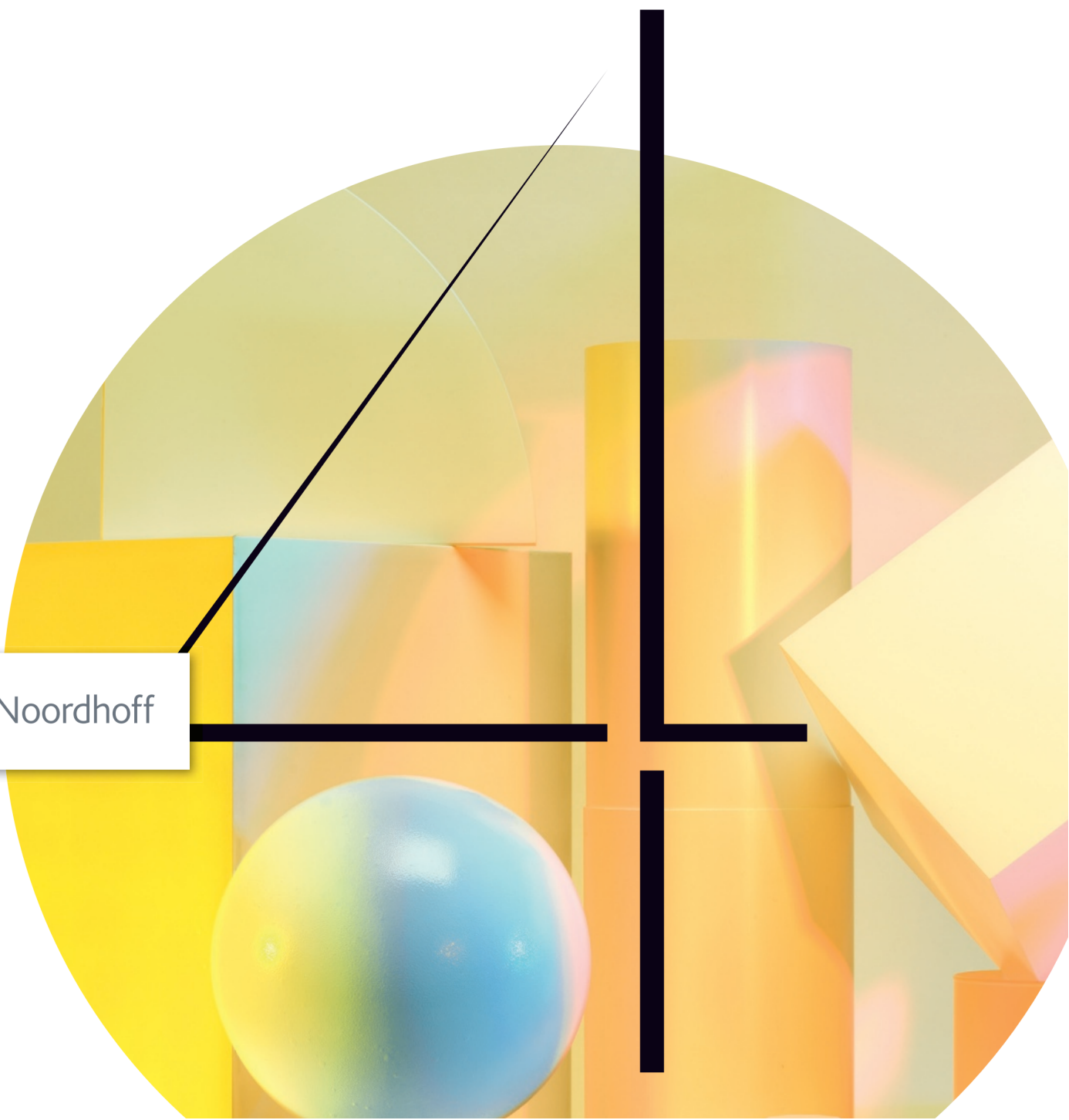


getal & ruimte

B



Noordhoff



Getal & Ruimte

Uitwerkingen **havo B deel 1**

Dertiende editie, 2025

Noordhoff Groningen

Auteurs

J. H. Dijkhuis
G. de Jong
J. D. Kuis
S. K. A. de Waal
J. van Braak
J. H. M. Liesting-Maas
M. Wieringa
M. L. M. van Maarseveen
R. D. Hiele
M. Haneveld
S. Voets
M. Vos
J. M. M. van Haren
B. W. van Laarhoven
R. Meijerink
L. S. Kuijt-Smit
C. van Vliet
C. van Valburg
N. Nooijen
H. Rachyd

Inhoud

1	Lineaire en kwadratische vormen	4
2	Veranderingen	44
3	Meetkunde	80
4	Werken met formules	108

1 Lineaire en kwadratische vormen

1.1 Lineaire verbanden

Bladzijde 8

V1 A stap 1

V2 $\frac{2}{3}(x-4) = \frac{1}{5}(2x+5)$

$$\frac{2}{3}x - \frac{8}{3} = \frac{2}{5}x + 1$$

$$15 \cdot \frac{2}{3}x - 15 \cdot \frac{8}{3} = 15 \cdot \frac{2}{5}x + 15 \cdot 1$$

$$10x - 40 = 6x + 15$$

$$4x = 55$$

$$x = 13\frac{3}{4}$$

$$\frac{2}{3}(x-4) = \frac{1}{5}(2x+5)$$

$$15 \cdot \frac{2}{3}(x-4) = 15 \cdot \frac{1}{5}(2x+5)$$

$$10(x-4) = 3(2x+5)$$

$$10x - 40 = 6x + 15$$

$$4x = 55$$

$$x = 13\frac{3}{4}$$

Je krijgt inderdaad in beide gevallen $x = 13\frac{3}{4}$.

Bladzijde 9

V3 a $5x - 2 = 3x + 6$

$$2x = 8$$

$$x = 4$$

b $4 - 5(x-1) = 3(2x+1)$

$$4 - 5x + 5 = 6x + 3$$

$$9 - 5x = 6x + 3$$

$$-11x = -6$$

$$x = \frac{6}{11}$$

c $3x - 0,8 = 2,4x + 1,6$

$$0,6x = 2,4$$

$$x = 4$$

d $10 - 3(x+1) = 5x - (2x-1)$

$$10 - 3x - 3 = 5x - 2x + 1$$

$$7 - 3x = 3x + 1$$

$$-6x = -6$$

$$x = 1$$

e $\frac{3}{5}(2x-1) = 1\frac{2}{5}x - 2$

$$1\frac{1}{5}x - \frac{3}{5} = 1\frac{2}{5}x - 2$$

$$-\frac{1}{5}x = -1\frac{2}{5}$$

$$x = 7$$

f $\frac{1}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$

$$6 \cdot \frac{1}{3}x - 6 \cdot 1 = 6 \cdot \frac{1}{2}x + 6 \cdot 2$$

$$2x - 6 = 3x + 12$$

$$-x = 18$$

$$x = -18$$

g $\frac{4}{5}x - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}x - 3$

$$15 \cdot \frac{4}{5}x - 15 \cdot 1\frac{1}{3} = 15 \cdot 2\frac{1}{3}x - 15 \cdot 3$$

$$12x - 20 = 35x - 45$$

$$-23x = -25$$

$$x = 1\frac{2}{23}$$

h $\frac{2}{7}(4x-1) = \frac{3}{4}(1-5x)$

$$28 \cdot \frac{2}{7}(4x-1) = 28 \cdot \frac{3}{4}(1-5x)$$

$$8(4x-1) = 21(1-5x)$$

$$32x - 8 = 21 - 105x$$

$$137x = 29$$

$$x = \frac{29}{137}$$

1 C $y = \frac{1}{2}x + 1$

Bladzijde 10

2 a $k: y = -3x + 2$

x	0	1
y	2	-1

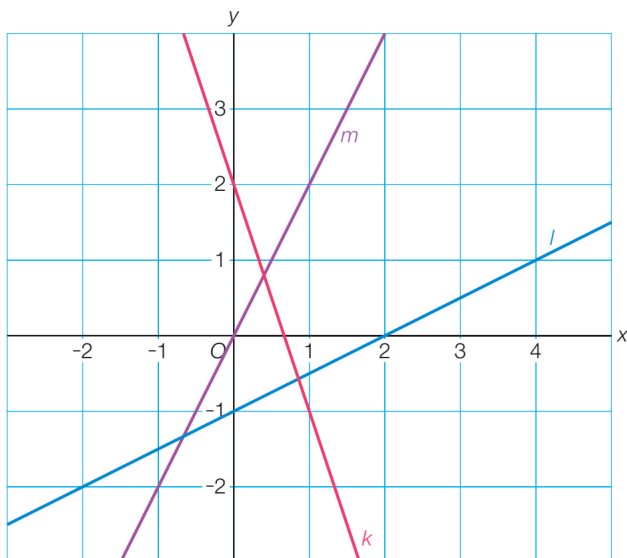
$l: y = \frac{1}{2}x - 1$

x	0	2
y	-1	0

$m: y = 2x$

x	0	2
y	0	4

Zie de figuur op de volgende bladzijde.



b $rc_k = -3$, $rc_l = \frac{1}{2}$ en $rc_m = 2$

c Bij de x -coördinaat van het snijpunt moet de y -coördinaat van dit punt op k gelijk zijn aan de y -coördinaat van dit punt op l .

$$-3x + 2 = \frac{1}{2}x - 1$$

$$-6x + 4 = x - 2$$

$$-7x = -6$$

$$x = \frac{6}{7}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -3x + 2 \\ x = \frac{6}{7} \end{array} \right\} y = -3 \cdot \frac{6}{7} + 2 = -\frac{4}{7}$$

Dus $A(\frac{6}{7}, -\frac{4}{7})$.

d $-3x + 2 = 2x$

$$-5x = -2$$

$$x = \frac{2}{5}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x = \frac{2}{5} \end{array} \right\} y = 2 \cdot \frac{2}{5} = \frac{4}{5}$$

Dus $B(\frac{2}{5}, \frac{4}{5})$.

$$\frac{1}{2}x - 1 = 2x$$

$$x - 2 = 4x$$

$$-3x = 2$$

$$x = -\frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x \\ x = -\frac{2}{3} \end{array} \right\} y = 2 \cdot -\frac{2}{3} = -1\frac{1}{3}$$

Dus $C(-\frac{2}{3}, -1\frac{1}{3})$.

