

& GETAL & RUIMTE

A



Noordhoff

Getal & Ruimte

Uitwerkingen **havo A** deel 1

Twaalfde editie, 2020

Noordhoff
Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
G. de Jong
H. J. Houwing
J. D. Kuis
F. ten Klooster
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. M. H. Liesting-Maas
M. Wieringa
R. D. Hiele
J. E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J. van Haren
B. W. van Laarhoven
R. Meijerink

Inhoud

1	Tabellen en grafieken	4
2	De statistische cyclus	19
3	Lineaire verbanden	35
4	Handig tellen	58
	Gemengde opgaven	68

1 Tabellen en grafieken

Voorkennis Procenten

Bladzijde 9

- 1 a $0,08 \times 57 = 4,56$ d $0,002 \times 780 = 1,56$
b $0,038 \times 820 = 31,16$ e $0,0108 \times 58 = 0,6264$
c $0,85 \times 1783 = 1515,55$ f $0,0004 \times 850 = 0,34$
- 2 a $1,15 \times 480 = 552$ c $1,0014 \times 315 = 315,441$
b $0,94 \times 700 = 658$ d $0,988 \times 2,5 = 2,47$
- 3 a $\frac{11}{53} \times 100\% \approx 20,8\%$ d $\frac{0,3}{1,8} \times 100\% \approx 16,7\%$
b $\frac{18}{720} \times 100\% = 2,5\%$ e $\frac{12,3}{78,5} \times 100\% \approx 15,7\%$
c $\frac{830}{1125} \times 100\% \approx 73,8\%$ f $\frac{0,08}{0,12} \times 100\% \approx 66,7\%$

Bladzijde 10

- 4 a $\frac{850 - 730}{730} \times 100\% \approx 16,4\%$, dus een toename van 16,4%.
b $\frac{13,1 - 7,8}{7,8} \times 100\% \approx 67,9\%$, dus een toename van 67,9%.
c $\frac{55 - 53}{53} \times 100\% \approx 3,8\%$, dus een toename van 3,8%.
d $\frac{728 - 820}{820} \times 100\% \approx -11,2\%$, dus een afname van 11,2%.
e $\frac{101 - 1019}{1019} \times 100\% \approx -90,1\%$, dus een afname van 90,1%.
f $\frac{140 - 53}{53} \times 100\% \approx 164,2\%$, dus een toename van 164,2%.
- 5 a $\frac{2,3 - 1,3}{1,3} \times 100\% \approx 76,9\%$, dus een toename van 76,9%.
b $\frac{7,40 - 7,46}{7,46} \times 100\% \approx -0,8\%$, dus een afname van 0,8%.

1.1 Rekenen met procenten en verhoudingen

Bladzijde 11

- 1 Floris: De netto opbrengst van App Store is toegenomen met
 $5,4 \text{ miljard} - 3,4 \text{ miljard} = 2,0 \text{ miljard}$.
De netto opbrengst van Google Play is toegenomen met
 $3,3 \text{ miljard} - 1,8 \text{ miljard} = 1,5 \text{ miljard}$.
Dus de toename is bij App Store groter.
- Ilse: De procentuele toename bij App Store is $\frac{5,4 - 3,4}{3,4} \times 100\% \approx 58,8\%$.
De procentuele toename bij Google Play is $\frac{3,3 - 1,8}{1,8} \times 100\% \approx 83,3\%$.
Dus de procentuele toename is bij Google Play groter.
Beide uitspraken zijn dus te verdedigen.

Bladzijde 13

- 2 a met 1,08 d met 0,913
b met 0,97 e met 2,5
c met 1,032 f met 0,997

3 a $\frac{145 - 89}{89} \times 100\% \approx 62,9\%$, dus een toename van 62,9%.

b $\frac{465 - 194}{194} \times 100\% \approx 139,7\%$, dus een toename van 139,7%.

De relatieve toename van de reclame-inkomsten is $\frac{139,7}{62,9} \approx 2,2$ keer zo groot.

4 a De oorspronkelijke prijs was $\frac{81}{0,75} = 108$ euro.

b Zonder btw kost de fiets $\frac{552}{1,21} \approx 456,20$ euro.

c De gemiddelde CO₂-uitstoot in 2007 was $\frac{109}{0,66} \approx 165$ gram CO₂ per km.

Bladzijde 14

5 a volledig elektrisch: $\frac{21\,800 - 7400}{7400} \times 100\% \approx 194,6\%$

hybride: $\frac{152\,000 - 111\,800}{111\,800} \times 100\% \approx 36,0\%$

plug-in hybride: $\frac{97\,300 - 36\,800}{36\,800} \times 100\% \approx 164,4\%$

De relatieve toename was het grootst bij volledig elektrische personenauto's.

b Van het totale aantal elektrische auto's in 2015 was $\frac{7400}{156\,000} \times 100\% \approx 4,7\%$ volledig elektrisch.

c Van het totale aantal auto's in 2018 was $\frac{271\,100}{8\,400\,000} \times 100\% \approx 3,2\%$ elektrisch.

d Het totale aantal auto's in 2015 is $\frac{156\,000}{0,021} \approx 7\,429\,000$.

e In 2017 waren er $\frac{97\,300}{1,016} \approx 95\,800$ plug-in hybride auto's.

6 a $\frac{14\,300 - 12\,000}{12\,000} \times 100\% \approx 19,2\%$, dus een toename van 19,2%.

b $1,299 \times 22\,100 \approx 28\,700$ leerlingen hadden een NG-profiel in 2017.

c $\frac{53\,200}{1,042} \approx 51\,100$ leerlingen hadden een EM-profiel in 2012.

d In 2012 waren er $\frac{3300}{0,194} \approx 17\,000$ leerlingen met een CM-profiel.

Dus in 2017 waren er $17\,000 - 3300 = 13\,700$ leerlingen met een CM-profiel.

Bladzijde 15

7 a Op de PvdA stemden $0,062 \cdot 157\,822 \approx 9800$ mensen.

b Op GroenLinks stemden $1,54 \cdot 23\,531 \approx 36\,200$ mensen.

c In 2014 stemden $\frac{20\,522}{1,357} \approx 15\,100$ mensen op de VVD.

d Het CDA kreeg $\frac{8428}{157\,822} \times 100\% \approx 5,3\%$ van de stemmen.

e Het aantal D66-stemmen is met $\frac{4094}{36\,829} \times 100\% \approx 11,1\%$ afgenomen.

f Utrecht telde $\frac{157\,822}{0,59} \approx 276\,500$ stemgerechtigden.

g Op de SP stemden $0,485 \cdot 13\,233 \approx 6400$ mensen.

h In 2014 stemden $\frac{1053}{0,195} = 5400$ mensen op de CU.

Dus in 2018 waren dat $5400 + 1053 \approx 6500$ mensen.

- 8 In 2020 was de winst $8 \cdot 1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 = 13,00\dots$ miljoen euro.
Dat is een procentuele toename van $\frac{13,00\dots - 8}{8} \times 100\% \approx 62,6\%$.

Alternatieve uitwerking

$1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 \approx 1,626$, dus de toename is 62,6%.

- 9 a De procentuele toename per jaar is $\frac{324 - 240}{240} \times 100\% = 35\%$.

In 2019 waren er $1,35 \cdot 324 \approx 437$ geboorten.

- b In 2016 waren er $\frac{240}{1,35} \approx 178$ geboorten.

Bladzijde 16

- 10 a Achtereenvolgende procentuele veranderingen kunnen niet bij elkaar worden opgeteld.

Stel dat in 2017 de winst 1000 euro was. Dan was in 2018 de winst $1,15 \cdot 1000 = 1150$ euro. Voor 2019 wordt de winst berekend over het winstbedrag van 2018. Dat is $1,25 \cdot 1150 = 1437,50$ euro.

Ten opzichte van 2017 is de winst dus met $\frac{1437,50 - 1000}{1000} \times 100\% \approx 43,8\%$

toegenomen en dat is meer dan 40%.

- b Achtereenvolgende procentuele veranderingen kunnen niet bij elkaar worden opgeteld.

Stel het bedrag is 100 euro. Na de verhoging wordt dit $1,15 \cdot 100 = 115$ euro. Dit nieuwe bedrag wordt verlaagd met 15 procent, dus $0,85 \cdot 115 = 97,75$ euro.

Je krijgt dus niet het oorspronkelijke bedrag terug.

- c Percentages die horen bij verschillende totalen kunnen niet gemiddeld worden.

Stel dat er 10 jongens en 20 meisjes in de klas zitten, dan hebben

$0,4 \cdot 10 + 0,2 \cdot 20 = 8$ leerlingen een onvoldoende. Dat is $\frac{8}{30} \times 100\% = 26,7\%$.

Als er evenveel jongens als meisjes in deze klas zitten dan is de bewering waar, anders niet.

- 11 a De gemiddelde bezetting is $\frac{3 \cdot 88\% + 9 \cdot 40\%}{12} = 52\%$.

- b Het verschil tussen 30% leeg en 30% vol is 40%.

Dus 30 liter is 40%. Een vol vat bevat $\frac{30}{0,4} = 75$ liter.

- c Van een dorstige kameel is 16% geen water. Nadat de kameel zijn dorst heeft gelest is dat 15%.

De kameel weegt $\frac{800}{0,15} = 120$ kg zonder water. Dus de dorstige kameel woog $\frac{120}{0,16} = 750$ kg.

- 12 a Bij een toename van 2,5% per jaar wordt de hoeveelheid ieder jaar vermenigvuldigd met 1,025.

Na 10 jaar geeft dit $1,025^{10} \cdot H \approx 1,28 \cdot H$. Dus $a = 1,28$.

- b Bij een toename van 6% per jaar wordt H ieder jaar vermenigvuldigd met 1,06.

Na t jaar krijg je een vermenigvuldiging met $1,06^t$.

Na 11 jaar krijg je een vermenigvuldiging met $1,06^{11} \approx 1,898$.

Na 12 jaar krijg je een vermenigvuldiging met $1,06^{12} \approx 2,012$.

Dus bij $t = 12$ is er sprake van een verdubbeling.

- 13 Per persoon heb je $\frac{12}{6} = 2$ eieren nodig, dus voor 10 personen $10 \cdot 2 = 20$ eieren.

Per persoon heb je $\frac{75}{6} = 12,5$ gram poedersuiker nodig, dus voor 10 personen

$10 \cdot 12,5 = 125$ gram poedersuiker.

Bladzijde 18

- 14 a** In totaal $1 + 2 + 3 = 6$ delen.
Anna loopt $\frac{1}{6} \cdot 24 = 4$ km, Bram loopt $\frac{2}{6} \cdot 24 = 8$ km en Eva $\frac{3}{6} \cdot 24 = 12$ km.
- b** Drie delen zijn 4,5 km, dus één deel is 1,5 km.
Bram loopt $5 \cdot 1,5 = 7,5$ km.
- 15 a** In totaal $47 + 100 = 147$ delen.
Er zijn $\frac{47}{147} \cdot 2,32 \approx 0,74$ miljoen vrouwen in Qatar.
- b** In totaal $5 + 6 = 11$ delen.
Er is één deel mannen meer dan vrouwen in China, dus er zijn $\frac{1}{11} \cdot 1,38 \approx 0,13$ miljard meer mannen dan vrouwen.
- 16** Stel er zit 60 mL in beide flessen. Dan zit er $\frac{2}{3} \cdot 60 = 40$ mL water in de eerste fles en $\frac{4}{5} \cdot 60 = 48$ mL water in de tweede fles. In de karaf zit dus 88 mL water.
In de eerste fles zit $\frac{1}{3} \cdot 60 = 20$ mL sap en in de tweede fles zit $\frac{1}{5} \cdot 60 = 12$ mL sap. In de karaf zit dus 32 mL sap.
De karaf bevat water en sap in de verhouding $88 : 32$, vereenvoudigen geeft $11 : 4$.
- 17 a** De verhouding $2 : 3$ is hetzelfde als $4 : 6$. Dus voor elke 4 mannen zijn er 6 vrouwen. Verder is er 1 kind voor elke 6 vrouwen. Er zijn in totaal dus $4 + 6 = 10$ volwassenen per kind. De verhouding is $10 : 1$.
- b** De leeftijden van Olivia en Ina hebben de verhouding $3 : 4$, dat is hetzelfde als $9 : 12$. De leeftijden van Ina en Natalie hebben de verhouding $6 : 7$, dat is hetzelfde als $12 : 14$. Dus de leeftijden van Olivia, Ina en Nathalie hebben de verhouding $9 : 12 : 14$. Het totaal aantal delen is $9 + 12 + 14 = 35$.
Van de 770 noten kreeg Olivia, de jongste, er $\frac{9}{35} \cdot 770 = 198$.

Bladzijde 19

- 18 a** In totaal $3 + 4 + 5 = 12$ delen.
De afvoer in I is $\frac{3}{12} \cdot 2340 = 585$ m³/s.
De afvoer in II is $\frac{4}{12} \cdot 2340 = 780$ m³/s.
De afvoer in III is $\frac{5}{12} \cdot 2340 = 975$ m³/s.
- b** De afvoer in II zou $\frac{4}{12} \cdot 3000 = 1000$ m³/s zijn. Dat is te veel, dus de afvoer in II wordt door de stuw beperkt tot 800 m³/s.
Er blijft dan nog 2200 m³/s over voor afvoeren I en III in de verhouding $3 : 5$.
Dat zijn dus $3 + 5 = 8$ gelijke delen voor de afvoeren I en III.
De afvoer in I is $\frac{3}{8} \cdot 2200 = 825$ m³/s.
De afvoer in II is 800 m³/s.
De afvoer in III is $\frac{5}{8} \cdot 2200 = 1375$ m³/s.
- c** De afvoer in III is groter dan bij vraag b, dus de stuw in afvoer II is in werking.
Vijf delen zijn 1500 m³/s, dus één deel is 300 m³/s.
De afvoer via I is $3 \cdot 300 = 900$ m³/s. Via II wordt nog 800 m³/s afgevoerd.
De aanvoer is dus $900 + 800 + 1500 = 3200$ m³/s.
- 19 a** In totaal zijn er $5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 15$ delen, dus zijn er 8 delen nodig voor een meerderheid.
Partijen A en B hebben samen 9 delen. Zij hebben samen $\frac{9}{15} \cdot 150 = 90$ zetels.
Partijen A en C hebben samen 8 delen. Zij hebben samen $\frac{8}{15} \cdot 150 = 80$ zetels.
De andere combinaties van partijen hebben minder dan 8 zetels.
- b** In totaal zijn er $10 + 9 + 8 + 7 + 6 = 40$ delen, dus zijn er 21 delen nodig voor een meerderheid met twee partijen. De twee grootste partijen hebben samen slechts 19 delen. Dus een meerderheid met twee partijen is niet mogelijk. Met drie partijen lukt het wel, dus er zijn minstens drie partijen nodig.
- c** Stel dat partij E geen enkele zetel heeft gehaald, dan hebben de andere vier partijen samen $5 + 10 + 15 + 20 = 50$ zetels. Maar er zijn 150 zetels in het parlement. De vijf partijen moeten samen dus nog 100 zetels verdelen, dat is 20 zetels per partij.
De verhouding wordt dan $40 : 35 : 30 : 25 : 20$ en dat is $8 : 7 : 6 : 5 : 4$.

Alternatieve uitwerking

Stel partij A heeft a zetels. Dan heeft partij B er $a - 5$, partij C er $a - 10$, partij D er $a - 15$ en partij E er $a - 20$. In totaal zijn er dan $a + a - 5 + a - 10 + a - 15 + a - 20 = 5a - 50$ zetels.

In totaal zijn er 150 zetels, dit geeft de vergelijking $5a - 50 = 150$

$$5a = 200$$

$$a = 40$$

De verhouding is dus $40 : 35 : 30 : 25 : 20$ en dat is $8 : 7 : 6 : 5 : 4$.

- d** Bij 150 zetels is er vanaf 76 zetels een meerderheid. De partijen B, C en D hebben in totaal $29 + 19 + 17 = 65$ delen. Deze partijen hebben geen meerderheid, dus in de verhouding $29 : 19 : 17$ hebben zij maximaal 65 zetels. Er blijven $150 - 65 = 85$ zetels over voor partijen A en E. Deze partijen hebben in totaal $16 + 1 = 17$ delen. Partij A heeft dus $\frac{16}{17} \cdot 85 = 80$ zetels.

Bladzijde 20

- 20 a** Het totaal aantal delen lakmengsel is $10 + 5 + 2 = 17$, dus hij heeft $\frac{10}{17} \cdot 8,5 = 5$ liter lak nodig.
Het totaal aantal delen blauwe en gele lak is $3 + 2 = 5$, dus hij heeft $\frac{2}{5} \cdot 5 = 2$ liter gele lak nodig.
- b** Hij heeft $\frac{10}{17} \cdot 6,8 = 4$ liter lak nodig. Het totaal aantal delen rode, groene en gele lak is $5 + 1 + 2 = 8$, dus hij heeft $\frac{5}{8} \cdot 4 = 2,5$ liter rode lak nodig. Hij hoeft geen rode lak meer te kopen.
- c** Normaal zou hij $\frac{5}{17} \cdot 5,1 = 1,5$ liter verharder en $\frac{2}{17} \cdot 5,1 = 0,6$ liter thinner gebruiken. Hij gebruikt nu 25% minder thinner, dus slechts $0,75 \cdot 0,6 = 0,45$ liter. Vermalen heeft nog steeds 5,1 liter lakmengsel nodig. Omdat hij 0,15 liter minder thinner gebruikt, moet dat worden vervangen door lak en verharder. De verhouding lak en verharder in het lakmengsel is $10 : 5$, dus hij moet $\frac{5}{15} \cdot 0,15 = 0,05$ liter verharder toevoegen. In totaal gebruikt hij $1,5 + 0,05 = 1,55$ liter verharder.
- d** De emmer met paarse lak bevat $\frac{3}{8} \cdot 2 = 0,75$ liter rode en $\frac{5}{8} \cdot 2 = 1,25$ liter blauwe lak. De emmer met groene lak bevat $\frac{3}{4} \cdot 3 = 2,25$ liter blauwe en $\frac{1}{4} \cdot 3 = 0,75$ liter gele lak. In totaal heeft Vermalen dus 0,75 liter rode, $1,25 + 2,25 = 3,5$ liter blauwe en 0,75 liter gele lak.
Hij heeft met 3,5 liter al genoeg blauwe lak voor de gewenste verhouding van $3 : 7 : 2$. Zeven delen is 3,5 liter, dus één deel is $\frac{3,5}{7} = 0,5$ liter. Vermalen heeft dus in totaal $3 \cdot 0,5 = 1,5$ liter rode lak en $2 \cdot 0,5 = 1$ liter gele lak nodig. Hij moet nog $1,5 - 0,75 = 0,75$ liter rode lak en $1 - 0,75 = 0,25$ liter gele lak toevoegen.

1.2 Maatsystemen

Bladzijde 22

- 21** Er staat $1.053E10$ en dat betekent $1,053 \cdot 10^{10}$.
Een miljard is 10^9 , dus er staat $1,053 \cdot 10$ miljard.
Dat is ongeveer 10,5 miljard.

Bladzijde 23

- 22 a** $432 \text{ miljard} = 432 \cdot 10^9 = 4,32 \cdot 10^{11}$
b $0,0061 = 6,1 \cdot 10^{-3}$
c $126 \cdot 10^4 = 1,26 \cdot 10^6$
d $0,0048 \cdot 10^{-8} = 4,8 \cdot 10^{-11}$
- 23 a** $0,03^7 \approx 2,19 \cdot 10^{-11}$
b $(\frac{1}{12})^4 \approx 4,82 \cdot 10^{-5}$
c $225^6 \approx 1,30 \cdot 10^{14}$
d $(\frac{2}{7})^3 \cdot (\frac{3}{7})^2 \approx 4,28 \cdot 10^{-3}$
e $\frac{2}{13}$ deel van een miljard $\approx 1,54 \cdot 10^8$
f $\frac{14}{3 \cdot 10^5} \approx 4,67 \cdot 10^{-5}$

- 24** a $3,5 \cdot 10^6 \times 0,4 \cdot 10^4 = 1,4 \cdot 10^{10}$
 b $1200 \cdot 55000 = 6,6 \cdot 10^7$
 c $12,5 \text{ miljoen} \times 460000 = 12,5 \cdot 10^6 \times 460000 = 5,75 \cdot 10^{12}$
 d $0,018 \times 5 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-8}$
 e $\frac{1,5 \text{ duizend}}{3 \text{ miljard}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^9} = 5 \cdot 10^{-7}$
 f $0,8^{12} \cdot 2,5^{20} = 6,25 \cdot 10^6$
- 25** a $84,5 \text{ miljard} = 84,5 \cdot 10^9 = 8,45 \cdot 10^{10}$ en $0,00075 = 7,5 \cdot 10^{-4}$
 b $0,04^8 \approx 6,55 \cdot 10^{-12}$ en $215^6 \approx 9,88 \cdot 10^{13}$
 c $(\frac{2}{9})^4 \cdot (\frac{3}{11})^3 \approx 4,95 \cdot 10^{-5}$
 d $1500 \times 6,2 \cdot 10^4 = 9,3 \cdot 10^7$ en $\frac{18 \text{ miljoen}}{2,4 \text{ miljard}} = \frac{18 \cdot 10^6}{2,4 \cdot 10^9} = 0,0075 = 7,5 \cdot 10^{-3}$

Bladzijde 24

- 26** a Het spaartegoed is $7,8 \cdot 10^6 \times 44500 = 3,471 \cdot 10^{11}$ euro.
 b De kans is $\frac{4}{25 \cdot 10^9} = 1,6 \cdot 10^{-10}$.
- 27** a Op aarde is ongeveer $7,7 \cdot 10^9 \times 180 \cdot 10^6 \approx 1,39 \cdot 10^{18} \text{ m}^3$ water aanwezig.
 b Na 24 uur is nog $5 \cdot 0,6^{24} \approx 2,37 \cdot 10^{-5} \text{ mg}$ in het bloed aanwezig.
- 28** a $1111^2 = 1234321$ en $11111^2 = 123454321$
 Beide getallen bestaan uit een rijtje oplopende en aflopende cijfers. Daarbij is het middelste cijfer precies het aantal enen dat onder het kwadraat staat.
 b $111111^2 = 12345654321$ en $111111111^2 = 1234567900987654321$
- 29** Het is $300 \cdot 420 = 126000 \text{ m}^2 = 12,6 \text{ ha}$.

Bladzijde 25

- 30** a Het gaat over oppervlakte, dus factor 100. Van km naar dm zijn 4 stappen, dus vermenigvuldigen met 100 tot de macht 4. Je krijgt $150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2$.
 Het gaat over lengte, dus factor 10. Van mm naar dm is 2 stappen dus delen door 10 tot de macht 2. Je krijgt $0,02 \text{ mm} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm}$.
 b $100^3 = 1000000 = 1000^2$
 c 1 km^2 is 1000 bij 1000 meter, dus de oppervlakte is 1000^2 m^2 .
 d $5 \text{ km}^2 = 5 \cdot 1000^2 = 5 \cdot 10^6 \text{ m}^2$

Bladzijde 26

- 31** a $52 \text{ hm} = 52 \cdot 10^2 \text{ m} = 5200 \text{ m}$
 b $3,4 \cdot 10^7 \text{ mm} = \frac{3,4 \cdot 10^7}{10^6} \text{ km} = 34 \text{ km}$
 c $4,3 \text{ km}^2 = 4,3 \cdot 100^3 \text{ m}^2 = 4300000 \text{ m}^2$
 d $6,1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = \frac{6,1 \cdot 10^{10}}{100^4} \text{ ha} = 610 \text{ ha}$
 e $1,45 \cdot 10^{-8} \text{ km}^3 = 1,45 \cdot 10^{-8} \cdot 1000^3 \text{ m}^3 = 14,5 \text{ m}^3$
 f $5045 \text{ L} = 5045 \text{ dm}^3 = \frac{5045}{1000} \text{ m}^3 = 5,045 \text{ m}^3$
 g $0,06 \text{ dL} = 0,06 \cdot 10^2 \text{ mL} = 6 \text{ mL}$
 h $7,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = \frac{7,5 \cdot 10^5}{1000^2} \text{ L} = 7,5 \cdot 10^{-1} \text{ L} = 0,75 \text{ L}$
- 32** a $4 \text{ L} = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$ en $50 \text{ m}^2 = 50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$.
 De dikte van de verf is $\frac{4 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^6} = 0,08 \text{ mm}$.
 b Per jaar lekt er $0,05 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 788400 \text{ mL} = 788,4 \text{ L}$ water.
 Kees heeft dus geen gelijk.

- 33 a** $880 \text{ mm} = 0,88 \text{ m}$, dus op één m^2 valt $0,88 \cdot 1 = 0,88 \text{ m}^3$ neerslag.
Dit is $0,88 \text{ m}^3 = 880 \text{ dm}^3 = 880 \text{ L}$.
- b** De gemiddelde intensiteit gedurende een jaar is $\frac{880}{624} = 1,41 \dots \text{ mm per uur}$.
De intensiteit tijdens de wolkbreuk is $3 \cdot 24 = 72 \text{ mm per uur}$.
Dat is dus $\frac{72}{1,41 \dots} \approx 51$ keer groter.
- c** De oppervlakte van het voetbalveld is $102 \cdot 65 = 6630 \text{ m}^2$.
 $24 \text{ mm neerslag per m}^2$, dus $0,024 \cdot 6630 = 159,12 \text{ m}^3$.
- d** $81 \text{ mm} = 0,081 \text{ m}$
 $41\,500 \text{ km}^2 = 41\,500 \cdot 10^6 \text{ m}^2$
Er valt in juli in Nederland $0,081 \times 41\,500 \cdot 10^6 = 3,3615 \cdot 10^9 \text{ m}^3$ neerslag.
Per inwoner is dat $\frac{3,3615 \cdot 10^9}{17,4 \cdot 10^6} \approx 193 \text{ m}^3$.

Bladzijde 27

- 34 a** $0,021 \times 1385 \cdot 10^6 = 29\,085\,000 \text{ km}^3$ ijskappen en gletsjers
Er is $\frac{29\,085\,000}{0,687} \approx 42\,336\,000 \text{ km}^3$ zoet water op aarde.
Dat is $\frac{42\,336\,000 \cdot 10^9}{7,7 \cdot 10^9} = 5,5$ miljoen m^3 per aardbewoner.
- b** Er verdampt jaarlijks $502\,800 + 74\,200 = 577\,000 \text{ km}^3$ water.
De neerslag op het land is $577\,000 - 458\,000 = 119\,000 \text{ km}^3$.
Dit is $\frac{119\,000}{42\,336\,245} \times 100\% \approx 0,28\%$.
- 35 a** Er gaan 60 seconden in een minuut. Dus 45 seconden is $\frac{45}{60} = 0,75$ minuten.
- b** De tijd is $\frac{27,75}{60} = 0,4625$ uur.
- c** De gemiddelde snelheid is $\frac{7}{0,4625} \approx 15,1 \text{ km per uur}$.

Bladzijde 28

- 36 a** De gemiddelde snelheid is $\frac{100}{10,49} \text{ m/s} = \frac{100}{10,49} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 34,318 \text{ km/uur}$.
- b** $12,37,35$ is $12 \cdot 60 + 37,35 = 757,35$ seconden.
De gemiddelde snelheid is $\frac{5000}{757,35} \text{ m/s} = \frac{5000}{757,35} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 23,767 \text{ km/uur}$.
- c** $2:01.39$ is $2 \cdot 60 \cdot 60 + 1 \cdot 60 + 39 = 7299$ seconden.
De gemiddelde snelheid is $\frac{42\,195}{7299} \text{ m/s} = \frac{42\,195}{7299} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 20,811 \text{ km/uur}$.

Bladzijde 29

- 37 a** 25 minuten is $\frac{25}{60} = 0,416 \dots$ uur.
De gemiddelde snelheid is $\frac{6}{0,416 \dots} = 14,4 \text{ km/uur}$.
- b** Zijn recordtijd is $\frac{9,8}{14} = 0,7$ uur $= 0,7 \cdot 60$ minuten $= 42$ minuten.
- c** Dat is $\frac{26}{6,0} = 4\frac{1}{3}$ minuten $= 4$ minuten en 20 seconden.
- d** 1 uur en 50 minuten is $1 + \frac{50}{60} = 1,833 \dots$ uur.
Jos heeft $12,6 \cdot 1,833 \dots = 23,1 \text{ km}$ gelopen.

- 38 Het geluid moet 200 cm heen en 200 cm terug.

In totaal legt het geluid dus $400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$ af.

$$1235 \text{ km/uur} = \frac{1235}{3,6} \text{ m/s} = 343,05... \text{ m/s}$$

De benodigde tijd is $\frac{4}{343,05...} \approx 0,012$ seconde.

- 39 Stel x is de afstand in km tussen A en B.

Sandra doet $\frac{x}{0,25} = 4x$ minuten over de heenweg en $\frac{x}{0,2} = 5x$ minuten over de terugweg.

In totaal doet ze er $60 + 5 = 65$ minuten over.

Hieruit volgt de vergelijking $4x + 5x = 65$

$$9x = 65$$

$$x \approx 7,2$$

Dus de afstand tussen A en B is ongeveer 7,2 km.

1.3 Omgaan met tabellen

Bladzijde 31

- 40 a In de kolom '0 schades' kun je zien dat ze elk schadevrij jaar een trede omhoog gaat.
Na vijf jaar schadevrij is ze dus op trede 11.
Ze krijgt dan 65% korting, dus ze moet $0,35 \cdot 1000 = €350,-$ betalen.
- b Zie de kolom '1 schade', op 1 januari 2016 is ze op trede 6.
Ze moet dan $0,65 \cdot 1000 = €650,-$ betalen.
- c Op 1 januari 2021 is ze op trede 1.
Ze moet dan $1,1 \cdot 1000 = €1100,-$ betalen.

