

UITWERKINGEN
DEEL 1

WISKUNDE

12^E EDITIE

3 HAVO

& GETAL RUIMTE



Noordhoff Uitgevers

Getal & Ruimte

Uitwerkingen **3 havo** deel 1

Twaalfde editie, 2019

Noordhoff Uitgevers
Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
C. J. Admiraal
J. A. Verbeek
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M. L. M. van Maarseveen
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
I. Cornelisse
M. Vos
B. W. van Laarhoven

Inhoud

1	Lineaire problemen	4
2	Gelijkvormigheid en hellingen	36
3	Kwadratische problemen	60
4	Statistiek en procenten	89
5	Algebraïsche vaardigheden	103
	Wiskundige vaardigheden	122
	Algemene vaardigheden	126
	Kangoeroe-opgaven	127

1 Lineaire problemen

Voorkennis Herleiden en vergelijkingen

Bladzijde 10

- | | | |
|--|----------------------------|--------------------------|
| 1 a $5x + 7x = 12x$ | c $5x - 5x = 0$ | e $2x + y$ kan niet |
| b $5x - x = 4x$ | d $3x - 12x = -9x$ | f $y + 2y = 3y$ |
| 2 a $5x \cdot 3y = 15xy$ | c $2x \cdot -6y = -12xy$ | e $5a \cdot 7 = 35a$ |
| b $5x \cdot 3x = 15x^2$ | d $2x - 6x = -4x$ | f $5a + 7$ kan niet |
| 3 a $2x + 6 - 3x - 12 = -x - 6$ | c $2a - 6b - 2a - b = -7b$ | e $5y - 3 - 3 - 5y = -6$ |
| b $5a + 8 - 8a - 10 = -3a - 2$ | d $3a - 8 - 2a + 8 = a$ | f $-2a - 8 + 2a + 8 = 0$ |

Bladzijde 11

- | | | |
|--|--|--|
| 4 a $6(5x - 1) = 30x - 6$ | d $-(x - 5) = -x + 5$ | |
| b $-3(5 - 2x) = -15 + 6x$ | e $(x + 3)(y - 1) = xy - x + 3y - 3$ | |
| c $-8(3x + 2) = -24x - 16$ | f $(2x - y)(y - 6) = 2xy - 12x - y^2 + 6y$ | |
| 5 a $5(x - 4) - 2(x - 10) = 5x - 20 - 2x + 20 = 3x$ | | |
| b $3x - 7 - 3(6 + x) = 3x - 7 - 18 - 3x = -25$ | | |
| c $5(x - 8) - 3(2x - 7) = 5x - 40 - 6x + 21 = -x - 19$ | | |
| d $(2x - 3)(x - 1) - 5x + 2 = 2x^2 - 2x - 3x + 3 - 5x + 2 = 2x^2 - 10x + 5$ | | |
| e $3x - 2(x - 3) = 3x - 2x + 6 = x + 6$ | | |
| f $(3x - 2)(x - 3) = 3x^2 - 9x - 2x + 6 = 3x^2 - 11x + 6$ | | |
| 6 a $5x + 2 = 12$
$-2 \quad -2$
$5x = 10$
$:5 \quad :5$
$x = 2$ | c $2x + 8 = 8$
$-8 \quad -8$
$2x = 0$
$:2 \quad :2$
$x = 0$ | e $4x - 8 = 8$
$+8 \quad +8$
$4x = 16$
$:4 \quad :4$
$x = 4$ |
| b $3x - 6 = 18$
$+6 \quad +6$
$3x = 24$
$:3 \quad :3$
$x = 8$ | d $3 - 5x = -27$
$-3 \quad -3$
$-5x = -30$
$: -5 \quad : -5$
$x = 6$ | f $6x + 2 = 14$
$-2 \quad -2$
$6x = 12$
$:6 \quad :6$
$x = 2$ |
| 7 a $3x = 15$
$:3 \quad :3$
$x = 5$ | d $7x = 35$
$:7 \quad :7$
$x = 5$ | g $13x = 0$
$:13 \quad :13$
$x = 0$ |
| b $3 + x = 15$
$-3 \quad -3$
$x = 12$ | e $7 - x = 35$
$-7 \quad -7$
$-x = 28$
$: -1 \quad : -1$
$x = -28$ | h $13 + x = 0$
$-13 \quad -13$
$x = -13$ |
| c $18 - 5x = 48$
$-18 \quad -18$
$-5x = 30$
$: -5 \quad : -5$
$x = -6$ | f $x + 6 = -1$
$-6 \quad -6$
$x = -7$ | i $-2x + 17 = 3$
$-17 \quad -17$
$-2x = -14$
$: -2 \quad : -2$
$x = 7$ |

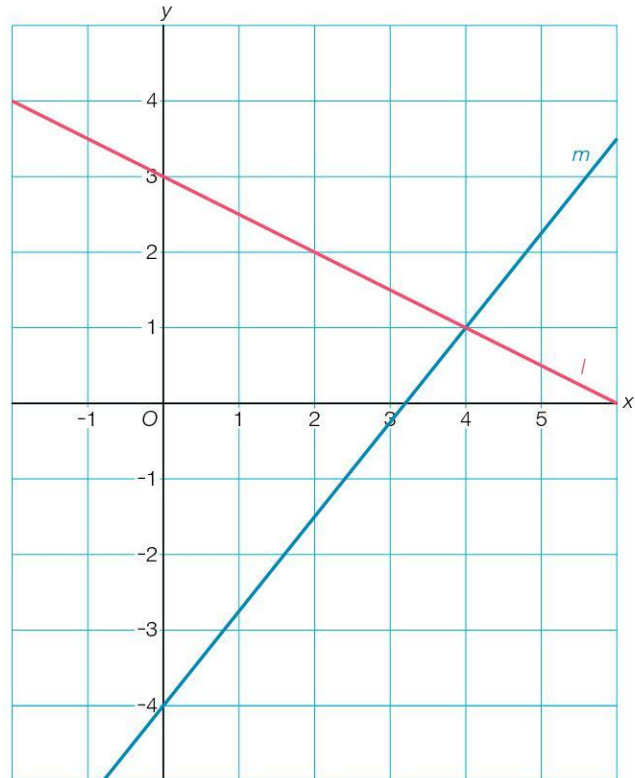
1.1 Lineaire formules

Bladzijde 12

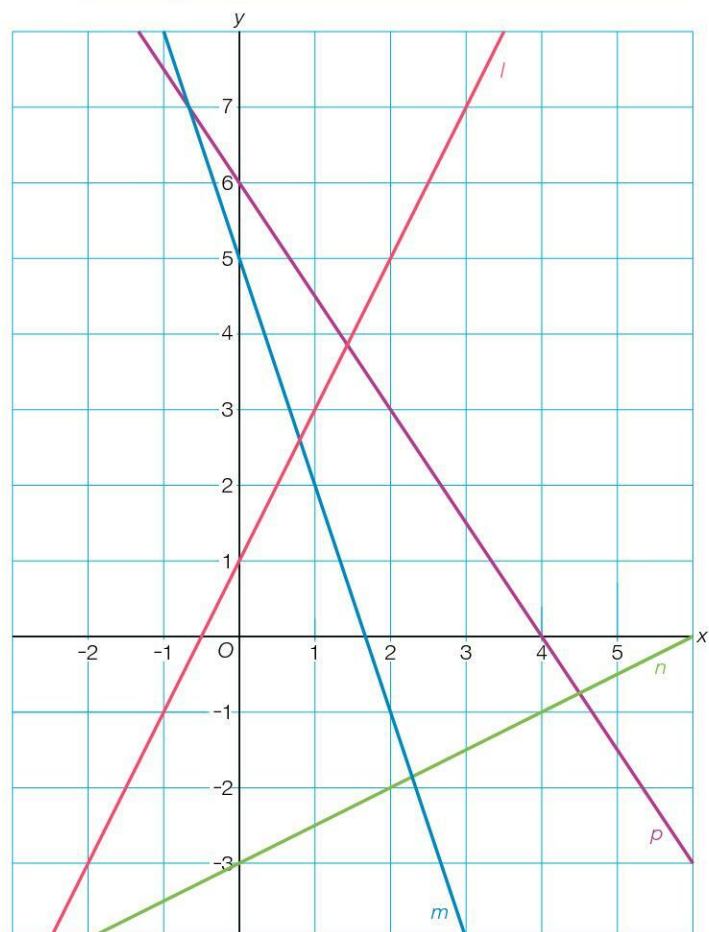
- 1 a Bij $x = 2$ hoort $y = -\frac{1}{2} \cdot 2 + 3 = -1 + 3 = 2$.
 b Bij $x = 0$ hoort $y = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3$.
 c Het getal 3 geeft de y -coördinaat van het snijpunt van de grafiek van $y = -\frac{1}{2}x + 3$ met de y -as aan.
 d Het getal $-\frac{1}{2}$ geeft aan dat voor de grafiek geldt: ga je 1 naar rechts, dan ga je $-\frac{1}{2}$ omhoog, dus $\frac{1}{2}$ omlaag.

Bladzijde 13

- 2 a $l: y = -\frac{1}{2}x + 3$
- | | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 3 | 2 |
- $m: y = 1\frac{1}{4}x - 4$
- | | | |
|-----|----|---|
| x | 0 | 4 |
| y | -4 | 1 |
- b $S(4, 1)$
 c $x = -12$ geeft $y = 1\frac{1}{4} \cdot -12 - 4 = -15 - 4 = -19$,
 dus de y -coördinaat van A is -19 .
 d $x = -22$ geeft
 $y = -\frac{1}{2} \cdot -22 + 3 = 11 + 3 = 14 \neq -8$,
 dus $B(-22, -8)$ ligt niet op l .



- 3 $l: y = 2x + 1$
- | | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 1 | 5 |
- $m: y = -3x + 5$
- | | | |
|-----|---|----|
| x | 0 | 2 |
| y | 5 | -1 |
- $n: y = \frac{1}{2}x - 3$
- | | | |
|-----|----|----|
| x | 0 | 2 |
| y | -3 | -2 |
- $p: y = -1\frac{1}{2}x + 6$
- | | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 6 | 3 |



4 $l: y = x + 1$

x	0	2
y	1	3

$m: y = -2x$

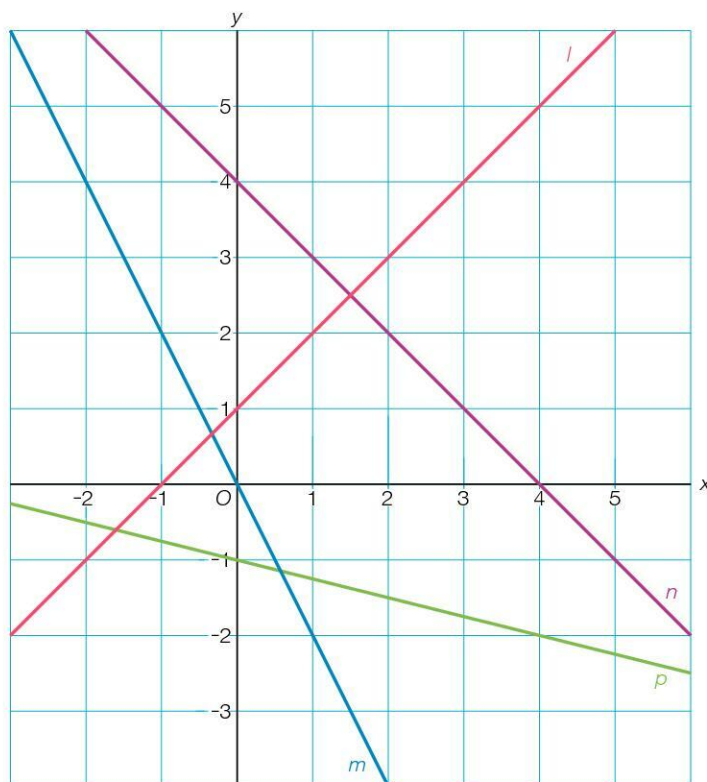
x	0	2
y	0	-4

$n: y = -x + 4$

x	0	2
y	4	2

$p: y = -\frac{1}{4}x - 1$

x	0	4
y	-1	-2



- 5
- a $x = 7$ geeft $y = 8 \cdot 7 - 13 = 56 - 13 = 43$, dus $Q(7, 43)$ ligt op l .
 - b $x = 10$ geeft $y = 8 \cdot 10 - 13 = 80 - 13 = 67 \neq 93$, dus $R(10, 93)$ ligt niet op l .
 - c $x = 6$ geeft $y = 8 \cdot 6 - 13 = 48 - 13 = 35$, dus $A(6, 35)$ ligt op l .
 $x = -9$ geeft $y = 8 \cdot -9 - 13 = -72 - 13 = -85 \neq -59$, dus $B(-9, -59)$ ligt niet op l .
 $x = 2\frac{1}{2}$ geeft $y = 8 \cdot 2\frac{1}{2} - 13 = 20 - 13 = 7 \neq 8$, dus $C(2\frac{1}{2}, 8)$ ligt niet op l .
 - d $x = -4$ geeft $y = 8 \cdot -4 - 13 = -32 - 13 = -45$, dus de y -coördinaat van D is -45 .

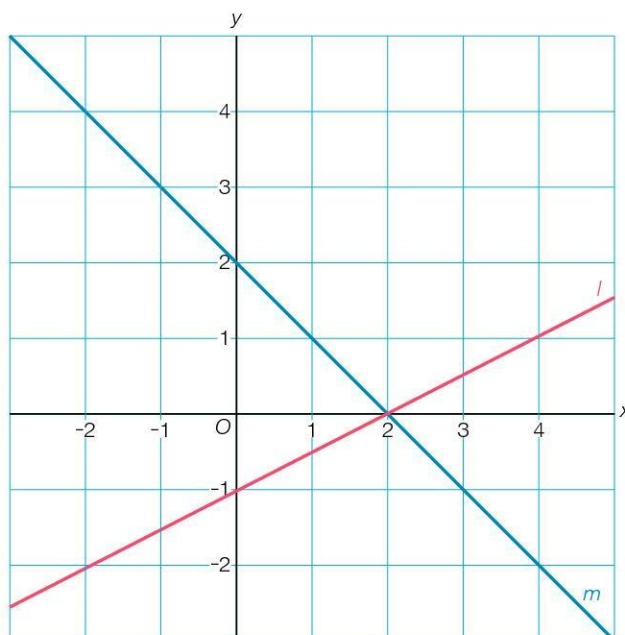
6 a $l: y = \frac{1}{2}x - 1$

x	0	2
y	-1	0

$m: y = -x + 2$

x	0	2
y	2	0

- b $S(2, 0)$
- c $x = -9$ geeft $y = -(-9) + 2 = 9 + 2 = 11$,
dus de y -coördinaat van A is 11.
- d $x = 6$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 6 - 1 = 3 - 1 = 2$,
dus $P(6, 2)$ ligt op l .
 $x = -300$ geeft
 $y = \frac{1}{2} \cdot -300 - 1 = -150 - 1 = -151 \neq 149$,
dus $Q(-300, 149)$ ligt niet op l .
 $x = 25$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 25 - 1 = 12\frac{1}{2} - 1 = 11\frac{1}{2}$,
dus $R(25, 11\frac{1}{2})$ ligt op l .



- 7
- a $a = 6$ en $b = 20$
 - b $a = -8$ en $b = -200$
 - c $a = 1$ en $b = 8$

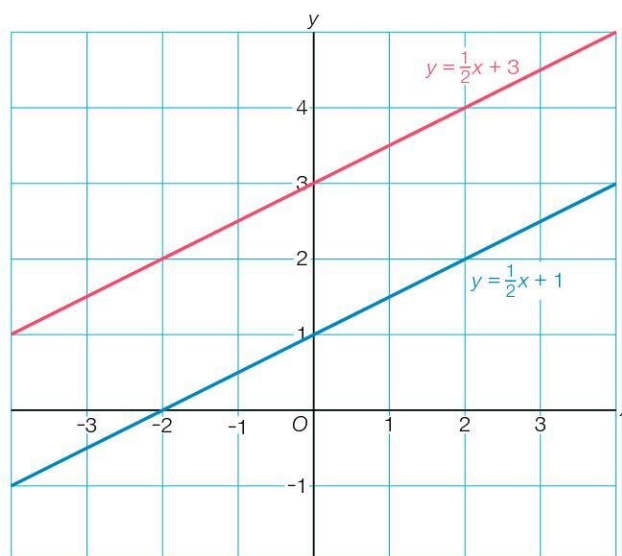
- d $a = -1$ en $b = 10$
- e $a = \frac{1}{3}$ en $b = 0$
- f $a = 0$ en $b = 4$

- 8 a $b = 1$
 b De grafiek gaat 4 naar rechts en 3 omhoog oftewel 1 naar rechts en $\frac{3}{4}$ omhoog, dus $a = \frac{3}{4}$.
 c $l: y = \frac{3}{4}x + 1$

Bladzijde 15

- 9 a Lijn l
 Stel $l: y = ax + b$.
 Door $(0, 2)$, dus $b = 2$.
 $a = \frac{1}{1} = 1$
 Dus $l: y = x + 2$.
 Lijn m
 Stel $m: y = ax + b$.
 Door $(0, 1)$, dus $b = 1$.
 $a = \frac{-3}{2} = -1\frac{1}{2}$
 Dus $m: y = -1\frac{1}{2}x + 1$.
 Lijn n
 Stel $n: y = ax + b$.
 Door $(0, 4)$, dus $b = 4$.
 $a = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$
 Dus $n: y = -\frac{1}{3}x + 4$.
 b Stel $k: y = ax + b$.
 k gaat door $R(0, -3)$, dus $b = -3$.
 k is evenwijdig met n , dus $a = rc_k = rc_n = -\frac{1}{3}$.
 Dus $k: y = -\frac{1}{3}x - 3$.
 10 a Lijn p
 Stel $p: y = ax + b$.
 Door $(0, 3)$, dus $b = 3$.
 $a = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}$
 Dus $p: y = -\frac{2}{5}x + 3$.
 Lijn q
 Stel $q: y = ax + b$.
 Door $(0, -1\frac{1}{2})$, dus $b = -1\frac{1}{2}$.
 $a = \frac{1\frac{1}{2}}{3} = \frac{1}{2}$
 Dus $q: y = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$.
 Lijn r
 Stel $r: y = ax + b$.
 Door $(0, 0)$, dus $b = 0$.
 $a = \frac{-2}{1} = -2$
 Dus $r: y = -2x$.
 b Bij lijn r is sprake van een recht evenredig verband, want deze lijn gaat door de oorsprong.
 c De lijn s gaat door het punt $(0, 3)$, dus $s: y = 3$.

- 11 a $y = \frac{1}{2}x + 3$
- | | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 3 | 4 |
- b $y = \frac{1}{2}x + 1$
- | | | |
|-----|---|---|
| x | 0 | 2 |
| y | 1 | 2 |
- c Janet heeft het getal 8 gekozen.



Bladzijde 16

- 12 k is evenwijdig met l , dus $a = rc_k = rc_l = 5$.
 $k: y = 5x + b$
 $P(1, 6)$ op k $\left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot 1 + b = 6 \\ 5 + b = 6 \end{array} \right.$
 $\quad \quad \quad -5 \quad -5$
 $\quad \quad \quad b = 1$
- 13 $l: y = 2x + b$ $\left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 8 + b = 12 \\ 16 + b = 12 \end{array} \right.$
 $A(8, 12)$ op l $\left\{ \begin{array}{l} 2 \cdot 8 + b = 12 \\ 16 + b = 12 \end{array} \right.$
 $\quad \quad \quad -16 \quad -16$
 $\quad \quad \quad b = -4$

$$\begin{aligned}
 14 \quad & \left. \begin{array}{l} m: y = -\frac{1}{2}x + b \\ B(-5, 3) \text{ op } m \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot -5 + b = 3 \\ 2\frac{1}{2} + b = 3 \\ -2\frac{1}{2} \quad -2\frac{1}{2} \\ b = \frac{1}{2} \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 15 \quad & a = \text{rc}_q = -4 \\
 & \left. \begin{array}{l} q: y = -4x + b \\ P(-3, 21) \text{ op } q \end{array} \right\} \begin{array}{l} -4 \cdot -3 + b = 21 \\ 12 + b = 21 \\ -12 \quad -12 \\ b = 9 \end{array}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 16 \quad & \text{Stel } l: y = ax + b. \\
 & a = \text{rc}_l = 5 \\
 & \left. \begin{array}{l} l: y = 5x + b \\ R(8, -16) \text{ op } l \end{array} \right\} \begin{array}{l} 5 \cdot 8 + b = -16 \\ 40 + b = -16 \\ -40 \quad -40 \\ b = -56 \end{array} \\
 & \text{Dus } l: y = 5x - 56.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 17 \quad & \text{Stel } p: y = ax + b. \\
 & p \text{ is evenwijdig met } q, \text{ dus } a = \text{rc}_p = \text{rc}_q = -2. \\
 & \left. \begin{array}{l} p: y = -2x + b \\ S(-5, -1) \text{ op } p \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot -5 + b = -1 \\ 10 + b = -1 \\ -10 \quad -10 \\ b = -11 \end{array} \\
 & \text{Dus } p: y = -2x - 11.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 18 \quad & \text{Stel } q: y = ax + b. \\
 & \text{Van } C(1, -1) \text{ naar } D(6, -3) \text{ is } 6 - 1 = 5 \text{ naar rechts en } -3 - (-1) = -2 \text{ omhoog, dus } a = \frac{-2}{5} = -\frac{2}{5}. \\
 & \left. \begin{array}{l} q: y = -\frac{2}{5}x + b \\ C(1, -1) \text{ op } q \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{2}{5} \cdot 1 + b = -1 \\ -\frac{2}{5} + b = -1 \\ +\frac{2}{5} \quad +\frac{2}{5} \\ b = -\frac{3}{5} \end{array} \\
 & \text{Dus } q: y = -\frac{2}{5}x - \frac{3}{5}.
 \end{aligned}$$

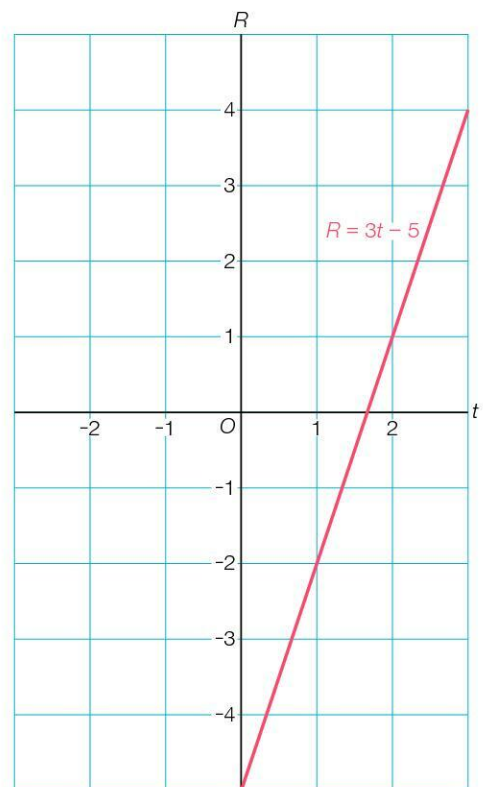
1.2 Lineaire verbanden

Bladzijde 17

$$\begin{aligned}
 19 \quad & t = 0 \text{ geeft } N = \frac{3}{4} \cdot 0 - 2 = 0 - 2 = -2 \\
 & t = 4 \text{ geeft } N = \frac{3}{4} \cdot 4 - 2 = 3 - 2 = 1
 \end{aligned}$$

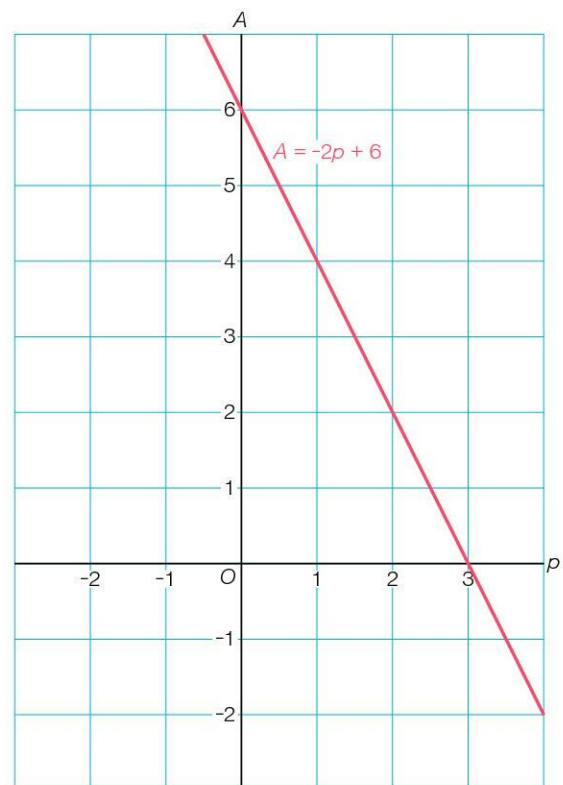
20 a

t	0	2
R	-5	1



b

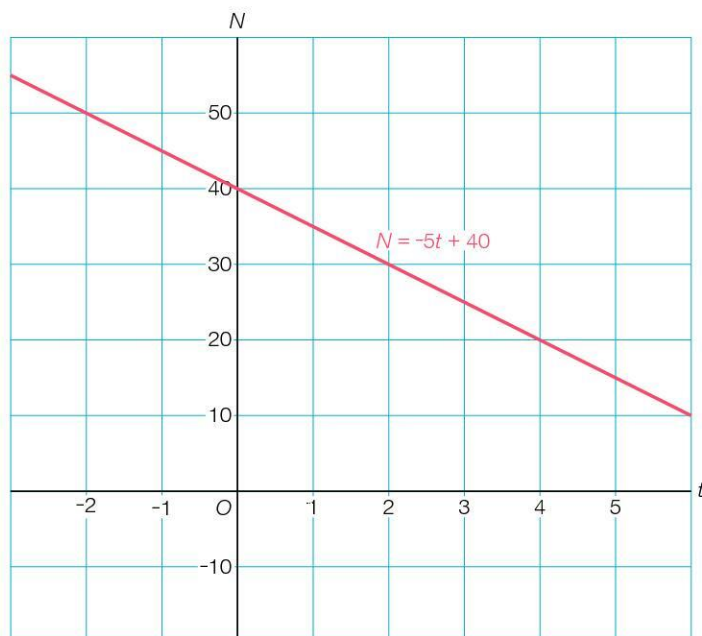
p	0	2
A	6	2



21

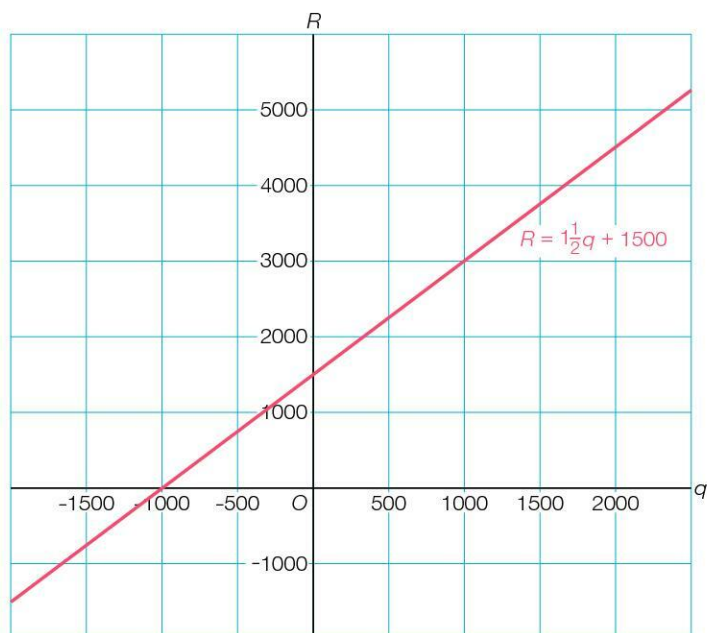
a

t	0	2
N	40	30



b

q	0	1000
R	1500	3000



Bladzijde 18

22

a Stel $V = as + b$.Door $(0, 200)$, dus $b = 200$.

$$a = \frac{100}{75} = 1\frac{1}{3}$$

$$\text{Dus } V = 1\frac{1}{3}s + 200.$$

b Stel $W = aq + b$.Door $(0, 50)$, dus $b = 50$.

$$a = \frac{-50}{1500} = -\frac{1}{30}$$

$$\text{Dus } W = -\frac{1}{30}q + 50.$$

23

a De grafiek van Achtlo snijdt de N -as in een punt onder het punt $(0, 2000)$.De grafiek van Bovenzand snijdt de N -as in een punt boven het punt $(0, 2000)$.Het snijpunt van de grafiek van $N = 30t + 1800$ met de N -as is het punt $(0, 1800)$.Dus bij Achtlo hoort de formule $N = 30t + 1800$.b Bij 2030 hoort $t = 2030 - 2015 = 15$.

$$t = 15 \text{ geeft } N = 18 \cdot 15 + 2100 = 2370$$

Dus op 1 januari 2030 heeft Bovenzand 2370 inwoners.

- c De grafieken snijden elkaar in het punt (25, 2500).
 $2015 + 25 = 2040$, dus op 1 januari 2040 hebben beide plaatsen evenveel inwoners.
- d Op 1 januari 2015 heeft Achtlo 1800 inwoners.
 Verdubbelen betekent dat er 1800 inwoners bij komen.
 Hieruit volgt $30t = 1800$, en dit geeft $t = \frac{1800}{30} = 60$.
 $2015 + 60 = 2075$, dus op 1 januari 2075 zal het aantal inwoners van Achtlo zijn verdubbeld
 vergeleken met het aantal op 1 januari 2015.

- 24 a De grafiek gaat door (0, 80).
 Dus het aanleggen van een kunstgrasbaan kost 80 000 euro.
- b Stel $K = at + b$.
 Door (0, 80), dus $b = 80$.
 De grafiek gaat ook door (5, 100), dus $a = \frac{20}{5} = 4$.
 Dus voor de kunstgrasbaan geldt de formule $K = 4t + 80$.
- c Stel $K = at + b$.
 Door (0, 50), dus $b = 50$.
 De grafiek gaat ook door (5, 110), dus $a = \frac{60}{5} = 12$.
 Dus voor de gravelbaan geldt de formule $K = 12t + 50$.
- d $12 - 4 = 8$
 Het jaarlijkse onderhoud van de kunstgrasbaan kost 8000 euro minder dan dat van de gravelbaan.
- e kunstgrasbaan: $t = 8$ geeft $K = 4 \cdot 8 + 80 = 112$
 gravelbaan: $t = 8$ geeft $K = 12 \cdot 8 + 50 = 146$
 Na acht jaar is aan de kunstgrasbaan het minste geld uitgegeven.
 $146 - 112 = 34$, dus 34000 euro minder.

Bladzijde 19

- 25 a $K = 25t + 15$
 b $B = 3a + 8$
 c $N = 1850 - 150t$
 d $K = 62\,500 + 2800t$
 e $h = 8500 - 300t$
- 26 a Elk jaar neemt de oppervlakte aan bos met dezelfde hoeveelheid af, namelijk 1400 ha.
 Daarom is er sprake van een lineair verband.
- b De oppervlakte aan bos in Nederland neemt jaarlijks met 1400 ha af.
- c Op 1 januari 2010 was er $376\,000 + 3 \cdot 1400 = 380\,200$ ha aan bos in Nederland.
- d $N = 380\,200 - 1400t$
- e Als je de oppervlakte op 1 januari 2015 wilt weten gebruik je de tabel.
 Als je de oppervlakte op 1 januari 2020 wilt weten gebruik je de formule.
 Als je het verloop van de oppervlakte wilt weten gebruik je de grafiek.

1.3 Lineaire vergelijkingen

Bladzijde 20

- 27 a $8x - 16 = 0$ geeft $8x = 16$
 b $8x - 16 = 24$ geeft $8x = 24 + 16$
 c $8x = 2x + 24$ geeft $8x - 2x = 24$
- 28 a $3x + 5 = -2x + 8$ geeft $3x + 2x = 8 - 5$
 b $6x - 3 = 4x + 7$ geeft $6x - 4x = 7 + 3$
 c $-8x - 13 = 5x$ geeft $-8x - 5x = 13$
 d $3x - 12 = 5x + 8 - x$ geeft $3x - 5x + x = 8 + 12$

Bladzijde 21

- 29** $5x - 6 = 3x + 8$ geeft $5x - 3x = 8 + 6$, dus bij I hoort a.
 $5x + 6 = 3x - 8$ geeft $5x - 3x = -8 - 6$, dus bij II hoort h.
 $5x + 6 = -3x + 8$ geeft $5x + 3x = 8 - 6$, dus bij III hoort g.
 $5x - 6 = -3x - 8$ geeft $5x + 3x = -8 + 6$, dus bij IV hoort f.

- 30** **a** $1 - 3x = 2(1 - x)$
 $1 - 3x = 2 - 2x$
 $-3x + 2x = 2 - 1$
 $-x = 1$
 $x = -1$
b $5(a + 3) = 7 - (3a - 8)$
 $5a + 15 = 7 - 3a + 8$
 $5a + 3a = 7 + 8 - 15$
 $8a = 0$
 $a = 0$
c $2(x - 1) = 9 - 3(2x + 7)$
 $2x - 2 = 9 - 6x - 21$
 $2x + 6x = 9 - 21 + 2$
 $8x = -10$
 $x = \frac{-10}{8} = -1\frac{1}{4}$

- 31** **a** $2x - 5 = 5x - 8$
 $2x - 5x = -8 + 5$
 $-3x = -3$
 $x = 1$
b $7x + 3 = 6x + 8$
 $7x - 6x = 8 - 3$
 $x = 5$
c $4x - 4 = 8x + 6$
 $4x - 8x = 6 + 4$
 $-4x = 10$
 $x = \frac{10}{-4} = -2\frac{1}{2}$

- d** $4x + 2x = -x - 14$
 $4x + 2x + x = -14$
 $7x = -14$
 $x = -2$
e $-y - 1 = -2y + 5$
 $-y + 2y = 5 + 1$
 $y = 6$
f $9a = a - 16$
 $9a - a = -16$
 $8a = -16$
 $a = -2$

- 32** **a** $-2(6 - x) = -12 + 2x$
b $5 - 3(2x - 1) = 5 - 6x + 3 = 8 - 6x$
c $2x - 6(x - 5) = 2x - 6x + 30 = -4x + 30$

Bladzijde 22

- 33** **a** $5(x - 3) = 2x + 9$
 $5x - 15 = 2x + 9$
 $5x - 2x = 9 + 15$
 $3x = 24$
 $x = 8$
b $5a - 3 = 2(a + 9)$
 $5a - 3 = 2a + 18$
 $5a - 2a = 18 + 3$
 $3a = 21$
 $a = 7$
c $7x + 3 = 6(x - 1)$
 $7x + 3 = 6x - 6$
 $7x - 6x = -6 - 3$
 $x = -9$
d $3(x - 1) = -x + 12$
 $3x - 3 = -x + 12$
 $3x + x = 12 + 3$
 $4x = 15$
 $x = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$
e $2p - 6 = 3 - 3(p - 7)$
 $2p - 6 = 3 - 3p + 21$
 $2p + 3p = 3 + 21 + 6$
 $5p = 30$
 $p = 6$
f $9 + 3(x + 2) = 5(x - 3)$
 $9 + 3x + 6 = 5x - 15$
 $3x - 5x = -15 - 9 - 6$
 $-2x = -30$
 $x = 15$

34 a $3(2x - 1) + 3 = 18$

$$6x - 3 + 3 = 18$$

$$6x = 18$$

$$x = 3$$

b $2(a - 2) = 3(a + 5)$

$$2a - 4 = 3a + 15$$

$$2a - 3a = 15 + 4$$

$$-a = 19$$

$$a = -19$$

c $5 - 2x = 4 - 3(x + 8)$

$$5 - 2x = 4 - 3x - 24$$

$$-2x + 3x = 4 - 24 - 5$$

$$x = -25$$

d $5(3k - 7) + 7 = 7(2k - 4)$

$$15k - 35 + 7 = 14k - 28$$

$$15k - 14k = -28 + 35 - 7$$

$$k = 0$$

e $5(x - 1) = -2x + 3(x + 5)$

$$5x - 5 = -2x + 3x + 15$$

$$5x + 2x - 3x = 15 + 5$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

f $8 - 3(5 - 2x) = 8(x - 1) - 11$

$$8 - 15 + 6x = 8x - 8 - 11$$

$$6x - 8x = -8 - 11 - 8 + 15$$

$$-2x = -12$$

$$x = 6$$

Bladzijde 23

35 a $\frac{1}{4}x + 1 = -3$

$$4 \cdot \frac{1}{4}x + 4 \cdot 1 = 4 \cdot -3$$

$$x + 4 = -12$$

$$x = -12 - 4$$

$$x = -16$$

b $\frac{1}{5}x = \frac{1}{2}x - 6$

$$10 \cdot \frac{1}{5}x = 10 \cdot \frac{1}{2}x - 10 \cdot 6$$

$$2x = 5x - 60$$

$$2x - 5x = -60$$

$$-3x = -60$$

$$x = 20$$

c $\frac{1}{2}x + 1 = \frac{1}{3}x + 3$

$$6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot 3$$

$$3x + 6 = 2x + 18$$

$$3x - 2x = 18 - 6$$

$$x = 12$$

d $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x + 2$

$$12 \cdot \frac{3}{4}x + 12 \cdot \frac{1}{2} = 12 \cdot \frac{1}{3}x + 12 \cdot 2$$

$$9x + 6 = 4x + 24$$

$$9x - 4x = 24 - 6$$

$$5x = 18$$

$$x = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5}$$

36 a $\frac{1}{4}x + 1 = -3 + \frac{1}{3}x$

$$12 \cdot \frac{1}{4}x + 12 \cdot 1 = 12 \cdot -3 + 12 \cdot \frac{1}{3}x$$

$$3x + 12 = -36 + 4x$$

$$3x - 4x = -36 - 12$$

$$-x = -48$$

$$x = 48$$

b $\frac{1}{5}x - \frac{1}{2} = 3 - \frac{1}{2}x$

$$10 \cdot \frac{1}{5}x - 10 \cdot \frac{1}{2} = 10 \cdot 3 - 10 \cdot \frac{1}{2}x$$

$$2x - 5 = 30 - 5x$$

$$2x + 5x = 30 + 5$$

$$7x = 35$$

$$x = 5$$

c $\frac{1}{2}(x + 1) = \frac{1}{3}(x + 2)$

$$\frac{1}{2}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$$

$$6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot \frac{1}{2} = 6 \cdot \frac{1}{3}x + 6 \cdot \frac{2}{3}$$

$$3x + 3 = 2x + 4$$

$$3x - 2x = 4 - 3$$

$$x = 1$$

d $\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}(x - 2) + 2$

$$\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 2$$

$$12 \cdot \frac{3}{4}x + 12 \cdot \frac{1}{2} = 12 \cdot \frac{1}{3}x - 12 \cdot \frac{2}{3} + 12 \cdot 2$$

$$9x + 6 = 4x - 8 + 24$$

$$9x - 4x = -8 + 24 - 6$$

$$5x = 10$$

$$x = 2$$

37 $\frac{5}{6}x + \frac{1}{8}x + 14 = x$

$$24 \cdot \frac{5}{6}x + 24 \cdot \frac{1}{8}x + 24 \cdot 14 = 24 \cdot x$$

$$20x + 3x + 336 = 24x$$

$$20x + 3x - 24x = -336$$

$$-x = -336$$

$$x = 336$$

- 38** **a** Bij l hoort de formule $y = x + 3$.
b $S(-1, 2)$
c $x + 3 = -2x$
 $x + 2x = -3$
 $3x = -3$
 $x = -1$
d De oplossing van de vergelijking $x + 3 = -2x$ is de x -coördinaat van het snijpunt S van de grafieken van $y = x + 3$ en $y = -2x$.

Bladzijde 25

- 39** $-2x + 7 = x + 2,5$
 $-2x - x = 2,5 - 7$
 $-3x = -4,5$
 $x = \frac{-4,5}{-3} = 1,5$
 $x = 1,5$ invullen bij $y = x + 2,5$ geeft $y = 1,5 + 2,5 = 4$
Dus $S(1,5; 4)$.
- 40** **a** $-1,5x + 5 = 1,5x - 4$
 $-1,5x - 1,5x = -4 - 5$
 $-3x = -9$
 $x = 3$
 $x = 3$ invullen bij $y = 1,5x - 4$ geeft $y = 1,5 \cdot 3 - 4 = 0,5$
Dus $A(3; 0,5)$.
b $-1,5x + 5 = 0,5x + 1$
 $-1,5x - 0,5x = 1 - 5$
 $-2x = -4$
 $x = 2$
 $x = 2$ invullen bij $y = 0,5x + 1$ geeft $y = 0,5 \cdot 2 + 1 = 2$
Dus $B(2, 2)$.
- 41** **a** $x = 100$ geeft $K_A = 0,24 \cdot 100 + 55 = 79$ en $K_G = 0,32 \cdot 100 + 49 = 81$
Dus AutoShare is voor hem het voordeligste.
b Je moet de vergelijking $0,24x + 55 = 0,32x + 49$ oplossen.
 $0,24x + 55 = 0,32x + 49$
 $0,24x - 0,32x = 49 - 55$
 $-0,08x = -6$
 $x = \frac{-6}{-0,08} = 75$
 $x = 75$ invullen geeft $K_A = 0,24 \cdot 75 + 55 = 73$
De bijbehorende kosten zijn 73 euro.
- 42** **a** $h_I = 420 + 24t$
 $h_{II} = 690 + 9t$
b $420 + 24t = 690 + 9t$
 $24t - 9t = 690 - 420$
 $15t = 270$
 $t = 18$
Dus op 19 augustus zijn de stengels even lang.
c $h_I = h_{II} + 30$
 $420 + 24t = 690 + 9t + 30$
 $24t - 9t = 690 + 30 - 420$
 $15t = 300$
 $t = 20$
Dus op 21 augustus is stengel I dertig centimeter langer dan stengel II.

1.4 Lineaire ongelijkheden

Bladzijde 26

- 43 a Marc is goedkoper uit bij FietsenMaar.
b Roeland is goedkoper uit bij CheapBikes.
c Hierbij hoort de vergelijking $3,75x + 5 = 2,5x + 10$.
d Bij meer dan vier dagen huren is FietsenMaar voordeliger dan CheapBikes.

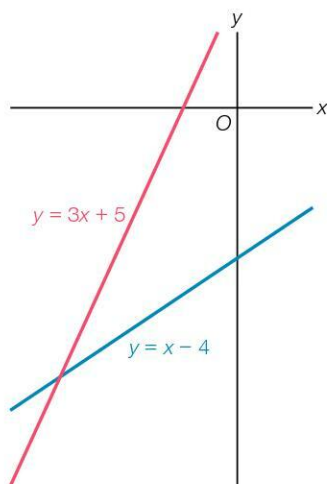
Bladzijde 27

- 44 a $2x - 1 < -x + 2$ geeft $x < 1$
b $-2x + 7 > 0,5x + 2$ geeft $x < 2$

- 45 a $-3x + 4 = x - 2$
 $-3x - x = -2 - 4$
 $-4x = -6$
 $x = 1\frac{1}{2}$
b $-3x + 4 > x - 2$ geeft $x < 1\frac{1}{2}$

- 46 $-x + 4 = 2x - 5$
 $-x - 2x = -5 - 4$
 $-3x = -9$
 $x = 3$
 $-x + 4 < 2x - 5$ geeft $x > 3$

- 47 $x - 4 = 3x + 5$
 $x - 3x = 5 + 4$
 $-2x = 9$
 $x = \frac{9}{-2} = -4\frac{1}{2}$



$$x - 4 > 3x + 5 \text{ geeft } x < -4\frac{1}{2}$$

Bladzijde 28

- 48 a $5x - 10 < 4x + 6$
 $5x - 4x < 6 + 10$
 $x < 16$
b $4q > 3(7 + q)$
 $4q > 21 + 3q$
 $4q - 3q > 21$
 $q > 21$
c $4(x - 1) > 5 - 3(2 - x)$
 $4x - 4 > 5 - 6 + 3x$
 $4x - 3x > 5 - 6 + 4$
 $x > 3$
d $2(a + 5) < a - 100$
 $2a + 10 < a - 100$
 $2a - a < -100 - 10$
 $a < -110$

- 49 a $2 < 3$ klopt
 b $2 < -3$ klopt niet
 c $-3 < -2$ klopt
 d $3 < 2$ klopt niet

Bladzijde 29

- 50 a $3x < 18$ geeft $x < 6$
 b $-4x > 12$ geeft $x < -3$
 c $-2x < 26$ geeft $x > -13$
 d $\frac{1}{3}x > -6$ geeft $x > -18$
 e $-8x < -8$ geeft $x > 1$
- 51 a $3x + 5 < 5x + 11$
 $3x - 5x < 11 - 5$
 $-2x < 6$
 $x > -3$
 b $4x < 2x - 6$
 $4x - 2x < -6$
 $2x < -6$
 $x < -3$
- 52 a $4x > 5x - 7$
 $4x - 5x > -7$
 $-x > -7$
 $x < 7$
 b $5(t - 3) > 5 - 3t$
 $5t - 15 > 5 - 3t$
 $5t + 3t > 5 + 15$
 $8t > 20$
 $t > 2\frac{1}{2}$
- 53 a $5x > 10x$
 $5x - 10x > 0$
 $-5x > 0$
 $x < 0$
 b $3(x - 1) > 5(x - 2)$
 $3x - 3 > 5x - 10$
 $3x - 5x > -10 + 3$
 $-2x > -7$
 $x < 3\frac{1}{2}$
- 54 a $3,5x + 110 > 600$
 $3,5x > 600 - 110$
 $3,5x > 490$
 $x > 140$
 b Er zijn meer dan 140 toegangskaartjes verkocht, dus er zijn meer dan 140 bezoekers.
- f $-6x < 0$ geeft $x > 0$
 g $-\frac{1}{2}x > 6$ geeft $x < -12$
 h $-x < 0$ geeft $x > 0$
 i $-x > -4$ geeft $x < 4$
- c $-0,2x + 22 < 2x$
 $-0,2x - 2x < -22$
 $-2,2x < -22$
 $x > 10$
 d $-3(p - 2) > 9 - 3(1 - p)$
 $-3p + 6 > 9 - 3 + 3p$
 $-3p - 3p > 9 - 3 - 6$
 $-6p > 0$
 $p < 0$
- c $5x - 1 > 6x$
 $5x - 6x > 1$
 $-x > 1$
 $x < -1$
 d $-2(p - 1) < 8 - p$
 $-2p + 2 < 8 - p$
 $-2p + p < 8 - 2$
 $-p < 6$
 $p > -6$
- c $3(x - 2) < 3(x - 1) - 2x$
 $3x - 6 < 3x - 3 - 2x$
 $3x - 3x + 2x < -3 + 6$
 $2x < 3$
 $x < 1\frac{1}{2}$
 d $5 + 2(x - 1) < -(x - 3)$
 $5 + 2x - 2 < -x + 3$
 $2x + x < 3 - 5 + 2$
 $3x < 0$
 $x < 0$

1.5 Lineaire functies

Bladzijde 30

- 55 a $3 + 5 \cdot 2 = 3 + 10 = 13$, dus een rit van 5 km kost 13 euro.
 b $3 + 12 \cdot 2 = 3 + 24 = 27$, dus een rit van 12 km kost 27 euro.
- 56 a uitvoer $= 5 \cdot 7 - 4 = 35 - 4 = 31$
 b uitvoer $= -4 \cdot 7 - 4 = -28 - 4 = -32$

57 a uitvoer $= 18 \cdot \frac{1}{2} + 6 = 9 + 6 = 15$

b invoer	-3	0	5	8
uitvoer	$4\frac{1}{2}$	6	$8\frac{1}{2}$	10

58 A $10 + 2 = 12$

C $12 \cdot 3 = 36$

B $36 - 6 = 30$

Dus de juiste volgorde van de stappen is A-C-B.

Bladzijde 31

59 a $f(-5) = -4 \cdot -5 + 9 = 20 + 9 = 29$

$f(3) = -4 \cdot 3 + 9 = -12 + 9 = -3$

$f(8) = -4 \cdot 8 + 9 = -32 + 9 = -23$

b $g(-8) = - -8 = 8$

$g(7) = -7$

$g(0) = 0$

c $f(5) + g(5) = -4 \cdot 5 + 9 + -5 = -20 + 9 - 5 = -16$

d $h(x) = f(x) + g(x) = -4x + 9 + -x = -5x + 9$

60 a $f(5) = -12 \cdot 5 = -60$

$g(5) = 8 - 3 \cdot 5 = 8 - 15 = -7$

b $f(-3) = -12 \cdot -3 = 36$

$g(-3) = 8 - 3 \cdot -3 = 8 + 9 = 17$

c $g(-4) = 8 - 3 \cdot -4 = 8 + 12 = 20$

d $h(x) = f(x) + g(x) = -12x + 8 - 3x = -15x + 8$

Bladzijde 32

61 a $f(3) = -2 \cdot 3 + 7 = -6 + 7 = 1$

$f(-2) = -2 \cdot -2 + 7 = 4 + 7 = 11$

b x	0	1
f(x)	7	5

c $f(-3) = -2 \cdot -3 + 7 = 6 + 7 = 13$,

dus A ligt op de grafiek.

d $f(80) = -2 \cdot 80 + 7 = -160 + 7 = -153 \neq -167$,

dus B ligt niet op de grafiek.

e $y_C = 21$, dus $f(x) = 21$

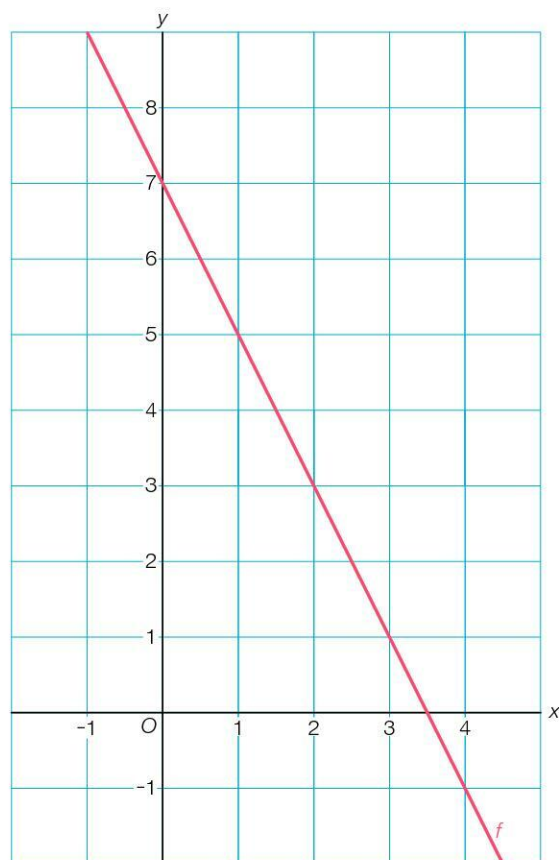
$-2x + 7 = 21$

$-2x = 21 - 7$

$-2x = 14$

$x = -7$

Dus $x_C = -7$.



Bladzijde 33

62 $f(x) = x - 2$

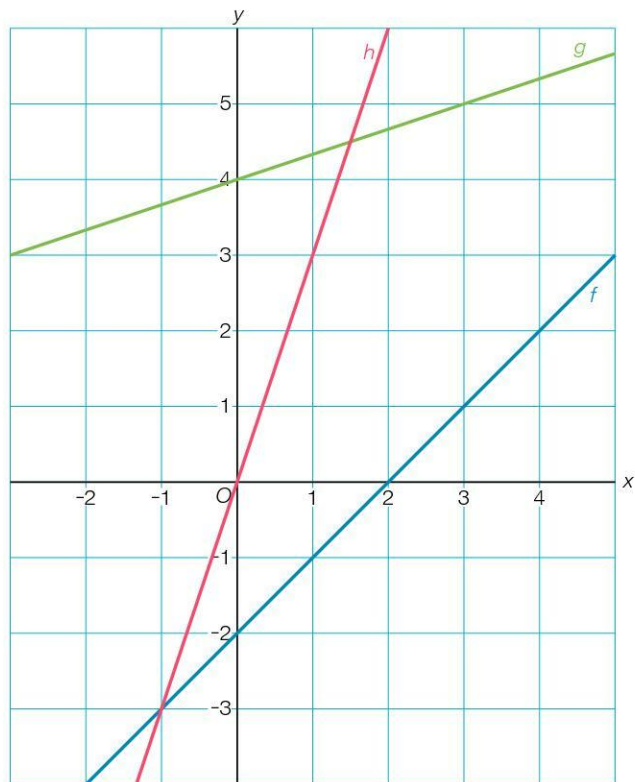
x	0	2
$f(x)$	-2	0

$$g(x) = \frac{1}{3}x + 4$$

x	0	3
$g(x)$	4	5

$$h(x) = 3x$$

x	0	2
$h(x)$	0	6



63 a $f(x) = 2x - 3$

x	0	2
$f(x)$	-3	1

$$g(x) = \frac{1}{2}x + 1$$

x	0	2
$g(x)$	1	4

b $f(12) = 2 \cdot 12 - 3 = 24 - 3 = 21$,
dus A ligt op de grafiek van f .

c $g(-18) = \frac{1}{2} \cdot (-18) + 1 = -27 + 1 = -26 \neq -28$,
dus B ligt niet op de grafiek van g .

d $y_P = -8$, dus $g(x) = -8$

$$\frac{1}{2}x + 1 = -8$$

$$\frac{1}{2}x = -8 - 1$$

$$\frac{1}{2}x = -9$$

$$x = -6$$

Dus $x_P = -6$.

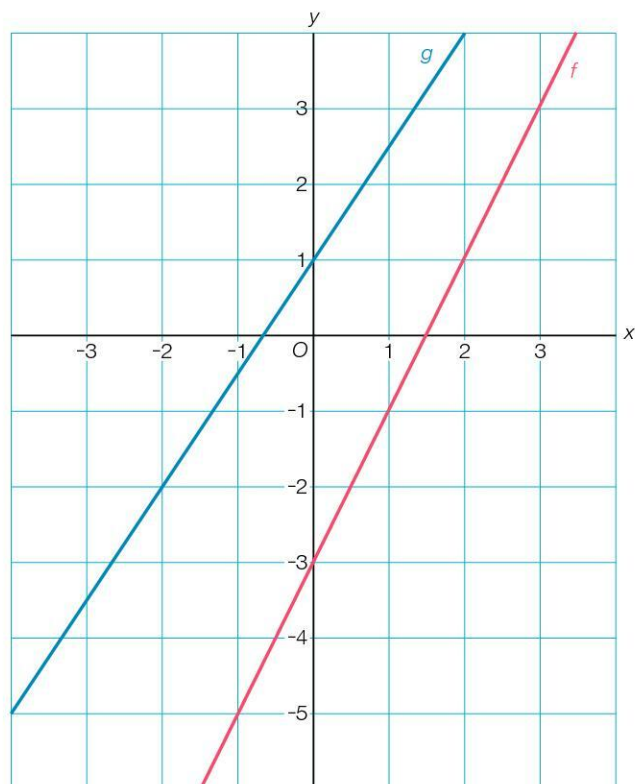
e $y_Q = 0$, dus $f(x) = 0$

$$2x - 3 = 0$$

$$2x = 3$$

$$x = \frac{1}{2}$$

Dus $x_Q = \frac{1}{2}$.



64 a Van een punt op de x -as is de y -coördinaat gelijk aan 0.
Van een punt op de y -as is de x -coördinaat gelijk aan 0.

b $f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0 + 2 = 0 + 2 = 2$, dus het snijpunt van de grafiek van f met de y -as is $A(0, 2)$.

c $f(4) = -\frac{1}{2} \cdot 4 + 2 = -2 + 2 = 0$, dus het snijpunt van de grafiek van f met de x -as is $B(4, 0)$.

Bladzijde 34

65 a $f(x) = 0$ geeft $5x - 20 = 0$
 $5x = 20$
 $x = 4$

Dus $A(4, 0)$.

$f(0) = -20$, dus $B(0, -20)$.

b $g(x) = 0$ geeft $-3(x - 7) = 0$
 $x - 7 = 0$
 $x = 7$

Dus $P(7, 0)$.

$g(0) = -3 \cdot -7 = 21$, dus $Q(0, 21)$.

66 $f(0) = -0,9$, dus $A(0; -0,9)$.

$f(x) = 0$ geeft $1,2x - 0,9 = 0$

$1,2x = 0,9$

$x = \frac{0,9}{1,2} = 0,75$

Dus $B(0,75; 0)$.

$g(0) = 6,3$, dus $C(0; 6,3)$.

$g(x) = 0$ geeft $-1,8x + 6,3 = 0$

$-1,8x = -6,3$

$x = \frac{-6,3}{-1,8} = 3,5$

Dus $D(3,5; 0)$.

67 a $f(8) = 0$ geeft $-8 + b = 0$, dus $b = 8$.

b $g(-2) = 0$ geeft $-2a + 8 = 0$ oftewel $-2a = -8$, dus $a = 4$.

68 a $f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$g(1) = -1 + 6 = 5$

b $B(1, 5)$

Bladzijde 35

69 $f(x) = g(x)$ geeft $8x - 20 = -2x$

$8x + 2x = 20$

$10x = 20$

$x = 2$

$g(2) = -2 \cdot 2 = -4$

Dus $S(2, -4)$.

70 $f(x) = g(x)$ geeft $0,8x - 3,7 = -1,6x + 2,9$

$0,8x + 1,6x = 2,9 + 3,7$

$2,4x = 6,6$

$x = \frac{6,6}{2,4} = 2,75$

$f(2,75) = 0,8 \cdot 2,75 - 3,7 = -1,5$

Dus $S(2,75; -1,5)$.

71 $f(x) = 0$ geeft $3x - 1 = 0$

$3x = 1$

$x = \frac{1}{3}$

Dus $A(\frac{1}{3}, 0)$.

$g(0) = 2$, dus $B(0, 2)$.

$f(x) = g(x)$ geeft $3x - 1 = x + 2$

$3x - x = 2 + 1$

$2x = 3$

$x = 1\frac{1}{2}$

$g(1\frac{1}{2}) = 1\frac{1}{2} + 2 = 3\frac{1}{2}$

Dus $C(1\frac{1}{2}, 3\frac{1}{2})$.

72 $f(x) = g(x)$ geeft $1,5x + 9 = -0,5x + 5$

$$1,5x + 0,5x = 5 - 9$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$f(-2) = 1,5 \cdot -2 + 9 = -3 + 9 = 6$$

Dus $S(-2, 6)$.

$$f(x) = 0 \text{ geeft } 1,5x + 9 = 0$$

$$1,5x = -9$$

$$x = -6$$

Dus $A(-6, 0)$.

$$g(x) = 0 \text{ geeft } -0,5x + 5 = 0$$

$$-0,5x = -5$$

$$x = 10$$

Dus $B(10, 0)$.