3

a

x	0	2
y	-3	1

Zie de figuur hiernaast.

b Voor $b = 0$.

c $x = 3$ en $y = 5$ invullen in $y = 2x + b$ geeft
 $5 = 2 \cdot 3 + b$ oftewel $2 \cdot 3 + b = 5$.

Oplossen geeft $6 + b = 5$

$$b = -1$$

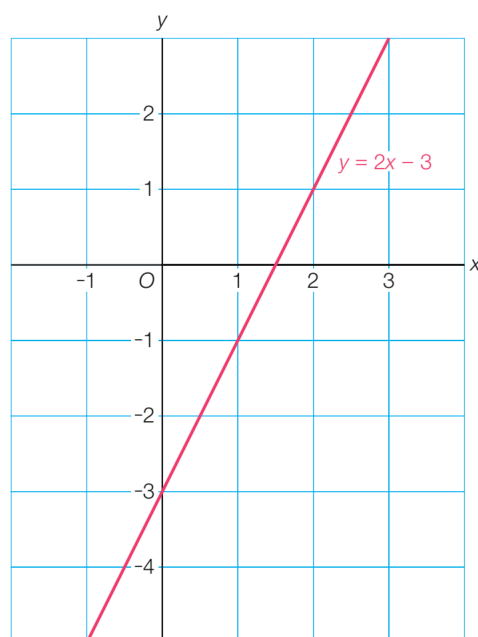
d $x = -3$ en $y = 0$ invullen in $y = 2x + b$ geeft

$$2 \cdot -3 + b = 0$$

$$-6 + b = 0$$

$$b = 6$$

Dus voor $b = 6$.



4 a Voor $a = 3$.**b** $x = 3$ en $y = 0$ invullen in $y = ax - 6$ geeft $3a - 6 = 0$

$$3a = 6$$

$$a = 2$$

Dus voor $a = 2$.**c** Elke lijn $y = ax - 6$ snijdt de y -as in het punt $(0, -6)$.Dus er is geen waarde van a waarvoor de lijn door de oorsprong gaat.**d** $x = 2$ en $y = -1$ invullen in $y = ax - 6$ geeft $2a - 6 = -1$

$$2a = 5$$

$$a = 2\frac{1}{2}$$

 $x = 2$ en $y = -1$ invullen in $y = 4x + b$ geeft $4 \cdot 2 + b = -1$

$$8 + b = -1$$

$$b = -9$$

Dus voor $a = 2\frac{1}{2}$ en $b = -9$.**5 a** Voor $a = -\frac{1}{2}$.**b** $x = 2$ en $y = -3$ invullen in $y = \frac{1}{2}x + b$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 2 + b = -3$

$$3 + b = -3$$

$$b = -6$$

Dus voor $b = -6$.**c** k snijden met de x -as geeft $-\frac{1}{2}x - 2 = 0$

$$-\frac{1}{2}x = 2$$

$$x = -4$$

Dus k snijdt de x -as in het punt $(-4, 0)$. $x = -4$ en $y = 0$ invullen in $y = ax + 1$ geeft $-4a + 1 = 0$

$$-4a = -1$$

$$a = \frac{1}{4}$$

Dus voor $a = \frac{1}{4}$.**d** $x = 4$ en $y = -4$ invullen in $y = ax + 1$ geeft $4a + 1 = -4$

$$4a = -5$$

$$a = -1\frac{1}{4}$$

 $x = 4$ en $y = -4$ invullen in $y = \frac{1}{2}x + b$ geeft $\frac{1}{2} \cdot 4 + b = -4$

$$6 + b = -4$$

$$b = -10$$

Dus voor $a = -1\frac{1}{4}$ en $b = -10$.**6** k snijden met l geeft $\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2} = -\frac{2}{3}x + 8\frac{1}{2}$

$$3x + 9 = -4x + 51$$

$$7x = 42$$

$$x = 6$$

 $x = 6$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 6 + 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$, dus $A(6, 4\frac{1}{2})$. l snijden met m geeft $-\frac{2}{3}x + 8\frac{1}{2} = \frac{1}{3}x - \frac{1}{2}$

$$-x = -9$$

$$x = 9$$

 $x = 9$ geeft $y = \frac{1}{3} \cdot 9 - \frac{1}{2} = 2\frac{1}{2}$, dus $B(9, 2\frac{1}{2})$.Dus het verschil tussen de y -coördinaten van A en B is $4\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2} = 2$.**7 a** Per 10 meter neemt de druk met 1000 hPa toe.Per 1 meter neemt de druk dus met $\frac{1000}{10} = 100$ hPa toe.Op een diepte van 2 meter is de druk $1020 + 2 \cdot 100 = 1220$ hPa.Op een diepte van 14 meter is de druk $1020 + 14 \cdot 100 = 2420$ hPa.**b** C $P = 100d + 1020$, want op een diepte van d meter is de druk $1020 + d \cdot 100$ hPa.

Bladzijde 12

- 8** **a** $N = 7 + 0,5t$
b $H = 140 - 0,2t$

- 9** **a** $y = ax + b$
 Door $(0, 3)$, dus $b = 3$.
 $a = \frac{-3}{6} = -\frac{1}{2}$
 Dus $y = -\frac{1}{2}x + 3$.
- b** $N = at + b$
 Door $(0, 10)$, dus $b = 10$.
 $a = \frac{10}{4} = 2\frac{1}{2}$
 Dus $N = 2\frac{1}{2}t + 10$.

- c** $r = aK + b$
 Door $(0, 100)$, dus $b = 100$.
 $a = \frac{100}{2000} = \frac{1}{20}$
 Dus $r = \frac{1}{20}K + 100$.

Bladzijde 13

- 10** **a** $k: y = ax + b$
 $a = rc_k = 4$, dus $y = 4x + b$
 door $A(-5, 21)$ $\left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot -5 + b = 21 \\ -20 + b = 21 \\ b = 41 \end{array} \right.$

Dus $k: y = 4x + 41$.

- b** $m: y = ax + b$
 $a = rc_m = -\frac{1}{2}$, dus $y = -\frac{1}{2}x + b$
 door $B(-18, 30)$ $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot -18 + b = 30 \\ 9 + b = 30 \\ b = 21 \end{array} \right.$

Dus $m: y = -\frac{1}{2}x + 21$.

$y = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x + 21 = 0$

$$-\frac{1}{2}x = -21$$

$$x = 42$$

Dus het snijpunt met de x -as is $(42, 0)$.

$x = 0$ geeft $y = 21$, dus het snijpunt met de y -as is $(0, 21)$.

- 11** $k: y = ax + b$
 $a = rc_k = -\frac{3}{4}$, dus $y = -\frac{3}{4}x + b$
 door $P(1, 4)$ $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{3}{4} \cdot 1 + b = 4 \\ -\frac{3}{4} + b = 4 \\ b = 4\frac{3}{4} \end{array} \right.$

Dus $k: y = -\frac{3}{4}x + 4\frac{3}{4}$.

- $l: y = ax + b$
 $a = rc_l = \frac{1}{4}$, dus $y = \frac{1}{4}x + b$
 door $Q(3, 0)$ $\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 3 + b = 0 \\ \frac{3}{4} + b = 0 \\ b = -\frac{3}{4} \end{array} \right.$

Dus $l: y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$.

k snijden met l geeft $-\frac{3}{4}x + 4\frac{3}{4} = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4}$

$$-x = -5\frac{1}{2}$$

$$x = 5\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{4}x - \frac{3}{4} \\ x = 5\frac{1}{2} \end{array} \right\} y = \frac{1}{4} \cdot 5\frac{1}{2} - \frac{3}{4} = \frac{5}{8}$$

Dus $S(5\frac{1}{2}, \frac{5}{8})$.

- 12** $k \parallel l$, dus $a = rc_k = rc_l = -2$.
 $k: y = -2x + b$
 door $Q(18, -10)$ $\left\{ \begin{array}{l} -2 \cdot 18 + b = -10 \\ -36 + b = -10 \\ b = 26 \end{array} \right.$

13 $k: y = ax + b$
 $a = \text{rc}_k = 2$, dus $y = 2x + b$
 door $A(-3, 2)$ $\left. \begin{array}{l} 2 \cdot -3 + b = 2 \\ -6 + b = 2 \end{array} \right\} b = 8$

Dus $k: y = 2x + 8$.

$\text{rc}_k \cdot \text{rc}_l = -1$ met $\text{rc}_k = 2$ geeft $\text{rc}_l = -\frac{1}{2}$.

$l: y = ax + b$
 $a = \text{rc}_l = -\frac{1}{2}$, dus $y = -\frac{1}{2}x + b$
 door $B(8, -1)$ $\left. \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 8 + b = -1 \\ -4 + b = -1 \end{array} \right\} b = 3$

Dus $l: y = -\frac{1}{2}x + 3$.

k snijden met l geeft $2x + 8 = -\frac{1}{2}x + 3$

$$\begin{array}{l} 2\frac{1}{2}x = -5 \\ x = -2 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + 8 \\ x = -2 \end{array} \right\} y = 2 \cdot -2 + 8 = 4$$

Dus $S(-2, 4)$.

$m: y = ax + b$
 $a = \text{rc}_m = -\text{rc}_k = -2$, dus $y = -2x + b$
 door $S(-2, 4)$ $\left. \begin{array}{l} -2 \cdot -2 + b = 4 \\ 4 + b = 4 \end{array} \right\} b = 0$

Dus $m: y = -2x$.

$x = 0$ geeft $y = 0$, dus m gaat door de oorsprong.

14 $P = 12,5t - 250$, dus bij de horizontale as hoort t en bij de verticale as hoort P .
 $t = 0$ geeft $P = -250$, dus k snijdt de verticale as in het punt $(0, -250)$.

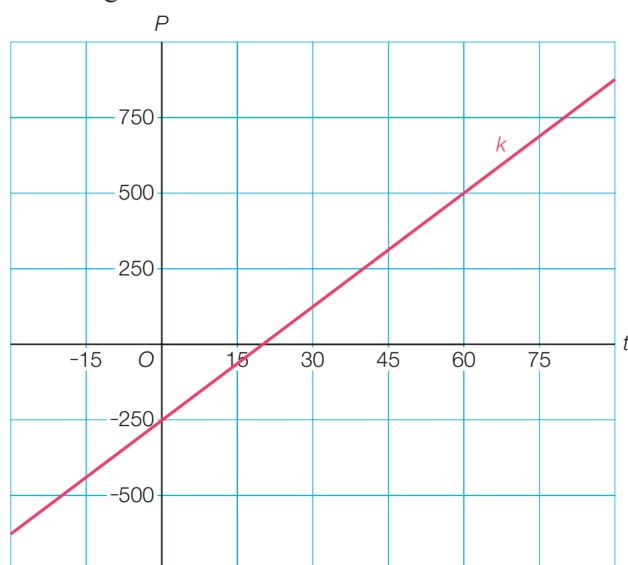
Dus verticaal komt 1 roosterhokje overeen met 250.

