de nieuwe breedte $x - 7$ meter.
Je kunt nu de volgende vergelijking opstellen.

$$(x + 8)(x - 7) = x^2$$

$$x^2 - 7x + 8x - 56 = x^2$$

$$x^2 + x - 56 = x^2$$

$$\color{red}{- x^2} \quad \color{red}{- x^2}$$

$$x - 56 = 0$$

$$x = 56$$

De afmetingen van het vierkante grasveld zijn 56 bij 56 meter.

- 5 Stel het getal dat Frits in gedachten heeft x .
Je krijgt de volgende vergelijking.

$$(x - 4)^2 = x + 8$$

$$x^2 - 8x + 16 = x + 8$$

$$\color{red}{- x} \quad \color{red}{- x}$$

$$x^2 - 9x + 16 = 8$$

$$\color{red}{- 8} \quad \color{red}{- 8}$$

$$x^2 - 9x + 8 = 0$$

$$(x - 1)(x - 8) = 0$$

$$x - 1 = 0 \vee x - 8 = 0$$

$$x = 1 \vee x = 8$$

Frits had het getal 1 of 8 in gedachten.

- 6** Stel de lengte van de schuine zijde x cm.
 De rechthoekszijden zijn dan $x - 8$ cm en $x - 1$ cm.
 Met de stelling van Pythagoras krijg je
 $(x - 8)^2 + (x - 1)^2 = x^2$
 $x^2 - 16x + 64 + x^2 - 2x + 1 = x^2$
 $2x^2 - 18x + 65 = x^2$
 $-x^2 \quad -x^2$
 $x^2 - 18x + 65 = 0$
 $(x - 5)(x - 13) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x - 13 = 0$
 $x = 5 \vee x = 13$
 De schuine zijde kan niet 5 cm zijn. De schuine zijde is dus 13 cm.

- 7** Stel het gewicht van de steen x kg.
 Zo krijg je de vergelijking
 $x = 0,9x + 0,9$
 $-0,9x \quad -0,9x$
 $0,1x = 0,9$
 $\times 10 \quad \times 10$
 $x = 9$
 De steen weegt dus 9 kg.

- 8** Stel de hoogte van de knak zit op x meter.
 Het schuine stuk van de boom is dan $10 - x$ meter.
 Pas nu de stelling van Pythagoras toe.
 $6^2 + x^2 = (10 - x)^2$
 $36 + x^2 = 100 - 20x + x^2$
 $-x^2 \quad -x^2$
 $36 = 100 - 20x$
 $+20x \quad +20x$
 $20x + 36 = 100$
 $-36 \quad -36$
 $20x = 64$
 $:20 \quad :20$
 $x = \frac{64}{20} = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$
 De hoogte van de knak bevindt zich dus op 3,2 meter.

- 9** Noem de getallen x en y .
 Rob krijgt dan $x - y = 10$ ofwel $x = 10 + y$.
 Cindy krijgt $x \cdot y = 651$.
 Combineer deze twee vergelijkingen door in de vergelijking van Cindy x te vervangen door $10 + y$.
 Je krijgt dan
 $(10 + y) \cdot y = 651$
 $10y + y^2 = 651$
 $-651 \quad -651$
 $y^2 + 10y - 651 = 0$
 $(y - 21)(y + 31) = 0$
 $y - 21 = 0 \vee y + 31 = 0$
 $y = 21 \vee y = -31$
 $x = 10 + 21 = 31 \vee x = 10 - 31 = -21$
 De getallen zijn 31 en 21 of -21 en -31.

Bladzijde 192

- 10** Stel dat Antoinette de eerste dag x km aflegt.

In totaal legt Antoinette $x + x + 0,5 + x + 1 + x + 1,5 + x + 2 + x + 2,5 + x + 3 + x + 3,5 = 8x + 14$ km af.

$$8x + 14 = 154$$

$$\quad - 14 \quad - 14$$

$$8x = 140$$

$$\quad : 8 \quad : 8$$

$$x = \frac{140}{8} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$$

Dus de eerste dag legt Antoinette 17,5 km af.

- 11** Stel de lengte van de rietstengel is x meter.