Van $\triangle ABS$ is $AB = 10 - (-6) = 16$.

De hoogte die bij AB hoort is $y_S = 6$.

$$\text{Dus opp } \triangle ABS = \frac{1}{2} \cdot 16 \cdot 6 = 48.$$

73 a $f(-8) = 80$, dus $a \cdot -8 + 8 = 80$

$$-8a + 8 = 80$$

$$-8a = 80 - 8$$

$$-8a = 72$$

$$a = -9$$

b Evenwijdig met k : $y = -5x + 6$, dus $a = \text{rc}_k = -5$.

c $f(-5) = a$, dus $a \cdot -5 + 8 = a$

$$-5a + 8 = a$$

$$-5a - a = -8$$

$$-6a = -8$$

$$a = \frac{-8}{-6} = 1\frac{1}{3}$$

74 $g(-1) = 8$, dus $q \cdot -1 + 4 = 8$

$$-q + 4 = 8$$

$$-q = 8 - 4$$

$$-q = 4$$

$$q = -4$$

$$q = -4 \text{ geeft } f(x) = px - 4$$

$$f(-1) = 8, \text{ dus } p \cdot -1 - 4 = 8$$

$$-p - 4 = 8$$

$$-p = 8 + 4$$

$$-p = 12$$

$$p = -12$$

Dus $p = -12$ en $q = -4$.

Gemengde opgaven

Bladzijde 36

1 a $l: y = -1\frac{1}{2}x + 5$

x	0	2
y	5	2

$m: y = \frac{1}{2}x - 1$

x	0	2
y	-1	0

b $x = 24$ geeft $y = -1\frac{1}{2} \cdot 24 + 5 = -36 + 5 = -31$,
dus $A(24, -31)$ ligt op l .

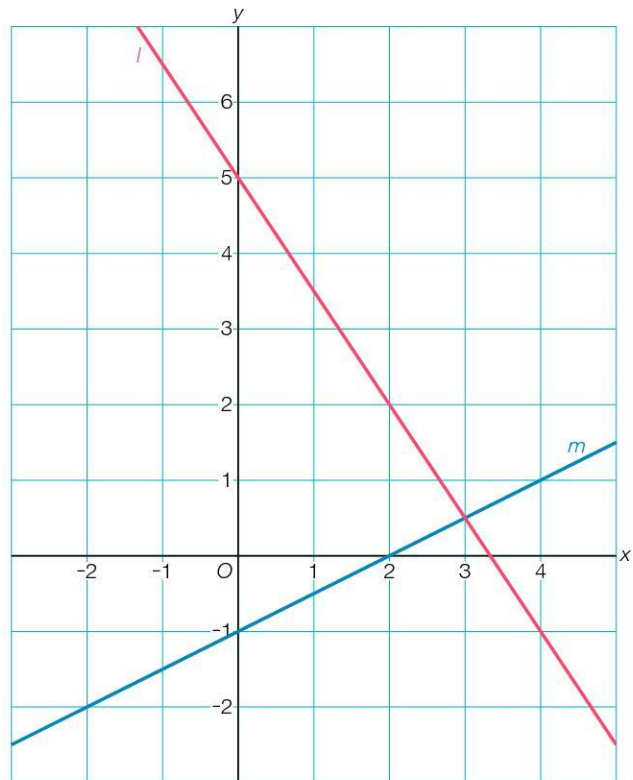
c $x = -24$ geeft
 $y = \frac{1}{2} \cdot -24 - 1 = -12 - 1 = -13 \neq -11$,
dus $B(-24, -11)$ ligt niet op m .

d $y_C = 35$, dus $-1\frac{1}{2}x + 5 = 35$
 $-1\frac{1}{2}x = 35 - 5$
 $-1\frac{1}{2}x = 30$
 $x = -20$

Dus $x_C = -20$.

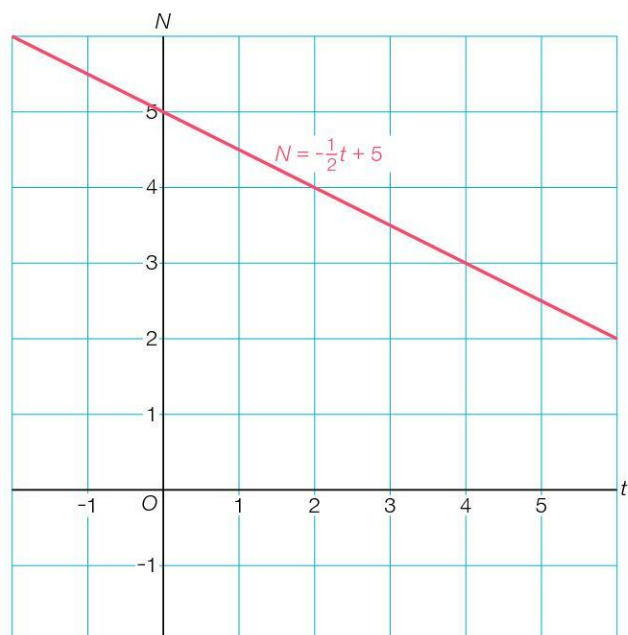
e $-1\frac{1}{2}x + 5 = \frac{1}{2}x - 1$
 $-1\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}x = -1 - 5$
 $-2x = -6$
 $x = 3$
 $x = 3$ invullen bij $y = \frac{1}{2}x - 1$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 3 - 1 = 1\frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{2}$
Dus $S(3, \frac{1}{2})$.

f Alle punten op n hebben x -coördinaat -4 .
 $x = -4$ geeft $y = -1\frac{1}{2} \cdot -4 + 5 = 6 + 5 = 11$, dus $E(-4, 11)$.
 $x = -4$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot -4 - 1 = -2 - 1 = -3$, dus $F(-4, -3)$.
Uit $E(-4, 11)$ en $F(-4, -3)$ volgt $EF = 11 - (-3) = 14$.



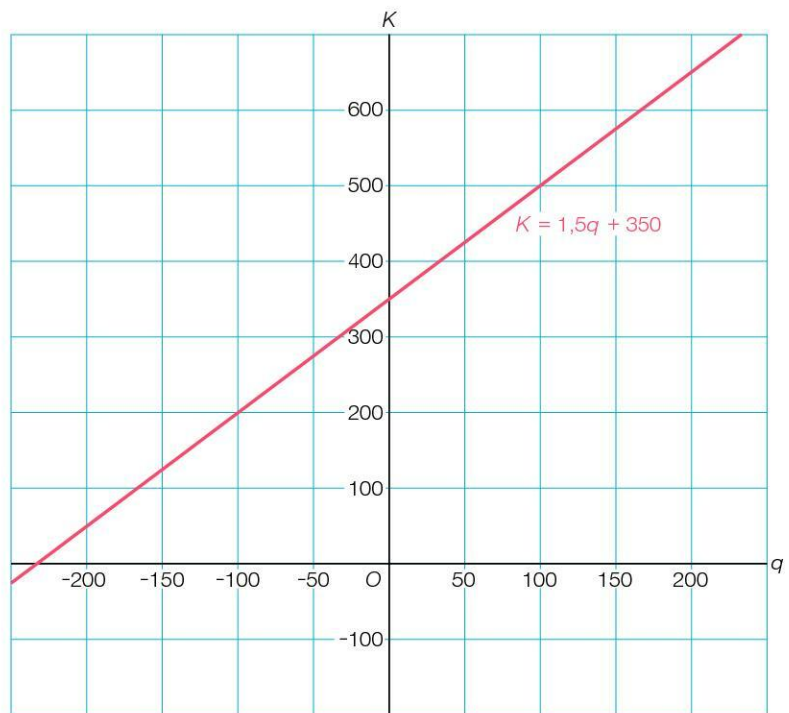
2 a

t	0	2
N	5	4



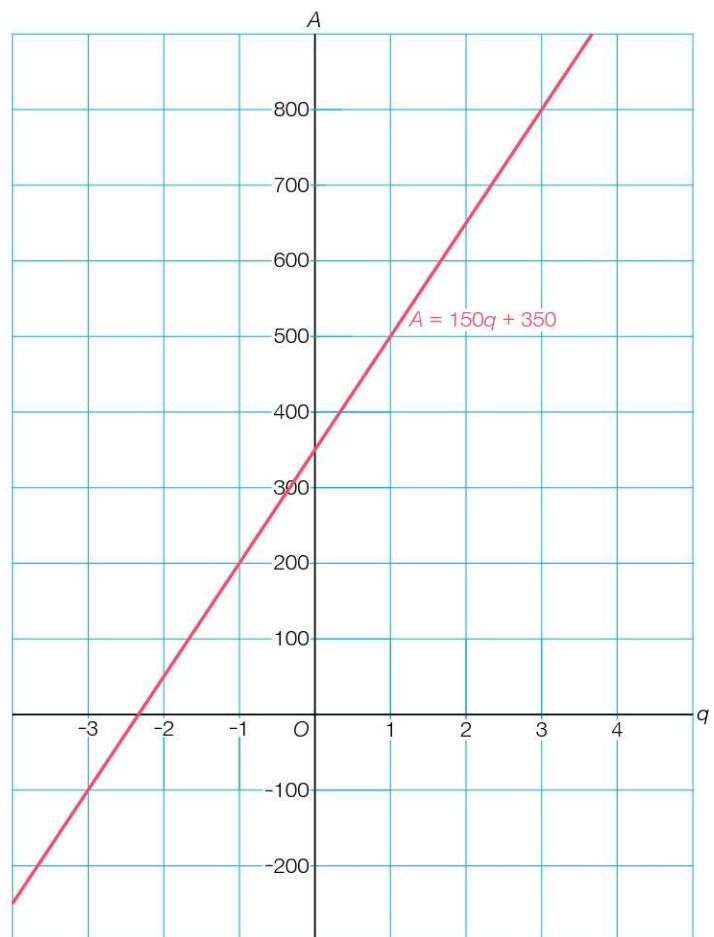
b

q	0	100
K	350	500



c

q	0	3
A	350	800



- 3 a** lijn l
 Stel l : $y = ax + b$.
 Door $(0, 2)$, dus $b = 2$.
 $a = \frac{-1}{3} = -\frac{1}{3}$
 Dus l : $y = -\frac{1}{3}x + 2$.

- Lijn m
 Stel m : $y = ax + b$.
 Door $(0, 1)$, dus $b = 1$.
 $a = \frac{-2}{1} = -2$
 Dus m : $y = -2x + 1$.

- Lijn n
 Stel n : $y = ax + b$.
 Door $(0, -1)$, dus $b = -1$.
 $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{1}{2}$
 Dus n : $y = \frac{1}{2}x - 1$.

- b** Stel $k: y = ax + b$.
 Door $P(0, -70)$, dus $b = -70$.
 k is evenwijdig met n , dus $a = rc_k = rc_n = \frac{1}{2}$.
 Dus $k: y = \frac{1}{2}x - 70$.

4 a $5x - 3 = -x + 15$
 $5x + x = 15 + 3$
 $6x = 18$
 $x = 3$

b $9x - 1 = -x - 1$
 $9x + x = -1 + 1$
 $10x = 0$
 $x = 0$

c $3(2x - 1) = 3x - (5 - 4x)$
 $6x - 3 = 3x - 5 + 4x$
 $6x - 3x - 4x = -5 + 3$
 $-x = -2$
 $x = 2$

d $3(2x - 1) = 5 - 2x$
 $6x - 3 = 5 - 2x$
 $6x + 2x = 5 + 3$
 $8x = 8$
 $x = 1$

e $2x + 6x + 1 = -4(2 - 2x) - x$
 $2x + 6x + 1 = -8 + 8x - x$
 $2x + 6x - 8x + x = -8 - 1$
 $x = -9$

f $5 + 3(x - 1) = 7 - 2x$
 $5 + 3x - 3 = 7 - 2x$
 $3x + 2x = 7 - 5 + 3$
 $5x = 5$
 $x = 1$

g $6(5 - 2x) + 8x = 5(2x + 6)$
 $30 - 12x + 8x = 10x + 30$
 $-12x + 8x - 10x = 30 - 30$
 $-14x = 0$
 $x = 0$

h $8 - x = 9 + 3(2 - x) - 1$
 $8 - x = 9 + 6 - 3x - 1$
 $-x + 3x = 9 + 6 - 1 - 8$
 $2x = 6$
 $x = 3$

5 a $f(8) = \frac{1}{2} \cdot 8 + 3 = 4 + 3 = 7$
 $f(-8) = \frac{1}{2} \cdot -8 + 3 = -4 + 3 = -1$
 $g(10) = 3 \cdot 10 - 2 = 30 - 2 = 28$

b $h(x) = f(x) + g(x) = \frac{1}{2}x + 3 + 3x - 2 = 3\frac{1}{2}x + 1$

c $f(x) = \frac{1}{2}x + 3$

x	0	2
$f(x)$	3	4

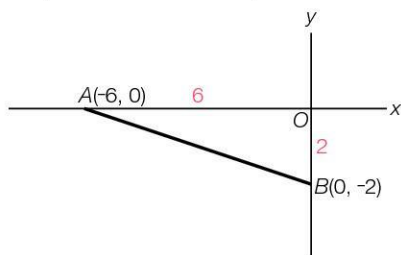
$g(x) = 3x - 2$

x	0	2
$g(x)$	-2	4

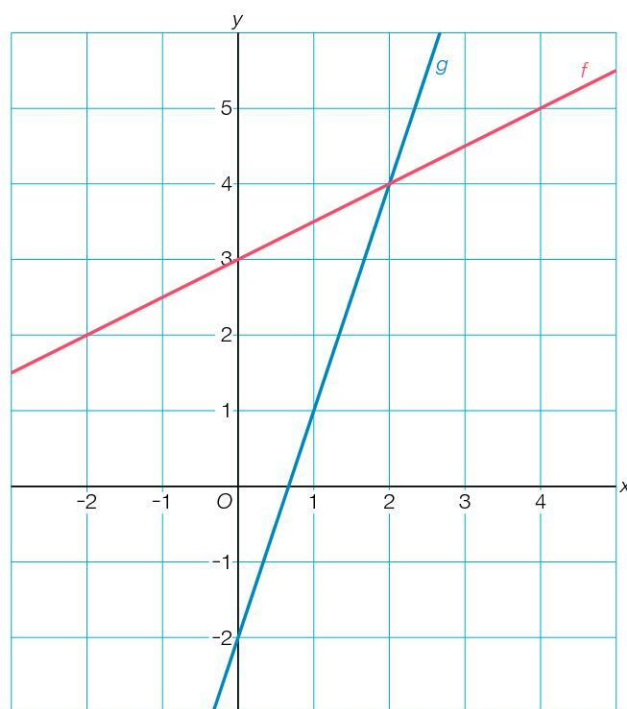
d $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x + 3 = 0$
 $\frac{1}{2}x = -3$
 $x = -6$

Dus $A(-6, 0)$.

$g(0) = -2$, dus $B(0, -2)$.



$\angle O = 90^\circ$, dus $OA^2 + OB^2 = AB^2$
 $6^2 + 2^2 = AB^2$
 $AB^2 = 40$
 $AB = \sqrt{40} \approx 6,3$



$$\begin{aligned} \text{e } f(x) = g(x) \text{ geeft } \frac{1}{2}x + 3 &= 3x - 2 \\ \frac{1}{2}x - 3x &= -2 - 3 \\ -2\frac{1}{2}x &= -5 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$g(2) = 3 \cdot 2 - 2 = 6 - 2 = 4$$

Dus $S(2, 4)$.

$$\text{f } g(-8) = 3 \cdot -8 - 2 = -24 - 2 = -26, \text{ dus } y_P = -26.$$

$$\text{g } y_Q = 7, \text{ dus } f(x) = 7$$

$$\frac{1}{2}x + 3 = 7$$

$$\frac{1}{2}x = 7 - 3$$

$$\frac{1}{2}x = 4$$

$$x = 8$$

Dus $x_Q = 8$.

Bladzijde 37

$$\text{6 a } \text{Stel } L = at + b.$$

Bij $t = 0$ hoort $L = 97\,000$, dus $b = 97\,000$.

Per 5 jaar neemt het aantal met 12 500 af, dus $a = \frac{-12\,500}{5} = -2500$.

Dus $L = -2500t + 97\,000$.

$$\text{b } \text{De afname per jaar is 2500.}$$

De periode 2025-2028 is een periode van drie jaar.

Dus in de periode 2025-2028 neemt het aantal landbouwbedrijven naar verwachting met $3 \cdot 2500 = 7500$ af.

$$\text{c } \text{In 2000 was de gemiddelde oppervlakte } \frac{1\,976\,000}{97\,000} \approx 20,4 \text{ ha.}$$

$$t = 17 \text{ geeft } L = -2500 \cdot 17 + 97\,000 = 54\,500$$

$$\text{In 2017 was de gemiddelde oppervlakte } \frac{1\,790\,000}{54\,500} \approx 32,8 \text{ ha.}$$

Dus in 2017 was de gemiddelde oppervlakte landbouwgrond per landbouwbedrijf groter dan in 2000.

$$\text{7 a } -5x < 10$$

$$x > -2$$

$$\text{b } -7x > 0$$

$$x < 0$$

$$\text{c } 6(4 - x) > 6x$$

$$24 - 6x > 6x$$

$$-6x - 6x > -24$$

$$-12x > -24$$

$$x < 2$$

$$\text{d } 7(x - 1) < 16 - 4(3 + x)$$

$$7x - 7 < 16 - 12 - 4x$$

$$7x + 4x < 16 - 12 + 7$$

$$11x < 11$$

$$x < 1$$

$$\text{8 a } 1\frac{1}{3}x - \frac{1}{6} = 1\frac{1}{2}x + 8$$

$$6 \cdot 1\frac{1}{3}x - 6 \cdot \frac{1}{6} = 6 \cdot 1\frac{1}{2}x + 6 \cdot 8$$

$$8x - 1 = 9x + 48$$

$$8x - 9x = 48 + 1$$

$$-x = 49$$

$$x = -49$$

$$\text{b } \frac{3}{8}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}(x - 5) - 7$$

$$\frac{3}{8}x + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}x - 2\frac{1}{2} - 7$$

$$8 \cdot \frac{3}{8}x + 8 \cdot \frac{1}{4} = 8 \cdot \frac{1}{2}x - 8 \cdot 2\frac{1}{2} - 8 \cdot 7$$

$$3x + 2 = 4x - 20 - 56$$

$$3x - 4x = -20 - 56 - 2$$

$$-x = -78$$

$$x = 78$$

$$\text{9 a } P(-3, 18) \text{ op } l: y = 3x + b, \text{ dus } 3 \cdot -3 + b = 18$$

$$-9 + b = 18$$

$$b = 18 + 9$$

$$b = 27$$

$$\text{b } Q(2, -10) \text{ op } m: y = ax + 8, \text{ dus } 2a + 8 = -10$$

$$2a = -10 - 8$$

$$2a = -18$$

$$a = -9$$

c $R(c, 4)$ op $n: y = -2x + 10$, dus $-2c + 10 = 4$
 $-2c = 4 - 10$
 $-2c = -6$
 $c = 3$

10 Van $A(-2, 0)$ naar $B(0, 8)$ ga je 2 naar rechts en 8 omhoog, dus $rc_m = \frac{8}{2} = 4$.

Stel $n: y = ax + b$.

n is evenwijdig met m , dus $a = rc_n = rc_m = 4$.

$$\left. \begin{array}{l} n: y = 4x + b \\ C(-3, -1) \text{ op } n \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot -3 + b = -1 \\ -12 + b = -1 \\ b = -1 + 12 \\ b = 11 \end{array}$$

Dus $n: y = 4x + 11$.

n snijdt de y -as in het punt D , dus $D(0, 11)$.

11 a Het gewicht van de x stenen is $4x$ kg.

Tom en de kruiwagen wegen samen $65 + 40 = 105$ kg.

De plank breekt, dus het gewicht op de plank is meer dan 320 kg.

Dus

$$4x + 105 > 320$$

$$4x > 320 - 105$$

$$4x > 215$$

$$x > 53,75$$

b Het aantal stenen op de kar is 54 of meer.

Diagnostische toets

Bladzijde 40

1 $l: y = \frac{1}{2}x - 2$

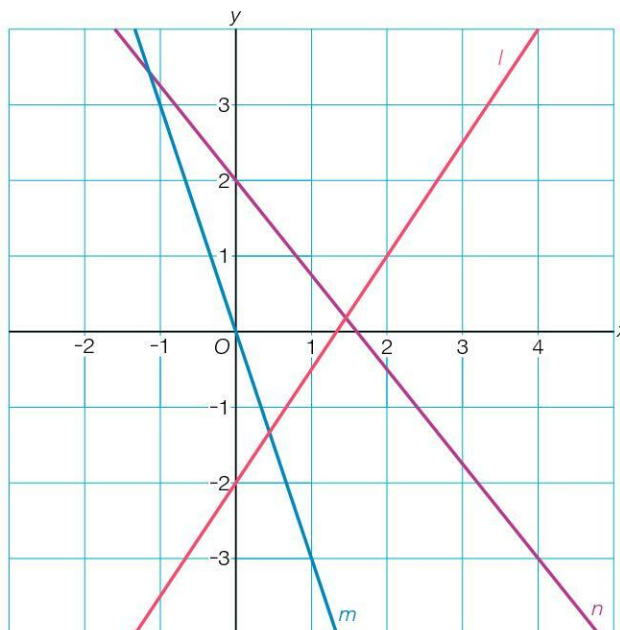
x	0	2
y	-2	1

$m: y = -3x$

x	0	1
y	0	-3

$n: y = -1\frac{1}{4}x + 2$

x	0	4
y	2	-3



2 a $x = 11$ geeft $y = -8 \cdot 11 + 13 = -88 + 13 = -75$, dus de y -coördinaat van B is -75 .

b $x = -6$ geeft $y = -8 \cdot -6 + 13 = 48 + 13 = 61$, dus $A(-6, 61)$ ligt op l .

3 a Lijn l

Stel $l: y = ax + b$.

Door $(0, 3)$, dus $b = 3$.

$$a = \frac{-3}{4} = -\frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } l: y = -\frac{3}{4}x + 3.$$

Lijn m

Stel $m: y = ax + b$.

Door $(0, 0)$, dus $b = 0$.

$$a = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } m: y = 1\frac{1}{2}x.$$

- b** Lijn m hoort bij een recht evenredig verband omdat lijn m door de oorsprong gaat en dus van de vorm $y = ax$ is.
- c** Stel $k: y = ax + b$.
 Door $S(0, -350)$, dus $b = -350$.
 k is evenwijdig met l , dus $a = rc_k = rc_l = -\frac{3}{4}$.
 Dus $k: y = -\frac{3}{4}x - 350$.

- 4** Stel $k: y = ax + b$.
 k is evenwijdig met l , dus $a = rc_k = rc_l = 10$.
 $k: y = 10x + b$
 $R(-4, 20)$ op k $\left\{ \begin{array}{l} 10 \cdot -4 + b = 20 \\ -40 + b = 20 \\ \quad +40 \quad +40 \\ \quad b = 60 \end{array} \right.$
 Dus $k: y = 10x + 60$.

- 5 a** $t = 15$ geeft $A = -300 \cdot 15 + 94\,000 = 89\,500$
 $t = 25$ geeft $A = -300 \cdot 25 + 94\,000 = 86\,500$
 In 2005 was de oppervlakte $89\,500 - 86\,500 = 3\,000 \text{ km}^2$ groter dan in 2015.
- b** De oppervlakte neemt jaarlijks met 300 km^2 af.

c

t	30	80
A	85 000	70 000



- 6** Stel $m: N = at + b$.
 Door $(0, 300)$, dus $b = 300$.
 $a = \frac{-300}{40} = -7\frac{1}{2}$
 Dus $m: N = -7\frac{1}{2}t + 300$.

Bladzijde 41

- 7 a** $5(x - 3) = 7x + 8$
 $5x - 15 = 7x + 8$
 $5x - 7x = 8 + 15$
 $-2x = 23$
 $x = -11\frac{1}{2}$
- b** $-4a - 8 = -a - 8$
 $-4a + a = -8 + 8$
 $-3a = 0$
 $a = 0$
- c** $3 + 2(5 - x) = 6x - 2x - 5$
 $3 + 10 - 2x = 6x - 2x - 5$
 $-2x - 6x + 2x = -5 - 3 - 10$
 $-6x = -18$
 $x = 3$
- d** $8 + 2(3x - 1) = x - 3(x - 14)$
 $8 + 6x - 2 = x - 3x + 42$
 $6x - x + 3x = 42 - 8 + 2$
 $8x = 36$
 $x = \frac{36}{8} = 4\frac{1}{2}$

8 a $\frac{2}{3}x + 2 = \frac{1}{5}x + \frac{3}{5}$
 $15 \cdot \frac{2}{3}x + 15 \cdot 2 = 15 \cdot \frac{1}{5}x + 15 \cdot \frac{3}{5}$
 $10x + 30 = 3x + 9$
 $10x - 3x = 9 - 30$
 $7x = -21$
 $x = -3$

b $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}(x - 2) + 3$
 $\frac{3}{4}x + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}x - \frac{2}{3} + 3$
 $12 \cdot \frac{3}{4}x + 12 \cdot \frac{2}{3} = 12 \cdot \frac{1}{3}x - 12 \cdot \frac{2}{3} + 12 \cdot 3$
 $9x + 8 = 4x - 8 + 36$
 $9x - 4x = -8 + 36 - 8$
 $5x = 20$
 $x = 4$

9 $0,4x + 1 = -1,2x + 3$
 $0,4x + 1,2x = 3 - 1$
 $1,6x = 2$
 $x = \frac{2}{1,6} = 1,25$
 $x = 1,25$ geeft $y = 0,4 \cdot 1,25 + 1 = 1,5$
Dus $S(1,25; 1,5)$.

10 a $5x - 3 < 6x - 8$
 $5x - 6x < -8 + 3$
 $-x < -5$
 $x > 5$
b $3(a + 5) < a - 7$
 $3a + 15 < a - 7$
 $3a - a < -7 - 15$
 $2a < -22$
 $a < -11$

c $2 + 3(x - 5) > -(x - 2)$
 $2 + 3x - 15 > -x + 2$
 $3x + x > 2 - 2 + 15$
 $4x > 15$
 $x > 3\frac{3}{4}$
d $3x > 5x$
 $3x - 5x > 0$
 $-2x > 0$
 $x < 0$

11 a $f(5) = -2 \cdot 5 + 5 = -10 + 5 = -5$
 $g(3) = 5 \cdot 3 = 15$
 $f(-1) = -2 \cdot -1 + 5 = 2 + 5 = 7$
b $g(-8) = 5 \cdot -8 = -40$
c $h(x) = f(x) + g(x) = -2x + 5 + 5x = 3x + 5$

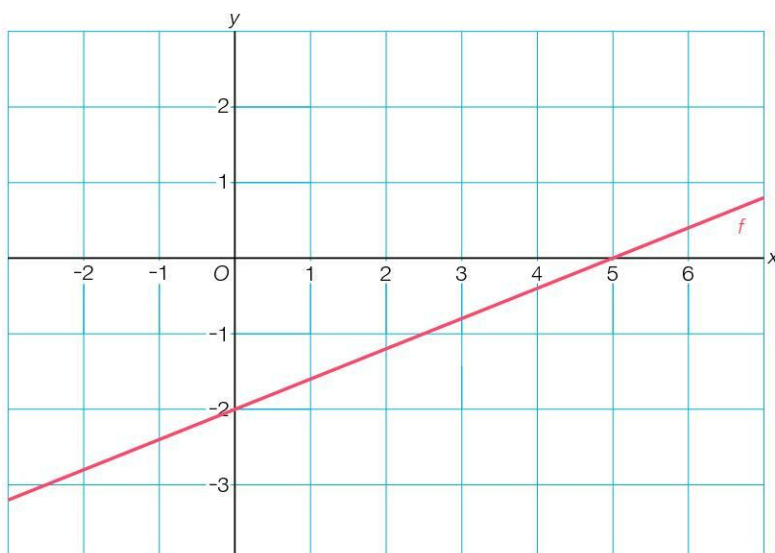
12 a

x	0	5
$f(x)$	-2	0

b $f(-40) = 0,4 \cdot -40 - 2 = -18$,
dus A ligt op de grafiek.

c $y_B = 20$, dus $f(x) = 20$
 $0,4x - 2 = 20$
 $0,4x = 20 + 2$
 $0,4x = 22$
 $x = \frac{22}{0,4} = 55$

Dus $x_B = 55$.



13 a $f(x) = 0$ geeft $-8x + 36 = 0$
 $-8x = -36$
 $x = \frac{-36}{-8} = 4\frac{1}{2}$
Dus $A(4\frac{1}{2}, 0)$.
 $f(0) = 36$, dus $B(0, 36)$.

b $f(x) = g(x)$ geeft $-8x + 36 = 3(5 - x) + 1$
 $-8x + 36 = 15 - 3x + 1$
 $-8x + 3x = 15 + 1 - 36$
 $-5x = -20$
 $x = 4$
 $f(4) = -8 \cdot 4 + 36 = 4$
Dus $S(4, 4)$.

14 a Evenwijdig met $m: y = -7x + 2$, dus $a = rc_m = -7$.

b $f(-3) = 13$, dus $-3a - 5 = 13$
 $-3a = 13 + 5$
 $-3a = 18$
 $a = -6$

c $f(1) = 2a$, dus $a - 5 = 2a$
 $a - 2a = 5$
 $-a = 5$
 $a = -5$

Herhaling

Bladzijde 42

1 a Voor $x = 2$ $y = -\frac{1}{2}x \cdot 2 + 4 = -3 + 4 = 1$, dus bij l hoort de tabel

x	0	2
y	4	1

b,c $m: y = 2x - 1$

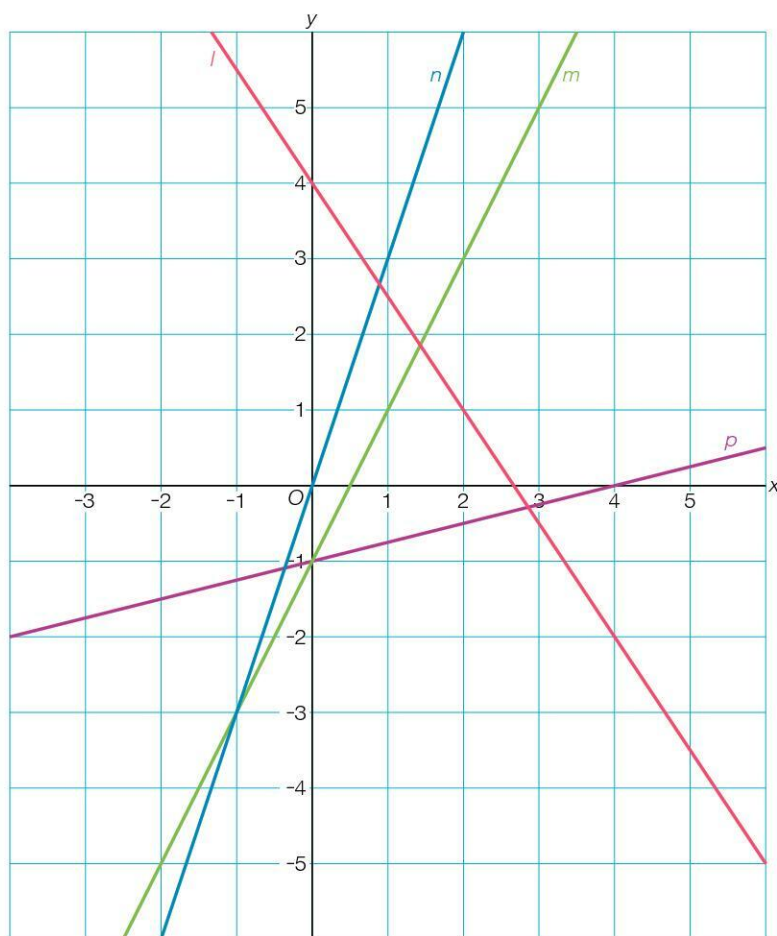
x	0	2
y	-1	3

$n: y = 3x$

x	0	2
y	0	6

$p: y = \frac{1}{4}x - 1$

x	0	4
y	-1	0



2 a $x = 3$ geeft $y = 5 \cdot 3 - 6 = 15 - 6 = 9$, dus de y -coördinaat van P is 9.

b $x = 8$ geeft $y = 5 \cdot 8 - 6 = 40 - 6 = 34 \neq 32$, dus $A(8, 32)$ ligt niet op l .

c $x = -6$ geeft $y = 5 \cdot -6 - 6 = -30 - 6 = -36$, dus $B(-6, -36)$ ligt op l .

- 3 a Door $(0, -2)$, dus $b = -2$.
 b $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$
 c $l: y = \frac{3}{4}x - 2$
 d Stel $m: y = ax + b$.
 Door $(0, 1)$, dus $b = 1$.
 $a = \frac{1}{2}$
 Dus $m: y = \frac{1}{2}x + 1$.
 e Stel $p: y = ax + b$.
 Door $A(0, 20)$, dus $b = 20$.
 p is evenwijdig met m , dus $a = rc_p = rc_m = \frac{1}{2}$.
 Dus $p: y = \frac{1}{2}x + 20$.

- 4 a Omdat l evenwijdig is met k en dus geldt $a = rc_l = rc_k = 3$.
 b $3 \cdot 5 + b = 20$
 $15 + b = 20$
 $b = 20 - 15 = 5$

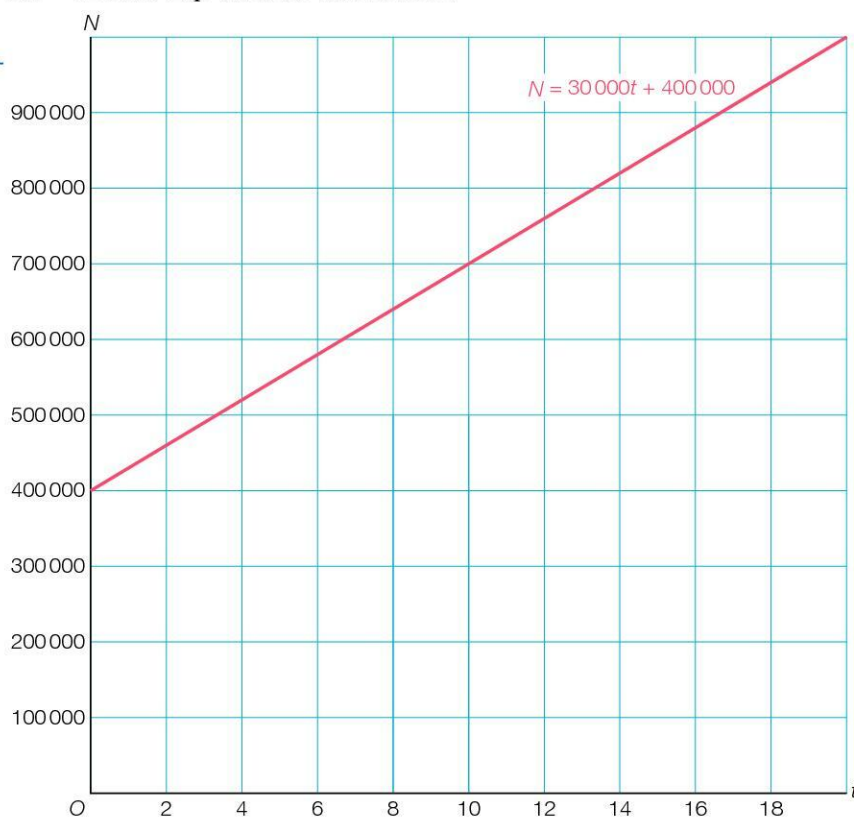
Bladzijde 43

- 5 m is evenwijdig met p , dus $a = rc_m = rc_p = 5$.
 $m: y = 5x + b$
 $B(-8, 20)$ op m $\left\{ \begin{array}{l} 5 \cdot -8 + b = 20 \\ -40 + b = 20 \\ +40 \quad +40 \\ b = 60 \end{array} \right.$

- 6 a Bij 2007 hoort $t = 2007 - 1995 = 12$.
 $t = 12$ geeft $N = 30\,000 \cdot 12 + 400\,000 = 760\,000$.
 Dus het aantal zzp'ers in 2007 is 760 000.
 b Uit de formule volgt dat het aantal zzp'ers jaarlijks met 30 000 toeneemt.
 2015 is vier jaar na 2011.
 Dus in 2015 waren er $4 \cdot 30\,000 = 120\,000$ zzp'ers meer dan in 2011.

c

t	0	10
N	400 000	700 000



- 7 a Door (0, 50), dus $b = 50$.
 b $a = \frac{\text{verticaal}}{\text{horizontaal}} = \frac{100}{20} = 5$
 c $m: B = 5t + 50$

- 8 Lijn p
 Stel $p: K = an + b$.
 Door (0, 200), dus $b = 200$.
 $a = \frac{100}{15} = 6\frac{2}{3}$.
 Dus $p: K = 6\frac{2}{3}n + 200$.

- Lijn q
 Stel $q: K = an + b$.
 Door (0, 0), dus $b = 0$.
 $a = \frac{300}{25} = 12$
 Dus $q: K = 12n$.

- Lijn r
 Stel $r: K = an + b$.
 Door (0, 400), dus $b = 400$.
 $a = \frac{-400}{20} = -20$
 Dus $r: K = -20n + 400$.

- 9 a $5x + 1 = 7x - 3$ geeft $5x - 7x = -3 - 1$
 b $-2x - 8 = 3x + 2$ geeft $-2x - 3x = 2 + 8$
 c $-8x + 3 = -5x$ geeft $-8x + 5x = -3$
 d $5x - 2 = 6 - 3x + 8$ geeft $5x + 3x = 6 + 8 + 2$

Bladzijde 44

- 10 a $5x - 6 = 2x - 18$
 $5x - 2x = -18 + 6$
 $3x = -12$
 $x = -4$
 b $3x - 1 = -x - 1$
 $3x + x = -1 + 1$
 $4x = 0$
 $x = 0$

- c $-8x + 2 = -7x - 6$
 $-8x + 7x = -6 - 2$
 $-x = -8$
 $x = 8$
 d $7x = 2x + 25$
 $7x - 2x = 25$
 $5x = 25$
 $x = 5$

- 11 a $6(a - 1) = 7a - 8$
 $6a - 6 = 7a - 8$
 $6a - 7a = -8 + 6$
 $-a = -2$
 $a = 2$

- b $2(5 - 2x) = 4 - x$
 $10 - 4x = 4 - x$
 $-4x + x = 4 - 10$
 $-3x = -6$
 $x = 2$

- c $2a + 3(a - 1) = 27$
 $2a + 3a - 3 = 27$
 $2a + 3a = 27 + 3$
 $5a = 30$
 $a = 6$

- d $3x - 4 = 5 - 4(x - 3)$
 $3x - 4 = 5 - 4x + 12$
 $3x + 4x = 5 + 12 + 4$
 $7x = 21$
 $x = 3$

- 12 a $\frac{2}{3}x - 2 = \frac{1}{5}x - \frac{3}{5}$
 $15 \cdot \frac{2}{3}x - 15 \cdot 2 = 15 \cdot \frac{1}{5}x - 15 \cdot \frac{3}{5}$
 $10x - 30 = 3x - 9$
 $10x - 3x = -9 + 30$
 $7x = 21$
 $x = 3$

- b $\frac{3}{4}x - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}x - \frac{3}{4}$
 $12 \cdot \frac{3}{4}x - 12 \cdot \frac{1}{3} = 12 \cdot \frac{2}{3}x - 12 \cdot \frac{3}{4}$
 $9x - 4 = 8x - 9$
 $9x - 8x = -9 + 4$
 $x = -5$

- 13 a** $-1,4x + 3,5 = 0,6x + 0,9$
 $-1,4x - 0,6x = 0,9 - 3,5$
 $-2x = -2,6$
 $x = 1,3$
Dus de x -coördinaat van S is 1,3.
- b** $x = 1,3$ geeft $y = -1,4 \cdot 1,3 + 3,5 = 1,68$
Dus de y -coördinaat van S is 1,68.
Dit geeft $S(1,3; 1,68)$.
- c** $-1,4x + 3,5 = -0,4x + 3,2$
 $-1,4x + 0,4x = 3,2 - 3,5$
 $-x = -0,3$
 $x = 0,3$
 $x = 0,3$ geeft $y = -1,4 \cdot 0,3 + 3,5 = 3,08$
Dus $R(0,3; 3,08)$.
- d** $0,6x + 0,9 = -0,4x + 3,2$
 $0,6x + 0,4x = 3,2 - 0,9$
 $x = 2,3$
 $x = 2,3$ geeft $y = 0,6 \cdot 2,3 + 0,9 = 2,28$
Dus $T(2,3; 2,28)$.

- 14 a** $-5x < 20$
 $x > -4$
- b** $5x < -20$
 $x < -4$
- c** $-x < -8$
 $x > 8$

- d** $-\frac{1}{5}x < 1$
 $x > -5$
- e** $\frac{1}{2}x < -4$
 $x < -8$
- f** $-x > 0$
 $x < 0$

- 15 a** $3x < 7x + 6$
 $3x - 7x < 6$
 $-4x < 6$
 $x > -1\frac{1}{2}$
- b** $4(x - 2) > 7(x + 1) + 3$
 $4x - 8 > 7x + 7 + 3$
 $4x - 7x > 7 + 3 + 8$
 $-3x > 18$
 $x < -6$

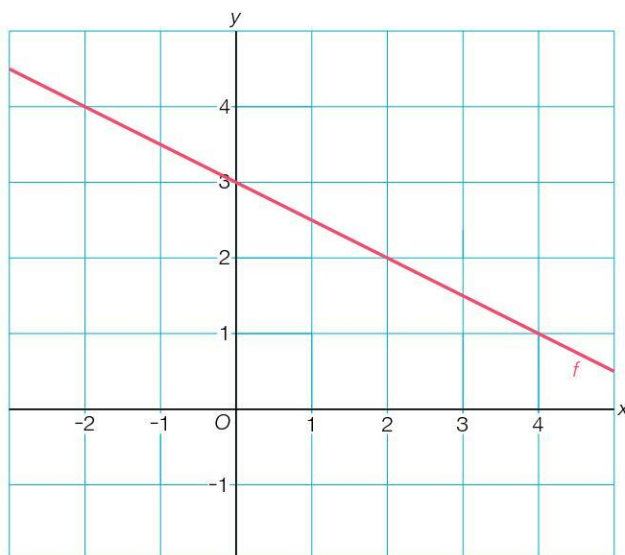
- c** $5 - (x - 1) < 4 - 2x$
 $5 - x + 1 < 4 - 2x$
 $-x + 2x < 4 - 5 - 1$
 $x < -2$
- d** $3(1 - x) < 2(1 + x)$
 $3 - 3x < 2 + 2x$
 $-3x - 2x < 2 - 3$
 $-5x < -1$
 $x > \frac{1}{5}$

Bladzijde 45

- 16 a** $f(-1) = 3 \cdot -1 - 2 = -3 - 2 = -5$
 $g(-1) = -5 \cdot -1 = 5$
- b** $f(-5) = 3 \cdot -5 - 2 = -15 - 2 = -17$
 $g(-5) = -5 \cdot -5 = 25$
 $f(10) = 3 \cdot 10 - 2 = 30 - 2 = 28$
 $g(10) = -5 \cdot 10 = -50$
- c** $h(x) = f(x) + g(x) = 3x - 2 + -5x = -2x - 2$

17 a	x	0	2
	$f(x)$	3	2

- b** $f(8) = -0,5 \cdot 8 + 3 = -4 + 3 = -1$
 Omdat $f(8) = -1$ ligt het punt $A(8, -1)$ op de grafiek van f .
- c** $f(10) = -0,5 \cdot 10 + 3 = -5 + 3 = -2$,
 dus $B(10, -2)$ ligt op de grafiek van f .
- d** $-0,5x + 3 = 20$
 $-0,5x = 20 - 3$
 $-0,5x = 17$
 $x = -34$
 Dus $x_C = -34$.



- 18 a** $5x - 35 = 0$
 $5x = 35$
 $x = 7$
 Dus $A(7, 0)$.
- b** $f(0) = -35$, dus $B(0, -35)$.
- c** $g(x) = 0$ geeft $3(x - 2) + 60 = 0$
 $3x - 6 + 60 = 0$
 $3x = 6 - 60$
 $3x = -54$
 $x = -18$
 Dus $P(-18, 0)$.
 $g(0) = 3(0 - 2) + 60 = 54$, dus $Q(0, 54)$.
- d** $5x - 35 = 3(x - 2) + 60$
 $5x - 35 = 3x - 6 + 60$
 $5x - 3x = -6 + 60 + 35$
 $2x = 89$
 $x = 44\frac{1}{2}$
 $f(44\frac{1}{2}) = 5 \cdot 44\frac{1}{2} - 35 = 187\frac{1}{2}$
 Dus $S(44\frac{1}{2}, 187\frac{1}{2})$.

- 19 a** Evenwijdig met k : $y = 5x - 3$, dus $a = rc_k = 5$.
- b** $f(6) = -10$, dus $6a + 2 = -10$
 $6a = -10 - 2$
 $6a = -12$
 $a = -2$
- c** $f(3) = a$, dus $3a + 2 = a$
 $3a - a = -2$
 $2a = -2$
 $a = -1$

Onderzoek Hartslag en fitheid

Bladzijde 46

1 *

2 *

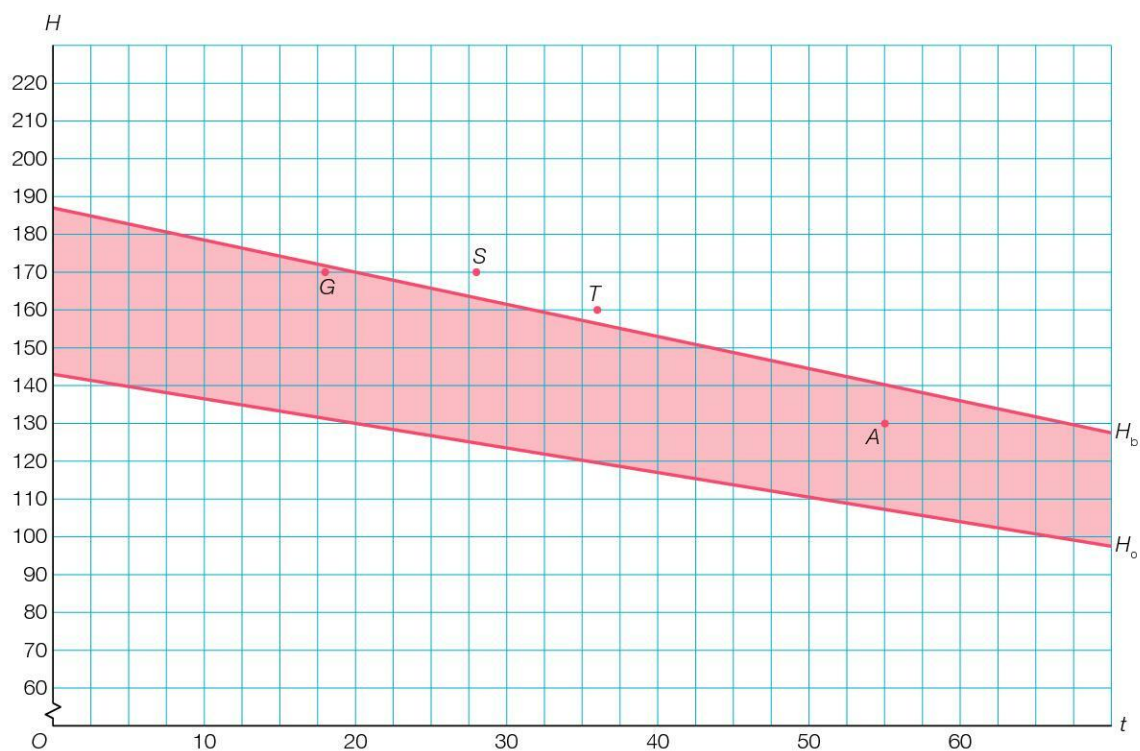
a $H_b = 0,85(220 - t) = 187 - 0,85t$

b $H_o = 0,65(220 - t) = 143 - 0,65t$

c

t	0	20
H_b	187	170

t	0	20
H_o	143	130



- d** Alex traint het effectiefste, want hij zit met zijn hartslag in de trainingszone. Glen traint ook effectief omdat hij met zijn hartslag in de trainingszone zit, maar hij zit met zijn hartslag dichterbij de bovengrens dan Alex. Bij Glen is het daarom aannemelijker dat er momenten tijdens zijn training zijn dat hij boven deze grens uitkomt.

Bladzijde 47

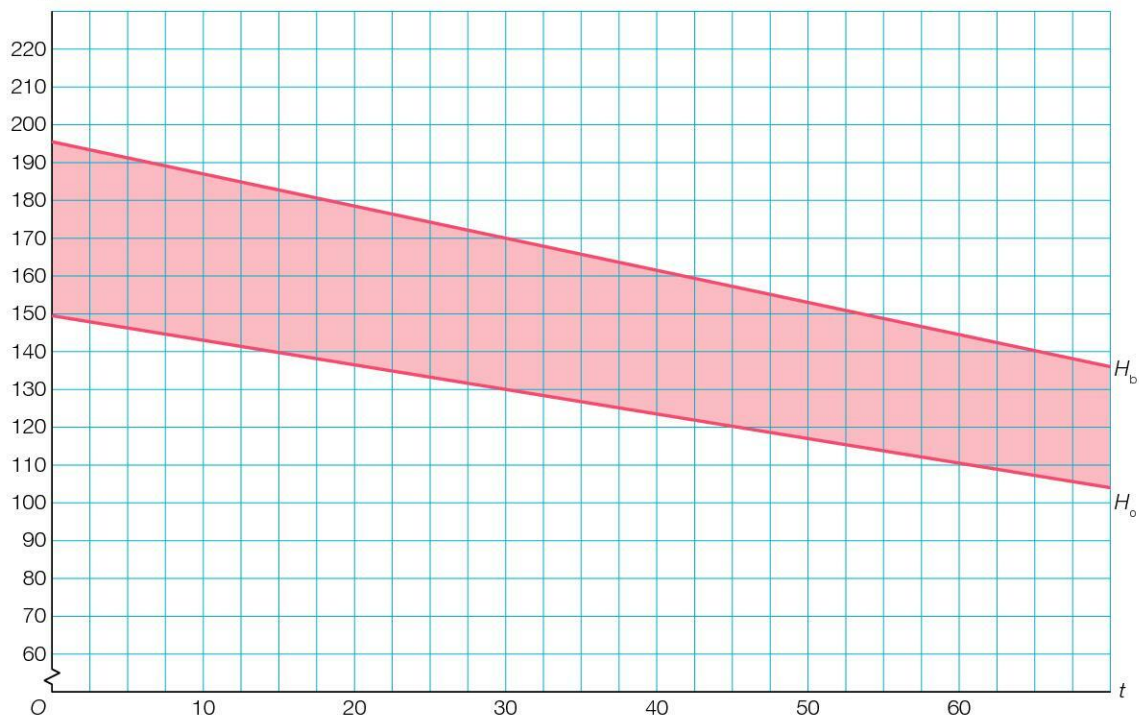
e $H_o = 0,65(230 - t) = 149,5 - 0,65t$
 $H_b = 0,85(230 - t) = 195,5 - 0,85t$

f

t	30	50
H_o	130	117

t	30	50
H_b	170	153

H



g $149,5 - 0,65t = 140$ $195,5 - 0,85t = 140$
 $-0,65t = 140 - 149,5$ $-0,85t = 140 - 195,5$
 $-0,65t = -9,5$ $-0,85t = -55,5$
 $t = \frac{-9,5}{-0,65} \approx 14,6$ $t = \frac{-55,5}{-0,85} \approx 65,3$
 Eva is minstens 14 en hoogstens 65 jaar.

4 a 4 minuten is $4 \cdot 60 = 240$ seconden.

$$F = \frac{100 \cdot 240}{62 + 55 + 50} \approx 144$$

b 3 minuten is $3 \cdot 60 = 180$ seconden.

$$\frac{100 \cdot 180}{H_1 + H_2 + H_3} = 60$$

$$\frac{18000}{H_1 + H_2 + H_3} = 60$$

$$H_1 + H_2 + H_3 = \frac{18000}{60} = 300$$

c 4 minuten is $4 \cdot 60 = 240$ seconden.

$$\frac{100 \cdot 240}{H_1 + H_2 + H_3} = 75$$

$$\frac{24000}{H_1 + H_2 + H_3} = 75$$

$$H_1 + H_2 + H_3 = \frac{24000}{75} = 320$$

Stel $H_3 = x$.

Dan is $H_2 = x + 5$ en $H_1 = x + 5 + 5 = x + 10$.

Er geldt $x + 10 + x + 5 + x = 320$

$$x + x + x = 320 - 10 - 5$$

$$3x = 305$$

$$x = \frac{305}{3} \approx 101,7$$

Dus $H_3 \approx 102$.

5 *

2 Gelijkvormigheid en hellingen

Voorkennis Rechthoekige driehoeken

Bladzijde 50

- 1 In $\triangle DEF$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $DE^2 + DF^2 = EF^2$.
 In $\triangle KLM$ is $\angle K = 90^\circ$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$.
 In $\triangle PQR$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$.

- 2 In $\triangle ABC$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$.
 In $\triangle ABD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + BD^2 = AB^2$.
 In $\triangle ACD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$.

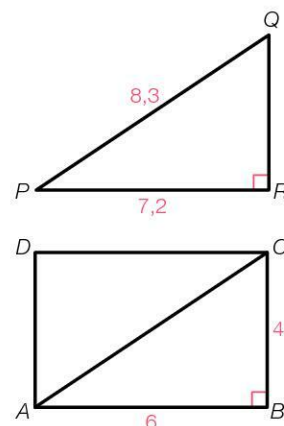
Bladzijde 51

- 3 In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$
 $4^2 + 2^2 = AB^2$
 $AB^2 = 16 + 4 = 20$
 $AB = \sqrt{20} \approx 4,47 \text{ cm}$
 In $\triangle KLM$ is $\angle K = 90^\circ$, dus $KL^2 + KM^2 = LM^2$
 $2,5^2 + 5^2 = LM^2$
 $LM = 6,25 + 25 = 31,25$
 $LM = \sqrt{31,25} \approx 5,59 \text{ cm}$

- 4 In $\triangle ABC$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $3,5^2 + AC^2 = 5^2$
 $AC^2 = 25 - 12,25 = 12,75$
 $AC = \sqrt{12,75} \approx 3,57 \text{ cm}$
 In $\triangle PQR$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
 $5,5^2 + QR^2 = 6,5^2$
 $QR^2 = 42,25 - 30,25 = 12$
 $QR = \sqrt{12} \approx 3,46 \text{ cm}$

- 5 $CD = 3 : 2 = 1,5 \text{ cm}$
 In $\triangle BCD$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $CD^2 + BD^2 = BC^2$
 $1,5^2 + 4,2^2 = BC^2$
 $BC^2 = 2,25 + 17,64 = 19,89$
 $BC = \sqrt{19,89} \approx 4,46 \text{ cm}$
 In $\triangle DFG$ is $\angle G = 90^\circ$, dus $DG^2 + FG^2 = DF^2$
 $DG^2 + 4^2 = 4,6^2$
 $DG^2 = 21,16 - 16 = 5,16$
 $DG = \sqrt{5,16} = 2,271...$
 Dus $DE = 2 \cdot 2,271... \approx 4,54 \text{ cm}$.
 In $\triangle PQR$ is $\angle Q = 90^\circ$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$
 $3,6^2 + QR^2 = 4,8^2$
 $QR^2 = 23,04 - 12,96 = 10,08$
 $QR = \sqrt{10,08} \approx 3,17 \text{ cm}$

- 6 a Zie de figuur hiernaast.
 In $\triangle PQR$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + QR^2 = PQ^2$
 $7,2^2 + QR^2 = 8,3^2$
 $QR^2 = 68,89 - 51,84 = 17,05$
 $QR = \sqrt{17,05} \approx 4,13 \text{ cm}$
 b Zie de figuur hiernaast.
 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $6^2 + 4^2 = AC^2$
 $AC^2 = 36 + 16 = 52$
 $AC = \sqrt{52} \approx 7,21 \text{ cm}$
 Dus elke diagonaal is 7,21 cm.



2.1 Kruisproducten

Bladzijde 52

1	3	12	2	20	300
	5	20	$3\frac{1}{3}$	$33\frac{1}{3}$	500

- 2 $2 \cdot 25 = 50$ en $10 \cdot 5 = 50$, dus $2 \cdot 25 = 10 \cdot 5$.
 $10 \cdot 21 = 210$ en $14 \cdot 15 = 210$, dus $10 \cdot 21 = 14 \cdot 15$.
 De twee vermenigvuldigingen hebben steeds dezelfde uitkomst.

