

& GETAL | C & RUIMTE



Noordhoff

Getal & Ruimte

Uitwerkingen **vwo C** deel 3

Twaalfde editie, 2021

Noordhoff
Groningen

Auteurs

J.H. Dijkhuis
G. de Jong
H.J. Houwing
J.D. Kuis
F. ten Klooster
S.K.A. de Waal
J. van Braak
J.H.M. Liesting-Maas
M. Wieringa
R.D. Hiele
J.E. Romkes
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J.M.M. van Haren
B.W. van Laarhoven
R. Meijerink
E. Terlaak

Inhoud

8	Meetkunde	4
9	Kansverdelingen	25
10	Exponenten en logaritmen	45
11	Logisch redeneren	61
	Gemengde opgaven	77

8 Meetkunde

Voorkennis De stelling van Pythagoras

Bladzijde 11

1 $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$AC^2 + 6^2 = 8^2$$

$$AC^2 = 28$$

$$AC = \sqrt{28} \approx 5,3$$

In $\triangle KNM$ is $\angle N = 90^\circ$, dus $KN^2 + MN^2 = KM^2$

$$2^2 + MN^2 = 4^2$$

$$MN^2 = 12$$

In $\triangle LNM$ is $\angle N = 90^\circ$, dus $NL^2 + MN^2 = ML^2$

$$3^2 + 12 = ML^2$$

$$ML^2 = 21$$

$$ML = \sqrt{21} \approx 4,6$$

In $\triangle PQR$ is $\angle Q = 90^\circ$, dus $PQ^2 + QR^2 = PR^2$

$$5^2 + 3^2 = PR^2$$

$$PR^2 = 34$$

In $\triangle PRS$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $PR^2 + RS^2 = PS^2$

$$34 + RS^2 = 7^2$$

$$RS^2 = 15$$

$$RS = \sqrt{15} \approx 3,9$$

2 In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$2^2 + CD^2 = 4^2$$

$$CD^2 = 12$$

In $\triangle BDC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + CD^2 = BC^2$

$$6^2 + 12 = BC^2$$

$$BC^2 = 48$$

$$BC = \sqrt{48} \approx 6,9$$

3 In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$5^2 + 3^2 = AC^2$$

$$AC^2 = 34$$

In $\triangle CAE$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AC^2 + AE^2 = CE^2$

$$34 + 2^2 = CE^2$$

$$CE^2 = 38$$

$$CE = \sqrt{38} \approx 6,2$$

4 a In $\triangle ABF$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BF^2 = AF^2$

$$a^2 + a^2 = AF^2$$

$$AF^2 = 2a^2$$

$$AF = \sqrt{2a^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{2} = a\sqrt{2}$$

b In $\triangle ACE$ is $\angle A = 90^\circ$, dus $AC^2 + AE^2 = CE^2$

$$2a^2 + a^2 = CE^2$$

$$CE^2 = 3a^2$$

$$CE = \sqrt{3a^2} = \sqrt{a^2} \cdot \sqrt{3} = a\sqrt{3}$$

5 Stel de zijde van het vierkant is x , dus $AB = BC = x$.

In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$x^2 + x^2 = 8^2$$

$$2x^2 = 64$$

$$x^2 = 32$$

$$x = \sqrt{32} \approx 5,66$$

De zijde van het vierkant is ongeveer 5,66.

8.1 Vlakke figuren

Bladzijde 12

- 1 Verplaats de kwartcirkel aan de rechterkant naar de linkerkant.
Zo krijg je een rechthoek van 4 bij 2 cm.
De oppervlakte is $4 \cdot 2 = 8 \text{ cm}^2$.

Bladzijde 13

- 2 a $O(ABCD) = \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot h = \frac{1}{2} \cdot (8 + 4) \cdot \sqrt{21} = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot \sqrt{21} \approx 27,5$, dus het klopt.
b $O(ABCD) = O(\triangle ABD) + O(\triangle BCD)$

$$= \frac{1}{2} \cdot AB \cdot h + \frac{1}{2} \cdot CD \cdot h$$

$$= \frac{1}{2} \cdot h \cdot (AB + CD)$$

$$= \frac{1}{2} \cdot (AB + CD) \cdot h$$

- 3 In $\triangle ABS$ is $\angle B = 90^\circ$ en $AS = 4$, dus $AB^2 + BS^2 = AS^2$

$$3^2 + BS^2 = 4^2$$

$$BS^2 = 7$$

$$BS = \sqrt{7}$$
Dus $O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot (4 + \sqrt{7}) \approx 9,97 \text{ cm}^2$.

Bladzijde 14

- 4 Stel de rechthoekszijde van de driehoek is x cm.
Dan geldt $x^2 + x^2 = 70^2$

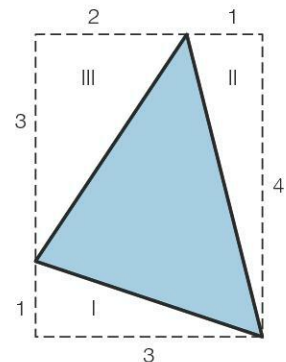
$$2x^2 = 4900$$

$$x^2 = 2450$$
De oppervlakte van de bovenkant is $\frac{1}{2} \cdot x \cdot x = \frac{1}{2}x^2 = \frac{1}{2} \cdot 2450 = 1225 \text{ cm}^2 = 12,25 \text{ dm}^2$.

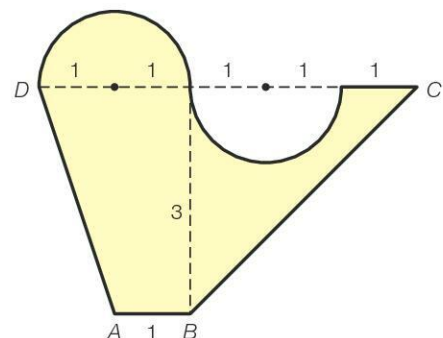
- 5 a Zie de figuur hiernaast.
 $O(\text{driehoek}) = O(\text{rechthoek}) - O(\text{I}) - O(\text{II}) - O(\text{III})$

$$= 3 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 3$$

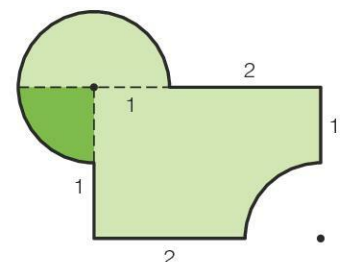
$$= 12 - 1\frac{1}{2} - 2 - 3 = 5\frac{1}{2} \text{ cm}^2$$



- b Zie de figuur hiernaast.
De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van het trapezium $ABCD$.
Dus $O(\text{figuur}) = \frac{1}{2} \cdot (1 + 5) \cdot 3 = 9 \text{ cm}^2$.



- c Zie de figuur hiernaast.
De oppervlakte is gelijk aan de oppervlakte van een rechthoek met zijden van 3 en 2 cm plus de oppervlakte van een halve cirkel met straal 1 cm.
Dus $O(\text{figuur}) = 3 \cdot 2 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 1^2 \approx 7,57 \text{ cm}^2 = 757 \text{ mm}^2$.



- 6 a $O(V) = O(ABCD) - 4 \cdot O(\text{kwartcirkel})$
 $= O(ABCD) - O(\text{cirkel})$
 $= 6 \cdot 4 - \pi \cdot 2^2 \approx 11,4$
- b De omtrek van V is $2 \cdot 2 + \text{omtrek cirkel}$.
Dus omtrek $= 4 + 2\pi \cdot 2 \approx 16,6$.

- 7 $O(ABCD) = 2 \cdot O(\triangle ABC) = 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot AC \cdot BM = AC \cdot BM = 6 \cdot 3 = 18$
De gevraagde oppervlakte is $\pi \cdot 3^2 - 18 \approx 10,27$.

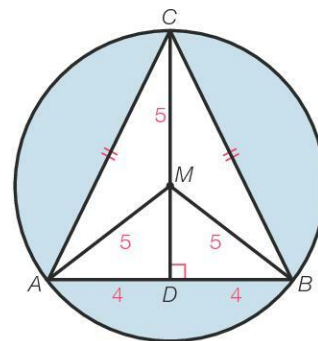
Bladzijde 15

- 8 Er geldt $a^2 + a^2 = 37,2^2$
 $2a^2 = 1383,84$
 $a^2 = 691,92$
 $a \approx 26,3$

De zijde van het vierkant is $37,2 + 2 \cdot 26,3 = 89,8$ cm.

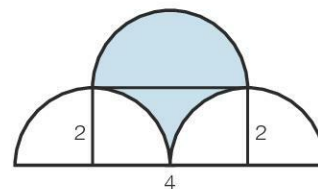
De oppervlakte van het stopbord is $89,8^2 - 4 \cdot \frac{1}{2}a^2 = 89,8^2 - 2a^2 = 8064,04 - 1383,84 \approx 6680$ cm².

- 9 a Zie de figuur hiernaast.
In $\triangle ADM$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + DM^2 = AM^2$
 $16 + DM^2 = 25$
 $DM^2 = 9$
 $DM = 3$
- Dus $CD = 5 + 3 = 8$.
- b $O(\text{gevraagde gebied}) = O(\text{cirkel}) - O(\triangle ABC)$
 $= \pi \cdot 5^2 - \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8 \approx 46,54$

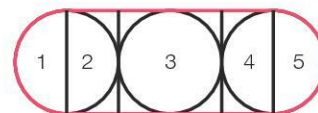


- 10 a Het blauwe gebied bestaat uit vijf even grote cirkels.
In het vierkant bevindt zich één hele cirkel en vier kwartcirkels die samen ook één hele cirkel vormen.
Dus in het vierkant bevinden zich twee van de vijf cirkels.
Dus $\frac{2}{5}$ deel oftewel 40% van het blauwe gebied ligt binnen het vierkant.

- b Zie de figuur hiernaast.
In de rechthoek bevinden zich twee kwartcirkels die samen een halve cirkel met straal 2 cm vormen.
Op de rechthoek bevindt zich ook een halve cirkel met straal 2 cm.
Dus de oppervlakte van het blauwe gebied is precies de oppervlakte van de rechthoek.
Dus de oppervlakte van het blauwe gebied is $4 \cdot 2 = 8$ cm².



- c Zie de figuur hiernaast.
De delen 1 en 5 vormen een cirkel met oppervlakte b .
De delen 2 en 4 vormen een vierkant met oppervlakte a .
Deel 3 is een vierkant met oppervlakte a .
Dus de oppervlakte van het gebied binnen de rode lijn is $2a + b$.



Bladzijde 16

- 11 a De vergrotingsfactor is $\frac{BC}{CE} = \frac{9}{3} = 3$.
- b $AB = 3 \cdot DE$ en $AB = 12$, dus $DE = \frac{12}{3} = 4$.
- c In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$
 $12^2 + 9^2 = AC^2$
 $AC^2 = 225$
 $AC = 15$
- $AC = 3 \cdot CD$ en $AC = 15$, dus $CD = \frac{15}{3} = 5$.
- $AD = AC - CD = 15 - 5 = 10$

Bladzijde 17

- 12 a** Stel $CS = x$, dan is $BS = \frac{1}{2}x$ en $BS = 10 - x$.
Hieruit volgt $\frac{1}{2}x = 10 - x$

$$2 \cdot \frac{1}{2}x = 10$$

$$x = 4$$

Dus $BS = \frac{1}{2} \cdot 4 = 2$ en $CS = 8$.

- b** Stel $CP = x$, dan is $AC = 2 \cdot \frac{1}{2}x$.

$$\text{Dus } 2 \cdot \frac{1}{2}x = 9$$

$$x = 9$$

Dus $AP = AC - CP = 9 - 9 = 0$.

- 13 a** Driehoek ABC is een vergroting van driehoek APS met vergrotingsfactor $\frac{8}{2,5} = 3,2$.

Stel $AS = x$, dan is $AC = 3,2x$.

$$\text{Dus } 3,2x = 16$$

$$x = 5$$

Dus $AS = 5$.

- b** Uit $AS = 5$ volgt $CS = 16 - 5 = 11$.

Driehoek BCS is een vergroting van driehoek DAS met vergrotingsfactor $\frac{11}{5} = 2,2$.

$$\text{Dus } BC = 2,2 \cdot AD \text{ oftewel } AD = \frac{BC}{2,2} = \frac{8}{2,2} \approx 3,64.$$

- 14 a** In $\triangle ABC$ is $\angle B = 90^\circ$, dus $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$12^2 + 5^2 = AC^2$$

$$AC^2 = 169$$

$$AC = \sqrt{169} = 13$$

- b** Driehoek ASD is een vergroting van driehoek CSE met vergrotingsfactor $\frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$.

Stel $CS = x$, dan is $AS = \frac{5}{3}x$ en $AS = 13 - x$.

$$\text{Hieruit volgt } \frac{5}{3}x = 13 - x$$

$$2 \cdot \frac{5}{3}x = 13$$

$$x = 4\frac{7}{8}$$

$$\text{Dus } AS = 13 - 4\frac{7}{8} = 8\frac{1}{8}.$$

- 15** In $\triangle ABC$ is $\angle C = 90^\circ$, dus $AC^2 + BC^2 = AB^2$

$$AC^2 + 8^2 = 10^2$$

$$AC^2 = 36$$

$$AC = 6$$

Driehoek ABS is een vergroting van driehoek CDS met vergrotingsfactor $\frac{10}{2} = 5$.

Stel $CS = x$, dan is $AS = 5x$ en $AS = 6 - x$.

$$\text{Hieruit volgt } 5x = 6 - x$$

$$6x = 6$$

$$x = 1$$

$$\text{Dus } AS = 5 \cdot 1 = 5.$$

- 16** Driehoek ABC is een vergroting van driehoek ADE met vergrotingsfactor $\frac{20}{8} = 2\frac{1}{2}$.

Dan is $2\frac{1}{2} \cdot DE = BC$ en $BC = 15$.

$$\text{Hieruit volgt } 2\frac{1}{2} \cdot DE = 15, \text{ dus } DE = 6.$$

In $\triangle BDE$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $BD^2 + DE^2 = BE^2$

$$12^2 + 6^2 = BE^2$$

$$BE^2 = 180$$

$$BE = \sqrt{180}$$

Driehoek CBS is een vergroting van driehoek DES met vergrotingsfactor $\frac{15}{6} = 2\frac{1}{2}$.

Stel $ES = x$, dan is $BS = 2\frac{1}{2}x$ en $BS = \sqrt{180} - x$.

$$\text{Hieruit volgt } 2\frac{1}{2}x = \sqrt{180} - x$$

$$3\frac{1}{2}x = \sqrt{180}$$

$$x = 3,833...$$

$$\text{Dus } BS = 2\frac{1}{2} \cdot 3,833... \approx 9,58.$$

Bladzijde 18

- 17 a** Opmeten geeft lengte schip is 2,5 cm en breedte raam is 7,3 cm.

Dus het schip heeft op de foto een lengte van $\frac{2,5}{7,3} \cdot 100 \text{ cm} \approx 34,25 \text{ cm} \approx 0,34 \text{ m}$.

Driehoek ABS is een vergroting van driehoek CDS met vergrotingsfactor $\frac{86}{0,34} \approx 253$.

- b** Er geldt $1,3 \cdot 253 = x + 1,3$
 $328,9 = x + 1,3$
 $x = 327,6$

Het schip is ongeveer 328 meter van het raam verwijderd.

- 18** Opmeten geeft breedte huis is 1,4 cm en afstand tussen spijlen is 4,2 cm.

Dus het huis heeft op de foto een breedte van

$$\frac{1,4}{4,2} \cdot 12,5 \approx 4,2 \text{ cm} = 0,042 \text{ m}.$$

Zie de figuur hiernaast (niet op schaal).

Driehoek ABS is een vergroting van driehoek CDS met

vergrotingsfactor $\frac{21}{0,042} = 500$.

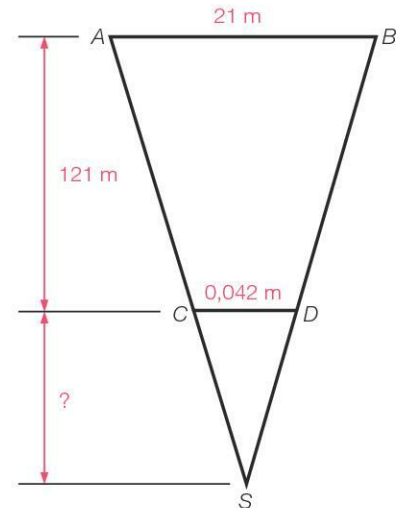
Stel de afstand van de camera tot het hek is x m.

Dan is $500x = 121 + x$

$$499x = 121$$

$$x \approx 0,24$$

Geeke nam de foto op 24 cm van het hek.

**8.2 Ruimtefiguren****Bladzijde 20**

- 19 a** $O(\text{grondvlak}) = O(\text{vierkant}) - O(\text{driehoek}) = 4 \cdot 4 - \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 = 14$
b $\text{Inhoud} = O(\text{grondvlak}) \cdot \text{hoogte} = 14 \cdot 4 = 56$

Bladzijde 22

- 20** Stel de hele piramide heeft top T . De hoogte van $TPQRS$ is h .

$TABCD$ is een vergroting van $TPQRS$ met vergrotingsfactor $\frac{6}{4} = 1,5$.

Er geldt $1,5 \cdot h = h + 2,5$

$$0,5h = 2,5$$

$$h = 5$$

$$I(\text{afgeknotten piramide}) = I(TABCD) - I(TPQRS) = \frac{1}{3} \cdot 6^2 \cdot 7,5 - \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 5 \approx 63,3$$

- 21 a** Zie de figuur hiernaast.

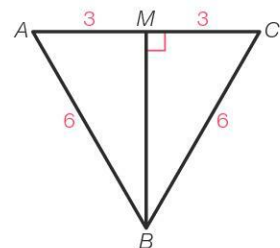
In $\triangle ABM$ is $\angle M = 90^\circ$, dus $AM^2 + BM^2 = AB^2$

$$3^2 + BM^2 = 6^2$$

$$BM^2 = 27$$

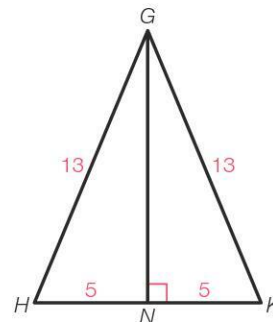
$$BM = \sqrt{27}$$

$$I(ABCDEF) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot \sqrt{27} \cdot 8 \approx 124,7$$



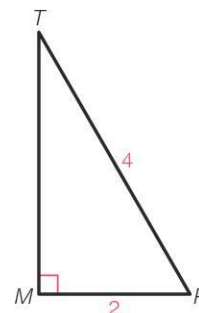
b Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle HNG \text{ is } \angle N = 90^\circ, \text{ dus } HN^2 + GN^2 &= GH^2 \\ 5^2 + GN^2 &= 13^2 \\ GN^2 &= 144 \\ GN &= 12 \\ I(L\ GHK) &= \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \cdot 9 = 180\end{aligned}$$



c Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle PMT \text{ is } \angle M = 90^\circ, \text{ dus } MP^2 + MT^2 &= PT^2 \\ 2^2 + MT^2 &= 4^2 \\ MT^2 &= 12 \\ MT &= \sqrt{12} \\ I(\text{kegel}) &= \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot \sqrt{12} \approx 14,5\end{aligned}$$



Bladzijde 23

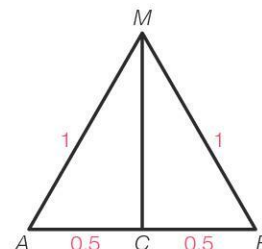
22 a $\angle ABM$ is gelijkzijdig.

$$\begin{aligned}\text{In } \triangle ACM \text{ is } \angle C = 90^\circ, \text{ dus } AC^2 + CM^2 &= AM^2 \\ 0,5^2 + CM^2 &= 1^2 \\ CM^2 &= 0,75 \\ CM &= \sqrt{0,75}\end{aligned}$$

$$O(\text{zeshoek}) = 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot AB \cdot CM = 3 \cdot 1 \cdot \sqrt{0,75} \approx 2,598 \text{ m}^2$$

b $I(\text{zandbak}) = 2,598 \cdot 0,3 \approx 0,78 \text{ m}^3$

Dus er past minder dan 1 m^3 zand in de zandbak.



23 Zie de figuur hiernaast.

Driehoek TAB is een vergroting van driehoek TCD met

$$\text{vergrotingsfactor } \frac{357,5}{87,5} = 4,08...$$

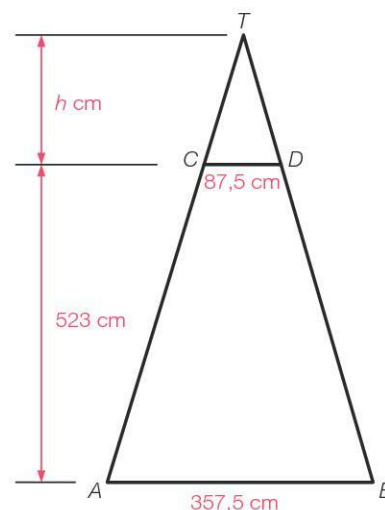
$$\text{Er geldt } 4,08... \cdot h = h + 523$$

$$3,08... \cdot h = 523$$

$$h \approx 169,5$$

Dus de hoogte van de hele piramide is $523 + 169,5 = 692,5 \text{ cm}$.

$$I(\text{kunstwerk}) = \frac{1}{3} \cdot 3,575^2 \cdot 6,925 - \frac{1}{3} \cdot 0,875^2 \cdot 1,695 \approx 29,07 \text{ m}^3$$

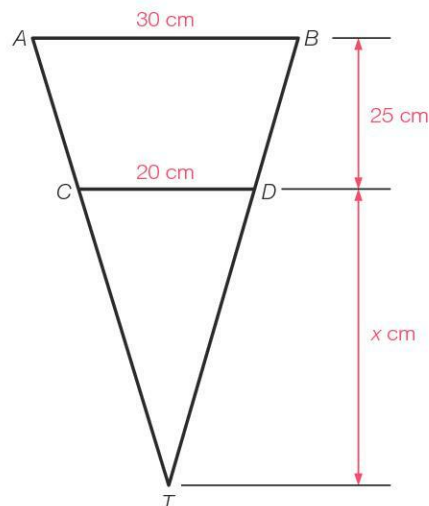


- 24** De emmer heeft de vorm van een afgeknotte kegel.
Zie de figuur hiernaast.
Driehoek ABT is een vergroting van driehoek CDT met
vergrotingsfactor $\frac{30}{20} = 1,5$.
Er geldt $1,5x = x + 25$
 $0,5x = 25$
 $x = 50$

De hoogte van de hele kegel is $25 + 50 = 75$ cm.

$$I(\text{emmer}) = \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 15^2 \cdot 75 - \frac{1}{3} \cdot \pi \cdot 10^2 \cdot 50 \approx 12435 \text{ cm}^3$$

Dus de inhoud van de emmer is ongeveer 12,4 liter.



Bladzijde 24

- 25 a** Ga uit van $AP = HP = BQ = 73,2$ cm.
In $\triangle APH$ is $\angle P = 90^\circ$, dus $AP^2 + PH^2 = AH^2$
 $73,2^2 + 73,2^2 = AH^2$
 $AH^2 = 10716,48$
 $AH \approx 103,5$
Dus ook $AB \approx 103,5$ cm.
 $PQ = AP + AB + BQ = 73,2 + 103,5 + 73,2 = 249,9 \approx 250$, dus het klopt.
- b** $O(\text{achthoek}) = O(\text{vierkant}) - 4 \cdot O(\text{driehoek})$
 $= 250^2 - 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 73,2 \cdot 73,2 = 51783,52 \text{ cm}^2 \approx 518 \text{ dm}^2$
- c** $I(\text{prieel}) = I(\text{prisma}) + I(\text{piramide}) = 518 \cdot 21 + \frac{1}{3} \cdot 518 \cdot 0,6 = 10981,6 \text{ dm}^3 \approx 10,98 \text{ m}^3$
- 26 a** De zolder kun je opgebouwd denken uit een prisma met oppervlakte grondvlak $\frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 4,5 = 18 \text{ m}^2$ en hoogte 6 meter en twee piramides, elk met oppervlakte grondvlak $8 \cdot 3 = 24 \text{ m}^2$ en hoogte 4,5 meter.
Dus $I(\text{zolder}) = 18 \cdot 6 + 2 \cdot \frac{1}{3} \cdot 24 \cdot 4,5 = 180 \text{ m}^3$.
- b** $I(\text{huis}) = I(\text{onderkant}) + I(\text{zolder})$
 $= 12 \cdot 8 \cdot (10,5 - 4,5) + 180$
 $= 12 \cdot 8 \cdot 6 + 180 = 756 \text{ m}^3$
- c** De inhoud van elk gedeelte is dus $\frac{180}{3} = 60 \text{ m}^3$.
Bekijk het middelste gedeelte. Dit heeft de vorm van een prisma waarvan het grondvlak 18 m^2 is.
Dus de hoogte is $\frac{60}{18} \approx 3,33$ m.
 $6 \text{ m} - 3,33 \text{ m} = 2,67 \text{ m}$
Dus de wanden komen op $\frac{2,67}{2} \approx 1,3$ m van E en van F .

Bladzijde 25

- 27 a** Op halve hoogte afgeknot, dus $h = \frac{1}{2}H$ en $b = \frac{1}{2}a$. Dit geeft
 $I = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2}H(a^2 + a \cdot \frac{1}{2}a + (\frac{1}{2}a)^2) = \frac{1}{6}H(a^2 + \frac{1}{2}a^2 + \frac{1}{4}a^2) = \frac{1}{6}H \cdot 1\frac{3}{4}a^2 = \frac{7}{24}Ha^2$.
- b** De piramide wordt op halve hoogte afgeknot, dus gebruik de formule van vraag a.
 $I = 84$ en $H = 18$ geeft $\frac{7}{24} \cdot 18a^2 = 84$
 $5\frac{1}{4}a^2 = 84$
 $a^2 = \frac{84}{5\frac{1}{4}} = 16$
 $a = 4$

Dus de zijde van het grondvlak is 4.

- c** $h = 8$ en $H = 24$ dus de piramide wordt op een derde deel van de hoogte afgeknot, dus $b = \frac{2}{3}a$.
 Dit geeft $I = \frac{1}{3} \cdot 8(a^2 + a \cdot \frac{2}{3}a + (\frac{2}{3}a)^2) = \frac{8}{3}(a^2 + \frac{2}{3}a^2 + \frac{4}{9}a^2) = \frac{8}{3} \cdot 2\frac{1}{9}a^2 = 5\frac{17}{27}a^2$.
 $I = 456$ geeft $5\frac{17}{27}a^2 = 456$

$$a^2 = \frac{456}{5\frac{17}{27}} = 81$$

 $a = 9$
 $a = 9$ geeft $b = \frac{2}{3}a = \frac{2}{3} \cdot 9 = 6$, dus de zijde van het bovenvlak van de afgeknotte piramide is 6.

Bladzijde 26

- 28 a** $O(ABFE) = 4 \cdot 3 = 12 \text{ cm}^2$
b $O(\text{balk}) = 4 \cdot 3 \cdot 2 + 4 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 3 \cdot 2 = 24 + 16 + 12 = 52 \text{ cm}^2$
c $I(\text{balk}) = 4 \cdot 2 \cdot 3 = 24 \text{ cm}^3$
d 20 bij 10 bij 15 cm
e oppervlakte = $20 \cdot 15 = 300 \text{ cm}^2$
f De oppervlakte is met $\frac{300}{12} = 25$ vermenigvuldigd. Dat is precies k^2 .
g De totale oppervlakte is $20 \cdot 15 \cdot 2 + 20 \cdot 10 \cdot 2 + 10 \cdot 15 \cdot 2 = 1300 \text{ cm}^2$.
 De oppervlakte is met $\frac{1300}{52} = 25$ vermenigvuldigd.
 Dus het verband bestaat ook voor de totale oppervlakte.
h De inhoud van balk II is $20 \cdot 10 \cdot 15 = 3000 \text{ cm}^3$.
 $\frac{I(\text{balk II})}{I(\text{balk I})} = \frac{3000}{24} = 125$
 Dit is precies k^3 .

Bladzijde 27

- 29** Oppervlakte is 20 keer zo groot, dus $k^2 = 20$.
 Dit geeft $k = \sqrt{20}$, dus $k^3 = (\sqrt{20})^3 \approx 89,4$.
 Dus de inhoud van de basketbal is ongeveer 89,4 keer zo groot als de inhoud van de tennisbal.
- 30 a** $1 \text{ m} = 3,28 \text{ ft}$, dus $1 \text{ foot} = \frac{1}{3,28} \text{ m}$

$$4700 \text{ ft}^2 = 4700 \cdot \left(\frac{1}{3,28}\right)^2 \approx 437 \text{ m}^2$$

b $1 \text{ mile} = 1,609 \text{ km}$, dus $1 \text{ km} = \frac{1}{1,609} \text{ mile}$

$$54\,000 \text{ km}^3 = 54\,000 \cdot \left(\frac{1}{1,609}\right)^3 \approx 13\,000 \text{ cubic mile}$$
- 31** Afmetingen 2 keer zo groot, dus $k = 2$.
 Dit geeft $k^3 = 8$, dus de inhoud wordt $8 \cdot 3 = 24$ liter.
 De inhoud moet met $24 - 3 = 21$ liter toenemen.

Bladzijde 28

- 32 a** Zie de figuur hiernaast.
Driehoek ABT is een vergroting van driehoek CDT met
vergrotingsfactor $\frac{35}{21} = 1\frac{2}{3}$.

$$\text{Er geldt } 1\frac{2}{3}x = x + 40$$

$$\frac{2}{3}x = 40$$

$$x = 60$$

$I(\text{afgeknotten kegel}) =$

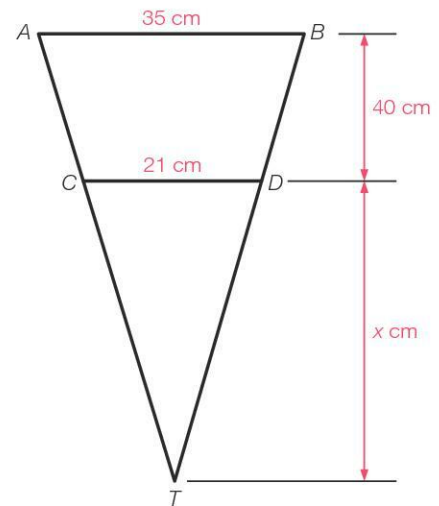
$$\frac{1}{3}\pi \cdot 17,5^2 \cdot 100 - \frac{1}{3}\pi \cdot 10,5^2 \cdot 60 \approx 25\,143 \text{ cm}^3 = 25\,143 \text{ mL}$$

Dus de inhoud van de afgeknotten kegel is ongeveer 251 dL.

- b** De factor is $\frac{20}{35} = \frac{4}{7}$.

De inhoud van de vaas is $\left(\frac{4}{7}\right)^3 \cdot 251 \approx 46,8 \text{ dL}$ oftewel ongeveer 4,7 liter.

Dus Joost heeft niet gelijk.



- 33 a** Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle ADC$ is $\angle D = 90^\circ$, dus $AD^2 + CD^2 = AC^2$

$$33^2 + CD^2 = 66^2$$

$$CD^2 = 3267$$

$$CD = \sqrt{3267}$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 66 \cdot \sqrt{3267} \approx 1886$$

Dus de oppervlakte van een grondvlak van een prisma is ongeveer 1886 cm².

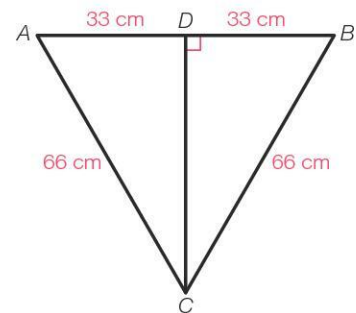
$$I(\text{maquette}) = 1886 \cdot (30 + 21 + 26)$$

$$= 1886 \cdot 77 = 145\,222 \text{ cm}^3 \approx 145\,200 \text{ cm}^3$$

- b** De schaal is 1 : 100, dus $k = 100$ en dit geeft $k^3 = 100^3 = 10^6$.

$$145\,200 \text{ cm}^3 = 145\,200 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$$

Dus de inhoud van het hotel is $10^6 \cdot 145\,200 \cdot 10^{-6} = 145\,200 \text{ m}^3$.

**Bladzijde 29**

- 34 a** De vergrotingsfactor is $k = \frac{0,75}{149} \approx 0,005$.

In de maquette verspringen de torens op een hoogte van $0,005 \cdot 90 = 0,45 \text{ meter} = 45 \text{ cm}$.

- b** De kantooroppervlakte in de maquette is $0,005^2 \cdot 72\,000 = 1,8 \text{ m}^2 = 18\,000 \text{ cm}^2$.

- c** De hoogte is 149 meter en er zijn 44 verdiepingen, dus de gemiddelde hoogte van een verdieping is $\frac{149}{44} \approx 3,4 \text{ meter}$.

De totale oppervlakte is 160 000 m², dus de inhoud is $160\,000 \cdot 3,4 = 544\,000 \text{ m}^3$.

De inhoud van de maquette is dus $0,005^3 \cdot 544\,000 = 0,068 \text{ m}^3 = 68 \text{ dm}^3$.

8.3 Aanzichten**Bladzijde 31**

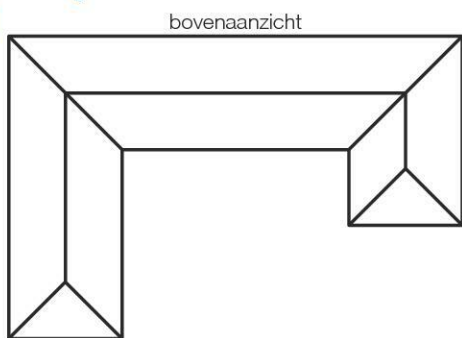
- 35 a** Aanzicht c.

- b** Om aanzicht a te zien, moet je van voren of van achteren tegen het filter aankijken.

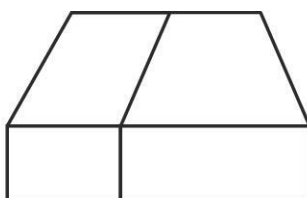
Om aanzicht b te zien, moet je van rechts of van links tegen het filter aankijken.