Bladzijde 32

- 41 a Hij is dan op trede 7 en moet $0,6 \cdot 1000 = €600,-$ betalen.
- b Hij heeft $600 + 550 + 500 + 450 + 350 = €2450$ betaald.
- c Hij zou dan $250 + 200 + 200 + 200 + 200 = €1050$ hebben betaald.
- d Het verschil van de totalen is $2450 - 1050 = €1400$. Dat is meer dan de schade van 450 euro. Door het melden van de schade zijn de totale kosten voor meneer Verbeek hoger geworden dan wanneer hij de schade zelf had betaald.
Advies: vraag je af of het verstandig is om de schade te melden. Bij een niet te hoog schadebedrag kan het verstandig zijn de schade zelf te betalen, mits je de jaren daarna schadevrij rijdt.
- 42 a Er zijn door de jaren heen veel minder bedrijven gekomen.
Het aantal koeien is in grote lijnen afgenomen, maar er is wel een toename in 2015 vergeleken met 2005.
De totale melkproductie neemt soms af en soms toe.

b,d	jaar	bedrijfsomvang	melkproductie per bedrijf in tonnen	melkproductie per koe in kg
	1975	24	112	4638
	1985	41	216	5292
	1995	44	288	6575
	2005	61	461	7555
	2015	89	738	8333

- c In 1975 was de melkproductie per bedrijf $\frac{10286000}{91700} \approx 112$ ton.
- e De bedrijfsomvang is tussen 1975 en 2015 bijna vier keer zo groot geworden.
De melkproductie per bedrijf is tussen 1975 en 2015 meer dan verzesvoudigd.
De melkproductie per koe is tussen 1975 en 2015 bijna verdubbeld.

43 a,b

land	oppervlakte in $\text{km}^2 \times 1000$	bevolking als percentage van het totaal van de EU
Bulgarije	109	1,4%
Nederland	34	3,3%
Roemenië	230	3,8%
Zweden	405	2,0%
EU	4489	100%

- c Op 1 januari 2018 waren in Roemenië $0,283 \cdot 8\,951\,000 \approx 2\,533\,000$ personen werkzaam in de landbouw.
- d Op 1 januari 2018 behoorde $\frac{5361}{10\,120} \times 100\% \approx 53,0\%$ van de Zweedse bevolking tot de beroepsbevolking.
- e Het aantal werknemers in Bulgarije in de landbouw was $0,068 \cdot 3\,017\,000 = 205\,156$.
Dat was $\frac{205\,156}{7\,102\,000} \times 100\% \approx 2,9\%$ van de bevolking.

Bladzijde 34

- 44 a Italië heeft $\frac{62\,100\,000}{100\,000} \cdot 1,02 \approx 630$ parlementsleden.
- b Rusland heeft $142,3$ miljoen = $1423 \cdot 100\,000$ inwoners.
Dus $\frac{450}{1423} \approx 0,32$ parlementsleden per 100 000 inwoners.
- c Duitsland heeft $\frac{709}{0,88} \cdot 100\,000 \approx 80,6$ miljoen inwoners.

land	aantal inwoners in miljoenen
Italië	62,1
Duitsland	80,6
Rusland	142,3
Denemarken	5,6
Nederland	17,4
IJsland	0,3
Luxemburg	0,6

- 45 Huishouden Djoser verbruikt 3500 kWh.
Bij leverancier A kost dit: $3500 \cdot 0,2010 + 12 \cdot 2,5 = 733,50$ euro.
Bij leverancier B: $3500 \cdot 0,1805 + 12 \cdot 5,75 = 700,75$ euro.
Bij leverancier C: $3500 \cdot 0,1785 + 12 \cdot 7,75 = 717,75$ euro.
Leverancier B is dus het voordeligst.

Huishouden Erikson moet $2700 - 1800 = 900$ kWh kopen.
Bij leverancier A kost dit: $900 \cdot 0,2010 + 12 \cdot 2,5 = 210,90$ euro.
Bij leverancier B: $900 \cdot 0,1805 + 12 \cdot 5,75 = 231,45$ euro.
Bij leverancier C: $900 \cdot 0,1785 + 12 \cdot 7,75 = 253,65$ euro.
Leverancier A is dus het voordeligst.

Huishouden Franken levert $4500 - 3300 = 1200$ kWh terug.
 Bij leverancier A levert dit op: $1200 \cdot 0,054 - 12 \cdot 2,5 = 34,80$.
 Bij leverancier B: $1200 \cdot 0,092 - 12 \cdot 5,75 = 41,40$.
 Bij leverancier C: $1200 \cdot 0,115 - 12 \cdot 7,75 = 45,00$.
 Leverancier C is dus het voordeligst.

Bladzijde 35

- 46 a** Zonder toeslag moeten ze $2 \cdot 45,5 \cdot 6,90 = € 627,90$ betalen.
 Met 76,8% korting betalen ze voor het eerste kind $0,232 \cdot 45,5 \cdot 6,90 \approx € 72,84$.
 Voor het tweede kind met 93,2% korting is dat $0,068 \cdot 45,5 \cdot 6,90 \approx € 21,35$.
 Beide kinderen kosten dus $72,84 + 21,35 = € 94,19$.
- b** Het gezamenlijk jaarinkomen is $12 \cdot 4000 + 12 \cdot 3200 = € 86 400,-$.
 Met 58,4% korting betalen ze voor het eerste kind $0,416 \cdot 45,5 \cdot 6,90 \approx € 130,60$.
 Met 89,3% korting betalen ze voor het tweede kind $0,107 \cdot (45,5 + 22,75) \cdot 6,90 \approx € 50,39$.
 Ze betalen per maand dus $130,60 + 50,39 = € 180,99$ aan kinderopvang.
 Dat is $\frac{180,99}{4000 + 3200} \times 100\% \approx 2,5\%$ van hun maandsalaris.

Bladzijde 36

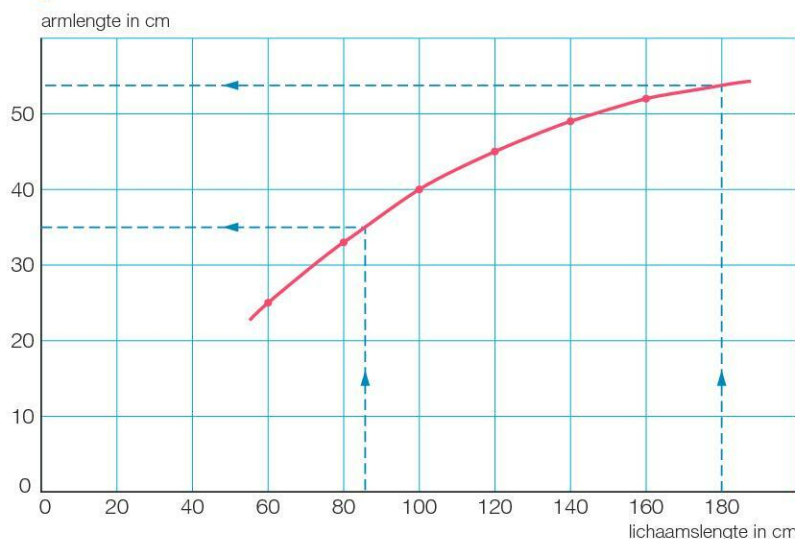
- 47** De kinderen gaan $2 \cdot 2 \cdot 45,5 = 182$ uur per maand naar de opvang.
 De kosten zonder toeslag zijn $182 \cdot 6,90 \cdot 12 = 15 069,60$ euro per jaar.
 De kinderen gaan evenveel naar de opvang, dus we kunnen het gemiddelde nemen van de kortingen voor het eerste en tweede kind.
Stel het gezamenlijk jaarinkomen is € 80 000 euro:
 $100 - \frac{63,1 + 90,0}{2} = 23,45\%$ te betalen dus $0,2345 \cdot 15 069,60 \approx 3533,82$ euro, dit is
 $\frac{3533,82}{80 000} \cdot 100 = 4,4\%$ van het jaarinkomen.
Stel het gezamenlijk jaarinkomen is € 85 000 euro:
 $100 - \frac{58,4 + 89,3}{2} = 26,15\%$ te betalen dus $0,2615 \cdot 15 069,60 \approx 3940,70$ euro, dit is
 $\frac{3940,70}{85 000} \cdot 100 = 4,6\%$ van het jaarinkomen.
 Het gezamenlijk jaarinkomen is dus tussen de € 80 000 en € 85 000. Als we € 82 500 nemen dan wordt de berekening: $100 - \frac{60,9 + 89,6}{2} = 24,75\%$ te betalen dus
 $0,2475 \cdot 15 069,60 \approx 3729,73$ euro, dit is $\frac{3729,73}{82 500} \cdot 100 = 4,5\%$ van het jaarinkomen.
 Het gezamenlijk jaarinkomen van Anne en Sanne is ongeveer € 82 500.

- 48 a** Mevrouw Lever betaalt $111,45 + 35,50 = € 146,95$ per maand.
 Per jaar is dat $12 \cdot 146,95 = € 1763,40$.
- b** Elsemieke krijgt 1,25% korting en betaalt dus per half jaar
 $6 \cdot (99,45 + 14,95) \cdot 0,9875 = € 677,82$.
- c** Zonder korting betaalt Femke $12 \cdot (119,45 + 35,75 + 22,95) = € 2137,80$ per jaar.
 Ze krijgt 10% korting op de basisverzekering, dus ze betaalt hiervoor
 $0,9 \cdot 119,45 = € 107,505$ per maand. Ze krijgt 15% korting op de aanvullende verzekeringen, dus ze betaalt hiervoor $0,85 \cdot (35,75 + 22,95) = € 49,895$ per maand.
 Per jaar is dat $12 \cdot (107,505 + 49,895) = € 1888,80$. Verder krijgt ze nog 3% korting door jaarlijks te betalen, dus ze betaalt $0,97 \cdot 1888,80 \approx € 1832,14$ per jaar.
 Femke bespaart per jaar $2137,80 - 1832,14 = € 305,66$.

Bladzijde 37

49

a



- b** Zie de grafiek: de armlengte is ongeveer 35 cm bij een lichaamslengte van 85 cm.
c Zie de grafiek: de armlengte is ongeveer 54 cm bij een lichaamslengte van 180 cm.

Bladzijde 38

50

- a** In 15 jaar $537 - 393 = 144$ minder, dus in 1 jaar $\frac{144}{15}$ minder.

2010 is 10 jaar na 2000, dus op 1 januari 2010 is het aantal $537 - 10 \cdot \frac{144}{15} = 441$.

- b** In 4 jaar $393 - 355 = 38$ minder, dus in 1 jaar $\frac{38}{4}$ minder.

2018 is 3 jaar na 2015, dus op 1 januari 2018 is het aantal $393 - 3 \cdot \frac{38}{4} \approx 365$.

- c** 2021 is 2 jaar na 2019, dus op 1 januari 2021 is het aantal $355 - 2 \cdot \frac{38}{4} = 336$.

Bladzijde 39

51

- a** In 4 uur $2,3 - -4,5 = 6,8^\circ\text{C}$ meer, dus in 1 uur $\frac{6,8}{4}^\circ\text{C}$ meer.

9:30 uur is 2,5 uur na 7:00 uur, dus om 9:30 uur was de temperatuur $-4,5 + 2,5 \cdot \frac{6,8}{4} \approx -0,3^\circ\text{C}$.

- b** 14:00 uur is 3 uur na 11:00 uur, dus om 14:00 uur was de temperatuur $2,3 + 3 \cdot \frac{6,8}{4} = 7,4^\circ\text{C}$.

- c** Als je gebruik maakt van lineair extrapoleren, dan wordt de berekende temperatuur steeds hoger. Dat klopt niet, want de temperatuur neemt 's avonds meestal weer af. Bovendien ligt 20:00 uur veel te ver van 11:00 uur af om een betrouwbare voorspelling te kunnen doen.

52

- a** In 16 jaar 577 meldingen minder, dus in 1 jaar $\frac{577}{16}$ minder.

2010 is 10 jaar na 2000, dus in 2010 waren er $658 - 10 \cdot \frac{577}{16} \approx 297$ meldingen.

- b** In 16 jaar 554 meldingen minder, dus in 1 jaar $\frac{554}{16}$ minder.

2015 is 15 jaar na 2000, dus in 2015 waren er $1443 - 15 \cdot \frac{554}{16} \approx 924$ meldingen.

- c** In 46 jaar 1681 meldingen minder, dus in 1 jaar $\frac{1681}{46} = 36,54\dots$ minder.

In 2016 waren er 889 meldingen. Dus na $\frac{889}{36,54\dots} \approx 24,33$ jaar zullen er geen meldingen meer zijn.

Dat is in het jaar $2016 + 25 = 2041$.

- 53** In 2017 was de verhouding 1 : 6. Het percentage 100-jarige mannen was toen $\frac{1}{7} \times 100\% \approx 14,3\%$.
 In 2024 zal deze verhouding 3 : 14 zijn. Het bijbehorende percentage is $\frac{3}{17} \times 100\% \approx 17,6\%$.
 In 7 jaar is het percentage 100-jarige mannen met ongeveer $17,6 - 14,3 = 3,3$ gestegen,
 dus in 1 jaar is dat $\frac{3,3}{7}$.

2029 is 5 jaar na 2024, dus in 2029 zal het percentage 100-jarige mannen $17,6 + 5 \cdot \frac{3,3}{7} \approx 20,0\%$ zijn. Het percentage 100-jarige vrouwen is dan 80%. De gezochte verhouding is 20 : 80, oftewel 1 : 4. Dus $p = 4$.

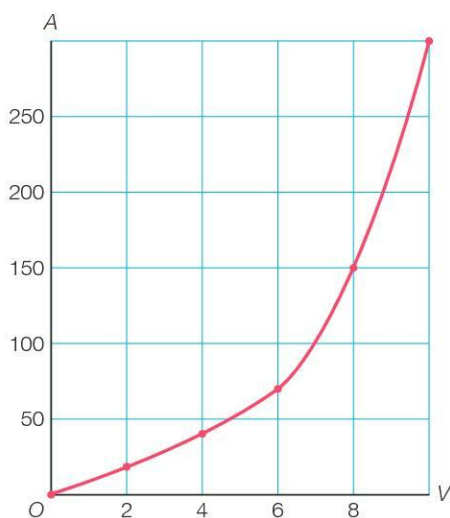
1.4 Informatie in grafieken

Bladzijde 41

- 54** **a** De procentuele toename is $\frac{6-4}{4} \times 100\% = 50\%$.
b Voor werklozen is het dan moeilijk om een baan te vinden, want er zijn veel andere werklozen die ook op die baan kunnen solliciteren.
- 55** **a** Bij $V = 4$ hoort $Z = 2$, zie figuur 1.6. Bij $Z = 2$ hoort $A = 40$, zie figuur 1.7.
 Bij $V = 8$ hoort $Z = 6$ zie figuur 1.6. Bij $Z = 6$ hoort $A = 150$, zie figuur 1.7.
 De procentuele toename is $\frac{150-40}{40} \times 100\% = 275\%$.
b Bij $A = 80$ hoort $Z = 4$, zie figuur 1.7. Bij $Z = 4$ hoort $V = 6,2$, zie figuur 1.6. De hoeveelheid voedsel was 6,2 miljoen kg eikels en beukennotjes.

c

V	0	2	4	6	8	10
A	0	20	40	70	150	300



Bladzijde 42

- 56** **a** Een bedrijf leverde gemiddeld $\frac{275 \text{ miljoen}}{2650} \approx 103\,770$ kg peren af.
b De procentuele verandering is $\frac{2360-3460}{3460} \times 100\% \approx -31,8\%$, dus een afname van 31,8%.
c De kleinste perenoogst is 75 miljoen kg. De grootste oogst is 375. Dat is $\frac{375-75}{75} \times 100\% = 400\%$ meer.
d Het aantal bedrijven verandert ook gedurende het jaar, de punten op de vloeiende kromme hebben allemaal betekenis. De perenoogst is slechts op één moment per jaar gemeten, de tussenliggende punten op de lijnstukken hebben geen betekenis.

e De perenoogst is $\frac{350 \text{ miljoen}}{9234} = \frac{350 \cdot 10^6}{9234} \approx 37\,900 \text{ kg per hectare}$.

f In 2000 is er per bedrijf gemiddeld $\frac{6019}{3460} = 1,73\dots$ hectare.

In 2015 is er per bedrijf gemiddeld $\frac{9234}{2360} \approx 3,91\dots$ hectare.

De procentuele toename is $\frac{3,91\dots - 1,73\dots}{1,73\dots} \times 100\% \approx 125\%$.

Bladzijde 43

- 57 a Deze bewering klopt niet, want van 2004 tot 2013 is de leeftijd gelijk.
- b De bewering is te verdedigen. De procentuele verandering is $\frac{1,66 - 1,8}{1,8} \times 100\% \approx -7,8\%$ en dit is een daling van ongeveer 8%.
- c Deze bewering klopt niet, het gemiddeld aantal kinderen per vrouw is ongeveer gelijk.
- d Deze bewering klopt niet, de grafieken horen bij verschillende verticale assen. Het snijpunt heeft dus geen betekenis, omdat de grafieken verschillende waarden hebben.
- e Deze bewering klopt niet, er zijn meer factoren die invloed hebben op het aantal inwoners in Nederland, bijvoorbeeld emigratie en immigratie.

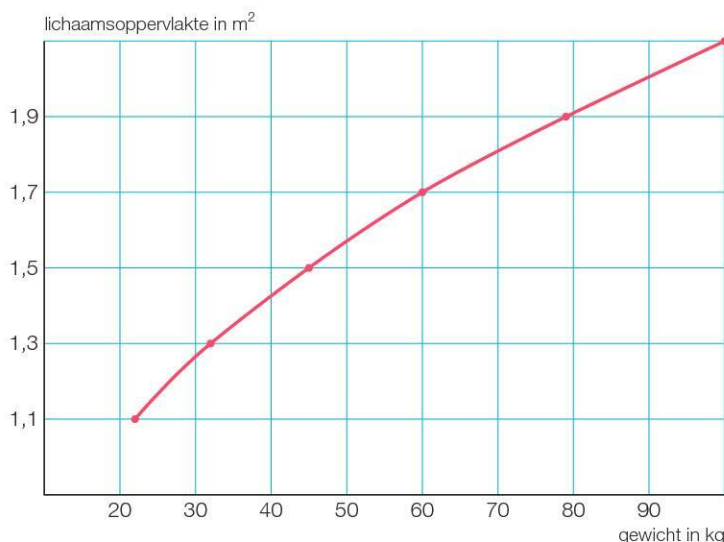
Bladzijde 44

- 58 a Aflezen bij 90 kg en bij 1,7 m geeft een BMI van 31.
- b Aflezen bij 1,8 m en een BMI van 27 geeft een gewicht van 87 kg.
Aflezen bij 1,8 m en een BMI van 25 geeft een gewicht van 81 kg.
Frank zal $87 - 81 = 6 \text{ kg}$ moeten afvallen.

Bladzijde 45

- 59 a Aflezen bij 170 cm en 100 kg geeft een oppervlakte van $2,1 \text{ m}^2$.
Aflezen bij 170 cm en 90 kg geeft een oppervlakte van $2,0 \text{ m}^2$.
De relatieve verandering is $\frac{2,0 - 2,1}{2,1} \times 100\% \approx -4,8\%$, dus een afname van 4,8%.

b gewicht	22	32	45	60	79	100
lichaamsoppervlakte	1,1	1,3	1,5	1,7	1,9	2,1



Bladzijde 46

- 60 a De familie Donders kan voor het lenen van 100 000 euro een maandelijkse annuïteit van maximaal $\frac{2100}{3,5} = 600$ euro betalen. In de grafiek lees je af bij 5,0% en maximaal 600 euro, dat een looptijd van 25 jaar het meest geschikt is voor de familie Donders.

- b** Door af te lezen in figuur 1.14 krijg je onderstaande tabel.

looptijd (jaren)	10	15	20	25	30
rentepercentage	3,5	4,0	5,0	5,5	6,0
maandlasten	1000	750	670	630	610

De maandlasten zijn het laagst bij een looptijd van 30 jaar.

- c** De familie Everaars kan voor het lenen van 100 000 euro een maandelijks annuïteit van maximaal $\frac{1750}{2,5} = 700$ euro betalen. Om de hypotheek zo snel mogelijk af te lossen willen ze een zo hoog mogelijke maandlast. Dat is 670 euro bij een looptijd van 20 jaar en een rentepercentage van 5,0%.
De maandlast van de familie Everaars wordt dan $2,5 \cdot 670 = 1675$ euro.

Bladzijde 47

- 61 a** Aflezen bij een kruissnelheid van 14 m/s en een vleugeloppervlak $0,2 \text{ m}^2$ geeft een gewicht van 1,5 kg. De vogel is dus een blauwe reiger.
b De kiekendief heeft een gewicht van 470 g = 0,47 kg en een kruissnelheid van $30 \text{ km/uur} = \frac{30}{3,6} \text{ m/s} \approx 8,3 \text{ m/s}$. Aflezen geeft een vleugeloppervlak van $0,18 \text{ m}^2 = 1800 \text{ cm}^2$.
c De zeearend heeft een gewicht van 5 kg en een vleugeloppervlak van $7200 \text{ cm}^2 = 0,72 \text{ m}^2$. Aflezen geeft een kruissnelheid van $13 \text{ m/s} = 13 \cdot 3,6 \text{ km/uur} = 46,8 \text{ km/uur}$. De zeearend doet er $\frac{200}{46,8} \approx 4,27$ uur over. Dat is ongeveer 4 uur en een kwartier.

- 62** De winst per passagier is $\frac{27000}{300} = 90$ euro.

De kosten per passagier zijn $990 - 90 = 900$ euro.

Je leest in de grafiek af dat de cruise 14 dagen duurt.

- 63** De opbrengst van de cruise is $\frac{53000}{0,117} \approx 453000$ euro. Dus de kosten zijn ongeveer $453000 - 53000 = 400000$ euro.
Proberen geeft dat hierbij hoort 500 passagiers en 800 euro kosten per passagier. Een passagier betaalt $\frac{453000}{500} = 906$ euro voor deze cruise.

Diagnostische toets

Bladzijde 50

- 1 a** De oorspronkelijke huurprijs was $\frac{745,20}{1,035} = 720$ euro.
b $\frac{1232 - 1318}{1318} \times 100\% = -6,5\%$, dus een afname van 6,5%.
c $\frac{45}{0,138} \approx 326$ werknemers, dus het bedrijf heeft nu $326 - 45 = 281$ werknemers.
- 2** In totaal $6 + 7 + 7 = 20$ delen.
Er worden jaarlijks $\frac{6}{20} \cdot 4 = 1,2$ miljoen blikken van 0,5 liter geproduceerd.
Er worden jaarlijks $\frac{7}{20} \cdot 4 = 1,4$ miljoen blikken van 1 en 2,5 liter geproduceerd.
In totaal wordt er jaarlijks $1,2 \cdot 0,5 + 1,4 \cdot 1 + 1,4 \cdot 2,5 = 5,5$ miljoen liter verf geproduceerd.
- 3 a** $850 \cdot 125000 = 106250000 \approx 1,06 \cdot 10^8$
b $2,13 \cdot 10^{-2} \times 3,68 \cdot 10^{-4} \approx 7,84 \cdot 10^{-6}$
c $\frac{5,5}{2 \text{ miljoen}} = \frac{5,5}{2 \cdot 10^6} = 2,75 \cdot 10^{-6}$

- 4 a $610 \text{ cm}^2 = 0,061 \text{ m}^2$ d $3,1 \cdot 10^6 \text{ mL} = 3100 \text{ dm}^3$
 b $3,7 \cdot 10^6 \text{ mm} = 37 \text{ hm}$ e $8,5 \cdot 10^6 \text{ mm}^3 = 8,5 \text{ L}$
 c $8,2 \text{ km}^2 = 8\,200\,000 \text{ m}^2$ f $6,15 \cdot 10^{-4} \text{ ha} = 61\,500 \text{ cm}^2$

- 5 Ze gebruikt $20 \cdot 35 = 700$ liter $= 700\,000 \text{ cm}^3$ zand.
 Dat zijn ongeveer $700\,000 \cdot 10\,000 = 7 \cdot 10^9$ zandkorrels.

- 6 a Deze lift heeft een gemiddelde snelheid van $\frac{350}{58} \text{ m/s} = \frac{350}{58} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 21,7 \text{ km/uur}$.
 b De tweede lift gaat $\frac{15,3}{3,6} = 4,25 \text{ m/s}$. Dus $23 \cdot 4,25 \approx 98$ meter. Het tweede uitkijkpunt bevindt zich op $350 + 98 = 448$ meter hoogte.

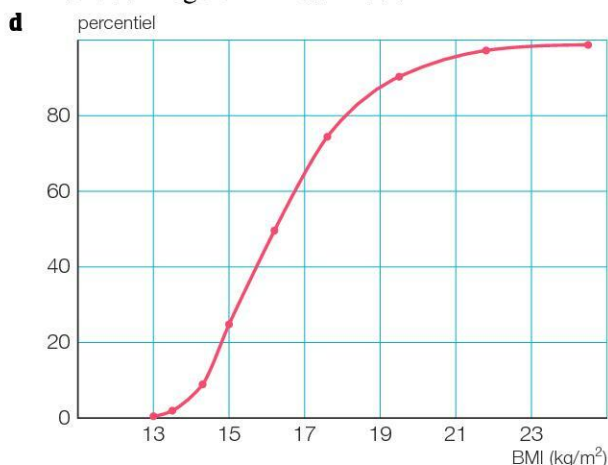
Bladzijde 51

- 7 a,b,c

luchthaven	aantal overstappers $\times 1\,000\,000$	totaal aantal vluchten $\times 1000$	gemiddeld aantal passagiers per passagiersvlucht
London Heathrow	23,7	474	166
Paris C. de Gaulle	11,7	510	146
Schiphol	25,3	557	138

- d In 5 jaar $476 - 458 = 18$ duizend vluchten meer, dus in 1 jaar $\frac{18}{5} = 3,6$ duizend vluchten meer.
 2015 is 3 jaar na 2012, dus in 2015 waren er $458 + 3 \cdot 3,6 \approx 469$ duizend vluchten.
 e In 5 jaar $68,5 - 57,5 = 11$ miljoen passagiers meer, dus in 1 jaar $\frac{11}{5} = 2,2$ miljoen passagiers meer.
 2021 is 4 jaar na 2017, dus in 2021 zullen er $68,5 + 4 \cdot 2,2 = 77,3$ miljoen passagiers zijn.

- 8 a Aflezen bij 2 jaar en 9% geeft een BMI van 15. Sam heeft een BMI van 15 of lager.
 b Aflezen bij BMI 18 en 91% geeft een leeftijd van 2,5 jaar of 7,5 jaar. De leeftijd van Finn is tussen de 2,5 en 7,5 jaar.
 c Aflezen bij 6 jaar en BMI 17 geeft een percentiel midden tussen 75% en 91%. Een schatting van het percentiel van Levi is $\frac{75 + 91}{2} = 83\%$, dus 17% van de 6-jarige jongens heeft een hogere BMI dan Levi.



2 De statistische cyclus

Voorkennis Centrummaten en frequentietabellen

Bladzijde 55

- 1 a Het onderzoek duurde $3 + 3 + 7 + 0 + 3 + 2 + 2 = 20$ dagen.
b gemiddelde = $\frac{3 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 7 \cdot 2 + 0 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 2 \cdot 6}{20} = 2,55$
mediaan = $\frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$
modus = 2

Bladzijde 56

- 2 a De modus, omdat je hier alleen kunt aflezen welke bloedgroep het meest voorkomt.
b Bij de twee leerlingen met bloedgroep AB hoort 8%.
Dus er zitten $\frac{2}{0,08} = 25$ leerlingen in 4H2.
c Het verschil tussen bloedgroep A en AB is $30 - 10 = 20\%$.
Dus er zitten $\frac{6}{0,2} = 30$ leerlingen in 4H3.
Van deze leerlingen heeft 46,7% bloedgroep 0, dat zijn $0,467 \cdot 30 \approx 14$ leerlingen.

2.1 De onderzoeksvraag

Bladzijde 57

- 1 De logische volgorde is 3-5-6-2-4-1.

Bladzijde 58

- 2 De onderzoeksvraag: 1-3-5
Data verzamelen: 6
Data analyseren: 2
Conclusies trekken: 4-1
- 3 De onderzoeksvraag: C
Data verzamelen: D
Data analyseren: A
Conclusies trekken: B

Bladzijde 59

- 4 a 'hoeveel mensen' is niet scherp geformuleerd, wie bedoel je precies?
b Dit zijn eigenlijk twee onderzoeksvragen.
c De vraag veronderstelt dat eigenaren van elektrische auto's meer milieubewust zijn dan eigenaren van benzineauto's en dat hoeft niet zo te zijn.