Bladzijde 53

3 a $x = \frac{8 \cdot 96}{15} = 51,2$

b $7(x+1) = 2(x-5)$
 $7x+7 = 2x-10$
 $7x-2x = -10-7$
 $5x = -17$
 $x = \frac{-17}{5} = 3,4$

c $2x = 4(1,5 - x)$
 $2x = 6 - 4x$
 $2x + 4x = 6$
 $6x = 6$
 $x = 1$

4 a $x = \frac{4 \cdot 7}{2} = 14$

b $x = \frac{2,3 \cdot 12}{4} = 6,9$

c $x = \frac{18 \cdot 20}{16} = 22,5$

5 a $5(x-1) = 3(x+3)$
 $5x-5 = 3x+9$
 $5x-3x = 9+5$
 $2x = 14$
 $x = 7$

b $3(2x+1) = 4(x-1)$
 $6x+3 = 4x-4$
 $6x-4x = -4-3$
 $2x = -7$
 $x = \frac{-7}{2} = -3,5$

c $12(x-1) = 5 \cdot 7,2$
 $12x-12 = 36$
 $12x = 36+12$
 $12x = 48$
 $x = 4$

6 a $2(x-5) = 7(x+1)$
 $2x-10 = 7x+7$
 $2x-7x = 7+10$
 $-5x = 17$
 $x = \frac{17}{-5} = 3,4$

b $7,9x = 2,3(3x+2)$
 $7,9x = 6,9x+4,6$
 $7,9x-6,9x = 4,6$
 $x = 4,6$

c $x = \frac{15 \cdot 9}{4} = 33,75$

Bladzijde 54

7 a

5	11
p	18

 geeft $p = \frac{5 \cdot 18}{11} \approx 8,2$

11	q
18	10

 geeft $q = \frac{11 \cdot 10}{18} \approx 6,1$

b

p	1,6
5	2,1

 geeft $p = \frac{5 \cdot 1,6}{2,1} \approx 3,8$

1,6	q
2,1	1,5

 geeft $q = \frac{1,6 \cdot 1,5}{2,1} \approx 1,1$

c

16	p
45	43

 geeft $p = \frac{16 \cdot 43}{45} \approx 15,3$

16	59
45	q

 geeft $q = \frac{45 \cdot 59}{16} \approx 165,9$

$$\begin{array}{c|c} 18 & x \\ \hline 23 & 17 \end{array} \text{ geeft } x = \frac{18 \cdot 17}{23} \approx 13,30$$

$$\begin{array}{c|c} 18 & y \\ \hline 23 & 53 \end{array} \text{ geeft } y = \frac{18 \cdot 53}{23} \approx 41,48$$

$$\begin{array}{c|c} 18 & 73 \\ \hline 23 & z \end{array} \text{ geeft } z = \frac{23 \cdot 73}{18} \approx 93,28$$

$$\begin{array}{c|c} 19 & x \\ \hline 6 & 11 \end{array} \text{ geeft } x = \frac{11 \cdot 19}{6} \approx 34,83$$

$$\begin{array}{c|c} 19 & 67 \\ \hline 6 & y \end{array} \text{ geeft } y = \frac{6 \cdot 67}{19} \approx 21,16$$

$$\begin{array}{c|c} 8 & x-2 \\ \hline 23 & x \end{array} \text{ geeft } \begin{aligned} 23(x-2) &= 8x \\ 23x-46 &= 8x \\ 23x-8x &= 46 \\ 15x &= 46 \\ x &= \frac{46}{15} \approx 3,07 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{c|c} 8 & y-1 \\ \hline 23 & y+3 \end{array} \text{ geeft } \begin{aligned} 23(y-1) &= 8(y+3) \\ 23y-23 &= 8y+24 \\ 23y-8y &= 24+23 \\ 15y &= 47 \\ y &= \frac{47}{15} \approx 3,13 \end{aligned}$$

2.2 Gelijkvormigheid

Bladzijde 55

$$10 \quad a \quad \frac{DE}{AB} = \frac{3}{2} = 1,5, \quad \frac{DF}{AC} = \frac{2,7}{1,8} = 1,5 \text{ en } \frac{EF}{BC} = \frac{4,5}{3} = 1,5.$$

Dus $\triangle DEF$ is een vergroting van $\triangle ABC$ met vergrotingsfactor 1,5.

$$b \quad \angle D = \angle A, \angle E = \angle B \text{ en } \angle F = \angle C$$

Bladzijde 56

$$11 \quad a \quad \angle A = \angle Q, \angle B = \angle R \text{ en } \angle C = \angle P$$

$$b \quad \triangle ABC \sim \triangle QRP$$

$$c \quad \begin{array}{c|c|c} AB & BC & AC \\ \hline QR & RP & QP \end{array}$$

$$12 \quad a \quad \triangle ABC \sim \triangle FDE$$

$$b \quad \begin{array}{c|c|c} AB & BC & AC \\ \hline FD & DE & FE \end{array}$$

Bladzijde 57

13 a $\triangle DEF \sim \triangle GHF$

b In $\triangle FGH$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $GH^2 = FG^2 + FH^2$
 $GH^2 = 5,1^2 + 6,8^2 = 72,25$
 $GH = \sqrt{72,25} = 8,5$

DE	EF	DF	geeft	13	EF	DF
GH	HF	GF		8,5	6,8	5,1

13	EF	geeft $EF = \frac{13 \cdot 6,8}{8,5} = 10,4$
8,5	6,8	

$EH = EF - FH = 10,4 - 6,8 = 3,6$

14 a $\triangle KLM \sim \triangle RQP$

KL	LM	KM	geeft	14	LM	KM
RQ	QP	RP		23	35	31

14	KM	geeft $KM = \frac{14 \cdot 31}{23} \approx 18,9$
23	31	

14	LM	geeft $LM = \frac{14 \cdot 35}{23} \approx 21,3$
23	35	

15 a $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

AB	BC	AC	geeft	6,1	3,2	4,3
EB	BD	ED		EB	BD	7,6

3,2	4,3	geeft $BD = \frac{3,2 \cdot 7,6}{4,3} \approx 5,7$
BD	7,6	

6,1	4,3	geeft $BE = \frac{6,1 \cdot 7,6}{4,3} \approx 10,8$
EB	7,6	

16 a $\triangle PQT \sim \triangle RQS$

PQ	QT	PT	geeft	PQ	32,5	PT
RQ	QS	RS		12	QS	5

Om PQ te berekenen, heb je óf van de tweede kolom óf van de derde kolom beide getallen nodig, maar die zijn niet gegeven.

c In $\triangle QRS$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $QS^2 = QR^2 + RS^2$
 $QS^2 = 12^2 + 5^2 = 169$
 $QS = \sqrt{169} = 13$

PQ	32,5	geeft $PQ = \frac{12 \cdot 32,5}{13} = 30$
12	13	

32,5	PT	geeft $PT = \frac{32,5 \cdot 5}{13} = 12,5$
13	5	

Bladzijde 58

17 a $\triangle PQR \sim \triangle PTS$

b
$$\frac{PQ}{PT} \mid \frac{QR}{TS} \mid \frac{PR}{PS} \text{ geeft } \frac{12}{5} \mid \frac{8}{TS} \mid \frac{7}{PS}$$

$$\frac{12}{5} \mid \frac{7}{PS} \text{ geeft } PS = \frac{5 \cdot 7}{12} \approx 2,9$$

$$\frac{12}{5} \mid \frac{8}{TS} \text{ geeft } TS = \frac{5 \cdot 8}{12} \approx 3,3$$

18 a $\triangle DEF \sim \triangle DGH$

b In $\triangle DEF$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $DE^2 + EF^2 = DF^2$

$$DE^2 + 12^2 = 20^2$$

$$DE^2 = 400 - 144 = 256$$

$$DE = \sqrt{256} = 16$$

c
$$\frac{DE}{DG} \mid \frac{EF}{GH} \mid \frac{DF}{DH} \text{ geeft } \frac{16}{5} \mid \frac{12}{GH} \mid \frac{20}{DH}$$

$$\frac{16}{5} \mid \frac{12}{GH} \text{ geeft } GH = \frac{5 \cdot 12}{16} = 3,75$$

$$\frac{16}{5} \mid \frac{20}{DH} \text{ geeft } DH = \frac{5 \cdot 20}{16} = 6,25$$

19 a $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

b
$$\frac{AB}{EB} \mid \frac{BC}{BD} \mid \frac{AC}{ED} \text{ geeft } \frac{AB}{10} \mid \frac{12}{BD} \mid \frac{8}{5}$$

$$\frac{AB}{10} \mid \frac{8}{5} \text{ geeft } AB = \frac{10 \cdot 8}{5} = 16$$

$$\frac{12}{BD} \mid \frac{8}{5} \text{ geeft } BD = \frac{12 \cdot 5}{8} = 7,5$$

$$AD = AB - BD = 16 - 7,5 = 8,5$$

2.3 Gelijkvormigheid aantonen

Bladzijde 59

20 $\angle C = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ$ (hoekensom driehoek) $\left. \begin{array}{l} \angle C = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ \text{ (hoekensom driehoek)} \\ \angle P = 180^\circ - 80^\circ - 30^\circ = 70^\circ \text{ (hoekensom driehoek)} \end{array} \right\} \angle C = \angle P$

Bladzijde 60

21 $\angle P$ (in $\triangle PQR$) = $\angle P$ (in $\triangle PST$) $\left. \begin{array}{l} \angle R = \angle S (= 90^\circ) \\ \angle P = \angle P \end{array} \right\} \triangle PQR \sim \triangle PST$

In $\triangle PST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $PT^2 = PS^2 + ST^2$

$$PT^2 = 12^2 + 6,4^2 = 184,96$$

$$PT = \sqrt{184,96} = 13,6$$

$$\frac{PQ}{PT} \mid \frac{QR}{TS} \mid \frac{PR}{PS} \text{ geeft } \frac{20,4}{13,6} \mid \frac{QR}{6,4} \mid \frac{12}{12}$$

$$\frac{20,4}{13,6} \mid \frac{QR}{6,4} \text{ geeft } QR = \frac{20,4 \cdot 6,4}{13,6} = 9,6$$

$$\frac{20,4}{13,6} \left| \frac{PR}{12} \right. \text{ geeft } PR = \frac{20,4 \cdot 12}{13,6} = 18$$

$$RT = PR - PT = 18 - 13,6 = 4,4$$

22 a $\left. \begin{array}{l} \angle A_1 = \angle A_2 \text{ (gegeven)} \\ \angle B = \angle E \text{ (gegeven)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle AED$

b $\frac{AB}{AE} \left| \frac{BC}{ED} \right| \frac{AC}{AD}$ geeft $\frac{6}{8} \left| \frac{4}{ED} \right| \frac{3}{AD}$

$$\frac{6}{8} \left| \frac{3}{AD} \right. \text{ geeft } AD = \frac{8 \cdot 3}{6} = 4$$

$$\frac{6}{8} \left| \frac{4}{ED} \right. \text{ geeft } DE = \frac{8 \cdot 4}{6} \approx 5,3$$

$$CD = AD - AC = 4 - 3 = 1$$

23 a $\left. \begin{array}{l} \angle A \text{ (in } \triangle ABC) = \angle A \text{ (in } \triangle ADE) \\ \angle C_1 = \angle D (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle AED$

b In $\triangle ABC$ is $\angle C_1 = 90^\circ$, dus $AB^2 = AC^2 + BC^2$
 $AB^2 = 3^2 + 4^2 = 25$
 $AB = \sqrt{25} = 5$

$$\frac{AB}{AE} \left| \frac{BC}{ED} \right| \frac{AC}{AD}$$
 geeft $\frac{5}{AE} \left| \frac{4}{9} \right| \frac{3}{AD}$

$$\frac{5}{AE} \left| \frac{4}{9} \right. \text{ geeft } AE = \frac{5 \cdot 9}{4} = 11,25$$

$$\frac{4}{9} \left| \frac{3}{AD} \right. \text{ geeft } AD = \frac{9 \cdot 3}{4} = 6,25$$

24 $\left. \begin{array}{l} \angle Q_1 = \angle Q_2 \text{ (gegeven)} \\ \angle R = \angle S \text{ (gegeven)} \end{array} \right\} \triangle PQR \sim \triangle TQS$

$$\frac{PQ}{TQ} \left| \frac{QR}{QS} \right| \frac{PR}{TS}$$
 geeft $\frac{PQ}{8} \left| \frac{10}{6} \right| \frac{8}{TS}$

$$\frac{10}{6} \left| \frac{8}{TS} \right. \text{ geeft } ST = \frac{6 \cdot 8}{10} = 4,8$$

$$\frac{PQ}{8} \left| \frac{10}{6} \right. \text{ geeft } PQ = \frac{8 \cdot 10}{6} \approx 13,3$$

$$PT = PQ - QT = 13,33... - 8 \approx 5,3$$

25 $\left. \begin{array}{l} \angle B \text{ (in } \triangle ABC) = \angle B \text{ (in } \triangle BDE) \\ \angle A = \angle E (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EBD$

In $\triangle BDE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $BE^2 + DE^2 = BD^2$
 $BE^2 + 5^2 = 13^2$
 $BE^2 = 169 - 25 = 144$
 $BE = \sqrt{144} = 12$

$$\frac{AB}{EB} \left| \frac{BC}{BD} \right| \frac{AC}{ED}$$
 geeft $\frac{18}{12} \left| \frac{BC}{13} \right| \frac{AC}{5}$

$$\frac{18}{12} \left| \frac{AC}{5} \right. \text{ geeft } AC = \frac{18 \cdot 5}{12} = 7,5$$

$$\frac{18}{12} \left| \frac{BC}{13} \right. \text{ geeft } BC = \frac{18 \cdot 13}{12} = 19,5$$

Bladzijde 61

- 26 $\left. \begin{array}{l} \angle B \text{ (in } \triangle BCF) = \angle C \text{ (in } \triangle ACD) \text{ (gegeven)} \\ \angle C \text{ (in } \triangle BCF) = \angle A (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle BCF \sim \triangle CAD$

$$\frac{BC}{CA} = \frac{CF}{AD} = \frac{BF}{CD} \text{ geeft } \frac{5}{8} = \frac{CF}{AD} = \frac{7}{CD}$$

$$\frac{5}{8} = \frac{7}{CD} \text{ geeft } CD = \frac{8 \cdot 7}{5} = 11,2$$

Dus de ladder CD is 11,2 meter.

Bladzijde 62

- 27 a $\left. \begin{array}{l} \angle E = \angle H \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle F_1 = \angle F_2 \text{ (overstaande hoeken)} \end{array} \right\} \triangle DEF \sim \triangle GHF$

$$\frac{DE}{GH} = \frac{EF}{HF} = \frac{DF}{GF} \text{ geeft } \frac{2,2}{GH} = \frac{1,4}{4,2} = \frac{2,6}{GF}$$

$$\frac{2,2}{GH} = \frac{1,4}{4,2} \text{ geeft } GH = \frac{2,2 \cdot 4,2}{1,4} = 6,6$$

$$\frac{1,4}{4,2} = \frac{2,6}{GF} \text{ geeft } FG = \frac{2,6 \cdot 4,2}{1,4} = 7,8$$

b $DG = DF + FG = 2,6 + 7,8 = 10,4$

- 28 $\left. \begin{array}{l} \angle P = \angle R (= 90^\circ) \\ \angle T = \angle S \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle PQT \sim \triangle RQS$
In $\triangle QRS$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $QS^2 = QR^2 + RS^2$
 $QS^2 = 8^2 + 6^2 = 100$
 $QS = \sqrt{100} = 10$

$$\frac{PQ}{RQ} = \frac{QT}{QS} = \frac{PT}{RS} \text{ geeft } \frac{20}{8} = \frac{QT}{10} = \frac{PT}{6}$$

$$\frac{20}{8} = \frac{PT}{6} \text{ geeft } PT = \frac{20 \cdot 6}{8} = 15$$

$$\frac{20}{8} = \frac{QT}{10} \text{ geeft } QT = \frac{20 \cdot 10}{8} = 25$$

- 29 $\left. \begin{array}{l} \angle C = \angle D_1 \text{ (F-hoeken)} \\ \angle B = \angle E_1 \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle AED$

$$\frac{AB}{AE} = \frac{BC}{ED} = \frac{AC}{AD} \text{ geeft } \frac{AB}{27} = \frac{BC}{20} = \frac{26}{18}$$

$$\frac{AB}{27} = \frac{26}{18} \text{ geeft } AB = \frac{27 \cdot 26}{18} = 39$$

$$\frac{BC}{20} = \frac{26}{18} \text{ geeft } BC = \frac{20 \cdot 26}{18} \approx 28,89$$

$BE = AB - AE = 39 - 27 = 12$

30 $\left. \begin{array}{l} \angle E = \angle C \text{ (in } \triangle BCF \text{) (Z-hoeken)} \\ \angle A \text{ (in } \triangle AEF \text{) } = \angle B \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle AEF \sim \triangle BCF$

$\frac{AE}{BC}$	$\frac{EF}{CF}$	$\frac{AF}{BF}$	geeft	$\frac{2}{3}$	$\frac{EF}{CF}$	$\frac{1,5}{BF}$
$\frac{2}{3}$	$\frac{1,5}{BF}$	geeft $BF = \frac{3 \cdot 1,5}{2} = 2,25$				

31 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle B (= 90^\circ) \\ \angle C \text{ (in } \triangle BCE \text{) } = \angle C \text{ (in } \triangle ACD \text{)} \end{array} \right\} \triangle BCE \sim \triangle ACD$

$\frac{BC}{AC}$	$\frac{CE}{CD}$	$\frac{BE}{AD}$	geeft	$\frac{1,3}{21,3}$	$\frac{CE}{CD}$	$\frac{1,75}{AD}$
$\frac{1,3}{21,3}$	$\frac{1,75}{AD}$	geeft $AD = \frac{21,3 \cdot 1,75}{1,3} \approx 28,7$				

Dus de hoogte van de boom is 28,7 meter.

Bladzijde 63

32 $\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle D (= 90^\circ) \\ \angle A = \angle E \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EDC$

$\frac{AB}{ED}$	$\frac{BC}{DC}$	$\frac{AC}{EC}$	geeft	$\frac{25}{DE}$	$\frac{8}{20}$	$\frac{AC}{EC}$
$\frac{25}{DE}$	$\frac{8}{20}$	geeft $DE = \frac{25 \cdot 20}{8} = 62,5$ meter				

Dus de breedte van het kanaal is 62,5 meter.

33 a Zie de figuur hiernaast.

$\left. \begin{array}{l} \angle A \text{ (in } \triangle ABC \text{) } = \angle D \text{ (in } \triangle BDE \text{) } (= 90^\circ) \\ \angle B \text{ (in } \triangle ABC \text{) } = \angle B \text{ (in } \triangle BDE \text{)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DBE$

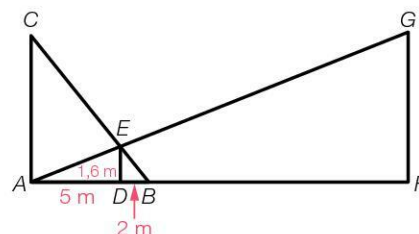
$\frac{AB}{DB}$	$\frac{BC}{BE}$	$\frac{AC}{DE}$	geeft	$\frac{7}{2}$	$\frac{BC}{BE}$	$\frac{AC}{1,6}$
$\frac{7}{2}$	$\frac{AC}{1,6}$	geeft $AC = \frac{7 \cdot 1,6}{2} = 5,6$				

Dus de hoogte van de lantaarnpalen is 5,6 meter.

b $\left. \begin{array}{l} \angle A \text{ (in } \triangle AFG \text{) } = \angle A \text{ (in } \triangle ADE \text{)} \\ \angle F = \angle D (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle AFG \sim \triangle ADE$

$\frac{AF}{AD}$	$\frac{FG}{DE}$	$\frac{AG}{AE}$	geeft	$\frac{AF}{5}$	$\frac{5,6}{1,6}$	$\frac{AG}{AE}$
$\frac{AF}{5}$	$\frac{5,6}{1,6}$	geeft $AF = \frac{5 \cdot 5,6}{1,6} = 17,5$				

Dus de afstand tussen de lantaarnpalen is 17,5 meter.



34 Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle FST'$ is $\angle F = 90^\circ$, dus $ST'^2 = FS^2 + FT'^2$
 $ST'^2 = 115^2 + 315^2 = 112450$
 $ST' = \sqrt{112450} = 335,33\dots$

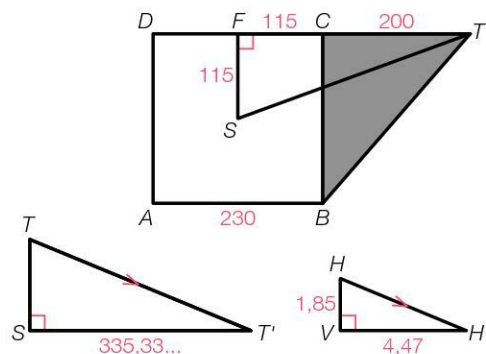
Bram geven we aan met het lijnstuk HV en zijn schaduw met het lijnstuk $H'V$. Zie de figuur hiernaast.

$\left. \begin{array}{l} \angle S = \angle V (= 90^\circ) \\ \angle T' = \angle H' \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle STT' \sim \triangle VHH'$

ST	TT'	ST'	geeft	ST	TT'	$335,33\dots$
VH	HH'	VH'		$1,85$	HH'	$4,47$

ST	$335,33\dots$	geeft $ST = \frac{1,85 \cdot 335,33\dots}{4,47} \approx 139$
$1,85$	$4,47$	

Dus de hoogte van de piramide is 139 meter.



35 a Zie de figuur hiernaast.

$\left. \begin{array}{l} \angle P = \angle H \text{ (in } \triangle EHQ \text{) (Z-hoeken)} \\ \angle A = \angle E (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle APQ \sim \triangle EHQ$

AP	PQ	AQ	geeft	AP	PQ	3
EH	HQ	EQ		3	HQ	2

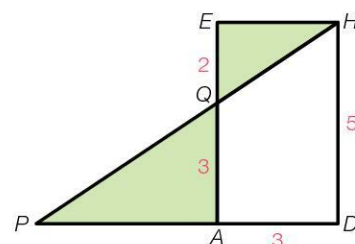
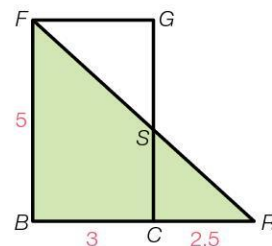
AP	3	geeft $AP = \frac{3 \cdot 3}{2} = 4,5$
3	2	

b Zie de figuur hiernaast.

$\left. \begin{array}{l} \angle R \text{ (in } \triangle BRF \text{)} = \angle R \text{ (in } \triangle CRS \text{)} \\ \angle B = \angle C (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle BFR \sim \triangle CSR$

BF	FR	BR	geeft	5	FR	$5,5$
CS	SR	CR		CS	SR	$2,5$

5	$5,5$	geeft $CS = \frac{2,5 \cdot 5}{5,5} \approx 2,27$
CS	$2,5$	



2.4 Een lengte x stellen

Bladzijde 64

36 a Uit $\triangle PQT \sim \triangle PRS$ volgt de verhoudingstabel $\frac{PQ}{PR} \mid \frac{QT}{RS} \mid \frac{PT}{PS}$, en hieruit volgt de

verhoudingstabel $\frac{PQ}{PR} \mid \frac{QT}{RS}$.

b Je kunt PQ niet berekenen met $PQ = \frac{PR \cdot QT}{RS}$ omdat je PR niet weet.

Bladzijde 65

37 a $\left. \begin{array}{l} \angle E \text{ (in } \triangle ADE \text{)} = \angle E \text{ (in } \triangle CEF \text{)} \\ \angle D = \angle C (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle ADE \sim \triangle CFE$

Stel $CE = x$, dan is $DE = 8,4 + x$.

AD	DE	geeft	6	$8,4 + x$
FC	CE		$1,8$	x

$$6x = 1,8(8,4 + x)$$

$$6x = 15,12 + 1,8x$$

$$4,2x = 15,12$$

$$x = \frac{15,12}{4,2} = 3,6, \text{ dus } CE = 3,6.$$

b In $\triangle CEF$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $EF^2 = CE^2 + CF^2$
 $EF^2 = 3,6^2 + 1,8^2 = 16,2$
 $EF = \sqrt{16,2} \approx 4,0$

- 38 a $\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle E \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle A = \angle D (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DEC$
 Stel $AC = x$, dan is $CD = 6,6 - x$.

$$\frac{BC}{EC} \mid \frac{AC}{DC} \text{ geeft } \frac{6,2}{2,6} \mid \frac{x}{6,6 - x}$$

$$2,6x = 6,2(6,6 - x)$$

$$2,6x = 40,92 - 6,2x$$

$$8,8x = 40,92$$

$$x = \frac{40,92}{8,8} = 4,65, \text{ dus } AC = 4,65.$$

- b In $\triangle ABC$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $AB^2 + 4,65^2 = 6,2^2$
 $AB^2 = 6,2^2 - 4,65^2 = 16,8175$
 $AB = \sqrt{16,8175} = 4,100\dots$
 opp $\triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 4,100\dots \cdot 4,65 \approx 9,5$

- 39 $\left. \begin{array}{l} \angle A \text{ (in } \triangle ABD) = \angle A \text{ (in } \triangle ACE) \\ \angle D \text{ (in } \triangle ABD) = \angle E \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABD \sim \triangle ACE$
 Stel $AB = x$, dan is $AC = x + 26$.

$$\frac{AB}{AC} \mid \frac{AD}{AE} \text{ geeft } \frac{x}{x + 26} \mid \frac{158}{178}$$

$$178x = 158(x + 26)$$

$$178x = 158x + 4108$$

$$20x = 4108$$

$$x = \frac{4108}{20} = 205,4, \text{ dus } AB = 205,4 \text{ meter.}$$

- 40 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle D \text{ (in } \triangle BDS) \text{ (F-hoeken)} \\ \angle B \text{ (in } \triangle ABC) = \angle B \text{ (in } \triangle BDS) \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DBS$
 Stel $BS = x$, dan is $BC = 5 + x$.

$$\frac{BC}{BS} \mid \frac{AC}{DS} \text{ geeft } \frac{5 + x}{x} \mid \frac{11}{4}$$

$$11x = 4(x + 5)$$

$$11x = 4x + 20$$

$$7x = 20$$

$$x = \frac{20}{7}, \text{ dus } BS = \frac{20}{7}.$$

- $\left. \begin{array}{l} \angle D \text{ (in } \triangle DEF) = \angle D \text{ (in } \triangle BDS) \\ \angle E = \angle B \text{ (in } \triangle BDS) \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle DEF \sim \triangle DBS$

$$\frac{EF}{BS} \mid \frac{DF}{DS} \text{ geeft } \frac{EF}{\frac{20}{7}} \mid \frac{18}{4}$$

$$EF = \frac{18 \cdot \frac{20}{7}}{4} \approx 12,9$$

2.5 Hellingsgetal

Bladzijde 66

- 41 a Bij een horizontale verplaatsing van één meter is de verticale verplaatsing $\frac{9}{40} = 0,225$ meter.
 b Bij een horizontale verplaatsing van één meter is van helling b de verticale verplaatsing $\frac{12}{60} = 0,2$ meter, en is van helling c de verticale verplaatsing $\frac{11}{50} = 0,22$ meter. Bij helling a is bij een horizontale verplaatsing van één meter de verticale verplaatsing het grootst, dus helling a is het steilst.

Bladzijde 67

42 a $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{159}{562} \approx 0,28$

b $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,37$ geeft

verticale verplaatsing	0,37
horizontale verplaatsing	300
verticale verplaatsing	111

c $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,22$ geeft

53	0,22
horizontale verplaatsing	1

 $\text{horizontale verplaatsing} = \frac{53}{0,22} \approx 240,91$

43 a $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{388,8}{4050} = 0,096$, dus hellingspercentage = 9,6%.

b hellingspercentage = 27%, dus hellingsgetal = 0,27.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,27$ geeft

112	0,27
horizontale verplaatsing	1

 $\text{horizontale verplaatsing} = \frac{112}{0,27} \approx 414,8$

c hellingspercentage = 7,6%, dus hellingsgetal = 0,076.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,076$ geeft

verticale verplaatsing	0,076
horizontale verplaatsing	170

 $\text{verticale verplaatsing} = 170 \cdot 0,076 \approx 12,9$

Bladzijde 68

44 $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{29,6}{185} = 0,16$, dus hellingspercentage = 16%.

45 hellingspercentage = 142%, dus hellingsgetal = 1,42.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 1,42$ geeft

177,5	1,42
horizontale verplaatsing	1

 $\text{horizontale verplaatsing} = \frac{177,5}{1,42} = 125 \text{ meter}$

46 a $AB: \text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{5}{300} \approx 0,017$, dus hellingspercentage $\approx 1,7\%$.

$CD: \text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{35}{300} \approx 0,117$, dus hellingspercentage $\approx 11,7\%$.

$GH: \text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{30}{300} = 0,1$, dus hellingspercentage = 10%.

b $KI: \text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{60}{400} = 0,15$, dus hellingspercentage = 15%.

$FE: \text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{10}{100} = 0,1$, dus hellingspercentage = 10%.

47 Op helling BC:

hellingspercentage = 8%, dus hellingsgetal = 0,08.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,08$ geeft

verticale verplaatsing	0,08
horizontale verplaatsing	80

$\text{verticale verplaatsing} = 80 \cdot 0,08 = 6,4 \text{ meter}$

Op helling AB:

hellingspercentage = 13%, dus hellingsgetal = 0,13.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,13$ geeft

verticale verplaatsing	0,13
horizontale verplaatsing	160

$\text{verticale verplaatsing} = 160 \cdot 0,13 = 20,8 \text{ meter}$

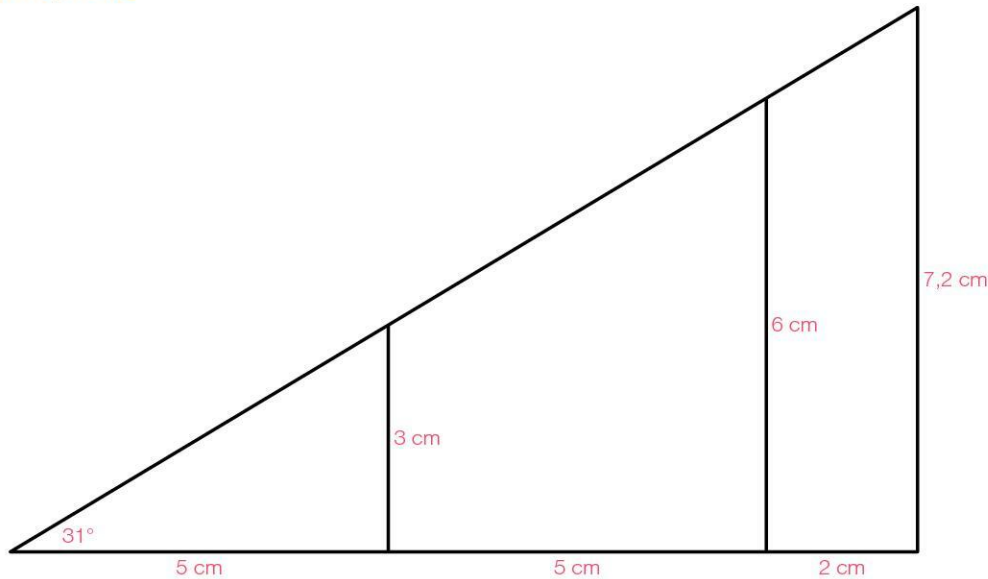
Dus de skiër daalt $6,4 + 20,8 = 27,2 \text{ meter}$.

2.6 Tangens

Bladzijde 69

48

a



verticale verplaatsing ≈ 3 cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{3}{5} = 0,6$

b verticale verplaatsing ≈ 6 cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{6}{10} = 0,6$

c verticale verplaatsing $\approx 7,2$ cm geeft hellingsgetal $= \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \approx \frac{7,2}{12} = 0,6$

49 a $\tan(28^\circ) \approx 0,53$

c $\tan(40^\circ) \approx 0,84$

e $\tan(1^\circ) \approx 0,02$

b $\tan(4^\circ) \approx 0,07$

d $\tan(15^\circ) \approx 0,27$

f $\tan(89^\circ) \approx 57,29$

Bladzijde 70

50 a $15 \tan(74^\circ) \approx 52,31$

b $\frac{\tan(15^\circ)}{74} \approx 0,00$

c $\frac{8,4}{\tan(9^\circ)} \approx 53,04$

Bladzijde 71

51 a Zie de figuur hiernaast.

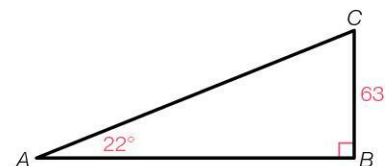
$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \frac{\tan(22^\circ)}{1} \mid \frac{63}{AB}$$

$$AB = \frac{63}{\tan(22^\circ)} \approx 155,9$$

Dus de horizontale verplaatsing is 155,9 meter.

b $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 155,93...^2 + 63^2 = 28\,283,3...$
 $AC = \sqrt{28\,283,3...} \approx 168$

Dus de lengte van de helling is 168 meter.



52 Zie de figuur hiernaast.

$$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} \text{ geeft } \frac{\tan(18^\circ)}{1} \mid \frac{BC}{450}$$

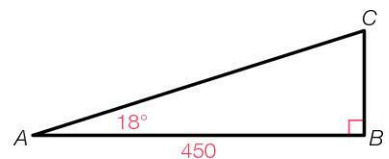
$$BC = 450 \tan(18^\circ) = 146,2...$$

$$\angle B = 90^\circ, \text{ dus } AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$AC^2 = 450^2 + 146,2...^2 = 223\,878,4...$$

$$AC = \sqrt{223\,878,4...} \approx 473$$

Dus de lengte van de helling is 473 meter.



53 a Zijde AC is de verticale verplaatsing en zijde AB is de horizontale verplaatsing.

b $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB}$ geeft $\frac{\tan(22^\circ)}{1} \quad \frac{AC}{4,5}$

$$AC = 4,5 \tan(22^\circ) \approx 1,8 \text{ cm}$$

54 a $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ geeft $\frac{\tan(15^\circ)}{1} \quad \frac{BC}{98}$

$$BC = 98 \tan(15^\circ) \approx 26,3 \text{ meter}$$

b $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 98^2 + 26,25...^2 = 10293,5...$
 $AC = \sqrt{10293,5...} \approx 101,5 \text{ meter}$

c De oppervlakte van de piste is $24 \cdot 101,45... \approx 2435 \text{ m}^2$.

55 Zie de figuur hiernaast.

$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ geeft $\frac{\tan(70^\circ)}{1} \quad \frac{BC}{16,75}$

$$BC = 16,75 \tan(70^\circ) = 46,02...$$

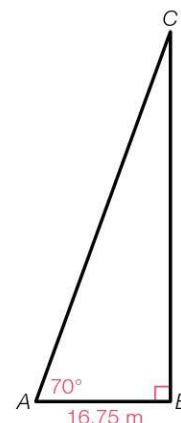
$\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$

$$AC^2 = 16,75^2 + 46,02...^2 = 2398,42...$$

$$AC = \sqrt{2398,42...} = 48,97...$$

De snelheid is $\frac{48,97...}{44} = 1,11... \text{ meter per seconde}$.

Dat is $\frac{1,11... \cdot 3600}{1000} \approx 4,0 \text{ km per uur}$.



56 a hellingshoek $\approx 35^\circ$

b hellingshoek $\approx 11^\circ$

c hellingshoek $= 45^\circ$

d hellingshoek $\approx 6^\circ$

Bladzijde 72

57 a $\tan(\angle A) = \frac{17}{9}$ geeft $\angle A \approx 62,1^\circ$

b $\tan(\angle A) = 0,821$ geeft $\angle A \approx 39,4^\circ$

c $\tan(\angle A) = 9,6$ geeft $\angle A \approx 84,1^\circ$

d $\tan(\angle A) = 1$ geeft $\angle A = 45^\circ$

e $\tan(\angle A) = \sqrt{3}$ geeft $\angle A = 60^\circ$

f $\tan(\angle A) = 1\frac{3}{7}$ geeft $\angle A \approx 55,0^\circ$

Bladzijde 73

58

hellingshoek	11,3°	17°	69,7°	39°	77,5°	79,5°	80,2°
hellingsgetal	0,2	0,3	2,7	0,8	4,5	5,4	5,8

59 $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{22}{40}$ geeft $\angle A \approx 28,8^\circ$

$\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE} = \frac{29}{39}$ geeft $\angle E \approx 36,6^\circ$

$\tan(\angle K) = \frac{LM}{KL} = \frac{36}{28}$ geeft $\angle K \approx 52,1^\circ$

60 hellingspercentage $= 50\%$, dus hellingsgetal $= 0,5$.

Dit geeft hellingshoek $\approx 26,6^\circ$.

Dus de maximale hellingshoek die deze pistebully aankan is ongeveer $26,6^\circ$.

61 $PZ = 2950 - 996 = 1954$

$\angle P = 90^\circ$, dus $EP^2 + PZ^2 = EZ^2$

$$EP^2 + 1954^2 = 2200^2$$

$$EP^2 = 2200^2 - 1954^2 = 1021884$$

$$EP = \sqrt{1021884} = 1010,88...$$

$\tan(\angle E) = \frac{PZ}{EP} = \frac{1954}{1010,88...}$ geeft $\angle E \approx 62,6^\circ$

Dus de hellingshoek van de baan is ongeveer $62,6^\circ$.

- 62** De verticale verplaatsing is $3218 - 2489 = 729$ meter.
 Meten geeft $AB = 4$ cm, dus de horizontale verplaatsing is in werkelijkheid $20000 \cdot 4 = 80000$ cm = 800 meter.
 $\tan(\text{hellingshoek}) = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{729}{800}$ geeft hellingshoek $\approx 42,3^\circ$.

Gemengde opgaven

Bladzijde 74

- 1 a** $\frac{11}{29} \mid \frac{a}{40}$ geeft $a = \frac{11 \cdot 40}{29} \approx 15,17$
 $\frac{11}{29} \mid \frac{3}{b}$ geeft $b = \frac{29 \cdot 3}{11} \approx 7,91$
- b** $\frac{c+3}{c-3} \mid \frac{8}{5}$ geeft $5(c+3) = 8(c-7)$
 $5c + 15 = 8c - 56$
 $5c - 8c = -56 - 15$
 $-3c = -71$
 $c = \frac{-71}{-3} \approx 23,67$
- $\frac{8}{5} \mid \frac{3d-11}{d+9}$ geeft $8(d+9) = 5(3d-11)$
 $8d + 72 = 15d - 55$
 $8d - 15d = -55 - 72$
 $-7d = -127$
 $d = \frac{-127}{-7} \approx 18,14$
- 2** $\left. \begin{array}{l} \angle P \text{ (in } \triangle PQT) = \angle P \text{ (in } \triangle PRS) \\ \angle Q \text{ (in } \triangle PQT) = \angle R \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle PQT \sim \triangle PRS$
 $\frac{PQ}{PR} \mid \frac{QT}{RS} \mid \frac{PT}{PS}$ geeft $\frac{26}{PR} \mid \frac{18}{30} \mid \frac{PT}{62}$
 $\frac{26}{PR} \mid \frac{18}{30}$ geeft $PR = \frac{30 \cdot 26}{1} \approx 43,3$
 $QR = PR - PQ = 43,33... - 26 \approx 17,3$
 $\frac{18}{30} \mid \frac{PT}{62}$ geeft $PT = \frac{18 \cdot 62}{30} = 37,2$
 $ST = PS - PT = 62 - 37,2 = 24,8$
- 3** $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle D (= 90^\circ) \\ \angle S \text{ (in } \triangle AST) = \angle S \text{ (in } \triangle DHS) \end{array} \right\} \triangle AST \sim \triangle DSH$
 $\frac{AS}{DS} \mid \frac{ST}{SH} \mid \frac{AT}{DH}$ geeft $\frac{8,4}{0,6} \mid \frac{ST}{SH} \mid \frac{AT}{1,7}$
 $\frac{8,4}{0,6} \mid \frac{AT}{1,7}$ geeft $AT = \frac{8,4 \cdot 1,7}{0,6} = 23,8$
 De hoogte van de toren is 23,8 meter.

4 a $\angle A = \angle E (= 90^\circ)$
 $\angle B \text{ (in } \triangle ABC) = \angle B \text{ (in } \triangle BDE)$ } $\triangle ABC \sim \triangle EBD$
 In $\triangle ABC$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $BC^2 = 12^2 + 5^2 = 169$
 $BC = \sqrt{169} = 13$

AB	BC	AC	geeft	12	13	5
EB	BD	ED		5	BD	ED

12	5	geeft $DE = \frac{5 \cdot 5}{12} \approx 2,08$
5	ED	

12	13	geeft $BD = \frac{5 \cdot 13}{12} = 5,416\dots$
5	BD	

$$AD = AB - BD = 12 - 5,416\dots \approx 6,58$$

b $\tan(\angle B) = \frac{AC}{AB} = \frac{5}{12}$ geeft $\angle B = 22,61\dots^\circ$

$$\angle D_2 = 180^\circ - 90^\circ - 22,61\dots^\circ = 67,38\dots^\circ \text{ (hoekensom driehoek)}$$

$$\angle D_1 = 180^\circ - 67,38\dots^\circ \approx 112,6^\circ \text{ (gestrekte hoek)}$$

5 a $\angle E \text{ (in } \triangle ABE) = \angle E \text{ (in } \triangle CEF)$
 $\angle A \text{ (in } \triangle ABE) = \angle F \text{ (in } \triangle CEF)$ (F-hoeken) } $\triangle ABE \sim \triangle FCH$

AB	BE	AE	geeft	6	8	AE
FC	CE	FE		FC	3	FE

6	8	geeft $CF = \frac{6 \cdot 3}{8} = 2,25$
FC	3	

b $\angle G = \angle B \text{ (in } \triangle BCH) \text{ (Z-hoeken)}$
 $\angle H \text{ (in } \triangle DGH) = \angle H \text{ (in } \triangle BCH) \text{ (overstaande hoeken)}$ } $\triangle DGH \sim \triangle CBH$

DG	GH	DH	geeft	CG	GH	2
CB	BH	CH		5	BH	4

DG	2	geeft $DG = \frac{2 \cdot 5}{4} = 2,5$
5	4	

Bladzijde 75

6 a Zie de figuur hiernaast.
 $\angle V = \angle Y (= 90^\circ)$
 $\angle S = \angle D \text{ (Z-hoeken)}$ } $\triangle SVW \sim \triangle DYW$

SV	VW	SW	geeft	1,1	1,4	SW
DY	YW	DW		DY	12	DW

1,1	1,4	geeft $DY = \frac{1,1 \cdot 12}{1,4} \approx 9,4$
DY	12	

Dus de diepte van de duiker is 9,4 meter.

b In $\triangle SVW$ is $\angle V = 90^\circ$, dus $SW^2 = SV^2 + VW^2$
 $SW^2 = 1,1^2 + 1,4^2 = 3,17$
 $SW = \sqrt{3,17} = 1,78\dots$

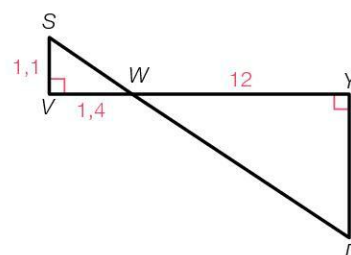
In $\triangle DYW$ is $\angle Y = 90^\circ$, dus $DW^2 = DY^2 + WY^2$
 $DW^2 = 9,42\dots^2 + 12^2 = 232,89\dots$
 $DW = \sqrt{232,89\dots} = 15,26\dots$

$$DS = 15,26\dots + 1,78\dots \approx 17,0$$

Dus de lengte van de veiligheidslijn is 17,0 meter.

c $\tan(\angle W) = \frac{SV}{VW} = \frac{1,1}{1,4}$ geeft $\angle W \approx 38,2^\circ$

Dus de lijn maakt een hoek van $38,2^\circ$ met het water.



- 7 a $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{1}{37} \approx 0,027$, dus hellingspercentage $\approx 2,7\%$.
 b $\text{hellingsgetal} = 0,0270\dots$ geeft hellingshoek $\approx 1,55^\circ$.
 c hellingshoek $= 1,15^\circ$ geeft hellingsgetal $= \tan(1,15^\circ) = 0,020\dots$

$$\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} \text{ geeft } \frac{0,020\dots}{1} \left| \frac{1}{\text{horizontale verplaatsing}} \right|,$$

$$\text{dus horizontale verplaatsing} = \frac{1}{0,020\dots} \approx 50.$$

Dus het glijgetal is 50.

- 8 a $\tan(\angle B) = \frac{AC}{BC}$ geeft $\frac{\tan(41^\circ)}{1} \left| \frac{AC}{120} \right|$ dus $AC = 120 \tan(41^\circ) \approx 104$.

Dus de kist raakt de muur op een hoogte van 104 cm.

- b In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AB^2 = BC^2 + AC^2$
 $AB^2 = 120^2 + 104,3\dots^2 = 25\,281,4\dots$
 $AB = \sqrt{25\,281,4\dots} = 159,0\dots \text{ cm} = 15,90\dots \text{ dm}$

De inhoud van de kist is $(15,90\dots)^3 \approx 4020 \text{ dm}^3 = 4020 \text{ L}$.

- 9 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle E (= 90^\circ) \\ \angle C_1 = \angle C_2 \text{ (overstaande hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EDC$

In $\triangle ABC$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $AB^2 + 7^2 = 25^2$
 $AB^2 = 625 - 49 = 576$
 $AB = \sqrt{576} = 24$

$$\frac{AB}{ED} \left| \frac{BC}{DC} \right| \frac{AC}{EC} \text{ geeft } \frac{24}{60} \left| \frac{25}{DC} \right| \frac{7}{EC}$$

$$\frac{24}{60} \left| \frac{25}{DC} \right| \text{ geeft } CD = \frac{60 \cdot 25}{24} = 62,5$$

In $\triangle ABD$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $BD^2 = AB^2 + AD^2$
 $BD^2 = 576 + (7 + 62,5)^2 = 5406,25$
 $BD = \sqrt{5406,25} \approx 73,5$

- 10 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle D_2 \text{ (F-hoeken)} \\ \angle B = \angle E_2 \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DEC$

Stel $CE = x$, dan is $BC = 2 + x$.

$$\frac{AB}{DE} \left| \frac{BC}{EC} \right| \text{ geeft } \frac{5,6}{4} \left| \frac{2+x}{x} \right|$$

$$5,6x = 4(2 + x)$$

$$5,6x = 8 + 4x$$

$$1,6x = 8$$

$$x = \frac{8}{1,6} = 5, \text{ dus } CE = 5 \text{ en } BC = 7.$$

$$\frac{AB}{DE} \left| \frac{AC}{DC} \right| \text{ geeft } \frac{5,6}{4} \left| \frac{AC}{7} \right| \text{ dus } AC = \frac{5,6 \cdot 7}{4} = 9,8.$$

Dus de omtrek van $\triangle ABC$ is $5,6 + 7 + 9,8 = 22,4$.

Diagnostische toets

Bladzijde 78

- 1 a $\frac{6}{13} \left| \frac{x}{17} \right|$ geeft $x = \frac{6 \cdot 17}{13} \approx 7,8$
 $\frac{6}{13} \left| \frac{17}{y} \right|$ geeft $y = \frac{13 \cdot 17}{6} \approx 36,8$

$$\begin{array}{l|l} 13 & x-6 \\ \hline 21 & 7 \end{array} \text{ geeft } 21(x-6) = 13 \cdot 7$$

$$21x - 126 = 91$$

$$21x = 91 + 126$$

$$21x = 217$$

$$x = \frac{217}{21} \approx 10,3$$

$$\begin{array}{l|l} 13 & 3 \\ \hline 21 & 2y-1 \end{array} \text{ geeft } 13(2y-1) = 21 \cdot 3$$

$$26y - 13 = 63$$

$$26y = 63 + 13$$

$$26y = 76$$

$$y = \frac{76}{26} \approx 2,9$$

$$\begin{array}{l|l} x-1 & 2x+3 \\ \hline 5 & 4 \end{array} \text{ geeft } 5(2x+3) = 4(x-1)$$

$$10x + 15 = 4x - 4$$

$$10x - 4x = -4 - 15$$

$$6x = -19$$

$$x = \frac{-19}{6} \approx -3,2$$

2 a $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

b In $\triangle CDE$ is $\angle E = 90^\circ$, dus $CE^2 + DE^2 = CD^2$

$$CE^2 + 12^2 = 20^2$$

$$CE^2 = 400 - 144 = 256$$

$$CE = \sqrt{256} = 16$$

Uit $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ volgt $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EC} = \frac{AC}{DC}$ en dit geeft $\frac{AB}{12} = \frac{35}{16} = \frac{AC}{20}$.

$$\frac{35}{16} = \frac{AC}{20} \text{ geeft } AC = \frac{35 \cdot 20}{16} = 43,75$$

$$\frac{AB}{12} = \frac{35}{16} \text{ geeft } AB = \frac{35 \cdot 12}{16} = 26,25$$

3 a $\triangle PQR \sim \triangle PTS$

b Uit $\triangle PQR \sim \triangle PTS$ volgt $\frac{PQ}{PT} = \frac{QR}{TS} = \frac{PR}{PS}$ en dit geeft $\frac{9,6}{PT} = \frac{QR}{3,5} = \frac{14,4}{6}$.

$$\frac{9,6}{PT} = \frac{14,4}{6} \text{ geeft } PT = \frac{9,6 \cdot 6}{14,4} = 4$$

$$\frac{QR}{3,5} = \frac{14,4}{6} \text{ geeft } QR = \frac{3,5 \cdot 14,4}{6} = 8,4$$

4 $\angle C = \angle D (= 90^\circ)$
 $\angle B \text{ (in } \triangle ABC) = \angle B \text{ (in } \triangle BDE) \}$ $\triangle ABC \sim \triangle EBD$

In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AB^2 = AC^2 + BC^2$

$$AB^2 = 6^2 + 8^2 = 100$$

$$AB = \sqrt{100} = 10$$

$$\frac{AB}{EB} = \frac{BC}{BD} = \frac{AC}{ED} \text{ geeft } \frac{10}{6,5} = \frac{8}{BD} = \frac{6}{ED}$$

$$\frac{10}{6,5} = \frac{6}{ED} \text{ geeft } DE = \frac{6,5 \cdot 6}{10} = 3,9$$

$$\frac{10}{6,5} = \frac{8}{BD} \text{ geeft } BD = \frac{6,5 \cdot 8}{10} = 5,2$$

5 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle D \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle B = \angle E \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DEC$

$$\frac{AB}{DE} \mid \frac{BC}{EC} \mid \frac{AC}{DC} \text{ geeft } \frac{6,2}{DE} \mid \frac{9,8}{3,1} \mid \frac{5,3}{DC}$$

$$\frac{6,2}{DE} \mid \frac{9,8}{3,1} \text{ geeft } DE = \frac{3,1 \cdot 6,2}{9,8} \approx 2,0$$

$$\frac{9,8}{3,1} \mid \frac{5,3}{DC} \text{ geeft } CD = \frac{3,1 \cdot 5,3}{9,8} \approx 1,7, \text{ dus } AD \approx 5,3 + 1,7 = 7,0.$$

Bladzijde 79

6 $\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle E (= 90^\circ) \\ \angle A = \angle D \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DEF$

$$\frac{AB}{DE} \mid \frac{BC}{EF} \mid \frac{AC}{DF} \text{ geeft } \frac{30}{1,27} \mid \frac{BC}{1,50} \mid \frac{AC}{DF}$$

$$\frac{30}{1,27} \mid \frac{BC}{1,50} \text{ geeft } BC = \frac{30 \cdot 1,50}{1,27} \approx 35$$

Dus de lengte van de zendmast is 35 meter.

7 $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle B \text{ (in } \triangle BCD \text{) (F-hoeken)} \\ \angle E = \angle D \text{ (in } \triangle BCD \text{) (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ACE \sim \triangle BCD$
Stel $BC = x$, dan is $AC = 7,3 + x$.

$$\frac{AC}{BC} \mid \frac{AE}{BD} \text{ geeft } \frac{7,3 + x}{x} \mid \frac{4,6}{1,2}$$

$$4,6x = 1,2(7,3 + x)$$

$$4,6x = 8,76 + 1,2x$$

$$3,4x = 8,76$$

$$x = \frac{8,76}{3,4} \approx 2,6, \text{ dus } BC \approx 2,6.$$

8 a $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{26}{19} \approx 1,4$

b $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,29 \text{ geeft } \frac{\text{verticale verplaatsing}}{24,1} \mid \frac{0,29}{1}$

$$\text{verticale verplaatsing} = 24,1 \cdot 0,29 \approx 7,0$$

c $\text{hellingspercentage} = 57\%$, dus $\text{hellingsgetal} = 0,57$.

$$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,57 \text{ geeft } \frac{70}{\text{horizontale verplaatsing}} \mid \frac{0,57}{1}$$

$$\text{horizontale verplaatsing} = \frac{70}{0,57} \approx 122,8$$

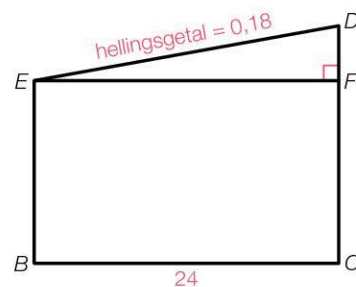
9 a In $\triangle ABE$ is $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,48$ en dit geeft $\frac{BE}{20} \mid \frac{0,48}{1}$.
 $BE = 0,48 \cdot 20 = 9,6$ meter

b Zie de figuur hiernaast.

$$\text{In } \triangle DEF \text{ is } \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,18 \text{ en dit geeft } \frac{DF}{24} \mid \frac{0,18}{1},$$

$$\text{dus } DF = 0,18 \cdot 24 = 4,32.$$

$$CD = DF + CF = 9,6 + 4,32 \approx 13,9 \text{ meter}$$



10 a $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ geeft $\frac{\tan(65^\circ)}{1} \mid \frac{BC}{20}$

$$BC = 20 \tan(65^\circ) \approx 42,9$$

Dus de kabel AC is op een hoogte van 42,9 meter aan de zendmast bevestigd.

b In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 20^2 + 42,89...^2 = 2239,5...$
 $AC = \sqrt{2239,5...} \approx 47,3$ meter

11 a $\tan(\text{hellingshoek}) = 0,27$ geeft hellingshoek $\approx 15,1^\circ$

b hellingsgetal $= \tan(27^\circ) = 0,5095...$, dus hellingspercentage $\approx 51,0\%$.

Herhaling

Bladzijde 80

1 a $\frac{6}{9} \mid \frac{3,5}{x}$ geeft $x = \frac{9 \cdot 3,5}{6} \approx 5,3$

$\frac{6}{9} \mid \frac{17}{y}$ geeft $y = \frac{9 \cdot 17}{6} = 25,5$

b $\frac{5}{2,1} \mid \frac{x}{9}$ geeft $x = \frac{5 \cdot 9}{2,1} \approx 21,4$

$\frac{5}{2,1} \mid \frac{y}{7}$ geeft $y = \frac{5 \cdot 7}{2,1} \approx 16,7$

c $\frac{x}{44} \mid \frac{6,1}{58}$ geeft $x = \frac{6,1 \cdot 44}{58} \approx 4,6$

$\frac{6,1}{58} \mid \frac{2}{y}$ geeft $y = \frac{58 \cdot 2}{6,1} \approx 19,0$

2 a $\frac{3x-2}{4} \mid \frac{x+4}{7}$ geeft $7(3x-2) = 4(x+4)$
 $21x - 14 = 4x + 16$
 $21x - 4x = 16 + 14$
 $17x = 30$
 $x = \frac{30}{17} \approx 1,8$

b $\frac{3}{11} \mid \frac{5+x}{8x-2}$ geeft $3(8x-2) = 11(5+x)$
 $24x - 6 = 55 + 11x$
 $24x - 11x = 55 + 6$
 $13x = 61$
 $x = \frac{61}{13} \approx 4,7$

$\frac{3}{11} \mid \frac{7}{2y-3}$ geeft $3(2y-3) = 11 \cdot 7$
 $6y - 9 = 77$
 $6y = 77 + 9$
 $6y = 86$
 $y = \frac{86}{6} \approx 14,3$

- 3 a Omdat $\angle A = \angle L$, $\angle B = \angle K$ en $\angle C = \angle M$ is $\triangle ABC \sim \triangle LKM$.

Hieruit volgt de verhoudingstabel $\frac{AB}{LK} \mid \frac{BC}{KM} \mid \frac{AC}{LM}$.

b $\frac{AB}{LK} \mid \frac{BC}{KM} \mid \frac{AC}{LM}$ geeft $\frac{7}{9} \mid \frac{6}{KM} \mid \frac{5}{LM}$

$\frac{7}{9} \mid \frac{6}{KM}$ geeft $KM = \frac{9 \cdot 6}{7} \approx 7,7$

$\frac{7}{9} \mid \frac{5}{LM}$ geeft $LM = \frac{9 \cdot 5}{7} \approx 6,4$

- 4 a In $\triangle QST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $QT^2 = QS^2 + ST^2$
 $QT^2 = 2^2 + 1,5^2 = 6,25$
 $QT = \sqrt{6,25} = 2,5$

b $\triangle PQR \sim \triangle SQT$

c $\frac{PQ}{SQ} \mid \frac{QR}{QT} \mid \frac{PR}{ST}$ geeft $\frac{7}{2} \mid \frac{QR}{2,5} \mid \frac{PR}{1,5}$

d $\frac{7}{2} \mid \frac{PR}{1,5}$ geeft $PR = \frac{7 \cdot 1,5}{2} = 5,25$

$\frac{7}{2} \mid \frac{QR}{2,5}$ geeft $QR = \frac{7 \cdot 2,5}{2} = 8,75$

Bladzijde 81

- 5 a $\triangle KLM \sim \triangle NLO$

b $\frac{KL}{NL} \mid \frac{LM}{LO} \mid \frac{KM}{NO}$ geeft $\frac{8,7}{NL} \mid \frac{LM}{4,6} \mid \frac{5,3}{3,3}$

c $\frac{8,7}{NL} \mid \frac{5,3}{3,3}$ geeft $LN = \frac{8,7 \cdot 3,3}{5,3} \approx 5,4$

$KN = KL - LN = 8,7 - 5,416... \approx 3,3$

d $\frac{LM}{4,3} \mid \frac{5,3}{3,3}$ geeft $LM = \frac{4,6 \cdot 5,3}{3,3} \approx 7,4$

$MO = LM - LO = 7,387... - 4,6 \approx 2,8$

- 6 a In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AC^2 = AB^2 + BC^2$
 $AC^2 = 5^2 + 12^2 = 169$
 $AC = \sqrt{169} = 13$

b $\left. \begin{array}{l} \angle B = \angle D (= 90^\circ) \\ \angle C \text{ (in } \triangle ABC) = \angle C \text{ (in } \triangle CDE) \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EDC$

c $\frac{AB}{ED} \mid \frac{BC}{DC} \mid \frac{AC}{EC}$ geeft $\frac{5}{ED} \mid \frac{12}{DC} \mid \frac{13}{5}$

d $\frac{5}{ED} \mid \frac{13}{5}$ geeft $DE = \frac{5 \cdot 5}{13} \approx 1,9$

$\frac{12}{DC} \mid \frac{13}{5}$ geeft $CD = \frac{12 \cdot 5}{13} \approx 4,6$

- 7 a $\angle D_1$ is gelijk aan $\angle B$.
 b $\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle E_1 \text{ (F-hoeken)} \\ \angle B = \angle D_1 \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EDC$

c $\frac{AB}{ED} \mid \frac{BC}{DC} \mid \frac{AC}{EC}$ geeft $\frac{3,6}{ED} \mid \frac{BC}{1,1} \mid \frac{5,4}{1,6}$

d $\frac{3,6}{ED} \mid \frac{5,4}{1,6}$ geeft $DE = \frac{1,6 \cdot 3,6}{5,4} \approx 1,1$

$\frac{BC}{1,1} \mid \frac{5,4}{1,6}$ geeft $BC = \frac{5,4 \cdot 1,1}{1,6} \approx 3,7$

$BD = BC - CD = 3,7125 - 1,1 \approx 2,6$

- 8 a $\left. \begin{array}{l} \angle P = \angle T \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle Q_1 = \angle Q_2 \text{ (overstaande hoeken)} \end{array} \right\} \triangle PQR \sim \triangle TQS$

b $\frac{PQ}{TQ} \mid \frac{QR}{QS} \mid \frac{PR}{TS}$ geeft $\frac{3,6}{TQ} \mid \frac{3,5}{QS} \mid \frac{4,5}{2,9}$

c $\frac{3,5}{QS} \mid \frac{4,5}{2,9}$ geeft $QS = \frac{3,5 \cdot 2,9}{4,5} \approx 2,3$

$RS = QR + QS = 3,5 + 2,25 \dots \approx 5,8$

d $\frac{3,6}{TQ} \mid \frac{4,5}{2,9}$ geeft $QT = \frac{3,6 \cdot 2,9}{4,5} = 2,32$

$PT = PQ + QT = 3,6 + 2,32 \approx 5,9$

Bladzijde 82

- 9 a $\left. \begin{array}{l} \angle D = \angle E_1 \text{ (F-hoeken)} \\ \angle H = \angle G_1 \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle FDH \sim \triangle FEG$

$\frac{FD}{FE} \mid \frac{DH}{EG} \mid \frac{FH}{FG}$ geeft $\frac{3,6}{2,0} \mid \frac{2,4}{EG} \mid \frac{FH}{3,0}$

$\frac{3,6}{2,0} \mid \frac{2,4}{EG}$ geeft $EG = \frac{2,0 \cdot 2,4}{3,6} \approx 1,3$

$\frac{3,6}{2,0} \mid \frac{FH}{3,0}$ geeft $FH = \frac{3,6 \cdot 3,0}{2,0} = 5,4$

$GH = FH - FG = 5,4 - 3,0 = 2,4$

- b $\left. \begin{array}{l} \angle P = \angle S \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle Q = \angle T \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle PQR \sim \triangle STR$

$\frac{PQ}{ST} \mid \frac{QR}{TR} \mid \frac{PR}{SR}$ geeft $\frac{3,1}{ST} \mid \frac{2,9}{1,1} \mid \frac{1,1}{SR}$

$\frac{3,1}{ST} \mid \frac{2,9}{1,1}$ geeft $ST = \frac{3,1 \cdot 1,1}{2,9} \approx 1,2$

$\frac{2,9}{1,1} \mid \frac{1,1}{SR}$ geeft $SR = \frac{1,1 \cdot 1,1}{2,9} = 0,417 \dots$

$PS = PR + RS = 1,1 + 0,417 \dots \approx 1,5$

10 a $\left. \begin{array}{l} \angle E = \angle D \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle A = \angle C (= 90^\circ) \end{array} \right\} \triangle ABE \sim \triangle CBD$

b $\frac{AB}{CB} = \frac{BE}{BD} = \frac{AE}{CD}$ geeft $\frac{40}{10} = \frac{BE}{BD} = \frac{AE}{17}$

$\frac{40}{10} = \frac{AE}{17}$ geeft $AE = \frac{40 \cdot 17}{10} = 68$

Dus de breedte van het kanaal is 68 meter.