Bladzijde 32

36



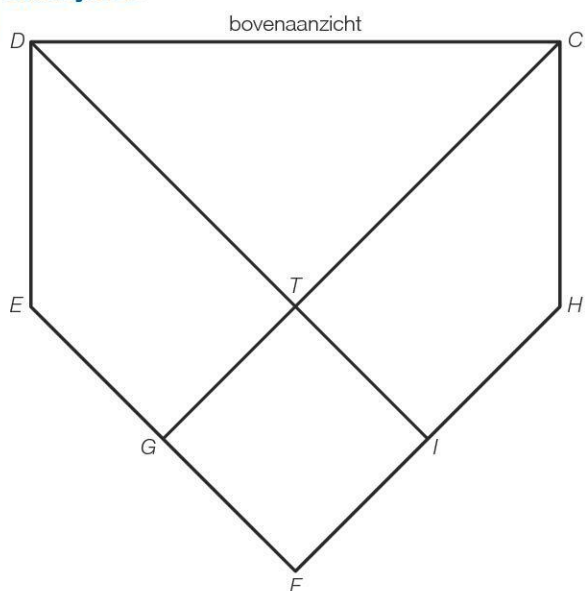
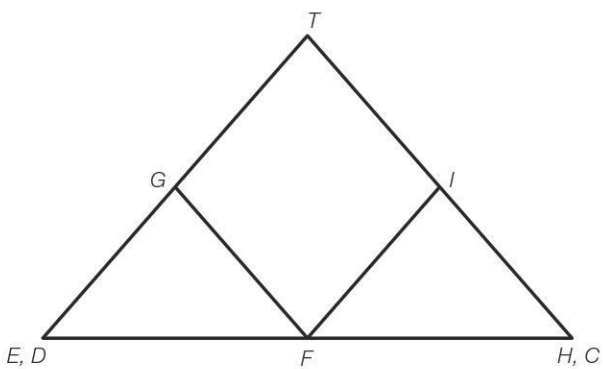
vooraanzicht



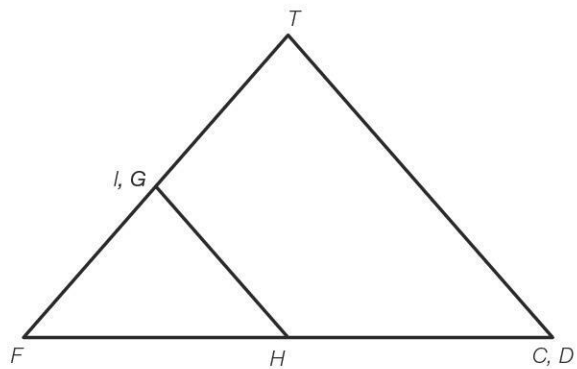
zijaanzicht

Bladzijde 33

37

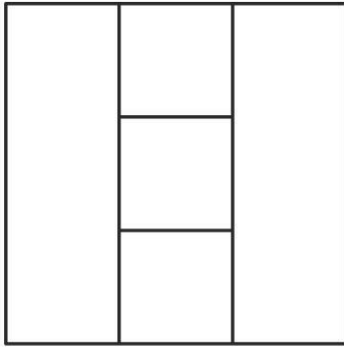


vooraanzicht

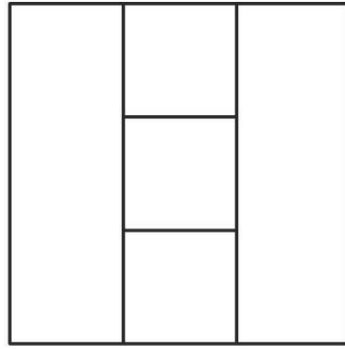


rechterzijaanzicht

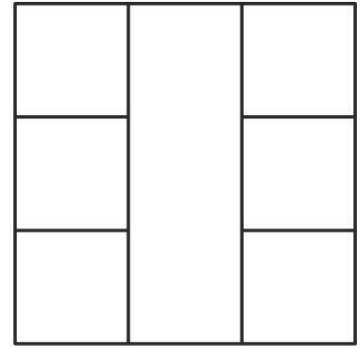
38 PHILEMON



vooraanzicht

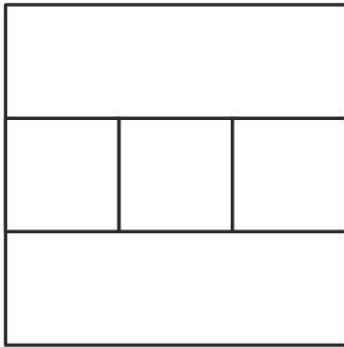


zijaanzicht

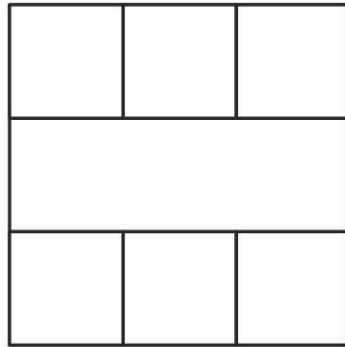


bovenaanzicht

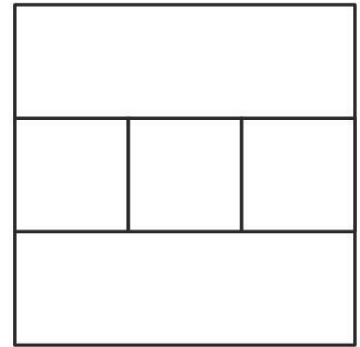
BAUCIS



vooraanzicht



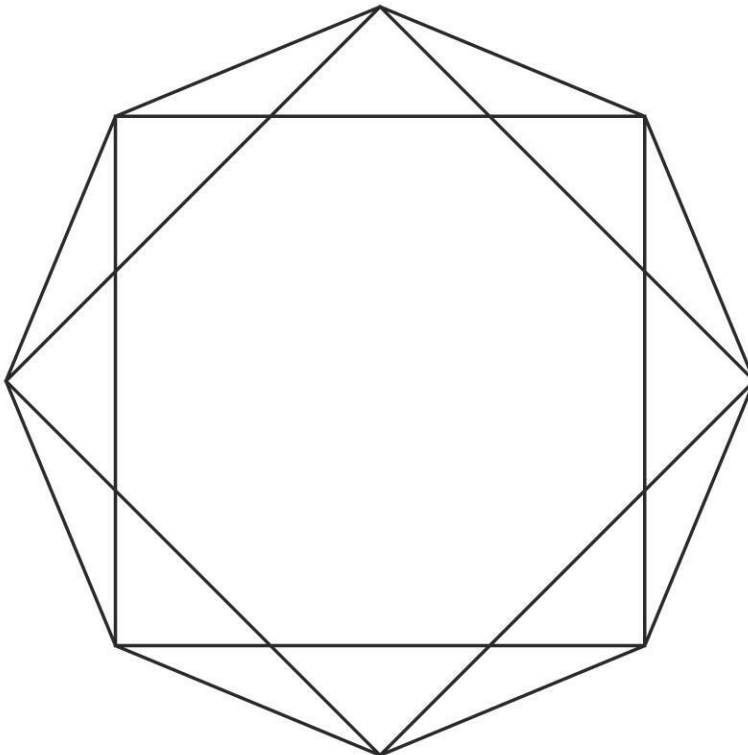
zijaanzicht



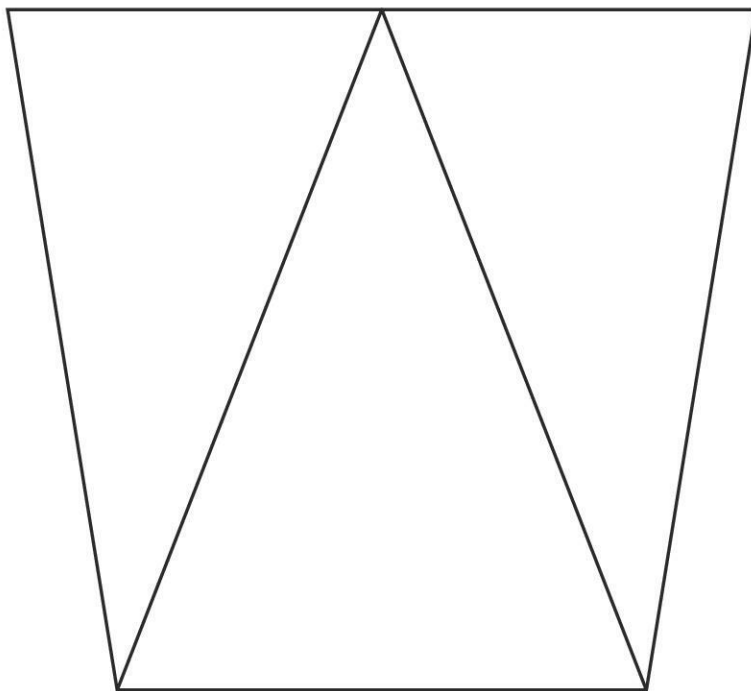
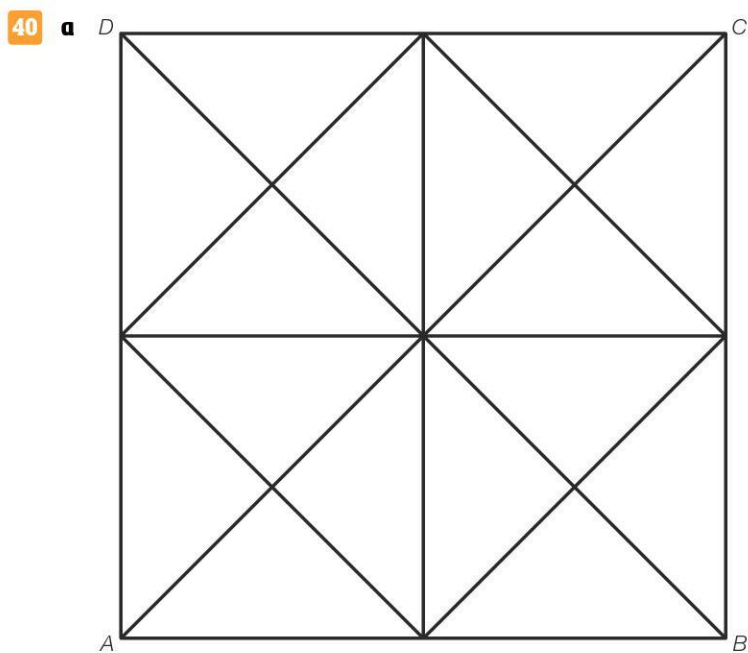
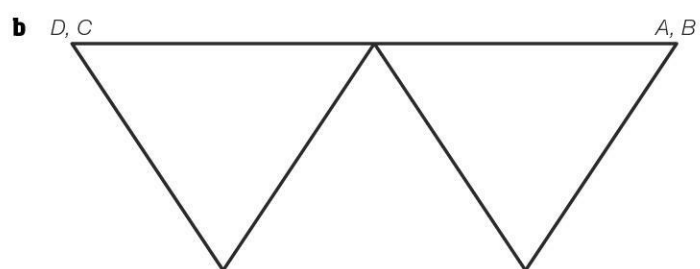
bovenaanzicht

Bladzijde 34

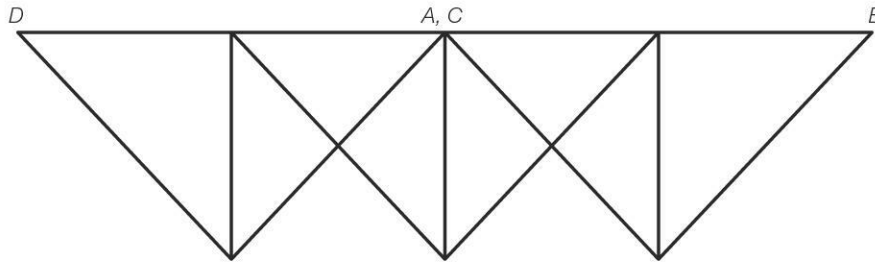
39 a



- b** Meet in het bovenaanzicht de lengte van de diagonaal in het bovenzvlak en gebruik dit bij het tekenen van het gevraagde aanzicht. Meet op lengte diagonaal $\approx 9,9$ cm. De hoogte in het aanzicht is $\frac{18}{2} = 9$ cm.



- c Bij de kijkrichting AC ligt BD in het vlak van de tekening.
Opmeten van BD in het bovenaanzicht geeft $BD \approx 11,3$ cm.



- d In de figuur hiernaast is een kwart van de tafel getekend.
Bereken de lengte van $AN = PN = MN = QN$.

In $\triangle RST$ is $\angle S = 90^\circ$, dus $RS^2 + ST^2 = RT^2$

$$40^2 + 40^2 = RT^2$$

$$RT = \sqrt{3200}, \text{ dus } RN = \frac{1}{2}\sqrt{3200}$$

$$RN^2 + AR^2 = AN^2$$

In $\triangle RNA$ is $\angle R = 90^\circ$, dus $(\frac{1}{2}\sqrt{3200})^2 + 30^2 = AN^2$

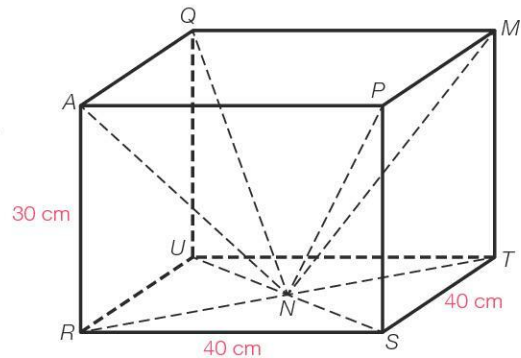
$$AN^2 = 1700$$

$$AN = \sqrt{1700} = 41,23... \text{ cm}$$

Er zijn 16 buizen met lengte van 41,23... cm.

In het bovenvlak zijn 6 buizen met een lengte van 80 cm.

De totale lengte van de buizen is $6 \cdot 80 + 16 \cdot 41,23... \approx 1140$ cm.



8.4 Perspectief

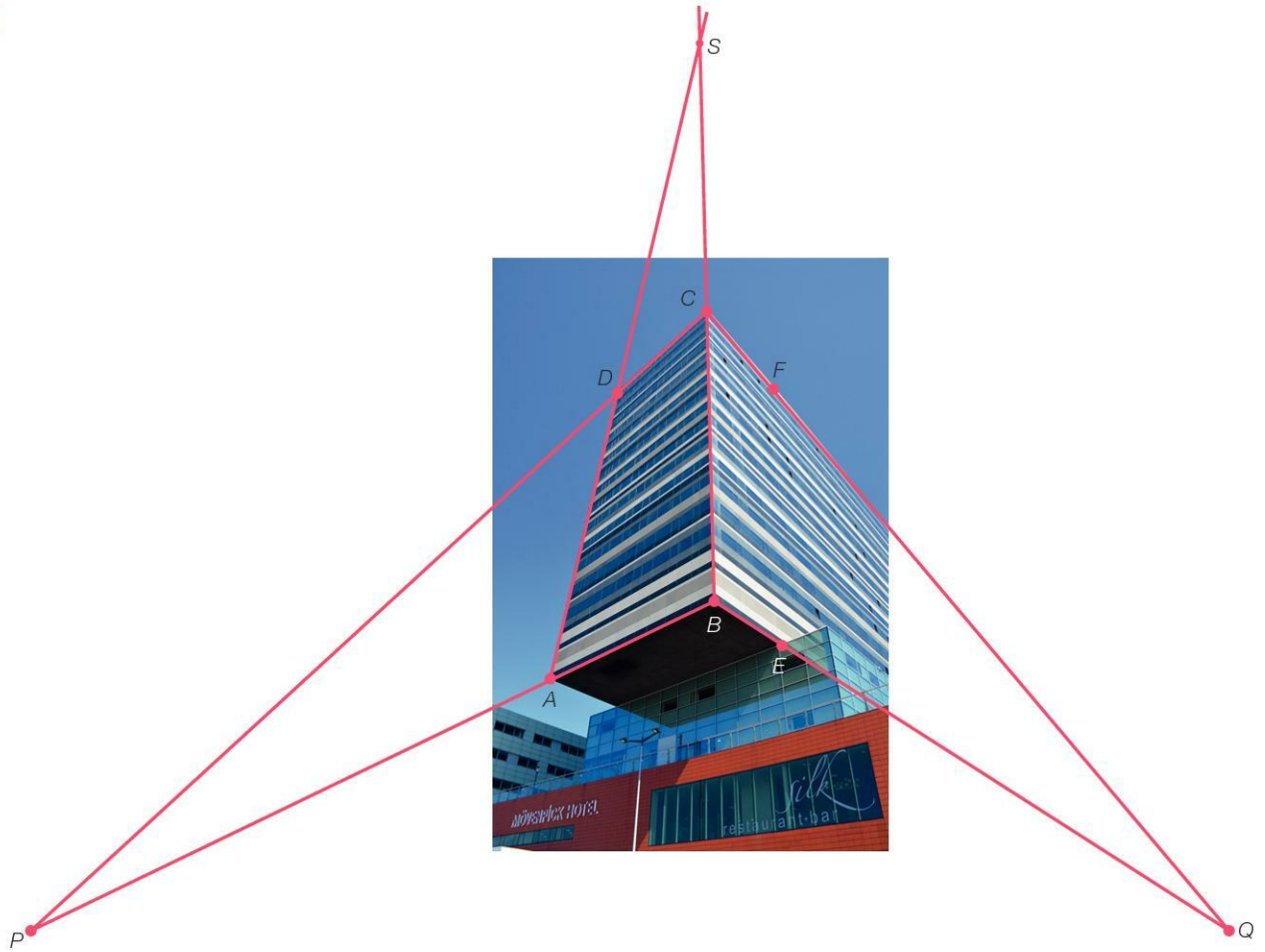
Bladzijde 36

41 a, b, c



b ja

c Al deze lijnen gaan door P of Q.



De punten P en Q liggen op de horizon.

Bladzijde 38

43 I éénpuntperspectief



II tweepuntsperspectief



III tweepuntsperspectief



IV éénpuntsperspectief



V driepuntsperspectief



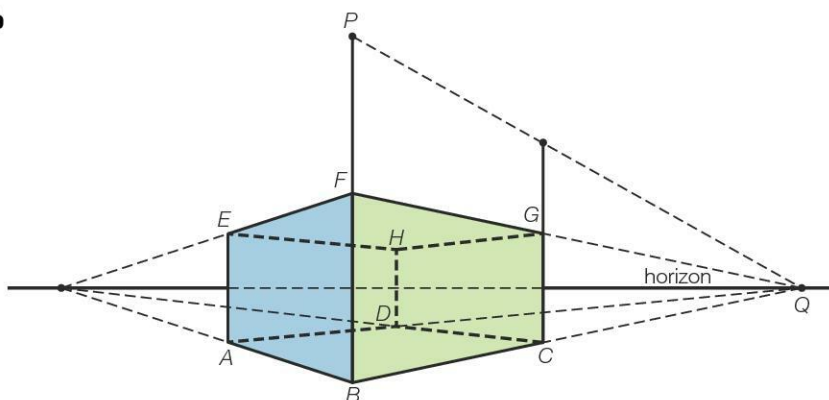
VI tweepuntsperspectief



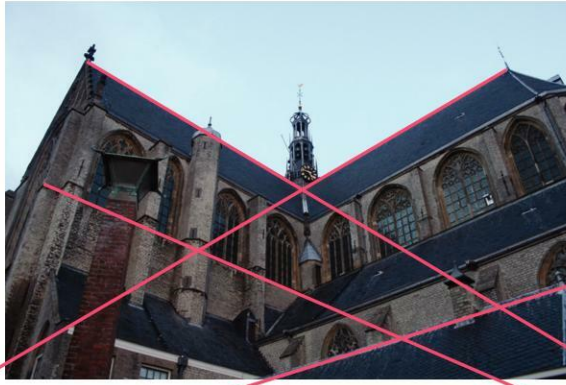
Bladzijde 39

44 *

45 a, b

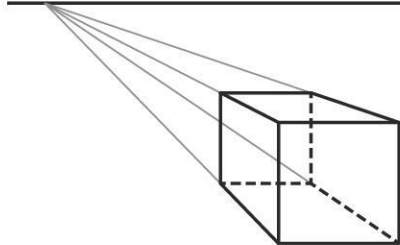
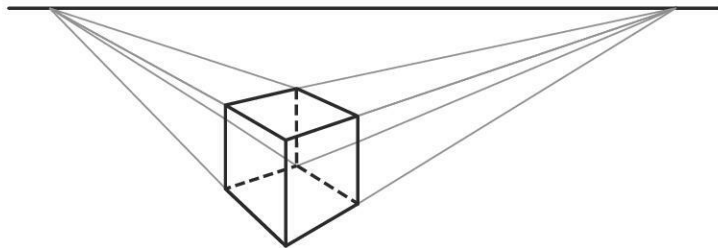
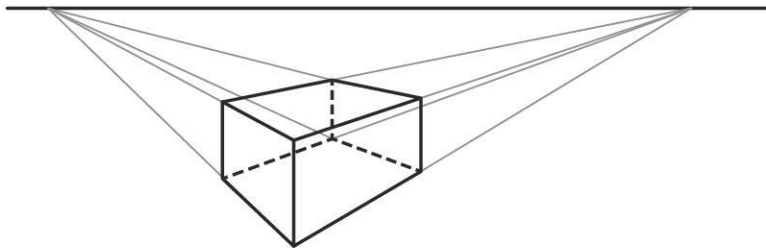


46

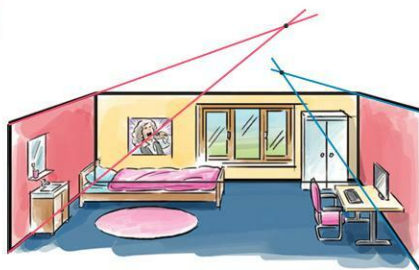


47

horizon



48



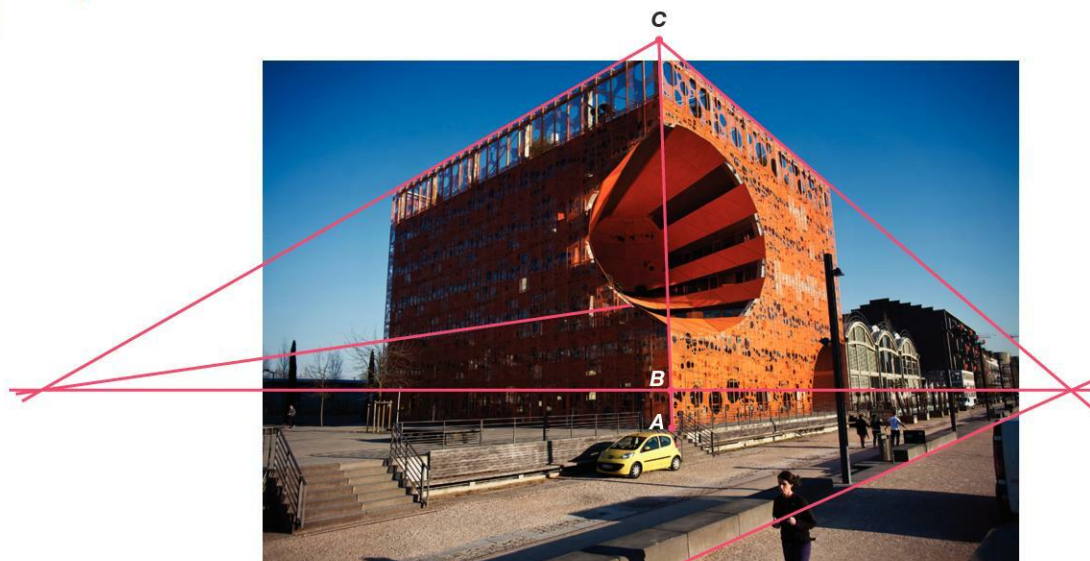
De beide zijmuren zouden hetzelfde verdwijnpunt moeten hebben, maar dat is niet het geval.

Bladzijde 40

- 49 **a** foto I
b Foto II is genomen vanaf de ooghoogte van Anne.
 Foto III is genomen terwijl Mark stond.

Bladzijde 42

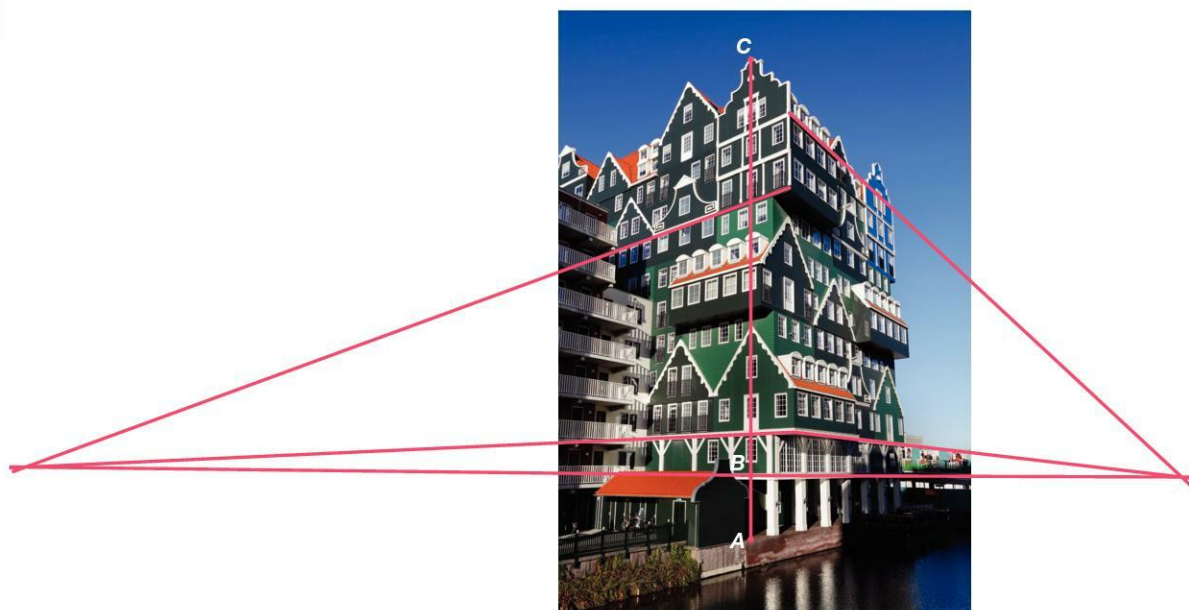
50



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,5$ cm en $AC = 5,2$ cm.

Dus de hoogte waarop de foto is genomen is $\frac{0,5}{5,2} \cdot 33 \approx 3,2$ meter.

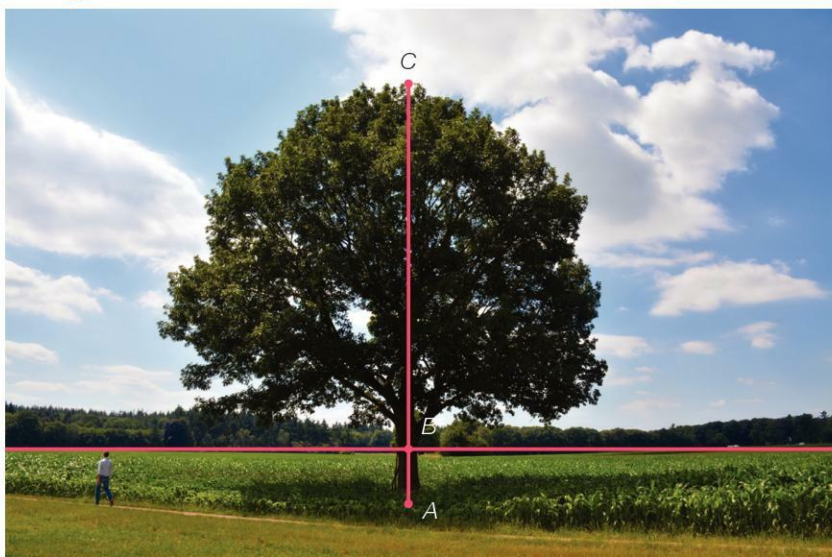
51



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,8$ cm en $AC = 6,3$ cm.

Dus de hoogte waarop de foto is genomen is $\frac{0,8}{6,3} \cdot 39 \approx 5,0$ meter.

52



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,7$ cm en $AC = 5,5$ cm.

Dus de hoogte van de boom is $\frac{5,5}{0,7} \cdot 1,75 \approx 13,8$ meter.

53



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 2,1$ cm en $AC = 3,3$ cm.

De horizon bevindt zich op een hoogte van $\frac{2,1}{3,3} \cdot 2,50 \approx 1,59$ meter.

Dus DF is in werkelijkheid 1,59 meter.

Opmeten op het werkblad geeft $DE = 2,3$ cm en $DF = 3,5$ cm.

Dus de lengte van het kind is $\frac{2,3}{3,5} \cdot 1,59 \approx 1,04$ meter.

Diagnostische toets

Bladzijde 46

- 1 De oppervlakte van de halve cirkel is $\frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 3^2 = 4\frac{1}{2}\pi$.

Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle AFD$ is $AF^2 + DF^2 = AD^2$

$$1,5^2 + DF^2 = 3^2$$

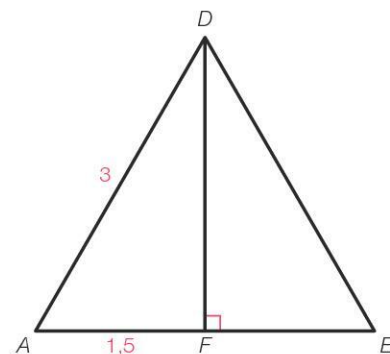
$$DF^2 = 6,75$$

$$DF = \sqrt{6,75}$$

De hoogte van het trapezium is $\sqrt{6,75}$, dus

$$O(ABCD) = \frac{1}{2}(6 + 3) \cdot \sqrt{6,75} = 4,5\sqrt{6,75}.$$

De oppervlakte van de blauwe vlakdelen is $4\frac{1}{2}\pi - 4,5\sqrt{6,75} \approx 2,45$.



- 2 Driehoek ADE is een vergroting van driehoek ABC met

vergrotingsfactor $\frac{8,4}{1,3} = 6,46\dots$

De hoogte van de boom is $6,46\dots \cdot 1,6 \approx 10,3$ meter.

- 3 a Driehoek ABC is een vergroting van driehoek

DEC met vergrotingsfactor $\frac{30}{23}$.

Er geldt $\frac{30}{23} \cdot h = h + 24$

$$\frac{7}{23}h = 24$$

$$h = 78,85\dots$$

De hoogte van de hele kegel is $7,885\dots + 2,4 = 10,285\dots$ dm.

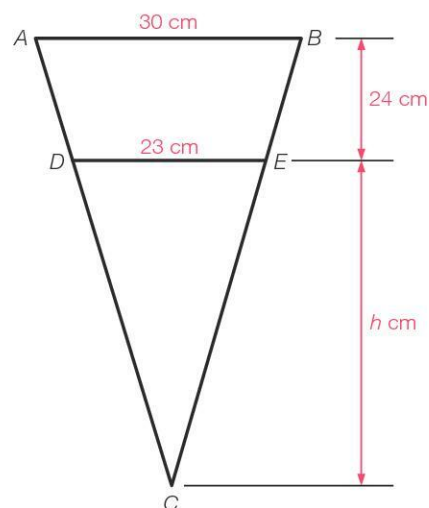
$$I(\text{grote emmer}) = \frac{1}{3}\pi \cdot 1,5^2 \cdot 10,285\dots - \frac{1}{3}\pi \cdot 1,15^2 \cdot 7,885\dots$$

$$= 13,314\dots \text{ dm}^3 \approx 13,31 \text{ liter}$$

- b De oppervlakte is 1,86 keer zo groot, dus $k^2 = 1,86$.

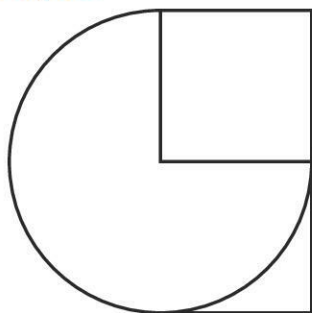
Dus $k = \sqrt{1,86}$.

De inhoud van de kleine emmer is $\frac{13,314\dots}{(\sqrt{1,86})^3} \approx 5,2$ liter.

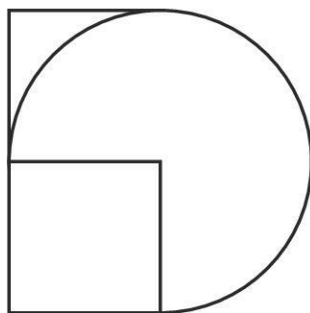


Bladzijde 47

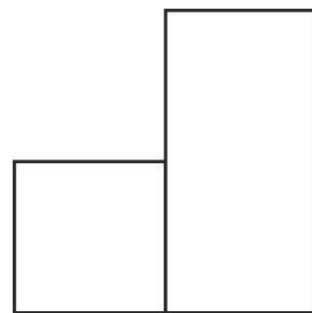
- 4 a



vooraanzicht



zijaanzicht



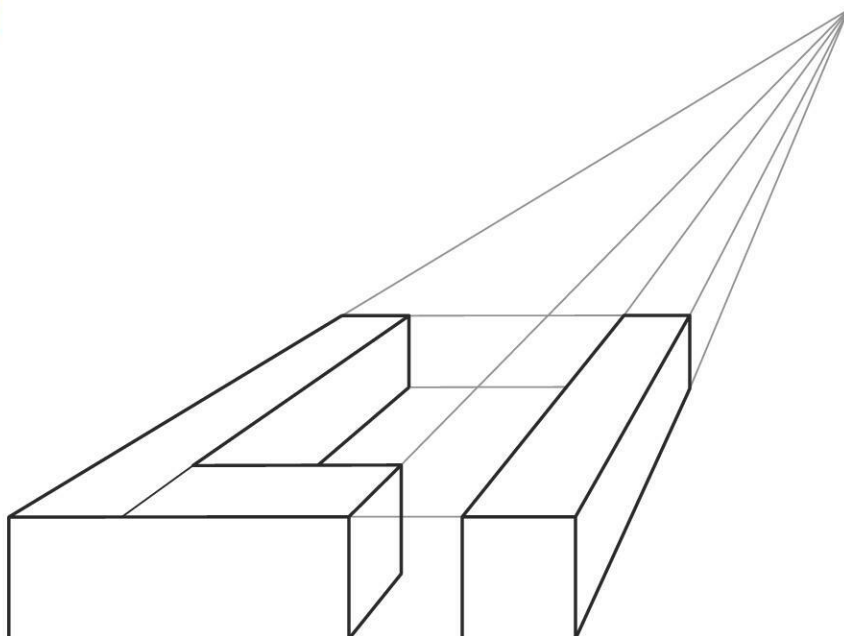
bovenaanzicht

- b De inhoud van het kunstwerk is $2 \cdot \frac{3}{4} \cdot \pi \cdot 20^2 \cdot 20 \approx 37\,699 \text{ cm}^3$.

De inhoud van het doosje is $45^3 = 91\,125 \text{ cm}^3$.

Dus $\frac{37\,699\dots}{91\,125} \times 100\% \approx 41,4\%$ van het doosje wordt opgevuld door het kunstwerk.

5



6



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,8$ cm en $AC = 3,3$ cm.

Dus de hoogte waarop de foto is genomen is $\frac{0,8}{3,3} \cdot 9,1 \approx 2,2$ meter.