Bladzijde 60

- 5 a Causaal verband. Een direct gevolg van gamen wordt onderzocht.
b Geen causaal verband. Een samenhang wordt onderzocht, maar geen direct gevolg.
c Causaal verband. Een direct gevolg van het verbieden van roken wordt onderzocht.
d Geen causaal verband. Een samenhang wordt onderzocht, maar geen direct gevolg.
- 6 a Nee, want Karlijn is al langere tijd geïnteresseerd in het onderwerp en weet er al wat van af.
b,c,d *

Bladzijde 61

- 7** Enkele voorbeelden van deelvragen:
- a** Wat valt onder verkeer? Wat is de CO₂-uitstoot van het verkeer? Wat is de totale CO₂-uitstoot?
 - b** Hoe groot is de uitstoot van fijnstof door auto's in steden? Welke gezondheidsrisico's levert fijnstof op? Bij welke hoeveelheid fijnstof treden gezondheidsrisico's op?
 - c** *
- 8** Enkele voorbeelden van deelvragen bij opgave 5:
- Onderdeel a: Hoeveel uur gamen scholieren per week? Wat wordt verstaan onder overmatig gamen? Wat wordt verstaan onder schoolprestaties?
- Onderdeel b: Hoeveel uur gamen scholieren per week? Hoeveel uur gebruiken scholieren sociale media per week?
- Onderdeel c: In hoeverre roken scholieren alleen op het schoolplein? Hoe makkelijk vinden scholieren het om ergens anders te roken? In hoeverre zijn scholieren gevoelig voor een verbod?
- Onderdeel d: Wat wordt er verstaan onder opleidingsniveaus? Hoeveel uur per week roken scholieren van verschillende opleidingsniveaus? Waar roken scholieren van verschillende opleidingsniveaus?
- 9**
- a** 1-B, 2-D, 3-A, 4-C
 - b** Enkele voorbeelden van deelvragen:
 - 1 Wat verstaan we onder de Nederlandse woningmarkt? Hoe is de prijsontwikkeling van de Nederlandse woningmarkt van de afgelopen vijf jaren? Wat zijn de oorzaken van prijsontwikkelingen op woningmarkten?
 - 2 Wanneer is een woningmarkt stabiel? Wat zijn de effecten van verschillend beleid op woningmarkten?
 - 3 Hoe was de Nederlandse woningmarkt in 2000? Hoe is de huidige Nederlandse woningmarkt?
 - 4 Wat waren de beloftes van de regering voor de Nederlandse woningmarkt? Hoe heeft de Nederlandse woningmarkt zich ontwikkeld tijdens de regeerperiode?

Bladzijde 62

- 10**
- a** Dat zijn te veel mensen, dus dat kost te veel tijd en geld.
 - b** Omdat de conclusies van het onderzoek dan iets zeggen over de gehele Nederlandse bevolking.

Bladzijde 63

- 11**
- a** de examenleerlingen van je school
 - b** alle weekbladen
 - c** de inwoners van Appelscha
 - d** mensen met hooikoorts
- 12**
- a** De steekproef is niet aselekt. Mensen zijn niet gelijkmatig verdeeld in leeftijd, dus in de steekproef moet daar rekening mee worden gehouden.
 - b** Ja, dat ligt aan het onderzoek. De steekproef kan aselekt zijn als de populatie ook pensioengerechtigde mannen is.
 - c** Ja, dat ligt aan het onderzoek. De steekproef kan groot genoeg zijn als de populatie of het aantal onderzochte kenmerken klein is.
- 13**
- a** De steekproef is niet aselekt, omdat niet alle Nederlanders een even grote kans hebben om op zaterdag in de stad bij het kruispunt langs te komen.
 - b** De steekproef is niet aselekt, omdat niet alle Nederlanders een even grote kans hebben in de file tijdens de ochtendspits te staan.
 - c** De steekproef is te klein, waardoor niet alle meningen over klimaatverandering gegeven zullen worden.
 - d** De steekproef is niet aselekt, omdat niet alle Nederlanders een even grote kans hebben om in het bezoekerscentrum van natuurgebied de Posbank te zijn.
 - e** De steekproef is niet aselekt, omdat niet alle Nederlanders een even grote kans hebben om een smartphone te bezitten. Mogelijk is de steekproef ook niet groot genoeg.

- 14 Dat is meer, omdat je op grond van de peiling ongeveer $\frac{205}{1200} \times 100\% \approx 17,1\%$ VVD-stemmers verwacht.

Bladzijde 64

- 15 De populatieproportie $p = \frac{120}{10000} = 0,012$ en de steekproefproportie $\hat{p} = \frac{4}{250} = 0,016$.

- 16 Het aantal patiënten in het ziekenhuis is $\frac{627}{0,418} = 1500$.

Het aantal patiënten in de steekproef is $\frac{27}{0,45} = 60$.

- 17 Stel er zijn 100 personeelsleden.

Het aantal mannelijke personeelsleden met kind is dan $100 \cdot 0,3 \cdot 0,6 = 18$.

Het aantal vrouwelijke personeelsleden met kind is dan $100 \cdot 0,7 \cdot 0,5 = 35$.

Dus het aantal personeelsleden met kind is $18 + 35 = 53$.

Van het kenmerk 'personeelslid met kinderen is man' is $p = \frac{18}{53} \approx 0,34$.

Alternatieve uitwerking

Van het kenmerk 'mannelijk personeelslid heeft kinderen' is $p = 0,3 \cdot 0,6 = 0,18$.

Van het kenmerk 'vrouwelijk personeelslid heeft kinderen' is $p = 0,7 \cdot 0,5 = 0,35$.

Van het kenmerk 'personeelslid heeft kinderen' is $p = 0,18 + 0,35 = 0,53$.

Van het kenmerk 'personeelslid met kinderen is man' is $p = \frac{0,18}{0,53} \approx 0,34$.

2.2 Data verzamelen

Bladzijde 66

- 18 Bij de eerste vraag is het onduidelijk wat bedoeld wordt met 'veel'.
Bij de tweede vraag overlappen de antwoorden. Als iemand bijvoorbeeld 12 uur per week tv kijkt, dan zijn twee antwoorden op de vraag mogelijk.

Bladzijde 67

- 19 a 1. suggestieve vraagstelling
2. dubbele ontkenning
3. 'veel' is een onduidelijk begrip
4. de antwoordmogelijkheden zijn niet compleet en de vraag doet een beroep op herinnering

b *

- 20 a,b,c *

- 21 a Ja, $111 + 108 = 219$ miljoen dollar.
b Nee, de rang geeft geen hoeveelheid aan en kan niet worden opgeteld.
c eigenschappen: rang, naam en sport
hoeveelheden: inkomen (\$) en leeftijd

Bladzijde 68

- 22 a I: kwalitatief
II: kwantitatief
III: kwalitatief
IV: kwantitatief
b bijvoorbeeld: bankrekeningnummer, artikelcode, serienummer, rugnummer, pincode, zaalnummer

- 23 kwalitatief: patiëntnummer, opleiding, beroep, bloedgroep, sportfrequentie
kwantitatief: geboortejaar

Bladzijde 69

- 24** Door de laatste keuzemogelijkheid '4 of meer dagen' is de variabele kwalitatief geworden. Je kunt dan geen gemiddelde berekenen, want de antwoorden zijn geen hoeveelheden meer.
- 25** **a** Beide variabelen zijn kwalitatief.
b Bij de eerste vraag geven de antwoorden een duidelijke volgorde aan. Vaak is meer dan regelmatig, regelmatig is meer dan soms en soms is meer dan nooit. Bij de tweede vraag hebben de antwoorden geen duidelijke volgorde.
- 26** geslacht is een nominale variabele
aantal broers/zussen is een ordinale variabele
vooropleiding is een ordinale variabele
woonplaats is een nominale variabele

Bladzijde 70

- 27** Enkele voorbeelden van variabelen:
kwantitatief: reisafstand in kilometers
nominaal: plaats van bestemming
ordinaal: beoordeling vakantie op schaal 1-5.
- 28** De variabele 'aantal auto's' heeft alleen gehele getallen als waarden, een tussenliggende waarde is niet mogelijk. Bij de variabele 'snelheid in km/uur' zijn alle tussenliggende waarden mogelijk, een auto kan bijvoorbeeld een snelheid hebben van 85,6 km/uur.
- 29** **a** discreet
b continu
c continu
d discreet
e continu
f discreet

30 *

2.3 Centrum- en spreidingsmaten

Bladzijde 72

- 31** **a** Het meetniveau is ordinaal, want de antwoordmogelijkheden hebben een duidelijke volgorde.
b Als de helft van de mensen het helemaal eens (5) en de andere helft het helemaal oneens (1) zou zijn met een vraag, dan zijn de meningen duidelijk verdeeld. Toch zou het gemiddelde dan acceptabel (3) zijn.
c de modus

Bladzijde 73

- 32** **a** De mediaan is het meest geschikt. Het gemiddelde is gevoelig voor de uitschieter en de modus is 17, dat geeft geen goede indruk van de leeftijden.
b De modus is het meest geschikt. De andere centrummaten zijn niet te gebruiken.
c Het gemiddelde en de mediaan zijn het meest geschikt. De modus is 8, dat geeft geen goede indruk van het aantal verkochte fietsen.
d De mediaan en de modus zijn het meest geschikt. Het gemiddelde is gevoelig voor de uitschieter, die waarschijnlijk een meetfout is.
- 33** **a** cijfers op volgorde: 5,9 6,3 6,6 6,8 7,0 7,0 7,2 8,0 8,4
mediaan = 5^e getal = 7,0
b cijfers op volgorde: 5,7 5,9 6,3 6,6 7,0 7,1 7,3 7,4
mediaan = $\frac{4^{\text{e}} \text{ getal} + 5^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{6,6 + 7,0}{2} = 6,8$

- c Hij kan zich het beste richten op NE, als die 6,6 een 7,1 wordt, dan heeft Nils

$$\text{mediaan} = \frac{4^{\text{e}} \text{ getal} + 5^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{7,0 + 7,1}{2} = 7,05.$$

34 a de totale frequentie is $1 + 5 + 5 + 3 + 3 + 2 + 1 = 20$
gemiddelde = $\frac{1 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 32}{20} = 3,9$

b mediaan = $\frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$

De leerlingen berekenen de mediaan, daaruit blijkt dat er veel minder telaarcomers zijn dan de afdelingscoördinator op basis van het gemiddelde denkt.

Bladzijde 74

- 35 a De variabele is ‘aantal dagen fastfood gegeten afgelopen week’.
Omdat het een kwantitatieve variabele betreft kun je alle centrummaten berekenen.

b totale frequentie is $2 + 4 + 6 + 5 + 4 + 4 + 3 + 2 = 30$
gemiddelde = $\frac{2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 5 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 7}{30} = 3,3$

$$\text{mediaan} = \frac{15^{\text{e}} \text{ getal} + 16^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$$

$$\text{modus} = 2$$

op volgorde: modus, mediaan, gemiddelde

- c *

- 36 a Minstens twee keer. Hij moet twee keer het maximum van 60 punten scoren.
b Minstens drie keer. Hij moet drie keer 55 punten of drie keer 57 punten scoren om de modus te laten veranderen, beide opties zijn goed.
c Minstens twee keer. Hij kan met één keer spelen de mediaan maximaal verhogen naar 53 door 55 of hoger te scoren, maar het gemiddelde is dan hoger dan 53. Met twee keer spelen lukt het wel, hij kan bijvoorbeeld twee keer 54 scoren. De mediaan is dan 54 en het gemiddelde ongeveer 53,3.

- 37 a De docent heeft de mediaan berekend. De mediaan is het middelste waarnemingsgetal.
b 25% van de leerlingen heeft een cijfer hoger dan 8,1.
50% van de leerlingen heeft een cijfer tussen 3,6 en 8,1.

Bladzijde 75

- 38 a spreidingsbreedte = $3216 - 1648 = 1568$
interkwartielafstand = $2304 - 1952 = 352$
b Dat is 50% van de werknemers, dus $0,5 \cdot 250 = 125$ werknemers.
c Deze werknemers verdienen tussen 2304 en 3216 euro per maand.

Bladzijde 76

- 39 a Onjuist. Het is allebei 25% van de leerlingen.
b Onjuist. Het is 25% van de leerlingen, dat zijn $0,25 \cdot 2184 = 546$ leerlingen.
c Onjuist. Zowel binnen als buiten de box valt 50% van de leerlingen.
d Juist. Het gemiddelde van het kleinste en grootste gewicht is $\frac{34,7 + 92,8}{2} = 63,75$ kg.
Dat valt in het laatste deel van de boxplot, dus meer dan 75% van de leerlingen weegt minder dan 63,75 kg.
- 40 a Dat is 50% van de bedrijven, dus $0,5 \cdot 18056 = 9028$ bedrijven.
b Het gemiddelde is hoger dan de mediaan, omdat er een aantal grote bedrijven zijn tot 1250 koeien. Deze uitschieters hebben effect op het gemiddelde, maar geen effect op de mediaan.
c Er zijn evenveel bedrijven met meer dan 117 koeien als bedrijven met minder dan 55 koeien.

- d** De bewering zou kunnen kloppen.
 Stel de bedrijven in de bovenste 25% hebben gemiddeld 600 koeien, dan hebben ze samen $0,25 \cdot 18\,056 \cdot 600 = 2\,708\,400$ koeien.
 Stel de bedrijven in de onderste 75% hebben gemiddeld 100 koeien, dan hebben ze samen $0,75 \cdot 18\,056 \cdot 100 = 1\,354\,200$ koeien.
- e** 100 ligt midden tussen 83 en 117, dus dat is ongeveer $50 + \frac{25}{2} = 62,5\%$ van de bedrijven. Een schatting van het aantal bedrijven is $0,625 \cdot 18\,056 = 11\,285$.

Bladzijde 77

- 41** In 4H-C is de minste spreiding. De meeste leerlingen scoren hier een 6 of een 7, dichtbij het gemiddelde.
 In 4H-B is de meeste spreiding. Er zijn 6 leerlingen met een 4, en 6 leerlingen met een 9, ver van het gemiddelde.
 De spreiding in 4H-A zit er tussenin.

Bladzijde 78

- 42 a** $\text{gemiddelde} = \frac{0 + 2 + 3 + 4 + 6}{5} = 3$
 De verschillen met het gemiddelde berekenen geeft $-3, -1, 0, 1$ en 3 .
 De getallen kwadrateren geeft $9, 1, 0, 1$ en 9 .
 De getallen optellen geeft 20 .
 Delen door het aantal geeft $\frac{20}{5} = 4$.
 De wortel van de uitkomst geeft $\sigma = \sqrt{4} = 2$.
- b** De waarnemingsgetallen in rij B zijn 10 hoger dan de waarnemingsgetallen in rij A, dus de getallen hebben dezelfde spreiding rond het gemiddelde. De standaardafwijking is de gemiddelde afwijking tot het gemiddelde en is dus voor beide rijen gelijk.
- c** Alle waarnemingsgetallen zijn gelijk aan het gemiddelde, dus $\sigma = 0$.
- 43 a** De gemiddelde afwijking van de waarnemingsgetallen tot het gemiddelde zou dan $5,3$ moeten zijn. Het gemiddelde cijfer is $6,2$, dus er zouden cijfers van minder dan $6,2 - 5,3 = 0,9$ en meer dan $6,2 + 5,3 = 11,5$ moeten zijn. Dat is onmogelijk.
- b** De spreiding van de waarnemingen wordt kleiner, dus de standaardafwijking wordt ook kleiner.
- 44 a** De standaardafwijking is het grootst bij groep B. De spreiding van de lengte is daar het grootst.
- b** Figuur b hoort bij Quito. De spreiding van het aantal zonen is daar het kleinst, dus de standaardafwijking is daar ook het kleinst.

2.4 Representatie van data

Bladzijde 80

- 45** Elk bedrag komt maar één keer voor, dus een frequentietabel geeft geen beter inzicht in de bedragen.

Bladzijde 81

- 46 a** Discrete variabele. De prijzen in een supermarkt worden op centen afgerond.
- b** in klasse $(200, 300]$
- c** De totale frequentie is $26 + 17 + 21 + 8 + 13 + 2 = 87$.
 Door klassenmiddens te gebruiken krijg je

$$\text{gemiddelde} = \frac{26 \cdot 50 + 17 \cdot 150 + 21 \cdot 250 + 8 \cdot 350 + 13 \cdot 450 + 2 \cdot 550}{87} \approx 217 \text{ cent.}$$
- d** De mediaan is het 44^e getal, dit ligt in de klasse $(200, 300]$.
- e** De modale klasse is $(0, 100]$.

47 a	vloeroppervlakte in m ²	frequentie
	[50, 150)	8
	[150, 250)	5
	[250, 350)	3
	[350, 450)	2
	[450, 550)	2

b De modale klasse is [50, 150).

c Het totaal aantal werknemers is $6 + 8 + 18 + \dots + 28 + 9 + 19 = 266$.

De gemiddelde vloeroppervlakte per werknemer door klassenmiddens te gebruiken is $\frac{8 \cdot 100 + 5 \cdot 200 + 3 \cdot 300 + 2 \cdot 400 + 2 \cdot 500}{266} \approx 16,9 \text{ m}^2$.

Deze waarde verschilt van het echte gemiddelde, omdat de echte waarden van de vloeroppervlakten verloren zijn gegaan bij het maken van de klassenindeling. De totale vloeroppervlakte berekend met klassenmiddens is een benadering van de werkelijke totale vloeroppervlakte.

Bladzijde 82

48 a in klasse [35, 45)

b De totale frequentie is $18 + 3 + 40 + 9 + 2 = 72$.

Door met de laagst mogelijke leeftijden binnen de klassen te rekenen krijg je het laagst mogelijke gemiddelde, dat is $\frac{18 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 40 \cdot 45 + 9 \cdot 55 + 2 \cdot 65}{72} \approx 41,4$ jaar.

De gemiddelde leeftijd van de docenten is minstens 41,4 jaar, dus de bewering van de docent Frans kan niet kloppen.

c De mediaan is het gemiddelde van het 36^e en 37^e waarnemingsgetal, deze ligt in de klasse [45, 55). Dus de mediaan kan 47 jaar zijn.

d De leeftijd 36 ligt in de klasse [35, 45) en heeft daarom een maximale frequentie van 3. Binnen de klasse [45, 55) vallen maximaal 10 leeftijden (van 45 tot en met 54) met een gemiddelde frequentie van $\frac{40}{10} = 4$. Zeker één van deze leeftijden zal dus een grotere frequentie hebben dan 3. Daarom kan de bewering van de conciërge niet kloppen.

49 a modus = 18

b spreidingsbreedte = $34 - 3 = 31$

c Er zijn 30 waarnemingen.

$Q_1 = 8^{\text{e}}$ getal = 7 en $Q_3 = 23^{\text{e}}$ getal = 20
interkwartielafstand = $20 - 7 = 13$

d [0, 10), [10, 20), [20, 30) en [30, 40)

50 a 16 ouderparen

b Eén man was 33 jaar en twee vrouwen waren 35 jaar.

c zes mannen en acht vrouwen

d zes personen in de klasse [30, 36) en drie personen in de hoogste klasse [48, 52)

51 a kwantitatieve variabele

b Voor de tijden is een klassenindeling gebruikt. De getallen bij de grenzen van de staven zijn de klassengrenzen.

c De klassen sluiten op elkaar aan.

Bladzijde 84

- 52** **a** De variabele is gewicht in gram. Deze variabele is kwantitatief.
b De modale klasse is $[66, 69)$.
c het minimale gewicht is $8 \cdot 60 + 11 \cdot 63 + 13 \cdot 66 + 12 \cdot 69 + 6 \cdot 72 = 3291$ gram
het maximale gewicht is $8 \cdot 63 + 11 \cdot 66 + 13 \cdot 69 + 12 \cdot 72 + 6 \cdot 75 = 3441$ gram
d Bij het minimale gewicht is het gemiddelde $\frac{3291}{50} = 65,82$ gram en dat ligt buiten de klasse $[66, 69)$.
- 53** **a** De variabele klasse is kwalitatief, want het gaat niet om getallen.
b Hij kan dat niet berekenen met de gegevens in de tabel, want de eerste en de laatste klasse hebben geen klassenmidden.
c Omdat het om een kwalitatieve variabele gaat.
- 54** **a** De variabele is het gemiddeld bonbedrag in euro's. Deze variabele is continu, alle tussenliggende waarden zijn mogelijk bij een gemiddeld bedrag.
b 10 euro, want daar begint de eerste klasse.
c Van $6 + 7 + 4 + 3 + 5 + 3 = 28$ winkels.
d De mediaan is het gemiddelde van het 14^e en 15^e waarnemingsgetal, dit ligt in de klasse $[30, 40)$.
e $\frac{5}{28} \times 100\% \approx 17,9\%$

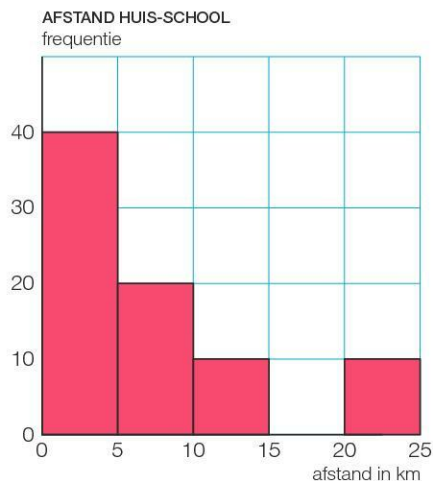
Bladzijde 85

- 55** **a** Ja, want je hebt met een kwantitatieve variabele te maken.
b Het totale percentage is 100.
gemiddelde = $\frac{6 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 12 \cdot 2 + 14 \cdot 3 + 20 \cdot 4 + 16 \cdot 5 + 14 \cdot 6 + 8 \cdot 7}{100} = 3,76$ leerlingen
c Er kwamen 33 dagen meer dan 5 leerlingen te laat, dus 33 dagen is $14 + 8 = 22\%$ van het onderzoek.
Het onderzoek duurde $\frac{33}{0,22} = 150$ dagen.
d Ze heeft $150 \cdot 3,76 = 564$ keer genoteerd.
- 56** **a** $0,3 + 0,7 + 2,4 + 5,9 + 12,2 = 21,5\%$ van de atleten is kleiner dan Diego.
b $0,2 + 0,4 + 1,1 + 3,0 = 4,7\%$ van de atleten is 2 meter of langer, dus Camille hoort zelfs bij de langste 4,7% atleten.
c $0,3 + 0,7 + 2,4 + 5,9 + 12,2 + 16,3 + 20,4 = 58,2\%$ van de atleten is kleiner dan 185 cm.
 $58,2 + 17,2 = 75,4\%$ van de atleten is kleiner dan 190.
Dus de lengte van de atleet met percentielscore 65 valt in de klasse $[185, 190)$.
d De mediaan heeft percentielscore 50.

Bladzijde 86

- 57** Bij het berekenen van de (relatieve) cumulatieve frequentie van een klasse tellen alle frequenties van de voorgaande klassen mee, maar ook de frequenties die binnen de klasse vallen. Door de rechterklassengrenzen te gebruiken in de (relatieve) cumulatieve frequentiepolygoon hou je daar rekening mee.
- 58** **a** Aflezen geeft 80 studenten.
b Minder dan 10 km is 60 studenten.
c Minstens 20 km is $80 - 70 = 10$ studenten.
d Minstens 10 km en minder dan 20 km is $70 - 60 = 10$ studenten.

e	afstand in km	frequentie
	$[0, 5)$	40
	$[5, 10)$	20
	$[10, 15)$	10
	$[15, 20)$	0
	$[20, 25)$	10



Bladzijde 87

- 59** a Minder dan 100 seconden is 60%, dat zijn $0,6 \cdot 300 = 180$ klanten.
 b Minder dan 200 seconden is 85%, dus $0,85 \cdot 300 = 255$ klanten.
 c $2,5$ minuut = $2,5 \cdot 60$ seconden = 150 seconden
 Minstens 150 seconden is $100 - 70 = 30\%$, dus $0,3 \cdot 300 = 90$ klanten.
 d Minstens 100 seconden, maar minder dan 200 seconden is $85 - 60 = 25\%$, dus $0,25 \cdot 300 = 75$ klanten.

- 60** a Van 10:00 uur tot 20:00 uur is 10 uur = $10 \cdot 4$ kwartieren = 40 kwartieren.
 Minder dan 20 klanten is 80%, dus $0,8 \cdot 40 = 32$ kwartieren.
 b Minstens 15 klanten is $100 - 40 = 60\%$, dus $0,6 \cdot 40 = 24$ kwartieren.
 c Minstens 10 klanten, maar minder dan 25 klanten is $90 - 20 = 70\%$, dus $0,7 \cdot 40 = 28$ kwartieren.

d klasse	$[0, 5)$	$[5, 10)$	$[10, 15)$	$[15, 20)$	$[20, 25)$	$[25, 30)$
relatieve frequentie	10%	10%	20%	40%	10%	10%
absolute frequentie	4	4	8	16	4	4

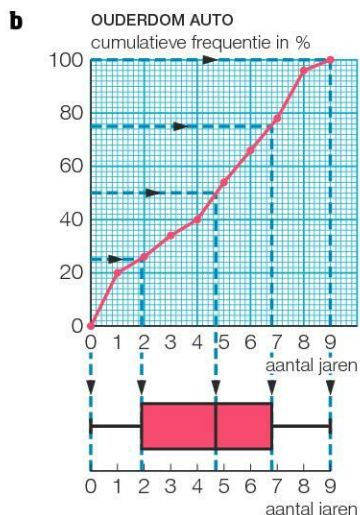
- 61** Bij Q_1 hoort 25%, bij de mediaan hoort 50% en bij Q_3 hoort 75%.

Bladzijde 88

- 62** Bij het maken van de frequentiepolygoon is een klassenindeling gebruikt, daarbij is informatie verloren gegaan. De afgelezen waarde voor de mediaan bij 50% komt uit tussen 30 en 40. De mediaan ligt dus tussen 30 en 40, maar hoeft niet precies 35 te zijn.

Bladzijde 89

- 63** a Bij 25% hoort $Q_1 = 1,9$ jaar.
 Bij 50% hoort mediaan = 4,7 jaar.
 Bij 75% hoort $Q_3 = 6,8$ jaar.

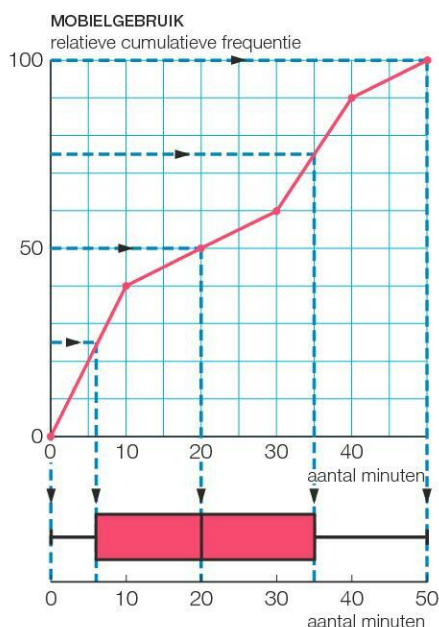


- c** Er is bij het maken van de frequentiepolygoon een klassenindeling gebruikt met een klassenbreedte van een jaar. Dan ligt het derde kwartiel ergens in de klasse $[6, 7)$, het is dan mogelijk dat een kwart van de auto's ouder is dan 6 jaar en 2 maanden.

- 64 a** Teken eerst de relatieve cumulatieve frequentiepolygoon. Bepaal daarna de waarden die nodig zijn om de boxplot te tekenen.

tijd in minuten	cumulatieve relatieve frequentie
$[0, 10)$	40
$[10, 20)$	50
$[20, 30)$	60
$[30, 40)$	90
$[40, 50)$	100

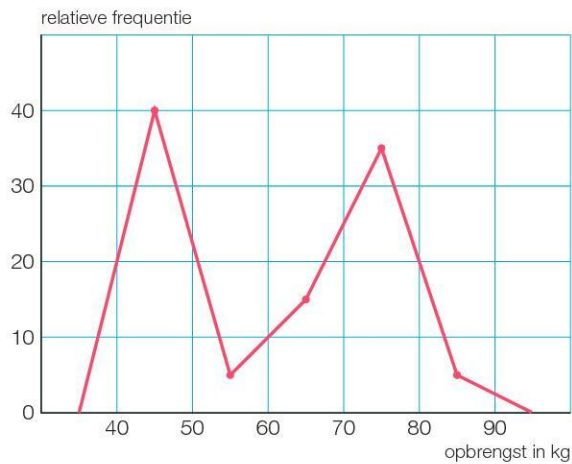
Bij 0% hoort min = 0 minuten.
 Bij 25% hoort Q_1 = 6 minuten.
 Bij 50% hoort mediaan = 20 minuten.
 Bij 75% hoort Q_3 = 35 minuten.
 Bij 100% hoort max = 50 minuten.



- b** De interkwartielafstand die uit de boxplot volgt is $35 - 6 = 29$ minuten.
c Q_1 valt in de klasse $[0, 10)$ en Q_3 valt in de klasse $[30, 40)$. De werkelijke interkwartielafstand is dus minimaal 20, maar kleiner dan 40 minuten. De werkelijke interkwartielafstand kan dus 38 minuten zijn.

- 65 a Aanpak:** maak eerst een frequentietabel met de relatieve frequenties.

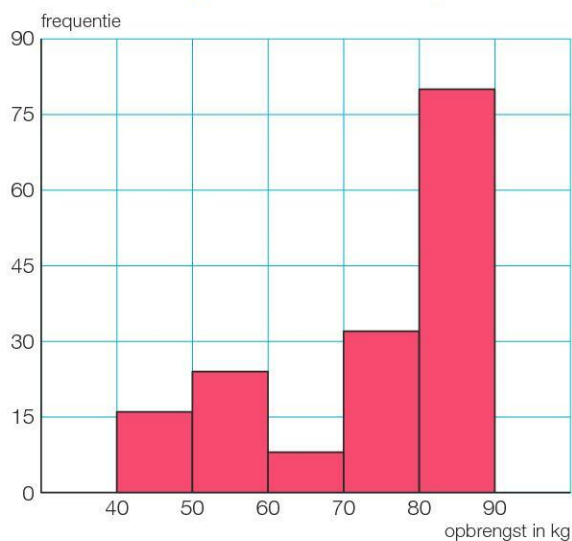
opbrengst in kg	relatieve frequentie
$[40, 50)$	40
$[50, 60)$	5
$[60, 70)$	15
$[70, 80)$	35
$[80, 90)$	5



b De klasse $[60, 70)$ is 15%, dus $0,15 \cdot 200 = 30$ bomen.

c *Aanpak:* maak eerst een frequentietabel met de relatieve en absolute frequenties. Bedenk dat er 160 bomen op perceel II staan.

opbrengst in kg	relatieve frequentie	absolute frequentie
$[40, 50)$	10	$0,1 \cdot 160 = 16$
$[50, 60)$	15	$0,15 \cdot 160 = 24$
$[60, 70)$	5	$0,05 \cdot 160 = 8$
$[70, 80)$	20	$0,2 \cdot 160 = 32$
$[80, 90)$	50	$0,5 \cdot 160 = 80$



d $\text{gemiddelde} = \frac{16 \cdot 45 + 24 \cdot 55 + 8 \cdot 65 + 32 \cdot 75 + 80 \cdot 85}{160} = 73,5 \text{ kg}$

2.5 Conclusies trekken

Bladzijde 91

- 66 a** De variabelen bestemming en geslacht. Beide zijn kwalitatief, omdat de waarden (zeilen, Disneyland, jongen en meisje) geen hoeveelheden zijn.
- b** *

Bladzijde 92

67 $\phi = \frac{21 \cdot 31 - 15 \cdot 18}{\sqrt{39 \cdot 46 \cdot 36 \cdot 49}} \approx 0,214$

Omdat $0,2 < \phi \leq 0,4$ is het verschil middelmatig.