11 a $AB = x + 1,2$

b $\frac{x + 1,2}{x} = \frac{1,8}{1,2}$

c $1,8x = 1,2(x + 1,2)$

$1,8x = 1,2x + 1,44$

$0,6x = 1,44$

$x = 2,4$

d $AB = x + 1,2 = 2,4 + 1,2 = 3,6$

12 a $\left. \begin{array}{l} \angle P = \angle S \text{ (Z-hoeken)} \\ \angle Q = \angle T \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle PQR \sim \triangle STR$

b Stel $QR = x$, dan is $TR = 3,5 - x$.

$\frac{PQ}{ST} = \frac{QR}{TR}$ geeft $\frac{2,8}{1,6} = \frac{x}{3,5 - x}$

$1,6x = 2,8(3,5 - x)$

$1,6x = 9,8 - 2,8x$

$4,4x = 9,8$

$x = \frac{9,8}{4,4} \approx 2,2$, dus $QR \approx 2,2$.

c $RT = 3,5 - x = 3,5 - 2,227... \approx 1,3$

Bladzijde 83

13 a $\text{hellingsgetal} = \frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = \frac{11}{39} \approx 0,28$

b $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,62$ geeft $\frac{23}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,62$

$\text{horizontale verplaatsing} = \frac{23}{0,62} \approx 37,10$

c $\text{hellingspercentage} = 11\%$, dus $\text{hellingsgetal} = 0,11$.

$\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,11$ geeft $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{170} = 0,11$

$\text{verticale verplaatsing} = 0,11 \cdot 170 = 18,7$

14 In $\triangle ABE$ is $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,38$, dus $\frac{BE}{5,2} = 0,38$ en dit geeft $BE = 5,2 \cdot 0,38 = 1,976$.

In $\triangle DEF$ is $\frac{\text{verticale verplaatsing}}{\text{horizontale verplaatsing}} = 0,82$, dus $\frac{DF}{2,9} = 0,82$ en dit geeft $DF = 2,9 \cdot 0,82 = 2,378$.

Dus $CD = 1,976 + 2,378 = 4,354$.

15 $AC = 18 \tan(27^\circ) \approx 9,2$

16 a $\tan(\angle B) = \frac{LW}{BL}$ geeft

$\tan(16^\circ)$	LW
1	3000

$LW = 3000 \tan(16^\circ) = 860,23... \approx 860$ meter

b In $\triangle BLW$ is $\angle L = 90^\circ$, dus $BW^2 = BL^2 + LW^2$
 $BW^2 = 3000^2 + 860,23...^2 = 9\,740\,006,246...$
 $BW = \sqrt{9\,740\,006,246} \approx 3121$

Dus de afstand van Bilal tot W is 3121 meter.

17 a $\tan(\angle A) = 0,1$ geeft $\angle A \approx 5,7^\circ$

b $\tan(\angle A) = 11,1$ geeft $\angle A \approx 84,9^\circ$

c hellingspercentage = 7%, dus hellingsgetal = 0,07 geeft hellingshoek $\approx 4,0^\circ$.

d hellingspercentage = 17%, dus hellingsgetal = 0,17 geeft hellingshoek $\approx 9,6^\circ$.

e hellingshoek = $12,7^\circ$ geeft hellingsgetal = $\tan(12,7^\circ) \approx 0,225$, dus hellingspercentage $\approx 22,5\%$.

f hellingshoek = 56° geeft hellingsgetal = $\tan(56^\circ) \approx 1,483$, dus hellingspercentage $\approx 148,3\%$.

Onderzoek Vergrotingen tekenen

Bladzijde 84

1 a $\left. \begin{array}{l} PA' = 2,5 \cdot PA \\ PC' = 2,5 \cdot PC \\ \angle P \text{ (in } \triangle PAC) = \angle P \text{ (in } \triangle PA'C') \end{array} \right\} \triangle PAC \sim \triangle PA'C'$

b Uit $\triangle PAC \sim \triangle PA'C'$ volgt de verhoudingstabel

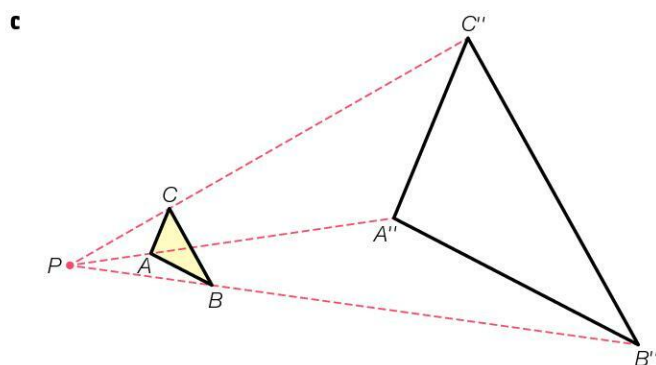
PA	AC	PC
PA'	$A'C'$	PC'

, en omdat geldt

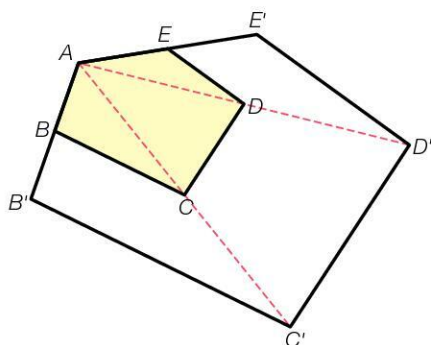
$\frac{PA'}{PA} = \frac{PC'}{PC} = 2,5$ is dus ook $\frac{A'C'}{AC} = 2,5$.

Op dezelfde manier als hiervoor kan aangetoond worden dat $\triangle PAB \sim \triangle PA'B'$ en

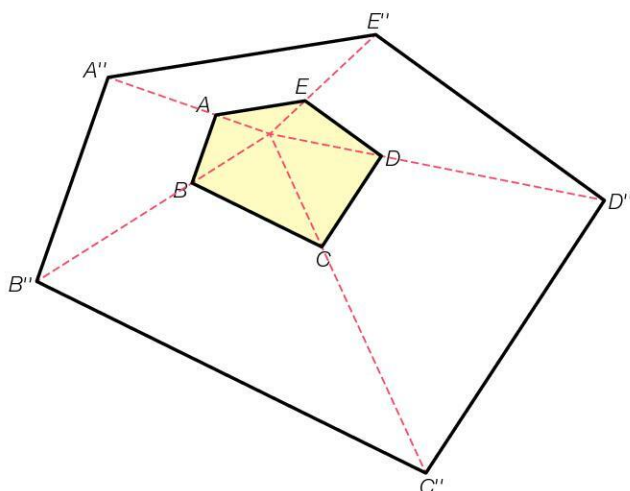
$\triangle PBC \sim \triangle PB'C'$ en dat hieruit volgt dat $\frac{A'B'}{AB} = 2,5$ en $\frac{B'C'}{BC} = 2,5$. Dus $\triangle A'B'C'$ is een vergroting van $\triangle ABC$.



2 a



b

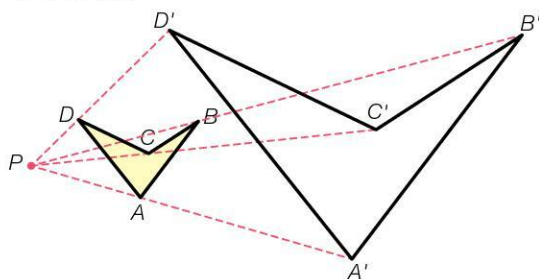


Bladzijde 85

3 Aanpak

- Teken de lijnstukken DD' en AA' en verleng deze lijnstukken zodat ze elkaar snijden. Het snijpunt P is het centrum van de vergroting.
- Bereken de vergrotingsfactor k met $k = \frac{PA'}{PA} = \frac{PD'}{PD}$, en gebruik dit om PB' en PC' te tekenen.
- Teken de vergroting $A'B'C'D'$.

Uitwerking



4 a *

- b Door in een pantograaf het volgpunt en het tekenpunt te verwisselen, kun je in plaats van een vergroting ook een verkleining tekenen.

5 a $BDEF$ is een parallellogram, dus $BF \parallel DE$ en $EF \parallel BD$. Dus

$$\left. \begin{array}{l} \angle F_1 = \angle E \text{ (F-hoeken)} \\ \angle B_1 = \angle C \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABF \sim \triangle ACE$$

- b Is punt B het volgpunt en punt C het tekenpunt, dan is de vergrotingsfactor $\frac{AC}{AB} = \frac{11,0}{3,9} \approx 2,82$.

Is punt C het volgpunt en punt B het tekenpunt, dan is de vergrotingsfactor $\frac{AB}{AC} = \frac{3,9}{11,0} \approx 0,35$.

6 *

3 Kwadratische problemen

Voorkennis Kwadratische formules en haakjes wegwerken

Bladzijde 88

- | | | | |
|----------|----------------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1 | a $3^2 = 9$ | e $20^2 = 400$ | i $14^2 = 196$ |
| | b $-8^2 = -64$ | f $(-12)^2 = 144$ | j $-25^2 = -625$ |
| | c $(-6)^2 = 36$ | g $-13^2 = -169$ | k $-(-5)^2 = -25$ |
| | d $-(-10)^2 = -100$ | h $-(-7)^2 = -49$ | l $-1^2 = -1$ |
-
- | | | |
|----------|--|--|
| 2 | a $5 \cdot 4^2 = 5 \cdot 16 = 80$ | g $5 - 3^2 = 5 - 9 = -4$ |
| | b $5 \cdot (-3)^2 = 5 \cdot 9 = 45$ | h $18 - (-5)^2 = 18 - 25 = -7$ |
| | c $5 \cdot 4^2 - 52 = 5 \cdot 16 - 52 = 80 - 52 = 28$ | i $-7^2 - 4 \cdot 7 = -49 - 28 = -77$ |
| | d $-3 \cdot 5^2 = -3 \cdot 25 = -75$ | j $6 - 4^2 = 6 - 16 = -10$ |
| | e $-3 \cdot (-4)^2 = -3 \cdot 16 = -48$ | k $6 \cdot -4^2 = 6 \cdot -16 = -96$ |
| | f $-3 \cdot 1^2 - 6 = -3 \cdot 1 - 6 = -3 - 6 = -9$ | l $(6 - 4)^2 \cdot -2 = 2^2 \cdot -2 = 4 \cdot -2 = -8$ |

Bladzijde 89

- | | | |
|----------|--|--|
| 3 | a $x = 5$ geeft $y = 5^2 + 3 = 25 + 3 = 28$ | c $x = -1$ geeft $y = (-1)^2 + 3 = 1 + 3 = 4$ |
| | b $x = -7$ geeft $y = (-7)^2 + 3 = 49 + 3 = 52$ | d $x = 0$ geeft $y = 0^2 + 3 = 0 + 3 = 3$ |
-
- | | | |
|----------|---|---|
| 4 | a $x = 8$ geeft $y = -8^2 - 8 = -64 - 8 = -72$ | c $x = -8$ geeft $y = -(-8)^2 - 8 = -64 - 8 = -72$ |
| | b $x = -1$ geeft $y = -(-1)^2 - 8 = -1 - 8 = -9$ | d $x = 2$ geeft $y = -2^2 - 8 = -4 - 8 = -12$ |
-
- | | |
|----------|---|
| 5 | a $x = 4$ geeft $y = 2 \cdot 4^2 - 18 = 2 \cdot 16 - 18 = 32 - 18 = 14$ |
| | b $x = 7$ geeft $y = 2 \cdot 7^2 - 18 = 2 \cdot 49 - 18 = 98 - 18 = 80$ |
| | c $x = -3$ geeft $y = 2 \cdot (-3)^2 - 18 = 2 \cdot 9 - 18 = 18 - 18 = 0$ |
| | d $x = 10$ geeft $y = 2 \cdot 10^2 - 18 = 2 \cdot 100 - 18 = 200 - 18 = 182$ |
-
- | | |
|----------|--|
| 6 | a $x = 6$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot 6^2 + 16 = -\frac{1}{2} \cdot 36 + 16 = -18 + 16 = -2$ |
| | b $x = -6$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot (-6)^2 + 16 = -\frac{1}{2} \cdot 36 + 16 = -18 + 16 = -2$ |
| | c $x = -1$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot (-1)^2 + 16 = -\frac{1}{2} \cdot 1 + 16 = -\frac{1}{2} + 16 = 15\frac{1}{2}$ |
| | d $x = 10$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot 10^2 + 16 = -\frac{1}{2} \cdot 100 + 16 = -50 + 16 = -34$ |
-
- | | |
|----------|---|
| 7 | a $x(x + 7) = x^2 + 7x$ |
| | b $(x + 1)(x + 7) = x^2 + 7x + x + 7 = x^2 + 8x + 7$ |
| | c $(x - 1)(x + 7) = x^2 + 7x - x - 7 = x^2 + 6x - 7$ |
| | d $7x(x + 7) = 7x^2 + 49x$ |
| | e $(x + 7)(x + 6) = x^2 + 6x + 7x + 42 = x^2 + 13x + 42$ |
| | f $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$ |
| | g $7x(x - 7) = 7x^2 - 49x$ |
| | h $(x - 7)(x - 1) = x^2 - x - 7x + 7 = x^2 - 8x + 7$ |
| | i $(x + 3)(x - 5) = x^2 - 5x + 3x - 15 = x^2 - 2x - 15$ |
-
- | | |
|----------|---|
| 8 | a $(x + 3)(x - 8) = x^2 - 8x + 3x - 24 = x^2 - 5x - 24$ |
| | b $(2x - 1)(x + 8) = 2x^2 + 16x - x - 8 = 2x^2 + 15x - 8$ |
| | c $2x(x - 8) = 2x^2 - 16x$ |
| | d $(x + 8)(x - 8) = x^2 - 64$ |
| | e $(3x - 8)(3x - 7) = 9x^2 - 21x - 24x + 56 = 9x^2 - 45x + 56$ |
| | f $(x - 3)(3x + 1) = 3x^2 + x - 9x - 3 = 3x^2 - 8x - 3$ |
| | g $(2x - 5)(x + 6) = 2x^2 + 12x - 5x - 30 = 2x^2 + 7x - 30$ |
| | h $-3x(2x - 7) = -6x^2 + 21x$ |
| | i $(7 - 2x)(x + 3) = 7x + 21 - 2x^2 - 6x = -2x^2 + x + 21$ |

3.1 Kwadratische functies

Bladzijde 90

- 1** **a** Bij 4 hoort de functiewaarde $4^2 + 3 = 16 + 3 = 19$.
Bij -4 hoort de functiewaarde $(-4)^2 + 3 = 16 + 3 = 19$.
Bij 0 hoort de functiewaarde $0^2 + 3 = 0 + 3 = 3$.
b $f(x) = x^2 + 3$
- 2** **a** De functiewaarde van 3 is $f(3) = 3 \cdot 3^2 + 8 = 3 \cdot 9 + 8 = 27 + 8 = 35$.
b $f(-8) = 3 \cdot (-8)^2 + 8 = 3 \cdot 64 + 8 = 192 + 8 = 200$
 $f(0) = 3 \cdot 0^2 + 8 = 3 \cdot 0 + 8 = 0 + 8 = 8$
 $f(1) = 3 \cdot 1^2 + 8 = 3 \cdot 1 + 8 = 3 + 8 = 11$

Bladzijde 91

- 3** **a** $f(4) = 4^2 + 3 \cdot 4 - 5 = 16 + 12 - 5 = 23$
 $f(5) = 5^2 + 3 \cdot 5 - 5 = 25 + 15 - 5 = 35$
 $f(-3) = (-3)^2 + 3 \cdot -3 - 5 = 9 - 9 - 5 = -5$
b $y = x^2 + 3x - 5$
- 4** **a** $g(-1) = -(-1)^2 + 4 \cdot -1 + 1 = -1 - 4 + 1 = -4$
 $g(6) = -6^2 + 4 \cdot 6 + 1 = -36 + 24 + 1 = -11$
 $g(-2) = -(-2)^2 + 4 \cdot -2 + 1 = -4 - 8 + 1 = -11$
b $y = -x^2 + 4x + 1$
- 5** $h(-1) = -2 \cdot (-1)^2 - 5 \cdot -1 + 3 = -2 \cdot 1 + 5 + 3 = -2 + 5 + 3 = 6$
 $h(2) = -2 \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3 = -2 \cdot 4 - 10 + 3 = -8 - 10 + 3 = -15$
 $h(-4) = -2 \cdot (-4)^2 - 5 \cdot -4 + 3 = -2 \cdot 16 + 20 + 3 = -32 + 20 + 3 = -9$
- 6** **a** $f(x) = 2x^2 + 6x - 3$
b $f(x) = -x^2 + 3x$
c $f(x) = 4x^2 + 2$
d Bij $f(x) = 5x^2 - x + 1$ is $a = 5$, $b = -1$ en $c = 1$.
e Bij $f(x) = -x^2 + 8x$ is $a = -1$, $b = 8$ en $c = 0$.
f Bij $f(x) = 3x^2 - 11$ is $a = 3$, $b = 0$ en $c = -11$.

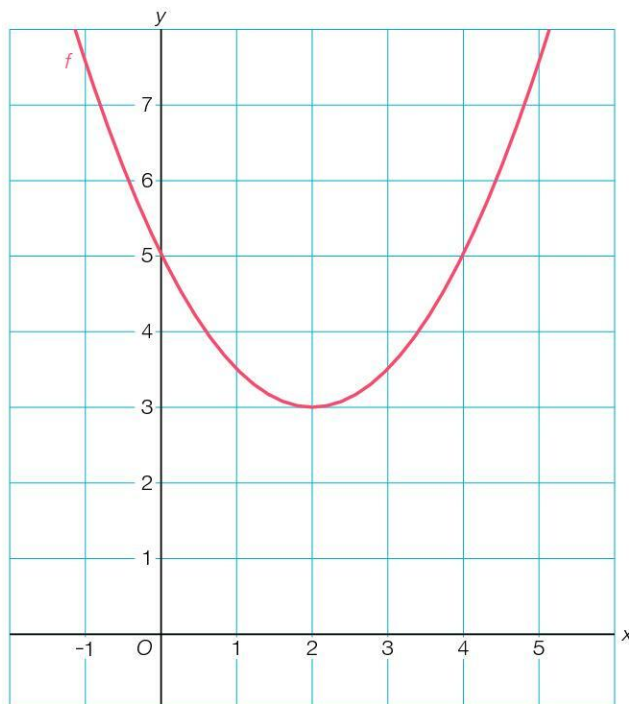
Bladzijde 92

- 7** **a** $f(1) = \frac{1}{2} \cdot 1^2 - 2 \cdot 1 + 5 = \frac{1}{2} - 2 + 5 = 3\frac{1}{2}$
 $f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 + 5 = \frac{1}{2} \cdot 9 - 6 + 5 = 4\frac{1}{2} - 6 + 5 = 3\frac{1}{2}$, dus $f(1) = f(3)$.

b

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	$7\frac{1}{2}$	5	$3\frac{1}{2}$	3	$3\frac{1}{2}$	5	$7\frac{1}{2}$

Zie de figuur hiernaast.
De top is het punt (2, 3).



- c** $f(-8) = \frac{1}{2} \cdot (-8)^2 - 2 \cdot -8 + 5 = \frac{1}{2} \cdot 64 + 16 + 5 = 32 + 16 + 5 = 53 \neq 21$,
dus $P(-8, 21)$ ligt niet op de grafiek.

- 8 a** De grafiek is een bergparabool, want $a < 0$.
b $f(1) = -1^2 + 4 \cdot 1 = -1 + 4 = 3$
 $f(3) = -3^2 + 4 \cdot 3 = -9 + 12 = 3$, dus $f(1) = f(3)$.
 $x_{\text{top}} = \frac{1+3}{2} = 2$

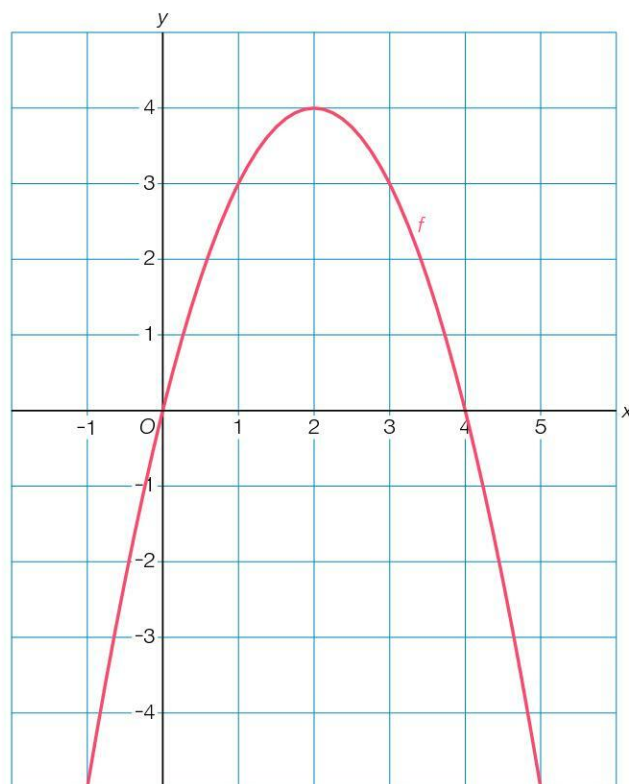
c

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	-5	0	3	4	3	0	-5

Het is vanwege de symmetrie van de grafiek verstandig om x_{top} in het midden van de tabel op te nemen. Je krijgt dan de tabel hierboven, van $x = -1$ tot $x = 5$.

Zie de figuur hiernaast.

- d** De top is het punt (2, 4).



9 a De grafiek is een dalparabool, want $a > 0$.

b $g(-4) = \frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot -4 + 1 = \frac{1}{2} \cdot 16 - 8 + 1 = 8 - 8 + 1 = 1$

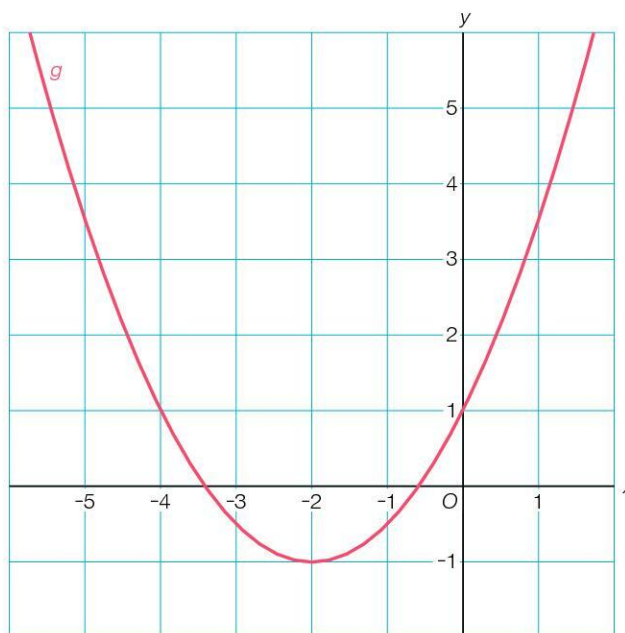
$g(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 1 = 1$, dus $g(-4) = g(0)$.

c

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$g(x)$	$3\frac{1}{2}$	1	$-\frac{1}{2}$	-1	$-\frac{1}{2}$	1	$3\frac{1}{2}$

Zie de figuur hiernaast.

De top is het punt $(-2, -1)$.



d $g(10) = \frac{1}{2} \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 + 1 = 50 + 20 + 1 = 71 \neq 31$, dus het punt $A(10, 31)$ ligt niet op de grafiek.

10 a $h(-3) = -\frac{1}{2} \cdot (-3)^2 - 3 + 4 = -\frac{1}{2} \cdot 9 + 3 + 4 = -4\frac{1}{2} + 3 + 4 = 2\frac{1}{2}$

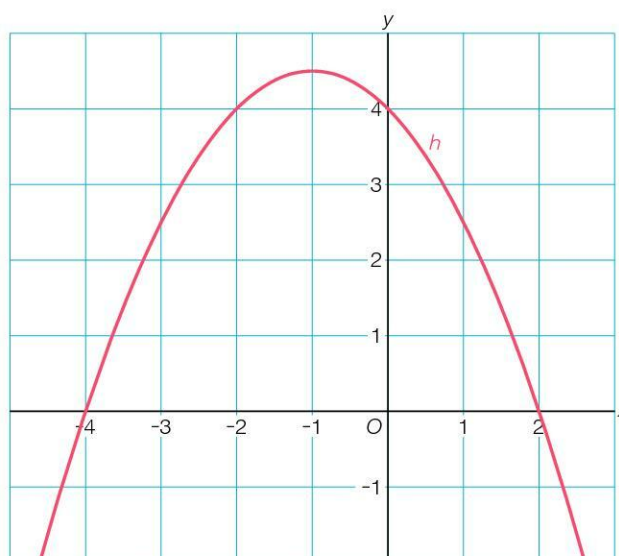
$h(1) = -\frac{1}{2} \cdot 1^2 - 1 + 4 = -\frac{1}{2} \cdot 1 - 1 + 4 = -\frac{1}{2} - 1 + 4 = 2\frac{1}{2}$, dus $h(-3) = h(1)$.

b

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2
$h(x)$	0	$2\frac{1}{2}$	4	$4\frac{1}{2}$	4	$2\frac{1}{2}$	0

Zie de figuur hiernaast.

De top is het punt $(-1, 4\frac{1}{2})$.



c $h(-10) = -\frac{1}{2} \cdot (-10)^2 - 10 + 4 = -50 + 10 + 4 = -36$, dus het punt $P(-10, -36)$ ligt op de grafiek.

Bladzijde 93

11 a $x = 4$ geeft $f(4) = -0,06 \cdot 4^2 + 0,72 \cdot 4 + 2,1 = 4,02$ meter

b $x = 2$ geeft $f(2) = -0,06 \cdot 2^2 + 0,72 \cdot 2 + 2,1 = 3,3$

$x = 10$ geeft $f(10) = -0,06 \cdot 10^2 + 0,72 \cdot 10 + 2,1 = 3,3$

Dus de hoogte van de bal bij $x = 2$ is gelijk aan die bij $x = 10$.

c $f(2) = f(10)$, dus bij $x = \frac{2+10}{2} = 6$ is de hoogte van de bal maximaal.

De hoogte is dan $f(6) = -0,06 \cdot 6^2 + 0,72 \cdot 6 + 2,1 = 4,26$ meter.

d $f(14) = -0,06 \cdot 14^2 + 0,72 \cdot 14 + 2,1 = 0,42$

Bij $x = 14$ is de bal nog boven de grond, dus de bal komt op meer dan 14 meter van Bianca op de grond.

- 12 a** $f(4) = -0,14 \cdot 4^2 + 1,4 \cdot 4 + 2 = 5,36$
 $f(6) = -0,14 \cdot 6^2 + 1,4 \cdot 6 + 2 = 5,36$, dus $f(4) = f(6)$.
- b** $f(4) = f(6)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{4+6}{2} = 5$.
 $y_{\text{top}} = f(5) = -0,14 \cdot 5^2 + 1,4 \cdot 5 + 2 = 5,5$
 Dus de maximale hoogte van de bal is 5,5 meter.
- c** $f(0) = -0,14 \cdot 0^2 + 1,4 \cdot 0 + 2 = 2$
 Dus Tom laat de bal los op 2 meter hoogte.
- d** $f(9,2) = -0,14 \cdot 9,2^2 + 1,4 \cdot 9,2 + 2 = 3,0304$
 Dus de basket hangt op een hoogte van ongeveer 3 meter.

3.2 De top van de grafiek van $f(x) = ax^2 + bx + c$

Bladzijde 94

- 13 a** $f(0) = 0^2 - 6 \cdot 0 = 0$
 $f(6) = 6^2 - 6 \cdot 6 = 36 - 36 = 0$, dus $f(0) = f(6) = 0$.
- b** Uit vraag a volgt $x_B = 6$.
- c** $f(0) = f(6)$, dus x_{top} ligt midden tussen de oorsprong en x_B .
- d** $x_{\text{top}} = \frac{0+6}{2} = 3$
 $y_{\text{top}} = f(3) = 3^2 - 6 \cdot 3 = 9 - 18 = -9$
- e** Door de grafiek van f drie omlaag te schuiven, ontstaat de grafiek van g .
- f** Door de grafiek van f vier omhoog te schuiven, ontstaat de grafiek van h .
- g** De x -coördinaat van de toppen van de grafieken van g en h is 3.

Bladzijde 95

- 14 a** $a = 1$ en $b = 4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2$.
 $y_{\text{top}} = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot (-2) + 1 = -3$
 De top is het punt $(-2, -3)$.
- b** $a = 1,2$ en $b = -8,4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-8,4}{2 \cdot 1,2} = 3,5$.
 $y_{\text{top}} = g(3,5) = 1,2 \cdot 3,5^2 - 8,4 \cdot 3,5 + 1 = -13,7$
 De top is het punt $(3,5; -13,7)$.
- c** $a = -1$ en $b = 2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot -1} = 1$.
 $y_{\text{top}} = h(1) = -1 \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 + 10 = 11$
 De top is het punt $(1, 11)$.
- 15 a** $a = -1$ en $b = -1$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-1}{2 \cdot -1} = -0,5$.
 $y_{\text{top}} = k(-0,5) = -(-0,5)^2 - 0,5 = 0,25$
 De top is het punt $(-0,5; 0,25)$.
- b** $a = 0,02$ en $b = 6$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{6}{2 \cdot 0,02} = -150$.
 $y_{\text{top}} = m(-150) = 0,02 \cdot (-150)^2 + 6 \cdot (-150) + 8 = -442$
 De top is het punt $(-150, -442)$.
- c** $a = -0,8$ en $b = 16$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{16}{2 \cdot -0,8} = 10$.
 $y_{\text{top}} = n(10) = -0,8 \cdot 10^2 + 16 \cdot 10 - 170 = -90$
 De top is het punt $(10, -90)$.
- 16 a** $x = 0$ geeft $h = -0,03 \cdot 0^2 + 0,48 \cdot 0 + 2 = 2$
 Robin raakt de bal op een hoogte van 2 meter.
- b** $a = -0,03$ en $b = 0,48$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{0,48}{2 \cdot -0,03} = 8$.
 $x_{\text{top}} = 8$ geeft $h_{\text{top}} = -0,03 \cdot 8^2 + 0,48 \cdot 8 + 2 = 3,92$
 De bal komt maximaal 3,92 meter hoog.

- c $x = 16$ geeft $h = -0,03 \cdot 16^2 + 0,48 \cdot 16 + 2 = 2$
 Op 16 meter van Robin is de bal op een hoogte van 2 meter.
 De bal komt dus meer dan 16 meter van Robin op de grond.

Bladzijde 96

- 17 a $a = -2,5$ en $b = 6$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{6}{2 \cdot -2,5} = 1,2$.
 $x_{\text{top}} = 1,2$ geeft $h_{\text{top}} = -2,5 \cdot 1,2^2 + 6 \cdot 1,2 = 3,6$
 De hoogte van de doorgang is 3,6 meter.
- b $x_{\text{top}} = 1,2$ en de parabool gaat door de oorsprong, dus de doorgang is $2 \cdot 1,2 = 2,4$ meter breed.
 Bij 35 cm links van B hoort $x = 2,4 - 0,35 = 2,05$.
 $x = 2,05$ geeft $h = -2,5 \cdot 2,05^2 + 6 \cdot 2,05 = 1,79375$
 Dus Oscar is langer dan 1,79375 meter.
- 18 a $a = -0,025$ en $b = 1$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1}{2 \cdot -0,025} = 20$.
 $x_{\text{top}} = 20$ geeft $h_{\text{top}} = -0,025 \cdot 20^2 + 20 = 10$
 De top is het punt (20, 10).
- b De maximale hoogte van de bal is 10 meter.
- c $x = 45$ geeft $h = -0,025 \cdot 45^2 + 45 = -5,625$
 Dus Wesley trapt de bal minder dan 45 meter weg.
- 19 a $x = 0$ geeft $h = -0,03 \cdot 0^2 + 1,2 \cdot 0 + 2 = 2$
 Dus Anne laat de speer los op 2 meter hoogte.
- b $a = -0,03$ en $b = 1,2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1,2}{2 \cdot -0,03} = 20$
 $x_{\text{top}} = 20$ geeft $h_{\text{top}} = -0,03 \cdot 20^2 + 1,2 \cdot 20 + 2 = 14$
 De speer komt maximaal 14 meter hoog.
- c $x = 36$ geeft $h = -0,03 \cdot 36^2 + 1,2 \cdot 36 + 2 = 6,32$
 Dus Anne werpt de speer meer dan 36 meter.
- 20 a $a = -0,1$ en $b = 1,5$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1,5}{2 \cdot -0,1} = 7,5$.
 $x_{\text{top}} = 7,5$ geeft $h_{\text{top}} = -0,1 \cdot 7,5^2 + 1,5 \cdot 7,5 - 2,025 = 3,6$
 De hoogte van de tunnel is 3,6 meter.
- b Bij 4 meter links van het midden hoort $x = 7,5 - 4 = 3,5$.
 $x = 3,5$ geeft $h = -0,1 \cdot 3,5^2 + 1,5 \cdot 3,5 - 2,025 = 2$
 Ook 4 meter rechts van het midden is $h = 2$.
 De oppervlakte van wanden is $2 \cdot 20 \cdot 2 = 80 \text{ m}^2$.
 De totale kosten zijn $80 \cdot 120 = 9600$ euro.
- 21 a $a = 1$ en $b = 4$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{4}{2 \cdot 1} = -2$.
- b $x_{\text{top}} = -2$ geeft $y_{\text{top}} = f(-2) = (-2)^2 + 4 \cdot -2 + p = -4 + p$
 $y_{\text{top}} = 12$ geeft $-4 + p = 12$
 $p = 12 + 4$
 $p = 16$
- 22 a $a = -2$ en $b = -6$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-6}{2 \cdot -2} = -1,5$.
 $x_{\text{top}} = -1,5$ geeft $y_{\text{top}} = g(-1,5) = -2 \cdot (-1,5)^2 - 6 \cdot -1,5 + p = 4,5 + p$
 $y_{\text{top}} = -8$ geeft $4,5 + p = -8$
 $p = -8 - 4,5$
 $p = -12,5$

- b** De grafiek van h gaat door $A(2, -6)$, dus
 $h(2) = -6$ geeft $2 \cdot 2^2 + 2p + 10 = -6$
 $2 \cdot 4 + 2p + 10 = -6$
 $8 + 2p + 10 = -6$
 $2p = -6 - 8 - 10$
 $2p = -24$
 $p = -12$
 $p = -12$ geeft $h(x) = 2x^2 - 12x + 10$, dus $a = 2$ en $b = -12$.
 $x_{\text{top}} = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3$
 $x_{\text{top}} = 3$ geeft $y_{\text{top}} = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 10 = -8$
Dus de top van de grafiek van h is het punt $(3, -8)$.

3.3 Kwadratische vergelijkingen

Bladzijde 97

- 23** **a** $x^2 + 4x = x(x + 4)$
b $x^2 - 3x = x(x - 3)$
c $x^2 - x = x(x - 1)$
d $3x^2 + 6x = 3x(x + 2)$
- 24** **a** $x^2 + 8x + 15 = (x + 3)(x + 5)$
b $x^2 + 16x + 15 = (x + 1)(x + 15)$
c $x^2 - 16x + 15 = (x - 1)(x - 15)$

Bladzijde 98

- 25** **a** $x^2 - 4x - 12 = (x + 2)(x - 6)$
b $x^2 - 4x = x(x - 4)$
c $x^2 + x - 2 = (x - 1)(x + 2)$
d $x^2 - 21x + 20 = (x - 1)(x - 20)$
e $9x^2 + 15x = 3x(3x + 5)$
f $x^2 - 6x - 16 = (x + 2)(x - 8)$
- 26** **a** $x^2 + 7x = x(x + 7)$
b $x^2 + x = x(x + 1)$
c $5x^2 - 2x = x(5x - 2)$
d $8x^2 + 16x = 8x(x + 2)$
e $x^2 - 0,3x = x(x - 0,3)$
f $3x^2 + 27x = 3x(x + 9)$

- 27** **a**
- | product 18 | | som |
|------------|-----|-----|
| 1 | 18 | 19 |
| -1 | -18 | -19 |
| 2 | 9 | 11 |
| -2 | -9 | -11 |
| 3 | 6 | 9 |
| -3 | -6 | -9 |
- b** $x^2 + 19x + 18 = (x + 1)(x + 18)$
c $x^2 + 9x + 18 = (x + 3)(x + 6)$
d $x^2 + 11x + 18 = (x + 2)(x + 9)$
e $x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$

- | product -18 | | som |
|-------------|-----|-----|
| 1 | -18 | -17 |
| -1 | 18 | 17 |
| 2 | -9 | -7 |
| -2 | 9 | 7 |
| 3 | -6 | -3 |
| -3 | 6 | 3 |
- f** $x^2 - 17x - 18 = (x + 1)(x - 18)$
g $x^2 + 7x - 18 = (x - 2)(x + 9)$
h $x^2 - 3x - 18 = (x + 3)(x - 6)$
i $x^2 - 18x = x(x - 18)$

- 28** **a**
- | product 6 | | som |
|-----------|----|-----|
| 1 | 6 | 7 |
| -1 | -6 | -7 |
| 2 | 3 | 5 |
| -2 | -3 | -5 |
- b** $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3)$
c $x^2 + 7x + 6 = (x + 1)(x + 6)$
d $x^2 + 5x - 6 = (x - 1)(x + 6)$
e $x^2 - 5x + 6 = (x - 2)(x - 3)$

- | product -6 | | som |
|------------|----|-----|
| 1 | -6 | -5 |
| -1 | 6 | 5 |
| 2 | -3 | -1 |
| -2 | 3 | 1 |
- f** $x^2 - 5x = x(x - 5)$
g $x^2 - x - 6 = (x + 2)(x - 3)$
h $x^2 - 7x + 6 = (x - 1)(x - 6)$

29 **a** $x^2 + 7x + 10 = (x + 2)(x + 5)$
b $3x^2 + 11x = x(3x + 11)$
c $x^2 - 9x + 14 = (x - 2)(x - 7)$

d $x^2 + 3x - 18 = (x - 3)(x + 6)$
e $18x^2 - 8x = 2x(9x - 4)$
f $x^2 - x - 30 = (x + 5)(x - 6)$

Bladzijde 99

30 **a** $x(x + 3) = 4x + 90$
 $x^2 + 3x = 4x + 90$
 $x^2 - x - 90 = 0$
 $(x + 9)(x - 10) = 0$
 $x + 9 = 0 \vee x - 10 = 0$
 $x = -9 \vee x = 10$

b $q(q + 4) - 5q = q + 3$
 $q^2 + 4q - 5q = q + 3$
 $q^2 + 4q - 5q - q - 3 = 0$
 $q^2 - 2q - 3 = 0$
 $(q + 1)(q - 3) = 0$
 $q + 1 = 0 \vee q - 3 = 0$
 $q = -1 \vee q = 3$

c $(a + 5)(a - 3) = 5a + 3$
 $a^2 - 3a + 5a - 15 = 5a + 3$
 $a^2 - 3a + 5a - 15 - 5a - 3 = 0$
 $a^2 - 3a - 18 = 0$
 $(a + 3)(a - 6) = 0$
 $a + 3 = 0 \vee a - 6 = 0$
 $a = -3 \vee a = 6$

31 **a** $x^2 - 7x + 10 = 0$
 $(x - 2)(x - 5) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 2 \vee x = 5$
b $5x^2 - 20x = 0$
 $5x(x - 4) = 0$
 $5x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
c $a^2 - 8a - 20 = 0$
 $(a + 2)(a - 10) = 0$
 $a + 2 = 0 \vee a - 10 = 0$
 $a = -2 \vee a = 10$

d $p^2 + p - 20 = 0$
 $(p - 4)(p + 5) = 0$
 $p - 4 = 0 \vee p + 5 = 0$
 $p = 4 \vee p = -5$
e $(x + 1)(x - 3) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$
f $x^2 + 5 = 6x$
 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 1 \vee x = 5$

g $x^2 = -7x + 8$
 $x^2 + 7x - 8 = 0$
 $(x - 1)(x + 8) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 8 = 0$
 $x = 1 \vee x = -8$
h $2x^2 = 7x$
 $2x^2 - 7x = 0$
 $x(2x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee 2x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee 2x = 7$
 $x = 0 \vee x = 3\frac{1}{2}$
i $a^2 - 0,1a = 0,2a$
 $a^2 - 0,3a = 0$
 $a(a - 0,3) = 0$
 $a = 0 \vee a - 0,3 = 0$
 $a = 0 \vee a = 0,3$

32 **a** $x^2 = 4x - 4$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x - 2)(x - 2) = 0$
 $x - 2 = 0$
 $x = 2$
b $(2x - 6)(x + 5) = 0$
 $2x - 6 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $2x = 6 \vee x = -5$
 $x = 3 \vee x = -5$

c $n^2 - 7n - 18 = 0$
 $(n + 2)(n - 9) = 0$
 $n + 2 = 0 \vee n - 9 = 0$
 $n = -2 \vee n = 9$
d $k^2 - 16k = 36$
 $k^2 - 16k - 36 = 0$
 $(k + 2)(k - 18) = 0$
 $k + 2 = 0 \vee k - 18 = 0$
 $k = -2 \vee k = 18$

e $-x^2 = 12x$
 $-x^2 - 12x = 0$
 $-x(x + 12) = 0$
 $-x = 0 \vee x + 12 = 0$
 $x = 0 \vee x = -12$
f $a^2 - 3 = 5a - 7$
 $a^2 - 3 - 5a + 7 = 0$
 $a^2 - 5a + 4 = 0$
 $(a - 1)(a - 4) = 0$
 $a - 1 = 0 \vee a - 4 = 0$
 $a = 1 \vee a = 4$

33 **a** $x(x + 4) = 12$
 $x^2 + 4x = 12$
 $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x - 2)(x + 6) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$
b Omdat je gelijk kunt toepassen: uit $A \cdot B = 0$ volgt $A = 0 \vee B = 0$.

Bladzijde 100

34 a $x(x+3) = 10$
 $x^2 + 3x = 10$
 $x^2 + 3x - 10 = 0$
 $(x-2)(x+5) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+5 = 0$
 $x = 2 \vee x = -5$

b $a(a-1) = 4a$
 $a^2 - a = 4a$
 $a^2 - 5a = 0$
 $a(a-5) = 0$
 $a = 0 \vee a-5 = 0$
 $a = 0 \vee a = 5$

c $x(x+3) = 2x+6$
 $x^2 + 3x = 2x+6$
 $x^2 + 3x - 2x - 6 = 0$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x-2)(x+3) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+3 = 0$
 $x = 2 \vee x = -3$

d $x(x+4) = -4$
 $x^2 + 4x = -4$
 $x^2 + 4x + 4 = 0$
 $(x+2)(x+2) = 0$
 $x+2 = 0$
 $x = -2$

e $p^2 = 3(p+6)$
 $p^2 = 3p+18$
 $p^2 - 3p - 18 = 0$
 $(p+3)(p-6) = 0$
 $p+3 = 0 \vee p-6 = 0$
 $p = -3 \vee p = 6$

f $(q-7)(q+3) = 24$
 $q^2 + 3q - 7q - 21 = 24$
 $q^2 + 3q - 7q - 21 - 24 = 0$
 $q^2 - 4q - 45 = 0$
 $(q+5)(q-9) = 0$
 $q+5 = 0 \vee q-9 = 0$
 $q = -5 \vee q = 9$

35 a $x(x+1) = 2x+2$
 $x^2 + x = 2x+2$
 $x^2 + x - 2x - 2 = 0$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x+1)(x-2) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-2 = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$

b $(x-1)(x+2) = 10$
 $x^2 + 2x - x - 2 = 10$
 $x^2 + 2x - x - 2 - 10 = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x-3)(x+4) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = 3 \vee x = -4$

c $(x+3)^2 = 2x+9$
 $x^2 + 6x + 9 = 2x+9$
 $x^2 + 6x + 9 - 2x - 9 = 0$
 $x^2 + 4x = 0$
 $x(x+4) = 0$
 $x = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = 0 \vee x = -4$

d $(3x-1)(2x+6) = 0$
 $3x-1 = 0 \vee 2x+6 = 0$
 $3x = 1 \vee 2x = -6$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = -3$

e $(3p-1)(2p+6) = -6$
 $6p^2 + 18p - 2p - 6 = -6$
 $6p^2 + 18p - 2p - 6 + 6 = 0$
 $6p^2 + 16p = 0$
 $2p(3p+8) = 0$
 $2p = 0 \vee 3p+8 = 0$
 $p = 0 \vee 3p = -8$
 $p = 0 \vee p = -\frac{8}{3}$

f $(t+1)(t-8) = 22$
 $t^2 - 8t + t - 8 = 22$
 $t^2 - 8t + t - 8 - 22 = 0$
 $t^2 - 7t - 30 = 0$
 $(t+3)(t-10) = 0$
 $t+3 = 0 \vee t-10 = 0$
 $t = -3 \vee t = 10$

36 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $x^2 + (x-7)^2 = (x+2)^2$
 $x^2 + x^2 - 14x + 49 = x^2 + 4x + 4$
 $x^2 + x^2 - 14x + 49 - x^2 - 4x - 4 = 0$
 $x^2 - 18x + 45 = 0$
 $(x-3)(x-15) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x-15 = 0$
 $x = 3 \vee x = 15$

$x = 3$ kan niet, dus $x = 15$.

Bladzijde 101

37 a $4x^2 + 8x - 12 = 0$
 $x^2 + 2x - 3 = 0$
 $(x-1)(x+3) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+3 = 0$
 $x = 1 \vee x = -3$

b $\frac{1}{2}x^2 + 8 = 5x$
 $\frac{1}{2}x^2 - 5x + 8 = 0$
 $x^2 - 10x + 16 = 0$
 $(x-2)(x-8) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x-8 = 0$
 $x = 2 \vee x = 8$

c $-a^2 + 3a + 10 = 0$
 $a^2 - 3a - 10 = 0$
 $(a+2)(a-5) = 0$
 $a+2 = 0 \vee a-5 = 0$
 $a = -2 \vee a = 5$

d $-0,5x^2 + 0,5x + 6 = 0$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x+3)(x-4) = 0$
 $x+3 = 0 \vee x-4 = 0$
 $x = -3 \vee x = 4$

38 a $100k^2 - 4900k = 5000$
 $100k^2 - 4900k - 5000 = 0$
 $k^2 - 49k - 50 = 0$
 $(k+1)(k-50) = 0$
 $k+1 = 0 \vee k-50 = 0$
 $k = -1 \vee k = 50$

b $(x-2)(2x-5) = x+2$
 $2x^2 - 5x - 4x + 10 = x+2$
 $2x^2 - 5x - 4x + 10 - x - 2 = 0$
 $2x^2 - 10x + 8 = 0$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$

$(x-1)(x-4) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-4 = 0$
 $x = 1 \vee x = 4$
c $(x-5)^2 = 4 - 2(3-x)$
 $x^2 - 10x + 25 = 4 - 6 + 2x$
 $x^2 - 10x + 25 - 4 + 6 - 2x = 0$
 $x^2 - 12x + 27 = 0$
 $(x-3)(x-9) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x-9 = 0$
 $x = 3 \vee x = 9$

d $(2x-1)(2x+5) = 0$
 $2x-1 = 0 \vee 2x+5 = 0$
 $2x = 1 \vee 2x = -5$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -\frac{5}{2}$

e $(3x+1)(x-6) = 3x^2$
 $3x^2 - 18x + x - 6 = 3x^2$
 $3x^2 - 18x + x - 6 - 3x^2 = 0$
 $-17x - 6 = 0$
 $-17x = 6$

$x = -\frac{6}{17}$
f $-\frac{1}{3}x^2 = x-6$
 $-\frac{1}{3}x^2 - x + 6 = 0$
 $x^2 + 3x - 18 = 0$
 $(x-3)(x+6) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 3 \vee x = -6$

39 a Van een punt op de x -as is de y -coördinaat 0.
 Van een punt op de y -as is de x -coördinaat 0.

b $f(0) = 0^2 + 2 \cdot 0 - 8 = 0 + 0 - 8 = -8$

Het snijpunt van de grafiek met de y -as is $(0, -8)$.

c $f(2) = 2^2 + 2 \cdot 2 - 8 = 4 + 4 - 8 = 0$

Je weet de coördinaten van het punt B , dus $B(2, 0)$.

d $f(-4) = (-4)^2 + 2 \cdot -4 - 8 = 16 - 8 - 8 = 0$

Dus $A(-4, 0)$.

Je weet nu de coördinaten van de snijpunten A en B van de grafiek van f met de x -as.

e Om de x -coördinaten van de punten A en B te berekenen, los je de vergelijking $x^2 + 2x - 8 = 0$ op.

Bladzijde 102

40 a $f(x) = 0$ geeft $x^2 + 5x - 6 = 0$
 $(x-1)(x+6) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x+6 = 0$
 $x = 1 \vee x = -6$

Dus de snijpunten met de x -as zijn $(1, 0)$ en $(-6, 0)$.

b $f(0) = 0 + 0 - 6 = -6$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -6)$.

41 $f(0) = 0 + 0 - 20 = -20$, dus $C(0, -20)$.

$f(x) = 0$ geeft $x^2 + 8x - 20 = 0$

$(x-2)(x+10) = 0$

$x-2 = 0 \vee x+10 = 0$

$x = 2 \vee x = -10$

Dus $A(-10, 0)$ en $B(2, 0)$.

42 a $f(0) = 0 - 0 + 12 = 12$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, 12)$.

$f(x) = 0$ geeft $-x^2 - x + 12 = 0$

$x^2 + x - 12 = 0$

$(x-3)(x+4) = 0$

$x-3 = 0 \vee x+4 = 0$

$x = 3 \vee x = -4$

Dus de snijpunten met de x -as zijn $(3, 0)$ en $(-4, 0)$.

- b** $g(0) = 0 + 0 + 1 = 1$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, 1)$.

$$\begin{aligned}g(x) = 0 \text{ geeft } -\frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{3}x + 1 &= 0 \\x^2 - 2x - 3 &= 0 \\(x + 1)(x - 3) &= 0 \\x + 1 = 0 \vee x - 3 &= 0 \\x = -1 \vee x = 3\end{aligned}$$

Dus de snijpunten met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(3, 0)$.

43 a $h = 0$ geeft $-0,125x^2 + 2x - 6 = 0$

$$\begin{aligned}x^2 - 16x + 48 &= 0 \\(x - 4)(x - 12) &= 0 \\x - 4 = 0 \vee x - 12 &= 0 \\x = 4 \vee x = 12\end{aligned}$$

Dus $A(4, 0)$ en $B(12, 0)$. De afstand tussen de punten A en B is $12 - 4 = 8$ meter.

- b** Het hoogste punt is bij $x = \frac{4 + 12}{2} = 8$.

Het midden van de boot ligt bij $x = 8$ en de zijanten van de boot liggen bij $x = 8 - 2 = 6$ en bij $x = 8 + 2 = 10$.

$$x = 6 \text{ geeft } y = -0,125 \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 - 6 = 1,5$$

De hoogte van de brug bij $x = 6$ en bij $x = 10$ is 1,5 meter.

De boot steekt 1,4 meter boven het wateroppervlak uit, dus de boot kan onder de brug door varen.

3.4 De functie $f(x) = a(x - d)(x - e)$

Bladzijde 103

44 a $(x - 5)(x + 7) = x^2 + 7x - 5x - 35 = x^2 + 2x - 35$

- b** Uit vraag a volgt $f(x) = x^2 + 2x - 35$,
dus $a = 1$, $b = 2$ en $c = -35$.

45 a $a = 2$, $d = -3$ en $e = 6$

b $f(x) = 2(x + 3)(x - 6) = 2(x^2 - 6x + 3x - 18) = 2(x^2 - 3x - 18) = 2x^2 - 6x - 36$,
dus $a = 2$, $b = -6$ en $c = -36$.

46 a $a = -\frac{1}{2}$, $d = -2$ en $e = -6$

b $g(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)(x + 6) = -\frac{1}{2}(x^2 + 6x + 2x + 12) = -\frac{1}{2}(x^2 + 8x + 12) = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 6$,
dus $a = -\frac{1}{2}$, $b = -4$ en $c = -6$.

Bladzijde 104

47 a $a = 3$, $d = 0$ en $e = 5$

b $h(x) = 3x(x - 5) = 3x^2 - 15x$,
dus $a = 3$, $b = -15$ en $c = 0$.

48 a Voor $x = 1$ wordt de factor $x - 1$ gelijk aan nul. Je krijgt $f(1) = \frac{1}{2}(1 - 1)(1 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 0 \cdot -4 = 0$.

b Voor $x = 5$ is de functiewaarde van f ook gelijk aan nul, want $f(5) = \frac{1}{2}(5 - 1)(5 - 5) = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 0 = 0$.

c $A(1, 0)$ en $B(5, 0)$

- 49 **a** (8, 0) en (20, 0) **c** (0, 0) en (100, 0)
b (-7, 0) en (-15, 0) **d** (40, 0) en (-80, 0)

- 50 **a** De snijpunten met de x -as zijn (4, 0) en (8, 0).
 $f(0) = \frac{1}{2}(0-4)(0-8) = \frac{1}{2} \cdot -4 \cdot -8 = 16$, dus het snijpunt met de y -as is (0, 16).

$$x_{\text{top}} = \frac{4+8}{2} = 6$$

$$y_{\text{top}} = f(6) = \frac{1}{2}(6-4)(6-8) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot -2 = -2$$

Dus de top is het punt (6, -2).

- b** De snijpunten met de x -as zijn (-7, 0) en (1, 0).
 $g(0) = -5(0+7)(0-1) = -5 \cdot 7 \cdot -1 = 35$, dus het snijpunt met de y -as is (0, 35).

$$x_{\text{top}} = \frac{-7+1}{2} = -3$$

$$y_{\text{top}} = g(-3) = -5(-3+7)(-3-1) = -5 \cdot 4 \cdot -4 = 80$$

Dus de top is het punt (-3, 80).

- c** De snijpunten met de x -as zijn (0, 0) en (-12, 0).
 $h(0) = 8 \cdot 0 \cdot (0+12) = 0$, dus het snijpunt met de y -as is (0, 0).

$$x_{\text{top}} = \frac{0+(-12)}{2} = -6$$

$$y_{\text{top}} = h(-6) = 8 \cdot -6 \cdot (-6+12) = 8 \cdot -6 \cdot 6 = -288$$

Dus de top is het punt (-6, -288).

- d** De snijpunten met de x -as zijn (-12, 0) en (-20, 0).
 $k(0) = -(0+12)(0+20) = -1 \cdot 12 \cdot 20 = -240$, dus het snijpunt met de y -as is (0, -240).

$$x_{\text{top}} = \frac{-12+(-20)}{2} = -16$$

$$y_{\text{top}} = k(-16) = -(-16+12)(-16+20) = -1 \cdot -4 \cdot 4 = 16$$

Dus de top is het punt (-16, 16).

- 51 **a** De snijpunten met de x -as zijn $A(-3, 0)$ en $B(6, 0)$.

$$f(0) = -\frac{1}{3}(0+3)(0-6) = -\frac{1}{3} \cdot 3 \cdot -6 = 6$$
, dus $C(0, 6)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3+6}{2} = 1\frac{1}{2}$$

$$y_{\text{top}} = f(1\frac{1}{2}) = -\frac{1}{3}(1\frac{1}{2}+3)(1\frac{1}{2}-6) = -\frac{1}{3} \cdot 4\frac{1}{2} \cdot -4\frac{1}{2} = 6\frac{3}{4}$$

Dus $T(1\frac{1}{2}, 6\frac{3}{4})$.

- b** $x_D = 5$ geeft $y_D = f(5) = -\frac{1}{3}(5+3)(5-6) = -\frac{1}{3} \cdot 8 \cdot -1 = \frac{8}{3} = 2\frac{2}{3}$

- c** $f(x) = -\frac{1}{3}(x+3)(x-6) = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x + 3x - 18) = -\frac{1}{3}(x^2 - 3x - 18) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$,
dus $f(x) = -\frac{1}{3}x^2 + x + 6$.

- 52 **a** De snijpunten met de x -as zijn (0, 0) en (40, 0), dus de bal komt 40 meter van Annet op de grond.

- b** $x_{\text{top}} = \frac{0+40}{2} = 20$ geeft $h_{\text{top}} = -0,02 \cdot 20 \cdot (20-40) = 8$.

Dus de bal komt maximaal 8 meter hoog.