9 Kansverdelingen

Voorkennis Kansberekeningen

Bladzijde 51

- 1 a $P(\text{één keer } 2) = \binom{8}{1} \cdot \frac{2}{5} \cdot \left(\frac{3}{5}\right)^7 \approx 0,090$
b $P(\text{minstens één keer } 1) = 1 - P(\text{geen enkele } 1) = 1 - \left(\frac{3}{5}\right)^8 \approx 0,983$
c $P(\text{vijf keer } 1 \text{ en drie keer } 3) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^3 \approx 0,005$
d $P(\text{vier keer } 1 \text{ en één keer } 3 \text{ en drie keer } 2) = \binom{8}{4} \cdot \binom{4}{1} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \frac{1}{5} \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^3 \approx 0,092$
- 2 a $P(\text{minstens } 2) = 1 - P(\text{geen of } 1) = 1 - P(\text{geen}) - P(1) = 1 - 0,78^8 - \binom{8}{1} \cdot 0,22 \cdot 0,78^7 \approx 0,554$
b $P(\text{zes of zeven}) = P(\text{zes}) + P(\text{zeven}) = \binom{12}{6} \cdot 0,53^6 \cdot 0,47^6 + \binom{12}{7} \cdot 0,53^7 \cdot 0,47^5 \approx 0,434$

Bladzijde 52

- 3 a $P(\text{minstens één prijs}) = 1 - P(\text{geen prijs}) = 1 - \frac{\binom{70}{5}}{\binom{80}{5}} \approx 0,497$
b $P(\text{tweede en derde prijs}) = \frac{\binom{3}{1} \cdot \binom{6}{1} \cdot \binom{70}{3}}{\binom{80}{5}} \approx 0,041$
- 4 a $P(\text{drie keer } 2 \text{ ogen, één keer } 3 \text{ ogen en acht keer } 1, 4, 5 \text{ of } 6 \text{ ogen}) = \binom{12}{3} \cdot \binom{9}{1} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^8 \approx 0,060$
b $P(\text{elk aantal ogen } 2 \text{ keer}) = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^{12} \approx 0,003$
c $P(\text{bij de twaalfde worp evenveel als bij de eerste worp}) = \frac{1}{6} \approx 0,167$

9.1 Toevalsvariabelen en verwachtingswaarde

Bladzijde 53

- 1 a $P(X = 17) = \frac{5}{25} = 0,2$
b $P(Y = 1) = \frac{8}{25} = 0,32$
c $P(X = 16 \text{ en } Y = 1) = \frac{7}{25} = 0,28$

Bladzijde 54

- 2 a $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
b $P(X \geq 2) = P(X = 2) + P(X = 3) + P(X = 4)$
c $P(X < 2) = P(X = 0) + P(X = 1)$
d $P(\text{minstens één witte}) = P(X \geq 1)$
e $P(\text{hoogstens drie witte}) = P(X \leq 3)$
f $P(\text{alleen maar witte}) = P(X = 4)$

3 a $P(X=2) = P(2 \text{ witte en } 3 \text{ niet-witte}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{10}{3}}{\binom{15}{5}} \approx 0,400$

b $P(Y=0) = P(\text{rrrr}) = \left(\frac{7}{15}\right)^4 \approx 0,047$

c $P(Y \leq 3) = 1 - P(Y=4) = 1 - P(\text{rrrr}) = 1 - \left(\frac{8}{15}\right)^4 \approx 0,919$

4 a $P(X=2) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2}}{\binom{10}{4}} \approx 0,476$

b $P(X \geq 1) = 1 - P(X=0) = 1 - \frac{\binom{5}{4}}{\binom{10}{4}} \approx 0,976$

5 a $P(X=8) = \binom{10}{8} \cdot 0,86^8 \cdot 0,14^2 \approx 0,264$

b $P(X < 9) = 1 - P(X=9) - P(X=10) = 1 - \binom{10}{9} \cdot 0,86^9 \cdot 0,14 - 0,86^{10} \approx 0,418$

Bladzijde 55

6 a $P(X=6) = \binom{10}{6} \cdot 0,70^6 \cdot 0,30^4 \approx 0,200$

b $P(Y=3) = \binom{10}{3} \cdot 0,23^3 \cdot 0,77^7 \approx 0,234$

c $P(Y \geq 2) = 1 - P(Y=0) - P(Y=1) = 1 - 0,77^{10} - \binom{10}{1} \cdot 0,23 \cdot 0,77^9 \approx 0,708$

d $P(X=8 \text{ en } Y=2) = \binom{10}{8} \cdot 0,70^8 \cdot 0,23^2 \approx 0,137$

7 $P(X=20) = P(2 \text{ enveloppen met } 10 \text{ euro}) = \frac{8}{20} \cdot \frac{7}{19} \approx 0,147$

$P(X > 0) = 1 - P(X=0) = 1 - P(2 \text{ lege enveloppen}) = 1 - \frac{12}{20} \cdot \frac{11}{19} \approx 0,653$

8 a $P(X=16) = \frac{25}{83} \approx 0,301$

b $P(X=16) + P(X=17) + P(X=18) = 1$

Bladzijde 56

9 a Omdat er drie niet-witte knikkers zijn en er zonder terugleggen wordt gepakt, is het mogelijk om als vierde knikker een witte te pakken, maar niet als vijfde.

b $P(X=4) = 1 - P(X=1) - P(X=2) - P(X=3)$, want
 $P(X=1) + P(X=2) + P(X=3) + P(X=4) = 1$.

Bladzijde 57

10 $P(X=1) = P(r) = \frac{6}{10} = 0,6$

$P(X=2) = P(wr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} \approx 0,267$

$P(X=3) = P(wwr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = 0,1$

$P(X=4) = P(wwwr) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} \approx 0,029$

$P(X=5) = P(wwwww) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 \approx 0,005$

x	1	2	3	4	5
$P(X=x)$	0,6	0,267	0,1	0,029	0,005

11 $P(X=0) = 0,25^3 \approx 0,016$
 $P(X=1) = \binom{3}{1} \cdot 0,75 \cdot 0,25^2 \approx 0,141$
 $P(X=2) = \binom{3}{2} \cdot 0,75^2 \cdot 0,25 \approx 0,422$
 $P(X=3) = 0,75^3 \approx 0,422$

x	0	1	2	3
$P(X=x)$	0,016	0,141	0,422	0,422

12 a $P(\text{Lotte wint in 2 sets}) = P(LL) = 0,6 \cdot 0,6 = 0,36$
b $P(\text{Gijs wint de eerste set en Lotte de volgende twee sets}) = P(GLL) = 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 = 0,144$
c $P(\text{de partij duurt 3 sets}) = P(LGL) + P(LGG) + P(GLL) + P(GLG)$
 $= 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,6 + 0,6 \cdot 0,4 \cdot 0,4 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 0,4 = 0,48$

Alternatieve uitwerking

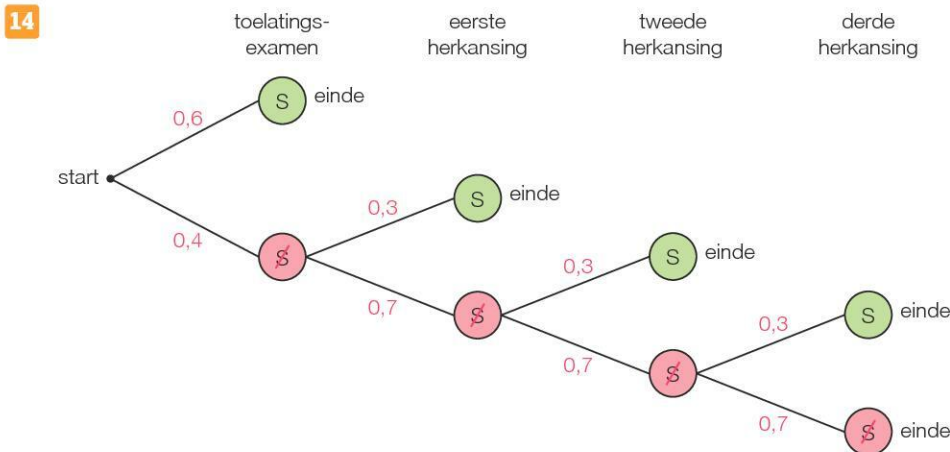
$P(\text{de partij duurt 3 sets}) = P(LG^*) + P(GL^*) = 0,6 \cdot 0,4 \cdot 1 + 0,4 \cdot 0,6 \cdot 1 = 0,48$

d $P(Y=2) = P(LL) + P(GG) = 0,6 \cdot 0,6 + 0,4 \cdot 0,4 = 0,52$
 $P(Y=3) = 0,48$ (zie vraag c)

y	2	3
$P(Y=y)$	0,52	0,48

13 $P(Z=2) = P(BB) + P(FF) = 0,65 \cdot 0,65 + 0,35 \cdot 0,35 = 0,545$
 $P(Z=3) = 1 - P(Z=2) = 1 - 0,545 = 0,455$

z	2	3
$P(Z=z)$	0,545	0,455



$P(A=1) = P(S) = 0,6$
 $P(A=2) = P(SS) = 0,4 \cdot 0,3 = 0,12$
 $P(A=3) = P(SSS) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,3 = 0,084$
 $P(A=4) = P(SSS^*) = 0,4 \cdot 0,7 \cdot 0,7 \cdot 1 = 0,196$

a	1	2	3	4
$P(A=a)$	0,6	0,12	0,084	0,196

15 $P(X=4) = P(\text{zw zw zw zw}) = \frac{4}{6} \cdot \frac{3}{5} \cdot \frac{2}{4} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{15}$
 $P(X=5) = P(1 \text{ witte}) = \binom{4}{1} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{1}{2} = \frac{4}{15}$
 $P(X=6) = P(2 \text{ witte}) = \binom{5}{2} \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{1}{5} \cdot 1 = \frac{2}{3}$

x	4	5	6
$P(X=x)$	$\frac{1}{15}$	$\frac{4}{15}$	$\frac{2}{3}$

Bladzijde 58

- 16 De opbrengst per week is $1000 \cdot 5 = 5000$ euro.
 De uitbetaling per week is $2000 + 100 \cdot 20 = 4000$ euro.
 De winst per week is $5000 - 4000 = 1000$ euro.
 Dat is gemiddeld per lot 1 euro.

Bladzijde 59

- 17 a

u	15	11	7	3
$P(U=u)$	$\frac{1}{27}$	$\frac{6}{27}$	$\frac{12}{27}$	$\frac{8}{27}$

 $E(U) = 15 \cdot \frac{1}{27} + 11 \cdot \frac{6}{27} + 7 \cdot \frac{12}{27} + 3 \cdot \frac{8}{27} = 7$ euro
 b $E(W) = E(U) - \text{inleg} = 7 - 8 = -1$ euro

- 18 a $W = \text{winst per spel, dus } W = \text{uitbetaling} - 2$
 $P(W=48) = \frac{1}{100} = 0,01$
 $P(W=8) = \frac{3}{100} = 0,03$
 $P(W=-2) = \frac{96}{100} = 0,96$

w	48	8	-2
$P(W=w)$	0,01	0,03	0,96

 $E(W) = -2 \cdot 0,96 + 8 \cdot 0,03 + 48 \cdot 0,01 = -1,20$
 De winstverwachting is $-\text{€ } 1,20$ per lot.
 b Een lot moet dan $2 - 1,20 = \text{€ } 0,80$ kosten.

Bladzijde 60

19

	SOM					
8	11	11	11	11	11	16
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
3	6	6	6	6	6	11
	3	3	3	3	3	8

$W = \text{winst per spel, dus } W = \text{uitbetaling} - 8$

w	8	3	-2
$P(W=w)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{10}{36}$	$\frac{25}{36}$

$E(W) = 8 \cdot \frac{1}{36} + 3 \cdot \frac{10}{36} - 2 \cdot \frac{25}{36} = -\frac{12}{36} \approx -0,33$
 De verwachtingswaarde van de winst is $-\text{€ } 0,33$ per spel.

- 20 a** $P(\text{één keer 5 ogen}) = \binom{3}{1} \cdot \frac{1}{6} \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{75}{216}$
- b** $P(2 \text{ dollar uitbetaald}) = P(\text{twee keer 5 ogen}) = \binom{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^2 \cdot \frac{5}{6} = \frac{15}{216}$
- c** $P(\text{geen uitbetaling}) = P(\text{geen 5 ogen}) = \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \frac{125}{216}$
- d** $W = \text{winst per spel voor de organisator} = 1 - \text{uitbetaling}$
 $P(W = -2) = P(\text{drie keer 5 ogen}) = \left(\frac{1}{6}\right)^3 = \frac{1}{216}$

w	1	0	-1	-2
$P(W = w)$	$\frac{125}{216}$	$\frac{75}{216}$	$\frac{15}{216}$	$\frac{1}{216}$

$$E(W) = 1 \cdot \frac{125}{216} + 0 \cdot \frac{75}{216} - 1 \cdot \frac{15}{216} - 2 \cdot \frac{1}{216} = \frac{108}{216} = 0,5$$

Het spel brengt naar verwachting $500 \cdot 0,5 = 250$ dollar op.

- 21** $X = \text{aantal knikkers dat Monique pakt}$
 $P(X = 1) = P(w) = \frac{6}{10}$

$$P(X = 2) = P(r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$$

$$P(X = 3) = P(r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{6}{8} = \frac{72}{720}$$

$$P(X = 4) = P(r r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{6}{7} = \frac{144}{5040}$$

$$P(X = 5) = P(r r r r w) = \frac{4}{10} \cdot \frac{3}{9} \cdot \frac{2}{8} \cdot \frac{1}{7} \cdot 1 = \frac{24}{5040}$$

x	1	2	3	4	5
$P(X = x)$	$\frac{6}{10}$	$\frac{24}{90}$	$\frac{72}{720}$	$\frac{144}{5040}$	$\frac{24}{5040}$

$$E(X) = 1 \cdot \frac{6}{10} + 2 \cdot \frac{24}{90} + 3 \cdot \frac{72}{720} + 4 \cdot \frac{144}{5040} + 5 \cdot \frac{24}{5040} = \frac{7920}{5040} = 1\frac{4}{7}$$

9.2 De binomiale verdeling

Bladzijde 62

- 22 a** $P(\text{drie keer 6 ogen}) = \binom{8}{3} \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \cdot \left(\frac{5}{6}\right)^5 \approx 0,104$
- b** $P(\text{meer dan 2 ogen}) = P(3, 4, 5 \text{ of } 6 \text{ ogen}) = \frac{4}{6}$
 $P(\text{vijf keer meer dan 2 ogen}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{4}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,273$

Bladzijde 63

- 23 a** $n = 10$, $p = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ en $k = 6$
- b** $P(Y = 6) = \binom{10}{6} \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^6 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^4 \approx 0,228$ en dat is hetzelfde antwoord.

Bladzijde 64

- 24 a** $n = 6$ en $p = \frac{8}{20} = 0,4$
 $P(X = 4) = \binom{6}{4} \cdot 0,4^4 \cdot 0,6^2 \approx 0,138$
- b** $n = 12$ en $p = \frac{8+10}{20} = 0,9$
 $P(Y = 10) = \binom{12}{10} \cdot 0,9^{10} \cdot 0,1^2 \approx 0,230$
- c** Nee, ze pakt zonder terugleggen en dus voert ze niet telkens hetzelfde experiment uit.

$$P(Z = 3) = P(3 \text{ groene en } 1 \text{ niet-groene}) = \frac{\binom{10}{3} \cdot \binom{10}{1}}{\binom{20}{4}} \approx 0,248$$

- 25 a** X = aantal keer slag
 $P(X = 5) = \binom{10}{5} \cdot 0,3^5 \cdot 0,7^5 \approx 0,103$
b $P(\text{alleen de laatste beurt slag}) = P(\text{sssss}) = 0,7^4 \cdot 0,3 \approx 0,072$

- 26 a** $P(X \leq 2) = P(X = 0) + P(X = 1) + P(X = 2) = 0,512 + 0,384 + 0,096 = 0,992$
b $P(X \leq 3)$ is de kans op alle mogelijke uitkomsten bij dit kansexperiment en deze kans is 1.
c Er zijn geen waarden kleiner dan 0 mogelijk.

d

x	0	1	2	3
$P(X \leq x)$	0,512	0,896	0,992	1

Bladzijde 65

- 27 a** $P(X = 3) = \binom{7}{3} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0,273$
b Er is geen sprake van succes en mislukking.
- 28 a** X = aantal keer wit
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{1}{6}$.
De GR geeft $P(X = 3) \approx 0,155$.
b X = aantal keer rood
 X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = \frac{2}{6}$.
De GR geeft $P(X \leq 5) \approx 0,822$.
c X = aantal keer blauw
 X is binomiaal verdeeld met $n = 9$ en $p = \frac{3}{6}$.
 $P(X \geq 1) = 1 - P(X = 0)$
De GR geeft $P(X \geq 1) \approx 0,998$.
d $P(\text{vijf keer blauw en drie keer rood}) = \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^3 \approx 0,065$
e $P(\text{acht keer blauw, vijf keer rood en drie keer wit}) = \binom{16}{8} \cdot \binom{8}{5} \cdot \left(\frac{3}{6}\right)^8 \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^5 \cdot \left(\frac{1}{6}\right)^3 \approx 0,054$

Bladzijde 66

- 29 a** X = aantal keer eerste opslag in
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,55$.
De GR geeft $P(X = 5) \approx 0,234$.
b $P(\text{alleen de laatste vier in}) = 0,45^2 \cdot 0,55^4 \approx 0,019$
- 30 a** X = aantal dat te hard rijdt
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16$.
De GR geeft $P(X = 10) \approx 0,136$.
b X = aantal dat 140 km/uur of meer rijdt
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,04$.
De GR geeft $P(X \leq 2) \approx 0,568$.
c X = aantal met een snelheid tussen 120 en 140 km/uur
Een kwart van 60 is $\frac{1}{4} \cdot 60 = 15$.
 X is binomiaal verdeeld met $n = 60$ en $p = 0,16 - \frac{1}{4} \cdot 0,16 = 0,12$.
De GR geeft $P(X = 15) \approx 0,003$.
- 31** X = aantal ondeugdelijke accu's
 X is binomiaal verdeeld met $n = 54$ en $p = 0,2$.
De GR geeft $P(X \leq 3) \approx 0,003$.

- 32**
- a $P(X \geq 4)$
 - b $P(X < 8)$
 - c $P(X > 5) = 1 - P(X \leq 5)$
 - d $P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$
 - e $P(X < 7) = P(X \leq 6)$
 - f $P(12 \leq X \leq 20) = P(X \leq 20) - P(X \leq 11)$
 - g $P(4 < X < 12) = P(X \leq 11) - P(X \leq 4)$
 - h $P(2 \leq X < 5) = P(X \leq 4) - P(X \leq 1)$
 - i $P(4 < X \leq 8) = P(X \leq 8) - P(X \leq 4)$
 - j $P(X \text{ tussen } 8 \text{ en } 20) = P(8 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 8)$

Bladzijde 68

- 33**
- a $P(X < 10) = P(X \leq 9)$
De GR geeft $P(X < 10) \approx 0,347$.
 - b $P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$
De GR geeft $P(X \geq 8) \approx 0,889$.
 - c $P(\text{meer dan } 12 \text{ keer succes}) = P(X > 12) = 1 - P(X \leq 12)$
De GR geeft $P(\text{meer dan } 12 \text{ keer succes}) \approx 0,208$.
 - d $P(\text{tussen } 9 \text{ en } 16 \text{ keer succes}) = P(9 < X < 16) = P(X \leq 15) - P(X \leq 9)$
De GR geeft $P(\text{tussen } 9 \text{ en } 16 \text{ keer succes}) \approx 0,631$.
 - e $P(\text{minstens } 6 \text{ keer succes}) = P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5)$
De GR geeft $P(\text{minstens } 6 \text{ keer succes}) \approx 0,982$.
 - f $P(9 \text{ of } 10 \text{ keer succes}) = P(X = 9 \text{ of } X = 10) = P(X = 9) + P(X = 10)$
De GR geeft $P(9 \text{ of } 10 \text{ keer succes}) \approx 0,294$.

- 34**
- a $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X \geq 5) = 1 - P(X \leq 4)$
De GR geeft $P(X \geq 5) \approx 0,623$.
 - b $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 25$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(10 < X < 20) = P(X \leq 19) - P(X \leq 10)$
De GR geeft $P(10 < X < 20) \approx 0,786$.
 - c $X = \text{aantal keer appel}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$.
 $P(X > 60) = 1 - P(X \leq 60)$
De GR geeft $P(X > 60) \approx 0,018$.
 - d $X = \text{aantal keer kersen}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 35$ en $p = \frac{1}{6}$.
De GR geeft $P(X = 7) \approx 0,146$.

- 35** a $X = \text{aantal keer twee rode knikkers}$

$$X \text{ is binomiaal verdeeld met } n = 15 \text{ en } p = P(\text{twee rode}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{11}{50}.$$

De GR geeft $P(X = 3) \approx 0,246$.

- b $X = \text{aantal keer één zwarte knikker}$

$$X \text{ is binomiaal verdeeld met } n = 15 \text{ en } p = P(\text{één zwarte}) = \frac{\binom{8}{1} \cdot \binom{17}{1}}{\binom{25}{2}} = \frac{34}{75}.$$

$$P(X \geq 10) = 1 - P(X \leq 9)$$

De GR geeft $P(X \geq 10) \approx 0,081$.

- c** X = aantal keer twee knikkers van dezelfde kleur
 X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{twee van dezelfde kleur}) =$

$$P(\text{twee rode}) + P(\text{twee zwarte}) + P(\text{twee witte}) = \frac{\binom{12}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{8}{2}}{\binom{25}{2}} + \frac{\binom{5}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{26}{75}.$$

$$P(X < 6) = P(X \leq 5)$$
De GR geeft $P(X < 6) \approx 0,575$.
- d** X = aantal keer minstens één rode knikker
 X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = P(\text{minstens één rode}) =$

$$1 - P(\text{geen rode}) = 1 - \frac{\binom{13}{2}}{\binom{25}{2}} = \frac{37}{50}.$$

$$P(X \geq 8) = 1 - P(X \leq 7)$$
De GR geeft $P(X \geq 8) \approx 0,978$.

Bladzijde 69

- 36 a** X = aantal kinderen uit een eenoudergezin
 X is binomiaal verdeeld met $n = 11$ en $p = 0,11$.
De GR geeft $P(X = 0) \approx 0,278$.
- b** X = aantal kinderen uit een eenoudergezin
 X is binomiaal verdeeld met $n = 22$ en $p = 0,11$.
De GR geeft $P(X \leq 2) \approx 0,558$.
- c** $P(\text{twee uit een eenoudergezin}) = \frac{\binom{5}{2} \cdot \binom{30}{4}}{\binom{35}{6}} \approx 0,169$
- 37** X = aantal passagiers dat komt opdagen
 X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0,88$.
De GR geeft $P(X \leq 92) \approx 0,924$.
De kans dat iedereen die komt opdagen een plaats heeft is 0,924.
- 38** X = aantal gasten dat komt opdagen
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0,92$.
Voor welke n is $P(X \leq 190) \geq 0,95$?
Voer bij y_1 een formule in en maak een tabel.
Op de TI: $y_1 = \text{binomcdf}(x, 0,92, 190)$.
Op de Casio: $y_1 = \text{BinomialCD}(190, x, 0,92)$.
Op de NW: $y_1 = \text{binomcdf}(190, x, 0,92)$.
Op de HP: $y_1 = \text{BINOMIAL_CDF}(x, 0,92, 190)$.
Je leest af voor $n = 200$ is $P(X \leq 190) \approx 0,963$
voor $n = 201$ is $P(X \leq 190) \approx 0,933$.
Er kunnen dagelijks hoogstens 200 stoelen worden verhuurd.

- 39 a** $P(6 \text{ ogen}) = \frac{1}{6}$ en $30 \cdot \frac{1}{6} = 5$.
- b** X is binomiaal verdeeld met $n = 30$ en $p = \frac{1}{6}$.
De GR geeft de kansen in de tabel.

x	3	4	5	6	7
$P(X = x)$	0,137	0,185	0,192	0,160	0,110

Bladzijde 70

- 40 a** De verwachtingswaarde is $E(X) = np = 140 \cdot 0,4 = 56$ en de standaardafwijking is $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{140 \cdot 0,4 \cdot 0,6} \approx 5,8$.
 $E(X) - \sigma_X \approx 56 - 5,8 = 50,2$
 $E(X) + \sigma_X \approx 56 + 5,8 = 61,8$
 $P(50,2 < X < 61,8) = P(51 \leq X \leq 61)$
 De GR geeft $P(51 \leq X \leq 61) \approx 0,657$.
- b** X = aantal keer zes ogen
 $E(X) = np = 1000 \cdot \frac{1}{6} = 166,66\dots$
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1000 \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6}} = 11,78\dots$
 $E(X) - 2\sigma_X = 166,66\dots - 2 \cdot 11,78\dots = 143,09\dots$
 $E(X) + 2\sigma_X = 166,66\dots + 2 \cdot 11,78\dots = 190,23\dots$
 $P(X < 143,09\dots) + P(X > 190,23\dots) = P(X \leq 143) + P(X \geq 191) = P(X \leq 143) + 1 - P(X \leq 190)$
 De GR geeft $P(X \leq 143) + P(X \geq 191) \approx 0,046$.

41 *

Deze bewering is waar.

- 42 a** X = aantal offertes voor occasions dat tot verkoop leidt
 X is binomiaal verdeeld met onbekende n en $p = 0,28$.
 $E(X) = np = 21$
 $0,28n = 21$
 $n = 75$
 Dus Nico heeft 75 offertes voor occasions opgesteld.
- b** X is binomiaal verdeeld met $n = 100$ en $p = 0,28$.
 $E(X) = np = 100 \cdot 0,28 = 28$
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{100 \cdot 0,28 \cdot 0,72} = 4,489\dots$
 $E(X) - 2\sigma_X = 28 - 2 \cdot 4,489\dots = 19,02\dots$
 Dus 19 of minder offertes leiden tot verkoop.
- c** Y = aantal offertes voor nieuwe auto's dat tot verkoop leidt
 Y is binomiaal verdeeld met $n = 217$ en onbekende p .
 $E(Y) + 2\sigma_Y = 90$, oftewel $np + 2 \cdot \sqrt{np(1-p)} = 90$.
 Los op $217p + 2 \cdot \sqrt{217p(1-p)} = 90$.
 Voer in $y_1 = 217x + 2 \cdot \sqrt{217x(1-x)}$ en $y_2 = 90$.
 De optie snijpunt geeft $x = 0,3499\dots$
 Dus $p = 0,350$.

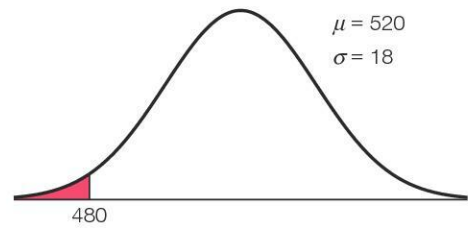
9.3 Berekeningen bij normaalkrommen**Bladzijde 72**

- 43 a** Dit volgt uit de vuistregels bij de normale verdeling.
 $13,5\% + 2,5\% = 16\%$ komt overeen met een oppervlakte van 0,16.
- b** a oppervlakte = 0,135
 b oppervlakte = 0,975
 c oppervlakte = 0,05
 d oppervlakte = 0,84

Bladzijde 73

- 44 a** Normale verdeling met $\mu = 3,5$ en $\sigma = 1,1$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 5$ geeft de GR opp $\approx 0,914$.
- b** Normale verdeling met $\mu = 850$ en $\sigma = 120$.
 Bij $l = 700$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,894$.
- c** Normale verdeling met $\mu = 1080$ en $\sigma = 60$.
 Bij $l = 1000$ en $r = 1100$ geeft de GR opp $\approx 0,539$.

- 45 a** Normale verdeling met $\mu = 520$ en $\sigma = 18$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 480$ geeft de GR opp $\approx 0,013$.
b Bij $l = 510$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,711$.



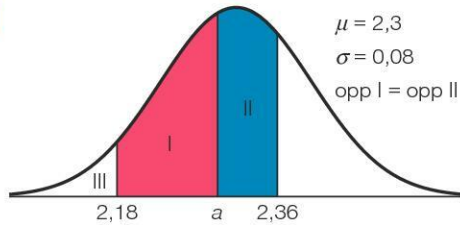
Bladzijde 74

- 46 a** Normale verdeling met $\mu = 5,8$ en $\sigma = 0,4$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 5,1$ geeft de GR opp $\approx 0,040$.
 Dus 4,0%.
b Bij $l = 5,25$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,915$.
 Dus 91,5%.
c Bij $l = 6,1$ en $r = 6,4$ geeft de GR opp $\approx 0,160$.
 Dus 16,0%.
47 a Neem bijvoorbeeld een normale verdeling met $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Bij $l = -1$ en $r = 1$ geeft de GR opp $\approx 0,6827$.
 Dus dat percentage is 68,27%.
b Ga weer uit van $\mu = 0$ en $\sigma = 1$.
 Bij $l = -2$ en $r = 2$ geeft de GR opp $\approx 0,9545$.
 Dat percentage is 95,45%.
48 Deze oppervlakte is $1 - 0,65 = 0,35$.

Bladzijde 76

- 49 a** Normale verdeling met $\mu = 16$ en $\sigma = 2$.
 opp links van a is 0,3
 De GR geeft $a \approx 15,0$.
b Normale verdeling met $\mu = 50$ en $\sigma = 8$.
 opp links van a is $1 - 0,7 = 0,3$
 De GR geeft $a \approx 45,8$.
c Normale verdeling met $\mu = 600$ en $\sigma = 70$.
 opp links van a is 0,86
 De GR geeft $a \approx 676$.
d Normale verdeling met $\mu = 0,8$ en $\sigma = 0,2$.
 opp links van a is $1 - 0,08 = 0,92$
 De GR geeft $a \approx 1,08$.
50 Normale verdeling met $\mu = 40$ en $\sigma = 5$.
 opp links van a is $\frac{1}{3}$ en links van b is $\frac{2}{3}$
 De GR geeft $a \approx 37,8$ en $b \approx 42,2$.
51 a Normale verdeling met $\mu = 1000$ en $\sigma = 50$.
 opp links van a is $\frac{1}{5}$, links van b is $\frac{2}{5}$, links van c is $\frac{3}{5}$ en links van d is $\frac{4}{5}$
 De GR geeft $a \approx 958$ en $b \approx 987$ en $c \approx 1013$ en $d \approx 1042$.
b Normale verdeling met $\mu = 150$ en $\sigma = 12$.
 opp links van p is $\frac{1}{2}(1 - 0,82) = 0,09$ en links van q is $1 - 0,09 = 0,91$
 De GR geeft $p \approx 133,9$ en $q \approx 166,1$.
 Normale verdeling met $\mu = 58$ en $\sigma = 6$.
 opp links van r is $\frac{1}{2} \cdot 0,12 = 0,06$ en links van s is $1 - 0,06 = 0,94$
 De GR geeft $r \approx 48,7$ en $s \approx 67,3$.

52



Normale verdeling met $\mu = 2,3$ en $\sigma = 0,08$.

Bij $l = 2,18$ en $r = 2,36$ geeft de GR opp $(I + II) \approx 0,70657$,

dus opp (I) $\approx \frac{1}{2} \cdot 0,70657 \approx 0,3533$.

Bij $l = -10^{99}$ en $r = 2,18$ geeft de GR opp (III) $\approx 0,0668$,

dus opp (I + III) $\approx 0,3533 + 0,0668 = 0,4201$.

De GR geeft $a \approx 2,284$.

53

a Een schatting van σ is 3, want 7 ligt ongeveer σ van $\mu = 10$ af.

b Een schatting van σ is 50, want 600 ligt ongeveer 2σ van $\mu = 500$ af.

c Een schatting van μ is 90, want 105 ligt ongeveer $\sigma = 15$ van μ af.

Bladzijde 78

54

a Een schatting van σ is 60, want 450 ligt iets minder dan σ van $\mu = 400$ af.

Neem x bijvoorbeeld tussen 50 en 70.

Neem y bijvoorbeeld tussen 0 en 1,5.

b Normale verdeling met $\mu = 400$, $\sigma = x$, $l = -10^{99}$ en $r = 450$.

Los op opp = 0,78.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,78$.

De optie snijpunt geeft $x = 64,751\dots$, dus $\sigma \approx 64,8$.

55

a Een schatting van μ is 190, want 170 ligt iets meer dan $\sigma = 12$ van μ af.

Neem x bijvoorbeeld tussen 180 en 200.

Neem y bijvoorbeeld tussen 0 en 0,15.

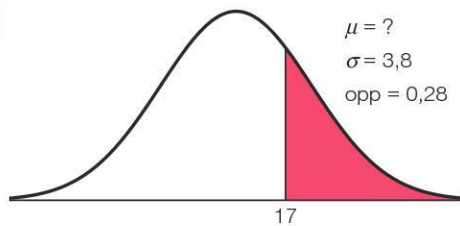
b Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 12$, $l = -10^{99}$ en $r = 170$.

Los op opp = 0,08.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,08$.

De optie snijpunt geeft $x = 186,8\dots$, dus $\mu \approx 187$.

56



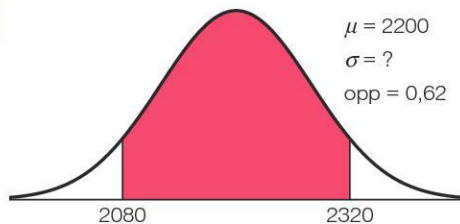
Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 3,8$, $l = 17$ en $r = 10^{99}$.

Los op opp = 0,28.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,28$.

De optie snijpunt geeft $x = 14,78\dots$, dus $\mu \approx 14,8$.

57



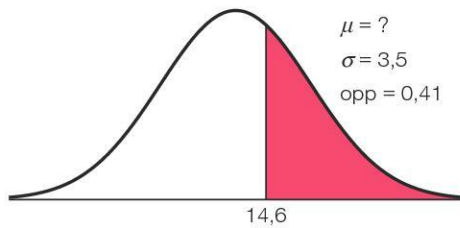
Normale verdeling met $\mu = 2200$, $\sigma = x$, $l = 2080$ en $r = 2320$.

Los op opp = 0,62.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,62$.

De optie snijpunt geeft $x = 136,6\dots$, dus $\sigma \approx 140$.

58 a



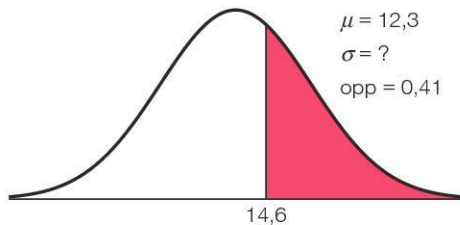
Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 3,5$, $l = 14,6$ en $r = 10^{99}$.

Los op $\text{opp} = 0,41$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,41$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 13,80...$, dus $\mu \approx 13,8$.

b



Normale verdeling met $\mu = 12,3$, $\sigma = x$, $l = 14,6$ en $r = 10^{99}$.

Los op $\text{opp} = 0,41$.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,41$.

De optie snijpunt geeft $x = 10,10...$, dus $\sigma \approx 10,1$.

59

Normale verdeling met $\mu = 28$ en $\sigma = x$.

opp links van 23 is $1 - 0,83 = 0,17$

Op de TI: voer in $y_1 = \text{invNorm}(0,17, 28, x, \text{LINKS})$.

Op de Casio: voer in $y_1 = \text{InvNormCD}(0,17, x, 28)$.

Op de NW: voer in $y_1 = \text{invnorm}(0,17, 28, x)$.

Op de HP: voer in $y_1 = \text{NORMALD_ICDF}(28, x, 0,17)$.

De optie snijpunt geeft hetzelfde antwoord.

9.4 Toepassingen van de normale verdeling

Bladzijde 80

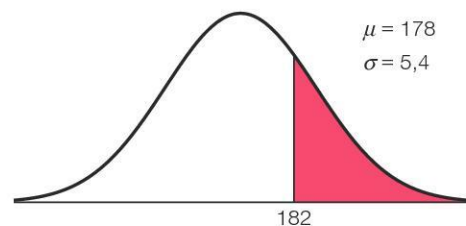
60

a Normale verdeling met $\mu = 178$ en $\sigma = 5,4$.

Bij $l = 182$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,229$.

b Van de jongens is 22,9% langer dan 182 cm.

c De gevraagde kans is 0,229.



Bladzijde 81

61

a Nee, het maakt voor de oppervlakte niet uit of de grens er wel of niet bijhoort.

Dus $P(X > 575) = P(X \geq 575)$.

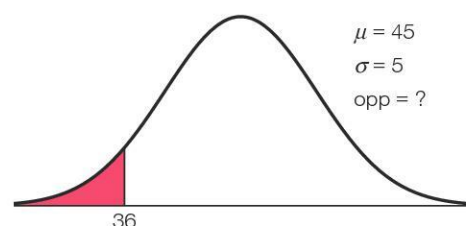
b Bij een score van 74 zit je nog niet bij de beste 20% van de deelnemers. Dat is pas het geval bij een score van 75 of meer.

62

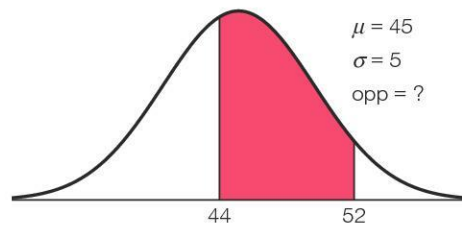
a Normale verdeling met $\mu = 45$ en $\sigma = 5$.

Bij $l = -10^{99}$ en $r = 36$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,036$.

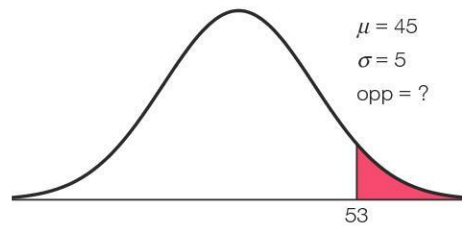
Dus 3,6%.