Stel 1 roosterhokje horizontaal gelijk aan a .

Dan gaat k door het punt $(4a, 500)$.

$$\left. \begin{array}{l} P = 12,5t - 250 \\ \text{door } (4a, 500) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12,5 \cdot 4a - 250 = 500 \\ 50a = 750 \\ a = 15 \end{array}$$

Zie de figuur hieronder.



Bladzijde 14

- 15 a** De formule is $h = 3t + 5$.
b De bak heeft een hoogte van 80 cm.
 $3t + 5 = 80$
 $3t = 75$
 $t = 25$

Dus na 25 minuten.

- c** $h = at + b$
 Door $(0, 80)$, dus $b = 80$.

$$a = \frac{-40}{10} = -4$$

Dus $h = -4t + 80$.

- d** $-4t + 80 = 20$
 $-4t = -60$
 $t = 15$

De lijn die bij deze situatie hoort, gaat door $(15, 20)$.

$$h = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} a = rc = 2, \text{ dus } h = 2t + b \\ \text{door } (15, 20) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 15 + b = 20 \\ 30 + b = 20 \\ b = -10 \end{array}$$

Dus $h = 2t - 10$.

- 16 a** $1,4^\circ\text{C}$ per week warmer, dus $1,4^\circ\text{C} : 7 = 0,2^\circ\text{C}$ per dag warmer.
 De formule is $T = 8 + 0,2t$.
b $2,4^\circ\text{C}$ per maand kouder, dus $2,4^\circ\text{C} : 30 = 0,08^\circ\text{C}$ per dag kouder.
 De formule is $T = 23 - 0,08t$.
 $T = 8$ geeft $23 - 0,08t = 8$
 $-0,08t = -15$
 $t = 187,5$

Dus 188 dagen na 1 september is de temperatuur weer 8°C .

Bladzijde 15

- C1 a** Voor $a = -2$.
b Voor $b = 2$.
c l snijden met m geeft dan $-2x + 3 = 4x - 9$
 $-6x = -12$
 $x = 2$

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x + 3 \\ x = 2 \end{array} \right\} y = -2 \cdot 2 + 3 = -1$$

Dus $S(2, -1)$.

- C2 a** De formule is $H = 3t + 14$.
b $P = at + b$
 Door $(0, 2)$, dus $b = 2$.
 $a = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$
 Dus $P = \frac{1}{2}t + 2$.
c $l: y = ax + b$
 $a = rc_l = -\frac{1}{3}$, dus $y = -\frac{1}{3}x + b$
 door $A(12, 5)$ $\left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot 12 + b = 5 \\ -4 + b = 5 \\ b = 9 \end{array} \right.$
 Dus $l: y = -\frac{1}{3}x + 9$.

1.2 Een lijn door twee gegeven punten

Bladzijde 16

17

- a** $x_B = 5$
 $y_B = 7$
b $x_B - x_A = 5 - 3 = 2$
 $y_B - y_A = 7 - 4 = 3$

18

- a** Ga je 4 naar rechts, dan ga je 3 omhoog, dus ga je 1 naar rechts, dan ga je $\frac{3}{4}$ omhoog.
Dus $rc_l = \frac{3}{4}$.
b $y_B - y_A = 4 - 1 = 3$
c Door $y_B - y_A$ te delen door $x_B - x_A$.
Dus $rc_l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{3}{4}$.

Bladzijde 17

19

- a** Je krijgt dan $\Delta y = y_P - y_Q = -1 - 5 = -6$.
Hierbij hoort $\Delta x = x_P - x_Q = 2 - 6 = -4$.
Dit geeft $rc_l = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-1 - 5}{2 - 6} = \frac{-6}{-4} = 1\frac{1}{2}$.
Je krijgt zo dus ook $rc_l = 1\frac{1}{2}$.
b $y = 1\frac{1}{2}x + b$ } $1\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 5$
door $Q(6, 5)$ } $9 + b = 5$
 $b = -4$
Je krijgt dus ook $b = -4$ als je het punt $Q(6, 5)$ gebruikt.

Bladzijde 18

20

- a** $y = ax + b$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - -3}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$
 $y = 2x + b$ } $2 \cdot 5 + b = 5$
door $B(5, 5)$ } $10 + b = 5$
 $b = -5$
Dus $k: y = 2x - 5$.
b $y = ax + b$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 3}{-7 - 5} = \frac{0}{-12} = 0$
 $y = b$ } $b = 3$
door $C(5, 3)$ } $b = 3$
Dus $l: y = 3$.
c $y = ax + b$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{250 - 360}{160 - 180} = \frac{-110}{-20} = 5\frac{1}{2}$
 $y = 5\frac{1}{2}x + b$ } $5\frac{1}{2} \cdot 180 + b = 360$
door $E(180, 360)$ } $990 + b = 360$
 $b = -630$
Dus $m: y = 5\frac{1}{2}x - 630$.
d $y = ax + b$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{58 - 73}{45 - 15} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2}$
 $y = -\frac{1}{2}x + b$ } $-\frac{1}{2} \cdot 15 + b = 73$
door $G(15, 73)$ } $-7\frac{1}{2} + b = 73$
 $b = 80\frac{1}{2}$
Dus $n: y = -\frac{1}{2}x + 80\frac{1}{2}$.

21 $k: y = ax + b$
 Door $(0, 1)$, dus $b = 1$.

$$a = \frac{-3}{1} = -3$$

Dus $k: y = -3x + 1$.

$l: y = ax + b$

Door $(-5, 1)$ en $(2, 5)$, dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5-1}{2-(-5)} = \frac{4}{7}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{4}{7}x + b \\ \text{door } (2, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{4}{7} \cdot 2 + b = 5 \\ 1\frac{1}{7} + b = 5 \end{array}$$

$$b = 3\frac{6}{7}$$

Dus $l: y = \frac{4}{7}x + 3\frac{6}{7}$.

22 $k: y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{11-8}{20-8} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{4}x + b \\ \text{door } A(8, 8) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{4} \cdot 8 + b = 8 \\ 2 + b = 8 \\ b = 6 \end{array}$$

Dus $k: y = \frac{1}{4}x + 6$.

$l: y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-10-14}{50-2} = \frac{-24}{48} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(2, 14) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 14 \\ -1 + b = 14 \\ b = 15 \end{array}$$

Dus $l: y = -\frac{1}{2}x + 15$.

k snijden met l geeft $\frac{1}{4}x + 6 = -\frac{1}{2}x + 15$
 $x + 24 = -2x + 60$
 $3x = 36$
 $x = 12$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{4}x + 6 \\ x = 12 \end{array} \right\} y = \frac{1}{4} \cdot 12 + 6 = 9$$

Dus $E(12, 9)$.

23 $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\frac{1}{2}a - a}{2a - a} = \frac{-\frac{1}{2}a}{a} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(6, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 0 \\ -3 + b = 0 \\ b = 3 \end{array}$$

Dus $k: y = -\frac{1}{2}x + 3$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ \text{door } A(a, a) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2}a + 3 = a \\ -1\frac{1}{2}a = -3 \\ a = 2 \end{array}$$

24 $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{36-21}{7-2} = \frac{15}{5} = 3$

$$\left. \begin{array}{l} N = 3t + b \\ \text{door } A(2, 21) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 2 + b = 21 \\ 6 + b = 21 \\ b = 15 \end{array}$$

25 a $K = am + b$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } m = 5 \text{ hoort } K = 10 \\ \text{bij } m = 12 \text{ hoort } K = 115 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta K}{\Delta m} = \frac{115 - 10}{12 - 5} = \frac{105}{7} = 15$$

$$\left. \begin{array}{l} K = 15m + b \\ m = 5 \text{ en } K = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15 \cdot 5 + b = 10 \\ 75 + b = 10 \\ b = -65 \end{array}$$

Dus $K = 15m - 65$.

b $F = aR + b$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } R = 15 \text{ hoort } F = 300 \\ \text{bij } R = 42 \text{ hoort } F = 138 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta F}{\Delta R} = \frac{138 - 300}{42 - 15} = \frac{-162}{27} = -6$$

$$\left. \begin{array}{l} F = -6R + b \\ R = 15 \text{ en } F = 300 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -6 \cdot 15 + b = 300 \\ -90 + b = 300 \\ b = 390 \end{array}$$

Dus $F = -6R + 390$.

c $g = an + b$

$$a = \frac{\Delta g}{\Delta n} = \frac{49 - 35}{10 - 6} = \frac{14}{4} = 3\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} g = 3\frac{1}{2}n + b \\ \text{door } (6, 35) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 35 \\ 21 + b = 35 \\ b = 14 \end{array}$$

Dus $g = 3\frac{1}{2}n + 14$.

26 a Neem x de afstand in km tot station Houten en t de tijd in minuten met $t = 0$ om 13:00 uur.

$$x = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 12 \text{ hoort } x = 18,2 \\ \text{bij } t = 17 \text{ hoort } x = 7,2 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{7,2 - 18,2}{17 - 12} = \frac{-11}{5} = -2,2$$

$$\left. \begin{array}{l} x = -2,2t + b \\ t = 12 \text{ en } x = 18,2 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2,2 \cdot 12 + b = 18,2 \\ -26,4 + b = 18,2 \\ b = 44,6 \end{array}$$

Dus $x = -2,2t + 44,6$.

Bij 13:19 uur hoort $t = 19$.

$$t = 19 \text{ geeft } x = -2,2 \cdot 19 + 44,6 = 2,8$$

Dus de trein is dan 2,8 km van station Houten verwijderd.

b $x = 0$ geeft $-2,2t + 44,6 = 0$

$$-2,2t = -44,6$$

$$t = 20,27 \dots$$

$$0,27 \dots \text{ minuten} = 0,27 \dots \cdot 60 \text{ seconden} = 16,36 \dots \text{ seconden}$$

Dus om 20 seconden na 13:20 uur.