- 53 Bij de vorm $f(x) = a(x-d)(x-e)$ zijn $(d, 0)$ en $(e, 0)$ de snijpunten met de x -as. Grafieken van kwadratische functies die helemaal onder of helemaal boven de x -as liggen, hebben echter geen snijpunten met de x -as, en zijn dus ook niet in de vorm $f(x) = a(x-d)(x-e)$ te schrijven.

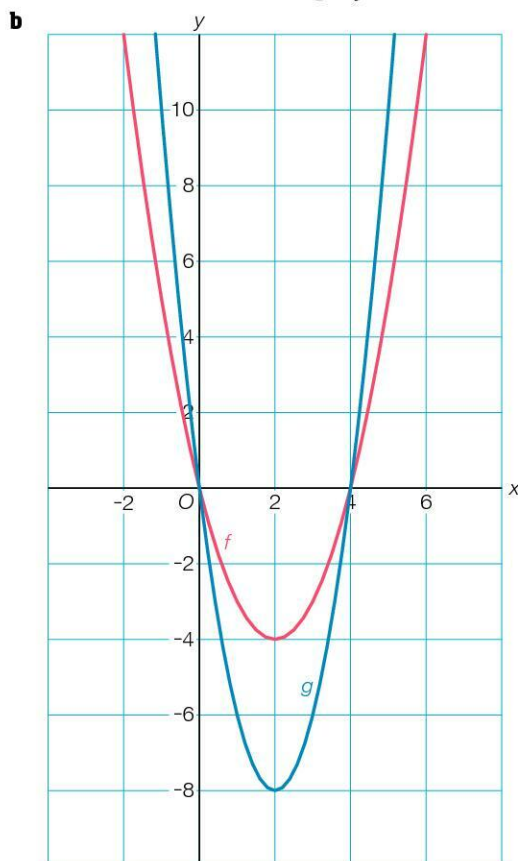
3.5 Grafieken veranderen

Bladzijde 106

54 a

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	5	0	-3	-4	-3	0	5
$g(x)$	10	0	-6	-8	-6	0	10

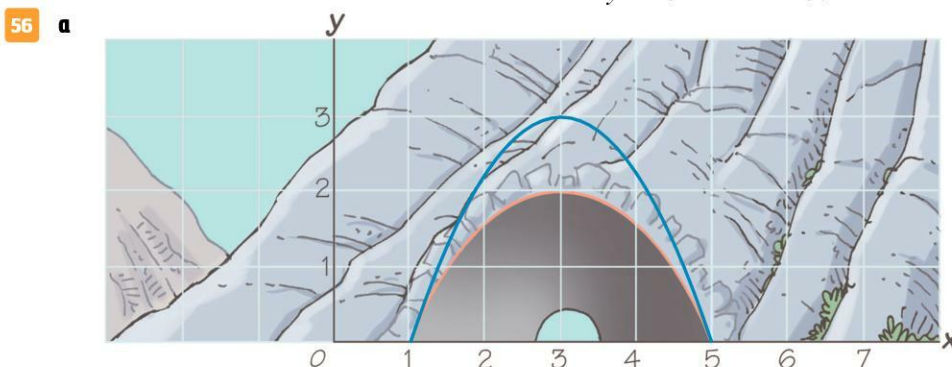
De functiewaarden van g zijn steeds twee keer zo groot als de functiewaarden van f .



- c** De grafieken van f en g hebben dezelfde snijpunten met de x -as.
De afstand van de top van de grafiek van g tot de x -as is twee keer zo groot als de afstand van de top van de grafiek van f tot de x -as.

Bladzijde 107

- 55 a** $y = \frac{1}{2}x^2 - 3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met 6}} y = 6(\frac{1}{2}x^2 - 3)$, dus $y = 3x^2 - 18$
- b** $y = 2x^2 - 5x + 7 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met -1}} y = -(2x^2 - 5x + 7)$, dus $y = -2x^2 + 5x - 7$
- c** $y = -3(x+2)(x+5) \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met 2}} y = -6(x+2)(x+5)$
 $y = -6(x^2 + 5x + 2x + 10)$
 $y = -6(x^2 + 7x + 10)$
 $y = -6x^2 - 42x - 60$



$$y = -0,5x^2 + 3x - 2,5 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met 1,5}} y = 1,5(-0,5x^2 + 3x - 2,5), \text{ dus } y = -0,75x^2 + 4,5x - 3,75$$

- b** $x_{\text{top}} = -\frac{4,5}{2 \cdot -0,75} = 3$ geeft $y_{\text{top}} = -0,75 \cdot 3^2 + 4,5 \cdot 3 - 3,75 = 3$, dus de maximale hoogte van de nieuwe tunnel is 3 meter.

Bij het midden van de bestelauto is $x = 3$, dus bij de zijkanten horen $x = 2$ en $x = 4$.

$$x = 2 \text{ geeft } y = -0,75 \cdot 2^2 + 4,5 \cdot 2 - 3,75 = 2,25.$$

De hoogte van de bestelauto is 2,4 meter, dus de bestelauto kan niet door de nieuwe tunnel.

- 57** Stel $k: y = ax + b$.

Door $(0, 2)$, dus $b = 2$.

Van $(0, 2)$ naar $(2, 0)$ is $2 - 0 = 2$ naar rechts en $0 - 2 = -2$ omhoog, dus $a = \frac{-2}{2} = -1$.

Dus $k: y = -x + 2$.

$$y = -x + 2 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met 5}} y = 5(-x + 2), \text{ dus } l: y = -5x + 10$$

- 58** **a** Als je de parabool $y = x^2$ twee omhoog schuift valt deze precies op de parabool $y = x^2 + 2$.
b Als je de parabool $y = x^2$ één omlaag schuift valt deze samen met de parabool $y = x^2 - 1$.

Bladzijde 108

- 59** **a** parabool $a: y = x^2 + 1$
 parabool $b: y = x^2 - 1$
 parabool $c: y = x^2 - 2$
b parabool $d: y = -0,2x^2 + 2$
 parabool $e: y = -0,2x^2 + 1$
 parabool $f: y = -0,2x^2 - 2$

- 60** **a** $y = -2x^2 + 6$

b $y = \frac{1}{3}x^2 - 4$

61 **a**

x	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	0	1	4	9	16	25

x	2	3	4	5	6	7
$g(x)$	0	1	4	9	16	25

Er geldt $f(x) = g(x + 2)$.

b $g(18) = 256$, dus voor $x = 18$.

c $g(27) = 625$, dus voor $x = 27$.

Bladzijde 110

- 62** **a** $y = 0,8x^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = 0,8(x - 3)^2 + 2$, dus $g(x) = 0,8(x - 3)^2 + 2$.

b $y = -\frac{1}{4}x^2 + 3 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -\frac{1}{4}(x + 5)^2 + 3 - 3$,
 dus $k(x) = -\frac{1}{4}(x + 5)^2$.

- 63** **a** $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -x^2 + 2 - 3$, dus $y = -x^2 - 1$.

b $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{4 \text{ naar rechts}} y = -(x - 4)^2 + 2$

c $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{7 \text{ naar links}} y = -(x + 7)^2 + 2 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = -(x + 7)^2 + 2 + 4$, dus $y = -(x + 7)^2 + 6$.

d $y = -x^2 + 2 \xrightarrow{2 \text{ naar links}} y = -(x + 2)^2 + 2 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -(x + 2)^2 + 2 - 3$, dus $y = -(x + 2)^2 - 1$.

- 64** **a** Door de grafiek van $f(x) = x^2$ twee naar rechts en vijf omhoog te schuiven krijg je de grafiek van $g(x) = (x - 2)^2 + 5$.

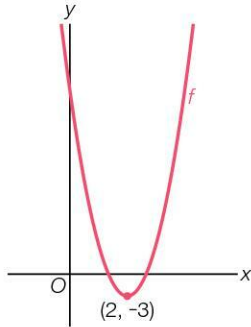
- b** Door de grafiek van $h(x) = -2x^2$ één naar links en vier omlaag te schuiven krijg je de grafiek van $k(x) = -2(x + 1)^2 - 4$.

- 65 a** Door de grafiek van $m(x) = 6(x+1)^2 + 3$ vier naar rechts en vier omlaag te schuiven krijg je de grafiek van $n(x) = 6(x-3)^2 - 1$.
- b** De grafiek van p ontstaat uit de grafiek van q door een verschuiving van 11 omlaag en 7 naar rechts.
- $$y = -2(x+3)^2 - 8 \xrightarrow{11 \text{ omlaag}} y = -2(x+3)^2 - 8 - 11 \xrightarrow{7 \text{ naar rechts}} y = -2(x-7+3)^2 - 19,$$
- dus $p(x) = -2(x-4)^2 - 19$.

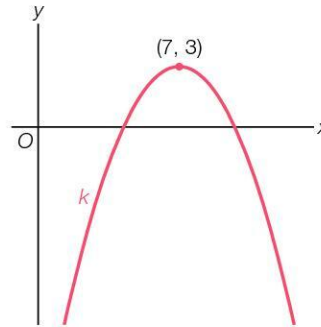
- 66 a** Door de grafiek van $f(x) = 0,5x^2$ drie omlaag te verschuiven, ontstaat de grafiek van $g(x) = 0,5x^2 - 3$. De top van de grafiek van g is het punt $(0, -3)$.
- b** De top van de grafiek van $h(x) = 0,5x^2 + 5$ is het punt $(0, 5)$.

Bladzijde 111

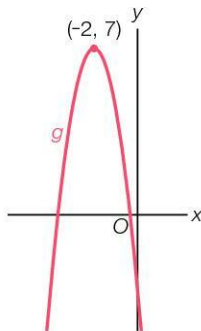
- 67 a** $a = 7$, dus dalparabool.
De top is het punt $(2, -3)$.



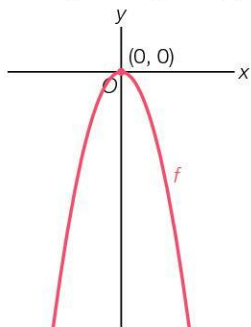
- c** $a = -2$, dus bergparabool.
De top is het punt $(7, 3)$.



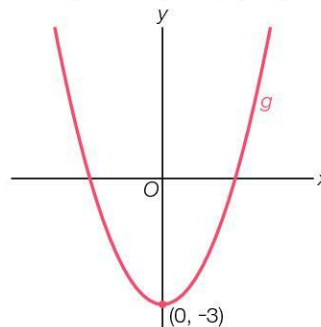
- b** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-2, 7)$.



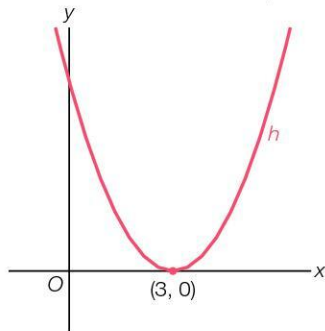
- 68 a** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, 0)$.



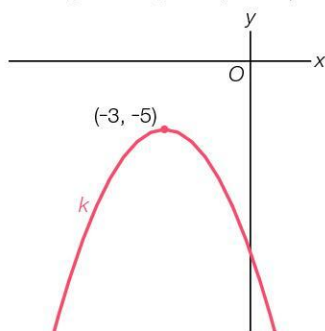
- b** $a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(0, -3)$.



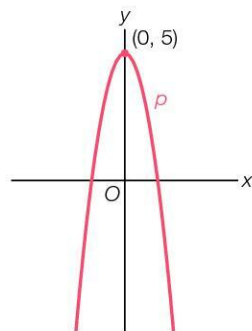
- c** $a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(3, 0)$.



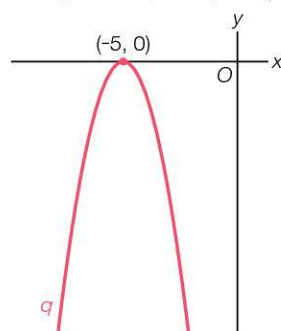
- d** $a = -1$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-3, -5)$.



- e** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, 5)$.



- f** $a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-5, 0)$.



- 69 a** De top van de parabool is het punt $(640, 70)$, dus het wegdek bevindt zich 70 meter boven het wateroppervlak.
De linker pijler bevindt zich bij $x = 0$, dus de bijbehorende hoogte is
 $h = 0,00039(0 - 640)^2 + 70 = 229,744$ meter.
De pijlers steken dus $229,744 - 70 \approx 160$ meter boven het wegdek uit.
b De afstand van de eerste pijler tot het laagste punt van de draagkabel is 640 meter, dus de afstand tussen de twee pijlers is $2 \cdot 640 = 1280$ meter.

70 $a = -2$ en $b = -20$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-20}{2 \cdot -2} = -5$.

$x_{\text{top}} = -5$ geeft $y_{\text{top}} = f(-5) = -2 \cdot (-5)^2 - 20 \cdot -5 + 48 = 98$

De top van de grafiek van f is het punt $(-5, 98)$, dus $p = -5$ en $q = 98$.

Alternatieve uitwerking

$$f(x) = -2(x - p)^2 + q$$

$$f(x) = -2(x^2 - 2px + p^2) + q$$

$$f(x) = -2x^2 + 4px - 2p^2 + q$$

Hieruit volgt dat $4p = -20$ oftewel $p = -5$.

Verder is $-2p^2 + q = 48$ oftewel $-2 \cdot (-5)^2 + q = 48$

$$-2 \cdot 25 + q = 48$$

$$-50 + q = 48$$

$$q = 98$$

Gemengde opgaven

Bladzijde 112

1 a $a = -\frac{1}{2}$ en $b = -2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-2}{2 \cdot -\frac{1}{2}} = -2$.

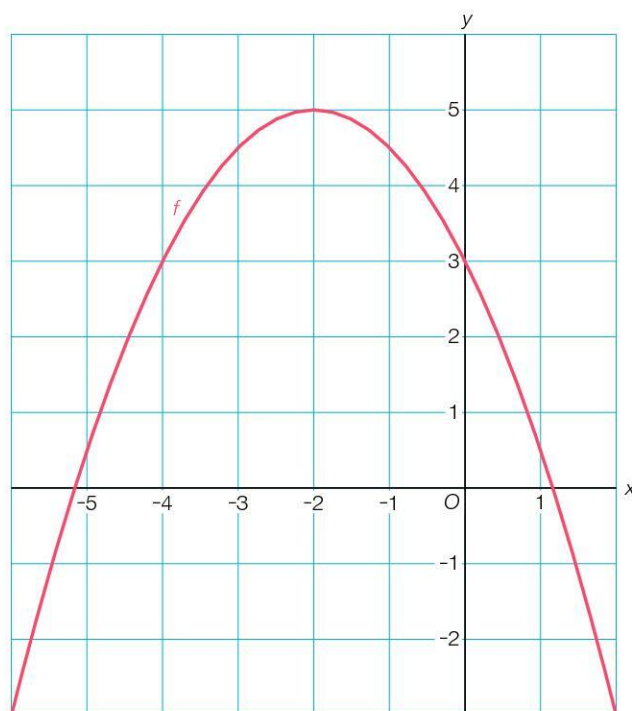
$$y_{\text{top}} = -\frac{1}{2} \cdot (-2)^2 - 2 \cdot -2 + 3 = -2 + 4 + 3 = 5$$

De top is het punt $(-2, 5)$.

b

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	3	$4\frac{1}{2}$	5	$4\frac{1}{2}$	3	$\frac{1}{2}$

Zie de figuur hiernaast.



- c** $f(-10) = -\frac{1}{2} \cdot (-10)^2 - 2 \cdot -10 + 3 = -\frac{1}{2} \cdot 100 + 20 + 3 = -50 + 20 + 3 = -27$,
dus het punt $A(-10, -27)$ ligt op de grafiek van f .

- 2 a** $x^2 - 9x - 10 = 0$
 $(x+1)(x-10) = 0$
 $x+1 = 0 \vee x-10 = 0$
 $x = -1 \vee x = 10$
- b** $x^2 - 5 = 3x + 23$
 $x^2 - 5 - 3x - 23 = 0$
 $x^2 - 3x - 28 = 0$
 $(x+4)(x-7) = 0$
 $x+4 = 0 \vee x-7 = 0$
 $x = -4 \vee x = 7$
- c** $3x^2 + 12x = 0$
 $3x(x+4) = 0$
 $3x = 0 \vee x+4 = 0$
 $x = 0 \vee x = -4$
- d** $x^2 = 6x - 9$
 $x^2 - 6x + 9 = 0$
 $(x-3)(x-3) = 0$
 $x-3 = 0$
 $x = 3$

- e** $x^2 - 10x + 9 = 0$
 $(x-1)(x-9) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-9 = 0$
 $x = 1 \vee x = 9$
- f** $(x+3)(2x-8) = 0$
 $x+3 = 0 \vee 2x-8 = 0$
 $x = -3 \vee 2x = 8$
 $x = -3 \vee x = 4$
- g** $x^2 + 8 = 9x$
 $x^2 - 9x + 8 = 0$
 $(x-1)(x-8) = 0$
 $x-1 = 0 \vee x-8 = 0$
 $x = 1 \vee x = 8$
- h** $x^2 = 5x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x-5) = 0$
 $x = 0 \vee x-5 = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$

- i** $x(x+7) = 18$
 $x^2 + 7x = 18$
 $x^2 + 7x - 18 = 0$
 $(x-2)(x+9) = 0$
 $x-2 = 0 \vee x+9 = 0$
 $x = 2 \vee x = -9$
- j** $(x-8)(x-2) = 16$
 $x^2 - 2x - 8x + 16 = 16$
 $x^2 - 2x - 8x + 16 - 16 = 0$
 $x^2 - 10x = 0$
 $x(x-10) = 0$
 $x = 0 \vee x-10 = 0$
 $x = 0 \vee x = 10$
- k** $x(x+3) = 7x$
 $x^2 + 3x = 7x$
 $x^2 - 4x = 0$
 $x(x-4) = 0$
 $x = 0 \vee x-4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$
- l** $(x-5)^2 = x+1$
 $x^2 - 10x + 25 = x+1$
 $x^2 - 10x + 25 - x - 1 = 0$
 $x^2 - 11x + 24 = 0$
 $(x-3)(x-8) = 0$
 $x-3 = 0 \vee x-8 = 0$
 $x = 3 \vee x = 8$

3 a $\frac{1}{3}x^2 - 2x = -3$
 $\frac{1}{3}x^2 - 2x + 3 = 0$
 $x^2 - 6x + 9 = 0$
 $(x-3)(x-3) = 0$
 $x-3 = 0$
 $x = 3$

b $2p^2 + 5p = 8 - p$
 $2p^2 + 5p - 8 + p = 0$
 $2p^2 + 6p - 8 = 0$
 $p^2 + 3p - 4 = 0$
 $(p-1)(p+4) = 0$
 $p-1 = 0 \vee p+4 = 0$
 $p = 1 \vee p = -4$

c $(2x-1)(x-3) = x+27$
 $2x^2 - 6x - x + 3 = x + 27$
 $2x^2 - 6x - x + 3 - x - 27 = 0$
 $2x^2 - 8x - 24 = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x+2)(x-6) = 0$
 $x+2 = 0 \vee x-6 = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$

d $-\frac{1}{5}q^2 = q - 30$
 $-\frac{1}{5}q^2 - q + 30 = 0$
 $q^2 + 5q - 150 = 0$
 $(q-10)(q+15) = 0$
 $q-10 = 0 \vee q+15 = 0$
 $q = 10 \vee q = -15$

e $0,01a^2 + 0,2a - 3 = 0$
 $a^2 + 20a - 300 = 0$
 $(a-10)(a+30) = 0$
 $a-10 = 0 \vee a+30 = 0$
 $a = 10 \vee a = -30$

f $(5x+3)(x-1) = 5x^2$
 $5x^2 - 5x + 3x - 3 = 5x^2$
 $5x^2 - 5x + 3x - 3 - 5x^2 = 0$
 $-2x - 3 = 0$
 $-2x = 3$
 $x = -1\frac{1}{2}$

4 a $a = -0,3$ en $b = 1,8$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{1,8}{2 \cdot -0,3} = 3$.

$$y_{\text{top}} = -0,3 \cdot 3^2 + 1,8 \cdot 3 + 7,2 = 9,9$$

De top is het punt (3; 9,9).

b Door (1,7; 0) en (8,3; 0), dus $x_{\text{top}} = \frac{1,7+8,3}{2} = 5$.

$$y_{\text{top}} = -1,8(5-1,7)(5-8,3) = 19,602$$

De top is het punt (5; 19,602).

c De top is het punt (1,3; 8,1).

5 a $a = -3$ en $b = 12$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{12}{2 \cdot -3} = 2$.

$$x_{\text{top}} = 2 \text{ geeft } y_{\text{top}} = f(2) = -3 \cdot 2^2 + 12 \cdot 2 + p = 12 + p$$

$$y_{\text{top}} = 12 \text{ geeft } 12 + p = 12, \text{ dus } p = 0.$$

b De grafiek van f gaat door $A(-1, 4p)$, dus $f(-1) = 4p$.

$$\text{Dit geeft } -3 \cdot (-1)^2 + 12 \cdot -1 + p = 4p$$

$$-3 \cdot 1 - 12 + p = 4p$$

$$-3 - 12 + p = 4p$$

$$p - 4p = 3 + 12$$

$$-3p = 15$$

$$p = -5$$

c Top op de x -as, dus $y_{\text{top}} = 0$. Dit geeft $12 + p = 0$ (zie vraag a), dus $p = -12$.

6 a $h = 0$ voor $x = 1,5$ en $x = 5,5$, dus de breedte van de tunnel is $5,5 - 1,5 = 4$ meter.

b $x_{\text{top}} = \frac{1,5+5,5}{2} = 3,5$ geeft $h_{\text{top}} = -0,8(3,5-1,5)(3,5-5,5) = 3,2$

Dus de hoogte van de tunnel is 3,2 meter.

c $x_{\text{top}} = 3,5$ en de breedte van de camper is 2 meter, dus bij de linkerkzijde van de camper is $x = 2,5$ en bij de rechterzijde is $x = 4,5$.

$$x = 2,5 \text{ geeft } h = -0,8(2,5-1,5)(2,5-5,5) = 2,4$$

Voor $x = 2,5$ (en $x = 4,5$) is de hoogte van de tunnel 2,4 meter, dus de 2,3 meter hoge camper kan door de tunnel.

d Bij de wand hoort $x = 3,5 - 1,5 = 2$.

$$x = 2 \text{ geeft } h = -0,8(2-1,5)(2-5,5) = 1,4$$

De oppervlakte van de wand is $6 \cdot 1,4 = 8,4 \text{ m}^2$.

e $h = -0,8(x-1,5)(x-5,5) = -0,8(x^2 - 5,5x - 1,5x + 8,25) = -0,8(x^2 - 7x + 8,25) = -0,8x^2 + 5,6x - 6,6$,
dus $h = -0,8x^2 + 5,6x - 6,6$.

Bladzijde 113

7 a $f(0) = 0 - 0 + 6 = 6$, dus $C(0, 6)$.

$$f(x) = 0 \text{ geeft } x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x - 2 = 0 \vee x - 3 = 0$$

$$x = 2 \vee x = 3$$

$A(2, 0)$ en $B(3, 0)$, dus $AB = 3 - 2 = 1$, en de hoogte h van $\triangle ABC$ die bij zijde AB hoort is $y_C = 6$.

$$\text{opp } \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 6 = 3$$

b $x^2 - 5x + 6 = 20$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

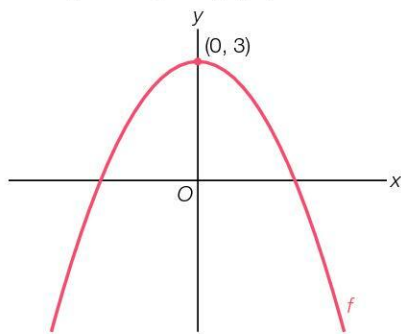
$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$$

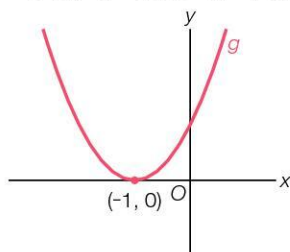
$$x = -2 \vee x = 7$$

$P(-2, 20)$ en $Q(7, 20)$, dus $PQ = 7 - (-2) = 9$.

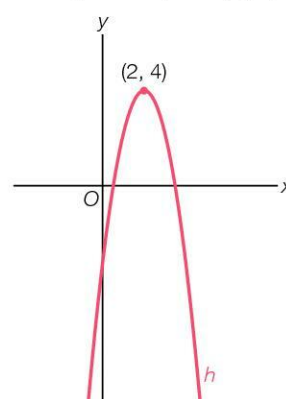
8 a $a = -\frac{1}{2}$, dus bergparabool.
De top is het punt $(0, 3)$.



$a = 1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(-1, 0)$.



$a = -3$, dus bergparabool.
De top is het punt $(2, 4)$.



b $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 - 2 \xrightarrow{8 \text{ naar rechts}} y = -\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 1$,
dus $k(x) = -\frac{1}{2}(x - 8)^2 + 1$.

c $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met } -4} y = -4(-\frac{1}{2}x^2 + 3) = 2x^2 - 12 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = 2(x + 5)^2 - 12$,
dus $p(x) = 2(x + 5)^2 - 12$.

9 a De top is het punt $(15; 4,5)$, dus de bal komt maximaal 4,5 meter hoog.

b $x = 0$ geeft $h = -0,02(0 - 15)^2 + 4,5 = 0$, dus de baan van de bal gaat door $(0, 0)$.

De top is bij $x = 15$, dus de baan van de bal gaat ook door $(30, 0)$.

De bal komt op 30 meter van Rob weer op de grond.

c $x = 22$ geeft $h = -0,02(22 - 15)^2 + 4,5 = 3,52$

Dus de bal is dan 3,52 meter hoog.

10 De grafiek is een dalparabool, dus formule II en formule VI vallen af.

De grafiek van formule I snijdt de x -as in $(1, 0)$ en $(5, 0)$, terwijl de parabool in de figuur de x -as snijdt in een punt met een negatieve x -coördinaat en een punt met een positieve x -coördinaat. Dus formule I valt af.

Voor formule IV geldt $y_{\text{top}} = 4$. Bij de parabool in de figuur hoort $y_{\text{top}} < 0$, dus ook formule IV valt af.

De grafiek van formule V is een dalparabool die de x -as snijdt in $(-1, 0)$ en $(5, 0)$. Dus deze formule kan bij de parabool in de figuur horen.

Voor formule III geldt $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 2\frac{1}{2} = \frac{1}{2}(x^2 - 4x - 5) = \frac{1}{2}(x + 1)(x - 5)$,
dus de grafiek van formule III is hetzelfde als de grafiek van formule V.

Conclusie: de formules III en V kunnen bij de parabool horen.

Diagnostische toets

Bladzijde 116

1 a $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

b $f(0) = -\frac{1}{2} \cdot 0^2 + 2 \cdot 0 + 1 = 0 + 0 + 1 = 1$

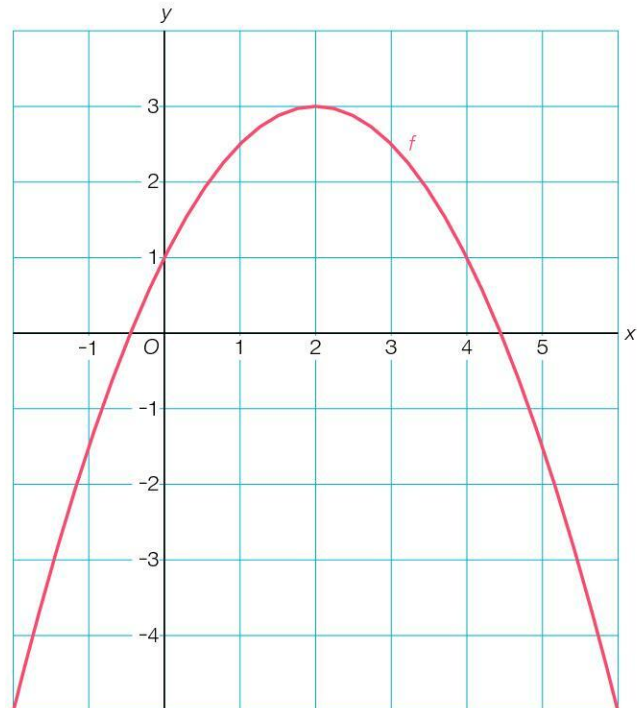
$f(4) = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 1 = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 8 + 1 = -8 + 8 + 1 = 1$, dus $f(0) = f(4)$.

c

x	-1	0	1	2	3	4	5
f(x)	$-1\frac{1}{2}$	1	$2\frac{1}{2}$	3	$2\frac{1}{2}$	1	$-1\frac{1}{2}$

Zie de figuur hiernaast.

De top is het punt (2, 3).



d $f(-8) = -\frac{1}{2} \cdot (-8)^2 + 2 \cdot -8 + 1 = -\frac{1}{2} \cdot 64 - 16 + 1 = -32 - 16 + 1 = -47 \neq 17$,
dus het punt $A(-8, 17)$ ligt niet op de grafiek van f .

2 a $f(10) = -0,04 \cdot 10^2 + 0,48 \cdot 10 + 1,8 = 2,6$ meter

b $f(4) = -0,04 \cdot 4^2 + 0,48 \cdot 4 + 1,8 = 3,08$

$f(8) = -0,04 \cdot 8^2 + 0,48 \cdot 8 + 1,8 = 3,08$, dus $f(4) = f(8)$.

c $x_{\text{top}} = \frac{4 + 8}{2} = 6$ geeft $y_{\text{top}} = f(6) = -0,04 \cdot 6^2 + 0,48 \cdot 6 + 1,8 = 3,24$

De maximale hoogte van de bal is 3,24 meter.

d $f(0) = -0,04 \cdot 0^2 + 0,48 \cdot 0 + 1,8 = 1,8$

Kiki raakt de bal op een hoogte van 1,8 meter.

e $f(12) = -0,04 \cdot 12^2 + 0,48 \cdot 12 + 1,8 = 1,8$

Op 12 meter van Kiki is de bal op een hoogte van 1,8 meter. De bal komt dus meer dan 12 meter van Kiki op de grond.

3 a $a = 2$ en $b = -12$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-12}{2 \cdot 2} = 3$.

$y_{\text{top}} = f(3) = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 + 1 = -17$

Dus de top is het punt (3, -17).

b $a = -0,1$ en $b = 2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot -0,1} = 10$.

$y_{\text{top}} = g(10) = -0,1 \cdot 10^2 + 2 \cdot 10 - 8 = 2$

Dus de top is het punt (10, 2).

4 a $a = -0,75$ en $b = 4,5$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{4,5}{2 \cdot -0,75} = 3$.

$$h_{\text{top}} = -0,75 \cdot 3^2 + 4,5 \cdot 3 - 3,75 = 3$$

De hoogte van de tunnel is 3 meter.

b De wand wordt aangebracht bij $x = 3 - 1,8 = 1,2$.

$$x = 1,2 \text{ geeft } h = -0,75 \cdot 1,2^2 + 4,5 \cdot 1,2 - 3,75 = 0,57$$

De wand is 0,57 meter hoog.

5 a $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x + 3)(x - 5) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = -3 \vee x = 5$

b $2x^2 - 18x = 0$
 $2x(x - 9) = 0$
 $2x = 0 \vee x - 9 = 0$
 $x = 0 \vee x = 9$

c $x^2 + 4x - 12 = 0$
 $(x - 2)(x + 6) = 0$
 $x - 2 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 2 \vee x = -6$

d $x^2 = 6x$
 $x^2 - 6x = 0$
 $x(x - 6) = 0$
 $x = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x = 0 \vee x = 6$

e $x^2 - 2x = 48$
 $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $(x + 6)(x - 8) = 0$
 $x + 6 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -6 \vee x = 8$

f $x^2 - 6 = x$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x + 2)(x - 3) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 3 = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$

g $x(x - 5) = 14$
 $x^2 - 5x = 14$
 $x^2 - 5x - 14 = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$

h $(2x - 3)(x + 9) = 0$
 $2x - 3 = 0 \vee x + 9 = 0$
 $2x = 3 \vee x = -9$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -9$

i $x(x + 2) = 5x + 40$
 $x^2 + 2x = 5x + 40$
 $x^2 + 2x - 5x - 40 = 0$
 $x^2 - 3x - 40 = 0$
 $(x + 5)(x - 8) = 0$
 $x + 5 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -5 \vee x = 8$

Bladzijde 117

6 a $-x^2 - x + 30 = 0$
 $x^2 + x - 30 = 0$
 $(x - 5)(x + 6) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x + 6 = 0$
 $x = 5 \vee x = -6$

b $0,25x^2 - x - 8 = 0$
 $x^2 - 4x - 32 = 0$
 $(x + 4)(x - 8) = 0$
 $x + 4 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -4 \vee x = 8$

c $(x - 4)^2 = 9 - 2(x - 1)$
 $x^2 - 8x + 16 = 9 - 2x + 2$
 $x^2 - 8x + 16 - 9 + 2x - 2 = 0$
 $x^2 - 6x + 5 = 0$
 $(x - 1)(x - 5) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 5 = 0$
 $x = 1 \vee x = 5$

d $-3a^2 + 30a = 27$
 $-3a^2 + 30a - 27 = 0$
 $a^2 - 10a + 9 = 0$
 $(a - 1)(a - 9) = 0$
 $a - 1 = 0 \vee a - 9 = 0$
 $a = 1 \vee a = 9$

e $(x - 6)(2x - 6) = 20x$
 $2x^2 - 6x - 12x + 36 = 20x$
 $2x^2 - 6x - 12x + 36 - 20x = 0$
 $2x^2 - 38x + 36 = 0$
 $x^2 - 19x + 18 = 0$
 $(x - 1)(x - 18) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x - 18 = 0$
 $x = 1 \vee x = 18$

f $(3x - 5)(x + 5) = 3x^2$
 $3x^2 + 15x - 5x - 25 = 3x^2$
 $15x - 5x - 25 = 0$
 $10x - 25 = 0$
 $10x = 25$
 $x = 2\frac{1}{2}$

7 $f(0) = 0 - 0 - 20 = -20$, dus het snijpunt met de y-as is het punt $(0, -20)$.

$$f(x) = 0 \text{ geeft } x^2 - 8x - 20 = 0$$

$$(x + 2)(x - 10) = 0$$

$$x + 2 = 0 \vee x - 10 = 0$$

$$x = -2 \vee x = 10$$

De snijpunten met de x-as zijn $(-2, 0)$ en $(10, 0)$.

- 8 a** De snijpunten met de x -as zijn $A(-6, 0)$ en $B(2, 0)$.
 $f(0) = \frac{1}{4}(0 + 6)(0 - 2) = \frac{1}{4} \cdot 6 \cdot -2 = -3$, dus $C(0, -3)$.

b $x_{\text{top}} = \frac{-6 + 2}{2} = -2$
 $y_{\text{top}} = f(-2) = \frac{1}{4}(-2 + 6)(-2 - 2) = \frac{1}{4} \cdot 4 \cdot -4 = -4$
 Dus $T(-2, -4)$.

- 9 a** $h = -0,25(x - 2,4)(x - 9,2)$, dus $A(2,4; 0)$ en $B(9,2; 0)$.
 Dus de breedte van de tunnel is $9,2 - 2,4 = 6,8$ meter.

$x_{\text{top}} = \frac{2,4 + 9,2}{2} = 5,8$ geeft $h_{\text{top}} = -0,25(5,8 - 2,4)(5,8 - 9,2) = 2,89$

Dus de hoogte van de tunnel is 2,89 meter.

- b** $x = 9,2 - 1,8 = 7,4$ geeft $h = -0,25(7,4 - 2,4)(7,4 - 9,2) = 2,25$, dus $CD = 2,25$ meter.
 De oppervlakte van de scheidingwand is $12 \cdot 2,25 = 27 \text{ m}^2$.

10 $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met } -5} y = -5(-2x^2 + 3)$, dus $y = 10x^2 - 15$

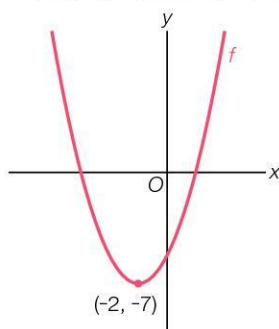
11 a $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{2 \text{ omlaag}} y = -2x^2 + 3 - 2$, dus $y = -2x^2 + 1$

b $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{7 \text{ naar rechts}} y = -2(x - 7)^2 + 3$

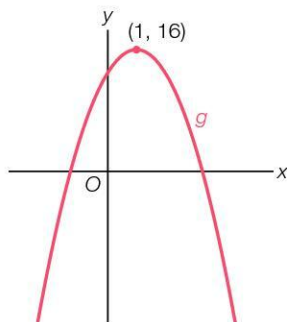
c $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{1 \text{ naar links}} y = -2(x + 1)^2 + 3 \xrightarrow{8 \text{ omhoog}} y = -2(x + 1)^2 + 3 + 8$, dus
 $y = -2(x + 1)^2 + 11$

d $y = -2x^2 + 3 \xrightarrow{4 \text{ naar rechts}} y = -2(x - 4)^2 + 3 \xrightarrow{3 \text{ omlaag}} y = -2(x - 4)^2 + 3 - 3$, dus $y = -2(x - 4)^2$

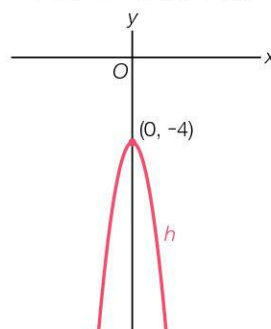
- 12 a** $a = 5$, dus dalparabool.
 De top is het punt $(-2, -7)$.



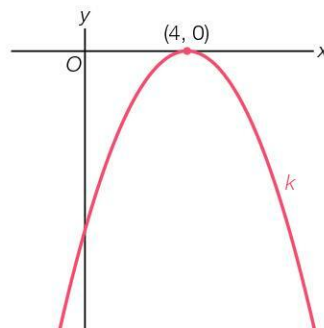
- b** $a = -3$, dus bergparabool.
 De top is het punt $(1, 16)$.



- c** $a = -6$, dus bergparabool.
 De top is het punt $(0, -4)$.



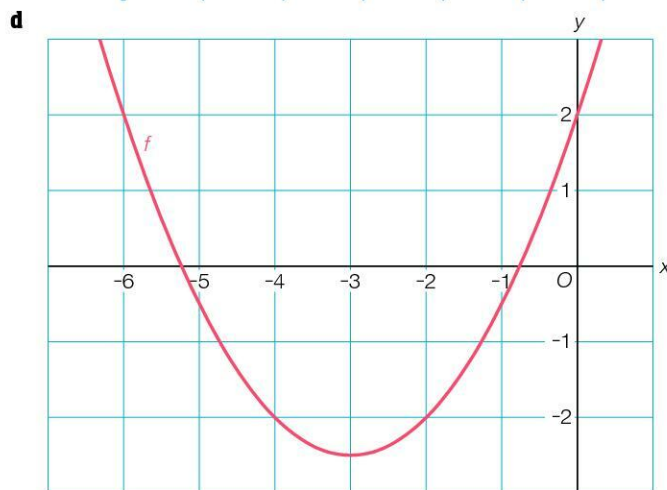
- d** $a = -6$, dus bergparabool.
 De top is het punt $(4, 0)$.



Herhaling

Bladzijde 118

- 1 a** $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x + 2$
- b** $f(-6) = \frac{1}{2} \cdot (-6)^2 + 3 \cdot -6 + 2 = 18 - 18 + 2 = 2$
 $f(0) = \frac{1}{2} \cdot 0^2 + 3 \cdot 0 + 2 = 0 + 0 + 2 = 2$, dus $f(-6) = f(0)$.
- c** $x_{\text{top}} = \frac{-6 + 0}{2} = -3$
 $y_{\text{top}} = f(-3) = \frac{1}{2} \cdot (-3)^2 + 3 \cdot -3 + 2 = 4\frac{1}{2} - 9 + 2 = -2\frac{1}{2}$
- | | | | | | | | |
|--------|----|----------------|----|-----------------|----|----------------|---|
| x | -6 | -5 | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 |
| $f(x)$ | 2 | $-\frac{1}{2}$ | -2 | $-2\frac{1}{2}$ | -2 | $-\frac{1}{2}$ | 2 |



- e** $f(10) = \frac{1}{2} \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 2 = \frac{1}{2} \cdot 100 + 30 + 2 = 50 + 30 + 2 = 82$, dus het punt $A(10, 82)$ ligt op de grafiek van f .

- 2 a** De hoogte bij $x = 20$ is $f(20) = -0,03 \cdot 20^2 + 1,5 \cdot 20 = 18$ meter.
- b** $f(35) = -0,03 \cdot 35^2 + 1,5 \cdot 35 = 15,75$
 Dus de hoogte van de bal bij $x = 15$ is gelijk aan die bij $x = 35$.
- c** $f(15) = f(35)$ geeft $x_{\text{top}} = \frac{15 + 35}{2} = 25$.
 $y_{\text{top}} = f(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 1,5 \cdot 25 = 18,75$
 De maximale hoogte van de bal is 18,75 meter.
- d** $f(50) = -0,03 \cdot 50^2 + 1,5 \cdot 50 = 0$
 De bal komt 50 meter van Virgil op de grond.

- 3 a** $y_{\text{top}} = f(3) = 1,2 \cdot 3^2 - 7,2 \cdot 3 + 4,8 = -6$
- b** $a = 0,5$ en $b = -2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{-2}{2 \cdot 0,5} = 2$.
 $y_{\text{top}} = g(2) = 0,5 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 - 2 = -4$
 De top is het punt $(2, -4)$.
- c** $a = -3,2$ en $b = 16$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{16}{2 \cdot -3,2} = 2,5$.
 $y_{\text{top}} = h(2,5) = -3,2 \cdot 2,5^2 + 16 \cdot 2,5 - 8,3 = 11,7$
 De top is het punt $(2,5; 11,7)$.
- d** $a = 0,1$ en $b = 5$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{5}{2 \cdot 0,1} = -25$.
 $y_{\text{top}} = k(-25) = 0,1 \cdot (-25)^2 + 5 \cdot -25 - 20 = -82,5$
 De top is het punt $(-25; -82,5)$.

Bladzijde 119

- 4 a** $a = -0,65$ en $b = 5,2$, dus $x_{\text{top}} = -\frac{5,2}{2 \cdot -0,65} = 4$.
 $h_{\text{top}} = -0,65 \cdot 4^2 + 5,2 \cdot 4 - 7,8 = 2,6$
De tunnel is 2,6 meter hoog.
- b** Hierbij hoort $x = 4 + 1,2 = 5,2$.
 $x = 5,2$ geeft $h = -0,65 \cdot 5,2^2 + 5,2 \cdot 5,2 - 7,8 = 1,664$
Rob is kleiner dan 1,664 meter.

- 5 a** $x^2 - 5x = x(x - 5)$ **d** $x^2 + 5x - 24 = (x - 3)(x + 8)$
b $3x^2 + x = x(3x + 1)$ **e** $x^2 - x - 42 = (x + 6)(x - 7)$
c $x^2 - 13x - 14 = (x + 1)(x - 14)$ **f** $x^2 - 11x + 30 = (x - 5)(x - 6)$

- 6 a** $x^2 - 5x - 14 = 0$ **c** $x^2 + x - 12 = 0$ **e** $x^2 - 4x = 0$
 $(x + 2)(x - 7) = 0$ $(x - 3)(x + 4) = 0$ $x(x - 4) = 0$
 $x + 2 = 0 \vee x - 7 = 0$ $x - 3 = 0 \vee x + 4 = 0$ $x = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x = -2 \vee x = 7$ $x = 3 \vee x = -4$ $x = 0 \vee x = 4$
b $x^2 + 3x + 2 = 0$ **d** $(2x + 6)(x - 4) = 0$ **f** $5x^2 + x = 0$
 $(x + 1)(x + 2) = 0$ $2x + 6 = 0 \vee x - 4 = 0$ $x(5x + 1) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x + 2 = 0$ $2x = -6 \vee x = 4$ $x = 0 \vee 5x + 1 = 0$
 $x = -1 \vee x = -2$ $x = -3 \vee x = 4$ $x = 0 \vee 5x = -1$
 $x = 0 \vee x = -\frac{1}{5}$

- 7 a** $x^2 = 8x$ **c** $x(x - 2) = 48$ **e** $(x - 1)(x + 4) = 6x$
 $x^2 - 8x = 0$ $x^2 - 2x = 48$ $x^2 + 4x - x - 4 = 6x$
 $x(x - 8) = 0$ $x^2 - 2x - 48 = 0$ $x^2 + 4x - x - 4 - 6x = 0$
 $x = 0 \vee x - 8 = 0$ $(x + 6)(x - 8) = 0$ $x^2 - 3x - 4 = 0$
 $x = 0 \vee x = 8$ $x + 6 = 0 \vee x - 8 = 0$ $(x + 1)(x - 4) = 0$
b $x^2 = 2x + 15$ $x = -6 \vee x = 8$ $x + 1 = 0 \vee x - 4 = 0$
 $x^2 - 2x - 15 = 0$ **d** $(x - 1)(x + 3) = 21$ $x = -1 \vee x = 4$
 $(x + 3)(x - 5) = 0$ $x^2 + 3x - x - 3 = 21$ **f** $3x^2 = 18x$
 $x + 3 = 0 \vee x - 5 = 0$ $x^2 + 3x - x - 3 - 21 = 0$ $3x^2 - 18x = 0$
 $x = -3 \vee x = 5$ $x^2 + 2x - 24 = 0$ $3x(x - 6) = 0$
 $(x - 4)(x + 6) = 0$ $3x = 0 \vee x - 6 = 0$
 $x - 4 = 0 \vee x + 6 = 0$ $x = 0 \vee x = 6$
 $x = 4 \vee x = -6$

Bladzijde 120

- 8 a** $3x^2 + 3x - 6 = 0$ **b** $-x^2 - 7x + 18 = 0$
 $x^2 + x - 2 = 0$ $x^2 + 7x - 18 = 0$
 $(x - 1)(x + 2) = 0$ $(x - 2)(x + 9) = 0$
 $x - 1 = 0 \vee x + 2 = 0$ $x - 2 = 0 \vee x + 9 = 0$
 $x = 1 \vee x = -2$ $x = 2 \vee x = -9$
- 9 a** $0,5x^2 - 3x - 20 = 0$ **c** $(p - 5)(3p - 5) = p - 11$
 $x^2 - 6x - 40 = 0$ $3p^2 - 5p - 15p + 25 = p - 11$
 $(x + 4)(x - 10) = 0$ $3p^2 - 5p - 15p + 25 - p + 11 = 0$
 $x + 4 = 0 \vee x - 10 = 0$ $3p^2 - 21p + 36 = 0$
 $x = -4 \vee x = 10$ $p^2 - 7p + 12 = 0$
b $-2x^2 - 6x + 8 = 0$ $(p - 3)(p - 4) = 0$
 $x^2 + 3x - 4 = 0$ $p - 3 = 0 \vee p - 4 = 0$
 $(x - 1)(x + 4) = 0$ $p = 3 \vee p = 4$
 $x - 1 = 0 \vee x + 4 = 0$ **d** $0,1a^2 + 2,4 = a$
 $x = 1 \vee x = -4$ $0,1a^2 - a + 2,4 = 0$
 $a^2 - 10a + 24 = 0$
 $(a - 4)(a - 6) = 0$
 $a - 4 = 0 \vee a - 6 = 0$
 $a = 4 \vee a = 6$

10 a $f(x) = 0$ geeft $x^2 - 6x - 7 = 0$
 $(x + 1)(x - 7) = 0$
 $x + 1 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = -1 \vee x = 7$

De snijpunten met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(7, 0)$.

b $f(0) = 0 - 0 - 7 = -7$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -7)$.

11 a $f(x) = 0$ geeft $x^2 - 12x = 0$
 $x(x - 12) = 0$
 $x = 0 \vee x - 12 = 0$
 $x = 0 \vee x = 12$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(12, 0)$.

Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

b $g(x) = 0$ geeft $x^2 + 2x - 35 = 0$
 $(x - 5)(x + 7) = 0$
 $x - 5 = 0 \vee x + 7 = 0$
 $x = 5 \vee x = -7$

De snijpunten met de x -as zijn $(5, 0)$ en $(-7, 0)$.

$g(0) = 0 + 0 - 35 = -35$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -35)$.

c $h(x) = 0$ geeft $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $(x + 6)(x - 8) = 0$
 $x + 6 = 0 \vee x - 8 = 0$
 $x = -6 \vee x = 8$

De snijpunten met de x -as zijn $(-6, 0)$ en $(8, 0)$.

$g(0) = 0 - 0 - 48 = -48$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -48)$.

d $k(x) = 0$ geeft $3x^2 - 21x = 0$
 $3x(x - 7) = 0$
 $3x = 0 \vee x - 7 = 0$
 $x = 0 \vee x = 7$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(7, 0)$.

Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

12 a De snijpunten met de x -as zijn $(6, 0)$ en $(-8, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{6 + (-8)}{2} = -1 \text{ geeft } y_{\text{top}} = f(-1) = 5(-1 - 6)(-1 + 8) = 5 \cdot -7 \cdot 7 = -245$$

De top is het punt $(-1, -245)$.

$f(0) = 5(0 - 6)(0 + 8) = 5 \cdot -6 \cdot 8 = -240$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -240)$.

b De snijpunten met de x -as zijn $(-3, 0)$ en $(-15, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + (-15)}{2} = -9 \text{ geeft } y_{\text{top}} = g(-9) = -(-9 + 3)(-9 + 15) = -1 \cdot -6 \cdot 6 = 36$$

De top is het punt $(-9, 36)$.

$g(0) = -(0 + 3)(0 + 15) = -1 \cdot 3 \cdot 15 = -45$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, -45)$.

c De snijpunten met de x -as zijn $(6, 0)$ en $(-20, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{6 + (-20)}{2} = -7 \text{ geeft } y_{\text{top}} = h(-7) = -\frac{1}{8}(-7 - 6)(-7 + 20) = -\frac{1}{8} \cdot -13 \cdot 13 = \frac{169}{8} = 21\frac{1}{8}$$

De top is het punt $(-7, 21\frac{1}{8})$.

$h(0) = -\frac{1}{8}(0 - 6)(0 + 20) = -\frac{1}{8} \cdot -6 \cdot 20 = \frac{120}{8} = 15$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, 15)$.

d De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(15, 0)$.

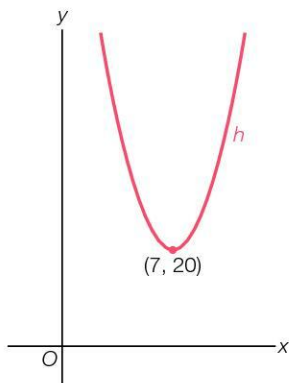
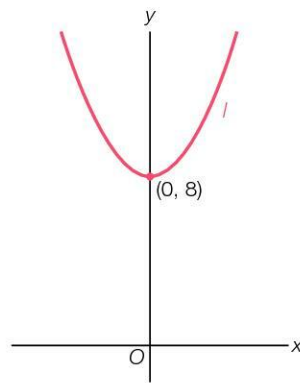
$$x_{\text{top}} = \frac{0 + 15}{2} = 7\frac{1}{2} \text{ geeft } y_{\text{top}} = k(7\frac{1}{2}) = 8 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot (7\frac{1}{2} - 15) = 8 \cdot 7\frac{1}{2} \cdot -7\frac{1}{2} = -450$$

De top is het punt $(7\frac{1}{2}, -450)$.

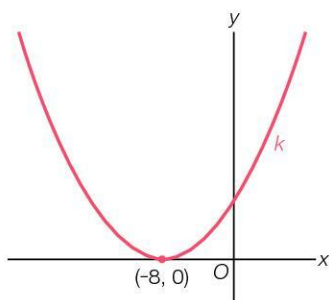
Het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

Bladzijde 121

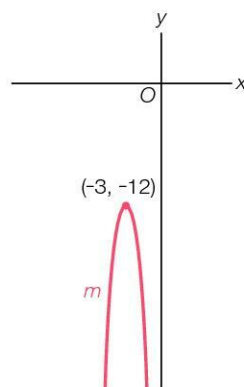
- 13 a** $h = -0,2(x + 10,8)(x + 3,4)$, dus $x_A = -10,8$ en $x_B = -3,4$.
De tunnel is $-3,4 - (-10,8) = -3,4 + 10,8 = 7,4$ meter breed.
- b** $x_{\text{top}} = \frac{-3,4 + (-10,8)}{2} = -7,1$ geeft $h_{\text{top}} = -0,2(-7,1 + 10,8)(-7,1 + 3,4) = 2,738$
De tunnel is ongeveer 2,74 meter hoog.
- c** 1,4 meter naar links vanaf B geeft $x_C = -3,4 - 1,4 = -4,8$.
- d** $x = -4,8$ geeft $h = -0,2(-4,8 + 10,8)(-4,8 + 3,4) = 1,68$
Dus $CD = 1,68$ meter.
- 14 a** $y = 3x^2 - 7 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met 5}} y = 5(3x^2 - 7)$, dus $y = 15x^2 - 35$
- b** $y = -5x^2 + x - 3 \xrightarrow{\text{vermenigvuldiging met -1}} y = -(-5x^2 + x - 3)$, dus $y = 5x^2 - x + 3$
- 15 a** $y = 5x^2 \xrightarrow{6 \text{ omlaag}} y = 5x^2 - 6$
- b** $y = 5x^2 \xrightarrow{17 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 17)^2$
- c** $y = 5x^2 \xrightarrow{3 \text{ naar links}} y = 5(x + 3)^2 \xrightarrow{4 \text{ omlaag}} y = 5(x + 3)^2 - 4$
- d** $y = 5x^2 \xrightarrow{5 \text{ naar rechts}} y = 5(x - 5)^2 \xrightarrow{2 \text{ omhoog}} y = 5(x - 5)^2 + 2$
- 16 a** $a = 5$, dus dalparabool.
De top is het punt $(7, 20)$.
- c** $a = 0,1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(0, 8)$.



- b** $a = 0,1$, dus dalparabool.
De top is het punt $(-8, 0)$.



- d** $a = -6$, dus bergparabool.
De top is het punt $(-3, -12)$.



Onderzoek Ontbinden voor gevorderden

Bladzijde 122

- 1 a** $x^2 + 3\frac{1}{3}x + 1 = 0$
 $(x + 3)(x + \frac{1}{3}) = 0$
 $x + 3 = 0 \vee x + \frac{1}{3} = 0$
 $x = -3 \vee x = -\frac{1}{3}$
- b** $x^2 - 3\frac{1}{3}x + 1 = 0$
 $(x - 3)(x - \frac{1}{3}) = 0$
 $x - 3 = 0 \vee x - \frac{1}{3} = 0$
 $x = 3 \vee x = \frac{1}{3}$

$$\begin{aligned} \text{c} \quad x^2 + 2\frac{1}{2}x + 1 &= 0 \\ (x+2)(x+\frac{1}{2}) &= 0 \\ x+2 &= 0 \vee x+\frac{1}{2} = 0 \\ x &= -2 \vee x = -\frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d} \quad x^2 - 4\frac{1}{4}x + 1 &= 0 \\ (x-4)(x-\frac{1}{4}) &= 0 \\ x-4 &= 0 \vee x-\frac{1}{4} = 0 \\ x &= 4 \vee x = \frac{1}{4} \end{aligned}$$

2	product -1		som
1	-1		0
2	$-\frac{1}{2}$		$1\frac{1}{2}$
-2	$\frac{1}{2}$		$-1\frac{1}{2}$
3	$-\frac{1}{3}$		$2\frac{2}{3}$
-3	$\frac{1}{3}$		$-2\frac{2}{3}$
4	$-\frac{1}{4}$		$3\frac{3}{4}$
-4	$\frac{1}{4}$		$-3\frac{3}{4}$

$$\begin{aligned} \text{a} \quad x^2 + 1\frac{1}{2}x - 1 &= 0 \\ (x+2)(x-\frac{1}{2}) &= 0 \\ x+2 &= 0 \vee x-\frac{1}{2} = 0 \\ x &= -2 \vee x = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b} \quad x^2 + 2\frac{2}{3}x - 1 &= 0 \\ (x+3)(x-\frac{1}{3}) &= 0 \\ x+3 &= 0 \vee x-\frac{1}{3} = 0 \\ x &= -3 \vee x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c} \quad x^2 - 3\frac{3}{4}x - 1 &= 0 \\ (x-4)(x+\frac{1}{4}) &= 0 \\ x-4 &= 0 \vee x+\frac{1}{4} = 0 \\ x &= 4 \vee x = -\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{3 a} \quad x^2 + 4\frac{1}{3}x + 4 &= 0 \\ (x+3)(x+1\frac{1}{3}) &= 0 \\ x+3 &= 0 \vee x+1\frac{1}{3} = 0 \\ x &= -3 \vee x = -1\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b} \quad x^2 + \frac{1}{6}x - \frac{1}{6} &= 0 \\ (x+\frac{1}{2})(x-\frac{1}{3}) &= 0 \\ x+\frac{1}{2} &= 0 \vee x-\frac{1}{3} = 0 \\ x &= -\frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c} \quad x^2 - 2\frac{3}{4}x - 5 &= 0 \\ (x-4)(x+1\frac{1}{4}) &= 0 \\ x-4 &= 0 \vee x+1\frac{1}{4} = 0 \\ x &= 4 \vee x = -1\frac{1}{4} \end{aligned}$$

- 4 a** Zoek twee getallen met product 6 en som 5. Dit zijn de getallen 2 en 3.

Je kunt $6x^2 + 5x + 1$ vervolgens ontbinden als $(2x + 1)(3x + 1)$.

$$6x^2 + 5x + 1 = 0$$

$$(2x + 1)(3x + 1) = 0$$

$$2x + 1 = 0 \vee 3x + 1 = 0$$

$$2x = -1 \vee 3x = -1$$

$$x = -\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{3}$$

b $12x^2 + 7x + 1 = 0$

$$(3x + 1)(4x + 1) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \vee 4x + 1 = 0$$

$$3x = -1 \vee 4x = -1$$

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = -\frac{1}{4}$$

c $20x^2 - 12x + 1 = 0$

$$(-2x + 1)(-10x + 1) = 0$$

$$-2x + 1 = 0 \vee -10x + 1 = 0$$

$$-2x = -1 \vee -10x = -1$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = \frac{1}{10}$$

d $-35x^2 + 2x + 1 = 0$

$$(-5x + 1)(7x + 1) = 0$$

$$-5x + 1 = 0 \vee 7x + 1 = 0$$

$$-5x = -1 \vee 7x = -1$$

$$x = \frac{1}{5} \vee x = -\frac{1}{7}$$

Bladzijde 123

- 5** Alle termen door 6 delen geeft de vergelijking $x^2 + 2\frac{5}{6}x + \frac{5}{6} = 0$.

De uitgebreide tabel van $\frac{5}{6}$ levert een lange zoektocht op naar de juiste ontbinding.