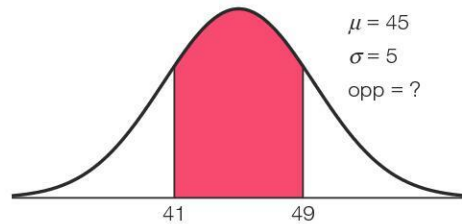
- b** X = lengte volwassen forel
 X is normaal verdeeld met $\mu = 45$ en $\sigma = 5$.
 De GR geeft $P(44 < X < 52) \approx 0,499$.



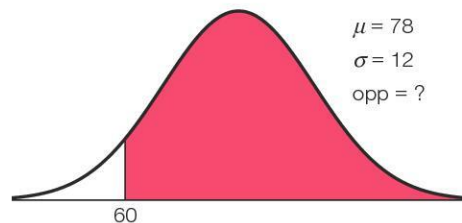
- c** Bij $l = 53$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,054...$
 Je verwacht $0,054... \cdot 240 \approx 13$ forellen.



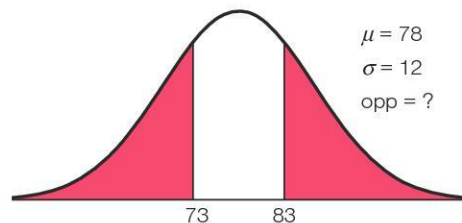
- d** Bij $l = 41$ en $r = 49$ geeft de GR opp $\approx 0,576$.
 Dus 57,6%.



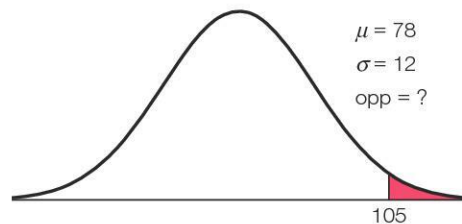
- 63 a** Normale verdeling met $\mu = 78$ en $\sigma = 12$.
 Bij $l = 60$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,933...$
 Dus $0,933... \cdot 1600 \approx 1493$ mannen zijn zwaarder dan 60 kg.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 65$ geeft de GR opp $\approx 0,139...$
 Dus $0,139... \cdot 1600 \approx 223$ mannen zijn lichter dan 65 kg.



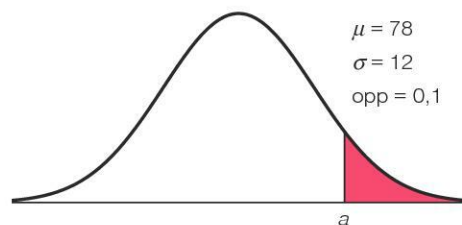
- b** X = gewicht mannelijke werknemer in kg
 X is normaal verdeeld met $\mu = 78$ en $\sigma = 12$.
 De GR geeft $1 - P(73 \leq X \leq 83) \approx 0,677$.



- c** Bij $l = 105$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,012...$
 Dus $0,012... \cdot 1600 \approx 20$ werknemers wegen meer dan 105 kg.

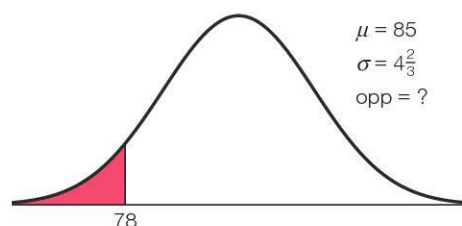


- d** opp links van a is $1 - 0,1 = 0,9$
 De GR geeft $a \approx 93,4$.
 Dus vanaf 94 kg.

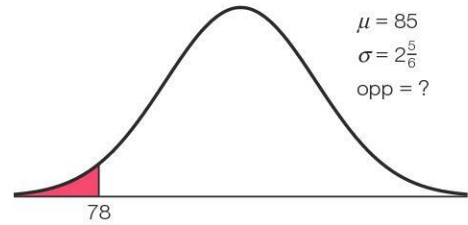


Bladzijde 82

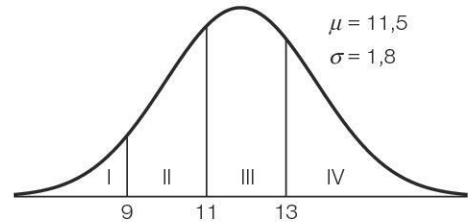
- 64 a** 280 minuten = $4\frac{2}{3}$ uur
 Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 4\frac{2}{3}$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 78$ geeft de GR opp $\approx 0,067$.
 Dus 6,7%.



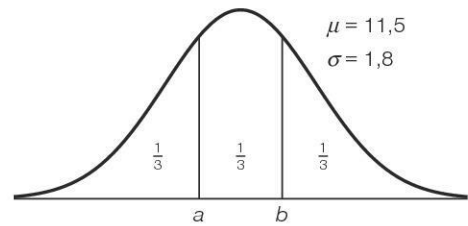
- b** 170 minuten = $2\frac{5}{6}$ uur
 Normale verdeling met $\mu = 85$ en $\sigma = 2\frac{5}{6}$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 78$ geeft de GR opp $\approx 0,007$.
 Dus 0,7%.



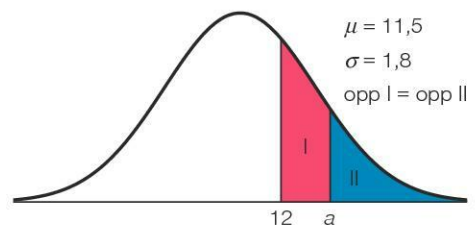
- 65 a** 18 mm = 1,8 cm
 Normale verdeling met $\mu = 11,5$ en $\sigma = 1,8$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 9$ geeft de GR opp (I) $\approx 0,082$.
 Bij $l = 9$ en $r = 11$ geeft de GR opp (II) $\approx 0,308$.
 Bij $l = 11$ en $r = 13$ geeft de GR opp (III) $\approx 0,407$.
 Bij $l = 13$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (IV) $\approx 0,202$.
 De percentages zijn 8,2%, 30,8%, 40,7% en 20,2%.



- b** opp links van a is $\frac{1}{3}$
 De GR geeft $a \approx 10,7$.
 opp links van b is $\frac{2}{3}$
 De GR geeft $b \approx 12,3$.
 De grenzen zijn 10,7 en 12,3 cm.

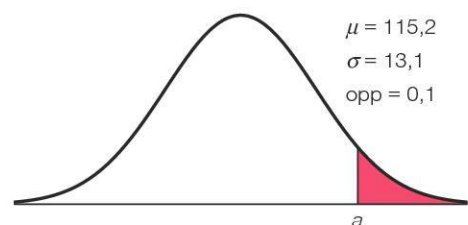


- 66** Normale verdeling met $\mu = 11,5$ en $\sigma = 1,8$.
 Bij $l = 12$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (I + II) $\approx 0,3906$.
 Dus opp (II) $\approx 1 - \frac{1}{2} \cdot 0,3906 = 0,8047$.
 De GR geeft $a \approx 13,0$.
 De grens is 13,0 cm.

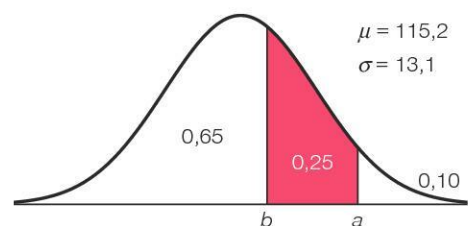


Bladzijde 83

- 67 a** Normale verdeling met $\mu = 115,2$ en $\sigma = 13,1$.
 opp links van a is $1 - 0,1 = 0,9$
 De GR geeft $a \approx 131,99$.
 Dus vanaf een IQ van 132.

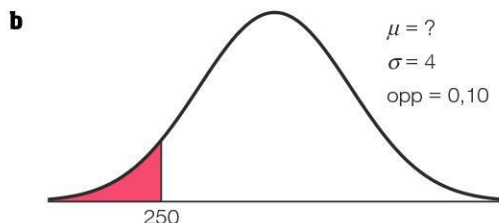


- b** opp links van b is $0,9 - 0,25 = 0,65$
 De GR geeft $b \approx 120,25$.
 Je krijgt een herkansing bij een IQ van 121 tot en met 131.



- 68 a**
-
- $\mu = 250$
 $\sigma = ?$
 opp = 0,90

Normale verdeling met $\mu = 250$, $\sigma = x$, $l = 245$ en $r = 255$.
 Los op opp = 0,90.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,90$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,039...$, dus maximaal $\sigma = 3,03$ gram.



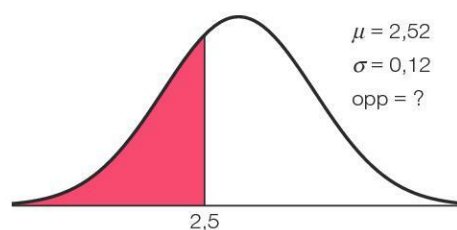
Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 4$, $l = -10^{99}$ en $r = 250$.

Los op $\text{opp} = 0,10$.

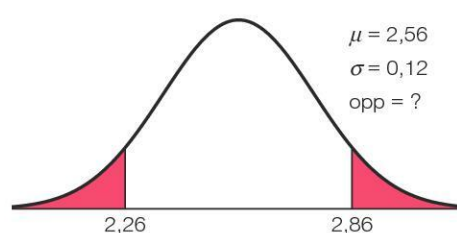
Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,10$.

De optie snijpunt geeft $x = 255,1\dots$, dus op een gemiddelde van 255 gram.

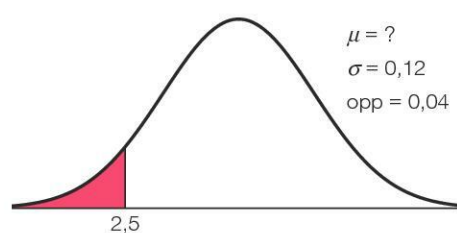
- 69 a** $X = \text{inhoud pak in kg}$
 X is normaal verdeeld met $\mu = 2,52$ en $\sigma = 0,12$.
 De GR geeft $P(X < 2,5) \approx 0,434$.



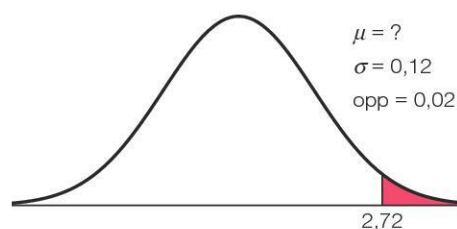
- b** Bij $l = 2,26$ en $r = 2,86$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,988$.
 De gevraagde oppervlakte is $1 - 0,988 = 0,012$.
 Dus 1,2%.



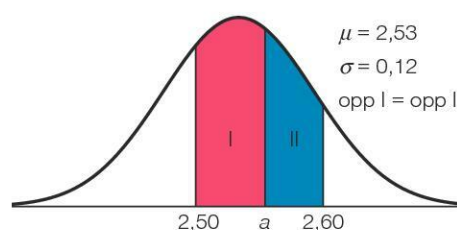
- c** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 0,12$, $l = -10^{99}$ en $r = 2,5$.
 Los op $\text{opp} = 0,04$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,04$.
 De optie snijpunt geeft $x = 2,710\dots$
 De vulmachine moet worden ingesteld op een gemiddelde van 2,71 kg of meer.



- d** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 0,12$, $l = 2,72$ en $r = 10^{99}$.
 Los op $\text{opp} = 0,02$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,02$.
 De optie snijpunt geeft $x = 2,473\dots$
 De vulmachine is ingesteld op een gemiddelde van 2,47 kg.

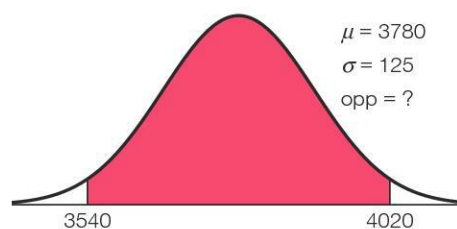


- e** Normale verdeling met $\mu = 2,53$ en $\sigma = 0,12$.
 Los op $\text{opp (I)} = \text{opp (II)}$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in met $l = 2,50$ en $r = x$ en
 bij y_2 de normale verdeling met $l = x$ en $r = 2,60$.
 De optie snijpunt geeft $x = 2,548\dots$
 Hij moet de grens leggen bij een gewicht van 2,548 kg.

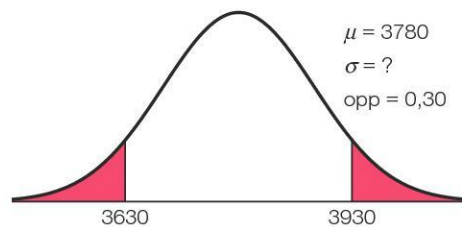
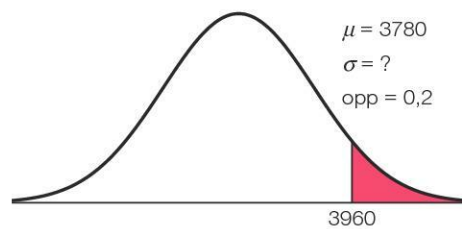


Bladzijde 84

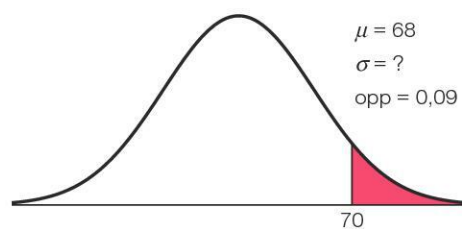
- 70 a** 1 uur en 3 minuten = $63 \cdot 60 = 3780$ seconden
 4 minuten = 240 seconden
 $X = \text{productietijd in minuten}$
 X is normaal verdeeld met $\mu = 3780$ en $\sigma = 125$.
 De GR geeft $P(3540 < X < 4020) \approx 0,945$.



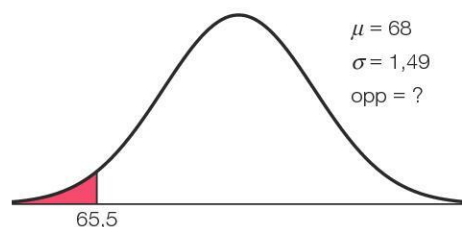
- b** 2,5 minuten = 150 seconden
 Normale verdeling met $\mu = 3780$, $\sigma = x$,
 $l = 3780 - 150 = 3630$ en $r = 3780 + 150 = 3930$.
 Los op $\text{opp} = 1 - 0,30 = 0,70$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,70$.
 De optie snijpunt geeft $x = 144,7...$
 Dus $\sigma = 145$ seconden.
- c** 66 minuten = $66 \cdot 60 = 3960$ seconden
 Normale verdeling met
 $\mu = 3780$, $\sigma = x$, $l = 3960$ en $r = 10^{99}$.
 Los op $\text{opp} = 0,2$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 213,8...$
 Dus $\sigma = 214$ seconden.



- 71** Normale verdeling met
 $\mu = 68$, $\sigma = x$, $l = 70$ en $r = 10^{99}$.
 Los op $\text{opp} = 0,09$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,09$.
 De optie snijpunt geeft $x = 1,491...$
 Dus $\sigma = 1,49\%$.



Normale verdeling met $\mu = 68$ en $\sigma = 1,49$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 65,5$ geeft GR $\text{opp} = 0,046...$
 Dat zijn er $0,046... \cdot 500 \approx 23$.



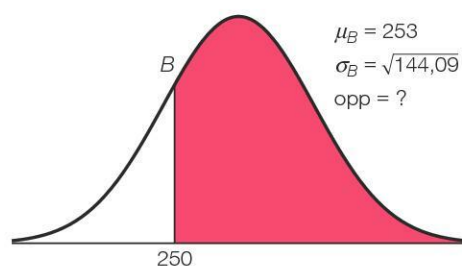
9.5 De wortel-n-wet

Bladzijde 86

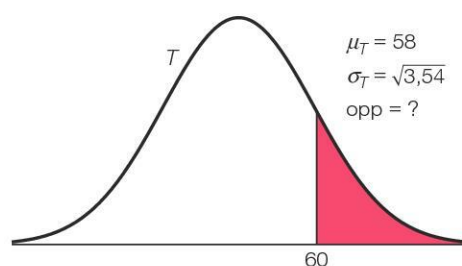
- 72** **a** Paul denkt dat de man hoogstens 82 kg mag wegen en de vrouw hoogstens 68 kg.
 Dat is samen hoogstens 150 kg.
 $P(X \leq 82) \cdot P(Y \leq 68) = 0,5 \cdot 0,5 = 0,25$
- b** Bijvoorbeeld: als een man 85 kg weegt en een vrouw 65 kg weegt is het ook goed.
- c** Ja. Deze kans is 0,5, want 150 kg is het gemiddelde gewicht van de man en de vrouw samen.

Bladzijde 87

- 73** Het brutogewicht is $B = X + Y$.
 B is normaal verdeeld met $\mu_B = 5 + 248 = 253$ gram en
 $\sigma_B = \sqrt{0,3^2 + 12^2} = \sqrt{144,09}$ gram.
 Bij $l = 250$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,599$.
 Dus in 59,9% van de gevallen is het brutogewicht meer dan 250 gram.



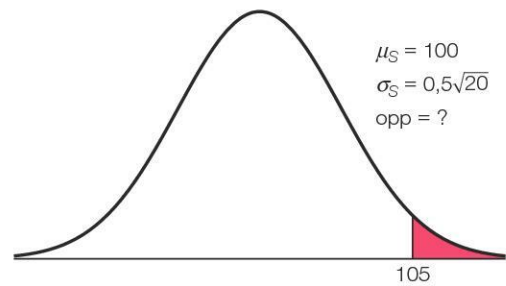
- 74** De totale productietijd T is normaal verdeeld met
 $\mu_T = 12 + 8 + 20 + 18 = 58$ seconden en
 $\sigma_T = \sqrt{0,5^2 + 0,3^2 + 0,8^2 + 1,6^2} = \sqrt{3,54}$ seconden.
 Bij $l = 60$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR $\text{opp} \approx 0,144$.
 Dus in 14,4% van de gevallen duurt het produceren van een artikel langer dan een minuut.



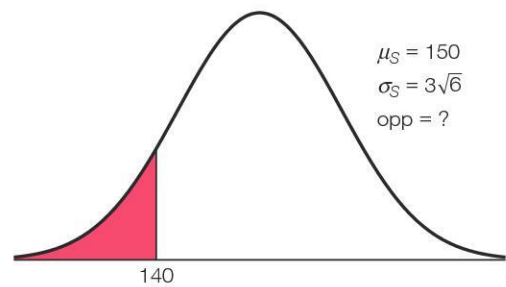
- 75** Er geldt wel dat $\mu_S = 8 \cdot \mu_X$, maar niet dat $\sigma_S = 8 \cdot \sigma_X$.
 Immers bij $S = X + X$ krijg je $\mu_S = \mu_X + \mu_X = 2 \cdot \mu_X$ en $\sigma_S = \sqrt{\sigma_X^2 + \sigma_X^2} \neq 2 \cdot \sigma_X$.

Bladzijde 88

- 76 a** S is de dikte van een stapel van 20 tegels.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 20 \cdot 5 = 100$ cm en
 $\sigma_S = \sqrt{20} \cdot 0,5 = 0,5\sqrt{20}$ cm.
 De GR geeft $P(S > 105) = 0,0126... \approx 0,013$
- b** X = aantal stapels dat niet in een krat past
 X is binomiaal verdeeld met $n = 12$ en $p = 0,0126...$
 $P(X \geq 2) = 1 - P(X \leq 1)$
 De GR geeft $P(X \geq 2) \approx 0,010$.

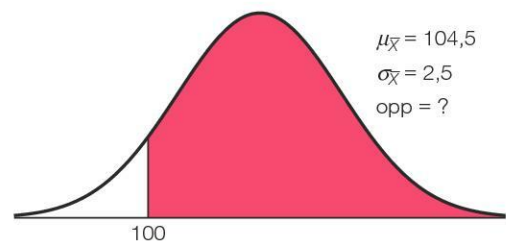


- 77** S is het gewicht van de koeken in een pak.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 6 \cdot 25 = 150$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{6} \cdot 3 = 3\sqrt{6}$ gram.
 De GR geeft $P(S < 140) = 0,0867... \approx 0,087$.

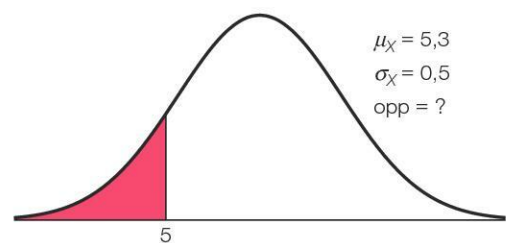


Bladzijde 90

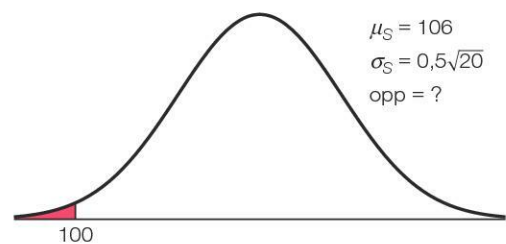
- 78** $\bar{X}$ is het gewicht van een kaasbroodje.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = \mu_X = 104,5$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{10}{\sqrt{16}} = 2,5$ gram.
 De GR geeft $P(\bar{X} \geq 100) \approx 0,964$.
 Dus 96,4%.



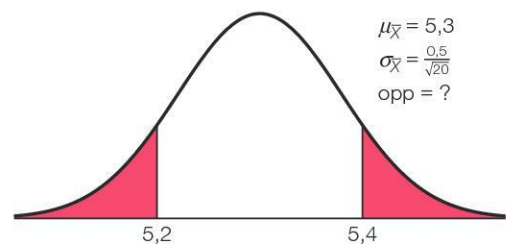
- 79 a** X is het gewicht van een zakje.
 X is normaal verdeeld met $\mu_X = 5,3$ gram en
 $\sigma_X = 0,5$ gram.
 De GR geeft $P(X < 5) \approx 0,274$.



- b** S is de totale hoeveelheid thee in een pakje van 20 stuks.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 20 \cdot 5,3 = 106$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{20} \cdot 0,5 = 0,5\sqrt{20}$ gram.
 De GR geeft $P(S < 100) \approx 0,004$.



- c** $\bar{X}$ is het gewicht van een zakje.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = 5,3$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{0,5}{\sqrt{20}}$ gram.
 $P(\bar{X} < 5,2 \text{ of } \bar{X} > 5,4) = 2 \cdot P(\bar{X} < 5,2)$
 De GR geeft $P(\bar{X} < 5,2 \text{ of } \bar{X} > 5,4) \approx 0,371$.
 Dus van 37,1%.



Diagnostische toets

Bladzijde 94

1

a

SOM VAN DE GETALLEN

8	11	12	13	14	15	16
7	10	11	12	13	14	15
6	9	10	11	12	13	14
5	8	9	10	11	12	13
4	7	8	9	10	11	12
3	6	7	8	9	10	11
	3	4	5	6	7	8

1^e keer draaien

2^e keer draaien

$$P(X \leq 8) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

b $P(Y > 0) = 1 - P(Y = 0) = 1 - \frac{6}{36} = \frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

c

Z = 5

8						
7						
6						
5	X	X	X			
4			X			
3			X			
	3	4	5	6	7	8

1^e keer draaien

2^e keer draaien

$$P(Z = 5) = \frac{5}{36}$$

2

$$P(A = 3) = P(RRR) + P(UUU) = 0,65^3 + 0,35^3 = 0,3175 \approx 0,318$$

$$P(A = 4) = \binom{3}{2} \cdot P(RRUR) + \binom{3}{2} \cdot P(UURU) = \binom{3}{2} \cdot 0,65^3 \cdot 0,35 + \binom{3}{2} \cdot 0,35^3 \cdot 0,65 = 0,3719... \approx 0,372$$

$$P(A = 5) = 1 - P(A = 3) - P(A = 4) = 1 - 0,3175 - 0,3719... \approx 0,311$$

a	3	4	5
P(A = a)	0,318	0,372	0,311

- 3** $W = \text{uitbetaling} - 1$
- | | | | |
|----------|-----|--------|--|
| som = 18 | 666 | 1 keer | $P(W = 99) = P(\text{som} = 18) = \frac{1}{216}$ |
| som = 17 | 665 | 3 keer | $P(W = 14) = P(\text{som} = 17) = \frac{3}{216}$ |
| som = 16 | 664 | 3 keer | |
| | 655 | 3 keer | $P(W = 4) = \frac{6}{216}$ |

$$P(W = -1) = 1 - P(W = 99) - P(W = 14) - P(W = 4) = 1 - \frac{1}{216} - \frac{3}{216} - \frac{6}{216} = \frac{206}{216}$$

w	99	14	4	-1
$P(W = w)$	$\frac{1}{216}$	$\frac{3}{216}$	$\frac{6}{216}$	$\frac{206}{216}$

$$E(W) = 99 \cdot \frac{1}{216} + 14 \cdot \frac{3}{216} + 4 \cdot \frac{6}{216} + (-1) \cdot \frac{206}{216} \approx -0,19$$

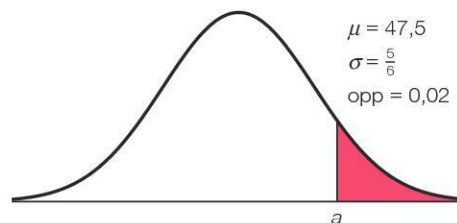
De verwachtingswaarde van de winst per spel is -19 cent.

- 4 a** $X = \text{aantal leerlingen met wiskunde A of wiskunde C}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 0,45 + 0,09 = 0,54$.
 De GR geeft $P(X \leq 10) \approx 0,894$.
- b** $Y = \text{aantal leerlingen dat geen wiskunde C heeft}$
 Y is binomiaal verdeeld met $n = 15$ en $p = 1 - 0,09 = 0,91$.
 $P(Y = 0) = 0,91^{15} \approx 0,243$
- 5 a** $X = \text{aantal dat met het vliegtuig gaat}$
 X is binomiaal verdeeld met $n = 20$ en $p = 0,42$.
 $P(X > 10) = 1 - P(X \leq 10)$
 De GR geeft $P(X > 10) \approx 0,170$.
- b** $P(10 \text{ met de auto en } 10 \text{ met het vliegtuig}) = \binom{20}{10} \cdot 0,51^{10} \cdot 0,42^{10} \approx 0,038$
- 6 a** $n = 40$ en $E(X) = np = 22,4$ geeft $40p = 22,4$, dus $p = 0,56$.
 $\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{40 \cdot 0,56 \cdot 0,44} \approx 3,14$
- b** $E(Y) = 45$, dus $np = 45$ } $\sqrt{45(1-p)} = 6$
 $\sigma_Y = \sqrt{np(1-p)} = 6$ } $45(1-p) = 36$
 $1-p = 0,8$
 $p = 0,2$
 $p = 0,2$ en $np = 45$ geeft $0,2n = 45$, dus $n = 225$.
 Dus $n = 225$ en $p = 0,2$.

Bladzijde 95

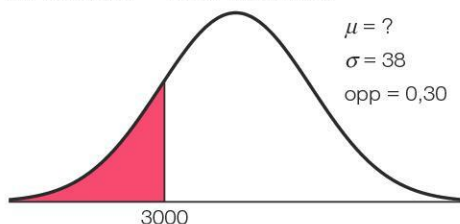
- 7 a** Normale verdeling met $\mu = 201$ en $\sigma = 44$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 256$ geeft de GR opp $\approx 0,894$.
 Dus 89,4%.
- b** Bij $l = 188$ en $r = 241$ geeft de GR opp $\approx 0,435$.
 Dus 43,5%.
- 8 a** Normale verdeling met $\mu = 168$ en $\sigma = 12$.
 opp links van a is $\frac{1}{2}(1 - 0,75) = 0,125$
 De GR geeft $a \approx 154,2$.
- b** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 18$, $l = 112$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = 0,71.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,71$.
 De optie snijpunt geeft $x = 121,96\dots$, dus $\mu \approx 122$.
- c** Normale verdeling met $\mu = 18$, $\sigma = x$, $l = 14$ en $r = 22$.
 Los op opp = 0,74.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,74$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,551\dots$, dus $\sigma \approx 3,55$.

- 9 a** 47 minuten en 30 seconden = 47,5 minuten
 50 seconden = $\frac{5}{6}$ minuut
 Normale verdeling met $\mu = 47,5$ en $\sigma = \frac{5}{6}$.
 opp. links van a is $1 - 0,02 = 0,98$
 De GR geeft $a \approx 49,21$.
 0,21 minuut $\approx$ 13 seconden
 Dus 49 minuten en 13 seconden.



- b** Bij een snelheid van 20 km per uur hoort een tijd van $\frac{15}{20} = 0,75$ uur = 45 minuten.
 Snelheid meer dan 20 km per uur, dus tijd minder dan 45 minuten.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 45$ geeft de GR opp $\approx 0,001$.
 Dus in 0,1% van de gevallen.

- c** 50 minuten = 3000 seconden



Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 38$, $l = -10^{99}$ en $r = 3000$.

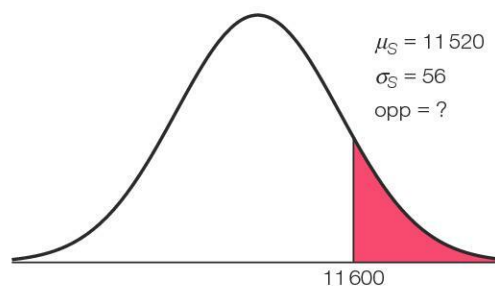
Los op opp = 0,30.

Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,30$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 3020$.

Dus Nadine loopt de 15 km in een gemiddelde tijd van 50 minuten en 20 seconden.

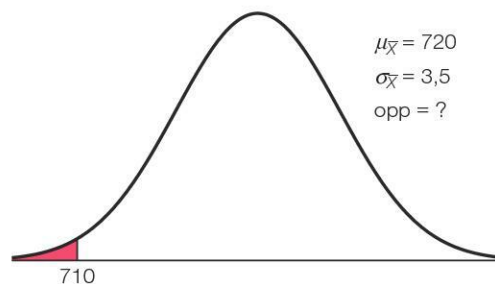
- 10 a** S is de inhoud van een doos.
 S is normaal verdeeld met $\mu_S = 16 \cdot 720 = 11\,520$ gram en
 $\sigma_S = \sqrt{16} \cdot 14 = 4 \cdot 14 = 56$ gram.
 De GR geeft $P(S > 11\,600) \approx 0,077$.



- b** X is de inhoud van een pot appelmoes.
 $\bar{X}$ is normaal verdeeld met $\mu_{\bar{X}} = 720$ gram en
 $\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{14}{\sqrt{16}} = 3,5$ gram.

De GR geeft $P(\bar{X} < 710) \approx 0,002$.

Dus 0,2%.



10 Exponenten en logaritmen

Voorkennis Lineaire en exponentiële groei

Bladzijde 100

- 1 a $N = b \cdot g^t$ met $b = 11,14$ en $g = 1,015$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^t$.
 b Bij 1 januari 2024 hoort $t = 6$.
 $t = 6$ geeft $N = 11,14 \cdot 1,015^6 = 12,180...$
 Dus 12,18 miljoen.
 c Voer in $y_1 = 11,14 \cdot 1,015^x$ en $y_2 = 13$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,37...$
 Dus in het jaar $2018 + 10 = 2028$.
 d Bij 1 januari 2010 hoort $t = -8$.
 $t = -8$ geeft $N = 9,889...$
 Dus 9,89 miljoen.
 e In 2025, dus van $t = 7$ tot $t = 8$.
 $t = 7$ geeft $N = 12,363...$ en $t = 8$ geeft $N = 12,549...$
 De toename is ongeveer $0,19$ miljoen = 190 000.

- 2 a $N = b \cdot g^t$ met $b = 100$ en $g = 0,8$ geeft $N = 100 \cdot 0,8^t$.
 b Voer in $y_1 = 100 \cdot 0,8^x$ en $y_2 = 25$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,21...$
 Dus na 6,2 uur.

- 3 a $V_z = b \cdot g^t$ met $b = 290$ en $g = 1,4$ geeft $V_z = 290 \cdot 1,4^t$.
 $V_w = at + b$ met $a = 310$ en $b = 2430$ geeft $V_w = 310t + 2430$.
 b Los op $290 \cdot 1,4^t = 2(310t + 2430)$.
 Voer in $y_1 = 290 \cdot 1,4^x$ en $y_2 = 2(310x + 2430)$.
 De optie snijpunt geeft $x = 10,98...$
 Dus in het jaar $2012 + 10 = 2022$.

Bladzijde 101

- 4 a $\frac{16,07}{13,84} \approx 1,16$; $\frac{18,72}{16,07} \approx 1,16$; $\frac{21,65}{18,72} \approx 1,16$; $\frac{25,02}{21,65} \approx 1,16$
 De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.
 b De formule is $O = 13,84 \cdot 1,16^t$.
 c Bij 2023 hoort $t = 9$.
 $t = 9$ geeft $O = 13,84 \cdot 1,16^9 \approx 52,63$, dus de omzet in 2023 is 52,63 miljard euro.
 De omzet per Nederlander in 2023 is naar verwachting $\frac{52,63 \text{ miljard}}{17,6 \text{ miljoen}} \approx 2990$ euro.

10.1 Exponentiële groei

Bladzijde 102

- 1 De groeifactor is 1,05 per jaar.

Bladzijde 103

- 2 a x tussen 0 en 40, y tussen 0 en 250.
 b Voer in $y_1 = 250 \cdot 0,955^x$ en $y_2 = 125$.
 De optie snijpunt geeft $x = 15,05...$
 Dus in het jaar 2015.

3	groeipercantage	13%	3,3%	120%	0,7%	12%	6%	150%	23,7%
	groeifactor	1,13	1,033	2,20	1,007	1,12	1,06	2,5	1,237

4	afname in procenten	13%	41,8%	6,2%	0,3%	2%	0,1%	75,4%
	groefactor	0,87	0,582	0,938	0,997	0,98	0,999	0,246

- 5 a $R = b \cdot g^t$ met $b = 215\,000$ en $g = 1,02$ geeft $R = 215\,000 \cdot 1,02^t$.
b Los op $215\,000 \cdot 1,02^t = 400\,000$.
Voer in $y_1 = 215\,000 \cdot 1,02^x$ en $y_2 = 400\,000$.
De optie snijpunt geeft $x = 31,35\dots$
Dus in februari 2019.
c Bij december 2023 hoort $t = 90$ en bij januari 2023 hoort $t = 79$.
 $t = 79$ geeft $R \approx 1\,027\,666$ en $t = 90$ geeft $R \approx 1\,277\,774$.
De toename is 250 108 ritten.
- 6 a $N = b \cdot g^t$ met $b = 400$ en $g = 1,12$ geeft $N = 400 \cdot 1,12^t$.
b Los op $400 \cdot 1,12^t = 15\,000$.
Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,12^x$ en $y_2 = 15\,000$.
De optie snijpunt geeft $x = 31,98\dots$
Dus in $1990 + 32 = 2022$.
c Voor de schade S in miljoenen euro's per jaar geldt $S = 2 \cdot 1,10^t$ met $t = 0$ in 2015.
In 2025 is $S = 2 \cdot 1,10^{10} = 5,187\dots$ en $N = 400 \cdot 1,12^{35} \approx 21\,120$.
In 2025 is de gemiddelde schade die een halsbandparkiet aanbrengt $\frac{5,187\dots \text{ miljoen}}{21\,120} \approx 246$ euro.