27 a $N = at + b$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 31 \text{ hoort } N = 15 \\ \text{bij } t = 121 \text{ hoort } N = 75 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{75 - 15}{121 - 31} = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} N = \frac{2}{3}t + b \\ t = 31 \text{ en } N = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{2}{3} \cdot 31 + b = 15 \\ 20\frac{2}{3} + b = 15 \\ b = -5\frac{2}{3} \end{array}$$

Dus $N = \frac{2}{3}t - 5\frac{2}{3}$.

b $N = 85$ geeft $\frac{2}{3}t - 5\frac{2}{3} = 85$

$$2t - 17 = 255$$

$$2t = 272$$

$$t = 136$$

$136 - 121 = 15$ en $1 + 15 = 16$, dus op 16 mei.

- 28 Neem L_m is de gemiddelde lengte van de Nederlandse man,
 G_m is het gemiddelde gewicht van de Nederlandse man,
 L_v is de gemiddelde lengte van de Nederlandse vrouw en
 G_v is het gemiddelde gewicht van de Nederlandse vrouw.

$$L_m = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 6 \text{ hoort } L_m = 177,5 \\ \text{bij } t = 36 \text{ hoort } L_m = 181,1 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta L_m}{\Delta t} = \frac{181,1 - 177,5}{36 - 6} = \frac{3,6}{30} = 0,12$$

$$\left. \begin{array}{l} L_m = 0,12t + b \\ t = 36 \text{ en } L_m = 181,1 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,12 \cdot 36 + b = 181,1 \\ 4,32 + b = 181,1 \\ b = 176,78 \end{array}$$

Dus $L_m = 0,12t + 176,78$.

$$G_m = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 6 \text{ hoort } G_m = 77,6 \\ \text{bij } t = 36 \text{ hoort } G_m = 84,5 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta G_m}{\Delta t} = \frac{84,5 - 77,6}{30} = \frac{6,9}{30} = 0,23$$

$$\left. \begin{array}{l} G_m = 0,23t + b \\ t = 36 \text{ en } G_m = 84,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,23 \cdot 36 + b = 84,5 \\ 8,28 + b = 84,5 \\ b = 76,22 \end{array}$$

Dus $G_m = 0,23t + 76,22$.

$$L_v = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 14 \text{ hoort } L_v = 166,2 \\ \text{bij } t = 40 \text{ hoort } L_v = 167,5 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta L_v}{\Delta t} = \frac{167,5 - 166,2}{40 - 14} = \frac{1,3}{26} = 0,05$$

$$\left. \begin{array}{l} L_v = 0,05t + b \\ t = 40 \text{ en } L_v = 167,5 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,05 \cdot 40 + b = 167,5 \\ 2 + b = 167,5 \\ b = 165,5 \end{array}$$

Dus $L_v = 0,05t + 165,5$.

$$G_v = at + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 15 \text{ hoort } G_v = 67,5 \\ \text{bij } t = 40 \text{ hoort } G_v = 72,0 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta G_v}{\Delta t} = \frac{72,0 - 67,5}{40 - 15} = \frac{4,5}{25} = 0,18$$

$$\left. \begin{array}{l} G_v = 0,18t + b \\ t = 40 \text{ en } G_v = 72,0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,18 \cdot 40 + b = 72,0 \\ 7,2 + b = 72,0 \\ b = 64,8 \end{array}$$

Dus $G_v = 0,18t + 64,8$.

Bij 1990 hoort $t = 10$.

$$L_m = 0,12 \cdot 10 + 176,78 = 177,98$$

$$G_m = 0,23 \cdot 10 + 76,22 = 78,52$$

$$BMI_m = \frac{78,52}{1,7798^2} = 24,78...$$

$$L_v = 0,05 \cdot 10 + 165,5 = 166$$

$$G_v = 0,18 \cdot 10 + 64,8 = 66,6$$

$$BMI_v = \frac{66,6}{1,66^2} = 24,16...$$

Bij 2020 hoort $t = 40$.

$$L_m = 0,12 \cdot 40 + 176,78 = 181,58$$

$$G_m = 0,23 \cdot 40 + 76,22 = 85,42$$

$$BMI_m = \frac{85,42}{1,8158^2} = 25,90...$$

$$L_v = 167,5 \text{ en } G_v = 72,0$$

$$BMI_v = \frac{72,0}{1,675^2} = 25,66...$$

Bij de mannen is de toename $25,90... - 24,78... \approx 1,1$.

Bij de vrouwen is de toename $25,66... - 24,16... \approx 1,5$.

Bram heeft dus geen gelijk.

C3

$$y = ax + b$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{8 - -4}{3 - -6} = \frac{12}{9} = 1\frac{1}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } B(3, 8) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{1}{3} \cdot 3 + b = 8 \\ 4 + b = 8 \\ b = 4 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 1\frac{1}{3}x + 4.$$

C4

$$k = aV + b$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } V = 250 \text{ hoort } k = 11 \\ \text{bij } V = 1450 \text{ hoort } k = 7,4 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta k}{\Delta V} = \frac{7,4 - 11}{1450 - 250} = \frac{-3,6}{1200} = -0,003$$

$$\left. \begin{array}{l} k = -0,003V + b \\ V = 250 \text{ en } k = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,003 \cdot 250 + b = 11 \\ -0,75 + b = 11 \\ b = 11,75 \end{array}$$

$$\text{Dus } k = -0,003V + 11,75.$$

1.3 De vergelijking $ax + by = c$

Bladzijde 21

29 A $500x + 200y = 10\,000$

30 C $y = -1\frac{1}{2}x + 9$

31 a $x = 4$ en $y = 3$ geeft $6 \cdot 4 - 5 \cdot 3 = 24 - 15 = 9$, dus dan klopt de vergelijking inderdaad.

b $x = -1$ en $y = -3$ geeft $6 \cdot -1 - 5 \cdot -3 = -6 + 15 = 9$ klopt.

$x = 9$ en $y = 9$ geeft $6 \cdot 9 - 5 \cdot 9 = 54 - 45 = 9$ klopt.

$x = -5$ en $y = -8$ geeft $6 \cdot -5 - 5 \cdot -8 = -30 + 40 = 10$ klopt niet.

Bladzijde 23

32 a $12x + 4y = 242,20$

b Stel x is het aantal verkochte kaartjes van 10 euro en y is het aantal verkochte kaartjes van 15 euro.

Dan geldt $10x + 15y = 4300$.

33 a $15x + 12y = 2520$

$12y = -15x + 2520$

$y = -1\frac{1}{4}x + 210$

b $3p - 2q = 16\frac{1}{2}$

$3p = 2q + 16\frac{1}{2}$

$p = \frac{2}{3}q + 5\frac{1}{2}$

c $5a - 2b = 16$

$-2b = -5a + 16$

$b = 2\frac{1}{2}a - 8$

34 a $l: 3x - y = 6$

x	0	2
y	-6	0

$m: x + y = 1$

x	0	1
y	1	0

$n: x - y = 0$

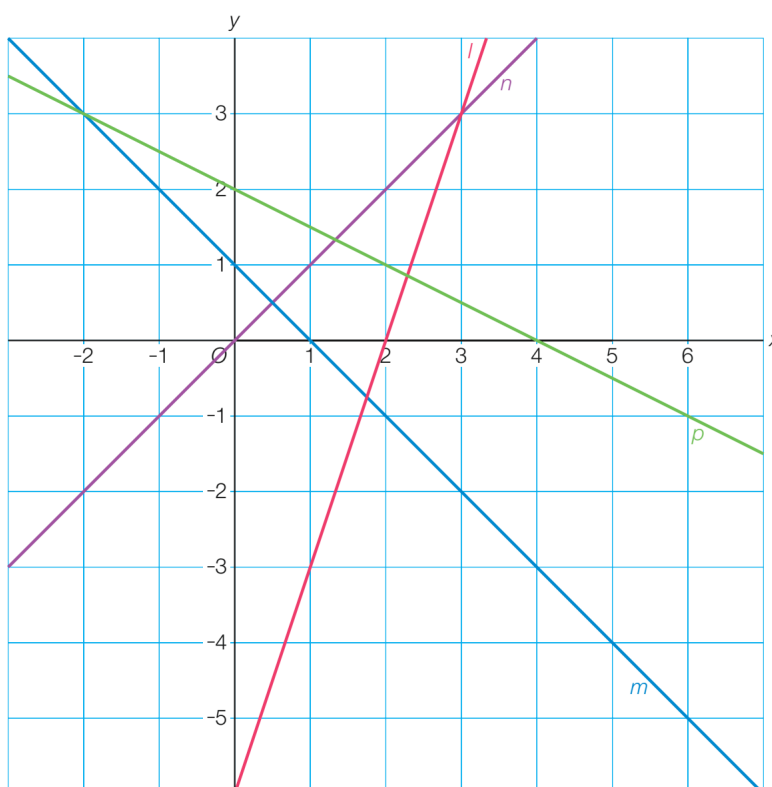
x	0	2
y	0	2

$p: x + 2y = 4$

x	0	4
y	2	0

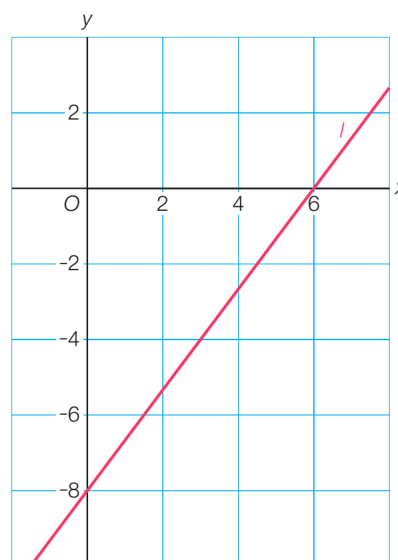
Zie de figuur hiernaast.

- b** $l: 3x - y = 6$
 $-y = -3x + 6$
 $y = 3x - 6$
Dus $rc_l = 3$.
 $m: x + y = 1$
 $y = -x + 1$
Dus $rc_m = -1$.
 $n: x - y = 0$
 $-y = -x$
 $y = x$
Dus $rc_n = 1$.
 $p: x + 2y = 4$
 $2y = -x + 4$
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$
Dus $rc_p = -\frac{1}{2}$.

35 a $y = 0$ geeft $4x = 24$ oftewel $x = 6$.Dus het snijpunt met de x -as is $(6, 0)$. $x = 0$ geeft $-3y = 24$ oftewel $y = -8$.Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -8)$.

Zie de figuur hiernaast.