De stelling van Pythagoras geeft

$$(x - 1)^2 + 2^2 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 1 + 4 = x^2$$

$$x^2 - 2x + 5 = x^2$$

$$\quad - x^2 \quad - x^2$$

$$-2x + 5 = 0$$

$$\quad - 5 \quad - 5$$

$$-2x = -5$$

$$x = 2\frac{1}{2}$$

De rietstengel is 2,5 meter lang.

- 12** Stel de afstand van de boom naar toren A is x meter.

Dan is de afstand van toren B naar de boom $50 - x$ meter.

Het kwadraat van de afstand van de top van de boom tot torenspits A krijg je met de stelling van Pythagoras: $x^2 + (45 - 5)^2$.

En zo is het kwadraat van de afstand van de top van de boom tot torenspits B gelijk aan

$$(50 - x)^2 + (35 - 5)^2.$$

Omdat de vogels even snel vliegen en tegelijkertijd aankomen zijn de afstanden en dus ook de kwadraten van deze afstanden gelijk, dus

$$x^2 + (45 - 5)^2 = (50 - x)^2 + (35 - 5)^2$$

$$x^2 + 40^2 = 2500 - 100x + x^2 + 30^2$$

$$x^2 + 1600 = 2500 - 100x + x^2 + 900$$

$$x^2 + 1600 = 3400 - 100x + x^2$$

$$\quad - x^2 \quad - x^2$$

$$1600 = 3400 - 100x$$

$$\quad + 100x \quad + 100x$$

$$100x + 1600 = 3400$$

$$\quad - 1600 \quad - 1600$$

$$100x = 1800$$

$$\quad : 100 \quad : 100$$

$$x = 18$$

De afstand van de boom tot toren A is dus 18 meter.

- 13** Stel het aantal treden van de roltrap x .

Als Thomas met een tempo loopt waarbij hij 11 treden gebruikt, dan gebruikt hij $x - 11$ treden niet.

Als hij zijn snelheid verdubbelt, gebruikt hij 14 treden en $x - 14$ treden niet.

Bij een twee keer zo grote snelheid is het aantal treden dat hij niet gebruikt de helft van het aantal treden dat hij gebruikt als hij geen haast heeft.

Hieruit volgt de vergelijking

$$2(x - 14) = x - 11$$

$$2x - 28 = x - 11$$

$$\quad - x \quad - x$$

$$x - 28 = -11$$

$$\quad + 28 \quad + 28$$

$$x = 17$$

Het aantal treden van de roltrap is 17.

- 14** Stel de leeftijd van opa x jaar.

De zoon is dan $x - 28$ jaar en de kleinzoon is dan $x - 28 - 30 = x - 58$ jaar.

Er geldt $x + x - 58 = 150$

$$2x - 58 = 150$$

$$+ 58 \quad + 58$$

$$2x = 208$$

$$: 2 \quad : 2$$

$$x = 104$$

Dus opa is 104 jaar oud.

Bladzijde 193

- 15** Stel het kleinste even getal x . Het volgende even getal is $x + 2$, enzovoort.

$$x + x + 2 + x + 4 = 462$$

$$3x + 6 = 462$$

$$- 6 \quad - 6$$

$$3x = 456$$

$$: 3 \quad : 3$$

$$x = 152$$

Dat zijn de getallen 152, 154 en 156.

- 16 a** Stel het kleinste even getal x . Het volgende even getal is $x + 2$, enzovoort.

$$x + x + 2 + x + 4 + x + 6 = 4x + 12$$

$$4x + 12 \text{ is deelbaar door } 4, \text{ want } 4x + 12 = 4(x + 3).$$

Dus de som van vier opeenvolgende even getallen is deelbaar door 4.

- b** Stel het kleinste oneven getal x . Het volgende oneven getal is $x + 2$, enzovoort.

$$x + x + 2 + x + 4 + x + 6 + x + 8 = 5x + 20$$

$$5x + 20 \text{ is deelbaar door } 5, \text{ want } 5x + 20 = 5(x + 4).$$

Dus de som van vijf opeenvolgende even getallen is deelbaar door 5.

- 17** Stel de waterleiding is x meter lang.