68 a

		bijwerkingen		
		wel	niet	
genetische factor	wel	17	12	29
	niet	15	36	51
		32	48	80

$$b \quad \phi = \frac{17 \cdot 36 - 12 \cdot 15}{\sqrt{29 \cdot 51 \cdot 32 \cdot 48}} \approx 0,287$$

Omdat $0,2 < \phi \leq 0,4$ is het verschil middelmatig.

Bladzijde 93

69

		uitspraak		
		eens	oneens	
nationaliteit	Nederlands	620	1461	2081
	Duits	72	440	512
		692	1901	2593

$$\phi = \frac{620 \cdot 440 - 1461 \cdot 72}{\sqrt{2081 \cdot 512 \cdot 692 \cdot 1901}} \approx 0,142$$

Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.

70 Stel de groepen bestaan beide uit 100 personen.

		groepen		
		A	B	
mening	voor	75	25	100
	tegen	33	67	100
		100	100	200

$$\phi = \frac{75 \cdot 67 - 25 \cdot 33}{\sqrt{100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100}} = 0,42$$

Omdat $\phi > 0,4$ is het verschil groot.

71 a ordinaal

b Je gebruikt de phi-coëfficiënt alleen bij twee nominale variabelen met elk twee waarden.

Bladzijde 95

72

	Arnhem		Nijmegen		Vcp
	cum. freq.	cum. perc.	cum. freq.	cum. perc.	
zeer mee oneens	5	4%	3	2,5%	1,5%
mee oneens	11	8,8%	4	3,3%	5,5%
neutraal	23	18,4%	22	18,3%	0,1%
mee eens	61	48,8%	88	73,3%	24,5%
zeer mee eens	125	100%	120	100%	0%

max.Vcp = 24,5%

Omdat $20 < \text{max.Vcp} \leq 40$ is het verschil middelmatig.

- 73** a ordinaal
 b Het grootste verschil in cumulatief percentage is bij één ster, dus $\max.V_{cp} = 70 - 20 = 50\%$. Omdat $\max.V_{cp} > 40$ is het verschil groot.
- 74** a De rode cumulatieve frequentiepolygoon hoort bij het kleine doelwit, omdat de boogschutters daar meer tijd nodig hadden om het doelwit te raken. Het is moeilijker om een klein doelwit te raken, dus daar doet men langer over.
 b Er zijn 200 boogschutters in elke groep. Het grootste verschil in cumulatieve frequentie is bij 5,5 seconden, dat is $150 - 30 = 120$. Dus de $\max.V_{cp} = \frac{120}{200} \times 100\% = 60\%$. Omdat $\max.V_{cp} > 40$ is het verschil groot.

Bladzijde 96

75 *

Bladzijde 97

- 76** a De boxen overlappen elkaar en geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.
 Dus het verschil is gering.
 b De boxen overlappen elkaar en er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.
 Dus het verschil is middelmatig.
 c De boxen overlappen elkaar niet.
 Dus het verschil is groot.
 d De boxen overlappen elkaar en er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.
 Dus het verschil is middelmatig.

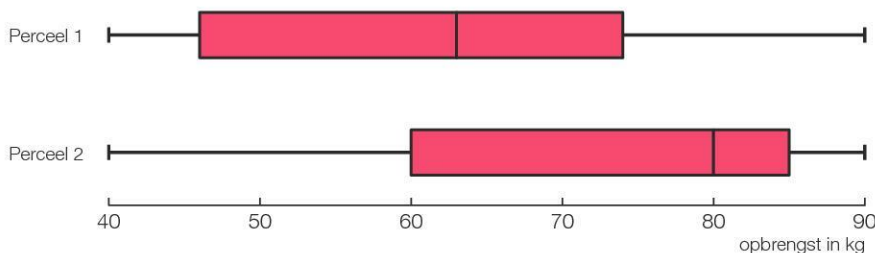
Bladzijde 98

- 77** a merk: kwalitatief
 inhoud: kwantitatief
 b *Aanpak:* je hebt de gemiddelden en de standaardafwijkingen, dus gebruik de effectgrootte.

$$E = \frac{1012 - 1007}{\frac{1}{2}(10 + 3)} \approx 0,769$$
 Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ is het verschil middelmatig.
- 78** a Het grootste verschil in cumulatief percentage is bij 80 kg, dus $\max.V_{cp} = 95 - 50 = 45$. Omdat $\max.V_{cp} > 40$ is het verschil groot.
 b Perceel 1
 Bij 0% hoort min = 40 kg.
 Bij 25% hoort $Q_1 = 46$ kg.
 Bij 50% hoort mediaan = 63 kg.
 Bij 75% hoort $Q_3 = 74$ kg.
 Bij 100% hoort max = 90 kg.

Perceel 2

Bij 0% hoort min = 40 kg.
 Bij 25% hoort $Q_1 = 60$ kg.
 Bij 50% hoort mediaan = 80 kg.
 Bij 75% hoort $Q_3 = 85$ kg.
 Bij 100% hoort max = 90 kg.



De boxen overlappen elkaar en er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.
 Dus het verschil is middelmatig.

$$c \quad E = \frac{73,5 - 62,0}{\frac{1}{2}(14,2 + 14,4)} \approx 0,804$$

Omdat $E > 0,8$ is het verschil groot.

- d** De effectgrootte is berekend op basis van de oorspronkelijke data en die conclusie is daarom het meest betrouwbaar.

Bij het maken van de relatieve cumulatieve frequentiepolygonen is een klassenindeling gebruikt, daarbij is informatie verloren gegaan. En bij het maken van de boxplots vanuit de relatieve cumulatieve frequentiepolygonen is nog een keer informatie verloren gegaan. Die conclusie is daarom het minst betrouwbaar.

Bladzijde 99

$$79 \quad a \quad E = \frac{3673 - 3497}{\frac{1}{2}(442 + 428)} \approx 0,405$$

Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ is het verschil middelmatig.

- b** Bij het berekenen van de effectgrootte wordt gedeeld door de som van de standaardafwijkingen. Als de standaardafwijkingen afnemen, dan deel je door een kleiner getal en wordt de effectgrootte groter.
- c** De boxen overlappen elkaar en geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.
Dus het verschil is gering.
- d** Omdat E maar net groter is dan $0,4$ en de medianen ruim binnen elkaars boxen vallen is de conclusie van vraag c het best te verdedigen.

Diagnostische toets

Bladzijde 102

- 1** **a** de onderzoeksvraag, data verzamelen, data analyseren, conclusies trekken
- b** Een causaal verband is als een gebeurtenis het directe gevolg is van een andere gebeurtenis. Bijvoorbeeld een verband tussen de temperatuur en de verkoop van zwemkleding.
- c** De steekproef moet voldoende groot en aselekt zijn.
- d** De populatieproportie is het deel van de populatie dat een bepaald kenmerk heeft. De steekproefproportie is het deel van de steekproef dat dit kenmerk heeft. Bij een representatieve steekproef zullen deze proporties ongeveer aan elkaar gelijk zijn.

$$2 \quad a \quad p = \frac{123}{1447} \approx 0,085$$

- b** Het aantal leerlingen in de steekproef is $\frac{12}{0,09} \approx 133$.

- 3** **a** Een kwantitatieve variabele is een hoeveelheid en een kwalitatieve variabele niet. Een voorbeeld van een kwantitatieve variabele is lengte in cm. Een voorbeeld van een kwalitatieve variabele is haarkleur.
- b** Een voorbeeld van een nominale variabele is favoriet boek. Een voorbeeld van een ordinale variabele is huisnummer.
- c** Bij een continue variabele zijn alle tussenliggende waarden mogelijk en bij een discrete variabele niet. Een voorbeeld van een continue variabele is voetlengte. Een voorbeeld van een discrete variabele is schoenmaat.

- 4** **a** 25%, dus $0,25 \cdot 365 \approx 91$ dagen.
- b** De rechtergrenzen van de kwartielen zijn $10,8^\circ\text{C}$; $15,4^\circ\text{C}$; $21,8^\circ\text{C}$ en $31,9^\circ\text{C}$.
Het gemiddelde daarvan is $\frac{10,8 + 15,4 + 21,8 + 31,9}{4} = 19,975^\circ\text{C}$.
Dus de gemiddelde temperatuur kan onmogelijk meer dan 20°C zijn geweest.
- c** spreidingsbreedte = $34,9 - -18 = 52,9^\circ\text{C}$ en interkwartielafstand = $21,8 - 10,8 = 11^\circ\text{C}$
 $\frac{52,9}{11} \approx 4,8$, dus Lars heeft gelijk.
- d** De beste schatting voor de standaardafwijking is 9°C .

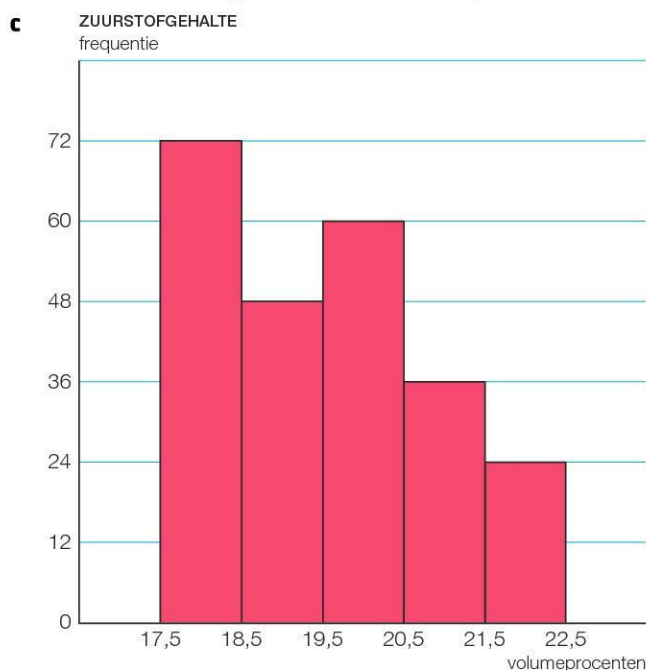
Bladzijde 103

- 5 a** Het kleinst mogelijke totaal aantal klachten krijg je door te rekenen met het kleinst mogelijke aantal klachten per klasse. Dat geeft
 $2 \cdot 0 + 6 \cdot 5 + 55 \cdot 10 + 126 \cdot 15 + 135 \cdot 20 + 35 \cdot 25 + 6 \cdot 30 = 6225$ klachten.
 $6225 > 6215$ dus je kunt concluderen dat er dit jaar meer klachten waren.
- b** Er zijn 365 dagen, dus de mediaan is het 183e waarnemingsgetal;
 $2 + 6 + 55 = 63$ en $2 + 6 + 55 + 126 = 189$, dus de mediaan ligt in de klasse $[15, 20)$.
- c** De modale klasse is de klasse $[20, 25)$, want die heeft de grootste frequentie.

- 6 a** 30%, dus $0,3 \cdot 240 = 72$ mannen met minder dan 18,5%.
 25%, dus $0,25 \cdot 240 = 60$ mannen met minstens 20,5%.

b

zuurstofgehalte	relatieve frequentie	absolute frequentie
$[17,5; 18,5)$	30%	72
$[18,5; 19,5)$	20%	48
$[19,5; 20,5)$	25%	60
$[20,5; 21,5)$	15%	36
$[21,5; 22,5)$	10%	24



7 $\phi = \frac{34 \cdot 60 - 57 \cdot 66}{\sqrt{91 \cdot 126 \cdot 100 \cdot 117}} \approx -0,149$

Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.

8 $E = \frac{6,6 - 5,4}{\frac{1}{2}(1,2 + 1,6)} \approx 0,857$

Omdat $E > 0,8$ is het verschil groot.

9

a Bij filiaal A is de wachttijd het kortst.

b Verschil tussen A en B:

De V_{cp} is maximaal bij 120 seconden.

$\max.V_{cp} = 90\% - 60\% = 30\%$.

Omdat $20\% < \max.V_{cp} \leq 40\%$ is het verschil middelmatig.

Verschil tussen B en C:

De V_{cp} is maximaal bij 90 seconden.

$\max.V_{cp} = 50\% - 32\% = 18\%$.

Omdat $\max.V_{cp} \leq 20\%$ is het verschil gering.

Verschil tussen A en C:

De V_{cp} is maximaal bij 120 seconden.

$\max.V_{cp} = 90\% - 45\% = 45\%$.

Omdat $\max.V_{cp} > 40\%$ is het verschil groot.

c Verschil tussen A en B:

- De boxen overlappen elkaar.
- Geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.

Dus het verschil is gering.

Dit is niet dezelfde conclusie als bij vraag b.

Verschil tussen B en C:

- De boxen overlappen elkaar.
- Geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.

Dus het verschil is gering.

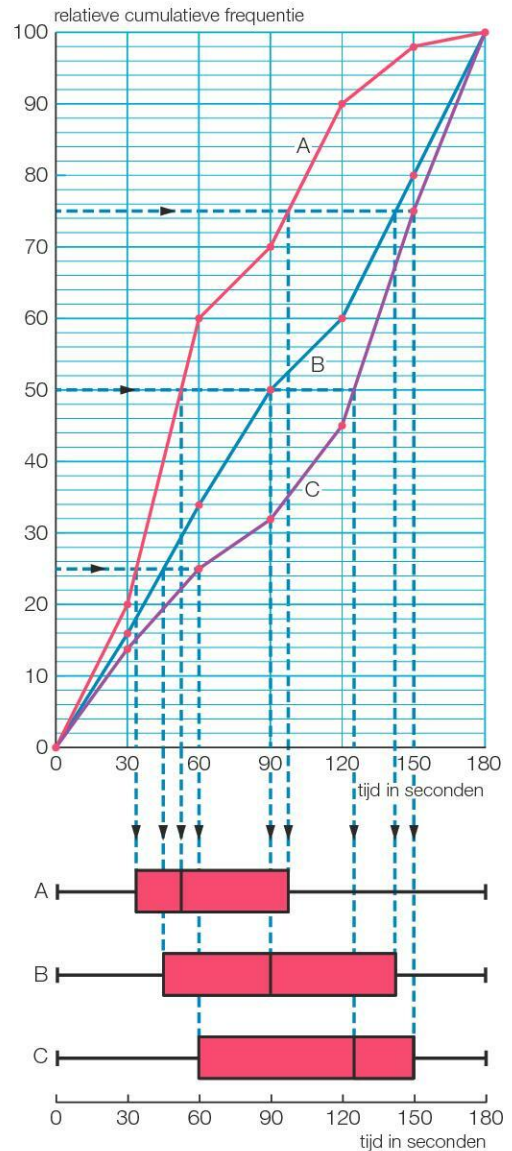
Dit is dezelfde conclusie als bij vraag b.

Verschil tussen A en C:

- De boxen overlappen elkaar.
- Er is een mediaan die buiten de box van de andere boxplot ligt.

Dus het verschil is middelmatig.

Dit is niet dezelfde conclusie als bij vraag b.



3 Lineaire verbanden

Voorkennis Haakjes wegwerken en vergelijkingen oplossen

Bladzijde 107

- 1** **a** $2(3x + 1) + 2x = 6x + 2 + 2x = 8x + 2$
b $5(x - 3) + 7 = 5x - 15 + 7 = 5x - 8$
c $(2x + 5)3 + 3x = 6x + 15 + 3x = 9x + 15$
d $3 - 5(x - 3) = 3 - 5x + 15 = -5x + 18$
e $5(2x - 1) - (4x + 7) = 10x - 5 - 4x - 7 = 6x - 12$
f $-(2x - 1) + 4(2 - 3x) = -2x + 1 + 8 - 12x = -14x + 9$

Bladzijde 108

- 2** **a** $x + 5 = 20$
 $x = 15$
b $5x = 20$
 $x = 4$
c $6x - 2 = 2x + 18$
 $4x = 20$
 $x = 5$
d $5 - x = 2x - 1$
 $-3x = -6$
 $x = 2$
- 3** **a** $2(x - 1) = 3(x + 2)$
 $2x - 2 = 3x + 6$
 $-x = 8$
 $x = -8$
b $3(x - 80) = 100 - x$
 $3x - 240 = 100 - x$
 $4x = 340$
 $x = 85$
c $5 - (x + 1) = 15 - 3x$
 $5 - x - 1 = 15 - 3x$
 $2x = 11$
 $x = 5\frac{1}{2}$
d $2(x - 3) - 7 = 3(x - 6) + 18$
 $2x - 6 - 7 = 3x - 18 + 18$
 $-x = 13$
 $x = -13$
e $8 - 3(2x - 1) = 3 + 2(1 - x)$
 $8 - 6x + 3 = 3 + 2 - 2x$
 $-4x = -6$
 $x = 1\frac{1}{2}$
f $1,8x + 0,6 = -1,2x + 3$
 $3x = 2,4$
 $x = 0,8$

3.1 Lineaire formules

Bladzijde 109

- 1 Bij formule I hoort grafiek B.
 Bij formule II hoort grafiek D.
 Bij formule III hoort grafiek C.
 Bij formule IV hoort grafiek A.

Bladzijde 110

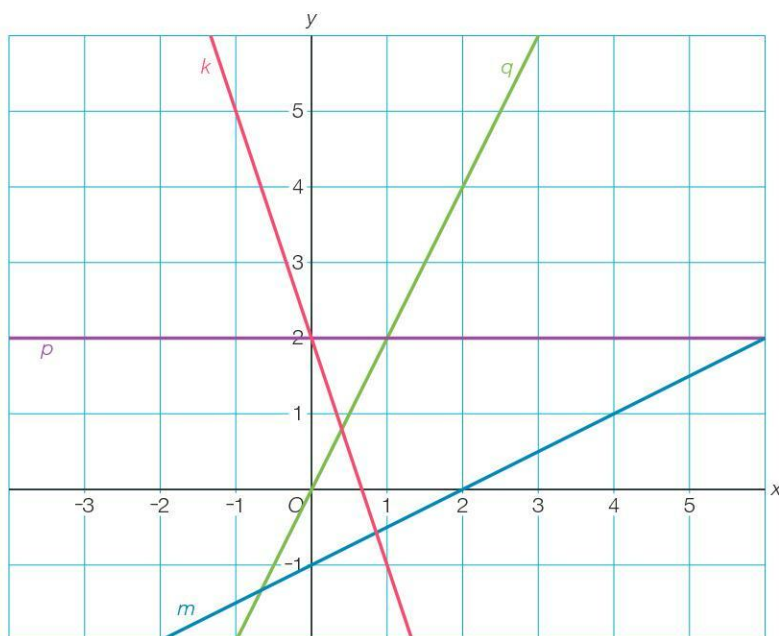
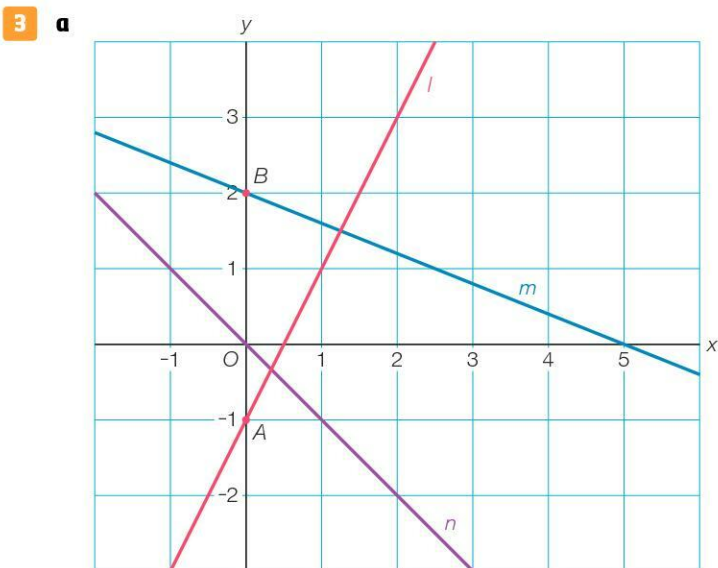
2 a

x	0	1
$y = -3x + 2$	2	-1

x	0	2
$y = \frac{1}{2}x - 1$	-1	0

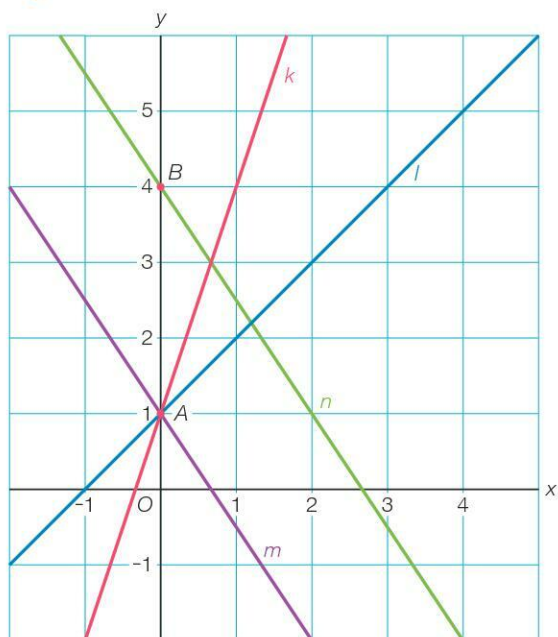
x	0	1
$y = 2x$	0	2

- b $rc_k = -3$
 $rc_m = \frac{1}{2}$
 $rc_p = 0$
 $rc_q = 2$



- b $l: y = 2x - 1$
 $m: y = -0,4x + 2$
 $n: y = -x$

4 a,c

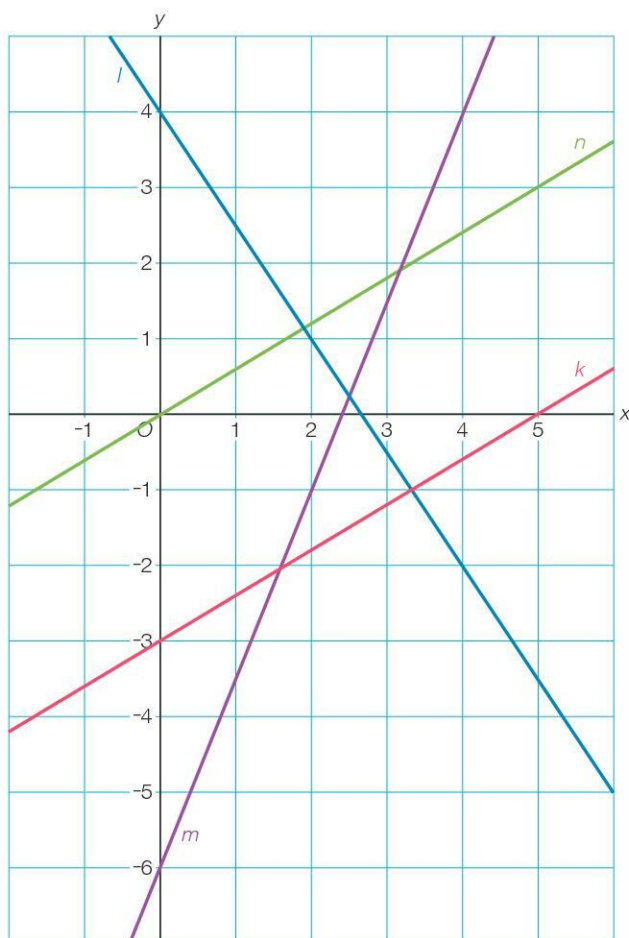


- b** $k: y = 3x + 1$
 $l: y = x + 1$
 $m: y = -1\frac{1}{2}x + 1$
- c** $n: y = -1\frac{1}{2}x + 4$

5 a,b

x	0	5
$y = 0,6x - 3$	-3	0
x	0	2
$y = -1,5x + 4$	4	1

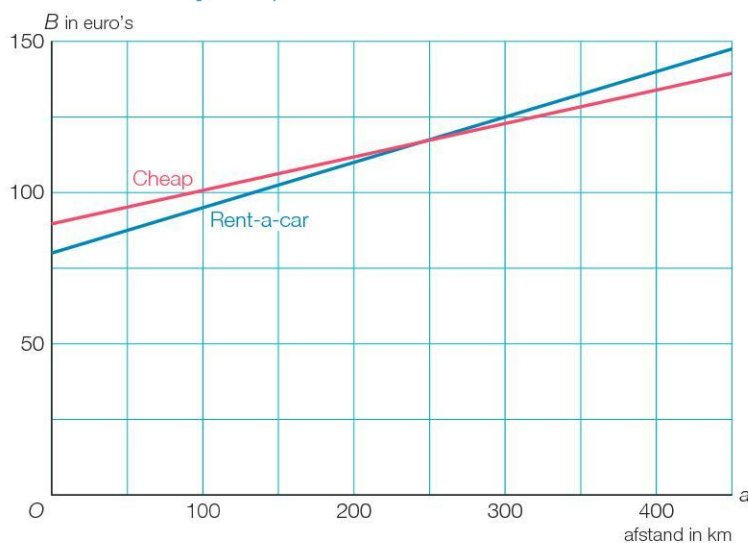
- b** $n: y = 0,6x$
c $p: x = 5$
d $q: y = 4$



- 6 a** $a = 50$ geeft $B = 0,15 \cdot 50 + 80 = \text{€ } 87,50$
b Bij $y = ax + b$ is de x -as horizontaal, dus bij $B = 0,15a + 80$ is de a -as horizontaal.

c,e

a	0	400
$B = 0,15a + 80$	80	140



Omdat a het aantal gereden km is, kan a niet negatief zijn.

- d** Het getal 0,15 geeft aan dat bij elke km die je meer rijdt, je €0,15 meer moet betalen. Het getal 80 geeft het vaste bedrag aan: dit bedrag moet je betalen onafhankelijk van het aantal gereden km.
e De formule is $B = 0,11a + 90$.

a	0	400
$B = 0,11a + 90$	90	134

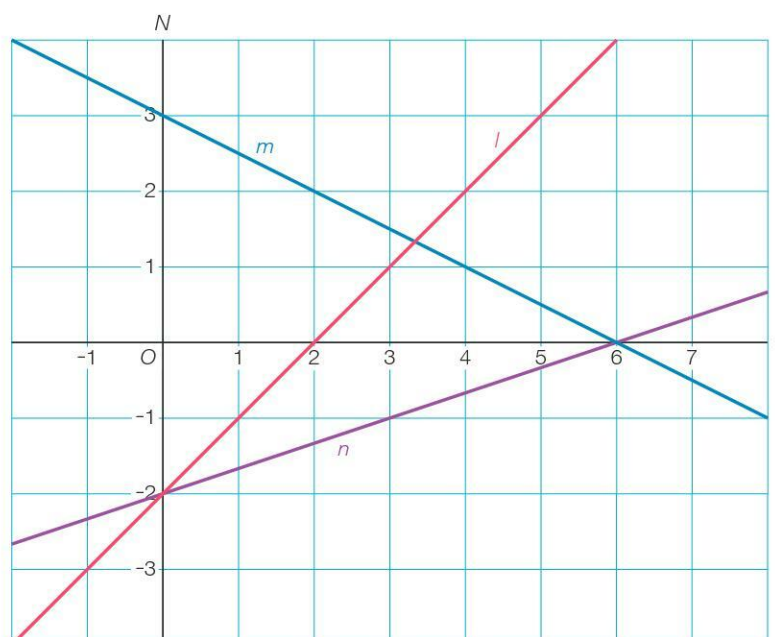
Zie de figuur bij vraag c.

- f** Zie de figuur: bij een rit van 150 km is Rent-a-car het voordeligst.
 $a = 150$ geeft bij Rent-a-car $B = 102,50$.
 $a = 150$ geeft bij Cheap $B = 106,50$.
 Het scheelt $106,50 - 102,50 = 4$ euro.
g Los op $0,15a + 80 = 0,11a + 90$
 $0,04a = 10$
 $a = 250$
 Zie de grafiek: vanaf 250 km is Cheap voordeliger dan Rent-a-car.

t	0	2
$N = t - 2$	-2	0

t	0	2
$N = 3 - \frac{1}{2}t$	3	2

t	0	6
$N = \frac{1}{3}t - 2$	-2	0



Bladzijde 112

- 8 a** De vaste kosten zijn € 200.
De variabele kosten zijn € 0,25 per balpen.
- b** $K = 0,30q + 200$
- c** $K = 0,30q + 400$
- d** Stijging van de variabele kosten: de grafiek wordt steiler.
Stijging van de vaste kosten: de grafiek wordt evenwijdig naar boven verschoven.

- 9** Lijn k gaat door $A(0, 1)$ en $B(6, 19)$, dus $rc_k = \frac{19-1}{6-0} = 3$.
Dus $rc_l = \frac{3}{4} \cdot 3 = 2\frac{1}{4}$, $l: y = 2\frac{1}{4}x + 1$ en $y_C = 2\frac{1}{4} \cdot 6 + 1 = 14\frac{1}{2}$.
Ook is $rc_m = \frac{1}{2} \cdot 3 = 1\frac{1}{2}$, $m: y = 1\frac{1}{2}x + 1$ en $y_D = 1\frac{1}{2} \cdot 6 + 1 = 10$.
De afstand tussen C en D is $14\frac{1}{2} - 10 = 4\frac{1}{2}$.