- b** $x = 8$ en $y = 3$ geeft $4 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 23 \neq 24$
Dus A ligt niet op l .
 $x = 18$ en $y = 16$ geeft $4 \cdot 18 - 3 \cdot 16 = 24$
Dus B ligt op l .
 $x = -30$ en $y = -48$ geeft $4 \cdot -30 - 3 \cdot -48 = 24$
Dus C ligt op l .
- c** $(16, p)$ voldoet, dus $4 \cdot 16 - 3 \cdot p = 24$
 $64 - 3p = 24$
 $-3p = -40$
 $p = 13\frac{1}{3}$
- d** $(x, y) = (q, 48)$ is een oplossing, dus $4 \cdot q - 3 \cdot 48 = 24$
 $4q - 144 = 24$
 $4q = 168$
 $q = 42$



- 36 a** Stel x is het aantal gekochte stripboeken van 40 cent en y is het aantal gekochte stripboeken van 90 cent.

Dan geldt $40x + 90y = 1080$.

b $6a + 5b = 20$

$$5b = -6a + 20$$

$$b = -1\frac{1}{5}a + 4$$

- c** $(x, y) = (3, p)$ is een oplossing, dus $p \cdot 3 - 5 \cdot p = 12$

$$3p - 5p = 12$$

$$-2p = 12$$

$$p = -6$$

d $k: 2x - 3y = 12$

$$-3y = -2x + 12$$

$$y = \frac{2}{3}x - 4$$

Dus $rc_k = \frac{2}{3}$.

$l // k$ geeft $rc_l = rc_k$

$$-\frac{1}{4}a = \frac{2}{3}$$

$$a = -2\frac{2}{3}$$

$l: ax + 4y = 8$

$$4y = -ax + 8$$

$$y = -\frac{1}{4}ax + 2$$

Dus $rc_l = -\frac{1}{4}a$.

- 37 a** $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 2}{5 - 3} = \frac{4}{2} = 2$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2x + b \\ \text{door } A(3, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 \cdot 3 + b = 2 \\ 6 + b = 2 \\ b = -4 \end{array}$$

Dus $k: y = 2x - 4$.

b $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - (-1)}{-4 - 2} = \frac{4}{-6} = -\frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + b \\ \text{door } C(2, -1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \cdot 2 + b = -1 \\ -1\frac{1}{3} + b = -1 \\ b = \frac{1}{3} \end{array}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}x + y = \frac{1}{3}$$

Dus $l: 2x + 3y = 1$.

- c** $E(4, 3)$ op $m: 3x + py = 6$ geeft $3 \cdot 4 + p \cdot 3 = 6$

$$12 + 3p = 6$$

$$3p = -6$$

$$p = -2$$

$$3x - 2y = 6$$

$$-2y = -3x + 6$$

Dus $m: y = 1\frac{1}{2}x - 3$.

- 38 a** $l: 3x - 4y = 7$ $m: 3x - 4y = -8$

$$-4y = -3x + 7$$

$$-4y = -3x - 8$$

$$y = \frac{3}{4}x - 1\frac{3}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x + 2$$

Dus $rc_l = \frac{3}{4}$.

Dus $rc_m = \frac{3}{4}$.

- b** Omdat ze dezelfde richtingscoëfficiënt hebben, namelijk $\frac{3}{4}$.

- c** $A(5, 1)$ op $3x - 4y = c$ geeft $c = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 1 = 11$.

- d** $k // l$, dus $k: 3x - 4y = c$.

$B(3, -1)$ op k geeft $c = 3 \cdot 3 - 4 \cdot (-1) = 13$.

Dus $k: 3x - 4y = 13$.

39 a $k \parallel l$, dus $k: 2x + y = c$. $A(5, 8)$ op k geeft $c = 2 \cdot 5 + 8 = 18$.Dus $k: 2x + y = 18$.**b** $m \parallel n$, dus $m: 5x + 3y = c$. $B(4, -2)$ op m geeft $c = 5 \cdot 4 + 3 \cdot -2 = 14$.

$$5x + 3y = 14$$

$$3y = -5x + 14$$

$$\text{Dus } m: y = -1\frac{2}{3}x + 4\frac{2}{3}.$$

40 $k: y = ax + b$

$$k \parallel n, \text{ dus } a = \text{rc}_k = \text{rc}_n = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 2}{2 - -4} = \frac{-2}{6} = -\frac{1}{3}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } A(-3, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot -3 + b = 4 \\ 1 + b = 4 \\ b = 3 \end{array}$$

$$y = -\frac{1}{3}x + 3$$

$$\frac{1}{3}x + y = 3$$

$$\text{Dus } k: x + 3y = 9.$$

41 $k: y = ax + b$

$$k \parallel l, \text{ dus } a = \text{rc}_k = \text{rc}_l = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-p - 3p}{7p - p} = \frac{-4p}{6p} = -\frac{2}{3}.$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{2}{3}x + b \\ \text{door } A(-1, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{2}{3} \cdot -1 + b = 3 \\ \frac{2}{3} + b = 3 \\ b = 2\frac{1}{3} \end{array}$$

$$y = -\frac{2}{3}x + 2\frac{1}{3}$$

$$\frac{2}{3}x + y = 2\frac{1}{3}$$

$$\text{Dus } k: 2x + 3y = 7.$$

42 a $y = 0$ geeft $\frac{x}{a} = 1$ oftewel $x = a$.Dus k snijdt de x -as in $(a, 0)$. $x = 0$ geeft $\frac{y}{b} = 1$ oftewel $y = b$.Dus k snijdt de y -as in $(0, b)$.**b** In $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$ is $a = 2$ en $b = 3$, dus deze lijn snijdt de x -as in $(2, 0)$ en de y -as in $(0, 3)$.

$$\frac{x}{2} + \frac{y}{3} = 1$$

$$6 \cdot \frac{x}{2} + 6 \cdot \frac{y}{3} = 6 \cdot 1$$

$$3x + 2y = 6$$

c $a = -4$ en $b = 5$ geeft $\frac{x}{-4} + \frac{y}{5} = 1$

$$-20 \cdot \frac{x}{-4} + -20 \cdot \frac{y}{5} = -20 \cdot 1$$

$$\text{Dus } l: 5x - 4y = -20.$$

d $a = 3$ en $b = 6$ geeft $\frac{x}{3} + \frac{y}{6} = 1$

$$6 \cdot \frac{x}{3} + 6 \cdot \frac{y}{6} = 6 \cdot 1$$

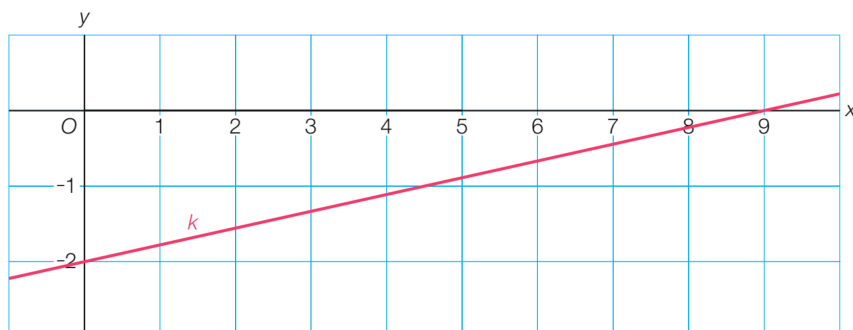
$$2x + y = 6$$

$$\text{Dus } m: y = -2x + 6.$$

Bladzijde 26

- C5** Stel x is het aantal appelbomen en y is het aantal perenbomen.
Dan geldt $1,25x + 0,9y = 4000$.

- C6** **a** $y = 0$ geeft $2x = 18$ oftewel $x = 9$.
Dus het snijpunt met de x -as is $(9, 0)$.
 $x = 0$ geeft $-9y = 18$ oftewel $y = -2$.
Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -2)$.



- b** $2x - 9y = 18$
 $2x = 9y + 18$
 $x = 4\frac{1}{2}y + 9$
- c** $(x, y) = (p, -3)$ is een oplossing, dus $2 \cdot p - 9 \cdot -3 = 18$
 $2p + 27 = 18$
 $2p = -9$
 $p = -4\frac{1}{2}$
- d** $(3, q)$ voldoet, dus $2 \cdot 3 - 9 \cdot q = 18$
 $6 - 9q = 18$
 $-9q = 12$
 $q = -1\frac{1}{3}$
- e** $l \parallel k$, dus $l: 2x - 9y = c$.
 $A(5, 6)$ op l geeft $c = 2 \cdot 5 - 9 \cdot 6 = -44$.
Dus $l: 2x - 9y = -44$.

1.4 Stelsels vergelijkingen**Bladzijde 27**

- 43** **B** $2x = 5$

Bladzijde 29

- 44** **a** Het van elkaar aftrekken van de vergelijkingen levert $x = 17$, het bij elkaar optellen levert $3x - 6y = 13$.
Dus door de vergelijkingen van elkaar af te trekken, kun je de variabele y elimineren.
- b** Het van elkaar aftrekken van de vergelijkingen levert $-x + 6y = -1$, het bij elkaar optellen levert $3x = 15$.
Dus door de vergelijkingen bij elkaar op te tellen, kun je de variabele y elimineren.

- 45** **a** $\begin{cases} 5x - 4y = -8 \\ -x + 4y = -12 \end{cases} +$
 $\frac{4x}{4x} = -20$
 $x = -5$
 $x = -5$ invullen in $-x + 4y = -12$ geeft $5 + 4y = -12$
 $4y = -17$
 $y = -4\frac{1}{4}$
De oplossing is $(x, y) = (-5, -4\frac{1}{4})$.

$$\text{b } \begin{cases} -2x + y = 7 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -2y = 8 \\ y = -4 \end{array}$$

$$y = -4 \text{ invullen in } -2x + y = 7 \text{ geeft } -2x - 4 = 7 \\ -2x = 11 \\ x = -5\frac{1}{2}$$

De oplossing is $(x, y) = (-5\frac{1}{2}, -4)$.

$$\text{c } \begin{cases} -x - 3y = -8 \\ -2x + 3y = -1 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -3x = -9 \\ x = 3 \end{array}$$

$$x = 3 \text{ invullen in } -x - 3y = -8 \text{ geeft } -3 - 3y = -8 \\ -3y = -5 \\ y = 1\frac{2}{3}$$

De oplossing is $(x, y) = (3, 1\frac{2}{3})$.