Het aantal buizen van 40 meter is dan $\frac{x}{40}$ en het aantal buizen van 36 meter is dan $\frac{x}{36}$.

$$\text{Los op } \frac{x}{36} - 26 = \frac{x}{40}$$

$$360 \cdot \frac{x}{36} - 360 \cdot 26 = 360 \cdot \frac{x}{40}$$

$$10x - 9360 = 9x$$

$$- 9x \quad - 9x$$

$$x - 9360 = 0$$

$$+ 9360 \quad + 9360$$

$$x = 9360$$

De waterleiding is 9360 meter lang.

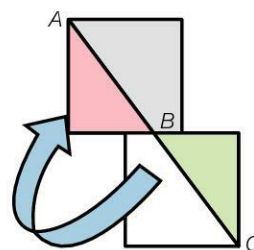
Kangoeroe-opgaven

Bladzijde 196

- 1 **A** Het kleiner-dan-teken van de K moet naar de S wijzen. Dat is bij plaatje A niet het geval.
- 2 **B** Van de kleine rechthoeken is de korte zijde $10 : 2 = 5$ cm. Dus de lengte van de grote rechthoek is $10 + 2 \cdot 5 = 10 + 10 = 20$ cm.
- 3 **E** $2,015 \times 510,2 \approx 2 \times 500 = 1000$
- 4 **B** De paren tegenoverliggende zijanten hebben de getallen 1 en 3, 2 en 4, en 5 en 6. Dus Sabine krijgt de antwoorden 4, 6 en 11.
- 5 **A** 2 uur en 10 minuten is $2 \cdot 60 + 10 = 120 + 10 = 130$ minuten.
Dus de rit van Assen naar Utrecht duurt $130 - 35 = 95$ minuten.
- 6 **B** De omtrek van de driehoek is $6 + 10 + 11 = 27$ cm.
Dus van de gelijkzijdige driehoek is de zijde $27 : 3 = 9$ cm lang.

Bladzijde 197

- 7 **E** Het prisma dat Nassim vouwt is driehoekig. Bij het vouwen komt WX tegen WV , dus X tegen V , en XY tegen VU .
- 8 **A** Zie de figuur hiernaast. Nooit verder dan vijf meter van de boom is in het blauwe gebied. En tevens minstens vijf meter van het hok van Pluto is het gestreepte gedeelte binnen het blauwe gebied.
- 9 **D** $\frac{2011}{1} = 2011$, $\frac{2012}{2} = 1006$, $\frac{2013}{3} = 671$, $\frac{2014}{4} = 503,5$, $\frac{2015}{5} = 403$
- 10 **C** Zie de figuur hiernaast. B is het midden van AC , dus zijn de rode en de groene driehoek even groot.

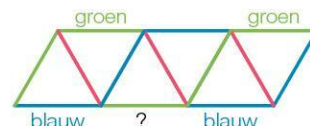


- 11 **D** $5 \text{ m} = 500 \text{ cm}$
Per seconde gaat het voorwiel van Samira's fiets $500 : 125 = 4$ keer rond.
In 5 seconden is dat $5 \times 4 = 20$ keer.

Bladzijde 198

- 12 **C** Alle jongens zijn op verschillende dagen van de week jarig, dus er zitten 7 jongens in de klas.
Alle meisjes zijn in verschillende maanden jarig, dus er zitten 12 meisjes in de klas.
Er zitten $7 + 12 = 19$ leerlingen in de klas, en vanaf morgen dus $19 + 1 = 20$.
- 13 **B** De getallen optellen geeft $3 \times (2 + 0 + 1 + 5) = 3 \times 8 = 24$. Om op 0 uit te komen, moet de som van de getallen met een + ervoor 12 zijn. Dat kan met twee keer een + voor een 5, namelijk $2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 + 5 - 2 - 0 - 1 - 5$.

- 14 B Groen, zie de figuur hiernaast.



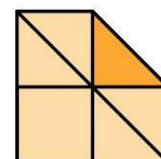
15 C takken 5 blaadjes	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
takken 2 blaadjes en 1 bloem	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
aantal blaadjes in bos	50	47	44	41	38	35	32	29	26	23	20

- 16 C Stel er zijn 100 kandidaten. Zij scoren samen $100 \cdot 6 = 600$ punten. De 60 geslaagde kandidaten scoren samen $60 \cdot 8 = 480$ punten. De $100 - 60 = 40$ niet geslaagde kandidaten scoren samen $600 - 480 = 120$ punten, dus gemiddeld $120 : 40 = 3$ punten.