- 10** 30 cm per kwartier, dus de daling is $\frac{30}{15} = 2$ cm per minuut.
1,2 meter = 120 cm, dus de formule is $h = -2t + 120$.

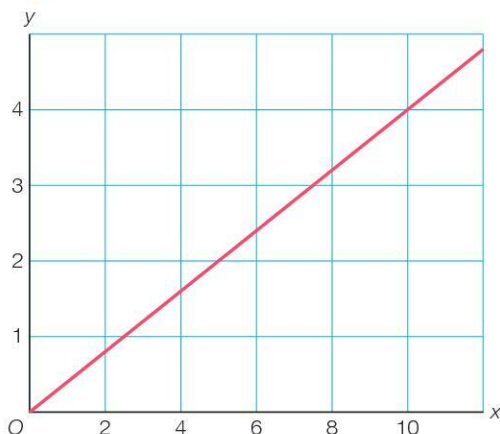
Bladzijde 113

- 11 a** 10 cent per 5 pagina's, dus $\frac{10}{5} = 2$ cent per pagina.
De formule is $K = 0,02x + 2,50$.
- b** Bij 100 bladzijden zijn de kosten $K = 0,02 \cdot 100 + 2,50 = € 4,50$.
Bij 200 bladzijden zijn de kosten $K = 0,02 \cdot 200 + 2,50 = € 6,50$.
€ 6,50 is niet het dubbele van € 4,50, dus Martijn heeft geen gelijk.
- 12 a** 1000 hPa per 10 meter, dus $\frac{1000}{10} = 100$ hPa per meter.
De formule is $H = 100d + 1015$.
- b** 2200 ha per dag, dus $2200 \cdot 365 = 803\,000$ ha per jaar $\approx 0,8$ miljoen ha per jaar.
 $5,5$ miljoen $\text{km}^2 = 550$ miljoen ha, dus de formule is $A = -0,8t + 550$.
- c** $18 \text{ km/uur} = \frac{18}{3,6} = 5 \text{ m/s}$.
De formule is $h = -5t + 600$.
- 13** € 25,80 per 12 km, dus $\frac{25,80}{12} = € 2,15$ per km.
De formule voor taxibedrijf A is $K = 2,15d$.
Als Tim voor taxibedrijf A had gekozen, zou hij $2,15 \cdot 5 = € 10,75$ betaald hebben. Dus dat zou voordeliger zijn geweest voor Tim.
 $12,40 - 1,95 = € 10,45$ per 5 km, dus $\frac{10,45}{5} = € 2,09$ per km.
De formule voor taxibedrijf B is $K = 2,09d + 1,95$.
Als Jelmer voor taxibedrijf B had gekozen, zou hij $2,09 \cdot 12 + 1,95 = € 27,03$ betaald hebben. Dus dat zou niet voordeliger zijn geweest voor Jelmer.
- 14 a** Jannie maakt x opgaven goed, dus ze maakt $40 - x$ opgaven fout.
Dus $B = 0,50x - 1 \cdot (40 - x) = 0,50x - 40 + x = 1,50x - 40$.
De formule is $B = 1,50x - 40$.
- b** Er geldt $B = 2$, dit geeft $1,50x - 40 = 2$
 $1,50x = 42$
 $x = 28$
Dus Jannie had 28 opgaven goed.

Bladzijde 114

15

a



De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong.

b De formule is $y = 0,4x$.

Bladzijde 115

16

I Deze bewering is waar, ook $N = at$ is een lineair verband.

II Deze bewering is niet waar. Voor $b \neq 0$ is $N = at + b$ niet evenredig met t .

17

$$\begin{array}{l} y = ax \\ x = 15 \text{ en } y = 24 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot 15 = 24 \\ 15a = 24 \\ a = 1,6 \end{array} \right.$$

Dus $y = 1,6x$.

$x = 60$ geeft $y = 1,6 \cdot 60 = 96$

$$\begin{array}{l} y = ax \\ x = 6 \text{ en } y = 3,6 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot 6 = 3,6 \\ 6a = 3,6 \\ a = 0,6 \end{array} \right.$$

Dus $y = 0,6x$.

$y = 30,6$ geeft $0,6x = 30,6$, dus $x = 51$

18

a 1890 euro per 84 m^2 , dus $\frac{1890}{84} = 22,50$ euro per m^2 .

De formule is $K = 22,50A$.

b $K = 2700$ geeft $22,50A = 2700$, dus $A = 120$.

De vloeroppervlakte is 120 m^2 .

c Totale vloeroppervlakte $\times 0,012 = 75$

$$\text{Totale vloeroppervlakte} = \frac{75}{0,012} = 6250 \text{ m}^2$$

$A = 6250$ geeft $K = 22,5 \cdot 6250 = 140\,625$

De totale jaarlijkse servicekosten zijn € 140 625,-.

19

$$\begin{array}{l} h = ad \\ d = 6250 \text{ en } h = 50 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot 6250 = 50 \\ 6250a = 50 \\ a = 0,008 \end{array} \right.$$

Dus $h = 0,008d$.

b $d = 40\,000$ geeft $h = 0,008 \cdot 40\,000 = 320$

Dus de totale honingproductie is 320 gram.

20

$$\begin{array}{l} Q = aA \\ A = 3 \text{ en } Q = 1,2 \end{array} \left\{ \begin{array}{l} a \cdot 3 = 1,2 \\ 3a = 1,2 \\ a = 0,4 \end{array} \right.$$

Dus $Q = 0,4A$.

- b** Totale glasoppervlakte $= \frac{1,8}{0,12} = 15 \text{ m}^2$
 $A = 15$ geeft $Q = 0,4 \cdot 15 = 6$
 Dus er gaat 6 MJ per uur aan warmte verloren.

3.2 Lineaire formules vergelijken

Bladzijde 117

- 21 a** Als de taxibedrijven bij een bepaalde afstand even duur zijn, zijn de kosten bij die afstand gelijk. Dus de kostenformules zijn dan ook gelijk. Oplossen van de vergelijking geeft de afstand die bij gelijke kosten hoort.
b $2,15d = 2,09d + 1,95$
 $0,06d = 1,95$
 $d = 32,5$
 Dus bij een afstand van 32,5 km.

Bladzijde 118

- 22 a** $5(x - 3) = 2,1x - 4$
 $5x - 15 = 2,1x - 4$
 $2,9x = 11$
 $x \approx 3,8$
b $5t - 16 = 2(t - 8) + 17$
 $5t - 16 = 2t - 16 + 17$
 $3t = 17$
 $t \approx 5,7$
c $0,31p + 1,81 = 0,04p + 5,12$
 $0,27p = 3,31$
 $p \approx 12,3$
d $\frac{1}{4}x + 3 = x + 11$
 $-\frac{3}{4}x = 8$
 $x \approx -10,7$
- 23 a** $320q + 1000 = 8000 - 120q$
 $440q = 7000$
 $q \approx 15,9$
b $37,5x + 125 = -5x + 214,2$
 $42,5x = 89,2$
 $x \approx 2,1$
c $1\frac{1}{2}(3t + 8) = 5t - 3\frac{1}{3}$
 $4\frac{1}{2}t + 12 = 5t - 3\frac{1}{3}$
 $-\frac{1}{2}t = -15\frac{1}{3}$
 $t \approx 30,7$
d $-0,38a + 2,88 = 7,31 - 0,06(a - 8)$
 $-0,38a + 2,88 = 7,31 - 0,06a + 0,48$
 $-0,32a = 4,91$
 $a \approx -15,3$
- 24 a** $7q - 20 = 0,25(2q - 3) - 8$
 $7q - 20 = 0,5q - 0,75 - 8$
 $6,5q = 11,25$
 $q \approx 1,7$
b $5(a - 7) = 15a - (4a - 21)$
 $5a - 35 = 15a - 4a + 21$
 $-6a = 56$
 $a \approx -9,3$
c $1 - 2\frac{1}{4}(p + 6) = p + 8$
 $1 - 2\frac{1}{4}p - 13\frac{1}{2} = p + 8$
 $-3\frac{1}{4}p = 20\frac{1}{2}$
 $p \approx -6,3$
d $0,18(q - 16) = 0,05q + 15,2$
 $0,18q - 2,88 = 0,05q + 15,2$
 $0,13q = 18,08$
 $q \approx 139,1$
- 25 a** De vergelijking $-0,8x + 3 = 1,7x - 4,25$.
b $-0,8x + 3 = 1,7x - 4,25$
 $-2,5x = -7,25$
 $x = 2,9$
 Dit geeft $y = -0,8 \cdot 2,9 + 3 = 0,68$, dus $S(2,9; 0,68)$.
c Snijpunt met de x -as, dus $y = 0$, dit geeft de vergelijking $-0,8x + 3 = 0$.
d $-0,8x + 3 = 0$
 $-0,8x = -3$
 $x = 3,75$
 Dus $A(3,75; 0)$.

$$\begin{aligned} \text{e } 1,7x - 4,25 &= 0 \\ 1,7x &= 4,25 \\ x &= 2,5 \\ \text{Dus } B(2,5; 0). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 26 \text{ a } 2(x - 3) &= 5 - 3x \\ 2x - 6 &= 5 - 3x \\ 5x &= 11 \\ x &= 2,2 \\ \text{Dit geeft } y &= 2(2,2 - 3) = -1,6, \text{ dus het snijpunt is } (2,2; -1,6). \\ \text{b } -2\frac{1}{2}x + 5 &= 25 \\ -2\frac{1}{2}x &= 20 \\ x &= -8 \\ \text{Dus het snijpunt is } (-8; 25). \end{aligned}$$

Bladzijde 119

$$\begin{aligned} 27 \text{ a } \text{Snijpunt met de } x\text{-as, dus } y &= 0. \\ -2,5x + 35 &= 0 \\ -2,5x &= -35 \\ x &= 14 \\ \text{Dus } P(14, 0). \\ \text{Snijpunt met de } y\text{-as, dus } x &= 0. \\ \text{Dit geeft } Q(0, 35). \\ \text{b } y_R &= -2,5 \cdot -20 + 35 = 85 \\ \text{c } -2,5x + 35 &= 45 \\ -2,5x &= 10 \\ x &= -4 \\ \text{Dus } x_S &= -4. \\ \text{d } y = x \text{ geeft } -2,5x + 35 &= x \\ -3,5x &= -35 \\ x &= 10 \\ \text{Dus } T(10, 10). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 28 \text{ a } \text{Los op } 0,6l - 40 &= 65 \\ 0,6l &= 105 \\ l &= 175, \text{ dus } 1,75 \text{ meter} \\ \text{b } G &= 0,7 \cdot 180 - 55 = 71 \\ 1,40 \cdot 71 &= 99,4 \\ \text{Koen is zwaarder dan } 99,4 \text{ kg.} \\ \text{c } G_R \text{ is het gewicht van Rob en } G_L \text{ is het gewicht van Lotte.} \\ \text{Er geldt } G_R &= G_L + 3 \\ 0,7l - 55 &= 0,6l - 40 + 3 \\ 0,1l &= 18 \\ l &= 180 \\ \text{Dus Lotte is } 1,80 \text{ meter lang.} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 29 \text{ Stel de getallen zijn } x, x + 1, x + 2, x + 3 \text{ en } x + 4. \\ \text{Probeer } 1^e + 2^e + 3^e &= 4^e + 5^e, \text{ dit geeft } x + x + 1 + x + 2 = x + 3 + x + 4 \\ 3x + 3 &= 2x + 7 \\ x &= 4 \\ \text{Dus een rijtje getallen is: } 4, 5, 6, 7 \text{ en } 8, \text{ waarbij } 4 + 5 + 6 &= 7 + 8. \\ \text{Probeer } 1^e + 2^e + 4^e &= 3^e + 5^e, \text{ dit geeft } x + x + 1 + x + 3 = x + 2 + x + 4 \\ 3x + 4 &= 2x + 6 \\ x &= 2 \\ \text{Dus een rijtje getallen is } 2, 3, 4, 5 \text{ en } 6, \text{ waarbij } 2 + 3 + 5 &= 4 + 6. \end{aligned}$$

- 30 a** Klusjesman I rekent 25 euro per uur en 15 euro voorrijkosten.
b Los op $25t + 15 = 20t + 29,5$
 $5t = 14,5$
 $t = 2,9$
 $t = 2,9$ geeft $B = 25 \cdot 2,9 + 15 = 87,5$
Dus het snijpunt is $(2,9; 87,5)$.
Bij klussen van 2,9 uur zijn de tarieven gelijk, namelijk 87,50 euro.
c Uit de grafieken blijkt dat klusjesman I goedkoper is bij minder dan 2,9 uur.

Bladzijde 120

- 31** Bedrijf I is voordeliger dan bedrijf II als $B_I < B_{II}$, dus $22t + 80 < 18t + 96$.
Los op $22t + 80 = 18t + 96$
 $4t = 16$
 $t = 4$
Uit de figuur volgt dat bedrijf I voordeliger is dan bedrijf II bij reparatietijden korter dan 4 uur.

Bladzijde 121

- 32 a** $K = 250q + 50\,000$ en $R = 400q$
b De fabrikant maakt winst als $R > K$, dus $400q > 250q + 50\,000$.
Los op $400q = 250q + 50\,000$
 $150q = 50\,000$
 $q \approx 333,3$
Uit de figuur volgt dat de fabrikant winst maakt bij een productie van meer dan 333 machines per week.

- 33 a** $K_A = 12n + 435$ en $K_B = 17,5n + 350$
b Los op $12n + 435 = 17,5n + 350$
 $-5,5n = -85$
 $n \approx 15,5$
Uit de figuur volgt dat Nienke goedkoper uit is bij Andantino als ze minstens 16 keer per jaar golft, dus ik adviseer Nienke lid te worden van Andantino bij 16 of meer keer golfen per jaar.
c Los op $12n + 435 = 600$
 $12n = 165$
 $n = 13,75$
Bij Andantino kan Nienke maximaal 13 keer golfen.
Los op $17,5n + 350 = 600$
 $17,5n = 250$
 $n \approx 14,29$
Bij Bastion kan Nienke maximaal 14 keer golfen, dus ik adviseer Nienke om lid te worden van Bastion.

- 34** De rode lijn in de figuur hoort bij $y = -1,8x + 72$.
Dus de oplossing van de ongelijkheid $2,2x + 35 > -1,8x + 72$ is $x > 9,25$.

Bladzijde 122

- 35 a** Voer in $y_1 = 3,68x + 25$ en $y_2 = 10 - 4(x - 20)$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 8,46$.
Uit de plot volgt dat $x > 8,46$.
b Voer in $y_1 = 95 - 5,12x$ en $y_2 = 12 + 3,25(2x - 1)$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 7,42$.
Uit de plot volgt dat $x > 7,42$.

Bladzijde 123

- 36 a** Voer in $y_1 = 5,06x + 14,5$ en $y_2 = 83,4 - 1,34x$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 10,77$.
Uit de plot volgt dat $N < M$ voor $t < 10,77$.
b Voer in $y_1 = \frac{400 - 3x}{5,11}$ en $y_2 = \frac{320 + 9x}{6,85}$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 16,60$.
Uit de plot volgt dat $F > G$ voor $q < 16,60$.

37 a Voer in $y_1 = 8,35x + 8,16$ en $y_2 = \frac{10,09x + 155}{3,5}$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 6,61$.

Uit de plot volgt dat $B > C$ voor $d > 6,61$.

b Voer in $y_3 = 5,15x + 25$.

De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x \approx 5,26$.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x \approx 8,51$.

Uit de plot volgt dat $A < B$ voor $d > 5,26$ en dat $A < C$ voor $d < 8,51$.

Dus voor $5,26 < d < 8,51$ geldt dat $A < B$ en bovendien $A < C$.

c Er geldt $A < B < C$, dus de grafiek van B ligt tussen de grafieken van A en C .

Uit de plot volgt dat dit zo is voor $5,26 < d < 6,61$.

38 a $P = -1,6t + 50$, $F = -0,8t + 44$ en $K = 0,3t + 15$.

b Voer in $y_1 = -1,6x + 50$, $y_2 = -0,8x + 44$ en $y_3 = 0,3x + 15$.

De optie snijpunt met y_1 en y_2 geeft $x = 7,5$.

Uit de plot volgt dat $P < F$ voor $t > 7,5$.

De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x \approx 18,4$.

Uit de plot volgt dat $P > K$ voor $t < 18,4$.

Dus voor t tussen 7,5 en 18,4 geldt dat er minder broedparen patrijzen dan fazanten zijn, maar wel meer broedparen patrijzen dan kuifeenden. Dat is in de jaren 1998 tot en met 2008.

Bladzijde 124

39 a Elke 3 dagen 10 cm, dus $\frac{10}{3} \approx 3,3 \text{ cm} = 0,033 \text{ m}$ per dag.

Op $t = 0$ is $d_T = 0$, dus de formule is $d_T = 0,033t$.

b De diepte waarop voldoende zuurstof beschikbaar is neemt $5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ per dag af.

Op $t = 0$ is $d_Z = 4$, dus de formule is $d_Z = 4 - 0,05t$.

c Voer in $y_1 = 0,033x$ en $y_2 = 4 - 0,05x$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 48,2$.

De baarzen kunnen niet meer goed in het meer leven als $d_Z > d_T$.

Uit de plot volgt dat dit het geval is voor $t > 48,2$.

Dat is vanaf 18 augustus.

3.3 Lineaire formules opstellen

Bladzijde 126

40 a De lijn $y = ax + b$ heeft richtingscoëfficiënt a , dus als de richtingscoëfficiënt 3 is, krijg je $y = 3x + b$.

b Het punt $(5, 22)$ betekent $x = 5$ en $y = 22$, dat invullen in $y = 3x + b$ geeft

$$22 = 3 \cdot 5 + b, \text{ oftewel } 3 \cdot 5 + b = 22.$$

c $3 \cdot 5 + b = 22$

$$15 + b = 22$$

$$b = 7$$

$$\text{Dus } k: y = 3x + 7.$$

41 a
$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + b \\ \text{door } A(5, 8) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 5 + b = 8 \\ 10 + b = 8 \\ b = -2 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = 2x - 2.$$

b
$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } B(18, 30) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 18 + b = 30 \\ -9 + b = 30 \\ b = 39 \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -\frac{1}{2}x + 39.$$

c $x_C = 50$ geeft $y_C = -\frac{1}{2} \cdot 50 + 39 = 14$

d $x_D = 30$ geeft $y_D = -\frac{1}{2} \cdot 30 + 39 = 24$

Bladzijde 127

42 $k: y = 0,5x + b$ door $(6, 10)$ geeft $0,5 \cdot 6 + b = 10$, dus $b = 7$.
 Snijpunt met de x -as geeft $0,5x + 7 = 0$
 $0,5x = -7$
 $x = -14$

Het snijpunt van k met de x -as is $(-14, 0)$.

$l: y = 0,6x + b$ door $(6, 10)$ geeft $0,6 \cdot 6 + b = 10$, dus $b = 6,4$.
 Snijpunt met de x -as geeft $0,6x + 6,4 = 0$
 $0,6x = -6,4$
 $x \approx -10,7$

Het snijpunt van l met de x -as is ongeveer $(-10,7; 0)$.

Dus de lijn l snijdt de x -as tussen de punten $B(-11, 0)$ en $C(-10, 0)$.

N.B. $m: y = 0,8x + 5,2$ en deze lijn snijdt de x -as in het punt $(-6,5; 0)$.

43 **a** Ga je op de grafiek 4 naar rechts, dan ga je 10 omhoog, oftewel ga je 1 naar rechts, dan ga je $\frac{10}{4} = 2,5$ omhoog.

b $rc_l = 2,5$

c $y_B - y_A = 21 - 11 = 10$

d $rc_l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

Bladzijde 128

44 **a** $\Delta x = 2 - 6 = -4$

Ze krijgt $rc_l = \frac{-1 - 5}{2 - 6} = \frac{-6}{-4} = 1,5$, dus ze krijgt ook $rc_l = 1,5$.

b $y = 1,5x + b$
 door $Q(6, 5)$ $\left\{ \begin{array}{l} 1,5 \cdot 6 + b = 5 \\ 9 + b = 5 \\ b = -4 \end{array} \right.$

45 **a** $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{1 - -1} = \frac{3}{2} = 1,5$

$y = 1,5x + b$
 door $A(-1, 1)$ $\left\{ \begin{array}{l} 1,5 \cdot -1 + b = 1 \\ -1,5 + b = 1 \\ b = 2,5 \end{array} \right.$

Dus $l: y = 1,5x + 2,5$.

b $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{2 - -3} = \frac{-5}{5} = -1$

$y = -x + b$
 door $C(-3, 5)$ $\left\{ \begin{array}{l} -1 \cdot -3 + b = 5 \\ 3 + b = 5 \\ b = 2 \end{array} \right.$

Dus $m: y = -x + 2$.

c $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{250 - 360}{160 - 180} = \frac{-110}{-20} = 5,5$

$y = 5,5x + b$
 door $E(180, 360)$ $\left\{ \begin{array}{l} 5,5 \cdot 180 + b = 360 \\ 990 + b = 360 \\ b = -630 \end{array} \right.$

Dus $n: y = 5,5x - 630$.

d $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{58 - 73}{45 - 15} = \frac{-15}{30} = -0,5$

$y = -0,5x + b$
 door $G(15, 73)$ $\left\{ \begin{array}{l} -0,5 \cdot 15 + b = 73 \\ 7,5 + b = 73 \\ b = 80,5 \end{array} \right.$

Dus $p: y = -0,5x + 80,5$.

46 a l door $(1, 2)$ en $(5, 4)$.

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{5 - 1} = 0,5$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 0,5x + b \\ \text{door } (1, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,5 \cdot 1 + b = 2 \\ 0,5 + b = 2 \\ b = 1,5 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = 0,5x + 1,5.$$

b m door $(50, 40)$ en $(250, 10)$.

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10 - 40}{250 - 50} = -0,15$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -0,15x + b \\ \text{door } (50, 40) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,15 \cdot 50 + b = 40 \\ -7,5 + b = 40 \\ b = 47,5 \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -0,15x + 47,5.$$

c n door $(2, 5)$ en $(8, 15)$.

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15 - 5}{8 - 2} = 1\frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1\frac{2}{3}x + b \\ \text{door } (2, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{2}{3} \cdot 2 + b = 5 \\ 3\frac{1}{3} + b = 5 \\ b = 1\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\text{Dus } n: y = 1\frac{2}{3}x + 1\frac{2}{3}.$$

47 a $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{155 - (-125)}{17 - (-23)} = \frac{280}{40} = 7$

$$\left. \begin{array}{l} y = 7x + b \\ \text{door } A(-23, -125) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7 \cdot (-23) + b = -125 \\ -161 + b = -125 \\ b = 36 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 7x + 36.$$

b Lijn $l: y = ax + b$ door de oorsprong, dus $b = 0$.

$$y = ax \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-30 - (-27)}{12 - 18} = \frac{-3}{-6} = 0,5$$

$$\text{Dus } l: y = 0,5x.$$

c $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 0}{-12 - 0} = \frac{4}{-12} = -\frac{1}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } E(-8, 14) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot (-8) + b = 14 \\ 2\frac{2}{3} + b = 14 \\ b = 11\frac{1}{3} \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -\frac{1}{3}x + 11\frac{1}{3}.$$

Bladzijde 129

48 $k: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 - 22}{12 - 2} = \frac{-15}{10} = -1,5$

$$\left. \begin{array}{l} y = -1,5x + b \\ \text{door } A(2, 22) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1,5 \cdot 2 + b = 22 \\ -3 + b = 22 \\ b = 25 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = -1,5x + 25.$$

$l: y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{43 - 3}{20 - 4} = \frac{40}{16} = 2,5$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2,5x + b \\ \text{door } C(4, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2,5 \cdot 4 + b = 3 \\ 10 + b = 3 \\ b = -7 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = 2,5x - 7.$$

Snijpunt van k en l , dus los op $-1,5x + 25 = 2,5x - 7$

$$-4x = -32$$

$$x = 8$$

$x_S = 8$ geeft $y_S = -1,5 \cdot 8 + 25 = 13$, dus $S(8, 13)$.

49 a $rc_{AB} = \frac{\Delta R}{\Delta q} = \frac{315 - 270}{500 - 350} = 0,3$

b Ze verdient per doos €0,30.

c Haar basisloon kun je berekenen door de formule van R op te stellen.

$$\left. \begin{array}{l} R = 0,3q + b \\ \text{door } (350, 270) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,3 \cdot 350 + b = 270 \\ 105 + b = 270 \\ b = 165 \end{array}$$

Dus $R = 0,3q + 165$.

Haar basisloon per week is dus €165,-.

Bladzijde 130

50 a $p = aq + b$

Bij $p = 5$ hoort $q = 90$ en bij $p = 8$ hoort $q = 30$.

$$a = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{5 - 8}{90 - 30} = \frac{-3}{60} = -0,05$$

$$\left. \begin{array}{l} p = -0,05q + b \\ p = 5 \text{ en } q = 90 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,05 \cdot 90 + b = 5 \\ -4,5 + b = 5 \\ b = 9,5 \end{array}$$

Dus $p = -0,05q + 9,5$.

b $q = 82$ geeft $p = -0,05 \cdot 82 + 9,5 = 5,4$
Dus €5,40.

51 a $K = am + b$

Bij $m = 5$ hoort $K = 10$ en bij $m = 12$ hoort $K = 115$.

$$a = \frac{\Delta K}{\Delta m} = \frac{115 - 10}{12 - 5} = \frac{105}{7} = 15$$

$$\left. \begin{array}{l} K = 15m + b \\ m = 5 \text{ en } K = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15 \cdot 5 + b = 10 \\ 75 + b = 10 \\ b = -65 \end{array}$$

Dus $K = 15m - 65$.

b $F = aR + b$

Bij $R = 15$ hoort $F = 300$ en bij $R = 42$ hoort $F = 138$.

$$a = \frac{\Delta F}{\Delta R} = \frac{138 - 300}{42 - 15} = \frac{-162}{27} = -6$$

$$\left. \begin{array}{l} F = -6R + b \\ R = 15 \text{ en } F = 300 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -6 \cdot 15 + b = 300 \\ -90 + b = 300 \\ b = 390 \end{array}$$

Dus $F = -6R + 390$.

c $g = an + b$ met $a = \frac{\Delta g}{\Delta n} = \frac{49 - 35}{10 - 6} = \frac{14}{4} = 3,5$

$$\left. \begin{array}{l} g = 3,5n + b \\ \text{door } (6, 35) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3,5 \cdot 6 + b = 35 \\ 21 + b = 35 \\ b = 14 \end{array}$$

Dus $g = 3,5n + 14$.

Bladzijde 131

- 52 a** $k = aV + b$
 Bij $V = 250$ hoort $k = 56$ en bij $V = 650$ hoort $k = 49,6$.

$$a = \frac{\Delta k}{\Delta V} = \frac{49,6 - 56}{650 - 250} = \frac{-6,4}{400} = -0,016$$

$$\left. \begin{array}{l} k = -0,016V + b \\ V = 250 \text{ en } k = 56 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,016 \cdot 250 + b = 56 \\ -4 + b = 56 \\ b = 60 \end{array}$$

Dus $k = -0,016V + 60$.

- b** $k = 5$ geeft $-0,016V + 60 = 5$
 $-0,016V = -55$
 $V = 3437,5$

Dus 3437,5 km na de start gaat het alarm af.

Per kilometer wordt er 0,016 ton kerosine verbruikt, dus er kan dan nog

$$\frac{5}{0,016} = 312,5 \text{ km gevlogen worden.}$$

- 53 a** $H = av + b$ met $a = \frac{\Delta H}{\Delta v} = \frac{160 - 120}{15 - 10} = \frac{40}{5} = 8$

$$\left. \begin{array}{l} H = 8v + b \\ \text{door } A(10, 120) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 8 \cdot 10 + b = 120 \\ 80 + b = 120 \\ b = 40 \end{array}$$

Dus $H = 8v + 40$.

- b** $v = 15,8$ geeft $H = 8 \cdot 15,8 + 40 = 166,4$
 Dus bij een hartslag van ongeveer 166 slagen per minuut.

- c** $H = av + 40$
 $v = 12$ en $H = 142$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 12 + 40 = 142 \\ 12a = 102 \\ a = 8,5 \end{array} \right.$

Dus $H = 8,5v + 40$.

$$\begin{aligned} H = 178 \text{ geeft } 8,5v + 40 &= 178 \\ 8,5v &= 138 \\ v &\approx 16,2 \end{aligned}$$

De anaerobe drempel hoort bij een snelheid van ongeveer 16,2 km per uur.

Bladzijde 132

- 54 a** $T = ap + b$ met $a = \frac{\Delta T}{\Delta p} = \frac{25 - 10}{75 - 25} = \frac{15}{50} = 0,3$

$$\left. \begin{array}{l} T = 0,3p + b \\ \text{door } A(25, 10) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,3 \cdot 25 + b = 10 \\ 7,5 + b = 10 \\ b = 2,5 \end{array}$$

Dus $T = 0,3p + 2,5$.

- b** $p = 82$ geeft $T = 0,3 \cdot 82 + 2,5 = 27,1$
 Dus de gemiddelde lokale jaartemperatuur is 27,1 °C.

- 55 a** $K = aq + 500$ met $a = \frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{1200 - 500}{1000 - 0} = 0,7$

Dus $K = 0,7q + 500$.

- b** Gedeelte II: $K = aq + b$ met $a = \frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{1600 - 1200}{3000 - 1000} = 0,2$

$$\left. \begin{array}{l} K = 0,2q + b \\ \text{door } (1000, 1200) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,2 \cdot 1000 + b = 1200 \\ 200 + b = 1200 \\ b = 1000 \end{array}$$

Dus $K = 0,2q + 1000$.