- 46 a** 'Leen heeft 50 munten' geeft $x + y = 50$.
'Het bedrag is € 87' geeft $x + 2y = 87$.

$$\text{b } \begin{cases} x + y = 50 \\ x + 2y = 87 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -y = -37 \\ y = 37 \end{array}$$

$$y = 37 \text{ invullen in } x + y = 50 \text{ geeft } x + 37 = 50, \text{ dus } x = 13.$$

Dus Leen heeft 13 munten van 1 euro.

$$\text{47 } \begin{cases} x + 3y = 7 \\ 3x + 3y = -7 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -2x = 14 \\ x = -7 \end{array}$$

$$x = -7 \text{ invullen in } x + 3y = 7 \text{ geeft } -7 + 3y = 7 \\ 3y = 14 \\ y = 4\frac{2}{3}$$

Dus $S(-7, 4\frac{2}{3})$.

$$\text{48 a } \begin{cases} 3x - y = -5 \\ 3x + 4y = 15 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -5y = -20 \\ y = 4 \end{array}$$

$$y = 4 \text{ invullen in } 3x - y = -5 \text{ geeft } 3x - 4 = -5 \\ 3x = -1 \\ x = -\frac{1}{3}$$

De oplossing is $(x, y) = (-\frac{1}{3}, 4)$.

- b** Stel het aantal flesjes water dat ze verkoopt is x en het aantal blikjes fris dat ze verkoopt is y .

Ze verkoopt in totaal 138 drankjes, dus $x + y = 138$.

De totale opbrengst is € 233, dus $x + 2y = 233$.

$$\begin{cases} x + y = 138 \\ x + 2y = 233 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -y = -95 \\ y = 95 \end{array}$$

$$y = 95 \text{ invullen in } x + y = 138 \text{ geeft } x + 95 = 138, \text{ dus } x = 43.$$

Dus Cato heeft 43 flesjes water verkocht.

$$\begin{aligned} \text{c} \quad & \begin{cases} 4x - 2y = 6 \\ 2x + 2y = 3 \end{cases} + \\ & \frac{6x}{6x} = 9 + \\ & x = 1\frac{1}{2} \\ & x = 1\frac{1}{2} \text{ invullen in } 2x + 2y = 3 \text{ geeft } 2 \cdot 1\frac{1}{2} + 2y = 3 \\ & \qquad \qquad \qquad 3 + 2y = 3 \\ & \qquad \qquad \qquad 2y = 0 \\ & \qquad \qquad \qquad y = 0 \end{aligned}$$

Dus $S(1\frac{1}{2}, 0)$.

49 $m: y = ax + b$
Door $A(0, 25)$, dus $b = 25$.

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} y = ax + 25 \\ \text{door } B(12, 7) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 12a + 25 = 7 \\ 12a = -18 \\ a = -1\frac{1}{2} \end{array} \end{aligned}$$

Dus $m: y = -1\frac{1}{2}x + 25$.

$n: y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{43 - 3}{20 - 4} = \frac{40}{16} = 2\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} & \left. \begin{array}{l} y = 2\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(4, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \cdot 4 + b = 3 \\ 10 + b = 3 \\ b = -7 \end{array} \end{aligned}$$

Dus $n: y = 2\frac{1}{2}x - 7$.

$$\begin{aligned} m \text{ snijden met } n \text{ geeft } -1\frac{1}{2}x + 25 &= 2\frac{1}{2}x - 7 \\ -4x &= -32 \\ x &= 8 \end{aligned}$$

$$x = 8 \text{ geeft } y = 2\frac{1}{2} \cdot 8 - 7 = 13$$

Dus $T(8, 13)$.

Bladzijde 30

50 Stel het aantal wedstrijden dat het team heeft gewonnen is x en het aantal wedstrijden dat het team heeft gelijkgespeeld is y .

Het team heeft in 32 wedstrijden punten gehaald, dus $x + y = 32$.

Het team heeft in totaal 82 punten, dus $3x + y = 82$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 32 \\ 3x + y = 82 \end{cases} - \\ & \frac{-2x}{-2x} = -50 \\ & x = 25 \end{aligned}$$

$x = 25$ invullen in $x + y = 32$ geeft $25 + y = 32$, dus $y = 7$.

Dus het team heeft zeven wedstrijden gelijkgespeeld.

51 Omtrek driehoek is 14 geeft $x + 2y = 14$.

Omtrek figuur is 30 geeft $5x + 2y = 30$.

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + 2y = 14 \\ 5x + 2y = 30 \end{cases} - \\ & \frac{-4x}{-4x} = -16 \\ & x = 4 \end{aligned}$$

$x = 4$ invullen in $x + 2y = 14$ geeft $4 + 2y = 14$

$$\begin{aligned} 2y &= 10 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

De basis is 4 en de zijden zijn elk 5.

52

$$\text{a } \begin{cases} a + b = 12 \\ a + c = 13 \\ b - c = -1 \end{cases} -$$

$$\begin{cases} b - c = -1 \\ b + c = 15 \end{cases} +$$

$$\begin{array}{r} 2b = 14 \\ b = 7 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ b + c = 15 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7 + c = 15 \\ c = 8 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b = 7 \\ a + b = 12 \end{array} \left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} a + 7 = 12 \\ a = 5 \end{array}$$

Dus $(a, b, c) = (5, 7, 8)$.

$$\text{b } (x, y) = (3, 4) \text{ geeft } \begin{cases} 3p + 4q = 6 \\ 3p - 8q = 12 \end{cases} -$$

$$12q = -6$$

$$q = -\frac{1}{2}$$

$$q = -\frac{1}{2} \text{ invullen in } 3p + 4q = 6 \text{ geeft } 3p + 4 \cdot -\frac{1}{2} = 6$$

$$3p - 2 = 6$$

$$3p = 8$$

$$p = 2\frac{2}{3}$$

Dus $p = 2\frac{2}{3}$ en $q = -\frac{1}{2}$.

53

$$\text{a } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \\ 4x + y = 6 \end{cases} +$$

Er is geen variabele geëlimineerd.

$$\text{b } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 3x - y = 1 \\ -2x + 3y = 4 \end{cases} -$$

Er is geen variabele geëlimineerd.

$$\text{c } \begin{cases} x + 2y = 5 \\ 6x - 2y = 2 \\ 7x = 7 \end{cases} +$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ invullen in } x + 2y = 5 \text{ geeft } 1 + 2y = 5$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

De oplossing is $(x, y) = (1, 2)$.

Bladzijde 31

54

$$\text{a } \begin{cases} 2x + 7y = 29 \\ 4x + 5y = 13 \end{cases} \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{geeft} \\ \end{array} \right. \begin{cases} 4x + 14y = 58 \\ 4x + 5y = 13 \end{cases} -$$

$$9y = 45$$

$$y = 5$$

$$y = 5 \text{ invullen in } 2x + 7y = 29 \text{ geeft } 2x + 7 \cdot 5 = 29$$

$$2x + 35 = 29$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

De oplossing is $(x, y) = (-3, 5)$.

$$\text{b } \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 3x - y = 19 \end{cases} \begin{array}{l} 1 \\ 2 \end{array} \left| \begin{array}{l} \text{geeft} \\ \end{array} \right. \begin{cases} x - 2y = 3 \\ 6x - 2y = 38 \end{cases} -$$

$$-5x = -35$$

$$x = 7$$

$$x = 7 \text{ invullen in } x - 2y = 3 \text{ geeft } 7 - 2y = 3$$

$$-2y = -4$$

$$y = 2$$

De oplossing is $(x, y) = (7, 2)$.

$$\text{c } \begin{cases} 3x + 5y = -7 \\ 2x - 3y = 8 \end{cases} \begin{array}{l} | 3 \\ | 5 \end{array} \text{ geeft } \begin{cases} 9x + 15y = -21 \\ 10x - 15y = 40 \end{cases} +$$

$$\frac{19x}{19} = 19$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ invullen in } 3x + 5y = -7 \text{ geeft } 3 \cdot 1 + 5y = -7$$

$$3 + 5y = -7$$

$$5y = -10$$

$$y = -2$$

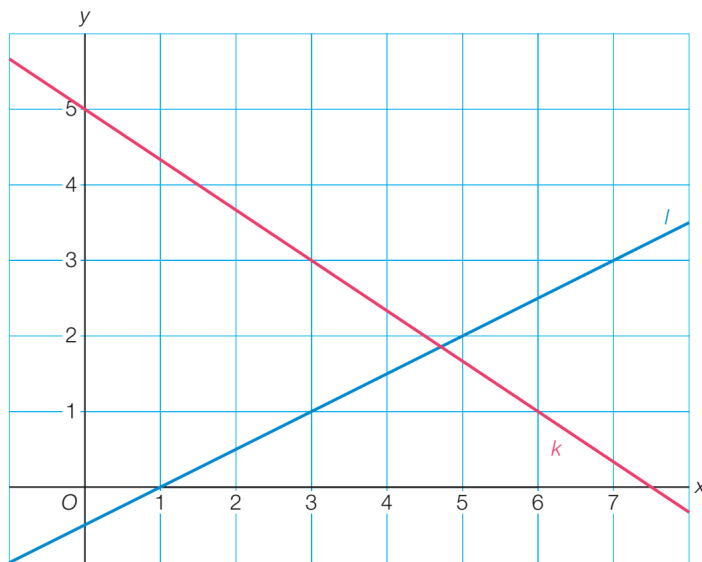
De oplossing is $(x, y) = (1, -2)$.

55 a $k: 2x + 3y = 15$

x	0	3
y	5	3

$l: x - 2y = 1$

x	1	3
y	0	1



b Je moet het stelsel $\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ x - 2y = 1 \end{cases}$ oplossen.

$$\begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ x - 2y = 1 \end{cases} \begin{array}{l} | 1 \\ | 2 \end{array} \text{ geeft } \begin{cases} 2x + 3y = 15 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

$$\frac{7y}{7} = \frac{13}{7}$$

$$y = 1\frac{6}{7}$$

$$y = 1\frac{6}{7} \text{ invullen in } x - 2y = 1 \text{ geeft } x - 2 \cdot 1\frac{6}{7} = 1$$

$$x - 3\frac{5}{7} = 1$$

$$x = 4\frac{5}{7}$$

Dus $S(4\frac{5}{7}, 1\frac{6}{7})$.

56 Stel het aantal kg appels dat de groenteman verkoopt is x en het aantal kg peren dat de groenteman verkoopt is y . Uit de gegevens volgt

$$\begin{cases} x + y = 295 \\ 1,4x + 1,7y = 452 \end{cases} \begin{array}{l} | 1,7 \\ | 1 \end{array} \text{ geeft } \begin{cases} 1,7x + 1,7y = 501,5 \\ 1,4x + 1,7y = 452 \end{cases}$$

$$\frac{0,3x}{0,3} = \frac{49,5}{0,3}$$

$$x = 165$$

De groenteman heeft die dag 165 kg appels verkocht.