- 6 a** opp $ABCD = \text{opp I} + \text{opp II} = 2x(x + 1) + 3(x + 1)$
Maar ook geldt: opp $ABCD = AB \cdot BC = (2x + 3)(x + 1)$.

$$\text{Dus } 2x(x + 1) + 3(x + 1) = (2x + 3)(x + 1).$$

b $2x(x - 5) + 5(x - 5) = (2x + 5)(x - 5)$

c $2x(3x + 4) - 5(3x + 4) = (2x - 5)(3x + 4)$

d $7x(2x + 3) + 4(2x + 3) = (7x + 4)(2x + 3)$

e $3x(4x - 7) + 4x - 7 = 3x(4x - 7) + 1(4x - 7) = (3x + 1)(4x - 7)$

7 a $6x^2 + 21x + 5(2x + 7) = 3x(2x + 7) + 5(2x + 7) = (3x + 5)(2x + 7)$

b $2x - 1 - 5x(2x - 1) = 1(2x - 1) - 5x(2x - 1) = (1 - 5x)(2x - 1)$

c $x(5x - 2) - 15x + 6 = x(5x - 2) - 3(5x - 2) = (x - 3)(5x - 2)$

d $4x(2x + 1) - 2x - 1 = 4x(2x + 1) - 1(2x + 1) = (4x - 1)(2x + 1)$

8 a $6x^2 + 17x + 5 = 0$

$$6x^2 + 2x + 15x + 5 = 0$$

$$2x(3x + 1) + 5(3x + 1) = 0$$

$$(2x + 5)(3x + 1) = 0$$

$$2x + 5 = 0 \vee 3x + 1 = 0$$

$$2x = -5 \vee 3x = -1$$

$$x = -2\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{3}$$

b $6x^2 + 17x + 5 = 0$

$$6x^2 + 15x + 2x + 5 = 0$$

$$3x(2x + 5) + 1(2x + 5) = 0$$

$$(3x + 1)(2x + 5) = 0$$

$$3x + 1 = 0 \vee 2x + 5 = 0$$

$$3x = -1 \vee 2x = -5$$

$$x = -\frac{1}{3} \vee x = -2\frac{1}{2}$$

Je krijgt inderdaad dezelfde oplossingen als bij vraag a.

9 a $2x^2 + 11x + 5 = 0$
 $2x^2 + 10x + x + 5 = 0$
 $2x(x + 5) + 1(x + 5) = 0$
 $(2x + 1)(x + 5) = 0$
 $2x + 1 = 0 \vee x + 5 = 0$
 $2x = -1 \vee x = -5$
 $x = -\frac{1}{2} \vee x = -5$

b $6x^2 - 19x + 15 = 0$
 $6x^2 - 10x - 9x + 15 = 0$
 $2x(3x - 5) - 3(3x - 5) = 0$
 $(2x - 3)(3x - 5) = 0$
 $2x - 3 = 0 \vee 3x - 5 = 0$
 $2x = 3 \vee 3x = 5$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = 1\frac{2}{3}$

c $10x^2 + 11x - 6 = 0$
 $10x^2 + 15x - 4x - 6 = 0$
 $5x(2x + 3) - 2(2x + 3) = 0$
 $(5x - 2)(2x + 3) = 0$
 $5x - 2 = 0 \vee 2x + 3 = 0$
 $5x = 2 \vee 2x = -3$
 $x = \frac{2}{5} \vee x = -1\frac{1}{2}$

d $3x^2 - 16x - 35 = 0$
 $3x^2 - 21x + 5x - 35 = 0$
 $3x(x - 7) + 5(x - 7) = 0$
 $(3x + 5)(x - 7) = 0$
 $3x + 5 = 0 \vee x - 7 = 0$
 $3x = -5 \vee x = 7$
 $x = -1\frac{2}{3} \vee x = 7$

4 Statistiek en procenten

Voorkennis Procenten

Bladzijde 126

- 1 a 32% van 720 is $0,32 \times 720 = 230,4$.
b $3,1\%$ van 180 is $0,031 \times 180 = 5,58$.
c $0,08\%$ van 50 000 is $0,0008 \times 50\,000 = 40$.
d $91,8\%$ van 528 000 is $0,918 \times 528\,000 = 484\,704$.
- 2 a In Noord-Brabant ligt $0,145 \times 34\,800 \approx 5\,000$ km fietspad.
b $0,807 \times 17\,000\,000 = 13\,719\,000$ vakantiegangers in 2016
In 2016 gingen $0,505 \times 13\,719\,000 \approx 6\,928\,095$ Nederlanders naar het buitenland op vakantie.
- 3 a 92 van 305 is $\frac{92}{305} \times 100\% \approx 30,2\%$.
b 1,8 van 3,9 is $\frac{1,8}{3,9} \times 100\% \approx 46,2\%$.
c 0,3 van 17 is $\frac{0,3}{17} \times 100\% \approx 1,8\%$.
d 8 miljoen van 15 miljoen is $\frac{8}{15} \times 100\% \approx 53,3\%$.
e 832 van 7939 is $\frac{832}{7939} \times 100\% \approx 10,5\%$.
f 4 miljard = 4000 miljoen
820 miljoen van 4 miljard is $\frac{820}{4000} \times 100\% = 20,5\%$.
- 4 a percentage = $\frac{54268}{35\,828 + 54\,268 + 108\,016} \times 100\% \approx 27,4\%$
b percentage = $\frac{48\,067}{54\,268} \times 100\% \approx 88,6\%$

4.1 Cijfermateriaal

Bladzijde 127

- 1 a PASSAGIERS SCHIPHOL
- | jaar | 1985 | 1990 | 2000 | 2009 | 2016 |
|---------------------|------|------|------|------|------|
| aantal in miljoenen | 11 | 16 | 39 | 44 | 64 |
- b Het scheelt 64 miljoen $- 39$ miljoen = 25 miljoen.
- c In 2016 werden er gemiddeld $\frac{64\,000\,000}{479\,000} \approx 134$ passagiers per vlucht van en naar Schiphol vervoerd.

Bladzijde 128

- 2 a PRODUCTIE OLIJVEN IN MILJOENEN TONNEN
- | jaar | wereld | Europa | Spanje | Italië |
|------|--------|--------|--------|--------|
| 2016 | 3,2 | 2,4 | 1,4 | 0,5 |
| 2017 | 2,7 | 1,9 | 1,3 | 0,25 |
- b $1,4 - 0,5 = 0,9$, dus in 2016 produceerde Spanje 0,9 miljoen ton olijven meer dan Italië.
- c $\frac{2}{3} \times 2,7 = 1,8$, dus in 2017 kwam meer dan $\frac{2}{3}$ deel van de wereldproductie uit Europa.
- d 2,7 miljoen ton is 2700 miljoen kg.
 $2700 : 5 = 540$, dus met de wereldproductie van 2017 kan 540 miljoen liter olijfolie worden gemaakt.

- 3 a PROFIELKEUZE SCHOLENGEMEENSCHAP WEST

profiel	C&M	E&M	N&G	N&T	totaal
2017	35	32	20	29	116
2018	41	29	21	21	112

- b** In 2018 hebben $41 + 29 = 70$ leerlingen een maatschappijprofiel gekozen.
c In 2017 hebben $20 + 29 = 49$ leerlingen een natuurprofiel gekozen.

Bladzijde 129

- 4 a** In 2016 werden er in totaal $957\,000 - 29\,000 = 928\,000$ fietsen verkocht.
b In 2017 was de omzet van niet-elektrische fietsen 976 miljoen $- 574$ miljoen $= 402$ miljoen euro.
c In 2016 was de omzet van e-bikes 574 miljoen $- 40$ miljoen $= 534$ miljoen euro.
 In 2016 was de gemiddelde prijs van een e-bike $\frac{534\,000\,000}{271\,000} \approx 1970$ euro.
 In 2017 was de gemiddelde prijs van een e-bike $\frac{574\,000\,000}{294\,000} \approx 1952$ euro.
 Dus in 2017 was de gemiddelde verkoopprijs van een e-bike lager dan in 2016.
 Het scheelt $1970 - 1952 = 18$ euro.

Bladzijde 130

- 5 a** 46 000 **c** 2000
b 988 000 **d** 4 679 000
- 6 a** 7 000 000 **c** 200 000 000
b 1 000 000 **d** 199 000 000
- 7 a** $8\,530 \times 72,8$ miljoen $= 620\,984$ miljoen ≈ 621 miljard
b $\frac{7,6 \text{ miljard}}{8275} = \frac{7600000000}{8275} \approx 918\,000$
c $85 \text{ miljard} : 17 \text{ miljoen} = 85\,000 \text{ miljoen} : 17 \text{ miljoen} = 5000$
d $\frac{8570 \text{ miljard}}{18,2 \text{ miljoen}} = \frac{8570000 \text{ miljoen}}{18,2 \text{ miljoen}} \approx 471\,000$
- 8 a** $\frac{85 \text{ miljard}}{16,9 \text{ miljoen}} = \frac{85000 \text{ miljoen}}{16,9 \text{ miljoen}} = 5029,5\dots$ e-mails per Nederlander
 Dus in 2015 ontving een Nederlander gemiddeld $\frac{5029,5\dots}{365} \approx 14$ e-mails per dag.
b $\frac{6,5 \text{ miljoen}}{16,9 \text{ miljoen}} = 0,38\dots$ liter koffie per Nederlander per dag
 Dus in 2015 dronk een Nederlander gemiddeld $365 \cdot 0,38\dots \approx 140$ liter koffie.
c In 2014 werd er gemiddeld $\frac{1,99 \text{ miljard}}{33,4 \text{ miljoen}} = \frac{1990 \text{ miljoen}}{33,4 \text{ miljoen}} \approx 59,58$ euro aan een huisdier uitgegeven.
- 9 a** $510 \text{ miljoen} - 365,5 \text{ miljoen} = 144,5 \text{ miljoen km}^2$ land
 $\frac{144,5 \text{ miljoen}}{7,6 \text{ miljard}} = \frac{144,5 \text{ miljoen}}{7600 \text{ miljoen}} = 0,019\dots \text{ km}^2$ land per persoon
 Dus per persoon is er gemiddeld $0,019\dots \cdot 10^6 \approx 19\,000 \text{ m}^2$ land.
b Een jaar is $365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60$ seconden.
 Dus een lichtjaar is $300\,000 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \approx 9\,461$ miljard km.
c Een lange wandeling was in 2016 gemiddeld $\frac{4,2 \text{ miljard}}{481 \text{ miljoen}} = \frac{4200 \text{ miljoen}}{481 \text{ miljoen}} = 8,73\dots \text{ km}$.
 111 minuten is $111 : 60 = 1,85$ uur.
 Dus de gemiddelde wandelsnelheid tijdens een lange wandeling in 2016 was $8,73\dots : 1,85 \approx 4,7 \text{ km/uur}$.

4.2 Tabellen

Bladzijde 131

- 10 a** $8,1 \text{ miljoen} \times 14\,600 = 118\,260$ miljoen
 Dus in 2016 legden alle Nederlandse auto's samen $118,26$ miljard km af.
b In 2016 legde een Nederlandse auto gemiddeld $14\,600 : 365 = 40$ km per dag af.

Bladzijde 132

- 11** a 0,69 bioscopen per 100 000 inwoners en 4 bioscopen,
dus $\frac{4}{0,69} \times 100\,000 \approx 580\,000$ inwoners in Groningen.
- b 1,10 bioscopen per 100 000 inwoners en 1 268 000 inwoners,
dus $\frac{1,10}{100\,000} \times 1\,268\,000 \approx 14$ bioscopen in Utrecht.
- c 22 bioscopen per 2 495 000 inwoners,
dus per 100 000 inwoners $\frac{22}{2\,495\,000} \times 100\,000 \approx 0,88$ bioscopen.
- 12** a In 2015 fietste een Nederlander gemiddeld $\frac{15,0 \text{ miljard}}{16,9 \text{ miljoen}} = \frac{15\,000 \text{ miljoen}}{16,9 \text{ miljoen}} \approx 888$ km.
- b In 2005 per Nederlander $0,82 \times 365 = 299,3$ fietstochten.
Het totale aantal fietstochten in 2005 is $299,3 \times 16,3 \text{ miljoen} \approx 4879$ miljoen.
- c In 2010 is het totale aantal fietstochten per dag $\frac{5,33 \text{ miljard}}{365} = \frac{5330 \text{ miljoen}}{365} = 14,60\dots$ miljoen.
Gemiddeld maakte elke inwoner per dag 0,88 fietstochten, dus
 $0,88 \times \text{aantal inwoners} = 14,60\dots$ miljoen.
Het aantal inwoners van Nederland in 2010 is $\frac{14,60\dots \text{ miljoen}}{0,88} \approx 16,6$ miljoen.
- 13** a Het totale aantal gasten van bungalowparken in Overijssel in 2017 is $\frac{2155\,000}{4,6} \approx 468\,000$.
- b Het totale aantal gasten van bungalowparken in Noord-Holland in 2017 is $\frac{4137\,000}{5,1} \approx 811\,176$.
Het aantal parken in Noord-Holland in 2017 is $\frac{811\,176}{4358} \approx 186$.
- c Het gemiddelde aantal overnachtingen per park in Zuid-Holland in 2017 is $4,7 \times 7264 \approx 34\,000$.

4.3 Procentuele veranderingen

Bladzijde 133

- 14** De toename is $9,25 - 8,50 = 0,75$ euro.
De procentuele toename is $\frac{0,75}{8,50} \times 100\% \approx 8,8\%$.

Bladzijde 134

- 15** a $\frac{1696 - 1652}{1652} \times 100\% \approx 2,7\%$, dus de toename is 2,7%.
- b $\text{percentage} = \frac{198}{1696} \times 100\% \approx 11,7\%$
- c aantal in 2011 = $0,127 \times 1652 \approx 210$
 $\frac{198 - 210}{210} \times 100\% \approx -5,7\%$, dus afgenomen met 5,7%.
- 16** a $\text{percentage} = \frac{1012}{1569} \times 100\% \approx 64,5\%$
- b $\frac{1569 - 1480}{1480} \times 100\% \approx 6,0\%$, dus de toename is 6,0%.
- c aantal bovenbouwleerlingen voor de zomervakantie = $1480 - 828 = 652$
aantal bovenbouwleerlingen na de zomervakantie = $1569 - 1012 = 557$
 $\frac{557 - 652}{652} \times 100\% \approx -14,6\%$, dus de relatieve afname is 14,6%.
- 17** a $\frac{799\,000 - 1\,305\,000}{1\,305\,000} \times 100\% \approx -38,8\%$, dus de afname is 38,8%.
- b aantal in 2000 = $8434 + 9140 = 17\,574$
De procentuele afname is $\frac{9140}{17\,574} \times 100\% \approx 52,0\%$.

$$c \text{ gemiddelde in 2000} = \frac{1\,305\,000}{17\,574} \approx 74$$

$$\text{gemiddelde in 2017} = \frac{799\,000}{8\,434} \approx 95$$

In de periode 2000-2017 is het gemiddelde aantal schapen per bedrijf toegenomen met $\frac{95 - 74}{74} \times 100\% \approx 28,4\%$.

Bladzijde 135

18 a $\frac{4\,736\,205 - 4\,331\,658}{4\,331\,658} \times 100\% \approx 9,3\%$, dus de toename is 9,3%.

b $\frac{176\,562 - 195\,180}{195\,180} \times 100\% \approx -9,5\%$, dus de afname is 9,5%

c totale aantal passagiers in 2016 = $63\,526\,363 + 4\,736\,205 + 1\,683\,863 + 176\,562 + 152\,451 = 70\,275\,444$

$$\text{percentage} = \frac{63\,526\,363}{70\,275\,444} \times 100\% \approx 90,4\%$$

d totale aantal passagiers in 2015 = $58\,245\,291 + 4\,331\,658 + 1\,692\,406 + 195\,180 + 180\,879 = 64\,645\,414$

$$\text{absolute toename} = 70\,275\,444 - 64\,645\,414 = 5\,630\,030$$

$$\text{relatieve toename} = \frac{5\,630\,030}{64\,645\,414} \times 100\% \approx 8,7\%$$

19 a $\frac{21,2 - 26,6}{26,6} \times 100\% \approx -20,3\%$, dus de procentuele afname is 20,3%.

Dus Geert heeft gelijk.

b De procentuele toename is $\frac{6,8}{2,3} \times 100\% \approx 295,7\%$.

c aantal stemmers in 2012 = $0,746 \times 12,7 \text{ miljoen} = 9\,474\,200$

$$\text{aantal stemmen voor GroenLinks in 2012} = 0,023 \times 9\,474\,200 \approx 217\,907$$

$$\text{aantal stemmers in 2017} = 0,813 \times 12,9 \text{ miljoen} = 10\,487\,700$$

In 2017 haalde GroenLinks $2,3\% + 6,8\% = 9,1\%$ van de stemmen.

$$\text{aantal stemmen voor GroenLinks in 2017} = 0,091 \times 10\,487\,700 \approx 954\,381$$

$$\frac{954\,381 - 217\,907}{217\,907} \times 100\% \approx 338,0\%$$
, dus de toename is 338,0%.

d In 2012 stemde $\frac{950\,000}{9\,474\,200} \times 100\% = 10,02\ldots\%$ van de stemmers op de PVV.

$$\text{In 2017 stemde } \frac{1\,360\,000}{10\,487\,700} \times 100\% = 12,96\ldots\% \text{ van de stemmers op de PVV.}$$

Het aandeel van de PVV is met $12,96\ldots\% - 10,02\ldots\% = 2,94\ldots\%$, dus met ongeveer 2,9 procentpunt gestegen.

4.4 Vermenigvuldigingsfactor

Bladzijde 136

20 a nieuwe hoeveelheid = $1,38 \times 5000 = 6900$

b procentuele toename = $\frac{6900 - 5000}{5000} \times 100\% = 38\%$

Je ziet de decimalen van het getal 1,38 waarmee je vermenigvuldigt terug in de procentuele toename 38%.

c Met het getal 1,26.

Bladzijde 137

21 a 1,15

b 1,43

c 0,85

d 1,043

e 0,49

f 1,005

g 0,949

h 2

i 0,9947

j 0,75

k 2,25

l 5

- 22 a 51,8% toename e 5,4% afname i 50% afname
b 2,7% toename f 91,4% afname j 95% afname
c 280% toename g 50% toename k 90% afname
d 54% afname h 400% toename l 0,4% toename

- 23 a 28% afname, dus $\times 0,72$.
In 2018 was de prijs $0,72 \times 205,80 \approx 148,18$ euro.
b 6,9% toename, dus $\times 1,069$.
Op 1 juli 2018 was het aantal leden $1,069 \times 173 \approx 185$.
c 9,5% afname, dus $\times 0,905$.
Een jaar na de aankoop is de auto nog $0,905 \times 23\,750 = 21\,493,75$ euro waard.

Bladzijde 138

- 24 a 39,9% toename, dus $\times 1,399$.
Het aantal elektrische auto's op 31 december 2016 was $1,399 \times 9368 \approx 13\,106$.
b 24,8% afname, dus $\times 0,752$.
In 2015 werd $0,752 \times 69,7$ miljard $\approx 52,4$ miljard m^3 aardgas gewonnen.
25 6,6% toename, dus $\times 1,066$.
wereldproductie in 2017 = $1,066 \times 8,94$ miljoen ton = 9,53004 miljoen ton
koffieproductie Brazilië in 2014 = $0,351 \times 8,94$ miljoen ton = 3,13794 miljoen ton
koffieproductie Brazilië in 2017 = $0,324 \times 9,53004$ miljoen ton = 3,08... miljoen ton
 $\frac{3,08... - 3,13794}{3,13794} \times 100\% = -1,6\%$, dus de afname is 1,6%.

- 26 Irma telt de twee percentages bij elkaar op, maar dat mag niet. De juiste berekening zie je hieronder.
aantal in 2005 = $1,5 \times 200\,000 = 300\,000$
aantal in 2015 = $1,5 \times 300\,000 = 450\,000$
Het aantal is meer dan verdubbeld, dus met meer dan 100% toegenomen.

Bladzijde 139

- 27 a 18,3% toename, dus $\times 1,183$.
33,6% toename, dus $\times 1,336$.
Bij de periode 2009-2018 hoort de factor $1,183 \times 1,336 = 1,5804...$
Dus de procentuele toename is 58,0%.
b 8,3% afname, dus $\times 0,917$.
42,6% afname, dus $\times 0,574$.
Bij de periode 2010-2017 hoort de factor $0,917 \times 0,574 = 0,5263...$
Dus de procentuele afname is 47,4%.
28 a 2,8% afname, dus $\times 0,972$.
3,8% toename, dus $\times 1,038$.
Bij de periode 2014-2016 hoort de factor $0,972 \times 1,038 = 1,0089...$
Dus de procentuele toename is 0,9%.
b 12,9% afname, dus $\times 0,871$.
1,5% afname, dus $\times 0,985$.
Het aantal landbouwbedrijven in Nederland in 2017 was $0,871 \times 0,985 \times 63\,913 \approx 54\,833$.
29 a aantal hotelovernachtingen in 2014 = $0,111 \times 6\,489\,000 = 720\,279$
aantal toeristische overnachtingen in 2015 = $1,148 \times 6\,489\,000 = 7\,449\,372$
aantal hotelovernachtingen in 2015 = $0,123 \times 7\,449\,372 \approx 916\,273$
 $\frac{916\,273 - 720\,279}{720\,279} \times 100\% \approx 27,2\%$, dus de toename is 27,2%.
b Bij de periode 2008-2016 hoort de factor $0,983 \times 0,985 \times 0,971 \times 0,962 = 0,9044...$
Dus de afname is 9,6%.

4.5 Rekenen met procenten

Bladzijde 140

- 30** Rob denkt dat als het aantal woningen in 2015 ten opzichte van 1995 met 50% is toegenomen, het aantal woningen in 1995 ten opzichte van 2015 ook met 50% is afgenomen. Maar dat is niet zo.

Bladzijde 141

- 31** **a** 8% duurder, dus factor 1,08.
De oude prijs is $\frac{36}{1,08} \approx 33,33$ euro.
- b** 8% duurder, dus factor 1,08.
De nieuwe prijs is $1,08 \times 25 = 27$ euro.
- c** Inclusief 21% btw, dus factor 1,21.
De prijs exclusief btw is $\frac{54}{1,21} \approx 44,63$ euro.
- d** Verlaging 12%, dus factor 0,88.
De oude prijs is $\frac{1750}{0,88} \approx 1988,64$ euro.
- 32** **a** 23% daling, dus factor 0,77.
In 2012 was het aantal $\frac{174}{0,77} \approx 226$.
- b** 13% toename, dus factor 1,13.
In 2016 was de omzet $\frac{22,5 \text{ miljard}}{1,13} \approx 19,9$ miljard euro.
- c** 13,8% toename, dus factor 1,138.
In 2016 werden er $\frac{62400}{1,138} \approx 54800$ nieuwbouwwoningen opgeleverd.
- d** 150% toename, dus factor 2,5.
In 2012 was de Nederlandse export van quinoa $\frac{3,5 \text{ miljoen}}{2,5} = 1,4$ miljoen kg.
- e** Daling 19,5%, dus factor 0,805.
In 2012 was het aantal leden $\frac{9928}{0,805} \approx 12333$.

Bladzijde 142

- 33** **a** 16,4% toename, dus factor 1,164.
In 2000 gingen de Nederlanders in totaal $\frac{35,5 \text{ miljoen}}{1,164} \approx 30,5$ miljoen keer op vakantie.
- b** 6,0% toename, dus factor 1,06.
In 2016 brachten de Nederlanders $1,06 \times 16,6 \text{ miljoen} = 17,596$ miljoen vakanties door in eigen land.
Dus in 2016 gingen de Nederlanders $35,5 \text{ miljoen} - 17,596 \text{ miljoen} \approx 17,9$ miljoen keer op vakantie naar het buitenland.
- 34** **a** Toename 15,2%, dus factor 1,152.
Toename 27,6%, dus factor 1,276.
In 1990 waren er $\frac{9,7 \text{ miljoen}}{1,152 \times 1,276} \approx 6,6$ miljoen autovakanties naar het buitenland.
- b** 7,1% afname, dus factor 0,929.
5,9% afname, dus factor 0,941.
In 2016 was de gemiddelde vakantieduur van een buitenlandse vakantie $0,929 \times 0,941 \times 12,7 \approx 11,1$ dagen.
- c** 88,8% toename, dus factor 1,888.
62,0% toename, dus factor 1,62.
Bij de periode 1990-2016 hoort de factor $1,888 \times 1,62 = 3,05856$.
Dus 205,9% meer.

- 35 Het jaarlijks rendement is 3,7%, dus elk jaar $\times 1,037$.
 John heeft $\frac{3000}{1,037^5} \approx 2500$ euro belegd.
- 36 $0,081 \times 35\,000 = 2835$
 $2800 < 2835$, dus er ligt minder dan 35 000 km fietspad in Nederland.

Bladzijde 143

- 37 a $\text{TOTAAL} = \frac{147}{0,405} \approx 363$, dus 363 toestellen vertrokken die dag van Schiphol.
 b De oude huurprijs was $\frac{15,30}{0,034} = 450$ euro.
 De nieuwe huurprijs is $450 + 15,30 = 465,30$ euro.
- 38 a In 2017 was er $\frac{56\,000}{0,032} = 1\,750\,000$ ha landbouwgrond in Nederland.
 b In 2016 werden er $\frac{271\,000}{0,292} \approx 928\,000$ nieuwe fietsen verkocht.
- 39 In Nederland ligt $\frac{2613}{0,423} = 6177,3\dots$ km vaarweg.
 In Noord-Holland ligt $0,138 \times 6177,3\dots \approx 852$ km vaarweg.
- 40 In 2015 waren er $\frac{92}{0,158} \approx 582$ vuurwerkslachtoffers.
 In 2016 waren er $582 - 92 = 490$ vuurwerkslachtoffers.

4.6 Diagrammen en procenten

Bladzijde 144

- 41 a $\text{hoek} = \frac{136}{245} \times 360^\circ \approx 200^\circ$
 b Omdat het totale aantal biologische boerenbedrijven per provincie verschilt.
 Hoe meer biologische boerenbedrijven er in een provincie zijn, hoe groter het cirkeldiagram.
 c Dit staafdiagram bestaat uit twee staven.

Bladzijde 145

- 42 a In figuur 4.2 zijn een lijndiagram en een samengesteld staafdiagram getekend.
 b In 1990 waren er $6,1 - 1,8 = 4,3$ miljoen meerpersoonshuishoudens.
 In 2010 waren er $7,4 - 2,6 = 4,8$ miljoen meerpersoonshuishoudens.
 c In 1980 waren er 1,1 miljoen eenpersoonshuishoudens.
 In 2010 waren er 2,6 miljoen eenpersoonshuishoudens.
 $\frac{2,6 - 1,1}{1,1} \times 100\% \approx 136,4\%$, dus de toename is 136,4%.
 d 2,6 miljoen van de 7,4 miljoen huishoudens bestond uit één persoon.
 Dat is $\frac{2,6}{7,4} \times 100\% \approx 35,1\%$.
 e 3,6 personen per huishouden in 1960.
 2,1 personen per huishouden in 2010.
 $\frac{2,1 - 3,6}{3,6} \times 100\% \approx -41,7\%$, dus de afname is 41,7%.
 f In 1970 waren er 4,0 miljoen huishoudens met 3,2 personen per huishouden.
 Het aantal inwoners in Nederland in 1970 is dus $4,0 \text{ miljoen} \times 3,2 = 12,8$ miljoen.

Bladzijde 146

- 43 a staafdiagram, beelddiagram
 b lijndiagram
 c staafdiagram, beelddiagram, cirkeldiagram
 d lijndiagram

- e staafdiagram, beelddiagram, cirkeldiagram
- f steel-bladdiagram
- g staafdiagram, cirkeldiagram
- h histogram, cirkeldiagram
- i lijndiagram
- j steel-bladdiagram

44 a $\frac{33,0 - 30,5}{30,5} \times 100\% \approx 8,2\%$, dus gestegen met 8,2%,

- b aantal bezoekers Nederlandse films in 2014 = $0,209 \times 30,8$ miljoen = 6 437 200
aantal bezoekers Nederlandse films in 2016 = $0,123 \times 34,2$ miljoen = 4 206 600
 $\frac{4\,206\,600 - 6\,437\,200}{6\,437\,200} \times 100\% \approx -34,7\%$, dus afgenomen met 34,7%.

- c Omdat de lijndiagrammen over verschillende dingen gaan.

- d In 2014 kostte een kaartje voor een Nederlandse film gemiddeld $\frac{49,3 \text{ miljoen}}{6\,437\,200} \approx 7,66$ euro.

aantal bezoekers buitenlandse films in 2014 = $30\,800\,000 - 6\,437\,200 = 24\,362\,800$

opbrengst buitenlandse films = $\frac{49,3 \text{ miljoen}}{0,197} \times 0,803 = 200\,953\,807, \dots$ euro

In 2014 kostte een kaartje voor een buitenlandse film gemiddeld $\frac{200\,953\,807, \dots}{24\,362\,800} \approx 8,25$ euro.

Dus in 2014 kostte een kaartje voor een Nederlandse film gemiddeld $8,25 - 7,66 = 0,59$ euro minder dan een kaartje voor een buitenlandse film.

Bladzijde 147

- 45 a In 2000 werd $0,71 \times 35,1$ PJ = 24,921 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor warmte.
In 2010 werd $0,44 \times 92,4$ PJ = 40,656 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor warmte.
 $\frac{40,656 - 24,921}{24,921} \times 100\% \approx 63,1\%$, dus in 2010 werd 63,1% meer hernieuwbare energie voor warmte verbruikt dan in 2000.

- b In 2015 werd $\frac{119,2 \text{ PJ}}{0,0584} \times 100\% \approx 2041,1$ PJ energie verbruikt.

- c In 2000 werd $0,29 \times 35,1$ PJ = 10,179 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.
In 2005 werd $0,47 \times 57,6$ PJ = 27,072 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.
 $\frac{27,072 - 10,179}{10,179} \times 100\% \approx 166,0\%$, dus 166,0% meer.

- d In 2010 werd $0,46 \times 92,4$ PJ = 42,504 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.
In 2015 werd $0,4 \times 119,2$ PJ = 47,68 PJ hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.
Hiermee is de eerste bewering te verdedigen, want in 2015 was het verbruik van hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit $47,68 - 42,504 = 5,176$ PJ meer dan in 2010.

In 2010 werd 46% van de hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.

In 2015 werd 40% van de hernieuwbare energie verbruikt voor elektriciteit.

Hiermee is de tweede bewering te verdedigen, want in 2015 was het aandeel van het verbruik van hernieuwbare energie voor elektriciteit kleiner dan in 2010.

- 46 a De staaf die bij het aantal meisjes hoort is vier keer zo lang als de staaf die bij het aantal jongens hoort.
b Hilco gaat ervan uit dat de staven bij 0 beginnen. De staven beginnen echter bij 500.
Er zitten 580 meisjes en 520 jongens op het Newton College, dus de uitspraak van Hilco klopt niet.

Bladzijde 148

- 47 a In oktober is de omzet 32 400 euro.
b De omzet in mei is 32 000 euro.
De omzet in juni is 34 000 euro.
 $\frac{34\,000 - 32\,000}{32\,000} \times 100\% \approx 6,3\%$, dus 6,3% meer.

- c Op de verticale as is geen scheurlijn gebruikt. Dat had wel gemoeten.

- 48** a $\frac{8000}{4000} = 2$, dus twee keer zoveel.
- b Het rechter melkpak is twee keer zo hoog als het linker. Het rechter melkpak is ook twee keer zo breed als het linker. Dus de oppervlakte van het rechter melkpak is $2 \times 2 = 4$ keer zo groot als de oppervlakte van het linker.
- c Omdat het melkpak bij Nederland een vier keer zo grote oppervlakte heeft dan dat bij de overige EU-landen, wordt de indruk gewekt dat een Nederlandse koe vier keer zoveel melk geeft als een koe van een overig EU-land.

Bladzijde 149

- 49** Je weet niet waar de jaarcijfers over gaan, omdat er langs de verticale as geen informatie staat en ook geen eenheid. Misschien gaat het wel over het aantal geconstateerde gebreken bij hun producten, of over het aantal ontslagen.
- 50** Bij de 16-jarigen is zowel de lengte als de breedte als de hoogte van de staaf 2,25 keer zo groot als bij de 14-jarigen. De inhoud is dus $2,25^3 \approx 11,4$ keer zo groot. Er wordt zo de indruk gewekt dat de 16-jarigen 11,4 keer zoveel zakgeld krijgen als de 14-jarigen. Dat is niet realistisch, het is 2,25 keer zoveel. Verder is de titel van het diagram onvolledig.
- 51** Er is alleen gekeken naar het aantal absentes in oktober. Je weet dus niet hoe het zit met de aantallen absentes in de rest van het jaar.
In de periode 2010-2016 neemt het aantal absentes gelijkmatig toe. Dus voor deze periode klopt de uitspraak van de directeur niet.
Er zijn geen gegevens beschikbaar van de jaren na 2016. Je weet dus niet hoe het zit met de absentes in oktober van de jaren na 2016.
Het is van belang te weten hoeveel leerlingen er elk jaar op deze school hebben gezeten. Als er in 2016 minder leerlingen op deze school zaten dan bijvoorbeeld in 2015, dan is het aantal absentes in 2016 naar verhouding groter dan in 2015.
De getallen langs de assen zorgen voor een misleidende indruk.
- 52** Dat weet je niet, omdat je het totale aantal leerlingen op beide scholen niet weet.

4.7 Rekenen met Excel

Bladzijde 150

- 53** a *
- b Robin van Persie heeft gemiddeld 0,49 doelpunten per interland gescoord.
- c *
- d *
- e Bep Bakhuys heeft de meeste doelpunten per interland gemaakt.
- f Op de nieuwe ranglijst neemt Robin van Persie de veertiende positie in.
- 54** a *
- b *
- c *
- d Finland is het dunst bevolkt met 16 inwoners per km².
- e Nederland neemt de tweede positie in met 412 inwoners per km².

Bladzijde 151

- 55** a *
- b In 2015 was de filedruk op de A20 van Hoek van Holland naar Gouda bij koplocatie Terbregseplein het grootst. Die filedruk was 169 631 kmmin.
- c *
- d De absolute toename in filedruk is het grootst op de A4 van Den Haag naar Amsterdam bij koplocatie Zoeterwoude-Dorp. Deze toename is 116 150 kmmin.
- e *

- f** De procentuele toename is het grootst op de A9 van Amstelveen naar Alkmaar bij koplocatie Velsen. Die toename is 4565,9%.
De procentuele afname is het grootst op de A16 van Breda naar Rotterdam bij koplocatie Terbregseplein. Die afname is 39,2%.
- g** Op de A16 van Breda naar Rotterdam bij koplocatie Terbregseplein is de toename in procentpunten het grootst. Die toename is 0,53%.
Op de A4 van Den Haag naar Amsterdam bij koplocatie Zoeterwoude-Dorp is de afname in procentpunten het grootst. Die afname is 0,95%.

Gemengde opgaven

Bladzijde 152

- 1 a** Een jaar is $365 \times 24 \times 60 = 525\,600$ minuten.
In 2015 werd er gemiddeld per dag $\frac{42\,000\,000}{525\,600} \approx 80$ jaar gebeld.
- b** 1400 minuten is $\frac{1400}{60} = 23,33\ldots$ uur.
In 2015 belde een huishouden gemiddeld $\frac{19,2 \text{ miljoen}}{7,7 \text{ miljoen}} \times 23,33\ldots \approx 58$ uur met mobiele telefoons.
- c** 365×42 miljoen = 15 330 miljoen vaste belminuten in 2015.
 $19,2 \text{ miljoen} \times 1400 = 26\,880$ miljoen mobiele belminuten in 2015.
Het scheelt $26\,880 \text{ miljoen} - 15\,330 \text{ miljoen} = 11\,550$ miljoen minuten.
- 2 a** 9,7% afname, dus factor 0,903.
In 2016 was het aantal voertuigdiefstallen $\frac{23\,595}{0,903} \approx 26\,130$.
- b** $\frac{8257 - 9179}{9179} \times 100\% \approx -10,0$, dus de relatieve afname is 10,0%.
- c** aantal in 2016 = $1631 - 52 = 1579$
 $\frac{52}{1579} \times 100\% \approx 3,3\%$, dus de procentuele toename is 3,3%.
- d** 10,4% afname, dus factor 0,896.
In 2017 werden er $0,896 \times 12\,698 \approx 11\,377$ bromfietsen gestolen.
- e** In 2017 werden $\frac{162}{0,233} \approx 695$ aanhangers en opleggers gestolen. Dat zijn er minder dan in 2016.
 $\frac{695 - 750}{750} \times 100\% \approx -7,3$, dus het scheelt 7,3%.
- 3** Bij de periode 2008-2016 hoort de factor $0,94 \times 0,946 \times 0,98 \times 1,097 = 0,955\ldots$
De gemiddelde verkoopprijs in 2008 was $\frac{243\,800}{0,955\ldots} \approx 255\,000$ euro.

Bladzijde 153

- 4 a** In 2016 waren er $\frac{3\,332\,000\,000}{1\,286\,000} \approx 2591$ drogisterijen.
- b** aantal personeelsleden in 2015 = $\frac{3\,257\,000\,000}{112\,719} \approx 28\,895$
aantal personeelsleden in 2016 = $\frac{3\,332\,000\,000}{111\,081} \approx 29\,996$
Het scheelt $29\,996 - 28\,895 = 1101$.
- c** gemiddelde vloeroppervlakte per winkel in 2014 = $\frac{1\,127\,000}{5638} \approx 200 \text{ m}^2$
gemiddelde vloeroppervlakte per winkel in 2015 = $\frac{1\,184\,000}{5846} \approx 203 \text{ m}^2$
gemiddelde vloeroppervlakte per winkel in 2016 = $\frac{1\,286\,000}{6098} \approx 211 \text{ m}^2$
Dus in 2016 was de gemiddelde vloeroppervlakte per winkel het grootst.

- 5 a** $\frac{13\,500 - 10\,800}{10\,800} \times 100\% = 25\%$, dus toegenomen met 25%.
- b** melkproductie per melkkoe in 2014 = $\frac{12\,700 \text{ miljoen}}{1\,570\,000} \approx 8089 \text{ kg}$
 melkproductie per melkkoe in 2015 = $\frac{13\,500 \text{ miljoen}}{1\,620\,000} \approx 8333 \text{ kg}$
 $\frac{8333 - 8089}{8089} \times 100\% \approx 3,0\%$, dus 3,0% groter.
- c** Gemiddeld $\frac{1\,620\,000}{18\,264} \approx 89$ melkkoeien per melkveebedrijf in 2015.
- d** melkproductie per melkveebedrijf in 2010 = $\frac{11\,600 \text{ miljoen}}{19\,805} \approx 585\,711 \text{ kg}$
 melkproductie per melkveebedrijf in 2015 = $\frac{13\,500 \text{ miljoen}}{18\,264} \approx 739\,159 \text{ kg}$
 $\frac{739\,159 - 585\,711}{585\,711} \times 100\% \approx 26,2\%$, dus toegenomen met 26,2%.

Diagnostische toets

Bladzijde 156

- 1 a** In 2015 werden 300 miljoen : 1,5 = 200 miljoen zonnepanelen in gebruik genomen.
b Het gemiddelde vermogen van een zonnepaneel dat in 2016 in gebruik is genomen, is $\frac{75 \text{ miljoen}}{300 \text{ miljoen}} = 0,25$ kilowatt.
c In 2016 is in Nederland 2 miljoen $\times 0,25 = 500\,000$ kilowatt aan zonnepanelen in gebruik genomen.
- 2 a** Er worden jaarlijks 1,5 miljard $\times 365 \times 4 = 2190$ miljard WhatsApp-berichten verzonden.
b Een jaar komt overeen met $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\,536\,000$ seconden, oftewel 31,536 miljoen seconden.
 73,5 miljard m^3 water = 73 500 miljard liter water = 73 500 000 miljoen liter water
 De Rijn voert $\frac{73\,500\,000 \text{ miljoen}}{31,536 \text{ miljoen}} \approx 2\,331\,000$ liter water per seconde af.
- 3 a** 3800 fitnesscentra en 1370 leden per fitnesscentrum, dus $3800 \times 1370 \approx 5,2$ miljoen leden in Frankrijk.
b 8300 fitnesscentra en 10,04 fitnesscentra per 100 000 inwoners, dus $\frac{8300}{10,04} \times 100\,000 \approx 82,7$ miljoen inwoners in Duitsland.
c 65,6 miljoen inwoners en 6300 fitnesscentra, dus $\frac{6300}{65\,600\,000} \times 100\,000 \approx 9,60$ fitnesscentra per 100 000 inwoners.

Bladzijde 157

- 4 a** In 2010 waren er $2662 + 1057 = 3719$ bedrijven met geiten in Nederland.
 De gevraagde afname is $\frac{1057}{3719} \times 100\% \approx 28,4\%$.
b $\frac{188 - 95}{95} \times 100\% \approx 97,9\%$, dus de relatieve toename is 97,9%.
c aantal geiten in 2010 = $3719 \times 95 = 353\,305$
 aantal geiten in 2016 = $2662 \times 188 = 500\,456$
 In de periode 2010-2016 is het totale aantal geiten in Nederland toegenomen met $\frac{500\,456 - 353\,305}{353\,305} \times 100\% \approx 41,6\%$.
- 5** 24,5% toename, dus $\times 1,245$.
 54,1% toename, dus $\times 1,541$.
 Bij de periode 2010-2040 hoort de factor $1,245 \times 1,541 = 1,9185$...
 Dus de procentuele toename is 91,9%.

- 6 a** 11,6% toename, dus factor 1,116.
 In 2015 was de suikerbietenproductie $\frac{5,5 \text{ miljoen ton}}{1,116} \approx 4,9 \text{ miljoen ton}$.
- b** 6,6% afname, dus factor 0,934.
 In 2015 was de suikerbietenproductie per hectare landbouwgrond $\frac{77,8 \text{ ton}}{0,934} \approx 83,3 \text{ ton}$.
- 7** In 2000 waren er $\frac{49\,000}{0,288} \approx 170\,139$ sportongevallen.
 In 2016 waren er $170\,139 - 49\,000 \approx 121\,000$ sportongevallen.
- 8 a** In 2014 werden $0,08 \times 388\,000 \approx 31\,000$ Renaults verkocht.
- b** Bij lijndiagrammen hebben alleen de punten betekenis, de tussenliggende lijnstukjes niet.
 Dus ook de snijpunten van de lijnstukjes van de lijndiagrammen hebben geen betekenis.
- c** aantal verkochte Renaults in 2012 = $0,088 \times 502\,000 = 44\,176$
 aantal verkochte Renaults in 2013 = $0,089 \times 417\,000 = 37\,113$
 In 2013 werden minder Renaults verkocht dan in 2012.
 $\frac{37\,113 - 44\,176}{44\,176} \times 100\% \approx -16,0\%$, dus het scheelt 16,0%.
- d** De hoek van de sector Renault is $0,092 \times 360^\circ \approx 33,1^\circ$.
- 9** Het rechter symbool is drie keer zo hoog en drie keer zo breed als het linker symbool, dus de oppervlakte is negen keer zo groot. Je zou dus denken dat er in 2016 negen keer zoveel webshops waren als in 2009. Het waren er echter maar drie keer zoveel.

Herhaling

Bladzijde 158

- 1 a** In 1992 waren er 27,2 miljoen : 2 = 13,6 miljoen bioscoopbezoeken.
- b** $35,3 - 34,2 = 1,1$, dus 1,1 miljoen meer.
- c** In 2016 kostte een bioscoopkaartje gemiddeld $\frac{287,6 \text{ miljoen}}{34,2 \text{ miljoen}} \approx 8,41 \text{ euro}$.
- 2 a** Een jaar komt overeen met $365 \times 24 \times 60 \times 60 = 31\,536\,000$ seconden, oftewel 31,536 miljoen seconden.
 De Nijl voert jaarlijks $2800 \times 31,536 \text{ miljoen} \approx 88\,301 \text{ miljoen m}^3$ water af.
- b** Dat zijn gemiddeld $\frac{10,1 \text{ miljard}}{46,5 \text{ miljoen}} = \frac{10\,100 \text{ miljoen}}{46,5 \text{ miljoen}} \approx 217$ eieren per leggen.
- 3 a** In 2016 was het aantal boekwinkels $\frac{319 \text{ miljoen}}{441 \text{ duizend}} = \frac{319 \text{ miljoen}}{0,441 \text{ miljoen}} \approx 723$.
- b** In 2016 was het aantal personeelsleden van boekwinkels $\frac{319 \text{ miljoen}}{77 \text{ duizend}} = \frac{319 \text{ miljoen}}{0,077 \text{ miljoen}} \approx 4143$.
 Dat zijn er gemiddeld $\frac{4143}{723} \approx 6$ per boekwinkel.
- c** In 2014 was de verkoop $\frac{377 \text{ miljoen}}{106 \text{ duizend}} = \frac{377 \text{ miljoen}}{0,106 \text{ miljoen}} \approx 3557 \text{ euro per m}^2$ vloeroppervlakte.
- d** In 2014 was de gemiddelde vloeroppervlakte van een boekwinkel $\frac{106\,000}{756} = 140,2... \text{ m}^2$.
 In 2016 was de gemiddelde vloeroppervlakte van een boekwinkel $\frac{119\,000}{723} = 164,5... \text{ m}^2$.
 Dus in 2016 was de gemiddelde vloeroppervlakte van een boekwinkel groter dan in 2014.
 Het scheelt $164,5... - 140,2... \approx 24 \text{ m}^2$.

Bladzijde 159

- 4 a** $\frac{1965 - 2431}{2431} \times 100\% \approx -19,2\%$, dus de relatieve afname is 19,2%.
- b** $\frac{53\,750 - 41\,649}{41\,649} \times 100\% \approx 29,1\%$, dus toegenomen met 29,1%.

- c totale aantal kippen in 2010 = $41\,649 \times 2431 = 101\,248\,719$
 totale aantal kippen in 2016 = $53\,750 \times 1965 = 105\,618\,750$
 Het totale aantal kippen in Nederland is in de periode 2010-2016 toegenomen met
 $\frac{105\,618\,750 - 101\,248\,719}{101\,248\,719} \times 100\% \approx 4,3\%$.

5	procentuele verandering	+3,6%	+17,6%	-18,1%	-67,5%	+0,8%	+163%	-88,7%	-91,5%	+103%	-2,1%
	verm. factor	1,036	1,176	0,819	0,325	1,008	2,63	0,113	0,085	2,03	0,979

- 6 a Toename 38%, dus $\times 1,38$.
 Toename 21%, dus $\times 1,21$.
 Bij de periode 2008-2017 hoort de factor $1,38 \times 1,21 = 1,6698$.
 Dus de procentuele toename is 67,0%.
- b Afname 18%, dus $\times 0,82$.
 Afname 7,8%, dus $\times 0,922$.
 Bij de periode 2008-2017 hoort de factor $0,82 \times 0,922 = 0,75604$.
 Dus de procentuele afname is 24,4%.
- c Toename 95,2%, dus $\times 1,952$.
 Toename 27,0%, dus $\times 1,27$.
 Bij de periode 2015-2017 hoort de factor $1,952 \times 1,27 = 2,47904$.
 Dus de procentuele toename is 147,9%.
- 7 2,8% toename, dus factor 1,028.
 In het eerste kwartaal van 2016 werd $\frac{140\,000}{1,028} \approx 136\,000$ keer het theorie-examen rijvaardigheid afgenomen.
- Bladzijde 160**
- 8 6,1% afname, dus factor 0,939.
 In het eerste kwartaal van 2017 waren er $\frac{56\,000}{0,939} \approx 60\,000$ geslaagden.
- 9 a In het tweede kwartaal van namen $\frac{5556}{0,817} \approx 6800$ personen deel aan het praktijkexamen bromfiets.
 b In het eerste kwartaal van 2017 werden $\frac{2432}{0,193} \approx 12\,601$ theorie-examens bromfiets afgenomen.
 In het tweede kwartaal van 2017 werden $12\,601 + 2432 = 15\,033$ theorie-examens bromfiets afgenomen.
- 10 a $\frac{1440 - 1200}{1200} \times 100\% = 20\%$, dus toegenomen met 20%.
 b $\frac{52\,000 - 39\,700}{39\,700} \times 100\% \approx 31,0\%$, dus toegenomen met 31,0%.
- c In 2010 was de gemiddelde oppervlakte van een biologisch landbouwbedrijf $\frac{45\,700}{1250} \approx 37$ hectare.
 d In 2014 was de totale oppervlakte landbouwgrond in Nederland $\frac{49\,300}{0,027} \approx 1\,826\,000$ hectare.
- 11 De figuur rechts is drie keer zo breed en drie keer zo hoog als de figuur links, dus de oppervlakte van de figuur rechts is negen keer zo groot. Je zou dus kunnen denken dat een bitcoin op 16 december 2017 negen keer zoveel waard is als op 29 oktober 2017. Dat is echter niet zo, het is drie keer zoveel.

Onderzoek Informatie zoeken

Bladzijde 162

- 1 *
- 2 *

Bladzijde 163

3 *

4 *

5 *

6 *

7 *

5 Algebraïsche vaardigheden

Voorkennis Haakjes, breuken en wortels

Bladzijde 166

- 1 a $x(2x - 5) = 2x^2 - 5x$
b $3x(x + 8) = 3x^2 + 24x$
c $(x - 1)(x + 6) = x^2 + 6x - x - 6 = x^2 + 5x - 6$
d $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 5x + 5x - 25 = x^2 - 25$
e $(x + 7)(x + 7) = x^2 + 7x + 7x + 49 = x^2 + 14x + 49$
f $-x(x + 7) = -x^2 - 7x$
g $(2x - 1)(x + 7) = 2x^2 + 14x - x - 7 = 2x^2 + 13x - 7$
h $-9x(x - 1) = -9x^2 + 9x$
i $(x - 5)(y - 2) = xy - 2x - 5y + 10$
- 2 a $4(a + 2) + 3a = 4a + 8 + 3a = 7a + 8$
b $4a + 2(a + 3) = 4a + 2a + 6 = 6a + 6$
c $4a - 2(a + 3) = 4a - 2a - 6 = 2a - 6$
d $(4a + 2)(a + 3) = 4a^2 + 12a + 2a + 6 = 4a^2 + 14a + 6$
e $(4a - 2)(a + 3) = 4a^2 + 12a - 2a - 6 = 4a^2 + 10a - 6$
f $3(a - 2) - 5a = 3a - 6 - 5a = -2a - 6$
g $3a - 2(a - 5) = 3a - 2a + 10 = a + 10$
h $(3a + 2)(a - 5) = 3a^2 - 15a + 2a - 10 = 3a^2 - 13a - 10$
i $(3a - 2)(a - 5) = 3a^2 - 15a - 2a + 10 = 3a^2 - 17a + 10$

Bladzijde 167

- 3 a $(a + 4)(a - 4) = a^2 - 16$
b $(x - 6)(x + 6) = x^2 - 36$
c $(3a + 2)(3a - 2) = 9a^2 - 4$
d $(5y - 1)(5y + 1) = 25y^2 - 1$
e $(2a + b)(2a - b) = 4a^2 - b^2$
f $(3m - 5n)(3m + 5n) = 9m^2 - 25n^2$
- 4 a $(x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16$
b $(b - 6)^2 = b^2 - 12b + 36$
c $(2c + 9)^2 = 4c^2 + 36c + 81$
d $(3p - 7)^2 = 9p^2 - 42p + 49$
e $(5a + x)^2 = 25a^2 + 10ax + x^2$
f $(4v - 5z)^2 = 16v^2 - 40vz + 25z^2$
- 5 a $(3x + 8)^2 = 9x^2 + 48x + 64$
b $(8 - 3x)^2 = 64 - 48x + 9x^2$
c $(8x + 3)(8x - 3) = 64x^2 - 9$
d $(5a - z)(5a + z) = 25a^2 - z^2$
e $(6b - 5k)^2 = 36b^2 - 60bk + 25k^2$
f $(4x + 11y)(4x - 11y) = 16x^2 - 121y^2$

Bladzijde 168

- 6 a $\frac{1}{5} + \frac{3}{4} = \frac{4}{20} + \frac{15}{20} = \frac{19}{20}$
b $\frac{1}{5} \cdot \frac{3}{4} = \frac{3}{20}$
c $\frac{1}{5} : \frac{3}{4} = \frac{1}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{15}$
d $3\frac{1}{2} + \frac{3}{4} = \frac{7}{2} + \frac{3}{4} = \frac{14}{4} + \frac{3}{4} = \frac{17}{4} = 4\frac{1}{4}$
e $3\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{4} = \frac{21}{8} = 2\frac{5}{8}$
f $3\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{7}{2} : \frac{3}{4} = \frac{7}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{28}{6} = \frac{14}{3} = 4\frac{2}{3}$
g $1\frac{2}{3} + 2\frac{1}{2} = \frac{5}{3} + \frac{5}{2} = \frac{10}{6} + \frac{15}{6} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$
h $1\frac{2}{3} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{5}{3} \cdot \frac{5}{2} = \frac{25}{6} = 4\frac{1}{6}$
i $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2} = \frac{5}{3} : \frac{5}{2} = \frac{5}{3} \cdot \frac{2}{5} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$
- 7 a $3\frac{1}{4} - 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} - \frac{5}{2} = \frac{13}{4} - \frac{10}{4} = \frac{3}{4}$
b $3\frac{1}{4} \cdot 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} \cdot \frac{5}{2} = \frac{65}{8} = 8\frac{1}{8}$
c $3\frac{1}{4} : 2\frac{1}{2} = \frac{13}{4} : \frac{5}{2} = \frac{13}{4} \cdot \frac{2}{5} = \frac{26}{20} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$
d $2 - \frac{2}{3} = 1\frac{1}{3}$
e $2 \cdot \frac{2}{3} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
f $2 : \frac{2}{3} = 2 \cdot \frac{3}{2} = \frac{6}{2} = 3$
g $\frac{2}{3} - 2 = -1\frac{1}{3}$
h $\frac{2}{3} \cdot 2 = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$
i $\frac{2}{3} : 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

- 8 a $5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{5} = 15\sqrt{10}$
 b $3\sqrt{6} \cdot 2\sqrt{5} = 6\sqrt{30}$
 c $5\sqrt{2} \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{4} = 15 \cdot 2 = 30$
 d $5\sqrt{3} \cdot 7\sqrt{12} = 35\sqrt{36} = 35 \cdot 6 = 210$
 e $5\sqrt{9} \cdot 7 = 5 \cdot 3 \cdot 7 = 105$
 f $3\sqrt{6} \cdot -2\sqrt{6} = -6\sqrt{36} = -6 \cdot 6 = -36$
- 9 a $5\sqrt{2} + 8\sqrt{2} = 13\sqrt{2}$
 b $5\sqrt{2} - \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$
 c $3\sqrt{5} - 7\sqrt{5} = -4\sqrt{5}$
 d $\sqrt{7} + \sqrt{7} = 2\sqrt{7}$
 e $\sqrt{36} - \sqrt{9} = 6 - 3 = 3$
 f $2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}$ kan niet
- 10 a $3\sqrt{2} + 5\sqrt{7}$ kan niet
 b $3\sqrt{2} \cdot 5\sqrt{7} = 15\sqrt{14}$
 c $5\sqrt{7} \cdot 2\sqrt{7} = 10\sqrt{49} = 10 \cdot 7 = 70$
 d $5\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 3\sqrt{7}$
 e $3\sqrt{25} - 5\sqrt{9} = 3 \cdot 5 - 5 \cdot 3 = 15 - 15 = 0$
 f $9\sqrt{2} \cdot -3\sqrt{8} = -27\sqrt{16} = -27 \cdot 4 = -108$

5.1 Haakjes wegwerken

Bladzijde 169

- 1 a $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$
 b $-p + 3(p - 4) = -p + 3p - 12 = 2p - 12$
 c $(x + 2)(x - 3) = x^2 - 3x + 2x - 6 = x^2 - x - 6$
- 2 a $3(x + 1)(x + 4) = 3(x^2 + 4x + x + 4) = 3(x^2 + 5x + 4) = 3x^2 + 15x + 12$
 b $-2(a + 3)(a - 5) = -2(a^2 - 5a + 3a - 15) = -2(a^2 - 2a - 15) = -2a^2 + 4a + 30$
 c $(5x)^2 + 4x(1 - 6x) = 25x^2 + 4x - 24x^2 = x^2 + 4x$
 d $(2y)^2 - 4y(y - 5) = 4y^2 - 4y^2 + 20y = 20y$
 e $3(2d + 1)(4 + d) = 3(8d + 2d^2 + 4 + d) = 3(9d + 2d^2 + 4) = 27d + 6d^2 + 12$
 f $-3(6x - 1)(1 + 2x) = -3(6x + 12x^2 - 1 - 2x) = -3(4x + 12x^2 - 1) = -12x - 36x^2 + 3$
 g $2(x + 3)(x - 5) = 2(x^2 - 5x + 3x - 15) = 2(x^2 - 2x - 15) = 2x^2 - 4x - 30$
 h $5(n + 2)(n - 1) - 5n^2 = 5(n^2 - n + 2n - 2) - 5n^2 = 5n^2 - 5n + 10n - 10 - 5n^2 = 5n - 10$
- 3 a $6(a + 5)(2a - 1) = 6(2a^2 - a + 10a - 5) = 6(2a^2 + 9a - 5) = 12a^2 + 54a - 30$
 b $-4(1 + 3x)(3x - 1) = -4(3x - 1 + 9x^2 - 3x) = -4(-1 + 9x^2) = 4 - 36x^2$
 c $(5c)^2 + 4(2c - 3)(c + 1) = 25c^2 + 4(2c^2 + 2c - 3c - 3) = 25c^2 + 8c^2 + 8c - 12c - 12 = 33c^2 - 4c - 12$
 d $\frac{1}{2}(5e - 1)(e + 6) = \frac{1}{2}(5e^2 + 30e - e - 6) = \frac{1}{2}(5e^2 + 29e - 6) = 2\frac{1}{2}e^2 + 14\frac{1}{2}e - 3$
 e $8k + 2(4k - 1)(k + 4) = 8k + 2(4k^2 + 16k - k - 4) = 8k + 8k^2 + 32k - 2k - 8 = 38k + 8k^2 - 8$
 f $2(a + 2)(5 - a) - (3a)^2 = 2(5a - a^2 + 10 - 2a) - 9a^2 = 10a - 2a^2 + 20 - 4a - 9a^2 = 6a - 11a^2 + 20$
- 4 $(3x)^2 = 3^2 \cdot x^2 = 9x^2$, dus $4(3x)^2 = 4 \cdot 9x^2 = 36x^2$.
 Dus Bob heeft gelijk.