Bladzijde 104

- 7 a Dat was $\frac{15,65}{190} \times 100\% \approx 8,2\%$.
b $K_W = b \cdot g^t$ met $b = 190$ en $g = 1,018$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^t$.
c $20\,000 = 0,02$ miljoen
 $K_E = at + b$ met $a = -0,02$ en $b = 15,65$ geeft $K_E = -0,02t + 15,65$.
d Bij 2025 hoort $t = 10$.
 $t = 10$ geeft $K_W = 190 \cdot 1,018^{10} = 227,1\dots$ en $K_E = -0,02 \cdot 10 + 15,65 = 15,45$.
Dat is $\frac{15,45}{227,1\dots} \times 100\% \approx 6,8\%$.
- 8 $N_{VS} = 1,8t + 333,5$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.
 $N_{Rusland} = 142,9 \cdot 0,996^t$ met t in jaren en $t = 0$ op 1 januari 2020.
Los op $1,8t + 333,5 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^t$.
Voer in $y_1 = 1,8x + 333,5$ en $y_2 = 3 \cdot 142,9 \cdot 0,996^x$.
De optie snijpunt geeft $x = 27,78\dots$
Dus in het jaar 2047.
- 9 Het percentage biomassa is $P_b = 0,21t + 3,89$ en het percentage zonne-energie is $P_z = 0,25 \cdot 1,35^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.
Bij 2023 hoort $t = 8$.
 $t = 8$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 8 + 3,89 = 5,57$ en $P_z = 0,25 \cdot 1,35^8 \approx 2,76$.
Dus in 2023 is $5,57 + 2,26 = 8,33\%$ van het totale energieverbruik afkomstig van biomassa en zonne-energie.
- 10 Noem het percentage windenergie en overig P_{wo} .
In 2015 is $P_{wo} = 5,74 - 3,89 - 0,25 = 1,60$.
Dus $P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2015.
Bij 2030 hoort $t = 15$.
 $t = 15$ geeft $P_b = 0,21 \cdot 15 + 3,89 = 7,04$, $P_z = 0,25 \cdot 1,35^{15} \approx 22,54$ en $P_{wo} = 1,60 \cdot 1,13^{15} \approx 10,01$.
In totaal is in 2030 het aandeel hernieuwbare bronnen ongeveer $7,04 + 22,54 + 10,01 \approx 39,6\%$.
Dus het doel wordt gehaald.

Bladzijde 105

- 11 a** Los op $500 \cdot 1,0175^x = 1000$.
 Voer in $y_1 = 500 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 1000$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- b** Los op $1740 \cdot 1,0175^x = 3480$.
 Voer in $y_1 = 1740 \cdot 1,0175^x$ en $y_2 = 3480$.
 De optie snijpunt geeft $x = 39,95\dots$
 Dus na ongeveer 40 maanden is de hoeveelheid verdubbeld.
- c** Een verdubbeling van de hoeveelheid duurt in beide gevallen ongeveer 40 maanden.

Bladzijde 106

- 12 a** $g_{\text{jaar}} = 1,131$, dus los op $1,131^x = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,131^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 5,63\dots$
 De verdubbelingstijd is 5 jaar en $0,63\dots \cdot 12 \approx 8$ maanden.
- b** Er geldt $g^7 = 2$ met g de groeifactor per dag.
 $g^7 = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{7}} \approx 1,104$
 Het groeipercentage per dag is 10,4%.
- 13 a** $g_{\text{dag}} = 0,917$, dus los op $0,917^x = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,99\dots$
 De halveringstijd is 8 dagen.
- b** Los op $0,917^x = 0,1$.
 Voer in $y_1 = 0,917^x$ en $y_2 = 0,1$.
 De optie snijpunt geeft $x = 26,57\dots$
 Na ongeveer 26,6 dagen.
- 14 a** $g_{\text{jaar}} = 1,025$, dus los op $1,025^x = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,025^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 28,07\dots$
 De verdubbelingstijd is ongeveer 28 jaar.
- b** De bevolking van Gabon groeit langzamer, dus deze verdubbelt minder snel.
 De verdubbelingstijd van de bevolking van Gabon is dus langer.
- c** Er geldt $g^{11,5} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{11,5} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{11,5}} \approx 1,062$
 Het groeipercentage per jaar was 6,2%.

Bladzijde 107

- 15** Voor de loopkevers in Drenthe geldt $g^{12} = \frac{1}{2}$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{12} = \frac{1}{2}$ geeft $g^{27} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{27}{12}} \approx 0,210$ en dat betekent een afname van 79% in 27 jaar.
 Dit is in lijn met het onderzoek in Duitsland.
- 16 a** In periode I is de groeifactor per jaar 1,097.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $7,48\dots \approx 7$ jaar.
 In periode II is de groeifactor per jaar 1,038.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,58\dots \approx 19$ jaar.
 In periode III is de groeifactor per jaar 1,050.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $14,20\dots \approx 14$ jaar.
 In periode IV is de groeifactor per jaar 1,039.
 Daarbij hoort een verdubbelingstijd van $18,11\dots \approx 18$ jaar.
- b** Bij de periode 2000 t/m 2012 hoort een groeifactor van
 $1,097^4 \cdot 1,038^2 \cdot 1,050^2 \cdot 1,039^5 \approx 2,083$.
 De zorgkosten zijn in de periode 2000 t/m 2012 dus verdubbeld.
- c** Er geldt $g^{26} = 2$ met g de groeifactor per jaar.
 $g^{26} = 2$ geeft $g = 2^{\frac{1}{26}} \approx 1,027$
 Het groeipercentage per jaar was 2,7%.
- d** In 2015 waren de uitgaven $\frac{100 \text{ miljard}}{1,027^3} \approx 92$ miljard euro.

- 17** Bij groeipercentage 20% hoort $g = 1,20$.
 Bij groeipercentage 40% hoort $g = 1,40$.
 Voer in $y_1 = 1,20^x$, $y_2 = 1,40^x$ en $y_3 = 2$.
 De optie snijpunt bij y_1 en y_3 geeft $x \approx 3,802$.
 De optie snijpunt bij y_2 en y_3 geeft $x \approx 2,060$.
 $\frac{2,060}{3,802} \approx 0,54$

Een verdubbeling van het groeipercentage heeft dus in het algemeen geen halvering van de verdubbelingstijd tot gevolg.

- 18** Stel in de laatste 2 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.
 Er geldt dan $1,12^3 \cdot g^2 = 2$.
 Dit geeft $g^2 = \frac{2}{1,12^3}$, dus $g = \sqrt{\frac{2}{1,12^3}} \approx 1,193$.
 Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste twee jaar is 19,3%.

Bladzijde 108

- 19 a** Op $t = 0$ zijn er N exemplaren.
 Na T jaar zijn er $2N$ exemplaren.
 Na $2T$ jaar zijn er $4N$ exemplaren.
 Na $3T$ jaar zijn er $8N$ exemplaren.
 Na $4T$ jaar zijn er $16N$ exemplaren.
 Dus na drie keer T jaar zijn er 8 keer zoveel exemplaren en na vier keer T jaar zijn er 16 keer zoveel exemplaren.
- b** $10000 + 30000 = 40000$ exemplaren, dus dat is vier keer zoveel.
 Dat duurt twee verdubbelingstijden, oftewel $2 \cdot 1,5 = 3$ jaar.
- c** Dan duurt het $2 \cdot 5 = 10$ jaar.

10.2 Groeipercentages en formules

Bladzijde 110

- 20 a**
- | tijd in jaren | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-----------------|---|----|-----|------|--------|---------|
| hoeveelheid N | 2 | 18 | 162 | 1458 | 13 122 | 118 098 |
- b** $\frac{162}{2} = \frac{1458}{18} = \frac{13\,122}{162} = \frac{118\,098}{1458} = 81$, dus met 81.
- c** Vermenigvuldigen met 4,5 per halfjaar geeft een vermenigvuldiging met $4,5 \cdot 4,5 = 20,25$ per jaar.
 Dat is groter dan 9, dus per halfjaar wordt N met minder dan 4,5 vermenigvuldigd.

Bladzijde 111

- 21 a** $g_{\frac{1}{4} \text{ uur}} = 1,12$
 $g_{\text{uur}} = 1,12^4 \approx 1,574$
 De toename per uur is 57,4%.
- b** $g_{15 \text{ minuten}} = 1,12$
 $g_{5 \text{ minuten}} = 1,12^{\frac{1}{3}} \approx 1,038$
 De toename per vijf minuten is 3,8%.
- c** $g_{\text{uur}} = 1,12^4$
 $g_{5 \text{ uur}} = (1,12^4)^5 = 1,12^{20} \approx 9,65$
 De toename per 5 uur is 865%.
- 22 a** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{week}} = 0,84^7 \approx 0,295$
- b** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{uur}} = 0,84^{\frac{1}{24}} \approx 0,993$
 De afname per uur is 0,7%.
- c** $g_{\text{dag}} = 0,84$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,84^{\frac{1}{6}} \approx 0,9982$
 De afname per kwartier is 0,18%.

Bladzijde 112

- 23** a $g_{\text{jaar}} = 1,066$
 $g_{10 \text{ jaar}} = 1,066^{10} \approx 1,895$
 De toename per 10 jaar is 89,5%.
- b $g_{\text{uur}} = 0,805$
 $g_{\text{kwartier}} = 0,805^{\frac{1}{4}} \approx 0,947$
 De afname per kwartier is 5,3%.
- c $g_{\text{jaar}} = 1,0008$
 $g_{\text{eeuw}} = 1,0008^{100} \approx 1,083$
 De toename per eeuw is 8,3%.
- d $g_{\text{week}} = 2,80$
 $g_{\text{dag}} = 2,80^{\frac{1}{7}} \approx 1,158$
 De toename per dag is 15,8%.
- 24** a $g_{48 \text{ maanden}} = 2$
 $g_{\text{maand}} = 2^{\frac{1}{48}} \approx 1,015$
 Het groeipercentage per maand is 1,5%.
- b $1,5 \text{ jaar} = 1,5 \cdot 52 = 78 \text{ weken}$
 $g_{78 \text{ weken}} = 2$
 $g_{\text{week}} = 2^{\frac{1}{78}} \approx 1,009$
 Het groeipercentage per week is 0,9%.
- c $15 \text{ seconden} = \frac{1}{4} \text{ minuut}$
 $g_{\frac{1}{4} \text{ minuut}} = \frac{1}{2}$
 $g_{\text{minuut}} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 \approx 0,063$
 De afname per minuut is 93,7%.
- 25** a Bij een toename van 5% per dag hoort $g_{\text{dag}} = 1,05$, dus $g_{\text{week}} = 1,05^7 \approx 1,407$.
 De toename per week is dus ongeveer 40,7%.
- b Bij een afname van 20% per uur hoort $g_{\text{uur}} = 0,8$, dus $g_{\text{kwartier}} = 0,8^{\frac{1}{4}} \approx 0,946$.
 De afname per kwartier is dus ongeveer 5,4%.
- 26** a $g_{3 \text{ jaar}} = 2,5$
 $g_{\text{jaar}} = 2,5^{\frac{1}{3}} \approx 1,357$
 Het groeipercentage per jaar is 35,7%.
- b $g_{5 \text{ jaar}} = 2$
 $g_{\text{jaar}} = 2^{\frac{1}{5}} \approx 1,149$
 Het groeipercentage per jaar is 14,9%.
- c $g_{12 \text{ jaar}} = 0,78$
 $g_{\text{jaar}} = 0,78^{\frac{1}{12}} \approx 0,9795 \dots \approx 0,980$
 De afname per jaar is 2,0%.

Bladzijde 113

- 27** Voor de hoeveelheid wereldwijd geproduceerd plastic geldt:

$$g_{39 \text{ jaar}} = \frac{250}{44}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{250}{44}\right)^{\frac{1}{39}} \approx 1,046.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,6%.

Voor de hoeveelheid microplastic in de lagen van de bodem geldt:

$$g_{22 \text{ jaar}} = \frac{17}{6}, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = \left(\frac{17}{6}\right)^{\frac{1}{22}} \approx 1,048.$$

Het groeipercentage per jaar is 4,8%.

Dus de hoeveelheden nemen met ongeveer hetzelfde percentage toe.

- 28** $g_{6 \text{ jaar}} = 12$
 $g_{\text{jaar}} = 12^{\frac{1}{6}} \approx 1,513$
 Het totaal piekvermogen eind 2017 was $\frac{4400}{1,513} \approx 2908$ megawattpiek.
 Dus op daken van particulieren was $0,58 \cdot 2908 \approx 1687$ megawattpiek geïnstalleerd.

- 29 a** $g_{4 \text{ uur}} = \frac{300\,000}{50\,000} = 6$ geeft $g_{\text{uur}} = 6^{\frac{1}{4}} \approx 1,565$
- b** De formule is $N = b \cdot 1,565^t$.
Invullen van $t = 5$ en $N = 50\,000$ geeft $b \cdot 1,565^5 = 50\,000$.

Bladzijde 114

- 30 a** $N = b \cdot g^t$ met $g_{7 \text{ uur}} = \frac{4100}{1600}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{4100}{1600}\right)^{\frac{1}{7}} = 1,1438\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,1438\dots^t \\ t = 3 \text{ en } N = 1600 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,1438\dots^3 = 1600 \\ b = \frac{1600}{1,1438\dots^3} \approx 1069 \end{array}$$

Dus $N = 1100 \cdot 1,144^t$.
- b** $B = b \cdot g^t$ met $g_{5 \text{ uur}} = \frac{1\,250\,000}{150\,000}$, dus $g_{\text{uur}} = \left(\frac{1\,250\,000}{150\,000}\right)^{\frac{1}{5}} = 1,5281\dots$

$$\left. \begin{array}{l} B = b \cdot 1,5281\dots^t \\ t = 3 \text{ en } B = 150\,000 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,5281\dots^3 = 150\,000 \\ b = \frac{150\,000}{1,5281\dots^3} \approx 42\,034 \end{array}$$

Dus $B = 42\,000 \cdot 1,528^t$.
- c** $H = b \cdot g^t$ met $g_{3 \text{ dagen}} = \frac{0,47}{0,60}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{0,47}{0,60}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9218\dots$

$$\left. \begin{array}{l} H = b \cdot 0,9218\dots^t \\ t = 5 \text{ en } H = 0,60 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,9218\dots^5 = 0,60 \\ b = \frac{0,60}{0,9218\dots^5} \approx 0,90 \end{array}$$

Dus $H = 0,90 \cdot 0,922^t$.

Bladzijde 115

- 31 a** $N = b \cdot g^t$ met $g_{6 \text{ dagen}} = \frac{2510}{1040}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{2510}{1040}\right)^{\frac{1}{6}} = 1,1581\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 1,1581\dots^t \\ t = 4 \text{ en } N = 1040 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 1,1581\dots^4 = 1040 \\ b = \frac{1040}{1,1581\dots^4} \approx 578 \end{array}$$

Dus $N = 580 \cdot 1,158^t$.
- b** $N = b \cdot g^t$ met $g_{5 \text{ dagen}} = \frac{200}{800}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{200}{800}\right)^{\frac{1}{5}} = 0,7578\dots$

$$\left. \begin{array}{l} N = b \cdot 0,7578\dots^t \\ t = 2 \text{ en } N = 800 \end{array} \right\} \begin{array}{l} b \cdot 0,7578\dots^2 = 800 \\ b = \frac{800}{0,7578\dots^2} \approx 1393 \end{array}$$

Dus $N = 1400 \cdot 0,758^t$.
- 32 a** $\frac{6,05}{4,89} \approx 1,24$; $\frac{7,49}{6,05} \approx 1,24$; $\frac{9,27}{7,49} \approx 1,24$; $\frac{11,47}{9,27} \approx 1,24$
De quotiënten zijn bij benadering gelijk, dus je mag uitgaan van exponentiële groei.
- b** $g_{32 \text{ verdiepingen}} = \frac{11,47}{4,89}$, dus $g_{\text{verdieping}} = \left(\frac{11,47}{4,89}\right)^{\frac{1}{32}} = 1,0270\dots$
De totale bouwkosten bij 20 verdiepingen bedragen $4,89 \cdot 1,0270\dots^{20} \approx 8,33$ miljoen euro.
- c** $K = b \cdot g^n$ met $b = 4,89$ en $g = 1,027$ geeft $K = 4,89 \cdot 1,027^n$.
Los op $4,89 \cdot 1,027^n = 10,3$.
Voer in $y_1 = 4,89 \cdot 1,027^x$ en $y_2 = 10,3$.
De optie snijpunt geeft $x = 27,96\dots$
Zij kan dus 27 verdiepingen bouwen voor dit bedrag.

Bladzijde 116

33 a $g_{8 \text{ jaar}} = \frac{1000}{700}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{1000}{700}\right)^{\frac{1}{8}} \approx 1,046$.

2008 is 13 jaar na 1995, dus in 1995 waren er $\frac{700}{1,046^{13}} \approx 390$ broedparen.

b $N = b \cdot g^t$ met $b = 700$, $g = 1,046$ en t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2008 geeft $N = 700 \cdot 1,046^t$.

Los op $700 \cdot 1,046^t = 1500$.

Voer in $y_1 = 700 \cdot 1,046^x$ en $y_2 = 1500$.

De optie snijpunt geeft $x = 16,94\dots$

Dus in het jaar $2008 + 17 = 2025$.

34 a $V = b \cdot g^t$ met V het verlies van het zicht van de patiënt in procenten en t de tijd in dagen.

$g_{39 \text{ dagen}} = \frac{9}{56}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{9}{56}\right)^{\frac{1}{39}} = 0,9542\dots$

$$\left. \begin{array}{l} V = b \cdot 0,9542\dots^t \\ t = 10 \text{ en } V = 56 \end{array} \right\} b \cdot 0,9542\dots^{10} = 56$$

$$b = \frac{56}{0,9542\dots^{10}} = 89,48\dots$$

Dus op het moment dat de patiënt last kreeg, was het verlies van het zicht 89,5%.

b Los op $89,5 \cdot 0,954^t = 1$.

Voer in $y_1 = 89,5 \cdot 0,954^x$ en $y_2 = 1$.

De optie snijpunt geeft $x = 95,43\dots$

Dus na 95,4 dagen, dat is ongeveer 14 weken.

35 In 2025 zijn er naar verwachting $313 \cdot 1,095^{10} \approx 776$ mannelijke honderdplussers.

Voor de vrouwen geldt $g_{15 \text{ jaar}} = \frac{2112}{928}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{2112}{928}\right)^{\frac{1}{15}} = 1,0563\dots$

In 2025 zijn er dus naar verwachting $2112 \cdot 1,0563\dots^{10} \approx 3654$ vrouwelijke honderdplussers.

Dus naar verwachting is in 2025 van de honderdplussers $\frac{776}{3654 + 776} \times 100\% \approx 17,5\%$ man.

36 $H = b \cdot g^n$ met $b = 5$ en $g_{3 \text{ stuiters}} = \frac{2,56}{5}$, dus $g_{\text{stuiter}} = \left(\frac{2,56}{5}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,8$.

$H = 5 \cdot 0,8^n$ met H de maximale hoogte in meters na n keer stuiten.

De afgelegde afstand is $5 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8 + 2 \cdot 5 \cdot 0,8^2 + 2 \cdot 2,56 = 24,52$ meter = 2452 cm.

10.3 Logaritmen**Bladzijde 118**

37 a $x = 3$

c $x = 6$

e $x = \frac{1}{2}$

b $x = 2$

d $x = 4$

f $x = -1$

Bladzijde 119

38 a De afspraak $^s\log(g^a) = a$. Je krijgt $^3\log\left(\frac{1}{27}\right) = ^3\log\left(\frac{1}{3^3}\right) = ^3\log(3^{-3}) = -3$.

b De afspraak $g^{^s\log(x)} = x$. Je krijgt $3^{^3\log(50)} = 50$.

c De afspraak $^s\log(x) = a$ betekent $x = g^a$. Je krijgt $^3\log(x) = 5$ geeft $x = 3^5 = 243$.

39 a $^2\log(32) = 5$, want $2^5 = 32$

e $^3\log\left(\frac{1}{3}\right) = -1$, want $3^{-1} = \frac{1}{3}$

b $^2\log(4) = 2$, want $2^2 = 4$

f $^5\log(25) = 2$, want $5^2 = 25$

c $^2\log(1) = 0$, want $2^0 = 1$

d $^3\log(27) = 3$, want $3^3 = 27$

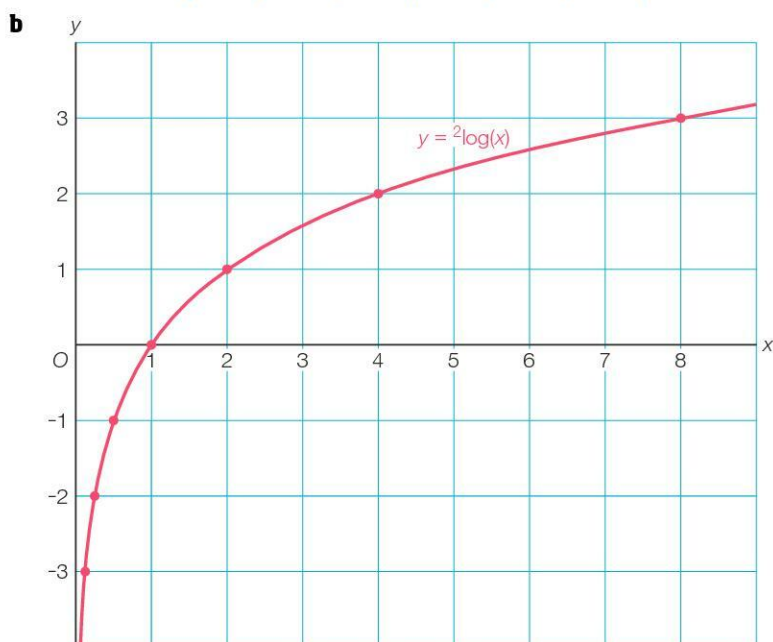
40 a ${}^4\log(16) = 2$ d ${}^5\log(\frac{1}{5}) = -1$ g ${}^2\log(2) = 1$
b ${}^{10}\log(1000) = 3$ e ${}^6\log(1) = 0$ h ${}^2\log(\frac{1}{4}) = -2$
c ${}^3\log(\sqrt{3}) = \frac{1}{2}$ f ${}^{10}\log(\frac{1}{10}) = -1$ i ${}^4\log(0,25) = -1$

41 a ${}^2\log(256\sqrt{2}) = {}^2\log(2^8 \cdot 2^{\frac{1}{2}}) = {}^2\log(2^{8\frac{1}{2}}) = 8\frac{1}{2}$
b ${}^3\log(\frac{1}{9}\sqrt{3}) = {}^3\log(\frac{1}{3^2} \cdot 3^{\frac{1}{2}}) = {}^3\log(3^{-1\frac{1}{2}}) = -1\frac{1}{2}$
c ${}^{\frac{1}{2}}\log(4 \cdot \sqrt[3]{2}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^{-2} \cdot (\frac{1}{2})^{-\frac{1}{3}}) = {}^{\frac{1}{2}}\log((\frac{1}{2})^{-2\frac{1}{3}}) = -2\frac{1}{3}$

42 a Omdat $2^{-2} = \frac{1}{4}$ en dus niet $2^{-2} = -4$.
b Omdat $1^8 = 1$ en dus niet $1^8 = 8$.
c Er geldt $1^8 = 1$, maar bijvoorbeeld ook $1^7 = 1$, dus dan zou ${}^1\log(1)$ ook gelijk aan 7 moeten zijn.
Dit kan natuurlijk niet.
d $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{-8} = -\frac{1}{8}$ en dus niet $(-2)^{-3} = 8$.
Het klopt dus niet.

43 a

x	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8
$y = {}^2\log(x)$	-3	-2	-1	0	1	2	3



Bladzijde 121

44 a ${}^3\log(5) \approx 1,46$ d ${}^{\frac{1}{3}}\log(10) + \log(\frac{1}{3}) \approx -2,57$
b ${}^{\frac{1}{2}}\log(18) \approx -1,49$ e $3 \cdot {}^2\log(7) \approx 8,42$
c ${}^2\log(20) - {}^2\log(6) \approx 1,74$ f $\frac{5}{{}^4\log(12)} \approx 2,79$

45 a $N = 50 \cdot {}^5\log(t) = 50 \cdot \frac{\log(t)}{\log(5)} = \frac{50}{\log(5)} \cdot \log(t) \approx 71,5 \cdot \log(t)$
Dus $N = 71,5 \cdot \log(t)$.
b $P = 100 - {}^{\frac{1}{2}}\log(q) = 100 - \frac{\log(q)}{\log(\frac{1}{2})} = 100 - \frac{1}{\log(\frac{1}{2})} \cdot \log(q) \approx 100 + 3,3 \cdot \log(q)$
Dus $P = 100 + 3,3 \cdot \log(q)$.

- 46 a** $h = 29$ geeft $m = 37 \cdot \log(29) + 31 \approx 85$
Dus 85 jaar.
- b** $m = 75$ geeft $37 \cdot \log(h) + 31 = 75$
Voer in $y_1 = 37 \cdot \log(x) + 31$ en $y_2 = 75$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 15$.
Dus 15 jaar.
- c** Bij de vuistregel hoort de formule $m = 7h$.
Voer in $y_2 = 7x$.
De optie snijpunt geeft $x = 9,62...$
Dus vanaf $h = 10$.

Bladzijde 122

- 47 a** $t = 2\frac{1}{4}$ geeft $h = 70,2 + 5,1 \cdot 2\frac{1}{4} + 21,2 \cdot \log(2\frac{1}{4}) \approx 89,1$
De lengte is ongeveer 89 cm.
- b** $t = 4$ geeft $h = 103,36...$
 $t = 5$ geeft $h = 110,51...$
De toename is $\frac{110,51... - 103,36...}{103,36...} \times 100\% \approx 6,9\%$.
- c** Bij 1 december 2020 hoort $t = \frac{9}{12}$ en bij 1 januari 2021 hoort $t = \frac{10}{12}$.
 $t = \frac{9}{12}$ geeft $h = 71,37...$
 $t = \frac{10}{12}$ geeft $h = 72,77...$
Hij is dus $72,77... - 71,37... \approx 1,4 \text{ cm} = 14 \text{ mm}$ gegroeid.
- d** Voer in $y_1 = 70,2 + 5,1x + 21,2 \cdot \log(x)$ en $y_2 = 100$.
De optie snijpunt geeft $x = 3,55...$
De leeftijd is 3 jaar en $0,55... \times 12 \approx 7$ maanden.

48 a

x	1	2	4	8	16
N	40	43,0	46,0	49,0	52,0

- b** Uit de tabel bij vraag a volgt: als x verdubbelt, dan neemt N steeds met 3 toe.
- c** I: $x = 1$ geeft $N = 100$ en $x = 2$ geeft $N \approx 105,0$.
Het getal is waarmee N toeneemt als x verdubbelt is 5.
II: $x = 1$ geeft $N = 653$ en $x = 2$ geeft $N \approx 643,0$.
Het getal is waarmee N afneemt als x verdubbelt is 10.

- 49 a** Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 0$.
Voer in $y_1 = 59,27 \cdot \log(x) - 191,40$.
De optie nulpunt geeft $x \approx 1695$.
De formule geldt vanaf $n = 1700$.
- b** $n = 158\,000$ geeft $V = 116,72...$
 $n = 158\,000 + 56\,000 = 214\,000$ geeft $V = 124,53...$
Het bedrijf betaalt $124,53... - 116,72... \approx € 7,81$ meer.
- c** Het vaste bedrag per jaar is $50 \cdot 12 = 600$ euro.
Het variabele bedrag is in dat jaar $2200 - 600 = 1600$ euro en dat is per maand
 $\frac{1600}{12} = 133\frac{1}{3}$ euro.
Los op $59,27 \cdot \log(n) - 191,40 = 133\frac{1}{3}$.
Voer in $y_2 = 133\frac{1}{3}$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 301\,219$, dus ongeveer 301 200 bezoekers.
- d** $n = 2000$ geeft $V = 4,25...$
 $n = 4000$ geeft $V = 22,09...$
Als n verdubbelt, dan neemt het variabele bedrag met $22,09... - 4,25... \approx € 17,84$ toe.

Bladzijde 123

- 50 a** Bij een storing van 3 uur krijg je geen vergoeding.
 Bij een storing van 7,5 uur krijg je €35.
 Bij een storing van 10 uur en 15 minuten krijg je $35 + 20 = €55$.
- b** Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 0$.
 Voer in $y_1 = -20 + 100 \cdot \log(x)$.
 De optie nulpunt geeft $x = 1,584\dots$
 $1,584\dots \cdot 60 \approx 95$, dus tot een onderbreking van 95 minuten krijg je geen compensatie.
- c** Bij $t = 7,5$ is de vergoeding van Liander €35 en is $B = -20 + 100 \cdot \log(7,5) = 67,50\dots$
 Het verschil is dan $67,50\dots - 35 \approx €32,51$.
 Bij $t = 11,5$ is de vergoeding van Liander €55 en is $B = -20 + 100 \cdot \log(11,5) = 86,06\dots$
 Het verschil is dan $86,06\dots - 55 \approx €31,07$.
 Bij $t = 7,5$ is het verschil $32,51 - 31,07 = €1,44$ groter dan bij $t = 11,5$.
- d** In de figuur kun je zien dat het ging om een vergoeding van $35 + 4 \cdot 20 = €115$.
 Los op $-20 + 100 \cdot \log(t) = 115$.
 Voer in $y_2 = 115$.
 De optie snijpunt geeft $x = 22,38\dots$
 De onderbreking duurde 22 uur en $0,38\dots \cdot 60 \approx 23$ minuten.
- e** Bij $t = 7,5$ is $B = -20 + 100 \cdot \log(7,5) = 67,50\dots$
 Bij $t = 15$ is $B = -20 + 100 \cdot \log(15) = 97,60\dots$
 Als t verdubbelt, dan neemt B met $97,60\dots - 67,50\dots \approx €30,10$ toe.

Bladzijde 124

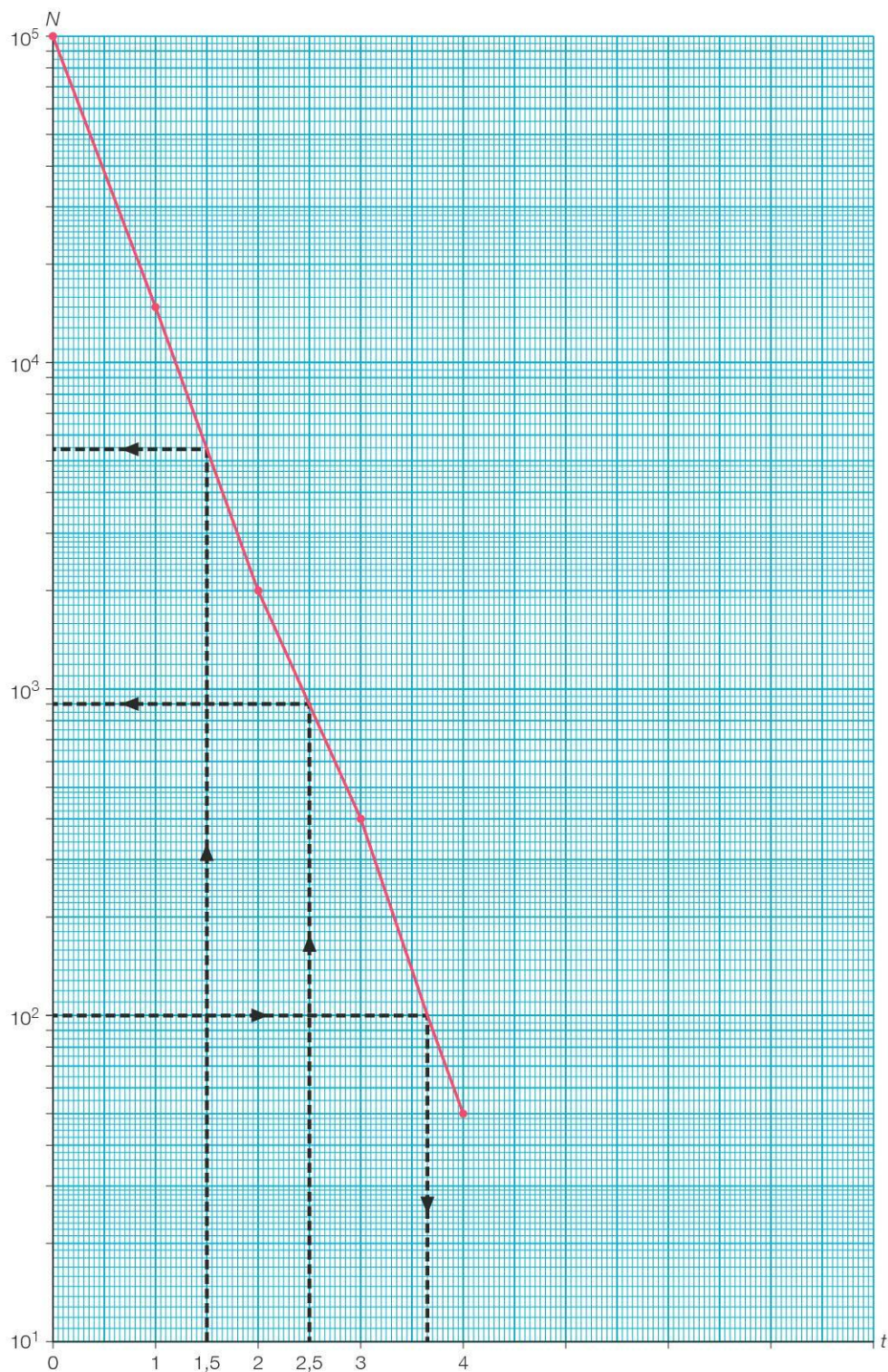
- 51 a** $B = 11\,275$ geeft $V = 1139 \cdot \log(11\,275) - 4539 \approx 887$
 Dus $907 - 887 = 20$ kcal per persoon per dag meer.
- b** $B = 22\,591$ geeft $V = 1139 \cdot \log(22\,591) - 4539 \approx 1291$
 $1017 < 1291$, dus Nederland gaat zuiniger om met voedsel dan op basis van de formule verwacht mag worden.
- c** Dat betekent dat mensen in Zimbabwe minder voedsel kopen dan ze nodig hebben.
- d** $V = 0$ geeft $1139 \cdot \log(B) - 4539 = 0$
 Voer in $y_1 = 1139 \cdot \log(x) - 4539$.
 De optie nulpunt geeft $x \approx 2454$.
 Dus bij bestedingen van 2454 dollar per persoon per jaar is de voedselverspilling gelijk aan 0.
- e** Het gaat om voedselverspilling per persoon per dag. Dat is een gemiddelde. Er zullen in India zowel mensen zijn die minder voedsel kopen dan ze nodig hebben als mensen die meer voedsel kopen dan ze nodig hebben.

10.4 Werken met logaritmen**Bladzijde 126**

- 52 a** De walvis is $\frac{100\,000}{10} = 10\,000$ keer zo zwaar als de wasbeer en $\frac{100\,000}{0,002} = 50\,000\,000$ keer zo zwaar als de kolibrie.
- b** Het verschil in gewicht tussen het zwaarste en het lichtste dier is 99 999 998 gram.
 De getallenlijn moet dus 99 999 998 mm ≈ 100 km lang worden.
- c** De getallenlijn moet dan ongeveer 100 mm = 10 cm lang worden.
 Het verschil in gewicht tussen de lichtere dieren zal niet meer afleesbaar zijn.

Bladzijde 128

- 53 a** Bij A hoort 1,3, bij B hoort 7,5, bij C hoort 23 en bij D hoort 55.
- b** Bij 9,5 en 2,4 is een lijn getekend.
- c** De getallen worden dan allemaal $10^3 = 1000$ keer zo groot, dus bij B hoort 7500, bij C hoort 23 000 en bij D hoort 55 000.

54 a

- b** Zie de figuur.
Bij $t = 1,5$ lees je af $N = 5500$ en bij $t = 2,5$ lees je af $N = 900$.
- c** Zie de figuur.
Na ongeveer 3,7 minuten.

Bladzijde 129

- 55 a** Lees af: bij een lengte van 0,5 m hoort een gewicht van 9 kg.
- b** Lees af: bij een gewicht van 20 kg hoort een lengte van 1 m.
- c** Bij een gewicht van 100 kg hoort een lengte van 2 m.
Dus het verschil in lengte is $1\text{ m} = 100\text{ cm}$.