57

$$\text{a } \begin{cases} 4x - y = 13 \\ 2x + 3y = -11 \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 12x - 3y = 39 \\ 2x + 3y = -11 \end{cases} +$$

$$\frac{14x}{2} = 28$$

$$x = 2$$

$$x = 2 \text{ invullen in } 4x - y = 13 \text{ geeft } 4 \cdot 2 - y = 13$$

$$8 - y = 13$$

$$-y = 5$$

$$y = -5$$

De oplossing is $(x, y) = (2, -5)$.

$$\text{b } \begin{cases} 3x - 2y = 7 \\ 5x - 4y = 10 \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 6x - 4y = 14 \\ 5x - 4y = 10 \end{cases} -$$

$$x = 4$$

$$x = 4 \text{ invullen in } 3x - 2y = 7 \text{ geeft } 3 \cdot 4 - 2y = 7$$

$$12 - 2y = 7$$

$$-2y = -5$$

$$y = 2\frac{1}{2}$$

Dus $S(4, 2\frac{1}{2})$.c Stel het aantal verhuurde personenauto's is x en het aantal verhuurde busjes is y .

$$\text{Uit de gegevens volgt } \begin{cases} x + y = 40 \\ 43x + 68y = 2420 \end{cases} \begin{vmatrix} 43 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 43x + 43y = 1720 \\ 43x + 68y = 2420 \end{cases} -$$

$$\frac{-25y = -700}{y = 28}$$

$$y = 28 \text{ invullen in } x + y = 40 \text{ geeft } x + 28 = 40, \text{ dus } x = 12.$$

Dus er zijn $28 - 12 = 16$ busjes meer verhuurd dan personenauto's.

58

$$\text{a } \begin{cases} 2x + 5y = 26 \\ 3x - 2y = 1 \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 6x + 15y = 78 \\ 6x - 4y = 2 \end{cases} -$$

$$19y = 76$$

$$y = 4$$

$$y = 4 \text{ invullen in } 2x + 5y = 26 \text{ geeft } 2x + 5 \cdot 4 = 26$$

$$2x + 20 = 26$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

De oplossing is $(x, y) = (3, 4)$.

$$\text{b } \begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ x + 4y = 38 \end{cases} \begin{vmatrix} 1 \\ 3 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 3x - 2y = -12 \\ 3x + 12y = 114 \end{cases} -$$

$$\frac{-14y = -126}{y = 9}$$

$$y = 9 \text{ invullen in } x + 4y = 38 \text{ geeft } x + 4 \cdot 9 = 38$$

$$x + 36 = 38$$

$$x = 2$$

Dus $S(2, 9)$.c Stel de aannemer bouwt x huizen van type A en y van type B.

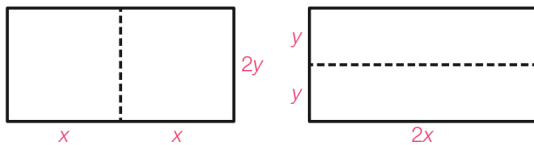
$$\text{Uit de gegevens volgt } \begin{cases} x + y = 40 \\ 325x + 175y = 8800 \end{cases} \begin{vmatrix} 175 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 175x + 175y = 7000 \\ 325x + 175y = 8800 \end{cases} -$$

$$\frac{-150x}{x = 12} = -1800$$

$$x = 12 \text{ invullen in } x + y = 40 \text{ geeft } 12 + y = 40, \text{ dus } y = 28.$$

Dus 12 huizen van type A en 28 huizen van type B.

- 59 Stel het stuk papier is $2x$ bij $2y$ cm.



Bij de linker figuur krijg je de vergelijking $2x + 4y = 44$.

Bij de rechter figuur krijg je de vergelijking $4x + 2y = 58$.

$$\begin{cases} 2x + 4y = 44 & |2| \\ 4x + 2y = 58 & |1| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 4x + 8y = 88 \\ 4x + 2y = 58 \end{cases} -$$

$$6y = 30$$

$$y = 5$$

$y = 5$ invullen in $2x + 4y = 44$ geeft $2x + 4 \cdot 5 = 44$

$$2x + 20 = 44$$

$$2x = 24$$

$$x = 12$$

Dus het oorspronkelijke stuk papier is 24 bij 10 cm.

De omtrek van dit stuk papier is 68 cm.

- 60 Stel de afstand tussen A en C is x km en de afstand tussen C en B is y km.

x km met een snelheid van 60 km/u geeft $\frac{1}{60}x$ uur oftewel $60 \cdot \frac{1}{60}x = x$ minuten.

y km met een snelheid van 80 km/u geeft $\frac{1}{80}y$ uur oftewel $60 \cdot \frac{1}{80}y = \frac{3}{4}y$ minuten.

Totaal 44 minuten, dus $x + \frac{3}{4}y = 44$ oftewel $4x + 3y = 176$.

x km met een snelheid van 16 km/u geeft $\frac{1}{16}x$ uur oftewel $60 \cdot \frac{1}{16}x = 3\frac{3}{4}x$ minuten.

y km met een snelheid van 24 km/u geeft $\frac{1}{24}y$ uur oftewel $60 \cdot \frac{1}{24}y = 2\frac{1}{2}y$ minuten.

Totaal $2 \cdot 60 + 35 = 155$ minuten, dus $3\frac{3}{4}x + 2\frac{1}{2}y = 155$ en dit geeft $15x + 10y = 620$ oftewel $3x + 2y = 124$.

$$\begin{cases} 4x + 3y = 176 & |2| \\ 3x + 2y = 124 & |3| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 8x + 6y = 352 \\ 9x + 6y = 372 \end{cases} -$$

$$-x = -20$$

$$x = 20$$

$x = 20$ invullen in $3x + 2y = 124$ geeft $3 \cdot 20 + 2y = 124$

$$60 + 2y = 124$$

$$2y = 64$$

$$y = 32$$

Dus de afstand tussen A en B is $20 + 32 = 52$ km.

- 61 D $4x - 6x + 12 = 6$

Bladzijde 33

- 62 a $\begin{cases} 2x + 2y = 9 \\ y = 4x - 3 \end{cases}$

Substitueren van $y = 4x - 3$ in $2x + 2y = 9$ geeft $2x + 2(4x - 3) = 9$

$$2x + 8x - 6 = 9$$

$$10x = 15$$

$$x = 1\frac{1}{2}$$

$$x = 1\frac{1}{2} \text{ geeft } y = 4 \cdot 1\frac{1}{2} - 3 = 3$$

De oplossing is $(x, y) = (1\frac{1}{2}, 3)$.

- b $\begin{cases} y = \frac{1}{2}x + 1 \\ 3x + 6y = 8 \end{cases}$

Substitueren van $y = \frac{1}{2}x + 1$ in $3x + 6y = 8$ geeft $3x + 6(\frac{1}{2}x + 1) = 8$

$$3x + 3x + 6 = 8$$

$$6x = 2$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$x = \frac{1}{3} \text{ geeft } y = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + 1 = 1\frac{1}{6}$$

De oplossing is $(x, y) = (\frac{1}{3}, 1\frac{1}{6})$.

$$\text{c} \quad \begin{cases} x = 5y - 3 \\ 3x + 4y = 29 \end{cases}$$

Substitueren van $x = 5y - 3$ in $3x + 4y = 29$ geeft $3(5y - 3) + 4y = 29$

$$\begin{aligned} 15y - 9 + 4y &= 29 \\ 19y &= 38 \\ y &= 2 \end{aligned}$$

$y = 2$ geeft $x = 5 \cdot 2 - 3 = 7$
De oplossing is $(x, y) = (7, 2)$.

63

$$\text{a} \quad \begin{cases} 7x + 5y = 56 \\ x = 1\frac{1}{2}y + 8 \end{cases}$$

Substitueren van $x = 1\frac{1}{2}y + 8$ in $7x + 5y = 56$ geeft $7(1\frac{1}{2}y + 8) + 5y = 56$

$$\begin{aligned} 10\frac{1}{2}y + 56 + 5y &= 56 \\ 15\frac{1}{2}y &= 0 \\ y &= 0 \end{aligned}$$

$y = 0$ geeft $x = 1\frac{1}{2} \cdot 0 + 8 = 8$
De oplossing is $(x, y) = (8, 0)$.

$$\text{b} \quad \begin{cases} 2x - 5y = -19 & |5| \\ 5x + 4y = 35 & |2| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 10x - 25y = -95 \\ 10x + 8y = 70 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\underline{-33y = -165} \\ &y = 5 \end{aligned}$$

$y = 5$ invullen in $2x - 5y = -19$ geeft $2x - 5 \cdot 5 = -19$

$$\begin{aligned} 2x - 25 &= -19 \\ 2x &= 6 \\ x &= 3 \end{aligned}$$

De oplossing is $(x, y) = (3, 5)$.

$$\text{c} \quad \begin{cases} 0,8x + 0,2y = 1 & |3| \\ 0,3x - 0,3y = 1,5 & |2| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 2,4x + 0,6y = 3 \\ 0,6x - 0,6y = 3 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} &\underline{3x = 6} \\ &x = 2 \end{aligned}$$

$x = 2$ invullen in $0,8x + 0,2y = 1$ geeft $0,8 \cdot 2 + 0,2y = 1$

$$\begin{aligned} 1,6 + 0,2y &= 1 \\ 0,2y &= -0,6 \\ y &= -3 \end{aligned}$$

De oplossing is $(x, y) = (2, -3)$.

64 Het totale aantal jaren is $15 \cdot 16,4 = 246$.

Stel het aantal jongens is x en het aantal meisjes is y .

Uit de gegevens volgt $\begin{cases} x + y = 15 \\ 15,6x + 16,8y = 246 \end{cases}$ oftewel $\begin{cases} y = 15 - x \\ 15,6x + 16,8y = 246 \end{cases}$

Substitueren van $y = 15 - x$ in $15,6x + 16,8y = 246$ geeft $15,6x + 16,8(15 - x) = 246$

$$\begin{aligned} 15,6x + 252 - 16,8x &= 246 \\ -1,2x &= -6 \\ x &= 5 \end{aligned}$$

Er zijn dus 5 jongens op de verjaardag.