- 17 C Zie de figuur hiernaast.

De oppervlakte van de vijfhoek is $\frac{7}{8}$ deel van de oppervlakte van het vierkant.

De opeenvolgende gehele getallen zijn dus 7 (vijfhoek) en 8 (vierkant).



Bladzijde 199

- 18 B Tim telt twee keer de lengte en één keer de breedte op, Tom twee keer de breedte en één keer de lengte. Dus geldt $3 \times (\text{lengte} + \text{breedte}) = 44 + 40 = 84$ cm ofwel $\text{lengte} + \text{breedte} = 84 : 3 = 28$ cm. Dit geeft omtrek $= 2 \times (\text{lengte} + \text{breedte}) = 2 \times 28 = 56$ cm.

- 19 B $15 \text{ L} = 15 \text{ dm}^3 = 15\,000 \text{ cm}^3$

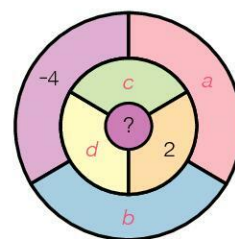
$$1 \text{ m}^2 = 10\,000 \text{ cm}^2$$

Het waterpeil is tijdens die plensbui met $15\,000 : 10\,000 = 1,5$ cm gestegen.

- 20 B Alle leerlingen geven een verschillend antwoord, dus heeft maximaal één leerling het goed geraden. Het aantal makers is dus 0 of 1. Ali of Bert heeft het daarom goed geraden en het huiswerk gemaakt. Het aantal makers is daarom minstens 1, dus precies 1.

- 21 E Zie de figuur hiernaast.

Het gebied met het getal -4 grenst aan de gebieden a , b , c en d . De getallen daarin hebben dus som -4 ofwel $a + b + c + d = -4$. Voor het gebied met het getal 2 geldt op dezelfde manier $a + c + ? + d + b = 2$. Hieruit volgt $-4 + ? = 2$, dus $? = 6$.



- 22 C Stel de getallen op de kaarten a en b tellen op tot 57, dus $a + b = 57$. Als je een kaart vervangt, dan krijg je een keer $a + c = 70$. Nog een kaart vervangen geeft een keer $b + c = 83$. Dit geeft $a + b + a + c + b + c = 57 + 70 + 83$

$$2a + 2b + 2c = 210$$

$$2(a + b + c) = 210$$

$$a + b + c = 105$$

$$c = a + b + c - (a + b) = 105 - 57 = 48$$

$$b = a + b + c - (a + c) = 105 - 70 = 35$$

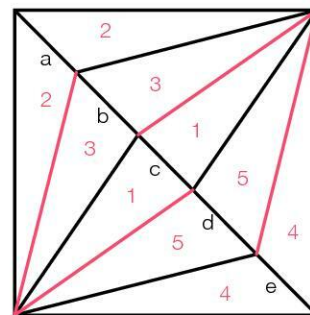
$$a = a + b + c - (b + c) = 105 - 83 = 22$$

Dus het grootste getal dat op deze kaarten voorkomt is 48.

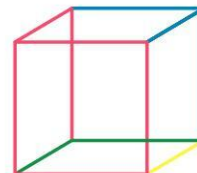
- 23 A De dieren met het middengewicht (de niet-lichtste en niet-zwaarste dieren) moeten samen 15% van het totale gewicht wegen. Het gemiddelde gewicht van de lichtste dieren is 12,5% van het totale gewicht. De dieren met het middengewicht wegen dus minimaal 12,5% van het totale gewicht. Er kan dus maar één dier zijn met het middengewicht. In totaal zijn er daarom $2 + 1 + 3 = 6$ kangoeroes.