Gedeelte III: $K = aq + b$ met $a = \frac{\Delta K}{\Delta q} = \frac{2800 - 1600}{5000 - 3000} = 0,6$

$$\left. \begin{array}{l} K = 0,6q + b \\ \text{door } (3000, 1600) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,6 \cdot 3000 + b = 1600 \\ 1800 + b = 1600 \\ b = -200 \end{array}$$

Dus $K = 0,6q - 200$.

c Productiekosten

$K = 0,7q + 500$ voor q tussen 0 en 1000

$K = 0,2q + 1000$ voor q tussen 1000 en 3000

$K = 0,6q - 200$ voor q tussen 3000 en 5000

d $q = 1500$ geeft $K = 0,2 \cdot 1500 + 1000 = 1300$

$q = 3500$ geeft $K = 0,6 \cdot 3500 - 200 = 1900$

Dat is $\frac{1900 - 1300}{1300} \times 100\% \approx 46,2\%$ meer.

e De opbrengst is $2600 \cdot 2,6 = 6760$ euro.

$K = 0,2 \cdot 2600 + 1000 = 1520$ euro

De winst is $6760 - 1520 = 5240$ euro.

f Bij $\Delta q = 7000 - 5000 = 2000$ hoort $\Delta K = 3500 - 2800 = 700$, dus per stuk

$\frac{700}{2000} = 0,35$ euro.

$q = 6300$ is 1300 meer dan $q = 5000$, dus bij $q = 6300$ hoort

$K = 2800 + 1300 \cdot 0,35 = 3255$.

Bij een dagproductie van 6300 stuks zijn de kosten 3255 euro.

Bladzijde 133

56 a Voor het eerste stuk:

$$H = at + 60 \text{ met } a = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{140 - 60}{10} = 8$$

Dus $H = 8t + 60$.

Voor het tweede stuk:

$H = 140$

Voor het derde stuk:

$H = at + b$

Bij $t = 40$ hoort $H = 140$ en bij $t = 60$ hoort $H = 60$.

$$a = \frac{\Delta H}{\Delta t} = \frac{60 - 140}{60 - 40} = -4$$

$$\left. \begin{array}{l} H = -4t + b \\ t = 40 \text{ en } H = 140 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -4 \cdot 40 + b = 140 \\ -160 + b = 140 \\ b = 300 \end{array}$$

Dus $H = -4t + 300$.

Hartslag

$H = 8t + 60$ voor t tussen 0 en 10

$H = 140$ voor t tussen 10 en 40

$H = -4t + 300$ voor t tussen 40 en 60

b Voer in $y_1 = 8x + 60$, $y_2 = -4x + 300$ en $y_3 = 120$.

De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x = 7,5$.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x = 45$.

Dus $45 - 7,5 = 37,5$ minuten is haar hartslag meer dan 120.

57 a In schijf 1 betaal je 36,65% belasting, dat is 0,3665 keer het belastbaar inkomen, dus

$B_1 = 0,3665i$.

b $i = 20384$ geeft $B_1 = 0,3665 \cdot 20384 \approx 7471$, dus €7471.

c Je betaalt $7471 + 0,381 \cdot (68507 - 20384) \approx €25806$.

$$\left. \begin{array}{l} B_{23} = 0,381i + b \\ i = 20384 \text{ en } B = 7471 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,381 \cdot 20384 + b = 7471 \\ 7766,305 + b = 7471 \\ b \approx -295 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{e } B_4 &= 0,5175i + b \\ i &= 68\,507 \text{ en } B = 25\,806 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} B_4 &= 0,5175i + b \\ i &= 68\,507 \text{ en } B = 25\,806 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 0,5175 \cdot 68\,507 + b &= 25\,806 \\ 35\,452,3725 + b &= 25\,806 \\ b &\approx -9646 \end{aligned}$$

Dus $B_4 = 0,5175i - 9646$.

- f Mevrouw Van Sprundel betaalt $0,5175 \cdot 78\,125 - 9646 \approx 30\,783,68$ euro.
Meneer Van Sprundel betaalt $0,381 \cdot 35\,400 - 295 = 13\,192,40$ euro.
In totaal betalen ze $30\,783,68 + 13\,192,40 \approx 43\,976$ euro.

Bladzijde 134

58

- a $G_m = at + b$
Bij $t = 6$ hoort $G_m = 77,6$ en bij $t = 36$ hoort $G_m = 84,5$.

$$a = \frac{\Delta G_m}{\Delta t} = \frac{84,5 - 77,6}{36 - 6} = \frac{6,9}{30} = 0,23$$

$$\begin{aligned} G_m &= 0,23t + b \\ t = 36 \text{ en } G_m &= 84,5 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} G_m &= 0,23t + b \\ t = 36 \text{ en } G_m &= 84,5 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 0,23 \cdot 36 + b &= 84,5 \\ 8,28 + b &= 84,5 \\ b &= 76,22 \end{aligned}$$

Dus $G_m = 0,23t + 76,22$.

$$G_v = at + b$$

Bij $t = 15$ hoort $G_v = 67,5$ en bij $t = 40$ hoort $G_v = 72$.

$$a = \frac{\Delta G_v}{\Delta t} = \frac{72 - 67,5}{40 - 15} = \frac{4,5}{25} = 0,18$$

$$\begin{aligned} G_v &= 0,18t + b \\ t = 40 \text{ en } G_v &= 72 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} G_v &= 0,18t + b \\ t = 40 \text{ en } G_v &= 72 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 0,18 \cdot 40 + b &= 72 \\ 7,2 + b &= 72 \\ b &= 64,8 \end{aligned}$$

Dus $G_v = 0,18t + 64,8$.

$$L_m = at + b$$

Bij $t = 6$ hoort $L_m = 177,5$ en bij $t = 36$ hoort $L_m = 181,1$.

$$a = \frac{\Delta L_m}{\Delta t} = \frac{181,1 - 177,5}{36 - 6} = \frac{3,6}{30} = 0,12$$

$$\begin{aligned} L_m &= 0,12t + b \\ t = 6 \text{ en } L_m &= 177,5 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} L_m &= 0,12t + b \\ t = 6 \text{ en } L_m &= 177,5 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 0,12 \cdot 6 + b &= 177,5 \\ 0,72 + b &= 177,5 \\ b &= 176,78 \end{aligned}$$

Dus $L_m = 0,12t + 176,78$.

$$L_v = at + b$$

Bij $t = 14$ hoort $L_v = 166,2$ en bij $t = 40$ hoort $L_v = 167,5$.

$$a = \frac{\Delta L_v}{\Delta t} = \frac{167,5 - 166,2}{40 - 14} = \frac{1,3}{26} = 0,05$$

$$\begin{aligned} L_v &= 0,05t + b \\ t = 40 \text{ en } L_v &= 167,5 \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} L_v &= 0,05t + b \\ t = 40 \text{ en } L_v &= 167,5 \end{aligned}} \right\} \begin{aligned} 0,05 \cdot 40 + b &= 167,5 \\ 2 + b &= 167,5 \\ b &= 165,5 \end{aligned}$$

Dus $L_v = 0,05t + 165,5$.

- b $L_v = 168$ geeft $0,05t + 165,5 = 168$
 $0,05t = 2,5$
 $t = 50$

Dus $L_m = 0,12 \cdot 50 + 176,78 \approx 182,8$ cm.

- c $G_m - G_v = 14$
 $0,23t + 76,22 - (0,18t + 64,8) = 14$
 $0,23t + 76,22 - 0,18t - 64,8 = 14$
 $0,05t = 2,58$
 $t = 51,6$
Dus in 2031.
 $t = 51,6$ geeft $G_m = 0,23 \cdot 51,6 + 76,22 \approx 88,1$ kg.

d In 1990 geldt $t = 10$ en daarbij hoort

$$G_m = 0,23 \cdot 10 + 76,22 = 78,52$$

$$G_v = 0,18 \cdot 10 + 64,8 = 66,6$$

$$L_m = 0,12 \cdot 10 + 176,78 = 177,98$$

$$L_v = 0,05 \cdot 10 + 165,5 = 166.$$

De BMI van de man is $\frac{78,52}{1,7798^2} \approx 24,79$ en van de vrouw $\frac{66,6}{1,66^2} \approx 24,17$.

In 2020 geldt $t = 40$ en daarbij hoort

$$G_m = 0,23 \cdot 40 + 76,22 = 85,42$$

$$G_v = 0,18 \cdot 40 + 64,8 = 72$$

$$L_m = 0,12 \cdot 40 + 176,78 = 181,58$$

$$L_v = 0,05 \cdot 40 + 165,5 = 167,5.$$

De BMI van de man is $\frac{85,42}{1,8158^2} \approx 25,91$ en van de vrouw $\frac{72}{1,675^2} \approx 25,67$.

De toename voor de man is $25,91 - 24,79 = 1,12$ en de toename voor de vrouw is $25,67 - 24,17 = 1,5$.

Dus de toename voor de man is kleiner en Bram heeft geen gelijk.

59 De instroom door de koudwaterkraan is $\frac{60}{10} = 6$ liter per minuut.

De instroom door de warmwaterkraan is $\frac{60}{12} = 5$ liter per minuut.

Door het gat in de bodem is de uitstroom $\frac{60}{20} = 3$ liter per minuut.

Als beide kranen geheel open staan en de stop uit de bodem is getrokken, is de totale instroom $6 + 5 - 3 = 8$ liter per minuut.

Dus het vat is vol in $\frac{60}{8} = 7,5$ minuten.

3.4 Lineaire vergelijkingen met twee variabelen

Bladzijde 136

60 a Bijvoorbeeld kaartje kind € 5,- en volwassene € 15,-,
of kaartje kind € 7,- en volwassene € 12,-.

b $3x + 2y = 45$

Bladzijde 137

61 a $15x + 12y = 2520$
 $12y = -15x + 2520$

$$y = -1\frac{1}{4}x + 210$$

b $3p - 2q = 16\frac{1}{2}$

$$3p = 2q + 16\frac{1}{2}$$

$$p = \frac{2}{3}q + 5\frac{1}{2}$$

c $5a - 2b = 16$

$$-2b = -5a + 16$$

$$b = 2\frac{1}{2}a - 8$$

62 a $l: 3x - y = 6$

x	0	2
y	-6	0

$m: x + y = 1$

x	0	1
y	1	0

$n: x - y = 0$

x	0	1
y	0	1

$p: x + 2y = 4$

x	0	4
y	2	0

Figuur, zie hiernaast.

b $l: 3x - y = 6$

$-y = -3x + 6$

$y = 3x - 6$

$rc_l = 3$

$m: x + y = 1$

$y = -x + 1$

$rc_m = -1$

$n: x - y = 0$

$-y = -x$

$y = x$

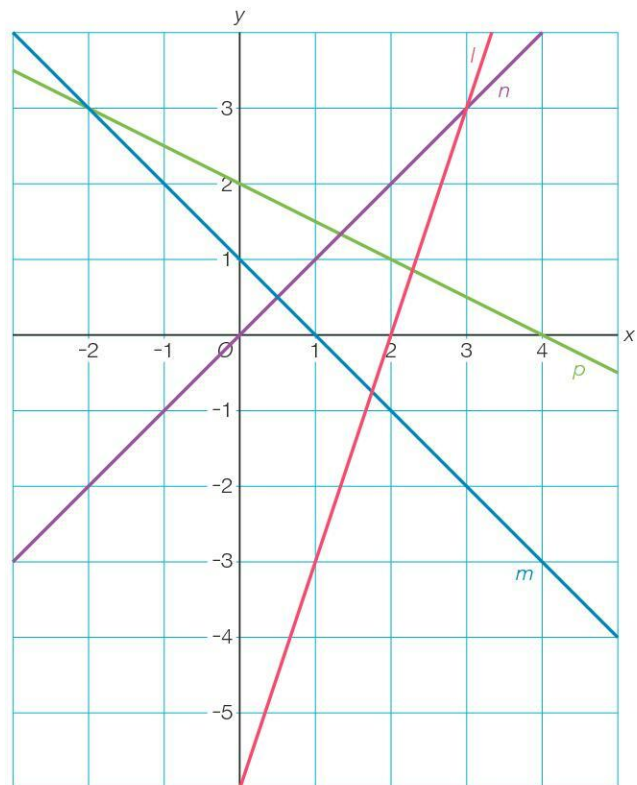
$rc_n = 1$

$p: x + 2y = 4$

$2y = -x + 4$

$y = -\frac{1}{2}x + 2$

$rc_p = -\frac{1}{2}$



63 a $l: 4x - 3y = 24$

Snijden met de x -as, dus $y = 0$.

$4x = 24$

$x = 6$

Dus $(6, 0)$.

Snijden met de y -as, dus $x = 0$.

$-3y = 24$

$y = -8$

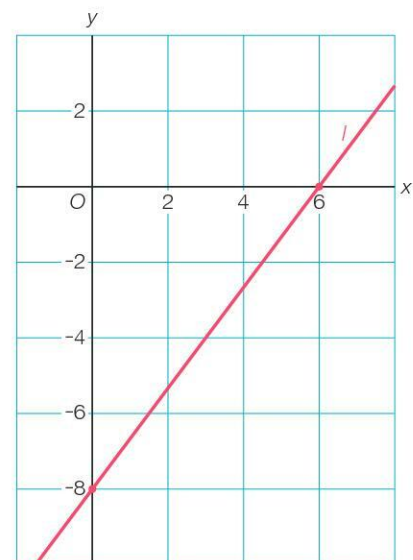
Dus $(0, -8)$.

Figuur, zie hiernaast.

b $A(8, 3)$ invullen geeft $4 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 24$ en dit klopt niet, dus A ligt niet op l .

$B(18, 16)$ invullen geeft $4 \cdot 18 - 3 \cdot 16 = 24$ en dit klopt, dus B ligt op l .

$C(-30, -48)$ invullen geeft $4 \cdot -30 - 3 \cdot -48 = 24$ en dit klopt, dus C ligt op l .



64 a Het verband $12x + 4y = 242,50$.

b Stel x kaartjes van 10 euro en y kaartjes van 15 euro.

De vergelijking is dan $10x + 15y = 4300$.

Bladzijde 138

- 65** **a** Het totaal aantal tafels is 19, dus $x + y = 19$.
 Aan de tafels kunnen $4x + 2y$ personen zitten en er is plaats voor 52 gasten, dus $4x + 2y = 52$.
- b** $x + y = 19$ $4x + 2y = 52$
 $y = -x + 19$ $2y = -4x + 52$
 $y = -2x + 26$
- c** Los op $-x + 19 = -2x + 26$
 $x = 7$
 $x = 7$ geeft $y = -7 + 19 = 12$
 Het snijpunt is (7, 12).
- d** Het restaurant heeft 7 tafels voor vier personen en 12 tafels voor twee personen.

Bladzijde 139

- 66** $x + y = 250$, dus $y = 250 - x$
 $6x + 8y = 1764$, dus $8y = -6x + 1764$
 $y = -0,75x + 220,5$
 Los op $250 - x = -0,75x + 220,5$
 $-0,25x = -29,5$
 $x = 118$
 Er doen 118 kinderen mee aan de barbecue.
- 67** x = aantal briefjes van 5 euro
 y = aantal briefjes van 10 euro
 $x + y = 20$, dus $y = 20 - x$
 $5x + 10y = 135$, dus $10y = -5x + 135$
 $y = -0,5x + 13,5$
 Los op $20 - x = -0,5x + 13,5$
 $-0,5x = -6,5$
 $x = 13$
 $x = 13$ geeft $y = 20 - 13 = 7$
 Er zitten 13 briefjes van 5 euro en 7 briefjes van 10 euro in de envelop.
- 68** x = aantal fietsen van type A
 y = aantal fietsen van type B
 $x + y = 38$, dus $y = 38 - x$
 $1575x + 2025y = 66\,150$, dus $2025y = -1575x + 66\,150$
 $y = -\frac{7}{9}x + 32\frac{2}{3}$
 Los op $38 - x = -\frac{7}{9}x + 32\frac{2}{3}$
 $-\frac{2}{9}x = -5\frac{1}{3}$
 $x = 24$
 $x = 24$ geeft $y = 38 - 24 = 14$
 Er zijn 24 fietsen van type A en 14 fietsen van type B verkocht.
- 69** x = aantal keer 25 gram tomaat
 y = aantal keer 25 gram ei
 $2x + 5y = 60$, dus $5y = -2x + 60$
 $y = -\frac{2}{5}x + 12$
 $4x + 3y = 71$, dus $3y = -4x + 71$
 $y = -1\frac{1}{3}x + 23\frac{2}{3}$
 Los op $-\frac{2}{5}x + 12 = -1\frac{1}{3}x + 23\frac{2}{3}$
 $\frac{14}{15}x = 11\frac{2}{3}$
 $x = 12,5$
 $x = 12,5$ geeft $y = -\frac{2}{5} \cdot 12,5 + 12 = 7$
 De salade moet bestaan uit $12,5 \cdot 25 = 312,5$ gram tomaat en $7 \cdot 25 = 175$ gram ei.

70 x = aantal jongens
 y = aantal meisjes
 $x + y = 15$, dus $y = 15 - x$
 $\frac{15,6x + 16,8y}{15} = 16,4$, dus $15,6x + 16,8y = 16,4 \cdot 15$

$$16,8y = -15,6x + 246$$

$$y = -\frac{13}{14}x + 14\frac{9}{14}$$

Los op $15 - x = -\frac{13}{14}x + 14\frac{9}{14}$

$$-\frac{1}{14}x = -\frac{5}{14}$$

$$x = 5$$

Er zijn 5 jongens op de verjaardag.

71 x = aantal km met 100 km/uur
 y = aantal km met 120 km/uur
 $x + y = 85$, dus $y = 85 - x$
Drie kwartier is 0,75 uur.
 $\frac{x}{100} + \frac{y}{120} = 0,75$, dus $\frac{y}{120} = -\frac{x}{100} + 0,75$
 $y = -1,2x + 90$

Los op $85 - x = -1,2x + 90$

$$0,2x = 15$$

$$x = 75$$

Dus hij rijdt $85 - 75 = 10$ kilometer met een snelheid van 120 km/uur.

72 x = bedrag per persoon
 y = bedrag van de rekening
 $20x = y + 3$, dus $y = 20x - 3$
 $21(x - 3) = y + 10$, dus $y = 21(x - 3) - 10$
Los op $20x - 3 = 21(x - 3) - 10$
 $20x - 3 = 21x - 63 - 10$
 $-x = -70$
 $x = 70$

$x = 70$ geeft $y = 20 \cdot 70 - 3 = 1397$

Dus het bedrag van de rekening is 1397 euro.

Diagnostische toets

Bladzijde 142

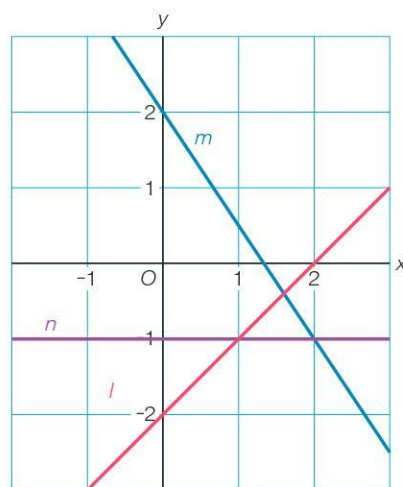
1 a $rc_l = 1$
 $rc_m = -1,5$
 $rc_n = 0$

b

x	0	1
$y = x - 2$	-2	-1

x	0	2
$y = 2 - 1,5x$	2	-1

2 6,5 kilopascal per kwartier, dus $6,5 \cdot 4 = 26$ kilopascal per uur.
4,5 bar = $4,5 \cdot 100$ kilopascal = 450 kilopascal
Dus $P = -26t + 450$.



$$\begin{aligned} 3 \quad \mathbf{a} \quad & \left. \begin{aligned} y &= ax \\ x &= 10 \text{ en } y = 17 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a \cdot 10 &= 17 \\ 10a &= 17 \\ a &= 1,7 \end{aligned} \end{aligned}$$

Dus $y = 1,7x$.

$x = 45$ geeft $y = 1,7 \cdot 45 = 76,5$

$$\begin{aligned} \mathbf{b} \quad & \left. \begin{aligned} y &= ax \\ x &= 12 \text{ en } y = 9,6 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} a \cdot 12 &= 9,6 \\ 12a &= 9,6 \\ a &= \frac{23}{30} \end{aligned} \end{aligned}$$

Dus $y = \frac{23}{30}x$.

$y = 23$ geeft $\frac{23}{30}x = 23$, dus $x = 30$.

$$4 \quad \mathbf{a} \quad 3x + 2 = 2 - 4(x - 3)$$

$$3x + 2 = 2 - 4x + 12$$

$$7x = 12$$

$$x \approx 1,7$$

$$\mathbf{b} \quad 120q + 840 = 144 - 60q$$

$$180q = -696$$

$$q \approx -3,9$$

$$\mathbf{c} \quad 0,2(a - 7) = 0,4 - (3,1 - a)$$

$$0,2a - 1,4 = 0,4 - 3,1 + a$$

$$-0,8a = -1,3$$

$$a \approx 1,6$$

$$\mathbf{d} \quad 0,16(p + 5) = 0,05p - 3,44$$

$$0,16p + 0,8 = 0,05p - 3,44$$

$$0,11p = -4,24$$

$$p \approx -38,5$$

$$5 \quad \mathbf{a} \quad \text{Zonder abonnement zijn de kosten per dag } 2 \cdot 7,50 = 15 \text{ euro, dus } K_z = 15n.$$

Met abonnement zijn de kosten per dag $0,8 \cdot 15 = 12$ euro, dus $K_a = 12n + 24$.

$$\mathbf{b} \quad \text{Los op } 15n = 12n + 24$$

$$3n = 24$$

$$n = 8$$

Dus bij 8 keer retour reizen zijn de reiskosten gelijk.

$$6 \quad \mathbf{a} \quad \text{Voer in } y_1 = -1,11x + 22,22 \text{ en } y_2 = \frac{-41x + 565}{10,5}.$$

De optie snijpunt geeft $x \approx 11,30$.

Uit de plot volgt dat $B > C$ voor $t > 11,30$.

$$\mathbf{b} \quad \text{Voer in } y_3 = -7,14x + 74.$$

De optie snijpunt met y_1 en y_3 geeft $x \approx 8,59$.

De optie snijpunt met y_2 en y_3 geeft $x \approx 6,24$.

Uit de plot volgt dat $B < A$ voor $t < 8,59$ en dat $A < C$ voor $t > 6,24$.

Dus voor $6,24 < t < 8,59$ geldt dat $B < A < C$.

Bladzijde 143

$$7 \quad \left. \begin{aligned} y &= -1,25x + b \\ \text{door } A(3, -7) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -1,25 \cdot 3 + b &= -7 \\ -3,75 + b &= -7 \\ b &= -3,25 \end{aligned}$$

Dus $l: y = -1,25x - 3,25$.

8 a $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - 3}{8 - 2} = \frac{-5}{6} = -\frac{5}{6}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{5}{6}x + b \\ \text{door } A(2, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{5}{6} \cdot 2 + b = 3 \\ -1\frac{2}{3} + b = 3 \\ b = 4\frac{2}{3} \end{array}$$

Dus $y = -\frac{5}{6}x + 4\frac{2}{3}$.

b $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 2}{2 - -1} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + b \\ \text{door } C(-1, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \cdot -1 + b = 2 \\ \frac{2}{3} + b = 2 \\ b = 1\frac{1}{3} \end{array}$$

Dus $y = -\frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$.

9 a Voor het eerste stuk:

$$h = at + 60 \text{ met } a = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{8}{8} = 1$$

Dus $h = t$.

Voor het tweede stuk:

$$h = 8$$

Voor het derde stuk:

$$h = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta h}{\Delta t} = \frac{16 - 8}{21 - 13} = \frac{8}{8} = 1$$

$$\left. \begin{array}{l} h = t + b \\ t = 13 \text{ en } h = 8 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 13 + b = 8 \\ b = -5 \end{array}$$

Dus $h = t - 5$.

hoogte van een schip in de sluis

$$h = t \quad \text{voor } t \text{ tussen } 0 \text{ en } 8$$

$$h = 8 \quad \text{voor } t \text{ tussen } 8 \text{ en } 13$$

$$h = t - 5 \quad \text{voor } t \text{ tussen } 13 \text{ en } 21$$

b Dit is in het derde stuk, $h = 13$ geeft $t - 5 = 13$
 $t = 18$

Dus na 18 minuten bevindt een schip zich op een hoogte van 13 meter.

c In de omgekeerde richting zijn de richtingscoëfficiënten negatief.

Voor het eerste stuk:

$$h = -t + 16$$

Voor het tweede stuk:

$$h = 8$$

Voor het derde stuk:

$$\left. \begin{array}{l} h = -t + b \\ \text{Bij } t = 21 \text{ hoort } h = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -21 + b = 0 \\ b = 21 \end{array}$$

Dus $h = -t + 21$.

hoogte van een schip in de sluis

$$h = -t + 16 \quad \text{voor } t \text{ tussen } 0 \text{ en } 8$$

$$h = 8 \quad \text{voor } t \text{ tussen } 8 \text{ en } 13$$

$$h = -t + 21 \quad \text{voor } t \text{ tussen } 13 \text{ en } 21$$

10 a $5p - 3q = 9$

$$-3q = -5p + 9$$

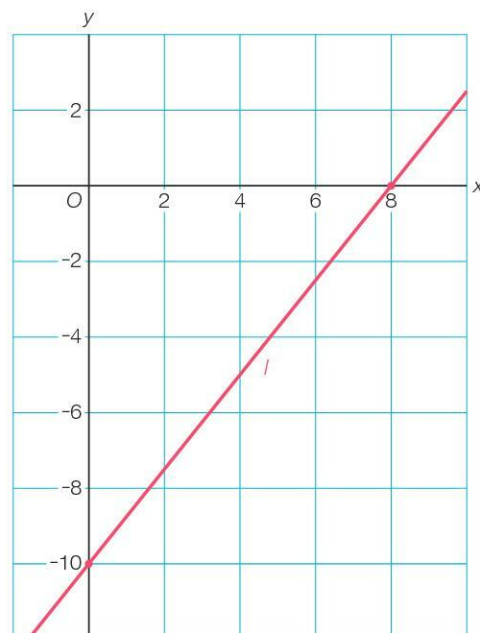
$$q = 1\frac{2}{3}p - 3$$

b $7,5T + 22,5t = 15$

$$7,5T = -22,5t + 15$$

$$T = -3t + 2$$

- 11 a** $5x - 4y = 40$
 $-4y = -5x + 40$
 $y = 1,25x - 10$
Dus $rc_l = 1,25$.
- b** Snijden met de x -as, dus $y = 0$.
 $5x - 4 \cdot 0 = 40$
 $5x = 40$
 $x = 8$
Snijpunt met de x -as is $(8, 0)$.
Snijpunt met de y -as is $(0, -10)$.
Figuur, zie hiernaast.
- c** $A(9; 1,2)$ invullen geeft $5 \cdot 9 - 4 \cdot 1,2 = 40$ en dit klopt niet, dus A ligt niet op l .
 $B(18; 12,5)$ invullen geeft $5 \cdot 18 - 4 \cdot 12,5 = 40$ en dit klopt, dus B ligt op l .
 $C(-28, -45)$ invullen geeft $5 \cdot -28 - 4 \cdot -45 = 40$ en dit klopt, dus C ligt op l .



- 69** De goedkope bonen kosten $4 \cdot 5 = 20$ euro per kg.
De dure bonen kosten $4 \cdot 7,5 = 30$ euro per kg.
 x = aantal kg goedkope bonen
 y = aantal kg dure bonen
 $x + y = 30$, dus $y = 30 - x$
 $20x + 30y = 786$, dus $30y = -20x + 786$
 $y = -\frac{2}{3}x + 26,2$
Los op $30 - x = -\frac{2}{3}x + 26,2$
 $-\frac{1}{3}x = -3,8$
 $x = 11,4$
In de melange zit $30 - 11,4 = 18,6$ kg van de duurste bonen.

4 Handig tellen

Voorkennis Teldiagrammen

Bladzijde 147

- 1 a aantal = $3 \cdot 5 = 15$
b Het aantal is nu $4 \cdot 7 = 28$.
De toename is $28 - 15 = 13$.
- 2 a aantal = $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$
b Het aantal is nu $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$.
De afname is $27 - 18 = 9$.

4.1 Regels bij telproblemen

Bladzijde 148

- 1 a aantal bij tweegangenmenu is $2 \cdot 3 = 6$
aantal bij driegangenmenu is $2 \cdot 3 \cdot 3 = 18$
b aantal = $6 + 18 = 24$

Bladzijde 149

- 2 aantal = $3 \cdot 2 + 2 \cdot 4 = 14$
- 3 aantal = $(3 \cdot 2 + 1) \cdot 4 = 28$
- 4 Er zijn 4 manieren om van A naar het middelste punt te gaan en weer 4 manieren om van het middelste punt naar B te gaan, dus aantal = $4 \cdot 4 = 16$.
- 5 a aantal = $8 \cdot 11 \cdot 5 = 440$
b aantal = $8 \cdot 11 + 8 \cdot 5 = 128$

Bladzijde 150

- 6 a aantal = $8 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 3 \cdot 11 = 9240$
b aantal = $7 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 2 \cdot 10 = 3360$
- 7 Aantal kasten met een houten deur is $3 \cdot 4 \cdot 4 = 48$.
Aantal kasten met een glazen deur is $3 \cdot 4 \cdot 2 = 24$.
Totaal aantal is $48 + 24 = 72$.
- 8 a aantal = $8 \cdot 5 \cdot 4 = 160$
b aantal = $8 \cdot 7 \cdot 4 = 224$
c aantal = $8 \cdot 5 \cdot 4 + 4 \cdot 7 \cdot 7 + 3 \cdot 3 \cdot 4 = 392$
d vevivi of vivevi of vivive
aantal = $3 \cdot 7 \cdot 7 + 4 \cdot 3 \cdot 7 + 4 \cdot 7 \cdot 4 = 343$

Bladzijde 151

- 9 a aantal = $26^2 \cdot 10^4 = 6760000$
b aantal = $26^2 \cdot 10^4 + 10^4 \cdot 26^2 = 13520000$
c Er zijn $26 - 8 = 18$ beschikbare letters.
aantal = $18^4 \cdot 10^2 = 10497600$
d Aantal in serie 7 is $10^2 \cdot 18^3 \cdot 10 - 6 \cdot 10^3 = 5826000$.
Aantal in serie 8 is $10 \cdot 18^3 \cdot 10^2 - 6 \cdot 10^3 = 5826000$.
Totaal aantal is $2 \cdot 5826000 = 11652000$.