- 56** **a** Bij 2000 hoort $t = 16$.
 Lees af: bij $t = 16$ hoort een internetsnelheid van $10^{5,5} \approx 320\,000$ bps.
b Lees af: bij 10 000 bps hoort $t = 8$ en bij 10 Mbps = 10^7 bps hoort $t = 24$.
 Dus in 16 jaar.
c Bij 1984 hoort $t = 0$ en bij 2016 hoort $t = 32$.
 Lees af: de snelheid nam toe van $10^{2,5}$ tot $10^{8,5}$ bps.

$$g_{32\text{jaar}} = \frac{10^{8,5}}{10^{2,5}} = 10^6, \text{ dus } g_{\text{jaar}} = (10^6)^{\frac{1}{32}} \approx 1,540$$

 De toename is 54,0% per jaar.

Bladzijde 130

- 57** **a** Bij soort A hoort gewicht 0,05 kg en populatiedichtheid 1000 per km^2 .
 Bij soort B hoort gewicht 500 kg en populatiedichtheid 1 per km^2 .
 Bij soort C hoort gewicht 4 kg en populatiedichtheid 70 per km^2 .
b Lees met behulp van de rode lijn af dat bij 1 kg een populatiedichtheid van 100 per km^2 hoort.
c 150 bavianen op 25 km^2 geeft populatiedichtheid $\frac{150}{25} = 6$ per km^2 .
 Lees met behulp van de rode lijn af dat hierbij een gewicht van ongeveer 50 kg hoort.

- 58** **a** Dit volgt uit de afspraak ${}^a\log(x) = a$ betekent $x = g^a$.
b $y = 4 + 3^x$
 $3^x = y - 4$
 $x = {}^3\log(y - 4)$

Bladzijde 131

- 59** **a** $N = \log(x - 4) - 3$
 $\log(x - 4) = N + 3$
 $x - 4 = 10^{N+3}$
 $x = 4 + 10^N \cdot 10^3$
 $x = 4 + 1000 \cdot 10^N$
 Dus $a = 4$ en $b = 1000$.
b $y = 2 + 4^{x-3}$
 $4^{x-3} = y - 2$
 $x - 3 = {}^4\log(y - 2)$
 $x = 3 + {}^4\log(y - 2)$
c $P = 2 \cdot {}^3\log(x) - 4$
 $2 \cdot {}^3\log(x) = P + 4$
 ${}^3\log(x) = \frac{1}{2}P + 2$
 $x = 3^{\frac{1}{2}P+2} = 3^{\frac{1}{2}P} \cdot 3^2 = 3^2 \cdot (3^{\frac{1}{2}})^P \approx 9 \cdot 1,732^P$
 Dus $x = 9 \cdot 1,732^P$
d $K = 10 - 2 \cdot 4^x$
 $2 \cdot 4^x = 10 - K$
 $4^x = 5 - \frac{1}{2}K$
 $x = {}^4\log(5 - \frac{1}{2}K)$

Bladzijde 132

- 60** **a** $M = {}^2\log(2t - 6)$
 $2t - 6 = 2^M$
 $2t = 6 + 2^M$
 $t = 3 + \frac{1}{2} \cdot 2^M = 3 + 2^{-1} \cdot 2^M = 3 + 2^{M-1}$
b $F = 16 - 2^{2N-1}$
 $2^{2N-1} = 16 - F$
 $2N - 1 = {}^2\log(16 - F)$
 $2N = 1 + {}^2\log(16 - F)$
 $N = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^2\log(16 - F)$

$$\text{c } x = 3^{0,25y-0,6}$$

$$0,25y - 0,6 = {}^3\log(x)$$

$$0,25y = 0,6 + {}^3\log(x)$$

$$y = 2,4 + 4 \cdot {}^3\log(x)$$

$$\text{Dus } a = 2,4 \text{ en } b = 4.$$

$$\text{d } y = \log(2x + 3) - 0,8$$

$$\log(2x + 3) = y + 0,8$$

$$2x + 3 = 10^{y+0,8}$$

$$2x = -3 + 10^y \cdot 10^{0,8}$$

$$x = -1,5 + \frac{1}{2} \cdot 10^{0,8} \cdot 10^y \approx -1,5 + 3,15 \cdot 10^y$$

$$\text{Dus } a = -1,5 \text{ en } b = 3,15.$$

$$\text{61 a } Z = {}^3\log(4n + 1) - 6$$

$${}^3\log(4n + 1) = Z + 6$$

$$4n + 1 = 3^{Z+6}$$

$$4n = -1 + 3^Z \cdot 3^6$$

$$n = -\frac{1}{4} + \frac{1}{4} \cdot 3^6 \cdot 3^Z = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z$$

$$\text{Dus } n = -\frac{1}{4} + 182\frac{1}{4} \cdot 3^Z.$$

$$\text{b } y = 3 + 2^{2x-3}$$

$$2^{2x-3} = y - 3$$

$$2x - 3 = {}^2\log(y - 3)$$

$$2x = 3 + \frac{\log(y - 3)}{\log(2)}$$

$$x = 1\frac{1}{2} + \frac{1}{2 \cdot \log(2)} \cdot \log(y - 3) \approx 1,5 + 1,66 \cdot \log(y - 3)$$

$$\text{Dus } a = 1,5 \text{ en } b = 1,66.$$

$$\text{c } D = \log(\sqrt{E}) - 1\frac{1}{2}$$

$$\log(\sqrt{E}) = D + 1\frac{1}{2}$$

$$\sqrt{E} = 10^{D+1\frac{1}{2}}$$

$$E = (10^{D+1\frac{1}{2}})^2 = 10^{2D+3}$$

$$\text{Dus } E = 10^{2D+3}.$$

$$\text{62 a } \log(W) = 0,38 + 0,008 \cdot 130 = 1,42$$

$$W = 10^{1,42} \approx 26$$

$$\text{Dus Robert weegt 26 kg.}$$

$$\text{b } \log(23,5) = 0,38 + 0,008h$$

$$0,008h = \log(23,5) - 0,38$$

$$0,008h = 0,99\dots$$

$$h \approx 124$$

$$\text{Dus de lengte van Chantal is 124 cm.}$$

$$\text{c } \log(W) = 0,38 + 0,008h$$

$$W = 10^{0,38+0,008h}$$

$$W = 10^{0,38} \cdot 10^{0,008h}$$

$$W = 10^{0,38} \cdot (10^{0,008})^h$$

$$W \approx 2,4 \cdot 1,0186^h$$

$$\text{Dus } W = 2,4 \cdot 1,0186^h$$

- 63 a** Op het moment dat Stijn het pak melk uit de koelkast pakt, geldt $t = 0$ en $T = 5$.
 $25 - k \cdot \log(20 - 5) = 0$
 $k \cdot \log(15) = 25$
 $k = \frac{25}{\log(15)} \approx 21,26$
- b** $t = 25 - 21 \cdot \log(20 - T)$
 $21 \cdot \log(20 - T) = 25 - t$
 $\log(20 - T) = \frac{25}{21} - \frac{1}{21}t$
 $20 - T = 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $-T = -20 + 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21} - \frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot 10^{-\frac{1}{21}t}$
 $T = 20 - 10^{\frac{25}{21}} \cdot \left(10^{-\frac{1}{21}}\right)^t$
 $T \approx 20 - 15,5 \cdot 0,896^t$
Dus $a = 20$, $b = -15,5$ en $g = 0,896$.
- c** Bij 45 seconden hoort $t = 0,75$.
 $T = 20 - 15,5 \cdot 0,896^{0,75} \approx 5,7$
De temperatuur is ongeveer $5,7^\circ\text{C}$.

Bladzijde 133

- 64 a** $S = 290 \cdot \log(185 + 100) - 550 \approx 162$
De schouderhoogte is 162 cm.
- b** $S = 290 \cdot \log(g + 100) - 550$
 $290 \cdot \log(g + 100) = S + 550$
 $\log(g + 100) = \frac{1}{290}S + \frac{55}{29}$
 $g + 100 = 10^{\frac{1}{290}S + \frac{55}{29}}$
 $g + 100 = 10^{\frac{55}{29}} \cdot 10^{\frac{1}{290}S}$
 $g = 10^{\frac{55}{29}} \cdot 10^{\frac{1}{290}S} - 100$
 $g \approx 79 \cdot 1,008^S - 100$
Dus $g = 79 \cdot 1,008^S - 100$.
- c** $S = 205$ geeft $g = 79 \cdot 1,008^{205} - 100 \approx 305$
De spanwijdte van het gewei is 305 cm.
- 65 a** Voor de personenauto is $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{90}{80}\right) \approx 76,5$.
Voor de vrachtauto is $L = 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{90}{70}\right) \approx 86,0$.
Het geluidsniveau van een vrachtauto is $\frac{86,0 - 76,5}{76,5} \times 100\% \approx 12,4\%$ hoger.
- b** Er geldt $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$.
Als v afneemt vanaf $v = 80$, dan neemt $\frac{v}{80}$ af, dus dan neemt $\log\left(\frac{v}{80}\right)$ af, dus dan neemt $L = 74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right)$ af.
Het geluidsniveau daalt dus naarmate de snelheid meer onder de 80 km/uur ligt.
- c** $L = 82$ geeft $74,8 + 33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 82$
 $33,0 \cdot \log\left(\frac{v}{80}\right) = 7,2$
 $\log\left(\frac{v}{80}\right) = 0,218\dots$
 $\frac{v}{80} = 10^{0,218\dots}$
 $v = 80 \cdot 10^{0,218\dots} \approx 132$
De snelheid is 132 km/uur.

$$\begin{aligned}
 \text{d } L &= 83,5 + 22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) \\
 22,8 \cdot \log\left(\frac{v}{70}\right) &= L - 83,5 \\
 \log\left(\frac{v}{70}\right) &= \frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8} \\
 \frac{v}{70} &= 10^{\frac{1}{22,8}L - \frac{83,5}{22,8}} \\
 v &= 70 \cdot 10^{\frac{83,5}{22,8}} \cdot (10^{\frac{1}{22,8}})^L \\
 v &\approx 0,015 \cdot 1,106^L \\
 \text{Dus } v &= 0,015 \cdot 1,106^L.
 \end{aligned}$$

Diagnostische toets

Bladzijde 136

- 1 K is de kostprijs in euro's per MWh geleverde energie.
Er geldt $K = 375 \cdot 0,78^t$ met t in jaren en $t = 0$ in 2009.
De gevraagde kosten zijn $500 \cdot 375 \cdot 0,78^{12} \approx 9509$ euro.
- 2 Er geldt $g^{25} = \frac{1}{2}$, met g de groeifactor per minuut.
 $g^{25} = \frac{1}{2}$ geeft $g = \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{1}{25}} \approx 0,973$
De afname is 2,7% per minuut.
- 3
 - a $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{week}} = 1,36^7 \approx 8,61$
Het groeipercentage per week is 761%.
 - b $g_{\text{dag}} = 1,36$
 $g_{\text{uur}} = 1,36^{\frac{1}{24}} \approx 1,013$
Het groeipercentage per uur is 1,3%.
 - c $g_{10 \text{ jaar}} = 3$
 $g_{\text{maand}} = 3^{\frac{1}{120}} \approx 1,009$
De toename per maand is 0,9%.
- 4 $N = b \cdot g^t$ met $g_{3 \text{ dagen}} = \frac{1200}{1500}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{1200}{1500}\right)^{\frac{1}{3}} = 0,9283\dots$

$$\left. \begin{aligned} N &= b \cdot 0,9283\dots^t \\ t &= 4 \text{ en } N = 1500 \end{aligned} \right\} b \cdot 0,9283\dots^4 = 1500$$

$$b = \frac{1500}{0,9283\dots^4} \approx 2020$$
 Dus $N = 2020 \cdot 0,928^t$.
- 5
 - a De groeifactor per mm materiaal is 0,7.
 $0,7^5 \approx 0,168$, dus 16,8% van het licht komt door een laag van 5 mm.
 - b $0,7^{10} \approx 0,028$, dus 97,2% van het licht wordt geabsorbeerd.
 - c Los op $0,7^n < 0,01$.
Voer in $y_1 = 0,7^x$ en $y_2 = 0,01$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 12,9$.
De plaat moet dus minstens 13 mm dik zijn.
- 6
 - a ${}^5\log(625) = {}^5\log(5^4) = 4$
 - b ${}^2\log\left(\frac{1}{8}\right) = {}^2\log(2^{-3}) = -3$
 - c ${}^{\frac{1}{3}}\log\left(\frac{1}{4}\right) = {}^{\frac{1}{3}}\log\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2\right) = 2$

7 a $N = 5 \cdot {}^3\log(t) = 5 \cdot \frac{\log(t)}{\log(3)} = \frac{5}{\log(3)} \cdot \log(t) \approx 10,5 \cdot \log(t)$

Dus $N = 10,5 \cdot \log(t)$.

b Neem bijvoorbeeld $x = 2$ en $x = 4$.

$$N = 50 + 119,6 \cdot \log(2) = 86,00\dots$$

$$N = 50 + 119,6 \cdot \log(4) = 122,00\dots$$

N neemt dus met ongeveer 36 toe als x verdubbelt.

8 a Lees af: in 2008 is er 4000 miljoen kWh geproduceerd en in 2016 was dat 8000 miljoen kWh.

Dus twee keer zoveel.

b Bij 2030 hoort $t = 28$.

$$t = 28 \text{ geeft } \log(W) = 3,146 + 0,057 \cdot 28 = 4,742$$

$$W = 10^{4,742} \approx 55\,208 \text{ miljoen kWh} \approx 5,5 \cdot 10^{10} \text{ kWh}$$

c $\log(W) = 3,146 + 0,057t$

$$W = 10^{3,146 + 0,057t}$$

$$W = 10^{3,146} \cdot 10^{0,057t}$$

$$W = 10^{3,146} \cdot (10^{0,057})^t$$

$$W \approx 1400 \cdot 1,14^t$$

$$\text{Dus } W = 1400 \cdot 1,14^t.$$

9 a $10\,000 = 10^4$

Lees af: bij $N = 10^4$ hoort $t = 6$.

Dus om 13:00 uur.

b Bij 11:00 uur hoort $t = 4$.

Lees af: bij $t = 4$ hoort $N = 10^{3,5}$.

Dus $10^{3,5} \approx 3200$ bacteriën.

10 a $y = {}^3\log(5x - 1) - 2$

$${}^3\log(5x - 1) = y + 2$$

$$5x - 1 = 3^{y+2}$$

$$5x = 1 + 3^y \cdot 3^2$$

$$5x = 1 + 9 \cdot 3^y$$

$$x = 0,2 + 1,8 \cdot 3^y$$

b $q = 3 - 2^{p-2}$

$$2^{p-2} = 3 - q$$

$$p - 2 = {}^2\log(3 - q)$$

$$p = 2 + {}^2\log(3 - q)$$

11 Logisch redeneren

Voorkennis Conclusies en tegenvoorbeelden

Bladzijde 141

- 1** a Uit de gegevens volgt dat Anja jonger is dan Cato en Dionne ouder is dan Cato. Dionne is dus ouder.
b Het verschil tussen beide leeftijden moet 10 jaar zijn. Als ze even oud waren geweest dan waren ze beide 20 jaar geweest. Ad is dus $20 + 5 = 25$ jaar en Ben is $20 - 5 = 15$ jaar.
c Uit de gegevens volgt dat Ad, Ben en Cor even zwaar zijn en dat Dirk lichter is dan deze drie. Cor is dus zwaarder.
d Van de 21 euro verdient Arie twee delen en Bert één deel. Samen verdienen ze dus drie delen.
Arie verdient $\frac{21}{3} \cdot 2 = 14$ euro per uur.
- 2** a Stel Ad verdient 200 euro, Ben 100 euro en Cor 300 euro. Hiermee is aan de gegevens voldaan, maar Ad verdient minder dan Cor. Dus het vermoeden is niet juist.
b Stel een fruitsnoepje weegt 25 gram, een pepermuntje 30 gram, een zuurtje 10 gram en een dropje 20 gram. Hiermee is aan de voorwaarden voldaan, maar een zuurtje weegt minder dan een dropje. Dus het vermoeden is niet juist.
c Stel A heeft 45 000 inwoners, dan heeft B 30 000 inwoners en C 25 000 inwoners. Hiermee is aan de voorwaarden voldaan, maar B heeft meer inwoners dan C. Dus het vermoeden is niet juist.

11.1 Redeneren

Bladzijde 142

- 1** a *
b Omdat ronde voorwerpen alle kanten op kunnen.

- 2** *

Bladzijde 143

- 3** a Niet logisch geldig.
Er wordt niets gezegd over de levensduur van een wasmachine van AEG.
b Logisch geldig.
c Niet logisch geldig.
Er wordt niets gezegd over het gevolg van goed zijn in taal.
- 4** Alleen mensen uit Zuid-Limburg spreken de ware Limburgse taal.
Jack komt niet uit Zuid-Limburg.
Dus Jack spreekt niet de ware Limburgse taal.
- 5** Ad zou het weten als hij twee rode petten zou zien. Hij draagt dan immers zelf een blauwe. Maar omdat hij minstens één blauwe pet ziet weet hij het niet en vertelt de anderen dat. Ben weet nu dat als hij bij Cor een rode pet ziet, dat hij dan zelf een blauwe pet op moet hebben. Maar hij zegt het niet te weten, dus hij ziet bij Cor een blauwe pet. Cor heeft dus een blauwe pet op.

Bladzijde 144

- 6** a Als Ad twee blauwe petten ziet, dan weet hij dat hij zelf een rode pet op heeft. Ad weet het echter niet, dus hij ziet niet twee blauwe petten. Situatie 1 valt af.
 b Omdat Ad het niet weet, weet Ben dat hijzelf of Cor een blauwe pet op heeft. Als hij bij Cor een blauwe pet ziet, dan zou hij weten dat hijzelf een rode pet op heeft. Ben weet het echter niet, dus Cor heeft geen blauwe pet op. Situaties 2 en 4 vallen af.
 c Na de uitspraken van Ad en Ben zijn alle mogelijkheden afgevallen waarbij Cor een blauwe pet op heeft. Cor weet dus dat hij een rode pet op heeft.
 d blauwe, rode, rode, rode, blauwe, rode, rode, rode
- 7** Als Ad twee rode petten ziet, dan weet hij dat hij zelf een blauwe pet op heeft. Hij weet het echter niet, dus hij ziet bij Ben en/of Cor een blauwe pet. Ben weet nu ook dat in ieder geval hij of Cor een blauwe pet op heeft. Als hij bij Cor een rode pet ziet, dan weet hij dat hijzelf een blauwe pet op heeft. Hij weet het echter niet, dus hij ziet bij Cor een blauwe pet. Cor weet dit ook, dus hij weet nu dat hij een blauwe pet op heeft.

Bladzijde 145

8 Aanpak 1

Na de opmerking van Ad kan er geen situatie worden weggestreept. Als Ben twee blauwe, of twee rode petten ziet, dan weet hij welke kleur pet hijzelf op heeft. Hij weet het echter niet, dus de situaties 1 en 6 vallen af. Cor ziet dat Daan een blauwe pet op heeft. De situaties 2 en 4 vallen hierdoor ook af. Dus hij weet dat hij zelf een rode pet op heeft.

①	b	b	r	r
②	b	r	b	r
③	b	r	r	b
④	r	b	b	r
⑤	r	b	r	b
⑥	r	r	b	b
Ad Ben Cor Daan				

Aanpak 2

Als Ben twee blauwe petten of twee rode petten ziet, dan weet hij dat hijzelf een rode/blauwe pet op heeft. Hij weet het niet, dus hij ziet een rode en blauwe pet voor zich. Cor weet dat ook en ziet dat Daan een blauwe pet op heeft. Hij weet daardoor dat hij zelf een rode pet op heeft.

- 9** Uit de gegevens volgt de informatie in het overzicht hiernaast.
 Uit dit overzicht volgt dat Ad het lootje van Cor heeft getrokken.

Ad	-	?
Ben	-	Ad
Cor	-	Daan
Daan	-	Ed
Ed	-	niet Cor

- 10** Omdat alle etiketten verkeerd zitten, weet je dat in de doos met het etiket 'volle en lege batterijen' alleen volle of alleen lege batterijen zitten. Door een batterij uit deze doos te proberen, weet je of deze doos de volle of lege batterijen bevat. Stel dat de geprobeerde batterij vol is. Dan weet je dat in de doos met het etiket 'lege batterijen' de volle en lege batterijen zitten en in de doos met het etiket 'volle batterijen' de lege batterijen. Op dezelfde manier kun je de inhoud van de dozen achterhalen als de geprobeerde batterij leeg is.

- 11** Als A een oneven aantal rode petten voor zich ziet zegt hij blauw, waardoor iedereen weet dat de personen B t/m H een oneven aantal rode petten dragen. Als B zelf een even aantal rode petten ziet, dan weet hij dat hij zelf ook een rode pet heeft en zegt hij rood. Anders zegt hij blauw. Vervolgens weet iedereen of er een even of oneven aantal rode petten wordt gedragen door de personen C t/m H. Als C hetzelfde ziet als B, dan heeft hij zelf een blauwe pet op, anders een rode. En zo kun je doorgaan tot iedereen aan de beurt is geweest.

Bladzijde 146

- 12** Als er maar één kind met modder op het gezicht aan tafel zit, dan weet het betreffende kind dat direct, omdat dit kind niemand anders met modder ziet en dus kan concluderen dat het zelf modder op het gezicht moet hebben. De twee kinderen met modder op het gezicht zien allebei één andere met modder op het gezicht. Ze weten niet of ze zelf modder op het gezicht hebben of dat de ander de enige met modder is, dus blijven ze zitten. De kinderen die geen modder op het gezicht hebben, zien twee anderen met modder op het gezicht. Ze weten niet of ze zelf modder op het gezicht hebben, dus blijven ze zitten. Nu vraagt vader het nog een keer. De twee kinderen met modder op het gezicht weten nu dat ze na de eerste ronde allebei getwijfeld hebben of ze zelf ook modder op het gezicht hebben. Ze weten nu dat ze allebei modder op het gezicht hebben en staan op.

11.2 Logische symbolen

Bladzijde 148

- 13** Nee, je kunt bijvoorbeeld ook in Assen wonen. Je woont dan wel in Drenthe, maar niet in Emmen.
- 14** **a** Als je niet in Emmen woont, dan woon je niet in Drenthe.
b Nee, want als je niet in Emmen woont dan kun je wel in Drenthe wonen. Je kunt bijvoorbeeld in Assen wonen.
- 15** **a** Als de leerling in vwo 6 zit, dan doet de leerling dit schooljaar eindexamen.
b Als de leerling wiskunde C volgt, dan zit de leerling in vwo 6.
c Als de leerling niet in vwo 6 zit, dan doet de leerling dit schooljaar geen eindexamen.
d Als de leerling geen wiskunde C volgt, dan zit de leerling niet in vwo 6.

Bladzijde 149

- 16** **a** $M \Rightarrow \neg V$
b 1 Als het niet mistig is, dan vertrekt het vliegtuig. Volgt niet uit de gegeven bewering.
2 Als het vliegtuig niet vertrekt, dan is het niet mistig. Volgt niet uit de gegeven bewering.
3 Als het vliegtuig vertrekt, dan is het niet mistig. Volgt wel uit de gegeven bewering.
4 Als het vliegtuig niet vertrekt, dan is het mistig. Volgt niet uit de gegeven bewering.
- 17** **a** $\neg W \Rightarrow \neg D$, de bewering volgt uit $D \Rightarrow W$.
b Als de ondervraagde niet voor windmolens in de buurt is, dan is de ondervraagde voor duurzame energie. Deze uitspraak volgt niet uit het artikel.
c Daar kun je met logica niets over zeggen.
d Als de buurt niet voor het bouwen van windmolens is, dan worden in de buurt geen windmolens gebouwd.

Bladzijde 150

- 18** **a** Er is geen tegenspraak, want een verhoogde kans op darmkanker wil nog niet zeggen dat je daadwerkelijk darmkanker krijgt als je veel bewerkt vlees eet.
b Deze bewering volgt niet uit $B \Rightarrow K$. Een verhoogde kans op darmkanker kan ook een andere oorzaak hebben.
c $\neg B \Rightarrow \neg K$, deze bewering komt niet overeen met $B \Rightarrow K$. Er kunnen andere factoren zijn die een verhoogde kans op darmkanker kunnen veroorzaken.
d I volgt niet uit de gegevens, omdat een verhoogde kans op darmkanker niet betekent dat je daadwerkelijk darmkanker krijgt.
II volgt uit de gegevens, want als je dagelijks 50 gram bewerkt vlees eet, dan verhoog je de kans op darmkanker.
III volgt niet uit de gegevens, omdat er ook andere oorzaken kunnen zijn die darmkanker veroorzaken.
IV volgt uit de gegevens, omdat $1,18 \cdot 5\% \approx 6\%$.

Bladzijde 151

- 19** **a** A : Je eet volgens de Schijf van Vijf.
 B : Je krijgt voldoende voedingsstoffen binnen uit je eten.
 $A \Rightarrow B$
- b** Nee, want de voedingsdeskundige zegt als je volgens de Schijf van Vijf eet. Ze zegt dus niets over aantallen mensen die zich daar aan houden.
- 20** Je kunt concluderen dat Jack niet moe is, anders was hij wel naar bed gegaan.

Bladzijde 153

- 21** **a** In de kolom $A \vee B$ in de 1^e rij.
- b** Neem
 A : Je woont in Emmen.
 B : Je woont in Drenthe.
 Nu kan de bewering
 Als je in Emmen woont, dan woon je in Drenthe
 wel waar zijn.
 Ook de bewering
 Als je niet in Emmen woont, dan woon je niet in Drenthe
 kan waar zijn.

c, d

A	B	$\neg A \vee B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A \vee \neg B$
1	1	1	0	0
1	0	0	1	1
0	1	1	1	1
0	0	1	1	1

De kolom $\neg A \vee B$ is gelijk aan de kolom $A \Rightarrow B$.

- d** De kolommen $\neg(A \wedge B)$ en $\neg A \vee \neg B$ zijn gelijk.

- 22** **a** De conclusie is dat Max een trui aandoet.
b Max wil een overhemd of een trui aandoen.
 Max doet geen overhemd aan.
 Max doet een trui aan.
- 23** **a** inclusieve of
b exclusieve of
c exclusieve of
d inclusieve of
- 24** **a** Als zowel aan voorwaarde M als aan voorwaarde H is voldaan, dan volgt daaruit L .
b $M \wedge H \Rightarrow L, M \wedge \neg H$. Je kunt geen conclusie trekken.
c $M \wedge H \Rightarrow L, \neg L$, conclusie $\neg(M \wedge H)$. (De conclusie $\neg M \vee \neg H$ is ook juist.)
d $M \wedge H \Rightarrow L, L$. Je kunt geen conclusie trekken.

Bladzijde 154

- 25** **a** Als de koekjes 30 minuten in de oven staan of als ze van boven mooi bruin zijn, dan kunnen de koekjes uit de oven. De koekjes zijn mooi bruin, dus ze kunnen uit de oven. Deze conclusie is logisch geldig.
b $T \vee B \Rightarrow U, \neg U \wedge \neg T$ conclusie $\neg B$.
- 26** **a** $\neg A \Rightarrow B, \neg B$ conclusie A .
b $\neg A \Rightarrow B, A$. Je kunt geen conclusie trekken.

- 27** **a** $R \Rightarrow B, R$ conclusie B .
b Je kunt geen conclusie trekken. De straten kunnen ook door een andere oorzaak blank staan.
c $R \Rightarrow B, \neg B$ conclusie $\neg R$.
d Je kunt geen conclusie trekken. Het kan zijn dat in beide uren 15 mm regen valt en dan kun je geen conclusie trekken. Als in het ene uur 5 mm en in het andere uur 25 mm regen valt, dan zullen de straten wel blank staan.

Bladzijde 155

- 28** **a** modus ponens: Als je in Arnhem woont, dan woon je in Gelderland. Je woont in Arnhem, dus je woont in Gelderland.
modus tollens: Als je in Arnhem woont, dan woon je in Gelderland. Je woont niet in Gelderland, dus je woont niet in Arnhem.
modus nonsens: Als je in Arnhem woont, dan woon je in Gelderland. Je woont in Gelderland, dus je woont in Arnhem.
b Als je bijvoorbeeld in Nijmegen woont, dan woon je wel in Gelderland, maar niet in Arnhem.
c $\neg(A \wedge P), A$ conclusie $\neg P$.

11.3 Beweringen en voorwaarden

Bladzijde 157

- 29** De eerste, omdat de bewering is opgebouwd uit twee delen, namelijk een deel over het wel of niet gebeld willen worden en een deel over het hebben van een smartphone of tablet. Omdat het tweede deel bestaat uit twee proposities staan daar haakjes om.

Bladzijde 158

- 30** **a** Bij de uitwerking van Daan is het zo dat als we niet communiceren via WhatsApp je sowieso geen tablet hebt. Verder wil je ook gebeld worden of heb je geen smartphone. Dat is niet in overeenstemming met de bewering.
b Dat is niet juist, want $\neg(B \wedge C)$ is niet hetzelfde als $\neg B \wedge \neg C$.
31 **a** $(A \wedge \neg(B \vee C)) \Rightarrow D$
b Als je dierenliefhebber bent en niet hypocriet, dan ben je vegetariër of veganist.

Bladzijde 159

- 32** **a** $(\neg A \wedge B \wedge C) \Rightarrow D$
b Volgens Jasmijn mag je wel kletsen in de les, als je dan ook maar vragen stelt.
33 **a** Bij de eerste manier zijn er twee mogelijke voorwaarden voor het geen lange buitenlandse reis maken.
1) De persoon is niet geslaagd voor het vwo-examen of
2) de persoon is geplaatst op het conservatorium en heeft ook een flink bedrag van oma gekregen.
Bij de tweede manier is het zo dat voor geen lange buitenlandse reis maken sowieso de voorwaarde geldt dat er geen flink bedrag van oma is gekregen. Verder is de persoon ook niet geslaagd voor het vwo-examen of is wel geplaatst op het conservatorium.
b $(A \wedge (\neg B \vee C)) \Rightarrow D$

Bladzijde 160

- 34** **a** $(\neg A \wedge (B \vee (C \wedge D))) \Rightarrow E$
b $\neg E \Rightarrow (A \vee (\neg B \wedge \neg(C \wedge D)))$

- 35 a** Als er wordt bezuinigd in de zorg, dan ontstaan er daar problemen. Als gevolg daarvan wordt dan de toekenning van de gelden heroverwogen.

b

A	B	C	$A \Rightarrow B$	$(A \Rightarrow B) \Rightarrow C$
1	0	1	0	1
1	0	0	0	1

Praktische betekenis: Als door de bezuinigingen in de zorg geen problemen ontstaan, dan is niet bekend of de bezuinigingen worden heroverwogen.

Bladzijde 161

- 36** De notatie $\Pi D \Rightarrow (E \vee (A \vee B \vee C))$.
In deze notatie is het bijvoorbeeld voldoende om op te letten in de les om een voldoende te halen op de toets. Dat is niet in overeenstemming met de bewering van meneer Savelberg.

- 37 a** niet waar
b waar
c niet waar
d niet waar
e waar

Bladzijde 163

- 38 a** Als de kans op ongelukken niet groter wordt, dan is het niet drukker op straat.
b Als je niet hard studeert, dan haal je geen goed cijfer voor de toets.
- 39 a** voldoende voorwaarde
 A : Je woont in Leeuwarden.
 B : Je woont in Friesland.
 $A \Rightarrow B$
- b** noodzakelijke en voldoende voorwaarde
 A : Je bent lid van de Elfstedenvereniging.
 B : Je mag meedoen met de Elfstedentocht.
 $A \Leftrightarrow B$
- c** noodzakelijke voorwaarde
 A : Het ijs op het gehele traject is minstens 15 cm dik.
 B : De Elfstedentocht kan worden gehouden.
 $B \Rightarrow A$
- 40 a** Als Ad twee rode petten ziet, dan weet hij dat hij zelf een blauwe pet op heeft. Andersom geldt ook: als Ad weet welke kleur pet hij op heeft, dan ziet hij twee rode petten. P is dus een noodzakelijke en voldoende voorwaarde voor Q . Ad kan dus tot de conclusie $\neg Q$ komen, als geldt $\neg P$.
b $R \Leftrightarrow S, \neg S$ conclusie $\neg R$.
Hieruit concludeert Cor dat hij een blauwe pet op heeft.

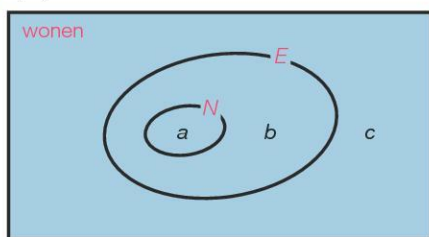
Bladzijde 164

- 41** P : Ad ziet twee blauwe petten.
 Q : Ad weet welke kleur pet hij op heeft.
 R : Ben ziet bij Cor een blauwe pet.
 S : Ben weet welke kleur pet hij op heeft.
De redenering van Ben: $P \Leftrightarrow Q, \neg Q$ conclusie $\neg P$.
De redenering van Cor: $R \Leftrightarrow S, \neg S$ conclusie $\neg R$, dus Cor heeft een rode pet op.
- 42** $(A \Rightarrow B) \Leftrightarrow \neg C$

11.4 Redeneren met groepen

Bladzijde 166

43 a, b, c

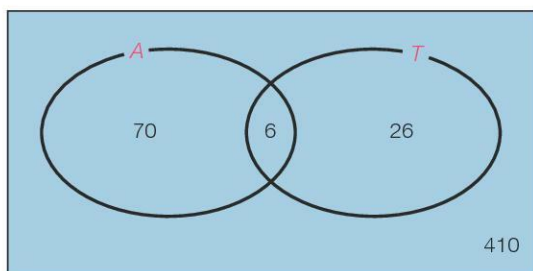


Bladzijde 167

- 44 a 65 bedrijven
b 15 bedrijven
c 80 bedrijven
d $215 - 45 - 15 = 155$ bedrijven

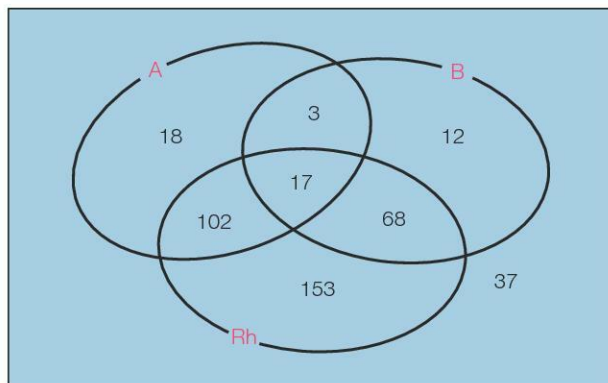
Bladzijde 168

- 45 A: te veel alcohol gedronken
T: technische staat voertuig onvoldoende
512 BESTUURDERS



$512 - 70 - 6 - 26 = 410$ bestuurders kregen geen bekeuring.

- 46 a 410 MENSEN



B – bij 12 mensen.

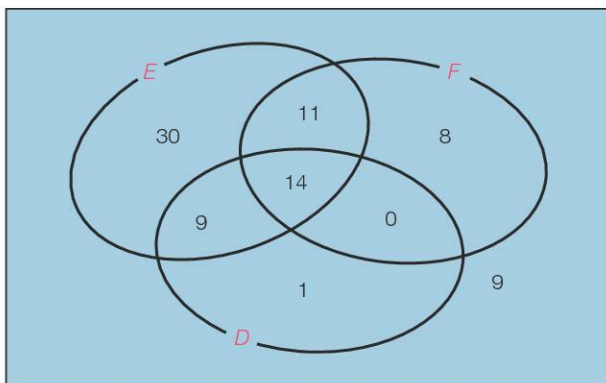
Dat is $\frac{12}{410} \times 100\% \approx 2,9\%$.