Bladzijde 170

- 5 a $3(x + 5)(x - 5) = 3(x^2 - 25) = 3x^2 - 75$
 b $-4(a + 1)^2 = -4(a^2 + 2a + 1) = -4a^2 - 8a - 4$
 c $2(c - 6)^2 = 2(c^2 - 12c + 36) = 2c^2 - 24c + 72$
 d $5(2y - 1)^2 = 5(4y^2 - 4y + 1) = 20y^2 - 20y + 5$
 e $-3(6 - e)(6 + e) = -3(36 - e^2) = -108 + 3e^2$
 f $\frac{1}{2}(3x - 2)^2 = \frac{1}{2}(9x^2 - 12x + 4) = 4\frac{1}{2}x^2 - 6x + 2$
- 6 a $5(3x - 1)^2 = 5(9x^2 - 6x + 1) = 45x^2 - 30x + 5$
 b $-(6x - 1)(6x + 1) = -(36x^2 - 1) = -36x^2 + 1$
 c $5(2a - b)^2 = 5(4a^2 - 4ab + b^2) = 20a^2 - 20ab + 5b^2$
 d $3(n + 2)^2 - 6(n - 1) = 3(n^2 + 4n + 4) - 6n + 6 = 3n^2 + 12n + 12 - 6n + 6 = 3n^2 + 6n + 18$
 e $-4(b + 5)(b - 5) + (2b)^2 = -4(b^2 - 25) + 4b^2 = -4b^2 + 100 + 4b^2 = 100$
 f $(1 - 4p)^2 - 8p(2p + 1) = 1 - 8p + 16p^2 - 16p^2 - 8p = 1 - 16p$

- 7 a $6p(3p-2) - (p+5)(p-4) = 18p^2 - 12p - (p^2 - 4p + 5p - 20) = 18p^2 - 12p - p^2 + 4p - 5p + 20 = 17p^2 - 13p + 20$
 b $(5p+1)^2 - (3p+2)(p-7) = 25p^2 + 10p + 1 - (3p^2 - 21p + 2p - 14) = 25p^2 + 10p + 1 - 3p^2 + 21p - 2p + 14 = 22p^2 + 29p + 15$
 c $(2x-3)^2 - 9(x-1)(x-8) = 4x^2 - 12x + 9 - 9(x^2 - 8x - x + 8) = 4x^2 - 12x + 9 - 9x^2 + 72x + 9x - 72 = -5x^2 + 69x - 63$
 d $(3x)^2 - 3(x+5)(x-2) = 9x^2 - 3(x^2 - 2x + 5x - 10) = 9x^2 - 3x^2 + 6x - 15x + 30 = 6x^2 - 9x + 30$
 e $(4x-3)(5x+8) - (3x-2)^2 = 20x^2 + 32x - 15x - 24 - (9x^2 - 12x + 4) = 20x^2 + 32x - 15x - 24 - 9x^2 + 12x - 4 = 11x^2 + 29x - 28$
 f $(5p)^2 - (5p-3)^2 = 25p^2 - (25p^2 - 30p + 9) = 25p^2 - 25p^2 + 30p - 9 = 30p - 9$
 g $(5-x)^2 - 5(x+5)^2 = 25 - 10x + x^2 - 5(x^2 + 10x + 25) = 25 - 10x + x^2 - 5x^2 - 50x - 125 = -4x^2 - 60x - 100$
 h $(2p+5)^2 - (2p-5)^2 = 4p^2 + 20p + 25 - (4p^2 - 20p + 25) = 4p^2 + 20p + 25 - 4p^2 + 20p - 25 = 40p$

- 8 a $A = (3n+7)^2 - 6(7n+8)(7n-8)$
 $A = 9n^2 + 42n + 49 - 6(49n^2 - 64)$
 $A = 9n^2 + 42n + 49 - 294n^2 + 384$
 $A = -285n^2 + 42n + 433$
 b $B = 5t(t-5)^2 + (5-t)^2$
 $B = 5t(t^2 - 10t + 25) + 25 - 10t + t^2$
 $B = 5t^3 - 50t^2 + 125t + 25 - 10t + t^2$
 $B = 5t^3 - 49t^2 + 115t + 25$
 c $C = (5t)^2 - 3(2t-4)^2$
 $C = 25t^2 - 3(4t^2 - 16t + 16)$
 $C = 25t^2 - 12t^2 + 48t - 48$
 $C = 13t^2 + 48t - 48$
 d $D = 12pq + 2p(q-3)^2$
 $D = 12pq + 2p(q^2 - 6q + 9)$
 $D = 12pq + 2pq^2 - 12pq + 18p$
 $D = 2pq^2 + 18p$

- 9 a $55 \cdot 65 = (60-5)(60+5) = 3600 - 25 = 3575$
 b $2\frac{1}{6} \cdot 1\frac{5}{6} = (2 + \frac{1}{6})(2 + \frac{1}{6}) = 4 + \frac{1}{3} + \frac{1}{36} = 4\frac{13}{36}$
 c $101^2 - 99^2 = (101+99)(101-99) = 200 \cdot 2 = 400$
 d $10 \cdot 99^2 = 10(100-1)^2 = 10(100^2 - 2 \cdot 100 \cdot 1 + 1^2) = 10(10000 - 200 + 1) = 10 \cdot 9801 = 98010$

5.2 Breuken herleiden

Bladzijde 171

- 10 a $\frac{3p}{7p} = \frac{3}{7}$ b $\frac{xy}{xz} = \frac{y}{z}$ c $\frac{14a}{20a} = \frac{7}{10}$
- 11 a $\frac{-24xz}{30xyz} = -\frac{4}{5y}$
 b $-\frac{36abc}{18ac} + \frac{9bc}{3c} = -2b + 3b = b$
 c $\frac{25pqs}{5p} - \frac{64qrs}{8r} = 5qs - 8qs = -3qs$
- 12 a $\frac{5b}{13b} = \frac{5}{13}$ d $\frac{a}{25a} = \frac{1}{25}$ g $\frac{-20pqr}{25prs} = -\frac{4q}{5s}$
 b $\frac{5b}{15a} = \frac{b}{3a}$ e $\frac{18xy}{24xz} = \frac{3y}{4z}$ h $\frac{17abc}{17ab} = c$
 c $\frac{25a}{a} = 25$ f $\frac{-21ab}{35abc} = -\frac{3}{5c}$ i $\frac{17ab}{17abc} = \frac{1}{c}$

13 a $\frac{18xy}{6x} - 5y = 3y - 5y = -2y$
 b $\frac{-27xy}{9y} + 5x = -3x + 5x = 2x$
 c $-\frac{8ab}{2b} + \frac{9ac}{3c} = -4a + 3a = -a$

Bladzijde 172

14 a $\frac{6abc}{9a} = \frac{2bc}{3} = \frac{2}{3}bc$

b $\frac{49pqr}{14qr} = \frac{7p}{2} = 3\frac{1}{2}p$

c $\frac{72xyz}{-6xz} = -12y$

15 a $\frac{7p}{28} = \frac{p}{4} = \frac{1}{4}p$

c $\frac{21x}{35} = \frac{3x}{5} = \frac{3}{5}x$

e $\frac{8c}{-8} = -c$

b $\frac{15a}{45} = \frac{a}{3} = \frac{1}{3}a$

d $\frac{6q}{3} = 2q$

f $\frac{8y}{16} = \frac{y}{2} = \frac{1}{2}y$

16 a $\frac{4xy}{8x} = \frac{y}{2} = \frac{1}{2}y$

c $\frac{p}{7p} = \frac{1}{7}$

e $\frac{3xy}{-6x} = \frac{y}{-2} = -\frac{1}{2}y$

b $\frac{6abc}{2ab} = 3c$

d $\frac{6pq}{3q} = 2p$

f $\frac{12abc}{-4ac} = -3b$

Bladzijde 173

17 a $2a - \frac{3ab}{8b} = 2a - \frac{3a}{8} = 2a - \frac{3}{8}a = 1\frac{5}{8}a$

b $\frac{3}{4}x + \frac{5xy}{10y} = \frac{3}{4}x + \frac{x}{2} = \frac{3}{4}x + \frac{1}{2}x = \frac{3}{4}x + \frac{2}{4}x = \frac{5}{4}x = 1\frac{1}{4}x$

c $\frac{3abc}{ac} - \frac{6ab}{20a} = 3b - \frac{3b}{10} = 3b - \frac{3}{10}b = 2\frac{7}{10}b$

18 a $\frac{a(b+c)}{6(b+c)} = \frac{a}{6} = \frac{1}{6}a$

b $\frac{4(p+q)}{2(p+q)} = 2$

c $\frac{xy}{x(x+y)} = \frac{y}{x+y}$

19 $\frac{xy+2x}{xy} = \frac{x(y+2)}{xy} = \frac{y+2}{y}$

Dus Hind heeft gelijk.

Bladzijde 174

20 a $\frac{8a^2 - 16a}{4a} = \frac{4a(2a - 4)}{4a} = 2a - 4$

b $\frac{p+q}{5p+5q} = \frac{p+q}{5(p+q)} = \frac{1}{5}$

c $\frac{a^2 + 2a - 3}{2a + 6} = \frac{(a-1)(a+3)}{2(a+3)} = \frac{a-1}{2} = \frac{1}{2}(a-1) = \frac{1}{2}a - \frac{1}{2}$

21 a $T = \frac{5a + 10b}{5} = \frac{5(a + 2b)}{5} = a + 2b$

b $y = \frac{x^2 - 3x}{10x} = \frac{x(x-3)}{10x} = \frac{x-3}{10} = \frac{1}{10}(x-3) = \frac{1}{10}x - \frac{3}{10}$

c $A = \frac{p^2 + 4p}{p^2 + 5p + 4} = \frac{p(p+4)}{(p+1)(p+4)} = \frac{p}{p+1}$

22 a $N = \frac{3t^2 + 6t}{6t} = \frac{3t(t+2)}{6t} = \frac{t+2}{2} = \frac{1}{2}(t+2) = \frac{1}{2}t + 1$

b $y = \frac{x^2 - 5x + 4}{x^2 - 6x + 5} = \frac{(x-1)(x-4)}{(x-1)(x-5)} = \frac{x-4}{x-5}$

c $p = \frac{q^2 - 4}{q^2 + 4q + 4} = \frac{(q+2)(q-2)}{(q+2)(q+2)} = \frac{q-2}{q+2}$

- 23** In 3Ha is $\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{4} = \frac{12}{28} = \frac{3}{7}$ deel van de leerlingen een meisje met een bijbaantje.
Dat zijn 12 leerlingen.
Dus in 3Ha zitten $\frac{12}{\frac{3}{7}} = 12 \cdot \frac{7}{3} = \frac{84}{3} = 28$ leerlingen.

Bladzijde 175

- 24** **a** $\frac{12a}{5c} : \frac{2}{3c} = \frac{12a}{5c} \cdot \frac{3c}{2} = \frac{36ac}{10c} = \frac{18a}{5} = 3\frac{3}{5}a$
b $\frac{\left(\frac{4p}{3}\right)}{2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4p}{3} = \frac{4p}{6} = \frac{2p}{3} = \frac{2}{3}p$
c $\frac{6}{\left(\frac{3}{2q}\right)} = 6 \cdot \frac{2q}{3} = \frac{12q}{3} = 4q$

25 **a** $\frac{3}{2a} \cdot \frac{6}{a} = \frac{18}{2a^2} = \frac{9}{a^2}$

b $\frac{3}{x} \cdot \frac{-x}{3y} = \frac{3x}{3xy} = \frac{1}{y}$

c $\frac{8}{3a} \cdot \frac{5}{2a} = \frac{40}{6a^2} = \frac{20}{3a^2}$

26 **a** $\frac{3}{2a} : \frac{6}{a} = \frac{3}{2a} \cdot \frac{a}{6} = \frac{3a}{12a} = \frac{1}{4}$

b $\frac{1}{2a} : \frac{6}{c} = \frac{1}{2a} \cdot \frac{c}{6} = \frac{c}{12a}$

c $\frac{a}{9} : (3a) = \frac{a}{9} \cdot \frac{1}{3a} = \frac{a}{27a} = \frac{1}{27}$

Bladzijde 176

27 **a** $\frac{\left(\frac{3}{x}\right)}{8} = \frac{1}{8} \cdot \frac{3}{x} = \frac{3}{8x}$

b $\frac{9}{\left(\frac{3}{x}\right)} = 9 \cdot \frac{x}{3} = \frac{9x}{3} = 3x$

c $\frac{\left(\frac{2x}{5}\right)}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{2x}{5} = \frac{2x}{15} = \frac{2}{15}x$

28 **a** $\frac{3}{2a} : \frac{3b}{a} = \frac{3}{2a} \cdot \frac{a}{3b} = \frac{3a}{6ab} = \frac{1}{2b}$

c $9 : \frac{3}{5a} = 9 \cdot \frac{5a}{3} = \frac{45a}{3} = 15a$

e $-6a : \frac{2a}{3} = -6a \cdot \frac{3}{2a} = \frac{18a}{2a} = 9$

b $\frac{\left(\frac{3}{2a}\right)}{4b} = \frac{1}{4b} \cdot \frac{3}{2a} = \frac{3}{8ab}$

d $\frac{2a}{3} \cdot 6a = \frac{12a^2}{3} = 4a^2$

f $\frac{9}{\left(\frac{6a}{5}\right)} = 9 \cdot \frac{5}{6a} = \frac{45}{6a} = \frac{15}{2a}$

29 $\frac{1}{6} + \frac{4}{5} = \frac{5}{30} + \frac{24}{30} = \frac{29}{30}$

Ze loopt $1 - \frac{29}{30} = \frac{1}{30}$ deel van de reisafstand.

Bladzijde 177

30 **a** $\frac{7p}{3q} - \frac{p}{3q} = \frac{6p}{3q} = \frac{2p}{q}$

c $\frac{2}{3x} + \frac{5}{2x} = \frac{4}{6x} + \frac{15}{6x} = \frac{19}{6x}$

e $\frac{4}{x} - 3 = \frac{4}{x} - \frac{3}{1} = \frac{4}{x} - \frac{3x}{x} = \frac{4-3x}{x}$

b $\frac{3}{5a} - \frac{2}{a} = \frac{3}{5a} - \frac{10}{5a} = -\frac{7}{5a}$

d $\frac{2}{a} + \frac{3}{a^2} = \frac{2a}{a^2} + \frac{3}{a^2} = \frac{2a+3}{a^2}$

f $\frac{8}{3a} - \frac{3}{2b} = \frac{16b}{6ab} - \frac{9a}{6ab} = \frac{16b-9a}{6ab}$

31 **a** $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} \cdot \frac{2y}{7} = \frac{2}{x} + \frac{6y}{7y} = \frac{2}{x} + \frac{6}{7} = \frac{14}{7x} + \frac{6x}{7x} = \frac{14+6x}{7x}$

b $\frac{3}{a} : \frac{6}{b} - \frac{1}{4a} = \frac{3}{a} \cdot \frac{b}{6} - \frac{1}{4a} = \frac{3b}{6a} - \frac{1}{4a} = \frac{b}{2a} - \frac{1}{4a} = \frac{2b}{4a} - \frac{1}{4a} = \frac{2b-1}{4a}$

c $2p \cdot \frac{3}{10pq} - 1 = \frac{6p}{10pq} - 1 = \frac{3}{5q} - \frac{5q}{5q} = \frac{3-5q}{5q}$

32 **a** Van type A wordt $\frac{12000}{60} = 200$ strekkende meter ingekocht.

Van type B wordt $\frac{12000}{40} = 300$ strekkende meter ingekocht.

b De gemiddelde prijs is $\frac{12000 + 12000}{200 + 300} = \frac{24000}{500} = 48$ euro per strekkende meter.

c Van type A wordt $\frac{b}{60}$ strekkende meter ingekocht.

Van type B wordt $\frac{b}{40}$ strekkende meter ingekocht.

Dus in totaal wordt er $\frac{b}{60} + \frac{b}{40}$ strekkende meter ingekocht.

$$\text{Dus } l = \frac{b}{60} + \frac{b}{40} = \frac{2b}{120} + \frac{3b}{120} = \frac{5b}{120} = \frac{b}{24}.$$

d De totale inkoopprijs is $b + b = 2b$ euro.

Het totale aantal ingekochte strekkende meter is l .

De gemiddelde prijs per strekkende meter is $\frac{\text{totale inkoopprijs}}{\text{totale aantal ingekochte strekkende meter}}$.

$$\text{Dus gemiddeld } \frac{2b}{l} = \frac{2b}{\left(\frac{b}{24}\right)} = 2b \cdot \frac{24}{b} = \frac{48b}{b} = 48 \text{ euro per strekkende meter.}$$

33 a $\frac{2a}{3} + \frac{a-7}{4} = \frac{8a}{12} + \frac{3(a-7)}{12} = \frac{8a+3a-21}{12} = \frac{11a-21}{12}$

b $\frac{1}{2a} - \frac{2a+1}{3} = \frac{a}{2} - \frac{2a+1}{3} = \frac{3a}{6} - \frac{2(2a+1)}{6} = \frac{3a-2(2a+1)}{6} = \frac{3a-4a-2}{6} = \frac{-a-2}{6}$

c $5 - \frac{3x-y}{y} = \frac{5}{1} - \frac{3x-y}{y} = \frac{5y}{y} - \frac{3x-y}{y} = \frac{5y-(3x-y)}{y} = \frac{5y-3x+y}{y} = \frac{6y-3x}{y}$

d $\frac{2a-3}{a} + 2\frac{2}{3} = \frac{2a-3}{a} + \frac{8}{3} = \frac{3(2a-3)}{3a} + \frac{8a}{3a} = \frac{6a-9+8a}{3a} = \frac{14a-9}{3a}$

e $\frac{b+3}{b} - \frac{a-1}{a} = \frac{a(b+3)}{ab} - \frac{b(a-1)}{ab} = \frac{a(b+3)-b(a-1)}{ab} = \frac{ab+3a-ab+b}{ab} = \frac{3a+b}{ab}$

f $\frac{x+y}{x} - \frac{x-y}{y} = \frac{y(x+y)}{xy} - \frac{x(x-y)}{xy} = \frac{y(x+y)-x(x-y)}{xy} = \frac{xy+y^2-x^2+xy}{xy} = \frac{2xy+y^2-x^2}{xy}$

5.3 Machten herleiden

Bladzijde 178

34 Bewering II is waar.

35 a $6a^4 + 2a^5 - 7a^4 = -a^4 + 2a^5$ c $-3p^5 \cdot -p^3 - 5p \cdot -2p^7 = 3p^8 + 10p^8 = 13p^8$

b $-3b^7c^2 \cdot 5bc^3 = -15b^8c^5$ d $5x^3 \cdot -2y^5 - 3x^4 \cdot 2y^4 = -10x^3y^5 - 6x^4y^4$

36 a $5a^7 \cdot 7a^6 = 35a^{13}$ d $-3a^9b^2 \cdot -5ab = 15a^{10}b^3$

b $2a^5b^2 \cdot 3a^2b = 6a^7b^3$ e $-8a^6x^3 \cdot -5a^3x^{11} = 40a^9x^{14}$

c $x^5y \cdot -6x^7y^3 = -6x^{12}y^4$ f $9m^7n^3 \cdot -2m^2n^5 = -18m^9n^8$

Bladzijde 179

37 a $7x^8 + 3x^8 = 10x^8$ d $5x^4 \cdot 2x^6 - x^5 \cdot 2x^4 = 10x^{10} - 2x^9$

b $5a^4 - 3b^4 + 2a^4 = 7a^4 - 3b^4$ e $2x^6 \cdot 3x^6 - 5x^9 \cdot 4x^3 = 6x^{12} - 20x^{12} = -14x^{12}$

c $4a^2 \cdot 3a^5 + 2a^4 \cdot a^3 = 12a^7 + 2a^7 = 14a^7$ f $p^2 \cdot -3p^4 - 2p \cdot -4p^5 = -3p^6 + 8p^6 = 5p^6$

38 a $5x^3 \cdot 2x^5 - 3x^4 \cdot 2x^4 = 10x^8 - 6x^8 = 4x^8$ d $4x^3 - 9y^2 + 5x^3 = 9x^3 - 9y^2$

b $-3a^5b^3 \cdot -5a^2b^4 = 15a^7b^7$ e $4x^3 \cdot -9y^2 \cdot 5x^3 = -180x^6y^2$

c $m^4 \cdot 2m^3 + 4m^2 \cdot 3m^6 = 2m^7 + 12m^8$ f $4x^3 \cdot 9y^2 + x^3 \cdot -2y^2 = 36x^3y^2 - 2x^3y^2 = 34x^3y^2$

39 a $2a(3a^3 - 4a^5) = 6a^4 - 8a^6$

b $5x^3(x^4 - 2x) = 5x^7 - 10x^4$

c $a^3(a^2 + 2a) - a^4 = a^5 + 2a^4 - a^4 = a^5 + a^4$

d $3ab(2a - 3b) + ab^2 = 6a^2b - 9ab^2 + ab^2 = 6a^2b - 8ab^2$

e $p^3(2p^2 - 1) - p(p^4 + p) = 2p^5 - p^3 - p^5 - p^2 = p^5 - p^3 - p^2$

f $(a^4 + 5)^2 = a^8 + 10a^4 + 25$

g $(4x^3 + 9y)^2 - x^3 \cdot 2y^2 = 16x^6 + 72x^3y + 81y^2 - 2x^3y^2$

h $(4x^3 - 9y^2)(x^3 - 2y^2) = 4x^6 - 8x^3y^2 - 9x^3y^2 + 18y^4 = 4x^6 - 17x^3y^2 + 18y^4$

i $4x^3 \cdot 9y^2 - (x^3 - 2y)^2 = 36x^3y^2 - (x^6 - 4x^3y + 4y^2) = 36x^3y^2 - x^6 + 4x^3y - 4y^2$

Bladzijde 180

40 a $(5p^3)^2 = 25p^6$
 b $-2(ab)^4 = -2a^4b^4$
 c $(-3y^8)^4 = 81y^{32}$

41 a $2(a^3)^2 + 3a^6 = 2a^6 + 3a^6 = 5a^6$
 b $(3a^3)^3 - 5a^9 = 27a^9 - 5a^9 = 22a^9$
 c $(a^4)^3 - 2(a^2)^6 = a^{12} - 2a^{12} = -a^{12}$

42 $a^4 \cdot a^3 = a^7$, dus $\frac{a^7}{a^3} = a^4$.

d $(a^3)^4 \cdot 5a^2 = a^{12} \cdot 5a^2 = 5a^{14}$
 e $3(x^2)^8 - 4(x^4)^4 = 3x^{16} - 4x^{16} = -x^{16}$
 f $(2m^2)^3 \cdot 5(m^3)^3 = 8m^6 \cdot 5m^9 = 40m^{15}$

d $(5x^3)^2 \cdot 2x^4 = 25x^6 \cdot 2x^4 = 50x^{10}$
 e $(-3p)^2 + 5p^2 = 9p^2 + 5p^2 = 14p^2$
 f $2(a^3)^4 + (2a^4)^3 = 2a^{12} + 8a^{12} = 10a^{12}$

Bladzijde 181

43 a $\frac{x^{10}}{x^2} = x^8$
 b $\frac{x^8}{x^8} = 1$
 c $\frac{x^7}{x^6} = x$
 d $\frac{5x^{10}}{x^2} = 5x^8$

e $\frac{3x^7}{3x^3} = x^4$
 f $\frac{12x^7}{6x^7} = 2$
 g $\frac{18x^3y^2}{-6xy^2} = -3x^2$
 h $\frac{27x^3y^6}{9y^5} = 3x^3y$

44 a $2a^3 \cdot 8a^6 = 16a^9$
 b $\frac{8a^6}{2a^3} = 4a^3$
 c $2a^3 + 8a^6$ kan niet
 d $(2a^3)^4 + 5(a^6)^2 = 16a^{12} + 5a^{12} = 21a^{12}$
 e $\frac{2(a^3)^4}{8a^2} = \frac{2a^{12}}{8a^2} = \frac{a^{10}}{4} = \frac{1}{4}a^{10}$
 f $(5x^2)^4 - 125x^8 = 625x^8 - 125x^8 = 500x^8$
 g $\frac{21x^3 + 9x^3}{10x} = \frac{30x^3}{10x} = 3x^2$
 h $16a^4 \cdot (-3a^3)^2 = 16a^4 \cdot 9a^6 = 144a^{10}$
 i $3a \cdot a^7 - (a^4)^2 = 3a^8 - a^8 = 2a^8$
 j $\frac{40x^6y^8}{8x^6y^7} = 5y$

45 a $\frac{(x^4)^2 + 5(x^2)^4}{3x^5} = \frac{x^8 + 5x^8}{3x^5} = \frac{6x^8}{3x^5} = 2x^3$
 b $3(x^3)^4 + (x^6)^2 - 2x \cdot x^{11} = 3x^{12} + x^{12} - 2x^{12} = 2x^{12}$
 c $-5(x^4)^2 \cdot (-3x)^2 \cdot x^6 = -5x^8 \cdot 9x^2 \cdot x^6 = -45x^{16}$
 d $\frac{(5x)^2 - x^2}{-6x} = \frac{25x^2 - x^2}{-6x} = \frac{24x^2}{-6x} = -4x$
 e $(5a^3)^2 - (-3a^2)^3 + a^6 = 25a^6 - -27a^6 + a^6 = 25a^6 + 27a^6 + a^6 = 53a^6$
 f $(6x^5)^2 \cdot 6x^3 + (-4x^3)^3 \cdot x^4 = 36x^{10} \cdot 6x^3 + -64x^9 \cdot x^4 = 216x^{13} - 64x^{13} = 152x^{13}$

46 a $x^3(x^2 + x^3) - x^2(x^3 - 1) = x^5 + x^6 - x^5 + x^2 = x^6 + x^2$
 b $3x^2(5x - 7) + 5x^2(x - 1) = 15x^3 - 21x^2 + 5x^3 - 5x^2 = 20x^3 - 26x^2$
 c $(2x^3 - 3)^2 = 4x^6 - 12x^3 + 9$
 d $(5x^4 - 1)^2 - x^6(x^2 - 1) = 25x^8 - 10x^4 + 1 - x^8 + x^6 = 24x^8 - 10x^4 + 1 + x^6$
 e $(x^3 + x^2)(3x + x^6) = 3x^4 + x^9 + 3x^3 + x^8$
 f $5x^4 - 3x^2(x^2 - 1) = 5x^4 - 3x^4 + 3x^2 = 2x^4 + 3x^2$

5.4 Wortels herleiden

Bladzijde 182

47 $\sqrt{4} \cdot \sqrt{25} = 2 \cdot 5 = 10$
 $\sqrt{4 \cdot 25} = \sqrt{100} = 10$
Het valt op dat de uitkomsten gelijk zijn.

48 a $\sqrt{12} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 2\sqrt{3}$
b $\sqrt{75} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = 5\sqrt{3}$
c $\sqrt{180} = \sqrt{36} \cdot \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
d $3\sqrt{200} = 3 \cdot \sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 10\sqrt{2} = 30\sqrt{2}$
e $2\sqrt{45} = 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot 3\sqrt{5} = 6\sqrt{5}$
f $-3\sqrt{288} = -3 \cdot \sqrt{144} \cdot \sqrt{2} = -3 \cdot 12\sqrt{2} = -36\sqrt{2}$

49 a $5\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{21} = 15\sqrt{63} = 15 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} = 15 \cdot 3\sqrt{7} = 45\sqrt{7}$
b $5\sqrt{6} \cdot 3\sqrt{2} = 15\sqrt{12} = 15 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 15 \cdot 2\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$
c $5\sqrt{12} \cdot -3\sqrt{3} = -15\sqrt{36} = -15 \cdot 6 = -90$

Bladzijde 183

50 a $8\sqrt{5} \cdot -\sqrt{15} = -8\sqrt{75} = -8 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = -8 \cdot 5\sqrt{3} = -40\sqrt{3}$
b $-3\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{32} = -1\frac{1}{2}\sqrt{64} = -1\frac{1}{2} \cdot 8 = -12$
c $6\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{12} = 3\sqrt{72} = 3 \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 3 \cdot 6\sqrt{2} = 18\sqrt{2}$

51 a $\frac{6}{2} = 3$, want $3 \cdot 2 = 6$.

b $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \sqrt{3}$, want $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{6}$.

52 a $\frac{\sqrt{10}}{\sqrt{2}} = \sqrt{5}$

d $\frac{15\sqrt{7}}{25\sqrt{7}} = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$

b $\frac{12\sqrt{27}}{6\sqrt{3}} = 2\sqrt{9} = 2 \cdot 3 = 6$

e $\frac{24\sqrt{18}}{18\sqrt{6}} = \frac{4}{3}\sqrt{3} = 1\frac{1}{3}\sqrt{3}$

c $\frac{2\sqrt{15}}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{5}$

f $\frac{\sqrt{24}}{3\sqrt{3}} = \frac{1}{3}\sqrt{8} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{2} = \frac{2}{3}\sqrt{2}$

Bladzijde 184

53 a $\sqrt{\frac{3}{16}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{1}{4}\sqrt{3}$

c $\sqrt{1\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{5}{4}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{5}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{5}$

b $\sqrt{\frac{45}{81}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{9} = \frac{3\sqrt{5}}{9} = \frac{1}{3}\sqrt{5}$

d $\sqrt{\frac{3\frac{24}{25}}{25}} = \sqrt{\frac{99}{25}} = \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{11}}{5} = \frac{3\sqrt{11}}{5} = \frac{3}{5}\sqrt{11}$

54 a $\frac{15\sqrt{3}}{25} = \frac{3}{5}\sqrt{3}$

e $\frac{2\sqrt{50}}{3} = \frac{2}{3} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = \frac{2}{3} \cdot 5\sqrt{2} = \frac{10}{3}\sqrt{2} = 3\frac{1}{3}\sqrt{2}$

b $\sqrt{1\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{36}{25}} = \frac{\sqrt{36}}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1\frac{1}{5}$

f $\sqrt{1\frac{21}{100}} = \sqrt{\frac{121}{100}} = \frac{\sqrt{121}}{\sqrt{100}} = \frac{11}{10} = 1\frac{1}{10}$

c $\frac{3\sqrt{12}}{12\sqrt{3}} = \frac{1}{4}\sqrt{4} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$

g $\frac{\sqrt{72}}{6\sqrt{6}} = \frac{1}{6}\sqrt{12} = \frac{1}{6} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{6} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{1}{3}\sqrt{3}$

d $\sqrt{\frac{3\frac{1}{9}}{9}} = \sqrt{\frac{28}{9}} = \frac{\sqrt{28}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{7}}{3} = \frac{2\sqrt{7}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{7}$

h $\sqrt{2\frac{1}{16}} = \sqrt{\frac{33}{16}} = \frac{\sqrt{33}}{\sqrt{16}} = \frac{\sqrt{33}}{4} = \frac{1}{4}\sqrt{33}$

55 $\sqrt{18} + \sqrt{2} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{2} = 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 4\sqrt{2}$

Bladzijde 185

- 56** a $7\sqrt{2} - \sqrt{8} = 7\sqrt{2} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = 7\sqrt{2} - 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
b $\sqrt{12} - \sqrt{3} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3} = 2\sqrt{3} - \sqrt{3} = \sqrt{3}$
c $2\sqrt{90} - 3\sqrt{40} = 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} - 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{10} = 2 \cdot 3\sqrt{10} - 3 \cdot 2\sqrt{10} = 6\sqrt{10} - 6\sqrt{10} = 0$
- 57** a $3\sqrt{60} + 2\sqrt{135} = 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} + 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{15} = 3 \cdot 2\sqrt{15} + 2 \cdot 3\sqrt{15} = 6\sqrt{15} + 6\sqrt{15} = 12\sqrt{15}$
b $8\sqrt{3} \cdot \sqrt{21} - 2\sqrt{7} = 8\sqrt{63} - 2\sqrt{7} = 8 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 8 \cdot 3\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 24\sqrt{7} - 2\sqrt{7} = 22\sqrt{7}$
c $\sqrt{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{32} - \sqrt{150} = \frac{1}{2}\sqrt{64} - \sqrt{25} \cdot \sqrt{6} = \frac{1}{2} \cdot 8 - 5\sqrt{6} = 4 - 5\sqrt{6}$
d $\sqrt{54} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} + \frac{1}{2}\sqrt{6} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{6} - 2\sqrt{6} + \frac{1}{2}\sqrt{6} = 3\sqrt{6} - 2\sqrt{6} + \frac{1}{2}\sqrt{6} = 1\frac{1}{2}\sqrt{6}$
e $\frac{20\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} - \sqrt{18} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 10 - \frac{1}{2}\sqrt{36} = 10 - \frac{1}{2} \cdot 6 = 10 - 3 = 7$
f $\frac{6\sqrt{40}}{3\sqrt{2}} - 5\sqrt{125} = 2\sqrt{20} - 5 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} = 2 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{5} - 5 \cdot 5\sqrt{5} = 2 \cdot 2\sqrt{5} - 25\sqrt{5} = 4\sqrt{5} - 25\sqrt{5} = -21\sqrt{5}$
- 58** a $\frac{10}{\sqrt{5}} = \frac{10 \cdot \sqrt{5}}{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}} = \frac{10\sqrt{5}}{5} = 2\sqrt{5}$
b $\sqrt{\frac{4}{6}} = \sqrt{\frac{25}{6}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{6}} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$
c $\frac{21}{3\sqrt{7}} = \frac{7}{\sqrt{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7}$
d $4\sqrt{\frac{1}{2}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} = 4 \cdot \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = 4 \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 4 \cdot \frac{1}{2}\sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
e $\frac{9}{2\sqrt{6}} = \frac{9 \cdot \sqrt{6}}{2\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{9\sqrt{6}}{2 \cdot 6} = \frac{9\sqrt{6}}{12} = \frac{3}{4}\sqrt{6}$
f $\sqrt{\frac{3}{3}} = \sqrt{\frac{10}{3}} = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{10} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{\sqrt{30}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{30}$
- 59** a $\frac{10}{\sqrt{2}} + 3\sqrt{8} = \frac{10 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \frac{10\sqrt{2}}{2} + 3 \cdot 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} + 6\sqrt{2} = 11\sqrt{2}$
b $\frac{\sqrt{8} + \sqrt{32}}{12} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2} + \sqrt{16} \cdot \sqrt{2}}{12} = \frac{2\sqrt{2} + 4\sqrt{2}}{12} = \frac{6\sqrt{2}}{12} = \frac{1}{2}\sqrt{2}$
c $\sqrt{12\frac{1}{2}} - \sqrt{4\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{25}{2}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$
d $\frac{2}{5}\sqrt{15} \cdot \frac{1}{4}\sqrt{5} = \frac{2}{20}\sqrt{75} = \frac{1}{10} \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{10} \cdot 5\sqrt{3} = \frac{1}{2}\sqrt{3}$
e $\sqrt{24} - \frac{12}{\sqrt{6}} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} - \frac{12 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = 2\sqrt{6} - \frac{12\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = 0$
f $\sqrt{\frac{5}{12}} \cdot \sqrt{\frac{1}{15}} = \sqrt{\frac{5}{180}} = \sqrt{\frac{1}{36}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{36}} = \frac{1}{6}$

5.5 Vergelijkingen met twee variabelen

Bladzijde 186

- 60** a 3 zakken bruine bollen kosten $3 \cdot 4 = 12$ euro.
6 zakken krentenbollen kosten $24 - 12 = 12$ euro.
Een zak krentenbollen kost dan $12 : 6 = 2$ euro.
b 3 zakken bruine bollen kosten $3 \cdot 2 = 6$ euro.
6 zakken krentenbollen kosten $24 - 6 = 18$ euro.
Een zak krentenbollen kost dan $18 : 6 = 3$ euro.
c Drie zakken bruine bollen kosten dan $3y$ euro.
Samen kosten ze 24 euro, dus $6x + 3y = 24$.

- 61** **a** $2x + y = 7$
 $y = -2x + 7$
b $2x - y = -7$
 $-y = -2x - 7$
 $y = 2x + 7$
c $3x + 2y = 8$
 $2y = -3x + 8$
 $y = -1\frac{1}{2}x + 4$

Bladzijde 187

- 62** **a** $3x - 4y = 12$
 $-4y = -3x + 12$
 $y = \frac{3}{4}x - 3$
b $5x + 2y = 14$
 $2y = -5x + 14$
 $y = -2\frac{1}{2}x + 7$
c $6x - 4y = -12$
 $-4y = -6x - 12$
 $y = 1\frac{1}{2}x + 3$

- 63** **a** $3x + 2y = 6$
 $2y = -3x + 6$
 $y = -1\frac{1}{2}x + 3$
b $rc_l = -1\frac{1}{2}$

- 64** **a** $m: 5x - y = 10$ $n: x + 2y = 13$
 $m: -y = -5x + 10$ $n: 2y = -x + 13$
 $m: y = 5x - 10$ $n: y = -\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$
 $rc_m = 5$ $rc_n = -\frac{1}{2}$
b $5x - 10 = -\frac{1}{2}x + 6\frac{1}{2}$
 $5x + \frac{1}{2}x = 6\frac{1}{2} + 10$
 $5\frac{1}{2}x = 16\frac{1}{2}$
 $x = 3$
 $x = 3$ geeft $y = 5 \cdot 3 - 10 = 15 - 10 = 5$
Dus $S(3, 5)$.

- 65** **a** $6x + 4y = 10,4$
b $x + 2y = 85$

- 66** **a** $1,5 \cdot 8 + 2y = 28$
 $12 + 2y = 28$
 $2y = 28 - 12$
 $2y = 16$
 $y = 8$
Je weet nu dat Hans acht flessen cola koopt.
b $x = 12$ geeft $1,5 \cdot 12 + 2y = 28$
 $18 + 2y = 28$
 $2y = 28 - 18$
 $2y = 10$
 $y = 5$
In dat geval koopt hij vijf flessen cola.
c $y = 2$ geeft $1,5x + 2 \cdot 2 = 28$
 $1,5x + 4 = 28$
 $1,5x = 28 - 4$
 $1,5x = 24$
 $x = 16$
In dat geval koopt hij zestien pakken melk.

67 a $12x + 16y = 5740$
b $x = 225$ geeft $225 \cdot 12 + 16y = 5740$
 $2700 + 16y = 5740$
 $16y = 5740 - 2700$
 $16y = 3040$
 $y = 190$
Dus er zijn dan 190 kaarten van 16 euro verkocht.

68 a $7,5x + 10y = 1300$
b $x + y = 150$
c $7,5x + 10y = 1300$ $x + y = 150$
 $10y = -7,5x + 1300$ $y = -x + 150$
 $y = -0,75x + 130$
 $-0,75x + 130 = -x + 150$
 $-0,75x + x = 150 - 130$
 $0,25x = 20$
 $x = 80$
 $x = 80$ geeft $y = -80 + 150 = 70$
Er zijn die avond 80 jongeren en 70 volwassenen.

Gemengde opgaven

Bladzijde 188

1 a $4(2n - 1)^2 - (4n)^2 = 4(4n^2 - 4n + 1) - 16n^2 = 16n^2 - 16n + 4 - 16n^2 = -16n + 4$
b $2(1 - q)(q + 2) - 2(3 - q) = 2(q + 2 - q^2 - 2q) - 6 + 2q = 2q + 4 - 2q^2 - 4q - 6 + 2q = -2 - 2q^2$
c $8(a - 3b)(a + 3b) - 4a \cdot 2a = 8(a^2 - 9b^2) - 8a^2 = 8a^2 - 72b^2 - 8a^2 = -72b^2$
d $3(5x - 2y)^2 + 4y(15x - 3y) = 3(25x^2 - 20xy + 4y^2) + 60xy - 12y^2 = 75x^2 - 60xy + 12y^2 + 60xy - 12y^2 = 75x^2$

2 a $R = 4(a + 1)(3a - 4) - (2a + 1)^2$
 $R = 4(3a^2 - 4a + 3a - 4) - (4a^2 + 4a + 1)$
 $R = 12a^2 - 16a + 12a - 16 - 4a^2 - 4a - 1$
 $R = 8a^2 - 8a - 17$
b $y = \frac{-4x^2 - 6x}{10x + 15} = \frac{-2x(2x + 3)}{5(2x + 3)} = \frac{-2x}{5} = -\frac{2}{5}x$
c $W = -(1 - 5p)(3 + 2p) - 4(3 - p)^2$
 $W = -(3 + 2p - 15p - 10p^2) - 4(9 - 6p + p^2)$
 $W = -3 - 2p + 15p + 10p^2 - 36 + 24p - 4p^2$
 $W = -39 + 37p + 6p^2$
d $G = \frac{n^2 - 16}{n^2 - 7n + 12} = \frac{(n - 4)(n + 4)}{(n - 3)(n - 4)} = \frac{n + 4}{n - 3}$

3 a $\frac{3}{2a} : \frac{1}{6a} = \frac{3}{2a} \cdot \frac{6a}{1} = \frac{18a}{2a} = 9$
b $2\frac{3}{4} + \frac{4}{3a} = \frac{11}{4} + \frac{4}{3a} = \frac{33a}{12a} + \frac{16}{12a} = \frac{33a + 16}{12a}$
c $\frac{\left(\frac{4}{3x}\right)}{2x} = \frac{1}{2x} \cdot \frac{4}{3x} = \frac{4}{6x^2} = \frac{2}{3x^2}$
d $\frac{3x}{2y} - \frac{4}{y^2} = \frac{3xy}{2y^2} - \frac{8}{2y^2} = \frac{3xy - 8}{2y^2}$
e $3x \cdot \frac{a}{12x} - \frac{12a^6}{4a^5} = \frac{3ax}{12x} - \frac{12a^6}{4a^5} = \frac{a}{4} - 3a = \frac{1}{4}a - 3a = -2\frac{3}{4}a$
f $\frac{4p^2}{\left(\frac{16p}{3}\right)} - \frac{pq}{2q} = 4p^2 \cdot \frac{3}{16p} - \frac{p}{2} = \frac{12p^2}{16p} - \frac{1}{2}p = \frac{3p}{4} - \frac{1}{2}p = \frac{3p}{4} - \frac{2}{4}p = \frac{1}{4}p$

4 a $(-3x^2)^3 \cdot 2(x^5)^2 = -27x^6 \cdot 2x^{10} = -54x^{16}$
 b $6(x^2)^9 - (2x^6)^3 = 6x^{18} - 8x^{18} = -2x^{18}$
 c $\frac{6q^5 - 4q^5}{(2q)^2} = \frac{2q^5}{4q^2} = \frac{q^3}{2} = \frac{1}{2}q^3$
 d $-8a^2x^5 \cdot -3ax^2 = 24a^3x^7$
 e $3x^5 \cdot 2y^3 - xy^2 \cdot -4x^4y = 6x^5y^3 + 4x^5y^3 = 10x^5y^3$
 f $\frac{6x^{24}y^5}{24x^6y^5} = \frac{x^{18}}{4} = \frac{1}{4}x^{18}$

5 a $\frac{\sqrt{84}}{3\sqrt{7}} = \frac{1}{3}\sqrt{12} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = \frac{1}{3} \cdot 2\sqrt{3} = \frac{2}{3}\sqrt{3}$
 b $\frac{6\sqrt{5} \cdot 3\sqrt{27}}{8\sqrt{3}} = \frac{18\sqrt{135}}{8\sqrt{3}} = \frac{18}{8}\sqrt{45} = \frac{9}{4} \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 2\frac{1}{4} \cdot 3\sqrt{5} = 6\frac{3}{4}\sqrt{5}$
 c $3\sqrt{\frac{7}{9}} = 3\sqrt{\frac{25}{9}} = 3 \cdot \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{9}} = 3 \cdot \frac{5}{3} = 5$
 d $3\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1}{49}} = 3\frac{1}{2}\sqrt{\frac{99}{49}} = \frac{7}{2} \cdot \frac{\sqrt{99}}{\sqrt{49}} = \frac{7 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{11}}{2 \cdot 7} = \frac{3\sqrt{11}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{11} = 1\frac{1}{2}\sqrt{11}$

Bladzijde 189

6 a $2x + 7y = 15$
 $2x = -7y + 15$
 $x = -3\frac{1}{2}y + 7\frac{1}{2}$
 b $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$
 $\frac{1}{3}x + \frac{1}{2}y = 1$
 $\frac{1}{2}y = -\frac{1}{3}x + 1$
 $y = -\frac{2}{3}x + 2$

7 m: $x + 2y = 8$
 m: $2y = -x + 8$
 m: $y = -\frac{1}{2}x + 4$
 $-\frac{1}{2}x + 4 = 0$
 $-\frac{1}{2}x = -4$
 $x = 8$
 $A(8, 0)$
 n: $5x - 2y = 10$
 n: $-2y = -5x + 10$
 n: $y = 2\frac{1}{2}x - 5$
 $2\frac{1}{2}x - 5 = 0$
 $2\frac{1}{2}x = 5$
 $x = 2$
 $B(2, 0)$

Dus $AB = 8 - 2 = 6$.

$$2\frac{1}{2}x - 5 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$2\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}x = 4 + 5$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

$$x = 3 \text{ geeft } y = 2\frac{1}{2} \cdot 3 - 5 = 7\frac{1}{2} - 5 = 2\frac{1}{2}, \text{ dus } S(3, 2\frac{1}{2}).$$

$$\text{opp } \triangle ABS = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2\frac{1}{2} = 7\frac{1}{2}$$

8 a $25x + 35y = 65\,500$
b $y = 1300$ geeft $25x + 35 \cdot 1300 = 65\,500$
 $25x + 45\,500 = 65\,500$
 $25x = 65\,500 - 45\,500$
 $25x = 20\,000$
 $x = 800$

Dus in totaal zijn er dan $1300 + 800 = 2100$ kaarten verkocht.

9 a $(-3a^3b)^3 \cdot \frac{1}{9(a^2b)^2} = -27a^9b^3 \cdot \frac{1}{9a^4b^2} = \frac{-27a^9b^3}{9a^4b^2} = -3a^5b$
b $(x^3 + 2x)^2 = x^6 + 4x^4 + 4x^2$
c $2p^6\left(\frac{1}{p^5} - \frac{1}{p}\right) = \frac{2p^6}{p^5} - \frac{2p^6}{p} = 2p - 2p^5$
d $\frac{5\sqrt{63}}{15\sqrt{21}} + \sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{1}{3}\sqrt{3} + \frac{1}{2}\sqrt{3} = \frac{2}{6}\sqrt{3} + \frac{3}{6}\sqrt{3} = \frac{5}{6}\sqrt{3}$
e $\frac{\sqrt{80}}{3\sqrt{8}} = \frac{1}{3}\sqrt{10}$
f $\frac{5}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{27} = \frac{5 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} = \frac{5\sqrt{3}}{3} - 2 \cdot 3\sqrt{3} = \frac{5}{3}\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = 1\frac{2}{3}\sqrt{3} - 6\sqrt{3} = -4\frac{1}{3}\sqrt{3}$
g $\frac{\sqrt{1}}{2} + \sqrt{18} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{2}} + \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = \frac{1 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} + 3\sqrt{2} = \frac{\sqrt{2}}{2} + 3\sqrt{2} = \frac{1}{2}\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 3\frac{1}{2}\sqrt{2}$
h $\frac{(-4a^4)^3 \cdot (b^3)^2}{2(a^2b^2)^2} = \frac{-64a^{12}b^6}{2a^4b^4} = -32a^8b^2$
i $(x^5 - x^4)\left(\frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}\right) = \frac{x^5}{x^3} + \frac{x^5}{x^2} - \frac{x^4}{x^3} - \frac{x^4}{x^2} = x^2 + x^3 - x - x^2 = x^3 - x$
j $\frac{3}{x-1} - \frac{2}{x+2} = \frac{3(x+2)}{(x-1)(x+2)} - \frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3(x+2) - 2(x-1)}{(x-1)(x+2)} = \frac{3x+6-2x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{x+8}{(x-1)(x+2)}$
k $6 - \frac{3-5x}{x} = \frac{6}{1} - \frac{3-5x}{x} = \frac{6x}{x} - \frac{3-5x}{x} = \frac{6x-(3-5x)}{x} = \frac{6x-3+5x}{x} = \frac{11x-3}{x}$
l $\frac{4x^2}{4x^3+10x} = \frac{4x^2}{2x(2x^2+5)} = \frac{2x}{2x^2+5}$

Diagnostische toets

Bladzijde 192

1 a $5a + 3(2a-1)(a+2) = 5a + 3(2a^2 + 4a - a - 2) = 5a + 6a^2 + 12a - 3a - 6 = 14a + 6a^2 - 6$
b $4(a-1)^2 - (2a)^2 = 4(a^2 - 2a + 1) - 4a^2 = 4a^2 - 8a + 4 - 4a^2 = -8a + 4$
c $2(5-x)(4x+3) - (2x)^2 = 2(20x + 15 - 4x^2 - 3x) - 4x^2 = 40x + 30 - 8x^2 - 6x - 4x^2 = 34x + 30 - 12x^2$
d $-(3p-2)(3p+2) = -(9p^2 - 4) = -9p^2 + 4$

2 a $(p+3q)^2 - (p-3q)^2 = p^2 + 6pq + 9q^2 - (p^2 - 6pq + 9q^2) = p^2 + 6pq + 9q^2 - p^2 + 6pq - 9q^2 = 12pq$
b $12(n-1)^2 - 3(2n+1)(2n-1) = 12(n^2 - 2n + 1) - 3(4n^2 - 1) = 12n^2 - 24n + 12 - 12n^2 + 3 = -24n + 15$

3 a $\frac{5a}{10} + \frac{12ac}{4c} = \frac{a}{2} + 3a = \frac{1}{2}a + 3a = 3\frac{1}{2}a$
b $\frac{4xyz}{2xz} - \frac{6yz}{10z} = 2y - \frac{3y}{5} = 2y - \frac{3}{5}y = 1\frac{2}{5}y$

4 a $N = \frac{10t}{30t^2 - 5t} = \frac{10t}{5t(6t-1)} = \frac{2}{6t-1}$
b $y = \frac{x^2 + 2x - 8}{x^2 - 3x + 2} = \frac{(x+4)(x-2)}{(x-1)(x-2)} = \frac{x+4}{x-1}$

5 a $\frac{\left(\frac{3}{a}\right)}{4} = \frac{1}{4} \cdot \frac{3}{a} = \frac{3}{4a}$

b $\frac{7}{10p} \cdot \frac{2q}{5p} = \frac{7}{10p} \cdot \frac{5p}{2q} = \frac{35p}{20pq} = \frac{7}{4q}$

c $\frac{5}{3p} - \frac{7}{2q} = \frac{10q}{6pq} - \frac{21p}{6pq} = \frac{10q - 21p}{6pq}$

d $\frac{\left(\frac{5}{2c}\right)}{10} = \frac{1}{10} \cdot \frac{5}{2c} = \frac{5}{20c} = \frac{1}{4c}$

e $\frac{4}{\left(\frac{6}{5p}\right)} = 4 \cdot \frac{5p}{6} = \frac{20p}{6} = \frac{10p}{3} = \frac{10}{3}p = 3\frac{1}{3}p$

f $\frac{3}{2a} - \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{4a} = \frac{3}{2a} - \frac{6}{20a} = \frac{30}{20a} - \frac{6}{20a} = \frac{24}{20a} = \frac{6}{5a}$

6 a $\frac{3-4x}{x} - 1\frac{1}{2} = \frac{3-4x}{x} - \frac{3}{2} = \frac{2(3-4x)}{2x} - \frac{3x}{2x} = \frac{2(3-4x) - 3x}{2x} = \frac{6-8x-3x}{2x} = \frac{6-11x}{2x}$

b $\frac{p+5}{p} - \frac{q-3}{q} = \frac{q(p+5)}{pq} - \frac{p(q-3)}{pq} = \frac{q(p+5) - p(q-3)}{pq} = \frac{pq+5q-pq+3p}{pq} = \frac{5q+3p}{pq}$

7 a $2a^2 \cdot 5a^5 + 3a^4 \cdot -4a^3 = 10a^7 - 12a^7 = -2a^7$

b $-6xy^5 \cdot -5x^3y^2 = 30x^4y^7$

c $\frac{24m^7n^4}{8m^2n^3} = 3m^5n$

d $3p^6 - 4q^6 + 7p^6 = 10p^6 - 4q^6$

e $3(n^2)^6 - 4(n^4)^3 = 3n^{12} - 4n^{12} = -n^{12}$

f $\frac{(3x^3)^2}{27x} = \frac{9x^6}{27x} = \frac{x^5}{3} = \frac{1}{3}x^5$

8 a $4x^2(x^4 - 3x) - (-2x^3)^2 = 4x^6 - 12x^3 - 4x^6 = -12x^3$

b $\frac{(2x^2)^5 - 2x^{10}}{3x^3} = \frac{32x^{10} - 2x^{10}}{3x^3} = \frac{30x^{10}}{3x^3} = 10x^7$

c $(2a^5 - 3b)^2 - 3a^2b \cdot -4a^3 = 4a^{10} - 12a^5b + 9b^2 + 12a^5b = 4a^{10} + 9b^2$

d $\frac{(6x^3)^2 - 9(x^2)^3}{6x^2} = \frac{36x^6 - 9x^6}{6x^2} = \frac{27x^6}{6x^2} = \frac{9x^4}{2} = \frac{9}{2}x^4 = 4\frac{1}{2}x^4$

Bladzijde 193

9 a $2\sqrt{10} \cdot -5\sqrt{6} = -10\sqrt{60} = -10 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{15} = -10 \cdot 2\sqrt{15} = -20\sqrt{15}$

b $\frac{\sqrt{20}}{4\sqrt{5}} = \frac{1}{4}\sqrt{4} = \frac{1}{4} \cdot 2 = \frac{1}{2}$

c $\sqrt{1\frac{7}{9}} = \sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{9}} = \frac{4}{3} = 1\frac{1}{3}$

d $\frac{5\sqrt{24}}{\sqrt{2}} = 5\sqrt{12} = 5 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 5 \cdot 2\sqrt{3} = 10\sqrt{3}$

e $\sqrt{1\frac{7}{25}} = \sqrt{\frac{32}{25}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt{2}}{5} = \frac{4\sqrt{2}}{5} = \frac{4}{5}\sqrt{2}$

f $\frac{15\sqrt{108}}{24\sqrt{3}} = \frac{15}{24}\sqrt{36} = \frac{5}{8} \cdot 6 = \frac{30}{8} = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$

10

a $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} - 3\sqrt{8} = \sqrt{50} - 3 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} - 3 \cdot 2\sqrt{2} = 5\sqrt{2} - 6\sqrt{2} = -\sqrt{2}$

b $\sqrt{90} - 4\sqrt{2} \cdot \sqrt{5} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{10} - 4\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = 3\sqrt{10} - 4\sqrt{10} + \frac{1}{2}\sqrt{10} = -\frac{1}{2}\sqrt{10}$

c $\frac{3}{\sqrt{6}} - \sqrt{24} = \frac{3 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} - \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} = \frac{3\sqrt{6}}{6} - 2\sqrt{6} = \frac{3}{6}\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = \frac{1}{2}\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\frac{3}{2}\sqrt{6}$

d $\sqrt{10\frac{2}{3}} - \sqrt{2\frac{2}{3}} = \sqrt{\frac{32}{3}} - \sqrt{\frac{8}{3}} = \frac{\sqrt{32}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{16} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{2}}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{3} = \frac{2}{3}\sqrt{6}$

e $\sqrt{5} \cdot \sqrt{15} - \sqrt{\frac{1}{3}} = \sqrt{75} - \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{3}} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{3} - \frac{1 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = 5\sqrt{3} - \frac{\sqrt{3}}{3} = 5\sqrt{3} - \frac{1}{3}\sqrt{3} = 4\frac{2}{3}\sqrt{3}$

f $\frac{\sqrt{27} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{3} - \sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{6}}{2} = \sqrt{6}$

11

a $3x - y = 11$ $x - 2y = 12$
 $-y = -3x + 11$ $-2y = -x + 12$
 $y = 3x - 11$ $y = \frac{1}{2}x - 6$
Dus $rc_k = 3$. Dus $rc_l = \frac{1}{2}$.

b $3x - 11 = \frac{1}{2}x - 6$
 $3x - \frac{1}{2}x = -6 + 11$
 $2\frac{1}{2}x = 5$
 $x = 2$
 $x = 2$ geeft $y = 3 \cdot 2 - 11 = 6 - 11 = -5$
Dus $S(2, -5)$.

12

a $2,5x + 2y = 125$
b $x = 18$ geeft $2,5 \cdot 18 + 2y = 125$
 $45 + 2y = 125$
 $2y = 125 - 45$
 $2y = 80$
 $y = 40$

Peter heeft 40 bakjes frambozen verkocht.