- e** Aantal in serie 10 is $18 \cdot 10^3 \cdot 18^2 = 5\,832\,000$.
 Aantal in serie 11 is $18^3 \cdot 10^2 \cdot 18 - 9 \cdot 10^2 \cdot 18 = 10\,481\,400$.
 Dus er zitten $10\,481\,400 - 5\,832\,000 = 4\,649\,400$ meer kentekens in serie 11.
- f** Dit is alleen mogelijk in series 7, 8 en 11.
 aantal = $10^3 + 10^3 + 10^2 \cdot 18 = 3800$

- 10 a** aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
b aantal = $8 \cdot 8 \cdot 8 = 512$

Bladzijde 153

- 11 a** aantal = $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$
 aantal = $6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$
b aantal = $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$
c aantal = $6 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 576$
- 12 a** aantal = $10 \cdot 17 \cdot 16 = 2720$
b aantal = $10 \cdot 8 \cdot 7 = 560$
c Voor foto's en verslag krijg je FN *of* NF en voor de route maakt het niet uit.
 aantal = $10 \cdot 8 \cdot 16 + 8 \cdot 10 \cdot 16 = 2560$

- 13** A naar R naar L naar A *of* A naar L naar R naar A
 aantal = $2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 864$

- 14 a** aantal = $7 \cdot 6 \cdot 6 = 252$
b aantal = $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$
c aantal = $7 \cdot 6^4 = 9072$

Bladzijde 154

- 15 a** aantal = $2 \cdot 5 \cdot 4 = 40$
b Er zijn $7 + 4 + 3 + 2 = 16$ films in andere genres dan comedy en drama.
 aantal = $5 \cdot 16 \cdot 4 = 320$
c hdc *of* hcd
 aantal = $4 \cdot 4 \cdot 5 + 4 \cdot 5 \cdot 4 = 160$
d aantal = $4 \cdot 7 \cdot 3 = 84$
- 16 a** aantal = $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
b Het eerste cijfer moet een 6, 7 of 8 zijn, dus 3 mogelijkheden voor het eerste cijfer.
 aantal = $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180$
c aantal = $6^4 = 1296$
d Het eerste cijfer moet een 6 zijn, dus 1 mogelijkheid voor het eerste cijfer.
 Het tweede cijfer moet een 3 of 4 zijn, dus 2 mogelijkheden voor het tweede cijfer.
 aantal = $1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 = 72$
e Het eerste cijfer moet een 3, 4 of 5 zijn *of* het eerste cijfer moet een 6 zijn en het tweede cijfer een 3 of 4.
 aantal = $3 \cdot 6^3 + 1 \cdot 2 \cdot 6^2 = 720$
- 17** Aantal bij situatie 1 is $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$.
 Aantal bij situatie 2 is $5^4 = 625$.
 Aantal bij situatie 3 is $6 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 = 750$.
 Situatie 1 komt het minst voor en is het meeste punten waard.
 Situatie 3 komt het meest voor en is het minste punten waard.
- 18** Er zijn drie situaties:
 Begin met het cijfer 1, dan is het aantal $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$.
 Begin met het cijfer 2, dan is het aantal $1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 = 4$.
 Begin met het cijfer 3, dan is het aantal $1 \cdot 1 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 2 = 4$.
 Dus Rosalin kan maximaal $4 + 4 + 4 = 12$ getallen opschrijven.

4.2 Permutaties en combinaties

Bladzijde 156

- 19 a aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$
b aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 40320$

Bladzijde 157

- 20 a aantal = $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95040$
b aantal = $56 \cdot 55 \cdot \dots \cdot 34 \cdot 33 \approx 8,2 \cdot 10^{37}$
c aantal = $6! = 720$
- 21 a aantal = $4! = 24$
b aantal = $1 \cdot 3! = 6$

- 22 28 minuten en 12 seconden = 28,2 minuten

Het aantal volgordes is $10!$, dus $10! \cdot 28,2 = 102\,332\,160$ minuten = $\frac{102\,332\,160}{60 \cdot 24 \cdot 365} \approx 195$ jaar.

- 23 a aantal = $9! = 362\,880$
b aantal = $9 \cdot 8 = 72$
c aantal = $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 60\,480$
- 24 a Hoeveel 6-lettercodes zonder herhaling zijn er mogelijk?
b Hoeveel 4-lettercodes met herhaling zijn er mogelijk?
c Hoeveel 3-lettercodes zonder herhaling zijn er mogelijk?
d Hoeveel 3-lettercodes met herhaling zijn er mogelijk?

Bladzijde 158

- 25 a aantal = $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 = 11\,880$
b Als ze de kazen één voor één opdient, dan maakt de volgorde uit. Dus met elke selectie van vier kazen kan ze $4! = 24$ verschillende menu's maken. Als ze de kazen tegelijk serveert, dan is er geen volgorde, dus elke selectie van vier kazen is slechts één menu.

Bladzijde 159

- 26 a combinaties
b combinaties
c permutaties
d permutaties
e combinaties
- 27 a aantal = $\binom{18}{4} = 3060$
b aantal = $\binom{45}{6} = 8\,145\,060$
c aantal = $\binom{20}{15} = 15\,504$
d aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

Bladzijde 160

- 28 Er zijn $8 \cdot 8 = 64$ vakjes.
aantal = $\binom{64}{10} \approx 1,5 \cdot 10^{11}$
- 29 a aantal = $14! \approx 8,7 \cdot 10^{10}$
b aantal = $\binom{14}{3} = 364$
c aantal = $6 \cdot 5 \cdot 3 = 90$
d aantal = $\binom{6}{3} = 20$

- 30 Ze kan eerst $\binom{5}{2} = 10$ teams samenstellen, daarna kan ze $\binom{10}{2} = 45$ teams samenstellen.

Dus $\frac{45}{10} = 4,5$ keer zo veel.

- 31 a Op hoeveel manieren kun je een drietal kiezen uit 7 personen?
b Op hoeveel manieren kun je een top-4 kiezen uit 7 muzieknnummers?

- 32 a aantal = $\binom{60}{5} = 5\,461\,512$
b aantal = $\binom{40}{4} = 91\,390$
c aantal = $\binom{60}{5} \cdot \binom{40}{4} \approx 5,0 \cdot 10^{11}$

Bladzijde 161

- 33 a aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{3}{2} = 45$
b aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{19}{1} = 855$
c aantal = $\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{1} + \binom{5}{4} = 235$
d aantal = $\binom{6}{4} + \binom{14}{4} + \binom{5}{4} = 1021$
e De eerste is 17 jaar *of* de tweede is 17 jaar.
aantal = $5 \cdot 23 + 23 \cdot 5 = 230$
f aantal = $6 \cdot 5 + 14 \cdot 13 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 238$

Bladzijde 162

- 34 a aantal = $\binom{36}{8} = 30\,260\,340$
b aantal = $\binom{33}{4} \cdot \binom{36}{4} = 2\,410\,392\,600$
c aantal = $\binom{20}{2} \cdot \binom{13}{6} = 326\,040$
d aantal = $\binom{36}{3} \cdot \binom{33}{5} = 1\,694\,579\,040$
e Dus 7 *of* 8 personen uit de jongste leeftijdsgroep.
aantal = $\binom{20}{7} \cdot \binom{49}{1} + \binom{20}{8} = 3\,924\,450$
f aantal = $33 \cdot 32 \cdot 31 = 32\,736$
g aantal = $13 \cdot 68 \cdot 67 = 59\,228$

- 35 a Ze kiest de maat *en* de zuivelsoort *en* de fruitsoorten *en* de groentesoorten.

$$\text{aantal} = \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{10}{3} \cdot \binom{9}{2} = 38\,880$$

- b Ze kiest 1 fruitsoort *of* 2 fruitsoorten.

$$\text{aantal} = \binom{2}{1} \cdot \binom{10}{1} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{8}{1} + \binom{2}{1} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{8}{1} = 73\,920$$

- c Ze kiest 2 *of* 3 *of* 4 groentesoorten.

$$\text{aantal} = \binom{3}{1} \cdot \binom{9}{2} + \binom{3}{1} \cdot \binom{9}{3} + \binom{3}{1} \cdot \binom{9}{4} = 738$$

Bladzijde 163

- 36 Ivo en Sandra gaan beide mee boodschappen doen *of* beide niet mee boodschappen doen.

$$\text{aantal} = \binom{5}{2} + \binom{5}{4} = 15$$

- 37** a $\text{aantal} = \binom{4}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{6}{2} = 450$
 b $\text{aantal} = \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 21$
 c $\text{aantal} = \binom{6}{1} \cdot \binom{5}{3} + \binom{6}{1} \cdot \binom{4}{3} = 84$
 d Hij kiest geen dessert *of* wel een dessert.
 $\text{aantal} = \binom{15}{4} + \binom{15}{4} \cdot \binom{4}{1} = 6825$
 e $\text{aantal} = 4 \cdot 3 \cdot 2 + 5 \cdot 4 \cdot 3 + 6 \cdot 5 \cdot 4 = 204$
- 38** a Op hoeveel manieren kun je een drietal kiezen uit zes personen of een tweetal uit vijf personen?
 b Op hoeveel manieren kun je een top-3 samenstellen uit 8 popnummers of een top-3 uit 5 klassieke nummers?

4.3 Allerlei telproblemen

Bladzijde 165

- 39** Er zijn 10 verschillende rijtjes:
 WWZZZ ZWZWZ
 WZWZZ ZWWZZ
 WZZWZ ZZWWZ
 WZZZW ZZWZW
 ZWZZW ZZZWW

Bladzijde 166

- 40** a $\text{aantal} = \binom{10}{8} = 45$
 b $\text{aantal} = \binom{10}{5} = 252$
 c $\text{aantal} = 2^{10} = 1024$
- 41** Situatie 1 en 3 zijn te vertalen naar rijtjes van A's en B's.
 Het aantal in situatie 1 is $\binom{8}{3} = 56$.
 Het aantal in situatie 3 is $\binom{10}{5} = 252$.
- 42** 80% van 20 is $0,8 \cdot 20 = 16$, dus je moet minstens 16 vragen juist beantwoorden.
 Dus je kunt op $\binom{20}{16} + \binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20} = 6196$ manieren het formulier invullen om toegelaten te worden.
 Het totaal aantal manieren is $2^{20} = 1\,048\,576$, dus dat is $\frac{6196}{1\,048\,576} \times 100\% \approx 0,6\%$.

Bladzijde 167

- 43** a Bijvoorbeeld NNNNOOOO of NNOONNOO.
 b Er staan 8 letters in een route van A naar B, daar staat 4 keer de letter N bij.
 c $\text{aantal} = \binom{8}{4} = 70$
- 44** a $\text{aantal} = \binom{6}{2} = 15$
 b $\text{aantal} = \binom{6}{3} = 20$
 c $\text{aantal} = \binom{6}{5} = 6$
 d $\text{aantal} = 2^6 = 64$

Bladzijde 168

- 45** **a** Om in bakje C te eindigen moet het balletje 4 keer naar links en 2 keer naar rechts vallen.
b $\text{aantal} = \binom{6}{4} = 15$
c Om in bakje D te eindigen moet het balletje 3 keer naar links en 3 keer naar rechts vallen.
 Dit geeft $\text{aantal} = \binom{6}{3} = 20$.
 Om in bakje B te eindigen moet het balletje 5 keer naar links en 1 keer naar rechts vallen.
 Dit geeft $\text{aantal} = \binom{6}{5} = 6$.
 Er zijn dus $20 - 6 = 14$ meer routes die in D eindigen dan in B.

- 46** **a** Als de eerste wagon een 6, 7 of 8 is, dan is het getal groter dan 6000. Daarna hoeft Jori alleen nog naar de getallen tussen 5500 en 6000 te kijken. Dat is het geval als de eerste wagon een 5 en de tweede wagon een 6, 7 of 8 is.
b De eerste situatie heeft $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180$ mogelijkheden.
 De tweede situatie heeft $1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 36$ mogelijkheden.
c $\text{aantal} = 180 + 36 = 216$

Bladzijde 169

- 47** *pdhdp of phdhp*
 $\text{aantal} = 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 5 \cdot 4 + 5 \cdot 8 \cdot 6 \cdot 7 \cdot 4 = 11\,520$

- 48** **a** *5 of 6 of 7 A's.*
 $\text{aantal} = \binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 29$
b Meer A's dan B's, dus *4 of 5 of 6 A's.*
 $\text{aantal} = \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 22$
c $\text{aantal} = 2^9 = 512$

Bladzijde 170

- 49** **a** $\text{aantal} = \binom{8}{3} = 56$
b $\text{aantal} = \binom{7}{2} + \binom{8}{2} = 49$
c $\text{aantal} = 3^6 = 729$
- 50** **a** vier zessen en een vier
b Bij 'drie zessen en twee vijven' zijn er $\binom{5}{3} = 10$ mogelijkheden.
 Bij 'vier zessen en een vier' zijn er $\binom{5}{4} = 5$ mogelijkheden.
c $\text{aantal} = 10 + 5 = 15$
- 51** **a** 'twee enen en twee tweeën' of 'drie enen en een drie'
 $\text{aantal} = \binom{4}{2} + \binom{4}{1} = 10$
b 'twee vijven en vier zessen' of 'een vier en vijf zessen'
 $\text{aantal} = \binom{6}{4} + \binom{6}{5} = 21$

- 52** Als alle wagons overal geplaatst zouden mogen worden, dan zijn er $5! = 120$ mogelijkheden. Bij de helft van deze mogelijkheden staat wagon A dichterbij de locomotief dan wagon B. Dus aantal = $\frac{1}{2} \cdot 120 = 60$.

Alternatieve uitwerking:

A als eerste en de rest daarna

$$\text{aantal} = 4! = 24$$

C, D of E als eerste, A als tweede en de rest daarna

$$\text{aantal} = 3 \cdot 3! = 18$$

C, D of E als eerste en tweede, A als derde en de rest daarna

$$\text{aantal} = 3 \cdot 2 \cdot 2! = 12$$

C, D en E als eerste, A als vierde en B als laatste

$$\text{aantal} = 3! = 6$$

Dus aantal = $24 + 18 + 12 + 6 = 60$.

- 53** Tel het aantal vierkanten van klein naar groot per soort.
aantal = $16 + 4 + 16 + 9 + 4 + 1 = 50$

Bladzijde 172

- 54** Elk mogelijk tweetal schudt handen.

$$\text{aantal} = \binom{12}{2} = 66$$

- 55** Elke medewerker heeft 6 mogelijkheden.
aantal = $6^{12} = 2\,176\,782\,336$

- 56** Het probleem is te vertalen naar een rijtje van 2 A's en 6 B's of 3 A's en 5 B's.

$$\text{aantal} = \binom{8}{2} + \binom{8}{3} = 84$$

- 57** Het grootste stuk kan op 4 manieren gelegd worden. Voor elk van deze 4 kan het één na grootste stuk op 3 manieren gelegd worden. Tot slot zijn er 3 plaatsten over voor de laatste 2 stukken.

$$\text{aantal} = 4 \cdot 3 \cdot \binom{3}{2} = 36$$

- 58** Hij heeft de volgende mogelijkheden: MaWoVr, MaWoZa, MaDoZa, DiDoZa, DiDoZo, DiVrZo en WoVrZo. Dus 7 verschillende schema's.

- 59** Elk van de 8 rechthoeken krijgt een van de 4 kleuren, dus permutaties.

$$\text{aantal} = 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 1680$$

Bladzijde 173

- 60** Met rood onder RBGRB
RBGBR
RBRGB
RBRBG
RGRBR

Dus dat zijn 5 mogelijkheden.

- Met blauw onder BRGBR
BRGRB
BRBGR
BRBRG
BGRBR

Dus ook 5 mogelijkheden.

- Met groen onder GRBRB
GBRBR

Dus dat zijn 2 mogelijkheden.

$$\text{aantal} = 5 + 5 + 2 = 12$$

- 61 $1 + 1 + 0,20$
 $1 + 0,50 + 0,50 + 0,20$
 $0,50 + 0,50 + 0,50 + 0,50 + 0,20$
 $1 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20$
 $0,50 + 0,50 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20 + 0,20$
 Dus 5 mogelijkheden.

- 62 Voor de grote boot zijn er 12 mogelijkheden. Daarna zijn er 7 overgebleven hokjes, waar 2 boten in worden geplaatst.

$$\text{aantal} = 12 \cdot \binom{7}{2} = 252$$

- 63 Voor het grootste stuk zijn er 4 mogelijkheden waarbij de gehele figuur te bedekken is met de overige 3 stukken. De overige 3 stukken kunnen dan op $3!$ manieren geplaatst worden.

$$\text{aantal} = 4 \cdot 3! = 24$$

Bladzijde 174

- 64 Voor het eerste stuk zijn er $8 \cdot 8 = 64$ mogelijke velden. Voor het tweede stuk zijn er dan nog $7 \cdot 7 = 49$ mogelijke velden over, enzovoort.

$$\text{aantal} = 64 \cdot 49 \cdot 36 \cdot 25 = 2\,822\,400$$

- 65 Zonder de eis zou Mitchel van 0 tot en met 5 goudstukken krijgen en van 0 tot en met 10 zilverstukken. Dat kan op $6 \cdot 11 = 66$ manieren.

Als Mitchel geen goud- of zilverstukken krijgt of als Mitchel alle goud- en zilverstukken krijgt, dan wordt niet aan de eis voldaan. Dat zijn dus 2 mogelijkheden.

$$\text{aantal} = 66 - 2 = 64$$

- 66 a $\text{aantal} = 16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 5 \approx 8,7 \cdot 10^{11}$

b $\text{aantal} = 12! = 479\,001\,600$

- c In elke rij laat ze een plaats leeg, dat kan op 4^4 manieren.

Daarna heeft ze nog 12 plaatsen over voor 12 icoontjes, dat kan op $12!$ manieren.

$$\text{aantal} = 4^4 \cdot 12! \approx 1,2 \cdot 10^{11}$$

- d Er zijn 4 kolommen en 4 rijen, dus 8 mogelijkheden. Voor elk van deze 8 mogelijkheden zijn er $4!$ mogelijkheden om haar socialmedia-apps te plaatsen.

Daarna heeft ze nog 12 plaatsen over voor 8 icoontjes.

$$\text{Dus totaal aantal} = 8 \cdot 4! \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 6 \cdot 5 = 3\,832\,012\,800.$$

Bladzijde 175

- 67 De eerste zet gaat naar A. Voor de twee zetten daarop heb je de keuze tussen 'naar S en weer naar A' of 'naar B en weer naar A', enzovoorts. Voor zet 12 en 13 heb je de keuze tussen 'naar S en naar F' of 'naar B en naar F'. In totaal maak je 6 keuzes met 2 keuzemogelijkheden.

$$\text{aantal} = 2^6 = 64$$

- 68 Voor het drietal zijn 13 verschillende waarden mogelijk. Van die waarde moeten er 3 gekozen worden van de 4 beschikbare soorten, dat kan op $\binom{4}{3}$ manieren. Voor het tweetal zijn er dan nog 12 verschillende waarden mogelijk. Van die waarde moeten er 2 gekozen worden van de 4 beschikbare soorten, dat kan op $\binom{4}{2}$ manieren.

$$\text{aantal} = 13 \cdot \binom{4}{3} \cdot 12 \cdot \binom{4}{2} = 3744$$

In totaal zijn er $\binom{52}{5} = 2\,598\,960$ sets van 5 kaarten mogelijk.

$$\text{Dus het is } \frac{3744}{2\,598\,960} \times 100\% \approx 0,14\%.$$

Diagnostische toets

Bladzijde 178

- 1 a aantal = $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$
b aantal = $3 \cdot 4 \cdot 1 = 12$
- 2 a aantal = $9^5 = 59\,049$
b aantal = $1 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 1 = 1000$
c aantal = $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30\,240$
d aantal = $10 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$
- 3 a aantal = $9 \cdot 10 = 90$
b aantal = $9 \cdot 8 + 10 \cdot 9 = 162$
c aantal = $13 \cdot 12 = 156$
d aantal = $9 \cdot 8 + 6 \cdot 5 + 4 \cdot 3 = 114$
- 4 a aantal = $8! = 40\,320$
b aantal = $\binom{8}{5} = 56$
c aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 = 336$

Bladzijde 179

- 5 a aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{3} = 840$
b aantal = $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 = 2040$
c 2 vierdeklassers en 1 vijfdeklasser *of* 1 vierdeklasser en 2 vijfdeklassers *of* 3 vijfdeklassers
aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{8}{1} + \binom{6}{1} \cdot \binom{8}{2} + \binom{8}{3} = 344$
- 6 a aantal = $\binom{11}{6} = 462$
b aantal = $2^{11} = 2048$
c 0 keer munt *of* 1 keer munt *of* 2 keer munt
aantal = $\binom{11}{0} + \binom{11}{1} + \binom{11}{2} = 67$
- 7 a aantal = $2^{10} = 1024$
b Gelijke stand is 5 doelpunten elk.
aantal = $\binom{10}{5} = 252$
c Na de eerste 3 doelpunten zijn er nog 7 doelpunten te scoren, waar Stijn er 6 *of* 7 van moet scoren om te winnen.
aantal = $\binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 8$
- 8 Bij variant I kun je vier situaties onderscheiden:
1. De verticale boot wordt in kolom A geplaatst, dat kan op 1 manier en er zijn dan 3 mogelijkheden voor de horizontale boot.
2. De verticale boot wordt bovenin kolom B geplaatst, dat kan op 1 manier en er zijn dan 2 mogelijkheden voor de horizontale boot.
3. De verticale boot wordt onderin kolom B geplaatst, dat kan op 1 manier en er is dan 1 mogelijkheid voor de horizontale boot.

4. De verticale boot wordt in kolom C geplaatst, dat kan op 2 manieren en er zijn dan telkens 3 mogelijkheden voor de horizontale boot.

Voor de horizontale en verticale boot zijn er dus $1 \cdot 3 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 = 12$ mogelijkheden.

Voor de kleine boot zijn er dan nog 4 hokjes beschikbaar.

aantal variant I = $12 \cdot 4 = 48$

Bij variant II kan de grote boot op 4 manieren geplaatst worden. Voor de kleine boten zijn er dan nog 5 hokjes beschikbaar.

aantal variant II = $4 \cdot \binom{5}{2} = 40$

Dus bij variant I zijn de meeste opstellingen mogelijk.

Gemengde opgaven

1 Tabellen en grafieken

Bladzijde 180

- 1 a** Dat is $\frac{22}{102} \times 100\% \approx 21,2\%$.
- b** 14,0% is 13 leerlingen, dus er zaten $\frac{13}{0,14} \approx 93$ leerlingen in 5 havo.
- c** In 2015-2016 waren er $104 + 88 = 192$ leerlingen en in 2019-2020 waren dat er $106 + 98 = 204$.
De toename is $\frac{204 - 192}{192} \times 100\% \approx 6,3\%$.
- d** Dat waren $1,057 \cdot 106 \approx 112$ leerlingen.
- e** Het aantal leerlingen in de bovenbouw havo in het schooljaar 2014-2015 was $\frac{104 + 88}{0,965} \approx 199$.
Dus in 4 havo zaten $199 - 92 = 107$ leerlingen.
- 2 a** In 8 jaar 43 minder, dus in 1 jaar $\frac{43}{8}$ minder.
2010 is 6 jaar na 2004, dus in 2010 is het $561 - 6 \cdot \frac{43}{8} \approx 529$ kg.
- b** In 5 jaar 22 minder, dus in 1 jaar $\frac{22}{5}$ minder.
2024 is 7 jaar na 2017, dus in 2024 is het $496 - 7 \cdot \frac{22}{5} \approx 465$ kg.
- c** In 13 jaar 65 minder, dus in 1 jaar $\frac{65}{13} = 5$ minder.
Vanaf 2017 moet er $496 - 300 = 196$ kg minder afval per persoon komen, dat duurt $\frac{196}{5} = 39,2$ jaar.
Dus in het jaar $2017 + 39 = 2056$.

Bladzijde 181

- 3 a** Dat zijn $0,0212 \cdot 6138 \approx 130$ gouden medailles.
- b** Het totaal aantal medailles is $0,01035 \cdot 18\,845 \approx 195$, dus het aantal bronzen medailles is $\frac{5}{13} \cdot 195 = 75$.
- c** Noorwegen won in totaal $\frac{368}{0,708} \approx 520$ medailles, dat is $\frac{520}{18\,845} \times 100\% \approx 2,76\%$.
- 4 a** aantal vwo = $\frac{2}{11} \cdot 200\,893 \approx 36\,526$
aantal havo = $\frac{3}{11} \cdot 200\,893 \approx 54\,789$
aantal vmbo = $\frac{6}{11} \cdot 200\,893 \approx 109\,578$
- b** 3 delen is 53 974 leerlingen, dus het totale aantal is $\frac{11}{3} \cdot 53\,974 \approx 197\,905$ leerlingen.
- c** Het totaal van 11 delen neemt met 10% af, dit geeft $0,9 \cdot 11 = 9,9$ delen.
Dus $p = 9,9 - 2 - 3 = 4,9$.
De verhouding is $2 : 3 : 4,9$ oftewel $20 : 30 : 49$.

Bladzijde 182

- 5 a** 1,5 mm = 0,15 cm en 1,4 meter = 140 cm
Dus $0,15 \cdot 140 \cdot 20 = 420$ cm³ fineer.
- b** $420 \cdot 12 \cdot 60 \cdot 324 = 97\,977\,600$ cm³ $\approx 98,0$ m³
- c** 3 delen is 5775 planken, dus 1 deel is $\frac{5775}{3} = 1925$ planken.
Dus in totaal $8 \cdot 1925 = 15\,400$ planken per maand.

- 6 a** In 2003 was de gemiddelde huizenprijs 212 500 euro en in 2018 was dat 265 000 euro.

De procentuele verandering is $\frac{265\,000 - 212\,500}{212\,500} \times 100\% \approx 24,7\%$.

- b** In 2010 was de rente 4,9%, dus de familie Erker betaalt $0,049 \cdot 250\,000 = 12\,250$ euro rente per jaar.

Gedurende 5 jaar is dat $5 \cdot 12\,250 = 61\,250$ euro.

- c** In 2004 was de rente 4,8% per jaar.

De familie Feraart betaalde $0,048 \cdot 225\,000 = 10\,800$ euro rente per jaar, dat is

$$\frac{10\,800}{12} = 900 \text{ euro per maand.}$$

In 2018 was de rente 1,7% per jaar en de waarde van het huis was 265 000 euro.

De familie Geerts betaalde $0,017 \cdot 265\,000 = 4505$ euro rente per jaar, dat is

$$\frac{4505}{12} \approx 375,42 \text{ euro per maand.}$$

Dus de familie Feraart betaalde meer rente per maand, het scheelt ongeveer

$$900 - 375,42 = 524,58 \text{ euro.}$$

Bladzijde 183

- 7 a** Bij $B = 20$ hoort $A = 88$.

Bij $A = 88$ hoort $J = 6$.

Dus 6 jongen per broedpaar.

- b** Bij $J = 10$ hoort $A = 50$.

Bij $A = 50$ hoort $B = 10$.

Dus 10 kg beukennoten per hectare.

- c** Het aantal kg beukennoten per hectare is $B = \frac{300}{6} = 50$.

Bij $B = 50$ hoort $A = 140$.

Bij $A = 140$ hoort $J = 4$.

Er waren 140 broedparen met gemiddeld 4 jongen per broedpaar, dus in totaal

$$140 \cdot 4 = 560 \text{ jongen.}$$

- 8 a,b**

land	aantal sporters per miljoen inwoners	aantal medailles per sporter
VS	1,7	0,21
China	0,3	0,17
Australië	18,6	0,07
Nederland	14,6	0,08
Jamaica	19,0	0,19

- c** Dan had Nederland $\frac{11}{57} \cdot 249 \approx 48$ medailles moeten winnen.

- d** Australië heeft 23,2 miljoen inwoners en China 1379,3 miljoen.

Dus China had met $\frac{431}{23,2} \cdot 1379,3 \approx 25\,624$ sporters naar de Olympische spelen moeten gaan.

Bladzijde 184

- 9 a** Hij doet $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{120} + \frac{65}{130} = 1,47$ uur over de afstand, dat is $1,47 \cdot 60 \approx 88$ minuten.

- b** Hij doet nu $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{120} + \frac{65}{120} = 1,51\dots$ uur over de afstand, dat is $1,51\dots \cdot 60 \approx 91$ minuten.

Dus hij doet er ongeveer $91 - 88 = 3$ minuten langer over.

- c** Hij doet nu $\frac{6}{50} + \frac{15}{100} + \frac{84}{100} + \frac{65}{100} = 1,76$ uur over de afstand, dat is $1,76 \cdot 60 \approx 106$ minuten.

Dus hij doet er ongeveer $106 - 88 = 18$ minuten langer over.

- d** Hij verbruikt $\frac{6}{100} \cdot 5,8 + \frac{15}{100} \cdot 5,5 + \frac{84}{100} \cdot 7,7 + \frac{65}{100} \cdot 9,4 = 13,751$ liter per rit.
Dus per week verbruikt hij $4 \cdot 13,751 \approx 55$ liter benzine.
- e** Hij verbruikt nu $\frac{6}{100} \cdot 5,8 + \frac{15}{100} \cdot 5,5 + \frac{84}{100} \cdot 5,5 + \frac{65}{100} \cdot 5,5 = 9,368$ liter per rit.
Dat is een besparing van $\frac{13,751 - 9,368}{13,751} \times 100\% \approx 31,9\%$.