- b 0 – bij 37 mensen.

Dat is $\frac{37}{410} \times 100\% \approx 9,0\%$.

- 47 a E : Engelssprekend, F : Franssprekend en D : Duitssprekend.

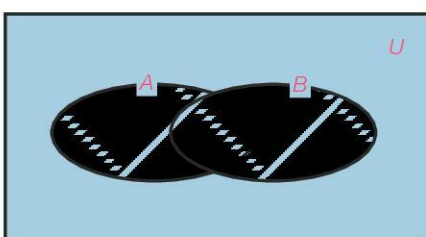
82 WETENSCHAPPERS



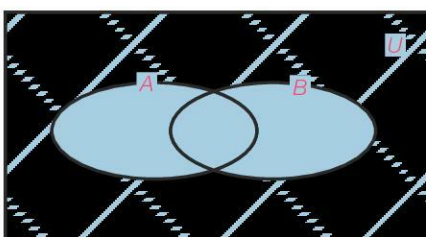
Er zijn 9 aanwezigen die geen van de drie talen spreken.

- b Geen enkele aanwezige spreekt wel Duits en Frans, maar geen Engels.
c Er is één aanwezige die wel Duits, maar geen Engels of Frans spreekt.

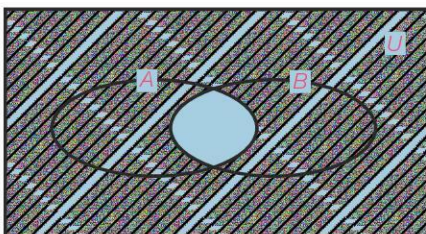
- 48 a



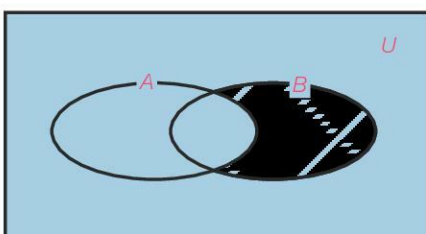
- b



- c



- d

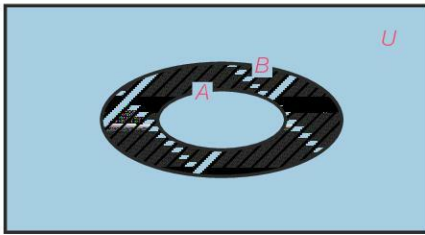


- 49

- a Tellen geeft 8 landen.
b 1 land, namelijk Zwitserland.
c Tellen geeft $4 + 1 + 4 = 9$ landen.
d Als Italiaans en Frans een officiële taal zijn in het land, dan is Duits ook een officiële taal in het land.
Deze bewering is waar. Zie ook vraag b.

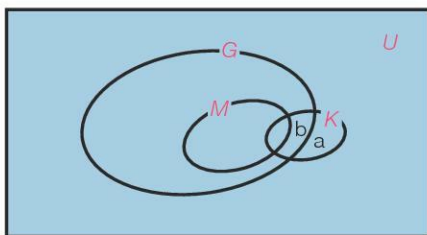
Bladzijde 170

- 50 **a** Omdat gebied A volledig binnen gebied B valt.
b Elk punt buiten gebied B is ook buiten gebied A .
c In het gearceerde gebied geldt $\neg A$, maar niet $\neg B$.



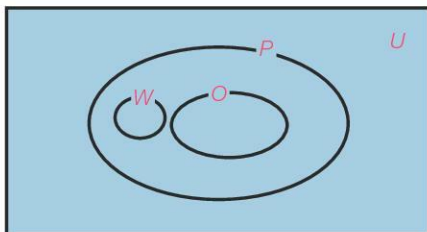
Bladzijde 171

- 51 In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar. De a geeft aan dat er ongetrainde mensen zijn met kinderen. De b geeft aan dat er getrainde mensen zijn, die geen marinier zijn, die wel kinderen hebben. Het venndiagram is dus geen tegenvoorbeeld bij de conclusies.



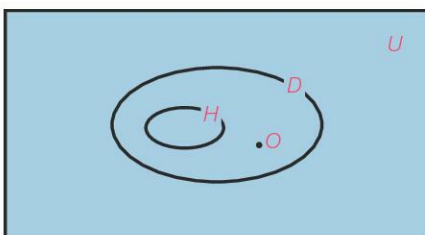
- 52 P : problemen
 O : dingen die op te lossen zijn
 W : wiskundesommen

In het venndiagram hieronder zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen wiskundesommen die op te lossen zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.



Bladzijde 172

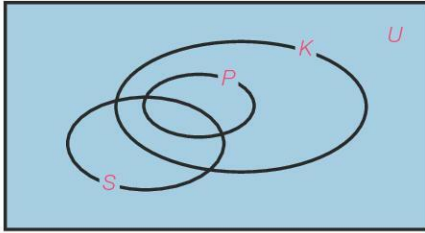
- 53 **a** De conclusie volgt uit de uitgangspunten.
b D : huizen met dubbelglas
 H : huizen die na 2000 gebouwd zijn
 O : ons huis



In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn huizen met dubbelglas die niet na 2000 gebouwd zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

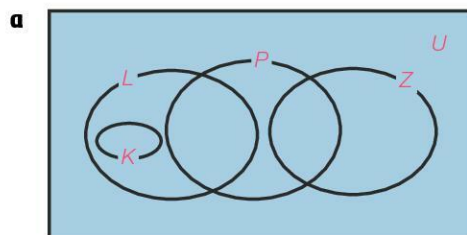
- c** De conclusie volgt uit de uitgangspunten.

- d** *P*: plokken
K: koeften
S: snaken

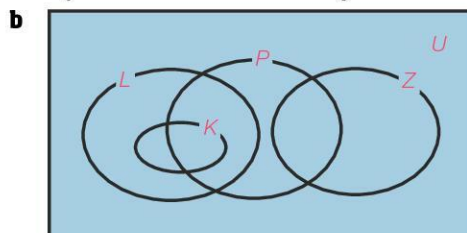


In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn plokken die snaak zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

- 54** *L*: lichten
Z: zwaren
P: plokken
K: knoeten

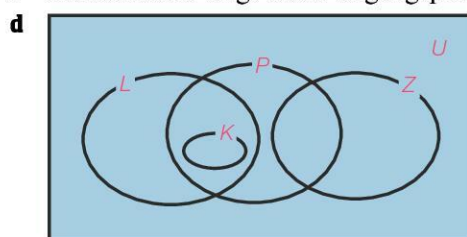


In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen knoeten die plok zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.



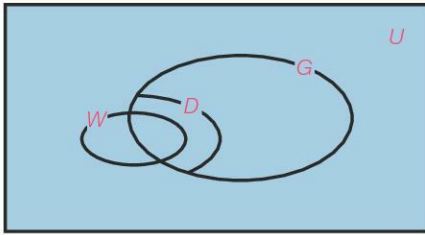
In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn plokken die niet knoet zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

- c** De conclusie volgt uit de uitgangspunten.

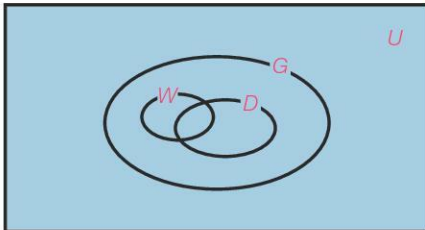


In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar alle knoeten zijn plok. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

55

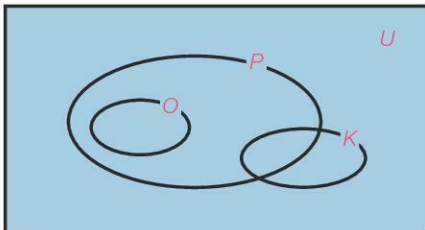
D: docenten*G*: personen die hebben gestudeerd*W*: personen die wiskunde geven**a**

In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen mensen die gestudeerd hebben en geen docent zijn die wiskunde geven. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

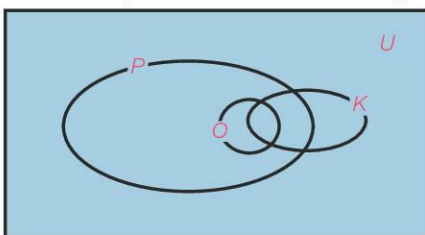
b

In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen mensen die niet gestudeerd hebben en wiskunde geven. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

56

O: olihorens*P*: plezieranten*K*: kakelvissen**a**

In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen kakelvissen die olihoren zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

b

In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn olihorens die kakelvissen zijn. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

57

90% van de klanten is vrouw, dus 10% van de klanten is niet vrouw.

Als deze allemaal jonger dan 35 jaar zijn is nog steeds $60\% - 10\% = 50\%$ vrouw én jonger dan 35 jaar.

Dus Eveline heeft gelijk.

Bladzijde 173

58



Het percentage is maximaal 40%.

Bladzijde 174

59

A: De kaarthouder woont in de regio Amsterdam.

M: De kaarthouder is man.

J: De kaarthouder is jonger dan 40 jaar.

a



Het percentage is maximaal 67%.

b



Het percentage is minimaal 39%.

60

a

	♥	♦	♠	♣
7	A	A	A	B
8	C	C	D	B
9	C	D	D	B

b In beide gevallen heeft Dionne $8 + 9 + 9 = 26$ punten in handen.

De schema's geven dus hetzelfde aantal punten.

61

De uitspraken van Cas en Bea leveren de volgende twee mogelijke figuren op.

	♥	♦	♠	♣
7			B	B
8			C	B
9		C	C	

Uit de uitspraak van Adin volgt dat zij twee zevens en een acht heeft. Er blijven dus nog twee negens en een acht over voor Delia. Delia heeft $9 + 9 + 8 = 26$ punten.

62

Abe heeft er minstens zes goed voorspeld. Dan hebben Collin en Ben er samen maximaal $18 - 6 = 12$ goed voorspeld. Als Collin er meer goed heeft dan Ben, dan heeft Ben er maximaal vijf goed voorspeld (en Collin maximaal zeven). Ben heeft dus het minste aantal goede voorspellingen.

11.5 Paradoxen en leugens

Bladzijde 176

- 63** Een wiel is per definitie rond. Het bijvoeglijk naamwoord vierkant is dus in tegenspraak met het zelfstandig naamwoord wiel.
- 64**
- a** Als je 0 euro hebt, dan ben je niet rijk. Ik ben het met de bewering eens.
 - b** Als je niet rijk bent en je krijgt een euro, dan ben je niet rijk. Ik ben het met de bewering eens.
 - c** Joost heeft eerst 0 euro en krijgt een euro. Volgens de beweringen is hij dan niet rijk. Daarna krijgt hij een euro en is hij volgens de beweringen niet rijk. Dit proces herhaalt zich, waardoor hij volgens de beweringen nooit rijk wordt.

Bladzijde 177

- 65**
- a** Nee, volgens het krantenartikel zijn er meerdere factoren die een rol spelen bij botontkalking. De beide beweringen zijn dus volgens het artikel niet geldig.
 - b** Weinig zonlicht zorgt voor botontkalking.
Weinig beweging zorgt voor botontkalking.
Veel zout eten zorgt voor botontkalking.
Roken zorgt voor bontontkalking.

Bladzijde 178

- 66** Om het vlees van een rund te eten, moet het worden geslacht. Dit is in tegenspraak met 'houd hem in leven'.
- 67**
- a** *
 - b** $B \Rightarrow \neg A, \neg A \Rightarrow \neg B$ conclusie $\neg B$.
 - c** $\neg B \Rightarrow A, A \Rightarrow B$ conclusie B .
 - d** Beiden houden een sluitende redenering met uitkomsten die in tegenspraak zijn.

Bladzijde 179

- 68**
- a** Als de kleinzoon zijn grootvader ombrengt voordat zijn vader of moeder is geboren, dan kan de kleinzoon zelf helemaal niet meer geboren worden.
 - b** *
- 69**
- a** Omdat ondanks dat Achilles veel sneller loopt dan de schildpad, hij deze volgens de gevolgde redenering nooit zal inhalen.
 - b** Op $t = 1$ is de voorsprong 5,05 m en op $t = 2$ is de voorsprong 0,10 m.
 - c** Op $t = 3$ heeft Achilles 15 m afgelegd en de schildpad 0,15 m. Omdat de voorsprong van de schildpad 10 m was, heeft Achilles de schildpad ingehaald.
 - d** Achilles legt een afstand af met een snelheid van 5 meter per seconde en start op 'nul'. De schildpad legt een afstand af van met een snelheid 0,05 meter per seconde en krijgt een voorsprong van 10 meter.
 - e** $5t = 0,05t + 10$
 $4,95t = 10$
 $t \approx 2,02$
Dus na 2,02 seconden heeft Achilles de schildpad ingehaald.

Bladzijde 180

- 70**
- a** Uit $A \Rightarrow \neg B$ en $B \Rightarrow \neg A$ volgt dat Ad en Ben niet allebei de waarheid kunnen spreken. Een van beiden liegt dus en heeft de inbraak gepleegd.
 - b** Ad en Cor kunnen allebei de waarheid spreken. Ben en Cor kunnen niet allebei de waarheid spreken.
 - c** Alleen Ad en Cor kunnen beiden de waarheid spreken. Ben is dus op woensdag 28 oktober in P geweest. Ben liegt dus.

Bladzijde 181

- 71 a** Omdat al zeker is dat Ad de waarheid spreekt en Ben niet, blijft na hun uitspraken alleen de mogelijkheid over dat Ben het heeft gedaan, omdat Ad, Cor en Daan het niet hebben gedaan.

b

situatie	Wie heeft het gedaan?
A	Ben of Daan
$\neg B$	Ad of Ben
C	Ad, Ben of Daan
$\neg D$	Ben, Cor of Daan

Ben is de enige die bij alle mogelijkheden genoemd staat.

Bladzijde 182

- 72** Als Floor de waarheid spreekt, dan zijn zin I en II met elkaar in tegenspraak. Er zijn als ze twee broers en een zus heeft immers vier kinderen thuis, dus Floor kan niet het middelste kind zijn. Omdat IV ook zeker niet waar is, liegt Floor vandaag dus. Dat betekent dat Floor zin III, de enige waarvan zeker is dat deze waar is, niet kan hebben uitgesproken.

- 73 a** Er geldt dan $\neg A \Rightarrow (B \wedge C)$.
 Uit $\neg A$ volgt dat Ad het gedaan heeft.
 Uit B volgt dat Ad het niet gedaan heeft. } tegenspraak!
 Conclusie: Ad liegt niet.
- b** Neem aan dat Ben liegt. Er geldt dan $\neg B \Rightarrow (A \wedge C)$.
 Uit $\neg B$ volgt dat Ad het gedaan heeft.
 Uit A volgt dat Ben of Cor het gedaan heeft. } tegenspraak!
 Conclusie: Ben liegt niet.
 Er moet dus gelden dat Cor liegt, dus dan geldt $\neg C \Rightarrow (A \wedge B)$.
 Uit $\neg C$ volgt dat Ad of Cor het gedaan heeft.
 Uit A volgt dat Ben of Cor het gedaan heeft.
 Uit B volgt dat Ben of Cor het gedaan heeft.
 Conclusie: Cor heeft het gedaan.

- 74** In de tabel hieronder staan de zes mogelijke situaties.

situatie	Ad	Ben	Cor
1	W	L	W/L
2	W	W/L	L
3	L	W	W/L
4	W/L	W	L
5	L	W/L	W
6	W/L	L	W

Ben zegt het eerst niet gedaan te hebben en daarna wel. Ben is dus degene die soms liegt en soms de waarheid spreekt. De situaties 1, 3, 4 en 6 vallen dus af.

Situatie 2: Uit de eerste en tweede uitspraak van Ad blijkt dat Cor het heeft gedaan en uit de eerste uitspraak van Cor blijkt ook dat Cor het heeft gedaan.

Situatie 5: Uit de eerste en tweede uitspraak van Ad blijkt dat Ad gedaan en uit de eerste en tweede uitspraak van Cor blijkt dat Ben het heeft gedaan. Dat is een tegenspraak!

Cor heeft het dus gedaan.

- 75** De oplossing is: ‘Wat zou je broer zeggen als ik hem om de weg zou vragen?’
 Als de vraag aan de liegende broer wordt gesteld, dan zal deze de verkeerde weg wijzen.
 Als de vraag aan de waarheidsprekende broer wordt gesteld, dan zal deze de verkeerde weg wijzen.
 Je moet na het stellen van deze vraag dus altijd de andere richting kiezen dan je wordt verteld.

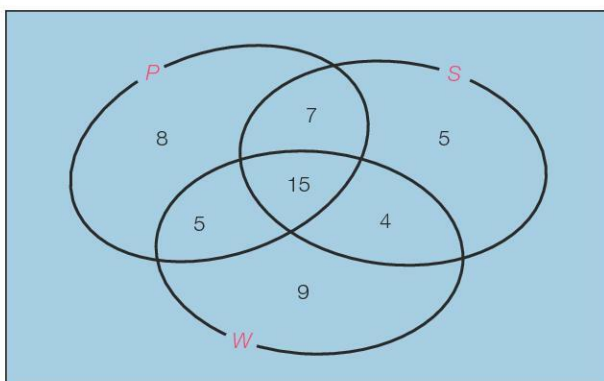
Diagnostische toets

Bladzijde 186

- 1** **a** Niet logisch geldig. Er wordt in de uitgangspunten niets gezegd over de situatie dat je geen huisdier hebt.
b Logisch geldig.
- 2** **a** Als de stad in Zeeland ligt, dan ligt de stad in Nederland.
b Als de stad niet in Zeeland ligt, dan ligt de stad niet in Nederland.
- 3** **a** De afspraak is $A \Rightarrow Z$.
 Er geldt $A \Rightarrow Z$, $\neg Z$, dus de conclusie is $\neg A$.
b Er geldt $A \Rightarrow Z$, A , dus de conclusie is Z .
- 4** **a** A : Het wegdek van de brug is nat.
 B : Het heeft net geregend.
 C : Het is heel warm.
 D : De gemeente heeft het wegdek nat laten spuiten.
 Eerste interpretatie: $A \Rightarrow (B \vee (C \wedge D))$.
 Tweede interpretatie: $A \Rightarrow ((B \vee C) \wedge D)$.
b De eerste interpretatie, omdat er sprake is van enerzijds regen of anderzijds warmte en natspuiten.
- 5** **a** voldoende voorwaarde
 A : Je hebt je rijbewijs.
 B : Je mag autorijden.
 $A \Rightarrow B$
b noodzakelijke en voldoende voorwaarde
 A : Je bent 18 jaar of ouder.
 B : Je bent meerderjarig.
 $A \Leftrightarrow B$
c noodzakelijke voorwaarde
 A : Je eet genoeg groente en fruit.
 B : Je hebt een gezonde eetgewoonte.
 $B \Rightarrow A$

Bladzijde 187

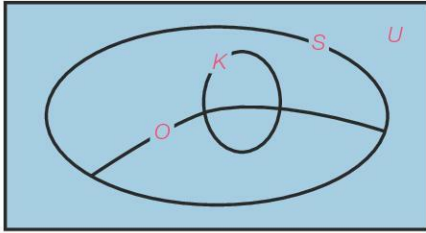
- 6** 120 PERSONEN



$$120 - 35 - 5 - 4 - 9 = 67$$

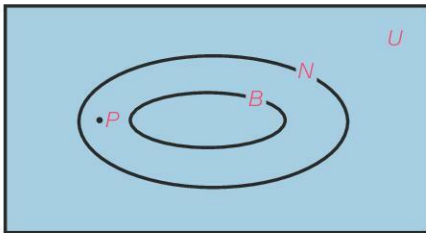
Dus voor 67 personen geldt $\neg(P \vee S \vee W)$.

- 7 a** *S*: personen met stress
K: kinderen
O: personen die naar school gaan



In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar er zijn geen kinderen die geen stress hebben. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

- b** *B*: de brieven
N: de nuiten
P: Puck



In het venndiagram zijn de uitgangspunten waar, maar Puck is een nuit. Dus de conclusie volgt niet uit de uitgangspunten.

- 8 a** $A \Rightarrow \neg C$
 Je zou verwachten dat je van sporten afvalt, maar dat lijkt niet het geval.

- b** Bewering III is de enige die uit het artikel volgt.

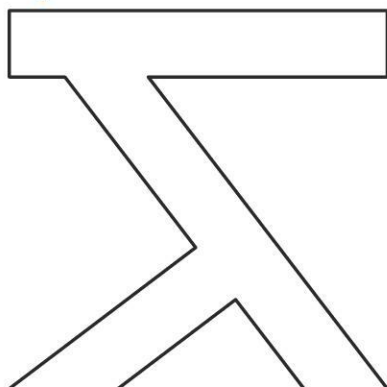
- 9 a** Als bewering I waar is, dan zijn de andere drie niet waar. Dat is in tegenspraak met bewering I.
b Bewering III is waar, omdat deze stelt dat drie beweringen onwaar zijn. Dat klopt, want de beweringen I, II en IV zijn onwaar.

Gemengde opgaven

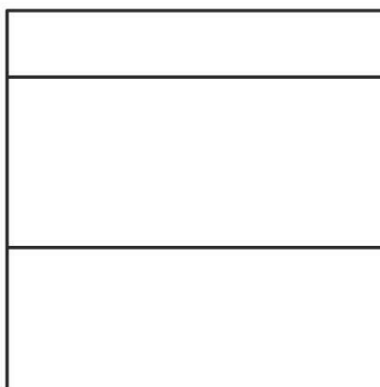
8 Meetkunde

Bladzijde 188

1 a



vooraanzicht



linkerzijaanzicht

b In het vooraanzicht zie je een rechthoek, een parallellogram en een trapezium.

$$O(\text{rechthoek}) = 40 \cdot 7 = 280 \text{ cm}^2$$

Bereken de lange zijde van het parallellogram met de stelling van Pythagoras.

$$\text{zijde}^2 = 33^2 + 25,3^2 = 1729,09, \text{ dus zijde} \approx 41,6 \text{ cm.}$$

$$O(\text{parallellogram}) = 41,6 \cdot 7 = 291,2 \text{ cm}^2$$

$$O(\text{trapezium}) = \frac{1}{2} \cdot (15,6 + 24,7) \cdot 7 = 141,05 \text{ cm}^2$$

$$\text{De inhoud van de tafel is } (280 + 291,2 + 141,05) \cdot 40 = 28\,490 \text{ cm}^3 = 28,49 \text{ dm}^3.$$

$$\text{Het gewicht van de tafel is } 700 \cdot 28,49 = 19\,943 \text{ gram} \approx 19,9 \text{ kg.}$$

2 In $\triangle DEF$ is $DE = DF$, dus er geldt $2 \cdot DE^2 = 5,5^2$

$$DE^2 = \frac{5,5^2}{2}$$

$$DE = 3,889...$$

$$O(ABEDFC) = O(\triangle ABC) - O(\triangle DEF) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 6 - \frac{1}{2} \cdot 3,889... \cdot 3,889... = 10,4375$$

$$\text{De straal van de kleine cirkel is } \frac{1}{2} \cdot 5,5 = 2,75.$$

$$\text{In } \triangle ABC \text{ is } AB = AC, \text{ dus er geldt } BC^2 = 6^2 + 6^2 = 72$$

$$BC = \sqrt{72}$$

$$\text{De straal van de grote cirkel is } \frac{1}{2} \sqrt{72}.$$

$$O(\text{ring}) = \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot (\frac{1}{2} \sqrt{72})^2 - \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 2,75^2 = 16,395...$$

$$\text{Dus } O(\text{logo}) = 10,4375 + 16,395... \approx 26,8.$$

Bladzijde 189

3 Opmeten geeft lengte boot is 0,8 cm en breedte tussen de spijlen is 3,0 cm. Dus de boot heeft op de foto een lengte van

$$\frac{0,8}{3,0} \cdot 10 \approx 2,67 \text{ cm} = 0,0267 \text{ m.}$$

Zie de figuur hiernaast.

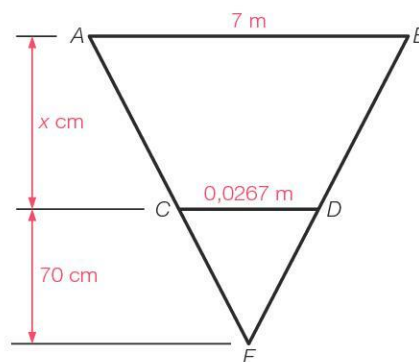
Driehoek ABF is een vergroting van driehoek CDF met

$$\text{vergrotingsfactor } \frac{7}{0,0267} \approx 262.$$

$$\text{Er geldt } 262 \cdot 70 = x + 70$$

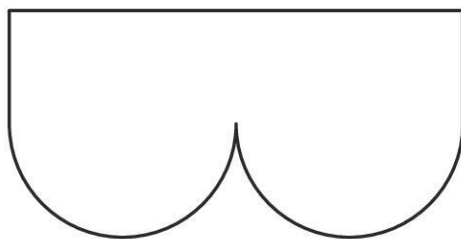
$$x = 18\,270$$

De boot vaart op een afstand van 18 270 cm $\approx$ 183 meter van het hek.

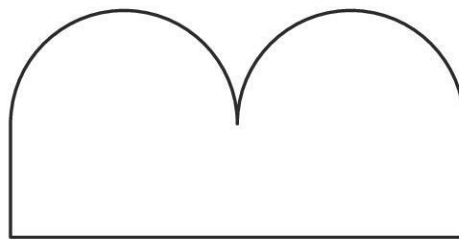


4

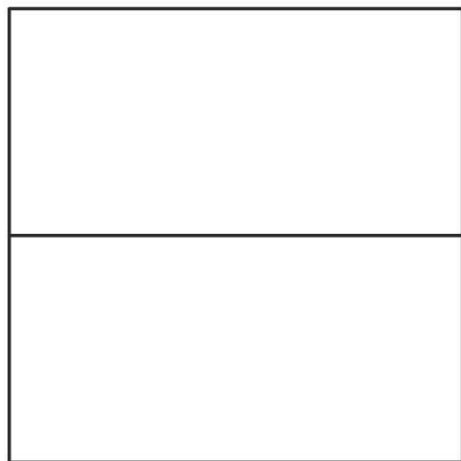
a



vooraanzicht



zijaanzicht



bovenaanzicht

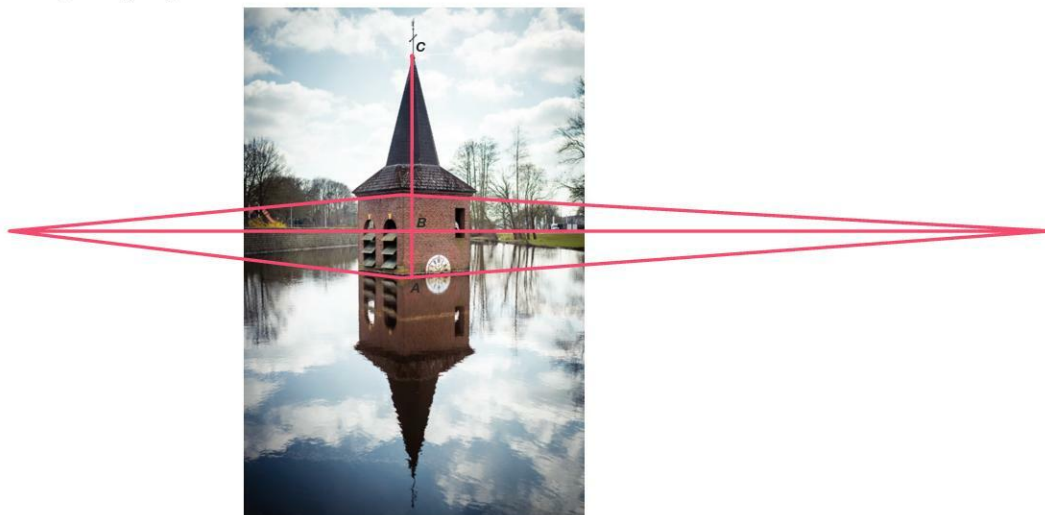
- b** oppervlakte cilindermantels $= 2 \cdot 2\pi \cdot 3,75 \cdot 15 = 225\pi \text{ dm}^2$
 oppervlakte kunstwerk $= 225\pi + 4 \cdot \pi \cdot 3,75^2 \approx 884 \text{ dm}^2$
- c** De inhoud van het kunstwerk is $2 \cdot \pi \cdot 2^2 \cdot 8 = 64\pi \text{ dm}^3$.
 Het gewicht is $2,75 \cdot 64\pi \approx 553 \text{ kg}$.

Bladzijde 190

5

a tweepuntsperspectief

b

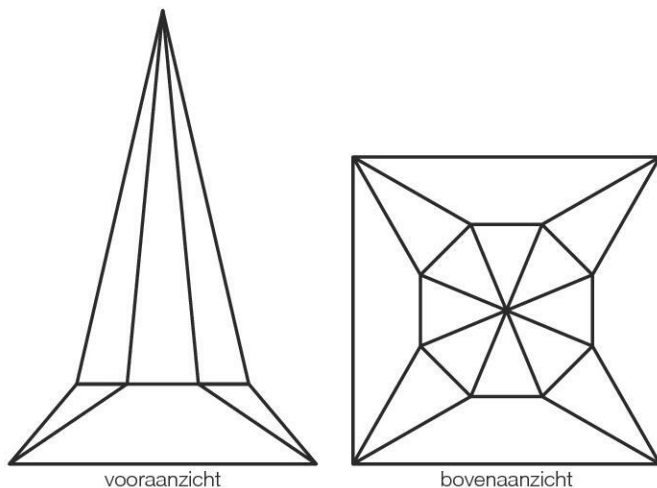


Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,6 \text{ cm}$ en $AC = 2,9 \text{ cm}$.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{0,6}{2,9} \cdot 9,5 \approx 2,0 \text{ m} = 20 \text{ decimeter}$ boven het waterniveau.

- c** $\frac{97}{2} = 48,5$ en $207 - 48,5 = 158,5$, dus de rechthoek is 97 bij 158,5 cm.
 $O(\text{raam}) = 97 \cdot 158,5 + \frac{1}{2} \cdot \pi \cdot 48,5^2 \approx 19069 \text{ cm}^2 \approx 191 \text{ dm}^2$

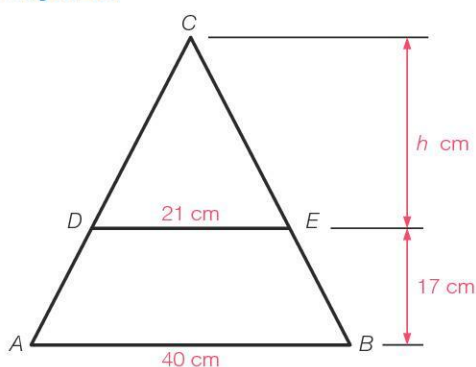
d



- e oppervlakte grondvlak is $22,3^2 - 2 \cdot 6,35^2 = 416,645 \text{ dm}^2$
 $I(\text{piramide}) = \frac{1}{3} \cdot 416,645 \cdot 49,5 \approx 6875 \text{ dm}^3$

Bladzijde 191

6 a



$\triangle ABC$ is een vergroting van $\triangle DEC$ met vergrotingsfactor $\frac{40}{21}$.

Er geldt $\frac{40}{21} \cdot h = h + 17$

$$\frac{19}{21}h = 17$$

$$h = 18,789...$$

$$18,789... \text{ cm} = 1,8789... \text{ dm}$$

$$18,789... + 17 = 35,789... \text{ cm} = 3,5789... \text{ dm}$$

$$\begin{aligned} I(\text{hoed}) &= I(\text{balk}) + I(\text{afgeknotte piramide}) \\ &= 4 \cdot 4 \cdot 0,5 + \frac{1}{3} \cdot 4^2 \cdot 3,5789... - \frac{1}{3} \cdot 2,1^2 \cdot 1,8789... \\ &\approx 24,3 \text{ dm}^3 \end{aligned}$$

- b $54 \text{ dm}^3 = 54000 \text{ cm}^3 = \frac{54000}{2,54^3} = 3295,28... \text{ cubic inch}$

De inhoud van de miniatuurversie is $\frac{3295,28...}{12^3} \approx 1,9 \text{ cubic inch}$.

7

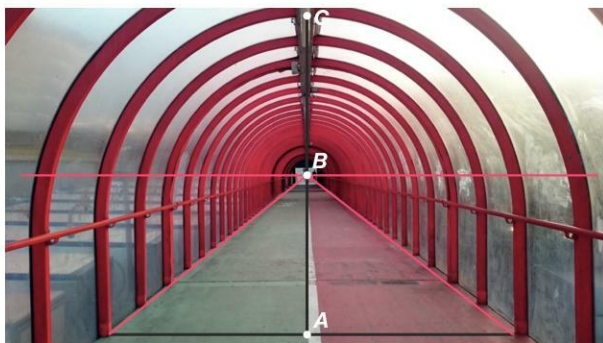
a éénpuntperspectief

b Opmeten op het werkblad geeft $AB = 2,1 \text{ cm}$ en $AC = 4,2 \text{ cm}$.

Dus de hoogte van de tunnel is

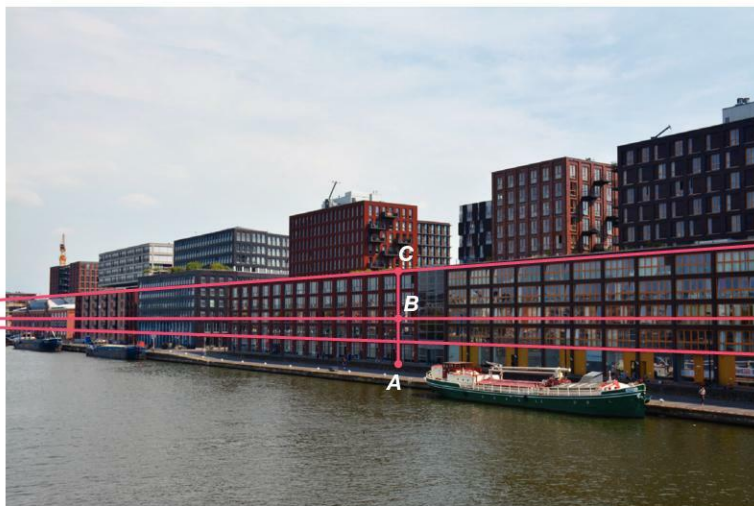
$$\frac{4,2}{21} \cdot 1,35 = 2,7 \text{ meter.}$$

De trap is dus hoog genoeg.



8

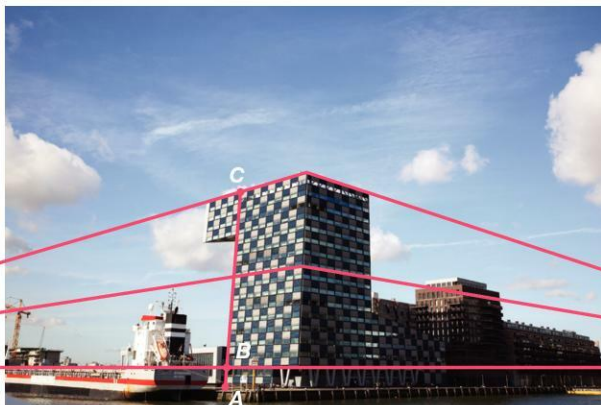
a



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,6$ cm en $AC = 1,2$ cm.

De foto is genomen vanaf een hoogte van $\frac{0,6}{1,2} \cdot 12,5 \approx 6,3$ meter.

b



Opmeten op het werkblad geeft $AB = 0,2$ cm en $AC = 2,6$ cm.

De hoogte van het gebouw is $\frac{2,6}{0,2} \cdot 5 = 65$ meter.

9

Bereken het verschil van de inhoud van twee afgeknotte kegels.

Begin met de grootste afgeknotte kegel.

Zie de figuur hiernaast.

Driehoek ABT is een vergroting van driehoek CDT met

vergrotingsfactor $\frac{175}{159}$.