Bladzijde 200

- 24 D** Alle driehoeken hebben dezelfde hoogte h ten opzichte van de diagonaal. Dus driehoeken aan beide kanten van hetzelfde stuk van de diagonaal moeten dezelfde oppervlakte hebben. De ontbrekende oppervlaktes van de driehoeken kun je berekenen: de driehoeken aan één kant van de diagonaal hebben samen een oppervlakte van 15 cm^2 . Dit geeft de oppervlakten in de figuur hiernaast. Nu zie je dat deel d van de diagonaal het langst moet zijn.



- 25 D** Geef de stukjes allemaal een eigen kleur. In de figuur hiernaast kun je dan zien dat het met vier stukjes kan. Minder stukjes kan niet: in elk hoekpunt komen drie ribben samen, dus moet elk hoekpunt begin- of eindpunt zijn van een stukje. Je hebt daarom minstens $8 : 2 = 4$ stukjes nodig.



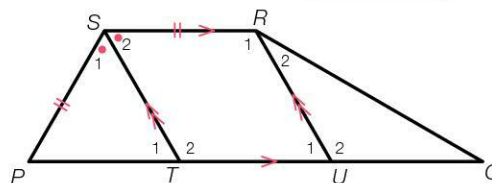
- 26 B** Zie de figuur hiernaast met ST de bissectrice van $\angle S$ en $RU \parallel ST$.

$$\angle S_1 = \angle S_2 = 120^\circ : 2 = 60^\circ \text{ (bissectrice)}$$

$$\angle T_1 = \angle S_2 = 60^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$

$$\angle P = 180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\angle P = \angle S_1 = \angle T_1 = 60^\circ, \text{ dus } \triangle PST \text{ is een gelijkzijdige driehoek, dus } PS = PT = ST.$$



$TU \parallel SR$ en $ST \parallel RU$, dus $RSTU$ is een parallellogram, dus $UT = RS$ en $ST = RU$.

Uit $PT = PS = RS$, $UT = RS$ en $RS = \frac{1}{3}PQ$ ofwel $PQ = 3RS$ volgt $QU = RS$.

Verder is $RU = ST = PS = RS$.

Dus $QU = RU$, dus $\triangle QRU$ is een gelijkbenige driehoek met de basishoeken $\angle Q$ en $\angle R_2$.

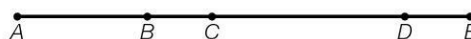
$$\angle U_1 = \angle T_1 = 60^\circ \text{ (F-hoeken)}$$

$$\angle U_2 = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \text{ (gestrekte hoek)}$$

$$\angle Q + \angle R_2 = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\angle Q = \angle R_2 = 60^\circ : 2 = 30^\circ \text{ (basishoeken)}$$

- 27 E** Noem de punten van links naar rechts A , B , C , D en E , zoals in de figuur hiernaast.



Er geldt $AE = 22$, dus ook $AB + BE = 22$, $AC + CE = 22$ en $AD + DE = 22$. Er zijn dus drie paren met som 22. Omdat alleen $2 + 20 = 22$ en $5 + 17 = 22$, moet ook gelden $k = 22 - 6 = 16$ of $k = 22 - 8 = 14$ of $k = 22 - 9 = 13$ of $k = 22 - 15 = 7$. Omdat k tussen 9 en 15 ligt, weet je nu dus dat $k = 13$ of $k = 14$.

Verder geldt $AB + AC + AD + AE + BC + BD + BE + CD + CE + DE =$

$$\begin{aligned} & AB + (AB + BC) + (AB + BC + CD) + (AB + BC + CD + DE) + BC + (BC + CD) + \\ & (BC + CD + DE) + CD + (CD + DE) + DE = \\ & 4AB + 6BC + 6CD + 4DE. \end{aligned}$$

Deze som is dus even, en moet gelijk zijn aan $2 + 5 + 6 + 8 + 9 + k + 15 + 17 + 20 + 22 = 104 + k$.

Dus $k = 14$.

- 28 C** Er zijn zeven plaatsen waar het ontbrekende cijfer kan staan: voor het eerste opgeschreven cijfer of na elk opgeschreven cijfer. Voor het ontbrekende cijfer zijn er tien mogelijkheden. Dit geeft $7 \cdot 10 = 70$ mogelijke telefoonnummers. Maar als het extra cijfer gelijk is aan het cijfer ervoor of erna, dan tel je hetzelfde telefoonnummer twee keer. Dat kan gebeuren met elk van de zes cijfers, dus heb je zes nummers dubbel geteld. Er moeten dus $70 - 6 = 64$ nummers worden geprobeerd om er zeker van te zijn Thomas te spreken.