Bladzijde 185

- 10 a** Ze betalen voor de plaats en de toeristenbelasting, dat is in totaal
 $6 \cdot 21,50 + 2 \cdot 6 \cdot 0,92 = 140,04$ euro.
- b** Het betreft 14 nachten in het hoogseizoen en ze reserveren, dus ze betalen
 $14 \cdot 28,70 + 5 + 2 \cdot 14 \cdot 0,92 = 432,56$ euro.
- c** Het betreft 18 nachten in het laagseizoen en ze reserveren, dat kost
 $18 \cdot 25,50 + 5 + 2 \cdot 18 \cdot 0,92 = 497,12$ euro als ze het aantal nachten betalen.
Nemen ze een arrangement, dan kost het $370 + 55 + 5 + 2 \cdot 18 \cdot 0,92 = 463,12$ euro.
Dus het arrangement is het voordeligst.
- d** 25 mei t/m 28 mei is het laagseizoen, dat zijn 3 nachten.
29 mei t/m 10 juni is het hoogseizoen, dat zijn 12 nachten.
De kinderen komen 3 nachten en voor hen hoeven alleen de extra kosten en de toeristenbelasting betaald te worden.
Ze betalen $3 \cdot 18,50 + 12 \cdot 23,70 + 5 + 2 \cdot 15 \cdot 0,92 + 2 \cdot 3 \cdot 4,20 + 2 \cdot 3 \cdot 0,92 = 403,22$ euro.

Bladzijde 186

- 11 a** De dagwaarde is 5000 euro.
- b** De dagwaarde van de auto van Herbert is 8000 euro.
Een dagwaarde van 8000 euro en 50000 km geeft een leeftijd van 7 jaar.
Dus de auto van Tom is 7 jaar oud.
- c** Van 1 juli 2013 t/m 1 januari 2020 is 6,5 jaar oftewel 78 maanden.
De dagwaarde van de auto is dan 7500 euro.
De totale verzekeringskosten waren $78 \cdot 38 = 2964$ euro.
Dus Jeroen is $7500 - 2964 = 4536$ euro goedkoper uit.
- 12 a** 3843 miljoen pinbetalingen per jaar, dus $\frac{3843 \cdot 10^6}{365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60} \approx 122$ pinbetalingen per seconde.
- b** Het gemiddeld pinbedrag in 2010 was $\frac{80,9 \cdot 10^9}{2154 \cdot 10^6} \approx 37,56$ euro.
Het gemiddeld pinbedrag in 2017 was $\frac{100,6 \cdot 10^9}{3843 \cdot 10^6} \approx 26,18$ euro.
De afname is $\frac{37,56 - 26,18}{37,56} \times 100\% \approx 30,3\%$.
- c** In 7 jaar $3843 - 2154 = 1689$ meer, dus in 1 jaar $\frac{1689}{7}$ meer.
2025 is 8 jaar na 2017, dus in 2025 zijn het $3843 + 8 \cdot \frac{1689}{7} \approx 5773$ miljoen pinbetalingen.

2 De statistische cyclus

Bladzijde 187

- 13 a** Vraag II gaat uit van een veronderstelling, want er wordt verondersteld dat dieren hinder ondervinden.
Vraag III mondt uit in een advies, want er worden te nemen maatregelen onderzocht.
Bij de overgebleven vraag I is er sprake van een causaal verband, want het directe gevolg van de windmolens op zeedieren wordt onderzocht.
- b** Bijvoorbeeld: Welke invloed hebben de windmolens op de gezondheid van de grijze zeehond?
- c** Bijvoorbeeld: In welke mate ondervinden zeedieren hinder van de windmolens?
- d** De populatie is de vogels die in aanraking komen met het windmolenpark.

- 14** a provincie: nominaal
 netnummer hoofdstad: nominaal
 waardering leefomgeving: ordinaal
 b aantal ziekenhuizen
 c $\hat{p} = \frac{548 + 168 + 34}{1025} \approx 0,73$

Bladzijde 188

- 15** a Het aantal dagen in juli met minder dan 6 uur zon was 13.
 Het aantal dagen in augustus met minstens 6 uur zon was $31 - 20 = 11$.
 Het aantal dagen in juli met minstens 4 uur, maar minder dan 8 uur zon was $25 - 10 = 15$.
 b De maand juli was het zonnigst, want er waren minder dagen met weinig uren zon vergeleken met augustus.
 c De standaardafwijking is 2,5 uur.
 d In juli scheen de zon $31 \cdot 5,7 = 176,7$ uur.
 In augustus was het minder zonnig, dus het totaal aantal uren in juli en augustus zal kleiner zijn dan $2 \cdot 176,6 = 353,4$ uur.
 Dus het totaal aantal is 315 uur.

cijfer	havo		vwo		Vcp
	perc.	cum. perc.	perc.	cum. perc.	
1	1	1	0	0	1
2	1	2	0	0	2
3	4	6	0	0	6
4	20	26	3	3	23
5	45	71	19	22	49 ← max.Vcp
6	17	88	21	43	45
7	8	96	23	66	30
8	3	99	18	84	15
9	1	100	9	93	7
10	0	100	7	100	0

Omdat $\text{max.Vcp} > 40$ is het verschil groot.

Bladzijde 189

- 17** a spreidingsbreedte = $39,6 - 0,6 = 39$ miljoen
 interkwartielafstand = $7,4 - 1,9 = 5,5$ miljoen
 b 75% van 50, dat is $0,75 \cdot 50 = 37,5$.
 Dus 37 staten hebben minstens zoveel inwoners als Nebraska.
 c Er zijn 50 staten, dus er is geen middelste.
 d De eerste 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{0,6 + 1,9}{2} = 1,25$ miljoen inwoners.
 De volgende 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{1,9 + 4,5}{2} = 3,2$ miljoen inwoners.
 Dus de schatting is $0,25 \cdot 50 \cdot 1,25 + 0,25 \cdot 50 \cdot 3,2 \approx 56$ miljoen inwoners.
 e De volgende 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{4,5 + 7,4}{2} = 5,95$ miljoen inwoners.
 De laatste 25% van de staten hebben gemiddeld ongeveer $\frac{7,4 + 39,6}{2} = 23,5$ miljoen inwoners.
 Dus de schatting is $56 + 0,25 \cdot 50 \cdot 5,95 + 0,25 \cdot 50 \cdot 23,5 \approx 424$ miljoen inwoners.
 Deze schatting is te hoog, omdat Californië een uitzonderlijk hoog inwonersaantal heeft, waardoor het geschatte gemiddelde van de laatste 25% te hoog is.

- 18 a** 1 Alleen bezoekers van de website zien de poll, dat zijn waarschijnlijk vooral sportieve studenten.
 2 Alleen studenten die de tijd nemen om te antwoorden worden meegenomen in het onderzoek.
 3 Alleen jongeren op straat worden ondervraagd, dat zullen soms ook geen studenten zijn.
- b** Bijvoorbeeld nominaal: Welke sport beoefen je?
 Bijvoorbeeld ordinaal: Hoe vaak sport je per week? Kies uit: nooit, 1-3 keer per week en meer dan 3 keer per week.

Bladzijde 190

- 19 a** spreidingsbreedte = 24 gram
 interkwartielafstand = $10 - 5 = 5$ gram
 Dus $\frac{5}{24} \times 100\% \approx 20,8\%$.
- b** De middens van de vier delen van de boxplot zijn: 2,5, 6,5, 9 en 17.
 Een schatting van het gemiddelde is $\frac{2,5 + 6,5 + 9 + 17}{4} = 8,75$.
 Dus 12 gram is geen redelijke schatting.
- c** Bij 25% hoort 5 gram, bij 50% hoort 8 gram en bij 75% hoort 10 gram, dat komt overeen met diagram 2.
- 20 a** De beoordeling is een kwalitatieve variabele.
b Als de helft van de beoordelingen 'helemaal mee oneens' is en de andere helft 'helemaal mee eens', dan zou het gemiddelde 'acceptabel' zijn. En dat komt niet overeen met de beoordelingen.
c De modus kan wel gebruikt worden.
d De steekproef is voldoende groot en aselekt.
e Deze optie is door $0,4 \cdot 3000 = 1200$ mensen gekozen.

Bladzijde 191

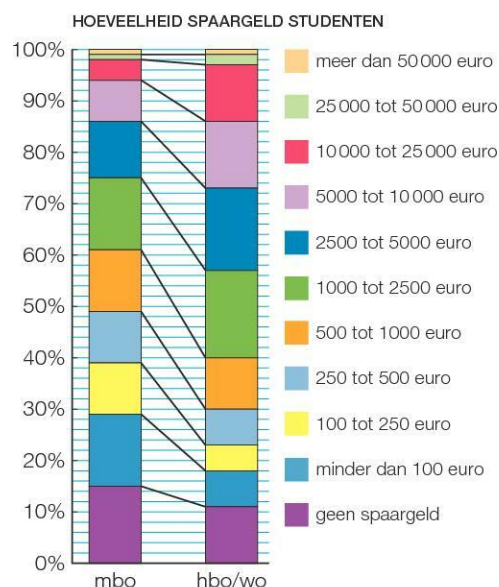
- 21 a** De variabelen 'geslacht' en 'bijbaan' zijn beide nominaal, want de waarden van de variabelen zijn geen getallen.
- b** $\phi = \frac{763 \cdot 457 - 327 \cdot 1196}{\sqrt{1090 \cdot 1633 \cdot 1939 \cdot 784}} \approx -0,026$
 Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.
- c** Vul de tabel verder in. Je krijgt

		bijbaan		
		ja	nee	
opleidingsniveau	hbo	1200	379	1579
	wo	739	405	1144
		1939	784	2723

$$\phi = \frac{1200 \cdot 405 - 379 \cdot 739}{\sqrt{1579 \cdot 1144 \cdot 1939 \cdot 784}} \approx 0,124$$

Omdat $-0,2 \leq \phi \leq 0,2$ is het verschil gering.

- d** Bepaal van alle klassen de Vcp of verbind de overeenkomstige klassen van beide groepen met lijnstukken. Zie de figuur hiernaast.
 Het steilste lijnstuk hoort bij de klasse met de max.Vcp.
 max.Vcp is de Vcp van de klasse 500 tot 1000.
 max.Vcp = $61 - 40 = 21$.
 Omdat $15 < \text{max.Vcp} \leq 30$ is het verschil middelmatig.



Bladzijde 192

- 22 a** De variabelen 'geluk' en 'spanning' zijn beide ordinaal.
b De variabele 'slaapduur' is continu, want elke tussenliggende waarde is mogelijk.
c Voor de strandwandelaars is $E = \frac{460 - 413}{\frac{1}{2}(59 + 71)} \approx 0,72$.
 Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ is dit verschil middelmatig.
 Voor de wandelaars in het binnenland is $E = \frac{430 - 417}{\frac{1}{2}(61 + 82)} \approx 0,18$.
 Omdat $E \leq 0,4$ is het verschil gering.

Bladzijde 193

- 23 a** $E = \frac{37,7 - 28,7}{\frac{1}{2}(25,6 + 17,8)} \approx 0,41$
 Omdat $0,4 < E \leq 0,8$ concludeert Corinne dat het verschil middelmatig is.
b • De boxen overlappen elkaar.
 • Geen van de medianen ligt buiten de box van de andere boxplot.
 Dus Corinne concludeert dat het verschil gering is.
c De Vcp is maximaal bij de leeftijd 50 jaar.
 $\text{max.Vcp} = 30 - 9 = 21$
 Omdat $15 < \text{max.Vcp} \leq 30$ is het verschil middelmatig.

3 Lineaire verbanden

- 24 a** $\left. \begin{array}{l} l: y = -\frac{3}{4}x + b \\ \text{door } A(2, 7) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{3}{4} \cdot 2 + b = 7 \\ -1\frac{1}{2} + b = 7 \\ b = 8\frac{1}{2} \end{array}$
 Dus $l: y = -\frac{3}{4}x + 8\frac{1}{2}$.
b $y_B = -\frac{3}{4} \cdot -2 + 8\frac{1}{2} = 1\frac{1}{2} + 8\frac{1}{2} = 10$
c $y = ax + b$ met $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 5}{2 - -1} = -2$
 $\left. \begin{array}{l} y = -2x + b \\ \text{door } P(-1, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot -1 + b = 5 \\ 2 + b = 5 \\ b = 3 \end{array}$
 Dus $m: y = -2x + 3$.
d $y_R = 13$ geeft $-2x_R + 3 = 13$
 $-2x_R = 10$
 $x_R = -5$

Bladzijde 194

- 25 a** $4 - (x - 3) = 2x$
 $4 - x + 3 = 2x$
 $-3x = -7$
 $x \approx 2,3$
b $0,3p - 8 = 2 - 0,8p$
 $1,1p = 10$
 $p \approx 9,1$
c $\frac{6x - 5}{7} = 0,12x + 6,5$
 $6x - 5 = 0,84x + 45,5$
 $5,16x = 50,5$
 $x \approx 9,8$

- 26 a** $5x - 2y = 12$
 $-2y = -5x + 12$
 $y = 2\frac{1}{2}x - 6$
- b** $3a + 4b = 12$
 $3a = -4b + 12$
 $a = -1\frac{1}{3}b + 4$
- c** $5,25T - 1,5t = 8,25$
 $-1,5t = -5,25T + 8,25$
 $t = 3,5T - 5,5$
- d** $y = 0$ geeft $3x + 0 = -4$
 $x = -1\frac{1}{3}$
 Snijpunt met de x -as is $(-1\frac{1}{3}, 0)$.
 $x = 0$ geeft $0 + 2y = -4$
 $y = -2$
 Snijpunt met de y -as is $(0, -2)$.

- 27 a** Per twee uur 30 000 liter, dus per kwartier $\frac{30\,000}{8} = 3750$ liter.
 $120\text{ m}^3 = 120\,000$ liter
 De formule is $W = -3750t + 120\,000$.
- b** Los op $-3750t + 120\,000 = 0$
 $-3750t = -120\,000$
 $t = 32$
 Dus na 32 kwartieren $= \frac{32}{4}$ uur = 8 uur is het zwembad leeg.
- c** Los op $-3750t + 120\,000 = 110\,625$
 $-3750t = -9375$
 $t = 2,5$
 Dus na $2,5 \cdot 15 = 37,5$ minuten zat er nog 110 625 liter water in het zwembad.

- 28 a** $B = ae + b$
 Bij $e = 3250$ hoort $B = 841,60$ en bij $e = 4426$ hoort $B = 1112,08$.
 $a = \frac{\Delta B}{\Delta e} = \frac{1112,08 - 841,60}{4426 - 3250} = 0,23$
 $B = 0,23e + b$
 $e = 3250$ en $B = 841,60$ $\left. \begin{array}{l} 0,23 \cdot 3250 + b = 841,60 \\ 747,50 + b = 841,60 \\ b = 94,10 \end{array} \right\}$
 Dus $B = 0,23e + 94,10$.
- b** Het vastrecht is 94,10 euro en de prijs per kWh is 0,23 euro.
- c** $B = 1050,44$ geeft $0,23e + 94,10 = 1050,44$
 $0,23e = 956,34$
 $e = 4158$
 Dus het verbruik was 4158 kWh.

- 29 a** Ja, want de schoenmaat geeft de lengte in Franse steken.
- b** Schoenmaat 43 heeft lengte $43 \cdot 6,67 \approx 287$ mm.
- c** E van 4 naar 8 is keer 2.
 Bij $E = 4$ hoort $F = 37$, maar bij $E = 8$ hoort niet $F = 2 \cdot 37 = 74$.
 Dus niet evenredig.
- d** Als E met 2 toeneemt, dan neemt F met 2,5 toe, dus een lineair verband.
 $F = aE + b$ met $a = \frac{\Delta F}{\Delta E} = \frac{2,5}{2} = 1,25$
 $F = 1,25E + b$ $\left. \begin{array}{l} 1,25 \cdot 4 + b = 37 \\ E = 4 \text{ en } F = 37 \end{array} \right\}$
 $5 + b = 37$
 $b = 32$
 Dus $F = 1,25E + 32$.
- e** $E = 9,5$ geeft $F = 1,25 \cdot 9,5 + 32 \approx 44$

Bladzijde 195

30 a $B = ar$
 $r = 248$ en $B = 372$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 248 = 372 \\ 248a = 372 \\ a = 1,5 \end{array} \right.$

Dus $B = 1,5r$.

b $B = ar$
 $r = 188$ en $B = 470$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 188 = 470 \\ 188a = 470 \\ a = 2,5 \end{array} \right.$

Dus $B = 2,5r$.

$r = 212$ geeft $B = 2,5 \cdot 212 = 530$

Dus de gordijnbreedte is 530 cm.

31 a $N_A = 4t$
 $N_B = 3t$ voor het eerste deel
 $N_B = 6t + b$ voor het tweede deel
 $N_B = 6t + b$
 $t = 20$ en $N_B = 100$ $\left\{ \begin{array}{l} 6 \cdot 20 + b = 100 \\ 120 + b = 100 \\ b = -20 \end{array} \right.$

Dus $N_B = 6t - 20$.

Los op $3t = 6t - 20$

$$-3t = -20$$

$$t = 6\frac{2}{3}$$

Geproduceerde stroopwafels

$N_B = 3t$ voor t tussen 0 en $6\frac{2}{3}$

$N_B = 6t - 20$ voor t groter dan $6\frac{2}{3}$

b Los op $4t = 6t - 20$

$$-2t = -20$$

$$t = 10$$

Dus na 10 jaar lag bedrijf B op kop.

Dat is $10 - 6\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$ jaar na de innovatie, oftewel $12 \cdot 3\frac{1}{3} = 40$ maanden.

32 a 1 uur en 5 minuten = 65 minuten
 $K_A = at + 5,50$
 $t = 65$ en $K_A = 15,90$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 65 + 5,50 = 15,90 \\ 65a = 10,4 \\ a = 0,16 \end{array} \right.$

Dus $K_A = 0,16t + 5,50$.

$K_C = at$
 $t = 45$ en $K_C = 13,05$ $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 45 = 13,05 \\ a = 0,29 \end{array} \right.$

Dus $K_C = 0,29t$.

b Los op $0,16t + 5,50 < 0,29t$

Voer in $y_1 = 0,16x + 5,5$ en $y_2 = 0,29x$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 42,3$.

Uit de plot volgt dat $t > 42,3$.

Dus Yvonne gaat minstens 43 minuten de auto huren.

Bladzijde 196

33 a 0,8 liter voor 9 m², dat is $\frac{0,8}{9} = \frac{4}{45}$ liter per m².

Dus $L = \frac{4}{45}P$.

b $L = 15$ geeft $\frac{4}{45}P = 15$

$$P = 168,75$$

Dus 168,75 m².

- 34 a** x = aantal volwassenen
 y = aantal kinderen
 $x + y = 80$, dus $y = 80 - x$
 $15x + 12y = 990$, dus $12y = -15x + 990$
 $y = -1,25x + 82,5$
Los op $80 - x = -1,25x + 82,5$
 $0,25x = 2,5$
 $x = 10$
 $y = 80 - 10 = 70$
Er zijn 70 kinderen aan boord.
- b** x = aantal kg appels
 y = aantal kg peren
 $x + y = 305$, dus $y = 305 - x$
 $1,5x + 1,25y = 400$, dus $1,25y = -1,5x + 400$
 $y = -1,2x + 320$
Los op $305 - x = -1,2x + 320$
 $0,2x = 15$
 $x = 75$
Hij verkoopt 75 kg appels.

- 35 a** $x = 31$ geeft voor mannen $L = 2,89 \cdot 31 + 70,6 \approx 160$ cm.
 $x = 31$ geeft voor vrouwen $L = 2,75 \cdot 31 + 71,5 \approx 157$ cm.
- b** Los op $2,89x + 70,6 = 180$
 $2,89x = 109,4$
 $x \approx 37,9$
Dus de humerus van een man van 180 cm is 37,9 cm.
Los op $2,75x + 71,5 = 180$
 $2,75x = 108,5$
 $x \approx 39,5$
De humerus van een vrouw van 180 cm is 39,5 cm.
- c** $x = 10$ geeft $L = 2,75 \cdot 10 + 71,5 = 99$
 $x = 40$ geeft $L = 2,75 \cdot 40 + 71,5 = 181,5$
De kleinste lichaamslengte is 99 cm en de grootste is 181,5 cm.
- d** Los op $2,89x + 70,6 - (2,75x + 71,5) = 4$
 $2,89x + 70,6 - 2,75x - 71,5 = 4$
 $0,14x = 4,9$
 $x = 35$
Dus bij een lengte van de humerus van 35 cm.

Bladzijde 197

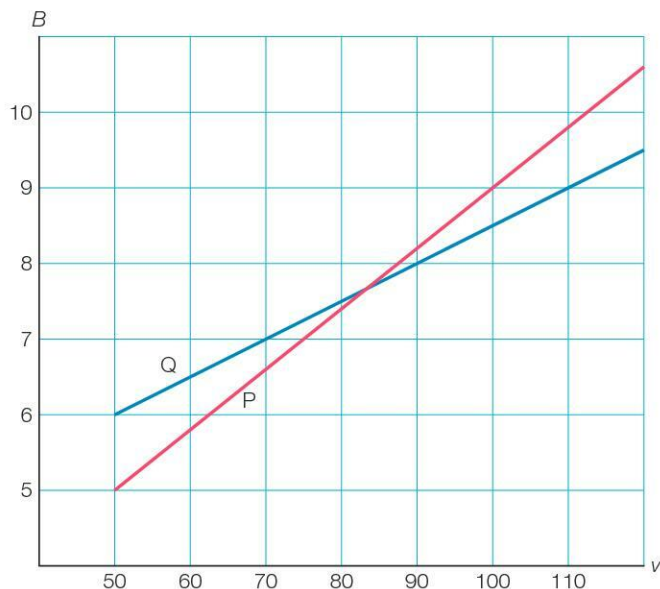
- 36 a** $B = av + b$
Bij $v = 60$ hoort $B = 6,5$ en bij $v = 100$ hoort $B = 8,5$.
 $a = \frac{\Delta B}{\Delta v} = \frac{8,5 - 6,5}{100 - 60} = 0,05$
 $B = 0,05v + b$
 $v = 60$ en $B = 6,5$ } $0,05 \cdot 60 + b = 6,5$
 $3 + b = 6,5$
 $b = 3,5$
Dus $B = 0,05v + 3,5$.

- b** merk P

v	50	100
B	5	9

merk Q

v	50	100
B	6	8,5



- c** Los op $0,08v + 1,0 = 0,05v + 3,5$
 $0,03v = 2,5$
 $v \approx 83,3$

Uit de figuur volgt dat het bij snelheden van meer dan 83,3 km/uur is.

- d** Los op $0,08v + 1,0 - (0,05v + 3,5) = 0,5$
 $0,08v + 1,0 - 0,05v - 3,5 = 0,5$
 $0,03v = 3,0$
 $v = 100$

Dus bij een snelheid van 100 km/uur.

4 Handig tellen

- 37 a** ABC of AC of ADC
aantal = $3 \cdot 2 + 2 + 3 \cdot 4 = 20$
b AD of ACD of ABCD
aantal = $3 + 2 \cdot 4 + 3 \cdot 2 \cdot 4 = 35$
c Hij loopt 1 of 2 of 3 keer over een weg langs het meer, de mogelijkheden zijn:
AB of BC of CA of (AB en BC) of (AB en CA) of (BC en CA) of (AB en BC en CA).
aantal = $1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 + 2 \cdot 1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 1 = 10$

alternatieve uitwerking

Zonder de voorwaarde zijn er in totaal $3 \cdot 2 \cdot 2 = 12$ rondwandelingen.

Verder zijn er $2 \cdot 1 \cdot 1 = 2$ rondwandelingen die geen enkele weg langs het meer hebben.

Er zijn dus $12 - 2 = 10$ rondwandelingen mogelijk die minstens een weg langs het meer hebben.

- 38 a** aantal = $\binom{6}{2} = 15$
b aantal = $2^6 - 1 = 63$
c links midden of rechts midden
aantal = $\binom{4}{2} + \binom{4}{2} = 12$

Bladzijde 198

- 39 a** aantal = $\binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$
b aantal = $\binom{9}{3} = 84$
c CDA-PvdA-VVD of CDA-PvdA-GB of CDA-VVD-GB of PvdA-VVD-GB
aantal = $3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 39$
d aantal = $9! = 362880$

- 40 a aantal = $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$
 b aantal = $8^5 = 32\,768$
 c aantal = $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 1 = 120$

- 41 a aantal = $1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$
 b aantal = $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 1 = 2401$
 c aantal = $6 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 14\,406$
 d het eerste cijfer is 4 en het tweede cijfer is groter dan 5 of het eerste cijfer is groter dan 4
 aantal = $1 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 + 4 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 10\,633$
 e het eerste cijfer is kleiner dan 6 of het eerste cijfer is 6 en het tweede cijfer is kleiner dan 4
 aantal = $4 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1560$
 f $5\,5\, _ _ _ \text{ of } _ \, 5\,5\, _ _ \text{ of } _ _ \, 5\,5\, _ _ \text{ of } _ _ _ \, 5\,5$
 aantal = $1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 6 + 6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 1 \cdot 1 = 864$

- 42 Er zijn $\binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 12$ mogelijke pincodes met twee vieren.
 Dat is ook zo voor codes met twee zevens en twee achten.
 Er zijn dus $3 \cdot 12 = 36$ mogelijke pincodes.

Bladzijde 199

- 43 a aantal = $\binom{5}{1} = 5$
 b Sara wint 3 of 4 of 5 partijen
 aantal = $\binom{5}{3} + \binom{5}{4} + \binom{5}{5} = 16$
 c AAA of AASA of AASSA of AASSS
 Dus 4 mogelijkheden.
 d Als er 4 partijen worden gespeeld en Sara wint, zijn de mogelijkheden:
 SSAS of SASS of ASSS, dus aantal = 3.
 Als er 5 partijen worden gespeeld en Sara wint zijn de mogelijkheden:
 SSAAS of SASAS of SAASS of ASASS of ASSAS of AASSS, dus aantal = 6.
 Dus als Sara wint is het aantal $3 + 6 = 9$.
 Als Alex wint zijn er evenveel scoreverlopen mogelijk.
 Het totaal aantal is dus $2 \cdot 9 = 18$.

- 44 a aantal = $\binom{20}{6} = 38\,760$
 b aantal = $2^{20} = 1\,048\,576$
 c aantal = $\binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{4} = 2500$
 d Het aantal codes met de helft blauw is $\binom{20}{10} = 184\,756$.
 Dus het aantal codes met minder of meer dan de helft blauw is
 $2^{20} - 184\,756 = 863\,820$.
 Het aantal codes met meer dan de helft blauw is $\frac{863\,820}{2} = 431\,910$.
 Dat is $\frac{431\,910}{2^{20}} \times 100\% \approx 41,2\%$.
 e Van de 14 buitenste vakjes moeten er 11 of 12 of 13 of 14 blauw zijn bij een positieve code.
 aantal = $\binom{14}{11} + \binom{14}{12} + \binom{14}{13} + \binom{14}{14} = 470$

Bladzijde 200

- 45 a** aantal = $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{3}{1} = 90$
- b** aantal = $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{3}{2} = 540$
- c** 3 moestuinplanten of 0 moestuinplanten
aantal = $\binom{4}{3} \cdot \binom{11}{5} + \binom{11}{8} = 2013$
- d** aantal = $\binom{50}{5} \cdot \binom{45}{5} \approx 2,6 \cdot 10^{12}$

Bladzijde 201

- 46 a** aantal = $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} \cdot \binom{1}{1} = 180$
- b** aantal = $3! \cdot 3! = 36$
- c** Stel de kerken lagen eerst als $k_1 k_2 k_3$, dan zijn er twee andere volgorden mogelijk, namelijk $k_2 k_3 k_1$ en $k_3 k_1 k_2$.
Voor de musea zijn ook twee andere volgorden mogelijk.
Dus aantal = $2 \cdot 2 = 4$.
- d** De naam van de mol staat 2 keer in het lijstje, dat kan op $\binom{5}{2} = 10$ manieren.
Verder staan er 3 andere namen op het lijstje, waarbij telkens uit 4 namen is gekozen, want mensen kiezen nooit zichzelf. Dat kan op $4^3 = 64$ manieren.
Dus aantal = $10 \cdot 64 = 640$.

Bladzijde 202

- 47 a** *PS of ORS of PQS*
aantal = $1 + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 = 5$
- b** *QSR of QSPR of QPR of QPSR*
aantal = $1 \cdot 1 + 1 \cdot 1 \cdot 2 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot 1 \cdot 1 = 9$
- c** Als je start in P en dan de route volgt, dan kun je na brug f niet bij brug g komen.
Als je start in Q gaat het al mis na brug b , omdat je dan niet bij brug c kunt komen.
- d** Pim is $7! \times 20 = 100\,800$ seconden = 1680 minuten = 28 uur bezig.
- e** Elk gebied heeft een oneven aantal bruggen. De situatie voldoet dus niet aan de voorwaarde die Euler heeft gesteld. Het probleem heeft dus geen oplossing.
- f** Omdat elk gebied een oneven aantal bruggen heeft, zorgt elke brug tussen twee gebieden dat die twee gebieden nu een even aantal bruggen heeft. En dan heeft het probleem volgens de redenering van Euler wel een oplossing.
Dus het maakt niet uit tussen welke twee gebieden je de brug bouwt, het probleem krijgt altijd een oplossing.

Verantwoording

Technisch tekenwerk: Integra Software Services

Colofon

Omslagontwerp: InOntwerp, Assen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers, Sappemeer

Lay-out: Integra Software Services

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:
Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13,
9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie.
Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s),
redactie of uitgever ontlenen.

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom
hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 20

© 2020 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-73536-4



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.