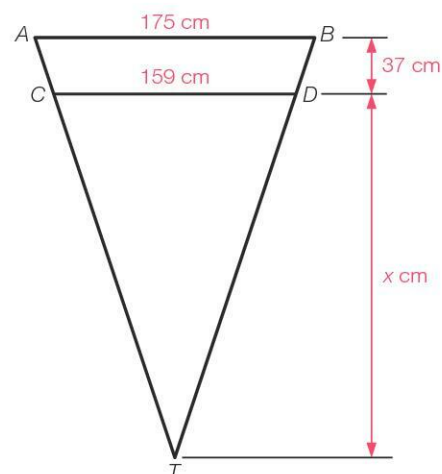
Er geldt $\frac{175}{159} \cdot x = x + 37$

$$\frac{16}{159} \cdot x = 37$$

$$x \approx 368$$

Inhoud grote afgeknotte kegel is

$$\frac{1}{3} \pi \cdot 8,75^2 \cdot 40,5 - \frac{1}{3} \pi \cdot 7,95^2 \cdot 36,8 \approx 811,5 \text{ dm}^3.$$



d $P(\text{minstens één keer 6 ogen}) = 1 - P(\text{niet één keer 6 ogen}) = 1 - \left(\frac{5}{6}\right)^2 = \frac{11}{36}$

$P(\text{vier keer gooien}) = \left(\frac{25}{36}\right)^3 \cdot \frac{11}{36} \approx 0,102$

12 a $P(X = 100) = P(333) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{120} \approx 0,008$

b $P(X = 20) = P(444) = \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{6} = \frac{4}{120}$

$P(X = 5) = P(555) = \frac{2}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{3}{6} = \frac{12}{120}$

$P(X = 0) = 1 - P(X = 100) - P(X = 20) - P(X = 5) = 1 - \frac{1}{120} - \frac{4}{120} - \frac{12}{120} = \frac{103}{120}$

x	0	5	20	100
$P(X = x)$	$\frac{103}{120}$	$\frac{12}{120}$	$\frac{4}{120}$	$\frac{1}{120}$

c $P(Y = 10) = P(334) + P(343) + P(433) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{2}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,042$

d $P(\text{twee keer een 3}) = P(33\cancel{3}) + P(3\cancel{3}3) + P(\cancel{3}33) = \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{5}{6} + \frac{1}{4} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{5} \cdot \frac{1}{6} = 0,1$

$P(\text{elke keer twee keer het cijfer 3}) = 0,1^4 = 0,0001$

e $P(\text{hoofdprijs}) = \frac{1}{120}$ en $P(\text{geen hoofdprijs}) = \frac{119}{120}$

$P(\text{acht of negen keer spelen}) = P(\text{acht keer spelen}) + P(\text{negen keer spelen})$

$= \left(\frac{119}{120}\right)^7 \cdot \frac{1}{120} + \left(\frac{119}{120}\right)^8 \cdot \frac{1}{120} \approx 0,016$

13 a X = aantal reizen dat niet wordt geannuleerd
 X is binomiaal verdeeld met $n = 1350$ en $p = 0,92$.

De GR geeft $P(X \leq 1250) \approx 0,802$.

De gevraagde kans is 0,802.

b X = aantal annuleringen

X is binomiaal verdeeld met $n = 1300$ en $p = 0,08$.

De verwachtingswaarde is $E(X) = np = 1300 \cdot 0,08 = 104$ en de standaardafwijking is

$\sigma_X = \sqrt{np(1-p)} = \sqrt{1300 \cdot 0,08 \cdot 0,92} \approx 9,8$.

$E(X) - \sigma_X \approx 104 - 9,8 = 94,2$

$E(X) + \sigma_X \approx 104 + 9,8 = 113,8$

$P(94,2 < X < 113,8) = P(95 \leq X \leq 113)$

De GR geeft $P(94,2 < X < 113,8) \approx 0,669$.

c Stel men verkoopt maximaal n reizen.

Voor welke n is $P(X \leq 1250) \geq 0,95$?

Voer bij y_1 een formule in en maak een tabel.

Op de TI: $y_1 = \text{binomcdf}(x, 0,92, 1250)$.

Op de Casio: $y_1 = \text{BinomialCD}(1250, x, 0,92)$.

Op de NW: $y_1 = \text{binomcdf}(1250, x, 0,92)$.

Op de HP: $y_1 = \text{BINOMIAL-CDF}(x, 0,92, 1250)$.

Je leest af voor $n = 1341$ is $P(X \leq 1250) \approx 0,957$

voor $n = 1342$ is $P(X \leq 1250) \approx 0,947$.

Dus maximaal 1341 reizen verkopen.

Bladzijde 195

14 a X = gewicht ei in gram

X is normaal verdeeld met $\mu = 60$ en $\sigma = 4$.

Bij $l = -10^{99}$ en $r = 56$ geeft de GR opp = 0,1586...

Tot de klasse K behoren naar verwachting

$5000 \cdot 0,1586... \approx 793$ eieren.

Bij $l = 56$ en $r = 64$ geeft de GR opp = 0,6826...

Tot de klasse M behoren naar verwachting

$5000 \cdot 0,6828... \approx 3414$ eieren.

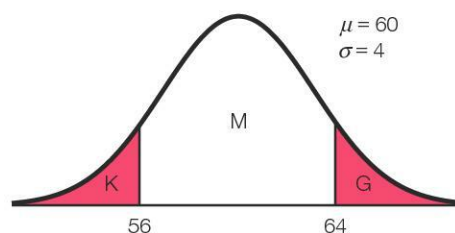
b In klasse G zitten naar verwachting

$5000 - 3414 - 793 = 793$ eieren.

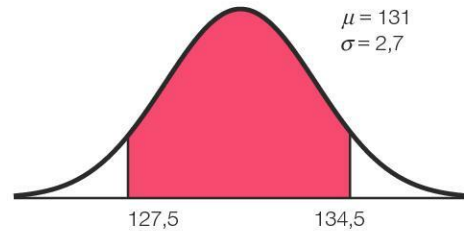
De verwachte opbrengst is $793 \cdot 0,09 + 3414 \cdot 0,10 + 793 \cdot 0,11 = 500$ euro.

De kosten zijn dan $300 + 5000 \cdot 0,015 = 375$ euro.

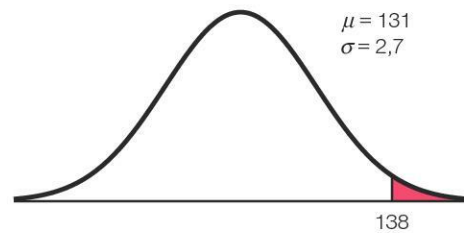
Dus de verwachte winst is $500 - 375 = 125$ euro.



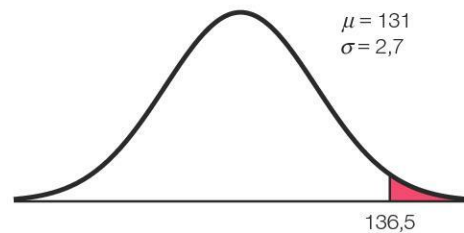
- 15 a** Normale verdeling met $\mu = 131$ en $\sigma = 2,7$.
 Bij $l = 127,5$ en $r = 134,5$ geeft de GR opp $\approx 0,805$.
 Dus van 80,5%.



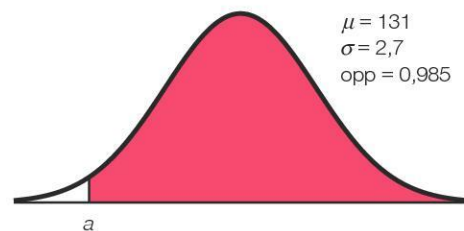
- b** Bij $l = 138$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp = 0,004...
 Dus $P(\text{meer dan } 138 \text{ } ^\circ\text{Oe}) = 0,004...$
 $P(\text{minstens } \text{\'e\'en}) = 1 - P(\text{geen}) = 1 - (1 - 0,004...) = 0,004$



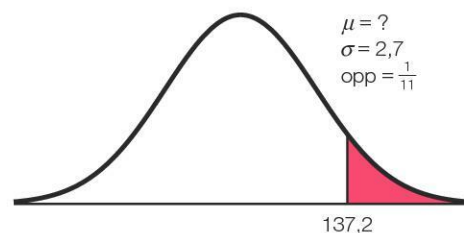
- c** Bij $l = 136,5$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp $\approx 0,021$.
 2,1% heeft een suikergehalte groter dan 136,5 $^\circ\text{Oe}$, dus de druif met een suikergehalte van 136,5 $^\circ\text{Oe}$ behoort niet tot de twee procent druiven met het hoogste suikergehalte.



- d** opp links van a is $1 - 0,985 = 0,015$
 De GR geeft $a \approx 125,14$.
 Dus deze ondergrens is 125,14 $^\circ\text{Oe}$ of meer.



- e** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 2,7$, $l = 137,2$ en $r = 10^{99}$.
 Los op opp = $\frac{1}{11}$.
 Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = \frac{1}{11}$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 133,595$.
 Dus gemiddeld 133,6 $^\circ\text{Oe}$.



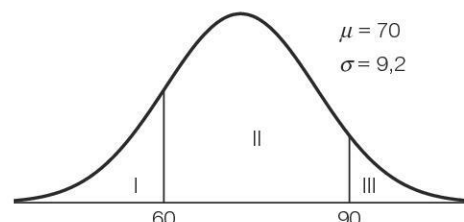
Bladzijde 196

- 16 a** Er wordt net zolang gegooid totdat rood of geel heeft gewonnen. Bij zowel rood als geel leiden 5 van de 36 mogelijkheden tot winst. Dus deze kansen zijn gelijk en dus beide gelijk aan 0,5.
- b** Je wilt 5 euro met dubbel 1 (voor rood) of dubbel 6 (voor geel).
 Dubbel 1 is één van de 5 mogelijkheden op winst van rood.
 Deze kans is dus $\frac{1}{5} \cdot 0,5 = 0,1$.
- c** $P(W = 5) = 0,1$
 $P(W = 10) = \frac{4}{5} \cdot 0,5 = 0,4$
 $P(W = -10) = P(\text{andere kleur wint}) = 0,5$

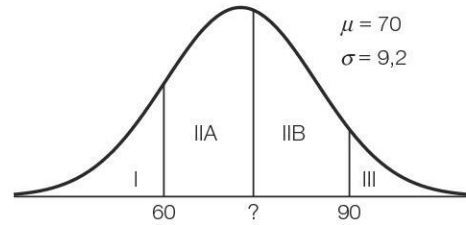
w	5	10	-10
$P(W = w)$	0,1	0,4	0,5

$E(W) = 5 \cdot 0,1 + 10 \cdot 0,4 + (-10) \cdot 0,5 = -0,5$
 De verwachtingswaarde van de winst per spel is -50 cent.

- 17 a** Normale verdeling met $\mu = 70$ en $\sigma = 9,2$.
 Bij $l = -10^{99}$ en $r = 60$ geeft de GR opp (I) = 0,1385... $\approx 0,139$.
 Bij $l = 60$ en $r = 90$ geeft de GR opp (II) = 0,8466... $\approx 0,847$.
 Bij $l = 90$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp (III) = 0,0148 $\approx 0,015$.
 Dus tot groep I behoort 13,9%, tot II 84,7% en tot III 1,5%.

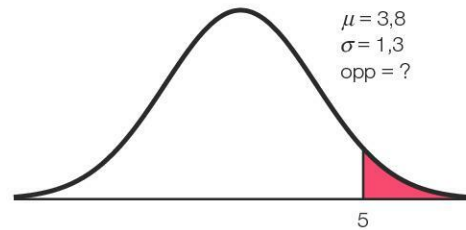


- b** opp links van a is $0,1385... + \frac{1}{2} \cdot 0,8466... = 0,5618...$
De GR geeft $a \approx 71,43$.
Dus de grens ligt bij 71.

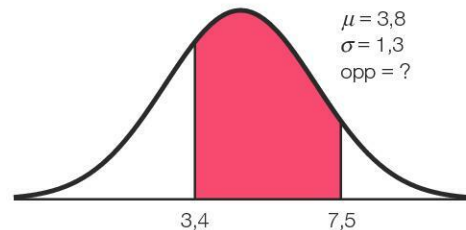


Bladzijde 197

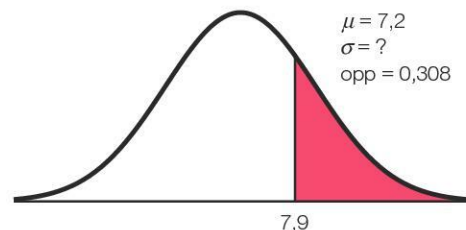
- 18 a** Normale verdeling met $\mu = 3,8$ en $\sigma = 1,3$.
Bij $l = 5$ en $r = 10^{99}$ geeft de GR opp = 0,177...
Dus $0,177... \cdot 24 \cdot 365 \approx 1559$ uur.



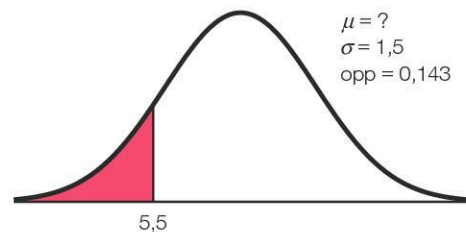
- b** Bij $l = 3,4$ en $r = 7,5$ geeft de GR opp = 0,618...
Dus $0,618... \cdot 24 \cdot 365 \approx 5420$ uur.



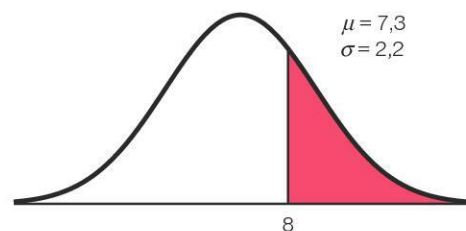
- c** Normale verdeling met $\mu = 7,2$, $\sigma = x$, $l = 7,9$ en $r = 10^{99}$.
Los op opp = 0,308.
Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,308$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 1,4$, dus $\sigma = 1,4$ m/s.



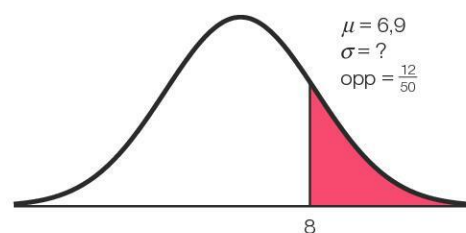
- d** Normale verdeling met $\mu = x$, $\sigma = 1,5$, $l = -10^{99}$ en $r = 5,5$.
Los op opp = 0,143.
Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = 0,143$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 7,1$, dus $\mu = 7,1$ m/s.



- 19 a** Vetpercentage is normaal verdeeld met $\mu = 7,3$ en $\sigma = 2,2$.
Bij $l = 8$ en $r = 10^{99}$ geeft GR opp = 0,375...
 X = aantal bollen met een vetpercentage van meer dan 8%
 X is binomiaal verdeeld met $n = 10$ en $p = 0,375...$
 $P(X > 4) = 1 - P(X \leq 4)$
De GR geeft $P(X > 4) \approx 0,306$.



- b** Normale verdeling met $\mu = 6,9$, $\sigma = x$, $l = 8$ en $r = 10^{99}$.
Los op opp = $\frac{12}{50}$.
Voer bij y_1 de normale verdeling in en $y_2 = \frac{12}{50}$.
De optie snijpunt geeft $x \approx 1,557$.
Dus de standaardafwijking is 1,6%.



- 20 a** 8 minuten en 24 seconden = 8,4 minuten
2 minuten en 3 seconden = 2,05 minuten
 X is de tijd per adres

$$\bar{X} \text{ is normal verdeeld met } \mu_{\bar{X}} = \mu_X = 8,4 \text{ en } \sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma_X}{\sqrt{n}} = \frac{2,05}{\sqrt{10}}.$$

De GR geeft $P(\bar{X} < 8) \approx 0,269$.

- b** 8 minuten en 24 seconden = 504 seconden
 2 minuten en 3 seconden = 123 seconden
 De bezorgtijd T van 10 adressen is normal verdeeld met $\mu_T = 10 \cdot 504 = 5040$ seconden
 en $\sigma_T = \sqrt{10} \cdot 123 = 123\sqrt{10}$ seconden.
 Tussen 18:37 uur en 19:50 uur zit 1 uur en 13 minuten, dat is 4380 seconden.
 De GR geeft $P(T > 4380) \approx 0,955$.
 De gevraagde kans is 0,955.

10 Exponenten en logaritmen

Bladzijde 198

- 21 a** $g_{\text{jaar}} = 1,096$, dus $g_{10 \text{ jaar}} = 1,096^{10} \approx 2,501$.
 De toename per 10 jaar is 150,1%.
- b** $g_{\text{jaar}} = 1,096$, dus $g_{\text{maand}} = 1,096^{\frac{1}{12}} \approx 1,008$.
 De toename per maand is 0,8%.
- c** Los op $1,096^t = 2$.
 Voer in $y_1 = 1,096^x$ en $y_2 = 2$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,56...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 91 maanden verdubbeld.
- d** Los op $1,096^t = 10$.
 Voer in $y_1 = 1,096^x$ en $y_2 = 10$.
 De optie snijpunt geeft $x = 25,11...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 25 jaar vertienvoudigd.
- 22 a** $g_{\text{dag}} = 0,83$, dus $g_{\text{week}} = 0,83^7 \approx 0,271$.
 De afname per week is 72,9%.
- b** $g_{\text{dag}} = 0,83$, dus $g_{\text{uur}} = 0,83^{\frac{1}{24}} \approx 0,992$.
 De afname per uur is 0,8%.
- c** Los op $0,83^t = \frac{1}{2}$.
 Voer in $y_1 = 0,83^x$ en $y_2 = \frac{1}{2}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 3,72...$
 De hoeveelheid is na ongeveer 89 uur gehalveerd.
- d** Los op $0,83^t = \frac{1}{4}$.
 Voer in $y_1 = 0,83^x$ en $y_2 = \frac{1}{4}$.
 De optie snijpunt geeft $x = 7,44...$
 Na ongeveer 7,4 dagen is nog een kwart van de beginhoeveelheid over.
- 23 a** $\log(N) = 0,6t - 0,2$
 $N = 10^{0,6t-0,2}$
 $N = 10^{0,6t} \cdot 10^{-0,2}$
 $N = 10^{-0,2} \cdot (10^{0,6})^t$
 $N \approx 0,63 \cdot 3,98^t$
 Dus $N = 0,63 \cdot 3,98^t$.
- b** $P = 6 \cdot 3^{2t+1}$
 $3^{2t+1} = \frac{1}{6}P$
 $2t + 1 = {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
 $2t = -1 + {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
 $t = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot {}^3\log\left(\frac{1}{6}P\right)$
- c** $Q = 3 + {}^4\log(2x + 1)$
 ${}^4\log(2x + 1) = Q - 3$
 $2x + 1 = 4^{Q-3}$
 $2x = -1 + 4^{Q-3}$
 $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot 4^{Q-3}$
 Dit is eventueel nog te herleiden tot $x = -\frac{1}{2} + \frac{1}{128} \cdot 4^Q$.

$$\begin{aligned} \text{d } P &= 3 - 2^{3t+1} \\ 2^{3t+1} &= 3 - P \\ 3t + 1 &= {}^2\log(3 - P) \\ 3t &= -1 + {}^2\log(3 - P) \\ t &= -\frac{1}{3} + \frac{1}{3} \cdot {}^2\log(3 - P) \end{aligned}$$

24 a $g_{5 \text{ dagen}} = 2$ geeft $g_{\text{dag}} = 2^{\frac{1}{5}} = 1,148\dots$

Na 6 weken = 42 dagen bedekt de waterplant het gehele meer.
Dus de oppervlakte van het meer is $20 \cdot 1,148\dots^{42} \approx 6756 \text{ m}^2$.

b Los op $20 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^t = 0,3 \cdot 6756$.

Voer in $y_1 = 20 \cdot \left(2^{\frac{1}{5}}\right)^x$ en $y_2 = 0,3 \cdot 6756$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 33,3$.

$t = 0$ op 1 mei om 0:00 uur en $t = 30$ op 31 mei om 0:00 uur, dus $t = 33,3$ is op 3 juni.

25 a $N = b \cdot g^t$ met $g_{4 \text{ dagen}} = \frac{272}{160}$, dus $g_{\text{dag}} = \left(\frac{272}{160}\right)^{\frac{1}{4}} = 1,1418\dots$

$$\begin{aligned} N &= b \cdot 1,1418\dots^t \\ t = 4 \text{ en } N &= 160 \end{aligned} \left\{ \begin{aligned} b \cdot 1,1418\dots^4 &= 160 \\ b &= \frac{160}{1,1418\dots^4} \approx 94 \end{aligned} \right.$$

Dus $N = 94 \cdot 1,142^t$.

b $P = b \cdot g^t$ met $g_{12 \text{ dagen}} = 0,84$, dus $g_{\text{dag}} = 0,84^{\frac{1}{12}} \approx 0,986$.

$P = b \cdot g^t$ met $b = 100$ en $g = 0,986$ geeft $P = 100 \cdot 0,986^t$.

c Stel in de laatste 4 jaar is g de vermenigvuldigingsfactor per jaar.

Er geldt dan $1,092^6 \cdot g^4 = 1,85$.

Voer in $y_1 = 1,092^6 \cdot x^4$ en $y_2 = 1,85$.

De optie snijpunt geeft $x \approx 1,022$, dus $g = 1,022$.

Het jaarlijkse toenamepercentage voor de laatste vier jaar is 2,2%.

Bladzijde 199

26 a $N = b \cdot g^t$ met $g_{45 \text{ jaar}} = \frac{109,5}{3,4}$, dus $g_{\text{jaar}} = \left(\frac{109,5}{3,4}\right)^{\frac{1}{45}} \approx 1,080$.

$N = b \cdot g^t$ met $b = 3,4$ en $g = 1,080$ geeft $N = 3,4 \cdot 1,080^t$.

b Los op $1,080^t = 2$.

Voer in $y_1 = 1,080^x$ en $y_2 = 2$.

De optie snijpunt geeft $x = 9,00\dots$, dus de verdubbelingstijd is 9 jaar.

c Los op $3,4 \cdot 1,080^t = 42,8 \cdot \log(t + 10) + 19,1$.

Voer in $y_1 = 3,4 \cdot 1,080^x$ en $y_2 = 42,8 \cdot \log(x + 10) + 19,1$.

De optie snijpunt geeft $x = 42,97\dots$

Dus in $1970 + 43 = 2013$.

d Bij 1970 hoort $t = 0$ en dat geeft $N = 3,4 + 42,8 \cdot \log(0 + 10) + 19,1 = 65,3$

Bij 2015 hoort $t = 45$ en dat geeft $N = 109,5 + 42,8 \cdot \log(45 + 10) + 19,1 \approx 203,1$.

Dat is $\frac{203,1}{65,3} \approx 3,11$ keer zoveel.

Dus de gemiddelde wereldburger is in deze periode dus $\frac{3,11}{2} \approx 1,6$ keer zoveel vis gaan eten.

27 a $g_{35 \text{ weerkaatsingen}} = 0,90$, dus $g_1 \text{ weerkaatsing} = 0,90^{\frac{1}{35}} \approx 0,997$.

$P = b \cdot g^n$ met $b = 100$ en $g = 0,997$ geeft $P = 100 \cdot 0,997^n$.

b $n = 15$ geeft $P = 95,6$, dus 95,6%.

c $n = 20$ geeft $P = 94,2$, dus er is 5,8% geabsorbeerd.

Bladzijde 200

28 a Lees af: in april 2007 waren er 700 damherten.

b Lees af: in april 2004 waren er 400 damherten en in april 2015 waren dat er 3000.

$g_{9 \text{ jaar}} = \frac{3000}{400} = 7,5$, dus $g_{\text{jaar}} = 7,5^{\frac{1}{9}} \approx 1,251$.

Dus met 25,1% per jaar.

- c** $3319 \text{ ha} = 33,19 \text{ km}^2$
 Dus er waren toen $40 \cdot 33,19 \approx 1328$ damherten.
 Los op $400 \cdot 1,20^x = 1328$.
 Voer in $y_1 = 400 \cdot 1,20^x$ en $y_2 = 1328$.
 De optie snijpunt geeft $x = 6,579\dots$
 Dit artikel verscheen ongeveer 6,6 jaar na april 2004, dus dat was eind 2010.

Bladzijde 201

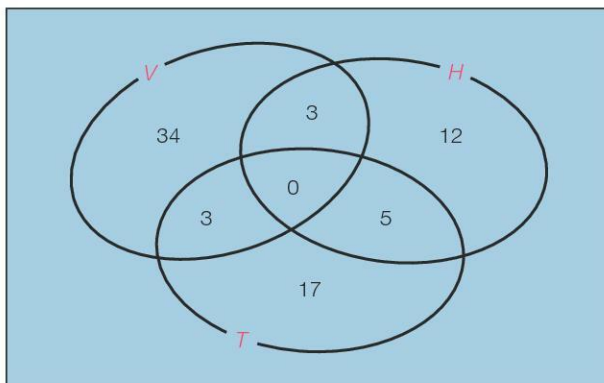
- 29 a** $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = 0$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = 3$
 $\log(0,5E) = 4,47\dots$
 $0,5E = 10^{4,47\dots}$
 $E = 2 \cdot 10^{4,47\dots} \approx 60000$
 De formule geldt voor waarden van E vanaf 60000.
- b** $M = 0,67 \cdot \log(0,5 \cdot 2 \cdot 10^{18}) - 3 = 9,06$, dus een beving van 9,1 op de schaal van Richter.
- c** Los op $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = 3,4$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = 6,4$
 $\log(0,5E) = 9,55\dots$
 $0,5E = 10^{9,55\dots}$
 $E = 2 \cdot 10^{9,55\dots} \approx 7,1 \cdot 10^9$ joule
- d** $E = 2 \cdot 10^{18}$ geeft $M = 9,06$
 $E = 4 \cdot 10^{18}$ geeft $M = 9,26\dots$
 Als E verdubbelt, dan neemt M met $9,26\dots - 9,06 \approx 0,20$ toe.
- e** $0,67 \cdot \log(0,5E) - 3 = M$
 $0,67 \cdot \log(0,5E) = M + 3$
 $\log(0,5E) = \frac{M+3}{0,67} = 1,49\dots M + 4,47\dots$
 $0,5E = 10^{1,49\dots M + 4,47\dots}$
 $E = 2 \cdot (10^{1,49\dots})^M \cdot 10^{4,47\dots}$
 $E \approx 60000 \cdot 31^M$
 Dus $b = 60000$ en $g = 31$.
- f** Neem $M+1$ voor M in de formule $E = 60000 \cdot 31^M$.
 Dit geeft $E = 60000 \cdot 31^{M+1} = 60000 \cdot 31^M \cdot 31^1 = 31 \cdot 60000 \cdot 31^M$.
 Dus het getal is 31.
- 30 a** Los op $0,4^d = 0,5$, met d de diepte in meters.
 Voer in $y_1 = 0,4^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 0,76$.
 Dus van rood licht is op 76 cm nog 50% van de oorspronkelijke hoeveelheid licht zichtbaar.
 Los op $0,9^d = 0,5$, met d de diepte in meters.
 Voer in $y_1 = 0,9^x$ en $y_2 = 0,5$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 6,58$.
 Dus van rood licht is op 658 cm nog 50% van de oorspronkelijke hoeveelheid licht zichtbaar.
- b** P_{rood} is het percentage rood licht, P_{blauw} is het percentage blauw licht en d is de diepte in meters.
 $P_{\text{rood}} = 100 \cdot 0,4^d$ en $P_{\text{blauw}} = 100 \cdot 0,9^d$
 Los op $P_{\text{blauw}} = 10 \cdot P_{\text{rood}}$.
 Voer in $y_1 = 100 \cdot 0,9^x$ en $y_2 = 1000 \cdot 0,4^x$.
 De optie snijpunt geeft $x \approx 2,84$.
 Dus op een diepte van 284 cm.

Bladzijde 202

- 31 a** Lees af: bij $t = 0$ hoort $B = 10^3$ en bij $t = 9$ hoort $B = 10^6$.
 Dus $\frac{10^6}{10^3} = 1000$ keer zoveel.
- b** Lees af: bij $t = 12$ hoort $B = 10^7 = 10$ miljoen bacteriën.
 Dus na 12 dagen mag de kip nog gegeten worden.
- c** $B = 50 \cdot 10^6$ geeft $\frac{1}{3}t + 3 = \log(50 \cdot 10^6)$
 $\frac{1}{3}t + 3 = 7,69\dots$
 $\frac{1}{3}t = 4,69\dots$
 $t \approx 14,1$
 Dus na 14,1 dagen.
- d** $\log(B) = \frac{1}{3}t + 3$
 $B = 10^{\frac{1}{3}t + 3}$
 $B = 10^{\frac{1}{3}t} \cdot 10^3$
 $B = 10^3 \cdot (10^{\frac{1}{3}})^t$
 $B \approx 1000 \cdot 2,154^t$
 Dus $B = 1000 \cdot 2,154^t$.

11 Logisch redeneren**Bladzijde 203**

- 32 a** Deze redenering is logisch geldig.
- b** A : Persoon is hoogopgeleid.
 B : Persoon is handig.
 $A \vee B, \neg B$ conclusie A .
- 33 a** Als een persoon lid is van een hockeyclub en van een tennisclub, dan is de persoon niet lid van een voetbalclub.
 Deze bewering is waar voor deze groep, want voor geen van de personen geldt $V \wedge H \wedge T$.
- b** 95 PERSONEN



$$95 - 40 - 12 - 5 - 17 = 21$$

Dus voor 21 personen geldt $\neg(V \vee H \vee T)$.

- 34 a** $B \Leftrightarrow \neg C \vee \neg D$
 $C \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B$
 $D \Leftrightarrow C$

- b** Als Ad de waarheid spreekt, dan geldt:

$$A \Rightarrow \neg B \Rightarrow C \wedge D \text{ en } C \Rightarrow \neg A \wedge \neg B.$$

Nu hebben we A en $\neg A$ en dat is een tegenspraak.

Ad spreekt dus niet de waarheid.

Als Ben de waarheid spreekt, dan geldt $B \Rightarrow \neg C \vee \neg D$ en dit levert het volgende schema met mogelijkheden op:

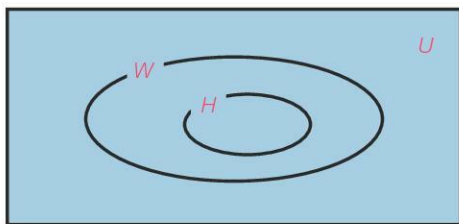
$\neg C \Rightarrow A \vee B$		$\neg D \Rightarrow \neg C$	
$A \Rightarrow \neg B$	B	$\neg C \Rightarrow A \vee B$	
Tegenspraak!	Omdat $\neg C$ geldt $\neg D$. Omdat B geldt $\neg A$. Dus Ad, Cor en Daan liegen.	$A \Rightarrow \neg B$ Tegenspraak!	B Omdat B geldt $\neg A$. Dus Ad, Cor en Daan liegen.

Uit de tabel blijkt dat Ad, Cor en Daan liegen.

Bladzijde 204

- 35 a** Sam neemt minstens 6 wc-rollen mee, Joke minstens 0 en Anja minstens 1. In totaal nemen ze minstens 7 wc-rollen mee. Eddy moet dus $20 - 7 = 13$ wc-rollen meenemen.
- b** Sam neemt dan 8 wc-rollen mee, Joke 4 en Anja 7. Eddy moet dus $20 - 19 = 1$ wc-rol meenemen.

- 36 a** W : alles wat ik wil
 H : alles wat ik heb



- b** Bewering A volgt uit uitspraak II.
Bewering B volgt uit geen van beide uitspraken.
- c** *

- 37** $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$

Bladzijde 205

- 38 a** De leerlingen beredeneren dat de overhoring niet onverwacht gegeven kan worden en toch komt de overhoring onverwacht.
- b** *

opgave	soort
65	1
66	1
67	3
68	1
69	2

39 Uit de informatie volgt dat er een rode en twee witte petten zijn, of een rode, een witte en een blauwe pet. Alle mogelijke situaties staan in het schema hiernaast.

Als Ad geen rode pet ziet, dan weet hij dat hij zelf een rode pet op heeft. Ad weet het niet, dus de situaties 1, 8 en 9 vallen af.

Als Ad een rode en een blauwe pet ziet, dan weet hij dat hij zelf een witte pet op heeft.

Ad weet het niet, dus de situaties 4 en 5 vallen ook af.

De situaties 2, 3, 6 en 7 zijn nu nog over.

Voor Ben geven de situaties 2 en 6 geen probleem: hij ziet geen rode pet, dus hij moet zelf een rode pet op hebben.

Ook situatie 7 is geen probleem: hij ziet een rode en een blauwe pet, dus hij moet zelf een witte pet op hebben.

Voor situatie 3 heeft hij nog nodig dat Ad geen * b r kan hebben gezien, want dan had Ad geweten dat hij een witte pet op had.

Dus Ben weet nu op grond van de uitspraak van Ad en wat hij ziet, dat hij een rode pet (situaties 2 en 6) of een witte pet op heeft (situaties 3 en 7).

Voor Cor geven de situaties 3 en 7 geen probleem: hij ziet geen rode pet, dus hij moet zelf een rode pet op hebben.

Ook situatie 6 is geen probleem: hij ziet een rode en een blauwe pet, dus hij moet zelf een witte pet op hebben.

Voor situatie 2 heeft hij nog nodig dat Ad geen * r b kan hebben gezien, want dan had Ad geweten dat hij een witte pet op had.

Dus Cor weet nu ook op grond van de uitspraak van Ad en wat hij ziet, dat hij een rode pet (situaties 3 en 7) of een witte pet op heeft (situaties 2 en 6).

①	r	w	w
②	w	r	w
③	w	w	r
④	w	r	b
⑤	w	b	r
⑥	b	r	w
⑦	b	w	r
⑧	r	w	b
⑨	r	b	w
Ad Ben Cor			

Bladzijde 206

- 40**
- a** $A \Rightarrow (B \wedge C \wedge D)$
 - b** $E \Rightarrow (F \vee G \vee H)$
 - c** De eerste regel is een voldoende voorwaarde. De tweede regel is een noodzakelijke voorwaarde.

Bladzijde 207

- 41**
- a** *
 - b** I: $K \Rightarrow E, \neg K$ geen conclusie.
 II: $K \Rightarrow E, E$ geen conclusie.
 III: $K \Rightarrow E, \neg E$ conclusie $\neg K$.
 - c** Je kunt een conclusie trekken als je een kaart met een klinker of een oneven getal omdraait. Je moet dus de A en de 7 omdraaien.

Verantwoording

Beeld:

Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India

Beeldresearch: B en U International Picture Service, Amsterdam

Foto Scagliola / Brakkee Neutelings Riedijk Architecten: p. 16

Mark Haneveld, Lochem: p. 17 (b), 22 (b, o), 80 (b)

Hollandse Hoogte / Marco van Mid: p. 17 (o)

Hollandse Hoogte / Rob Huibers: p. 18 (b)

Nationale Beeldbank / Fred Bervoets: p. 18 (m)

Sabine de Waal, Hendrik Ido Ambacht: p. 18 (o)

Alamy Stock Photo / Westend61 GmbH: p. 19 (b)

Hollandse Hoogte / Herman Wouter: p. 19 (o)

Robbiedoes Wikipedia: p. 20

Hollandse Hoogte / Bart Koetsier: p. 21 (b)

Hollandse Hoogte / Berlinda van Dam: p. 22 (o)

Google Street View: p. 24

Hollandse Hoogte / Kees van de V: p. 78

Shutterstock / Jlmrtz Photo: p. 79

Alamy Stock Photo / Kim Kaminski: p. 80 (o)

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:

Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer

13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.

Colofon

Omslagontwerp: InOntwerp, Assen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers, Sappemeer

Lay-out: Integra Software Services

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 20

© 2021 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-73718-4



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.