Herhaling

Bladzijde 194

1

a $3(x+1)(x-3) = 3(x^2 - 3x + x - 3) = 3(x^2 - 2x - 3) = 3x^2 - 6x - 9$

b $-2(a-6)(1+2a) = -2(a+2a^2-6-12a) = -2(-11a+2a^2-6) = 22a-4a^2+12$

c $(2n)^2 + 2(3n-1)(2-n) = 4n^2 + 2(6n-3n^2-2+n) = 4n^2 + 12n - 6n^2 - 4 + 2n = -2n^2 + 14n - 4$

d $(3p)^2 - 4p(2p-1) = 9p^2 - 8p^2 + 4p = p^2 + 4p$

2

a $4(x+1)^2 = 4(x^2 + 2x + 1) = 4x^2 + 8x + 4$

b $-3(2p-5)^2 = -3(4p^2 - 20p + 25) = -12p^2 + 60p - 75$

c $-2(3a+1)(3a-1) = -2(9a^2 - 1) = -18a^2 + 2$

d $-2(n+4)^2 - 4n(n-2) = -2(n^2 + 8n + 16) - 4n^2 + 8n = -2n^2 - 16n - 32 - 4n^2 + 8n = -6n^2 - 8n - 32$

3

a $(2n)^2 - (2-n)^2 = 4n^2 - (4 - 4n + n^2) = 4n^2 - 4 + 4n - n^2 = 3n^2 - 4 + 4n$

b $(a+3)^2 - 2(3-a)^2 = a^2 + 6a + 9 - 2(9 - 6a + a^2) = a^2 + 6a + 9 - 18 + 12a - 2a^2 = -a^2 + 18a - 9$

c $2(x-1)(2x+3) - 4(x-1)^2 = 2(2x^2 + 3x - 2x - 3) - 4(x^2 - 2x + 1) = 4x^2 + 6x - 4x - 6 - 4x^2 + 8x - 4 = 10x - 10$

d $-3(2p+1)^2 - 6(2p+3)(1-p) = -3(4p^2 + 4p + 1) - 6(2p - 2p^2 + 3 - 3p) = -12p^2 - 12p - 3 - 12p + 12p^2 - 18 + 18p = -6p - 21$

4 a $\frac{15x}{25xy} = \frac{3}{5y}$
 b $\frac{4x}{6} = \frac{2x}{3} = \frac{2}{3}x$
 c $\frac{ab}{3a} = \frac{b}{3} = \frac{1}{3}b$
 d $\frac{24pq}{30pr} = \frac{4q}{5r}$
 e $\frac{13km}{13klm} = \frac{1}{l}$
 f $\frac{9abc}{15bc} = \frac{3a}{5} = \frac{3}{5}a$

5 a $\frac{2xy}{4y} + 5x = \frac{x}{2} + 5x = \frac{1}{2}x + 5x = 5\frac{1}{2}x$
 b $\frac{20pq}{5q} - \frac{3pr}{2r} = 4p - \frac{3p}{2} = 4p - \frac{3}{2}p = 4p - 1\frac{1}{2}p = 2\frac{1}{2}p$
 c $\frac{6ab}{3a} + \frac{8bc}{12c} = 2b + \frac{2b}{3} = 2b + \frac{2}{3}b = 2\frac{2}{3}b$

6 a $\frac{2ab}{2a^2 + 8a} = \frac{2ab}{2a(a + 4)} = \frac{b}{a + 4}$
 b $\frac{3x^2 - 6x}{12x} = \frac{3x(x - 2)}{12x} = \frac{x - 2}{4} = \frac{1}{4}(x - 2) = \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}$
 c $\frac{n^2 + 3n}{n^2 + 5n + 6} = \frac{n(n + 3)}{(n + 2)(n + 3)} = \frac{n}{n + 2}$
 d $\frac{p^2 - 4p - 5}{p^2 - 25} = \frac{(p + 1)(p - 5)}{(p + 5)(p - 5)} = \frac{p + 1}{p + 5}$

7 a $\frac{1}{2x} + \frac{5}{3x} = \frac{3}{6x} + \frac{10}{6x} = \frac{13}{6x}$
 b $\frac{5}{3a} - \frac{2}{b} = \frac{5b}{3ab} - \frac{6a}{3ab} = \frac{5b - 6a}{3ab}$
 c $3 + \frac{5}{2p} = \frac{3}{1} + \frac{5}{2p} = \frac{6p}{2p} + \frac{5}{2p} = \frac{6p + 5}{2p}$

Bladzijde 195

8 a $\frac{2}{x} \cdot \frac{x}{4y} = \frac{2x}{4xy} = \frac{1}{2y}$
 b $\frac{5}{2a} : \frac{b}{4a} = \frac{5}{2a} \cdot \frac{4a}{b} = \frac{20a}{2ab} = \frac{10}{b}$
 c $\frac{\left(\frac{2}{x}\right)}{5} = \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{x} = \frac{2}{5x}$
 d $\frac{4}{\left(\frac{3}{a}\right)} = 4 \cdot \frac{a}{3} = \frac{4a}{3} = \frac{4}{3}a = 1\frac{1}{3}a$
 e $\frac{\left(\frac{9}{2a}\right)}{3} = \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2a} = \frac{9}{6a} = \frac{3}{2a}$
 f $\frac{10}{\left(\frac{5}{2p}\right)} = 10 \cdot \frac{2p}{5} = \frac{20p}{5} = 4p$

9 a $\frac{3a}{5} + \frac{4a-1}{2} = \frac{6a}{10} + \frac{5(4a-1)}{10} = \frac{6a+20a-5}{10} = \frac{26a-5}{10}$
 b $\frac{x-1}{3} - \frac{x+3}{2} = \frac{2(x-1)}{6} - \frac{3(x+3)}{6} = \frac{2(x-1)-3(x+3)}{6} = \frac{2x-2-3x-9}{6} = \frac{-x-11}{6}$
 c $1\frac{1}{2} + \frac{a-4}{a} = \frac{3}{2} + \frac{a-4}{a} = \frac{3a}{2a} + \frac{2(a-4)}{2a} = \frac{3a+2a-8}{2a} = \frac{5a-8}{2a}$

10 a $x^2 \cdot x^5 + 2x^3 \cdot 5x^4 = x^7 + 10x^7 = 11x^7$
 b $2x^2 \cdot -3x^3 + 4x^4 \cdot x = -6x^5 + 4x^5 = -2x^5$
 c $3x^2 \cdot y^5 \cdot -2x^7 \cdot 4x^4 = -24x^{13}y^5$
 d $\frac{20x^{20}}{5x^5} = 4x^{15}$
 e $x^4 \cdot 5y^3 - 2y^3 \cdot -3x^4 = 5x^4y^3 + 6x^4y^3 = 11x^4y^3$
 f $(3p^2)^3 + 3(p^3)^2 = 27p^6 + 3p^6 = 30p^6$
 g $(-2a^5)^3 \cdot 3(a^2)^4 = -8a^{15} \cdot 3a^8 = -24a^{23}$
 h $\frac{15x^8y^3}{3x^3y^3} = 5x^5$

11 a $4x^2(x^2+2x) - (2x^2)^2 = 4x^4 + 8x^3 - 4x^4 = 8x^3$
 b $x^3(x^5-3x) - (2x^2)^3 \cdot x^2 = x^8 - 3x^4 - 8x^6 \cdot x^2 = x^8 - 3x^4 - 8x^8 = -7x^8 - 3x^4$
 c $\frac{(3x^5)^3 \cdot 2x^2}{3(x^3)^4} = \frac{27x^{15} \cdot 2x^2}{3x^{12}} = \frac{54x^{17}}{3x^{12}} = 18x^5$
 d $-5(a^5)^3 \cdot a - (-4a^8)^2 + a^7 \cdot 3a^9 = -5a^{15} \cdot a - 16a^{16} + 3a^{16} = -5a^{16} - 16a^{16} + 3a^{16} = -18a^{16}$
 e $(5a^3)^4 - (-2a^5)^2 + a \cdot a^{11} = 625a^{12} - 4a^{10} + a^{12} = 626a^{12} - 4a^{10}$
 f $\frac{(4x^4)^3 - 28(x^2)^6}{12(x^3)^4} = \frac{64x^{12} - 28x^{12}}{12x^{12}} = \frac{36x^{12}}{12x^{12}} = 3$

12 a $3\sqrt{48} = 3 \cdot \sqrt{16} \cdot \sqrt{3} = 3 \cdot 4\sqrt{3} = 12\sqrt{3}$
 b $\sqrt{5} \cdot \sqrt{10} = \sqrt{50} = \sqrt{25} \cdot \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$
 c $4\sqrt{12} \cdot 3\sqrt{6} = 12\sqrt{72} = 12 \cdot \sqrt{36} \cdot \sqrt{2} = 12 \cdot 6\sqrt{2} = 72\sqrt{2}$

Bladzijde 196

13 a $\frac{12\sqrt{35}}{4\sqrt{7}} = 3\sqrt{5}$
 b $\frac{\sqrt{20}}{2\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{4} \cdot \sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{2\sqrt{5}} = 1$
 c $\frac{15\sqrt{60}}{\sqrt{5}} = 15\sqrt{12} = 15 \cdot \sqrt{4} \cdot \sqrt{3} = 15 \cdot 2\sqrt{3} = 30\sqrt{3}$

14 a $\sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{50}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{25} \cdot \sqrt{2}}{3} = \frac{5\sqrt{2}}{3} = \frac{5}{3}\sqrt{2} = 1\frac{2}{3}\sqrt{2}$
 b $\sqrt{\frac{3}{4}} = \frac{\sqrt{27}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{3} = 1\frac{1}{2}\sqrt{3}$
 c $\sqrt{\frac{13}{36}} = \frac{\sqrt{49}}{\sqrt{36}} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

15 a $\sqrt{24} + 3\sqrt{6} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{6} + 3\sqrt{6} = 2\sqrt{6} + 3\sqrt{6} = 5\sqrt{6}$
 b $3\sqrt{125} - 2\sqrt{45} = 3 \cdot \sqrt{25} \cdot \sqrt{5} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{5} = 3 \cdot 5\sqrt{5} - 2 \cdot 3\sqrt{5} = 15\sqrt{5} - 6\sqrt{5} = 9\sqrt{5}$
 c $4\sqrt{27} - 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{6} = 4 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{3} - 2\sqrt{18} = 4 \cdot 3\sqrt{3} - 2 \cdot \sqrt{9} \cdot \sqrt{2} = 12\sqrt{3} - 2 \cdot 3\sqrt{2} = 12\sqrt{3} - 6\sqrt{2}$

16 a $\frac{5}{\sqrt{6}} = \frac{5 \cdot \sqrt{6}}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = \frac{5\sqrt{6}}{6} = \frac{5}{6}\sqrt{6}$

b $\sqrt{1\frac{1}{2}} = \sqrt{\frac{3}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{2} = \frac{1}{2}\sqrt{6}$

c $\frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}$

d $\sqrt{11\frac{1}{4}} = \sqrt{\frac{45}{4}} = \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{9} \cdot \sqrt{5}}{2} = \frac{3\sqrt{5}}{2} = \frac{3}{2}\sqrt{5} = 1\frac{1}{2}\sqrt{5}$

e $\frac{7}{\sqrt{7}} + \sqrt{\frac{1}{7}} = \frac{7 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} + \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{7}} = \frac{7\sqrt{7}}{7} + \frac{1 \cdot \sqrt{7}}{\sqrt{7} \cdot \sqrt{7}} = \sqrt{7} + \frac{\sqrt{7}}{7} = \sqrt{7} + \frac{1}{7}\sqrt{7} = 1\frac{1}{7}\sqrt{7}$

f $\frac{2}{\sqrt{8}} - \sqrt{4\frac{1}{2}} = \frac{2}{\sqrt{4} \cdot \sqrt{2}} - \sqrt{\frac{9}{2}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} - \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{3}{\sqrt{2}} = -\frac{2}{\sqrt{2}} = -\frac{2 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{2} \cdot \sqrt{2}} = -\frac{2\sqrt{2}}{2} = -\sqrt{2}$

17 a $3x + y = 7$
 $y = -3x + 7$
Dus $rc_l = -3$.

b $x - 2y = 8$
 $-2y = -x + 8$
 $y = \frac{1}{2}x - 4$
Dus $rc_m = \frac{1}{2}$.

c $2x - 5y = 10$
 $-5y = -2x + 10$
 $y = \frac{2}{5}x - 2$
Dus $rc_n = \frac{2}{5}$.

18 a 3y euro
b $4x + 3y$ euro
c $4x + 3y = 150$
d $x = 18$ geeft $4 \cdot 18 + 3y = 150$
 $72 + 3y = 150$
 $3y = 150 - 72$
 $3y = 78$
 $y = 26$

Dus Petra heeft die dag 26 bakjes bramen verkocht.

Onderzoek Pythagoreïsche drietallen

Bladzijde 197

1 a $(m^2 - n^2)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4$
 $(2mn)^2 = 4m^2n^2$
 $(m^2 + n^2)^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4$

b $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = m^4 - 2m^2n^2 + n^4 + 4m^2n^2 = m^4 + 2m^2n^2 + n^4 = (m^2 + n^2)^2$

c Het product van twee gehele getallen is een geheel getal, m en n zijn positieve gehele getallen, dus:

- $m^2 = m \cdot m$ is een positief geheel getal
- mn is een positief geheel getal, en dus is $2mn$ ook een positief geheel getal
- $n^2 = n \cdot n$ is een positief geheel getal.

De som van twee gehele getallen is een geheel getal.
 m^2 is een positief geheel getal en n^2 is een positief geheel getal, dus:

- $m^2 + n^2$ is een positief geheel getal
- $m^2 - n^2 = m^2 + (-n^2)$ is een positief geheel getal voor $m > n$.

Dus $m^2 - n^2$, $2mn$ en $m^2 + n^2$ zijn positieve gehele getallen.
En omdat $(m^2 - n^2)^2 + (2mn)^2 = (m^2 + n^2)^2$ is $[m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2]$ een Pythagoreïsch drietal voor $m > n$.

d $m = 4$ en $n = 2$ geeft het drietal $[4^2 - 2^2, 2 \cdot 4 \cdot 2, 4^2 + 2^2] = [12, 16, 20]$.

e $m = 2$ en $n = 1$ geeft het drietal $[2^2 - 1^2, 2 \cdot 2 \cdot 1, 2^2 + 1^2] = [3, 4, 5]$.

$m = 3$ en $n = 2$ geeft het drietal $[3^2 - 2^2, 2 \cdot 3 \cdot 2, 3^2 + 2^2] = [5, 12, 13]$.

f Er moet gelden $m^2 + n^2 = 11$.

$m = 2$ en $n = 1$ geeft $m^2 + n^2 = 2^2 + 1^2 = 4 + 1 = 5 < 11$

$m = 3$ en $n = 1$ geeft $m^2 + n^2 = 3^2 + 1^2 = 9 + 1 = 10 < 11$

$m = 4$ en $n = 1$ geeft $m^2 + n^2 = 4^2 + 1^2 = 16 + 1 = 17 > 11$

$m = 3$ en $n = 2$ geeft $m^2 + n^2 = 3^2 + 2^2 = 9 + 4 = 13 > 11$

Er bestaat geen Pythagoreïsch drietal waarvan het grootste getal 11 is.

Er moet gelden $2mn = 11$ of $m^2 - n^2 = 11$.

$2mn$ is even, dus $2mn$ kan niet 11 zijn.

Uit $m^2 - n^2 = 11$ ofwel $(m+n)(m-n) = 11$ volgt dat moet gelden $m+n = 11$

en $m-n = 1$, en dit geeft $m = 6$ en $n = 5$.

Dus er bestaat een Pythagoreïsch drietal waarvan het kleinste getal 11 is.

Dat is het drietal $[6^2 - 5^2, 2 \cdot 6 \cdot 5, 6^2 + 5^2] = [11, 60, 61]$.

2 a	m	1	2	3	4	5	...
	$2m$	2	4	6	8	10	...
	$m^2 - 1$	0	3	8	15	24	...

Vanaf $m = 3$ is het getal $2m$ kleiner dan het getal $m^2 - 1$.

b $2m = 30$

$m = 15$

Dit geeft het drietal $[15^2 - 1, 2 \cdot 15, 15^2 + 1] = [224, 30, 226]$.

$m^2 + 1 = 37$

$m^2 = 36$

$m = 6 \vee m = -6$ (kan niet)

$m = 6$ geeft het drietal $[6^2 - 1, 2 \cdot 6, 6^2 + 1] = [35, 12, 37]$.

$m^2 - 1 + m^2 + 1 = 800$

$2m^2 = 800$

$m^2 = 400$

$m = 20 \vee m = -20$ (kan niet)

$m = 20$ geeft het drietal $[20^2 - 1, 2 \cdot 20, 20^2 + 1] = [399, 40, 401]$.

$m^2 - 1 + 2m + m^2 + 1 = 144$

$2m^2 + 2m = 144$

$2m^2 + 2m - 144 = 0$

$m^2 + m - 72 = 0$

$(m-8)(m+9) = 0$

$m-8 = 0 \vee m+9 = 0$

$m = 8 \vee m = -9$ (kan niet)

$m = 8$ geeft het drietal $[8^2 - 1, 2 \cdot 8, 8^2 + 1] = [63, 16, 65]$.

3 Ga uit van $[m^2 - n^2, 2mn, m^2 + n^2]$.

Door te proberen vind je dat voor $m = 4$ en $n = 3$ geldt $m^2 + n^2 = 25$.

Hierbij hoort het drietal $[4^2 - 3^2, 2 \cdot 4 \cdot 3, 4^2 + 3^2] = [7, 24, 25]$.

Ga uit van $[m^2 - 1, 2m, m^2 + 1]$ en gebruik de tip die in het leerboek naast de opgave staat.

$2m = 31$ geeft geen Pythagoreïsch drietal, maar $2m = 62$ ofwel $m = 31$ geeft het drietal

$[31^2 - 1, 2 \cdot 31, 31^2 + 1] = [960, 62, 962]$. Nu is ook $[480, 31, 481]$ een Pythagoreïsch drietal.

Controle: $480^2 + 31^2 = 231\,361$ en $481^2 = 231\,361$, dus het klopt.

Wiskundige vaardigheden

1 Rekenen

Bladzijde 200

- 1** a $7 \cdot 3 - 18 : 9 - 2 = 21 - 2 - 2 = 17$
b $3 + 7 \cdot 9 : 3 - 18 : 2 = 3 + 63 : 3 - 9 = 3 + 21 - 9 = 15$
c $8^2 : 16 - 3 + 5 \cdot 3 = 64 : 16 - 3 + 15 = 4 - 3 + 15 = 16$
d $5 \cdot 3^2 - (2 - 3)^2 \cdot 5 = 5 \cdot 9 - (-1)^2 \cdot 5 = 45 - 1 \cdot 5 = 45 - 5 = 40$
e $835 - 2000 : 4 - 7 \cdot 5 = 835 - 500 - 35 = 300$
f $125 \cdot 8 - 10000 : 20 = 1000 - 500 = 500$
- 2** a $50 + 25 \cdot 40 - 350 : 7 = 50 + 1000 - 50 = 1000$
b $70 \cdot 4000 : 100 - 8 \cdot 1250 : 5 = 280000 : 100 - 10000 : 5 = 2800 - 2000 = 800$
c $120 : 8 \cdot 60 - 3216 : 8 = 15 \cdot 60 - 402 = 900 - 402 = 498$
d $1818 : 9 \cdot 5 - 10^3 = 202 \cdot 5 - 1000 = 1010 - 1000 = 10$
e $(27 - 8) \cdot 23 + 9^2 \cdot 23 = 19 \cdot 23 + 81 \cdot 23 = 100 \cdot 23 = 2300$
f $7014 : 7 - (17 + 8) \cdot 40 = 1002 - 25 \cdot 40 = 1002 - 1000 = 2$
- 3** a $\frac{1}{5}$ deel van 120 is $120 : 5 = 24$, dus $\frac{4}{5}$ deel van 120 is $4 \cdot 24 = 96$.
b $\frac{1}{8}$ deel van 160 is $160 : 8 = 20$, dus $\frac{3}{8}$ deel van 160 is $3 \cdot 20 = 60$.
c $\frac{1}{4}$ deel van 2800 is $2800 : 4 = 700$, dus $\frac{3}{4}$ deel van 2800 is $3 \cdot 700 = 2100$.
d $\frac{1}{6}$ deel van 606 is $606 : 6 = 101$, dus $\frac{5}{6}$ deel van 606 is $5 \cdot 101 = 505$.
e $\frac{1}{9}$ deel van 918 is $918 : 9 = 102$, dus $\frac{2}{9}$ deel van 918 is $2 \cdot 102 = 204$.
f $\frac{1}{5}$ deel van 5005 is $5005 : 5 = 1001$, dus $\frac{3}{5}$ deel van 5005 is $3 \cdot 1001 = 3003$.
g $\frac{1}{3}$ deel van 3009 is $3009 : 3 = 1003$.
h $\frac{1}{3}$ deel van 9003 is $9003 : 3 = 3001$, dus $\frac{2}{3}$ deel van 9003 is $2 \cdot 3001 = 6002$.
i $\frac{1}{9}$ deel van 9009 is $9009 : 9 = 1001$, dus $\frac{8}{9}$ deel van 9009 is $8 \cdot 1001 = 8008$.
- 4** a $\frac{3}{8}$ deel is 300, dus $\frac{1}{8}$ deel is $300 : 3 = 100$, dus het totaal is $8 \cdot 100 = 800$.
b $\frac{1}{3}$ deel is 808, dus het totaal is $3 \cdot 808 = 2424$.
c $\frac{3}{4}$ deel is 909, dus $\frac{1}{4}$ deel is $909 : 3 = 303$, dus het totaal is $4 \cdot 303 = 1212$.
d $\frac{4}{5}$ deel is 808, dus $\frac{1}{5}$ deel is $808 : 4 = 202$, dus het totaal is $5 \cdot 202 = 1010$.
e $\frac{2}{3}$ deel is 606, dus $\frac{1}{3}$ deel is $606 : 2 = 303$, dus het totaal is $3 \cdot 303 = 909$.
f $\frac{8}{9}$ deel is 16000, dus $\frac{1}{9}$ deel is $16000 : 8 = 2000$, dus het totaal is $9 \cdot 2000 = 18000$.
g $\frac{9}{11}$ deel is 990, dus $\frac{1}{11}$ deel is $990 : 9 = 110$, dus het totaal is $11 \cdot 110 = 1210$.
h $\frac{1}{6}$ deel is 123, dus het totaal is $6 \cdot 123 = 738$.
i $\frac{3}{20}$ deel is 3000, dus $\frac{1}{20}$ deel is $3000 : 3 = 1000$, dus het totaal is $20 \cdot 1000 = 20000$.

Bladzijde 201

- 5** a $\frac{5}{6} - \frac{3}{5} = \frac{25}{30} - \frac{18}{30} = \frac{7}{30}$
b $\frac{1}{3} + 1\frac{1}{2} = \frac{1}{3} + \frac{3}{2} = \frac{2}{6} + \frac{9}{6} = \frac{11}{6} = 1\frac{5}{6}$
c $\frac{4}{5} - 2\frac{1}{3} = \frac{4}{5} - \frac{7}{3} = \frac{12}{15} - \frac{35}{15} = -\frac{23}{15} = -1\frac{8}{15}$
d $\frac{1}{6} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} = \frac{2}{12} + \frac{4}{12} - \frac{3}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$
e $1\frac{1}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{2} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{6}{4} - \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = \frac{4}{4} = 1$
f $6\frac{1}{2} - 3\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{13}{2} - \frac{10}{3} + \frac{1}{6} = \frac{39}{6} - \frac{20}{6} + \frac{1}{6} = \frac{20}{6} = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$
g $2\frac{2}{3} - \frac{2}{3} - 1\frac{1}{9} = 2 - 1\frac{1}{9} = \frac{8}{9}$

$$\text{h } \frac{2}{5} - 2\frac{1}{7} = \frac{2}{5} - \frac{15}{7} = \frac{14}{35} - \frac{75}{35} = -\frac{61}{35} = -1\frac{26}{35}$$

$$\text{i } \frac{2}{3} + \frac{1}{6} - \frac{1}{5} = \frac{20}{30} + \frac{5}{30} - \frac{6}{30} = \frac{19}{30}$$

$$6 \quad \text{a } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{6}{35}$$

$$\text{b } \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{7} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$$

$$\text{c } \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{12} = \frac{40}{108} = \frac{10}{27}$$

$$\text{d } \frac{8}{9} \cdot \frac{5}{12} = \frac{8}{9} \cdot \frac{12}{5} = \frac{96}{45} = \frac{32}{15} = 2\frac{2}{15}$$

$$\text{e } 2\frac{1}{3} \cdot \frac{14}{15} = \frac{7}{3} \cdot \frac{14}{15} = \frac{98}{45} = 2\frac{8}{45}$$

$$\text{f } 2\frac{1}{3} \cdot \frac{14}{15} = \frac{7}{3} \cdot \frac{15}{14} = \frac{105}{42} = \frac{5}{2} = 2\frac{1}{2}$$

$$7 \quad \text{a } \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{5} - \frac{1}{3} = \frac{2}{15} - \frac{5}{15} = -\frac{3}{15} = -\frac{1}{5}$$

$$\text{b } 1 + \frac{1}{4} : \frac{3}{4} - 2 \cdot \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{3} - \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{3} - \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\text{c } (5 - \frac{3}{4}) : 6 + 1\frac{2}{5} = 4\frac{1}{4} : 6 + 1\frac{2}{5} = \frac{17}{4} \cdot \frac{1}{6} + \frac{7}{5} = \frac{17}{24} + \frac{7}{5} = \frac{85}{120} + \frac{168}{120} = \frac{253}{120} = 2\frac{13}{120}$$

$$\text{d } 6 \cdot 1\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} : 5 = 9 - \frac{1}{2} = 8\frac{1}{2}$$

$$\text{e } 8 - 1\frac{1}{2} : 3 - 6 : 1\frac{1}{2} = 8 - \frac{1}{2} - 4 = 3\frac{1}{2}$$

$$\text{f } 7 - \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} - 3\frac{1}{6} = 7 - \frac{1}{6} - 3\frac{1}{6} = 3\frac{4}{6} = 3\frac{2}{3}$$

$$8 \quad \text{a } 5,3 + 0,6 = 5,9$$

$$\text{b } 5,3 + 0,006 = 5,306$$

$$\text{c } 6,9 - 0,02 = 6,88$$

$$\text{d } 9,09 - 0,02 = 9,07$$

$$\text{e } 9 - 0,03 = 8,97$$

$$\text{f } 2,039 + 0,21 = 2,249$$

$$\text{g } 2,09 - 0,21 = 1,88$$

$$\text{h } 0,7 \cdot 0,03 = 0,021$$

$$\text{i } 0,1 \cdot 0,9 = 0,09$$

$$\text{j } 0,04 \cdot 0,08 = 0,0032$$

$$\text{k } 0,07 \cdot 90 = 6,3$$

$$\text{l } 21 : 0,07 = 300$$

$$\text{m } 210 : 0,003 = 70\,000$$

$$\text{n } 3,2 : 0,04 = 80$$

$$\text{o } 4,2 : 6 = 0,7$$

$$9 \quad \text{a } 7,3 + 0,001 = 7,301$$

$$\text{b } 5,69 + 0,41 = 6,1$$

$$\text{c } 7 + 1,019 = 8,019$$

$$\text{d } 0,7 \cdot 0,05 = 0,035$$

$$\text{e } 6,9 - 0,16 = 6,74$$

$$\text{f } 8,91 + 0,018 = 8,928$$

$$\text{g } 7 - 4,61 = 2,39$$

$$\text{h } 0,16 - 0,145 = 0,015$$

$$\text{i } 0,05 \cdot 0,09 = 0,0045$$

$$\text{j } 5,9 + 0,008 = 5,908$$

$$\text{k } 2,039 - 0,209 = 1,83$$

$$\text{l } 2,69 - 0,91 = 1,78$$

$$\text{m } 16,0003 + 1,0997 = 17,1$$

$$\text{n } 42 : 0,07 = 600$$

$$\text{o } 3,2 : 8 = 0,4$$

2 Letterrekenen

Bladzijde 202

$$10 \quad \text{a } 2x \cdot 3y = 6xy$$

$$\text{b } -5a \cdot 7b = -35ab$$

$$\text{c } -3c \cdot -8a = 24ac$$

$$\text{d } 2a \cdot -4a = -8a^2$$

$$\text{e } 5a \cdot 3c \cdot 2b = 30abc$$

$$\text{f } -x \cdot 2y \cdot x = -2x^2y$$

$$\text{g } 7a \cdot 2a \cdot 5 = 70a^2$$

$$\text{h } 4a \cdot 2b \cdot 3b = 24ab^2$$

$$\text{i } -5 \cdot -3b \cdot -a = -15ab$$

$$11 \quad \text{a } 3x + 7x = 10x$$

$$\text{b } 2y + 11y = 13y$$

$$\text{c } 5a - a = 4a$$

$$\text{d } 3a + 2b \text{ kan niet}$$

$$\text{e } 5a - 3b + a = 6a - 3b$$

$$\text{f } 7x - 3y + y = 7x - 2y$$

$$\text{g } 5ab + 2ab = 7ab$$

$$\text{h } 3ab - ac + 6ac = 3ab + 5ac$$

$$\text{i } 5xy - xy + 6xy = 10xy$$

$$12 \quad \text{a } 5x \cdot 2y - 3x \cdot 5y = 10xy - 15xy = -5xy$$

$$\text{b } 2x \cdot 3z + x \cdot -2z = 6xz - 2xz = 4xz$$

$$\text{c } 3x \cdot 2x + 5x \cdot -2x = 6x^2 - 10x^2 = -4x^2$$

$$\text{d } -3a \cdot 2b + 5a \cdot -3b = -6ab - 15ab = -21ab$$

$$\text{e } 6p \cdot -q + 2p \cdot 3q = -6pq + 6pq = 0$$

$$\text{f } -2a \cdot a + 5a \cdot 3c = -2a^2 + 15ac$$

$$\text{g } -x \cdot -y + -x \cdot -y = xy + xy = 2xy$$

$$\text{h } 5a \cdot 3c - 4a \cdot 4c = 15ac - 16ac = -ac$$

$$\text{i } 5x \cdot 2x - 3x \cdot 6x = 10x^2 - 18x^2 = -8x^2$$

$$13 \quad \text{a } 5x + 2x = 7x$$

$$\text{b } 5x \cdot 2x = 10x^2$$

$$\text{c } 5x \cdot 2y = 10xy$$

$$\text{d } 5 + x + 2 + x = 7 + 2x$$

$$\text{e } 5 + x + 2x = 5 + 3x$$

$$\text{f } 3a - 5b + 6a = 9a - 5b$$

$$\text{g } 3a \cdot -5b \cdot 6a = -90a^2b$$

$$\text{h } 3a \cdot -5 + 6a = -15a + 6a = -9a$$

$$\text{i } 5xy - xy + xz = 4xy + xz$$

$$\text{j } 5x \cdot -3 \cdot -x = 15x^2$$

$$\text{k } 5x - 3 - x = 4x - 3$$

$$\text{l } -5x \cdot -3x - x^2 = 15x^2 - x^2 = 14x^2$$

$$14 \quad \text{a } 2x - 3y - 5x + 6y = -3x + 3y$$

$$\text{b } 2x \cdot -3y - 5x \cdot 6y = -6xy - 30xy = -36xy$$

$$\text{c } 2x \cdot -3 \cdot -5x = 30x^2$$

$$\text{d } 3p + 5q - q - 3p = 4q$$

$$\text{e } 3 + p + 5 - 3p = 8 - 2p$$

$$\text{f } 3p \cdot 5q - q \cdot -3p = 15pq + 3pq = 18pq$$

- 15 a $5x \cdot -2x + 4x^2 = -10x^2 + 4x^2 = -6x^2$
 b $5x^2 + 3x \cdot x - 4x^2 = 5x^2 + 3x^2 - 4x^2 = 4x^2$
 c $3x \cdot 4y + 3y \cdot -x = 12xy - 3xy = 9xy$
 d $5x^2 - x^2 + 3x^2 = 7x^2$
 e $7x + 3y - 3x - y = 4x + 2y$
 f $5x - 3 - 5 + 2x^2 = 5x - 8 + 2x^2$

3 Wortels

Bladzijde 203

- 16 a $(\sqrt{3})^2 = 3$
 b $(2\sqrt{5})^2 = 2^2 \cdot (\sqrt{5})^2 = 4 \cdot 5 = 20$
 c $3(\sqrt{7})^2 = 3 \cdot 7 = 21$
 d $(-3\sqrt{11})^2 = (-3)^2 \cdot (\sqrt{11})^2 = 9 \cdot 11 = 99$
 e $-10(\sqrt{2})^2 = -10 \cdot 2 = -20$
 f $-(10\sqrt{10})^2 = -(10)^2 \cdot (\sqrt{10})^2 = -100 \cdot 10 = -1000$
- 17 a $\sqrt{5} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{15}$
 b $\sqrt{3} \cdot \sqrt{27} = \sqrt{81} = 9$
 c $2\sqrt{2} \cdot -3\sqrt{5} = -6\sqrt{10}$
 d $-3 \cdot 6\sqrt{7} = -18\sqrt{7}$
 e $-2\sqrt{2 \cdot 50} \cdot \sqrt{2} = -2\sqrt{100} \cdot \sqrt{2} = -2 \cdot 10 \cdot \sqrt{2} = -20\sqrt{2}$
 f $-\sqrt{3} \cdot 9\sqrt{2} = -9\sqrt{6}$
- 18 a $\sqrt{2} + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$
 b $3\sqrt{5} + 4\sqrt{5} = 7\sqrt{5}$
 c $\sqrt{6} - 4\sqrt{6} = -3\sqrt{6}$
 d $7 + 2\sqrt{7}$ kan niet
 e $9 + 2\sqrt{9} = 9 + 2 \cdot 3 = 9 + 6 = 15$
 f $\sqrt{6} - 2\sqrt{6} = -\sqrt{6}$
- 19 a $\sqrt{7} \cdot \sqrt{2} = \sqrt{14}$
 b $(5\sqrt{3})^2 = 5^2 \cdot (\sqrt{3})^2 = 25 \cdot 3 = 75$
 c $7\sqrt{5} - 5\sqrt{7}$ kan niet
 d $2\sqrt{7} \cdot 5\sqrt{3} = 10\sqrt{21}$
 e $-5 \cdot 4\sqrt{5} = -20\sqrt{5}$
 f $3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = -\sqrt{3}$
 g $2\sqrt{5} - 3\sqrt{5} + 5\sqrt{5} = 4\sqrt{5}$
 h $\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{36} = 6$
 i $(-2\sqrt{3})^2 - 3(\sqrt{11})^2 = (-2)^2 \cdot (\sqrt{3})^2 - 3 \cdot 11 = 4 \cdot 3 - 33 = 12 - 33 = -21$

4 Haakjes wegwerken

Bladzijde 204

- 20 a $7(a - 2b) = 7a - 14b$
 b $3(p + 5q) = 3p + 15q$
 c $-4(x - 2y) = -4x + 8y$
 d $-2(3a - b) = -6a + 2b$
 e $6(-3p + q) = -18p + 6q$
 f $-(-4x - 2y) = 4x + 2y$
- 21 a $6(2a + 3b) = 12a + 18b$
 b $a(3b + 8) = 3ab + 8a$
 c $2a(3a - 9) = 6a^2 - 18a$
 d $5a(a - 8) = 5a^2 - 40a$
 e $x(x + 1) = x^2 + x$
 f $3x(x - 7) = 3x^2 - 21x$
 g $-2x(8 - x) = -16x + 2x^2$
 h $5(3 - x^2) = 15 - 5x^2$
 i $5x(6x - 8) = 30x^2 - 40x$
- 22 a $2x + 3(x - 8) = 2x + 3x - 24 = 5x - 24$
 b $5x - 2(x - 3) = 5x - 2x + 6 = 3x + 6$
 c $8 - 3(a + 1) = 8 - 3a - 3 = 5 - 3a$
 d $5(a - 3) + 8a = 5a - 15 + 8a = 13a - 15$
 e $8p - 3(q + 1) = 8p - 3q - 3$
 f $-8p(-p + 2) + 16p = 8p^2 - 16p + 16p = 8p^2$
- 23 a $3(x - 1) + 5(x + 3) = 3x - 3 + 5x + 15 = 8x + 12$
 b $5(2x - 1) + 2(3 - x) = 10x - 5 + 6 - 2x = 8x + 1$
 c $8(1 - x) - 3(x + 1) = 8 - 8x - 3x - 3 = 5 - 11x$

- d $3(a + b) + 2(3a - b) = 3a + 3b + 6a - 2b = 9a + b$
 e $4(a + 2b) - 5(a - b) = 4a + 8b - 5a + 5b = -a + 13b$
 f $2(3a - b) + 3(-a + b) = 6a - 2b - 3a + 3b = 3a + b$

- 24 a $7 - 3(p + 6) = 7 - 3p - 18 = -11 - 3p$
 b $7p - 3p(p + 6) = 7p - 3p^2 - 18p = -11p - 3p^2$
 c $-7p - 3(p + 6) = -7p - 3p - 18 = -10p - 18$
 d $2a^2 - 3a(a + 4) = 2a^2 - 3a^2 - 12a = -a^2 - 12a$
 e $-3a(a + 1) - a \cdot -3a = -3a^2 - 3a + 3a^2 = -3a$
 f $-2a \cdot a - 3a(a + 1) = -2a^2 - 3a^2 - 3a = -5a^2 - 3a$
 g $-(x - 5y) - 3(x - 4y) = -x + 5y - 3x + 12y = -4x + 17y$
 h $-2(x - 3y) + 3(2x - y) = -2x + 6y + 6x - 3y = 4x + 3y$
 i $5(2x - y) - 4(x - y) = 10x - 5y - 4x + 4y = 6x - y$

- 25 a $(a + 8)(a - 1) = a^2 - a + 8a - 8 = a^2 + 7a - 8$
 b $(p + 2)(p + 7) = p^2 + 7p + 2p + 14 = p^2 + 9p + 14$
 c $(x - 3)(x - 4) = x^2 - 4x - 3x + 12 = x^2 - 7x + 12$
 d $(a - 3)(a + 5) = a^2 + 5a - 3a - 15 = a^2 + 2a - 15$
 e $(p - 1)(p + 1) = p^2 - 1$
 f $(x + 5)(x - 5) = x^2 - 25$

Bladzijde 205

- 26 a $(a - 2)(b + 4) = ab + 4a - 2b - 8$
 b $(3a - 1)(2b + 2) = 6ab + 6a - 2b - 2$
 c $(a - 2b)(3a + b) = 3a^2 + ab - 6ab - 2b^2 = 3a^2 - 5ab - 2b^2$
 d $(4 + p)(q - 4) = 4q - 16 + pq - 4p$
 e $(2p - 1)(3q + 1) = 6pq + 2p - 3q - 1$
 f $(p - 4q)(-2p - q) = -2p^2 - pq + 8pq + 4q^2 = -2p^2 + 7pq + 4q^2$

5 Letters door getallen vervangen

- 27 a Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $a + b + c = 5 - 2 + 3 = 6$.
 b Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $ab - c = 5 \cdot -2 - 3 = -10 - 3 = -13$.
 c Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $b^2 + 3c - a = (-2)^2 + 3 \cdot 3 - 5 = 4 + 9 - 5 = 8$.
 d Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $5abc = 5 \cdot 5 \cdot -2 \cdot 3 = -150$.
 e Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $3b^2 - (ac)^2 = 3 \cdot (-2)^2 - (5 \cdot 3)^2 = 3 \cdot 4 - 15^2 = 12 - 225 = -213$.
 f Voor $a = 5$, $b = -2$ en $c = 3$ is $(2a - b)^2 = (2 \cdot 5 + 2)^2 = (10 + 2)^2 = 12^2 = 144$.
- 28 a Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $ab - bc + b^2 = -3 \cdot 5 - 5 \cdot -4 + 5^2 = -15 + 20 + 25 = 30$.
 b Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $7ab - 2ac = 7 \cdot -3 \cdot 5 - 2 \cdot -3 \cdot -4 = -105 - 24 = -129$.
 c Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $2a^2 + c^2 = 2 \cdot (-3)^2 + (-4)^2 = 2 \cdot 9 + 16 = 18 + 16 = 34$.
 d Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $abc - 2a = -3 \cdot 5 \cdot -4 - 2 \cdot -3 = 60 + 6 = 66$.
 e Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $ab^2 - a^2b = -3 \cdot 5^2 - (-3)^2 \cdot 5 = -3 \cdot 25 - 9 \cdot 5 = -75 - 45 = -120$.
 f Voor $a = -3$, $b = 5$ en $c = -4$ is $(5a - c)^2 = (5 \cdot -3 + 4)^2 = (-15 + 4)^2 = (-11)^2 = 121$.
- 29 a Voor $a = 1$, $b = 1$ en $c = 1$ is $a - b^2 + 3c = 1 - 1^2 + 3 \cdot 1 = 1 - 1 + 3 = 3$.
 b Voor $a = 2$, $b = -1$ en $c = 2$ is $a - b^2 + 3c = 2 - (-1)^2 + 3 \cdot 2 = 2 - 1 + 6 = 7$.
 c Voor $a = -1$, $b = 0$ en $c = 3$ is $a - b^2 + 3c = -1 - 0^2 + 3 \cdot 3 = -1 - 0 + 9 = 8$.
 d Voor $a = 4$, $b = 2$ en $c = 1$ is $a - b^2 + 3c = 4 - 2^2 + 3 \cdot 1 = 4 - 4 + 3 = 3$.
 e Voor $a = 0$, $b = -4$ en $c = 0$ is $a - b^2 + 3c = 0 - (-4)^2 + 3 \cdot 0 = 0 - 16 + 0 = -16$.
 f Voor $a = 7$, $b = -5$ en $c = 6$ is $a - b^2 + 3c = 7 - (-5)^2 + 3 \cdot 6 = 7 - 25 + 18 = 0$.
- 30 a Voor $a = 0$, $b = 2$ en $c = 1$ is $b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 0 \cdot 1 = 4 - 0 = 4$.
 b Voor $a = -1$, $b = -3$ en $c = 2$ is $b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot -1 \cdot 2 = 9 + 8 = 17$.
 c Voor $a = 1$, $b = 0$ en $c = -1$ is $b^2 - 4ac = 0^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 0 + 4 = 4$.
 d Voor $a = 5$, $b = 7$ en $c = 2$ is $b^2 - 4ac = 7^2 - 4 \cdot 5 \cdot 2 = 49 - 40 = 9$.
 e Voor $a = 3$, $b = -6$ en $c = 3$ is $b^2 - 4ac = (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 3 = 36 - 36 = 0$.
 f Voor $a = -9$, $b = -12$ en $c = -3$ is $b^2 - 4ac = (-12)^2 - 4 \cdot -9 \cdot -3 = 144 - 108 = 36$.

Algemene vaardigheden

Bladzijde 207

1 A Lucifers pakken

- a De speler die begint pakt in de eerste beurt 4 lucifers van de stapel van 12 lucifers. Daarna pakt hij steeds evenveel lucifers als zijn tegenstander, maar dan van de stapel waar zijn tegenstander niet van heeft gepakt.
- b De speler die begint pakt in de eerste beurt 4 lucifers van de stapel van 12 lucifers. Daarna pakt hij steeds evenveel lucifers als zijn tegenstander, maar dan van de stapel waar zijn tegenstander niet van heeft gepakt, totdat beide stapels twee lucifers bevatten. Vervolgens kunnen twee situaties ontstaan. De andere speler pakt 1 lucifer. In dat geval pakt de speler die was begonnen de twee lucifers van de andere stapel. De andere speler pakt 2 lucifers. In dat geval pakt de speler die was begonnen 1 lucifer van de andere stapel.

B Een geldstuk verschuiven

Speler I legt, om te winnen, het geldstuk op veld H8.

Speler II begint.

Als speler II in een van zijn beurten het muntstuk vershuift naar

- kolom A dan vershuift speler I het muntstuk naar veld A2 en wint,
- kolom B dan vershuift speler I het muntstuk naar veld B1 en wint,
- rij 1 dan vershuift speler I het muntstuk naar veld B1 en wint,
- rij 2 dan vershuift speler I het muntstuk naar veld A2 en wint.

Als speler II slim is dan vershuift hij dus niet vrijwillig het muntstuk naar kolom A, kolom B, rij 1 of rij 2. Speler I wint door het muntstuk evenveel velden naar beneden of naar links te vershuiven als zijn tegenstander in de beurt daarvoor naar links of naar beneden is gegaan. Op deze manier komt het muntstuk in een beurt van speler I op veld C3. Vervolgens moet speler II het muntstuk wel naar kolom A, kolom B, rij 1 of rij 2 vershuiven en dus wint speler I.

2 A Een dominospel

Met elke dominosteen bedek je een wit en een zwart veld van het schaakbord. De velden A8 en H1 die weg zijn gehaald, zijn beide wit. Je kunt dus niet het resterende speelbord volledig bedekken met dominostenen.

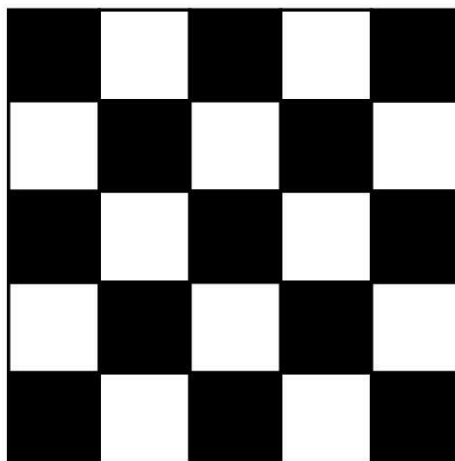
B Victor de vlo

Bedenk dat de muntstukken op een 5×5 rooster zoals hiernaast liggen. Dit rooster bestaat uit 13 zwarte en 12 witte velden.

Als Victor op een zwart veld zit moet hij naar een wit veld springen en als hij op een wit veld zit moet hij naar een zwart veld springen.

Als Victor op een wit veld begint, dan is hij in de beurten 1, 3, 5, 7, ... op een wit veld. Hij moet dan dus op een wit veld eindigen en dat kan niet, want dan zouden er 13 witte velden moeten zijn en er zijn er maar 12.

Dus Victor kan niet altijd een route vinden waarbij hij elk geldstuk precies één keer aandoet, ongeacht de plaats waar hij begint.



3 A Getallen met dezelfde som

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14 = 105$ en 105 is niet deelbaar door 2.

Dus je kunt de getallen 1 tot en met 14 niet in twee groepen verdelen zo, dat de som van de getallen in elke groep gelijk is.

B Torens bouwen

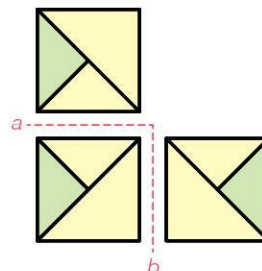
Alle kubussen op elkaar geeft een hoogte van $1 + 2 + 3 + \dots + 14 = 105$ cm (zie 3A).

105 is niet deelbaar door 2, dus Leo kan niet twee even hoge torens maken als hij alle kubussen moet gebruiken.

Kangoeroe-opgaven

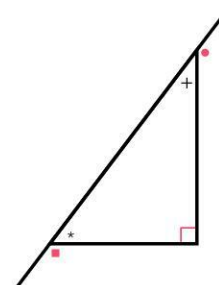
Bladzijde 210

- 1 **C** De gehele getallen tussen de kommagetallen 3,17 en 20,16 zijn 4, 5, ..., 20.
Dus 17 gehele getallen.
- 2 **A** Bord A heeft vier symmetrieassen, B heeft er twee, C heeft er drie, D heeft er geen (let op de pijltjes) en E heeft er één. Dus bord A heeft het grootste aantal symmetrieassen.
- 3 **D** Janny moet eerst 26 bij -14 optellen om haar fout goed te maken, daarna nog eens 26 optellen om het goede antwoord te krijgen. Dat is dus $-14 + 26 + 26 = 38$.
- 4 **B** Stel je voor dat de kaart doorzichtig is. Het omdraaien van de kaart geeft hetzelfde beeld als spiegelen in lijn *a* en vervolgens spiegelen in lijn *b*. Zie de figuur hiernaast. Je krijgt dus B te zien.
- 5 **C** $12\% = \frac{60\%}{5}$, dus 12% komt overeen met $\frac{45}{5} = 9$ leraren.
- 6 **B** De diameter van elke cirkel is $20 : 2 = 10$ cm, dus opp $ABCD = 20 \cdot 10 = 200$ cm². Hiervan is de helft blauw, dus 100 cm².



Bladzijde 211

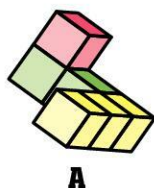
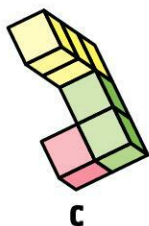
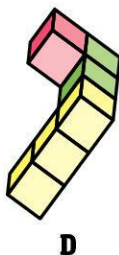
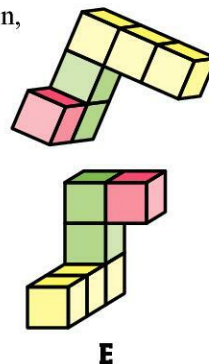
- 7 **A** Het aantal stukken van het lange touw is twee keer zoveel als het aantal stukken van het korte touw, dus het aantal stukken is altijd een veelvoud van 3. Dus hij kan niet 8 stukken maken.
- 8 **C** Er zijn 6 mogelijke routes, namelijk BADCBD, BADBCD, BCDABD, BCDBAD, BDCBAD en BDABCD.
- 9 **E** Van een rechthoek is lengte + breedte = $16 : 2 = 8$ cm, dus omtrek vierkant = $4 \cdot 8 = 32$ cm.
- 10 **C** De hoeken ■ en * zijn samen 180° (gestrekte hoek). De hoeken ● en + om dezelfde reden ook. De driehoek is rechthoekig, dus de hoeken * en + zijn samen $180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$ (hoekensom driehoek). Dus ■ en ● zijn dan samen $2 \cdot 180^\circ - 90^\circ = 270^\circ$.
- 11 **E** De rode kraal moet nog in de doos zitten en is nu 10% van de kralen. De 90% blauwe kralen zijn er dus negen. Petra heeft dus 40 kralen gepakt.
- 12 **E** $555 \cdot 9 = 5 \cdot 111 \cdot 9 = 5 \cdot 999$, dus Meryem heeft 999 stapeltjes gemaakt.



Bladzijde 212

- 13 **B** De eerste vijf sprongen springt Skappy achtereenvolgens 5, 4, 3, 2 en 1 meter minder. De zesde sprong springen ze 6 meter. De volgende vijf sprongen springt Skappy achtereenvolgens 1, 2, 3, 4 en 5 meter meer. Dus na 11 sprongen komt Skappy weer naast Skippy.
- 14 **A** Gerard en Carel hebben beiden twee keer gewonnen in de eerste twee ronden, dus speelden de laatste ronde.

- 15 B Kleur het blok, bijvoorbeeld zoals hiernaast. Als je dan gaat draaien, dan kun je de vier plaatjes hieronder zien. B kun je niet zien.



- 16 D Als de kinderen alle vijf even oud zouden zijn, dan zou de som van de leeftijden deelbaar zijn door 5. Nu is de som dus $2 \cdot 3 = 6$ minder. $36 + 6 = 42$, $53 + 6 = 59$, $76 + 6 = 82$ en $92 + 6 = 98$ kun je niet delen door 5. Maar $89 + 6 = 95$ wel, dus de uitkomst kan 89 zijn.

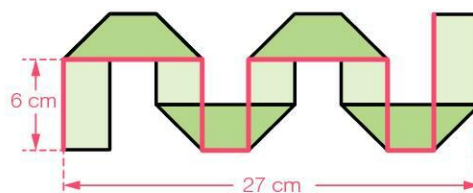
- 17 B Een derde deel van de jongens zit naast een meisje en de helft van de meisjes zit naast een jongen. Dus één meisje komt overeen met $1\frac{1}{2}$ jongen, oftewel in de klas is de verhouding meisje : jongen = 2 : 3. Dus er zitten $\frac{3}{5} \cdot 20 = 12$ jongens in de klas.

- 18 C $\frac{25}{79} = \frac{50}{158}$ en $\frac{1}{2} = \frac{79}{158}$, het verschil is $\frac{29}{158}$.
 $\frac{27}{59} = \frac{54}{118}$ en $\frac{1}{2} = \frac{59}{118}$, het verschil is $\frac{5}{118}$.
 $\frac{29}{57} = \frac{58}{114}$ en $\frac{1}{2} = \frac{57}{114}$, het verschil is $\frac{1}{114}$.
 $\frac{52}{79} = \frac{104}{158}$ en $\frac{1}{2} = \frac{79}{158}$, het verschil is $\frac{25}{158}$.
 $\frac{57}{92}$ en $\frac{1}{2} = \frac{46}{92}$, het verschil is $\frac{11}{92}$.
Het kleinste verschil is $\frac{1}{114}$, dus $\frac{29}{57}$ ligt het dichtst bij $\frac{1}{2}$.

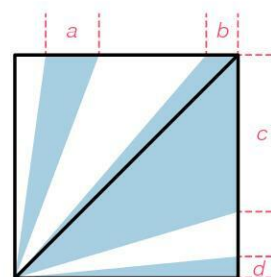
Bladzijde 213

- 19 E Het totale aantal ogen op een dobbelsteen is $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Elk aantal ogen is twee keer niet zichtbaar, dus het totale aantal zichtbare ogen is $5 \cdot 21 = 105$.

- 20 A De lengte van de rode lijn in de figuur hiernaast is de lengte van de strook. Alle horizontale stukken van deze rode lijn zijn samen $27 - 3 = 24$ cm, en alle verticale stukken zijn samen $4 \cdot 6 + 9 = 33$ cm. Dus de strook heeft een totale lengte van $24 + 33 = 57$ cm.



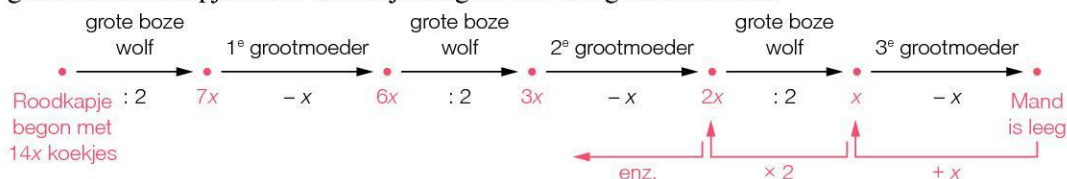
- 21 D De zijde van het vierkant is $\sqrt{36} = 6$. Zie de figuur hiernaast. Het blauwe gebied bestaat uit vier driehoeken met hoogte 6. Dus opp blauwe gebied = $\frac{1}{2} \cdot a \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot b \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot c \cdot 6 + \frac{1}{2} \cdot d \cdot 6 = 3(a + b + c + d) = 27$. Dus $a + b + c + d = 9$.



- 22 D Theo denkt dat het 12:00 uur is, dus op zijn horloge is het 12:05 uur. Het is dan in het echt 12:15 uur. Op het horloge van Leo is het dan 12:20 uur, zodat Leo denkt dat het 12:30 uur is.

- 23 E** De twaalf meisjes aten samen $12 \cdot 1,5 = 18$ cupcakes. De cupcakes werden door $12 - 2 = 10$ meisjes opgegeten. Als elk van deze meisjes twee cupcakes had gegeten, dan waren er $10 \cdot 2 = 20$ cupcakes gegeten. Dus hebben er 2 meisjes één cupcake gegeten en 8 meisjes elk twee.

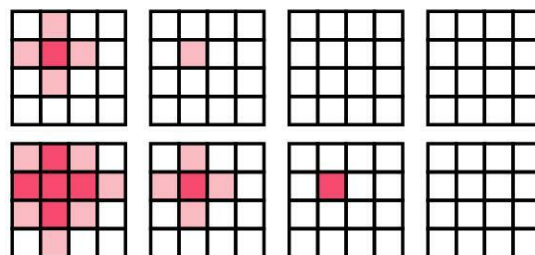
- 24 D** Schrijf x voor het aantal koekjes dat ieder van de grootmoeders krijgt. Terugrekenen geeft dat Roodkapje met $14x$ koekjes begon. Zie de figuur hieronder.



Voor bijvoorbeeld $x = 1$ is het aantal koekjes niet deelbaar door 4, 5, 6 en 9, maar wel door 7.

Bladzijde 214

- 25 E** Na de eerste dag zien de vier lagen, van boven naar beneden, er uit als in de figuur hiernaast. De 'oude' rode kubusjes zijn donker gekleurd.



In de figuur hiernaast zie je de kubusjes die na de tweede dag rood zijn.
Dus na twee dagen zijn er 17 kubusjes rood.

- 26 B** $16 = 1 \cdot 16 = 2 \cdot 8 = 4 \cdot 4$ en $225 = 1 \cdot 225 = 3 \cdot 75 = 5 \cdot 45 = 9 \cdot 25 = 15 \cdot 15$.
De kleinste twee positieve gehele getallen zijn dus 2 en 8, de grootste twee zijn 9 en 25.
Tussen 8 en 9 zit geen positief geheel getal meer, dus de getallen van Martin zijn 2, 8, 9 en 25.
Dit geeft $2 + 8 + 9 + 25 = 44$.

wagon	1	2	3	4	5
aantal passagiers	a	b	c	d	e
aantal reisgenoten	$a + b - 1$	$a + b + c - 1$	$b + c + d - 1$	$c + d + e - 1$	$d + e - 1$

Kijk je naar wagon 1 en 2 en bedenk je dat er moet gelden $c \neq 0$, dan is $a + b - 1 = 5$ en $a + b + c - 1 = 10$. Net zo geldt voor wagon 4 en 5 dat $d + e - 1 = 5$ en $c + d + e - 1 = 10$.
Dus $c = 5$, $a + b = 6$ en $d + e = 6$. Er zitten dus $6 + 5 + 6 = 17$ passagiers in de trein.

- 28 E** Noem de getallen op de kubussen in de onderste laag zoals in de figuur hiernaast. In de optellingen van de vier kubussen in de tweede laag komen de getallen a, c, g en i allemaal één keer terug, de getallen b, d, f en h komen twee keer terug en het getal e komt vier keer terug. Het getal op de bovenste kubus is de som van de vier kubussen eronder, dus dit getal is $a + c + g + i + 2(b + d + f + h) + 4e$. Dit getal is zo groot mogelijk als e zo groot mogelijk is en a, c, g en i zo klein mogelijk. Kies daarom $a = 1, c = 2, g = 3, i = 4, b = 5, d = 6, f = 7, h = 8$ en $e = 50 - (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8) = 14$.
Het getal bovenop is dan gelijk aan $1 + 2 + 3 + 4 + 2(5 + 6 + 7 + 8) + 4 \cdot 14 = 118$.

a	b	c
d	e	f
g	h	i

- 29 A** Noem de stralen van de cirkels a, b, c, d en e . Dan moet gelden dat $a + b = 16, b + c = 14, c + d = 17, d + e = 13$ en $a + e = 14$. Hieruit volgt

$$\begin{array}{rcl} a + b & = & 16 \\ c + d = 17 & + & \\ \hline a + b + c + d & = & 33 \\ a + b + c + d & = & 33 \\ b + c + d + e = 27 & - & \\ \hline a & - & e = 6 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl} b + c & = & 14 \\ d + e = 13 & + & \\ \hline b + c + d + e & = & 27 \\ a - e = 6 & + & \\ a + e = 14 & + & \\ \hline 2a & = & 20 \\ a & = & 10 \end{array}$$

$a = 10$ geeft $b = 6, c = 8, d = 9$ en $e = 4$.

Dus A is het middelpunt van de grootste cirkel.

Bladzijde 215

30

- A** Tel het aantal zwarte kubusjes in de zijvlakken. Tel hierbij de hoekkubusjes voor $\frac{1}{3}$ mee, want elk hoekkubusje komt in drie zijvlakken voor. Tel de middenkubusjes van de buitenrand voor $\frac{1}{2}$ mee, want elk middenkubusje van de buitenrand komt in twee zijvlakken voor.

Dit geeft in totaal $15 \cdot \frac{1}{3} + 8 \cdot \frac{1}{2} + 4 = 13$ zwarte kubusjes. Er zijn 15 zwarte kubusjes gebruikt. Het laatste zijvlak moet dus zorgen voor nog 2 zwarte kubusjes.

zijvlak A geeft $3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2$ zwarte kubusjes

zijvlak B geeft $4 \cdot \frac{1}{3} + 1 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 2\frac{5}{6}$ zwarte kubusjes

zijvlak C geeft $4 \cdot \frac{1}{3} + 1 = 2\frac{1}{3}$ zwarte kubusjes

zijvlak D geeft $2 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{2} = 1\frac{2}{3}$ zwarte kubusjes

zijvlak E geeft $3 \cdot \frac{1}{3} + 2 \cdot \frac{1}{2} + 1 = 3$ zwarte kubusjes.

Dus zijvlak A is het zesde zijvlak.

Verantwoording

Beeld

Technisch tekenwerk: OKS, Chennai (India)

Colofon

Omslagontwerp: InOntwerp, Assen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers, Sappemeer

Lay-out: OKS, Chennai (India)

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlelen.

0 / 19



© 2019 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-90086-1



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.

Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.