- 29 C** Als je door een getal d deelt, dan is de grootste rest die je kunt krijgen gelijk aan $d - 1$. Maar als een deling zo'n rest geeft, dan is 2016 wel deelbaar door d . Het grootste getal kleiner dan 1001 waardoor je 2016 kunt delen is 672. Bij het delen van 2015 door 672 krijg je $\frac{2015}{672} = 2$ rest 671.
- Het delen van 2015 door getallen groter dan 672 en kleiner dan 1001 gaat ook twee keer, maar dan wordt de rest kleiner.
- De grootste rest is dus 671.

Bladzijde 201

- 30 D** Als 1 en 2 dezelfde kleur hebben, dan weet je de kleuren van de andere getallen ook allemaal. Zie mogelijkheid 1 en 2 in de tabel hieronder.
- Als 1 en 2 verschillende kleuren hebben, dan kunnen 1 en 3 weer dezelfde kleur hebben. Ook dan weet je de kleur van de andere getallen. Zie mogelijkheid 3 en 4.
- Als 1 en 2 verschillende kleuren hebben en 1 en 3 ook verschillende kleuren hebben, dan hebben 2 en 3 dezelfde kleur maar verschillend van 1. Dan heeft $5 = 2 + 3$ dezelfde kleur als 2 en 3. Maar dan moet 4 een andere kleur hebben dan 1, anders zou $5 = 1 + 4$ ook dezelfde kleur moeten hebben als 1 en 4 en dat kan niet. Zie mogelijkheid 5 en 6.
- Meer mogelijkheden zijn er niet.

getal \ mogelijkheid	1	2	3 = 1 + 2	4 = 1 + 3	5 = 1 + 4 = 2 + 3	6 = 1 + 5 = 2 + 4	7 = 1 + 6 = 2 + 5 = 3 + 4
1	r	r	r	r	r	r	r
2	g	g	g	g	g	g	g
3	r	g	r	r	r	r	r
4	g	r	g	g	g	g	g
5	r	g	g	g	g	g	g
6	g	r	r	r	r	r	r

Verantwoording

Beeld

Illustraties: Haasart, Wim de Haas, Rhenen

Technisch tekenwerk: OKS, Chennai (India)

Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam

Colofon

Omslagontwerp: InOntwerp, Assen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers, Sappemeer

Lay-out: OKS, Chennai (India)



0 / 18

© 2018 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Behoudens de in of krachtens de Auteurswet van 1912 gestelde uitzonderingen mag niets uit deze uitgave worden verveelvoudigd, opgeslagen in een geautomatiseerd gegevensbestand of openbaar gemaakt, in enige vorm of op enige wijze, hetzij elektronisch, mechanisch, door fotokopieën, opnamen of enige andere manier, zonder voorafgaande schriftelijke toestemming van de uitgever. Voor zover het maken van reprografische verveelvoudigingen uit deze uitgave is toegestaan op grond van artikel 16h Auteurswet 1912 dient men de daarvoor verschuldigde vergoedingen te voldoen aan Stichting Reprorecht (Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.reprorecht.nl). Voor het overnemen van (een) gedeelte(n) uit deze uitgave in bloemlezingen, readers en andere compilatiewerken (artikel 16 Auteurswet 1912) kan men zich wenden tot Stichting PRO (Stichting Publicatie- en Reproductierechten Organisatie, Postbus 3060, 2130 KB Hoofddorp, www.stichting-pro.nl).

All rights reserved. No part of this publication may be reproduced, stored in a retrieval system, or transmitted, in any form or by any means, electronic, mechanical, photocopying, recording or otherwise without prior written permission of the publisher.

ISBN 978-90-01-88879-4



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving
met interactieve opdrachten in diverse leerroutes,
overzichtelijke dashboards en een uitgebreide toetsmodule.
Dit maakt gepersonaliseerd leren mogelijk.