Bladzijde 34

65

$(x, y) = (5, 4)$ geeft $\begin{cases} 4 = 5a + b \\ 5b + 4a = -22 \end{cases}$ oftewel $\begin{cases} b = 4 - 5a \\ 5b + 4a = -22 \end{cases}$

Substitueren van $b = 4 - 5a$ in $5b + 4a = -22$ geeft $5(4 - 5a) + 4a = -22$

$$\begin{aligned} 20 - 25a + 4a &= -22 \\ -21a &= -42 \\ a &= 2 \end{aligned}$$

$a = 2$ geeft $b = 4 - 5 \cdot 2 = -6$

C7 a
$$\begin{cases} 3x - 5y = 6 \\ 5x + 5y = 18 \end{cases} +$$

$$\frac{8x}{8} = 24$$

 $x = 3$

$x = 3$ invullen in $5x + 5y = 18$ geeft $5 \cdot 3 + 5y = 18$
 $15 + 5y = 18$
 $5y = 3$
 $y = \frac{3}{5}$

De oplossing is $(x, y) = (3, \frac{3}{5})$.

b
$$\begin{cases} 3x - 5y = 7 \\ 2x + 3y = 11 \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 6x - 10y = 14 \\ 6x + 9y = 33 \end{cases} -$$

$$\frac{-19y = -19}{y = 1}$$

$y = 1$ invullen in $3x - 5y = 7$ geeft $3x - 5 \cdot 1 = 7$
 $3x - 5 = 7$
 $3x = 12$
 $x = 4$

De oplossing is $(x, y) = (4, 1)$.

C8 Stel x is het aantal appelbomen en y is het aantal perenbomen.

Uit de gegevens volgt
$$\begin{cases} x + y = 3725 \\ 1,25x + 0,9y = 4000 \end{cases} \begin{vmatrix} 1,25 \\ 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 1,25x + 1,25y = 4656,25 \\ 1,25x + 0,9y = 4000 \end{cases} -$$

$$\frac{0,35y = 656,25}{y = 1875}$$

$y = 1875$ invullen in $x + y = 3725$ geeft $x + 1875 = 3725$, dus $x = 1850$.

Dus men gaat 1850 appelbomen en 1875 perenbomen planten.

C9
$$\begin{cases} 4x + 3y = 7 \\ 3x + 2y = 4 \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ 3 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 8x + 6y = 14 \\ 9x + 6y = 12 \end{cases} -$$

$$\frac{-x}{-x} = 2$$

 $x = -2$

$x = -2$ invullen in $4x + 3y = 7$ geeft $4 \cdot -2 + 3y = 7$
 $-8 + 3y = 7$
 $3y = 15$
 $y = 5$

Dus $S(-2, 5)$.

C10
$$\begin{cases} 3x - 7y = 4 \\ y = \frac{1}{2}x - 1 \end{cases}$$

Substitueren van $y = \frac{1}{2}x - 1$ in $3x - 7y = 4$ geeft $3x - 7(\frac{1}{2}x - 1) = 4$
 $3x - 3\frac{1}{2}x + 7 = 4$
 $-\frac{1}{2}x = -3$
 $x = 6$

$x = 6$ geeft $y = \frac{1}{2} \cdot 6 - 1 = 2$

De oplossing is $(x, y) = (6, 2)$.

1.5 Kwadratische verbanden

Bladzijde 35

V4 B $(x - 1)(x + 8) = 0$

Bladzijde 36

V5 a $x^2 - 7x - 18 = 0$
 $(x + 2)(x - 9) = 0$
 $x = -2 \vee x = 9$

b $x^2 + 5x = 6$
 $x^2 + 5x - 6 = 0$
 $(x - 1)(x + 6) = 0$
 $x = 1 \vee x = -6$

c $x^2 = 5x$
 $x^2 - 5x = 0$
 $x(x - 5) = 0$
 $x = 0 \vee x = 5$

d $x^2 + x = 3x + 15$
 $x^2 - 2x - 15 = 0$
 $(x + 3)(x - 5) = 0$
 $x = -3 \vee x = 5$

e $4x^2 = 8x$
 $4x^2 - 8x = 0$
 $4x(x - 2) = 0$
 $x = 0 \vee x = 2$

f $x^2 = x + 2$
 $x^2 - x - 2 = 0$
 $(x + 1)(x - 2) = 0$
 $x = -1 \vee x = 2$

V6

a $3x^2 - 12x = 36$
 $3x^2 - 12x - 36 = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$

b $-x^2 = 13x - 48$
 $-x^2 - 13x + 48 = 0$
 $x^2 + 13x - 48 = 0$
 $(x - 3)(x + 16) = 0$
 $x = 3 \vee x = -16$

c $(3x - 1)(x + 2) = 0$
 $3x = 1 \vee x = -2$
 $x = \frac{1}{3} \vee x = -2$

d $7x^2 + 8x = x + 84$
 $7x^2 + 7x - 84 = 0$
 $x^2 + x - 12 = 0$
 $(x - 3)(x + 4) = 0$
 $x = 3 \vee x = -4$

e $x(x - 2) = 48$
 $x^2 - 2x = 48$
 $x^2 - 2x - 48 = 0$
 $(x + 6)(x - 8) = 0$
 $x = -6 \vee x = 8$

f $(x - 1)(x - 2) = 12$
 $x^2 - 2x - x + 2 = 12$
 $x^2 - 3x + 2 = 12$
 $x^2 - 3x - 10 = 0$
 $(x + 2)(x - 5) = 0$
 $x = -2 \vee x = 5$

66

- $4x^2 = 9x$ geeft $4x^2 - 9x = 0$
- $4x^2 - 15x = 5x - 24$ geeft $4x^2 - 20x + 24 = 0$ oftewel $x^2 - 5x + 6 = 0$, dus $(x - 2)(x - 3) = 0$.
- $3x^2 - 10x = 8x + 15$ geeft $3x^2 - 18x - 15 = 0$ oftewel $x^2 - 6x - 5 = 0$ en het linkerlid kan vervolgens niet worden ontbonden in factoren.
- $3x^2 = 8 - x^2$ geeft $4x^2 - 8 = 0$
- $x^2 + 8x = 9$ geeft $x^2 + 8x - 9 = 0$, dus $(x - 1)(x + 9) = 0$.
- $4x^2 = 9$ geeft $4x^2 - 9 = 0$
- $x^2 + 8x = 9x$ geeft $x^2 - x = 0$
- $x^2 + 9x = 8$ geeft $x^2 + 9x - 8 = 0$ en het linkerlid kan vervolgens niet worden ontbonden in factoren.

1 en 7 zijn te herleiden tot de vorm $ax^2 + bx = 0$.

2 en 5 zijn te herleiden tot de vorm $x^2 + bx + c = 0$ waarbij het linkerlid kan worden ontbonden in factoren.

3 en 8 zijn te herleiden tot de vorm $x^2 + bx + c = 0$ waarbij het linkerlid niet kan worden ontbonden in factoren.

4 en 6 zijn te herleiden tot de vorm $ax^2 + c = 0$.

Bladzijde 38

67

a $3x^2 - 6x = 24$
 $3x^2 - 6x - 24 = 0$
 $x^2 - 2x - 8 = 0$
 $(x + 2)(x - 4) = 0$
 $x = -2 \vee x = 4$

b $3x^2 - 6x = -3(x - 6)$
 $3x^2 - 6x = -3x + 18$
 $3x^2 - 3x - 18 = 0$
 $x^2 - x - 6 = 0$
 $(x + 2)(x - 3) = 0$
 $x = -2 \vee x = 3$

c $2x^2 - 3x = 2$
 $2x^2 - 3x - 2 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -2 = 25$, dus $\sqrt{D} = 5$
 $x = \frac{3+5}{4} = 2 \vee x = \frac{3-5}{4} = -\frac{1}{2}$

d $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$
 $x^2 - 4x - 12 = 0$
 $(x + 2)(x - 6) = 0$
 $x = -2 \vee x = 6$

e $x^2 - 3x = 5(x - 3)$
 $x^2 - 3x = 5x - 15$
 $x^2 - 8x + 15 = 0$
 $(x - 3)(x - 5) = 0$
 $x = 3 \vee x = 5$

f $2x^2 - 5x = 3x$
 $2x^2 - 8x = 0$
 $2x(x - 4) = 0$
 $x = 0 \vee x = 4$

68 a $(x-4)^2 = 25$
 $x-4 = 5 \vee x-4 = -5$
 $x = 9 \vee x = -1$

b $(x-4)^2 = 2x$
 $(x-4)(x-4) = 2x$
 $x^2 - 8x + 16 = 2x$
 $x^2 - 10x + 16 = 0$
 $(x-2)(x-8) = 0$
 $x = 2 \vee x = 8$

c $x^2 + 4 = 4x$
 $x^2 - 4x + 4 = 0$
 $(x-2)(x-2) = 0$
 $x = 2$
d $x(x-1) = 12$
 $x^2 - x - 12 = 0$
 $(x+3)(x-4) = 0$
 $x = -3 \vee x = 4$

e $2x^2 = 5x$
 $2x^2 - 5x = 0$
 $x(2x-5) = 0$
 $x = 0 \vee 2x = 5$
 $x = 0 \vee x = 2\frac{1}{2}$
f $x^2 + 4 = 1$
 $x^2 = -3$
 geen oplossing

69 a $6 - x^2 = -2$
 $-x^2 = -8$
 $x^2 = 8$
 $x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8}$
b $2x^2 = 9x + 5$
 $2x^2 - 9x - 5 = 0$
 $D = (-9)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -5 = 121$, dus $\sqrt{D} = 11$
 $x = \frac{9+11}{4} = 5 \vee x = \frac{9-11}{4} = -\frac{1}{2}$
c $3(x+2)^2 + 5 = 80$
 $3(x+2)^2 = 75$
 $(x+2)^2 = 25$
 $x+2 = 5 \vee x+2 = -5$
 $x = 3 \vee x = -7$

d $\frac{1}{2}(x-3)^2 - 3 = 5$
 $\frac{1}{2}(x-3)^2 = 8$
 $(x-3)^2 = 16$
 $x-3 = 4 \vee x-3 = -4$
 $x = 7 \vee x = -1$
e $-(2x-1)^2 + 5 = 1$
 $-(2x-1)^2 = -4$
 $(2x-1)^2 = 4$
 $2x-1 = 2 \vee 2x-1 = -2$
 $2x = 3 \vee 2x = -1$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$
f $8 - 3(4x-5)^2 = 5$
 $-3(4x-5)^2 = -3$
 $(4x-5)^2 = 1$
 $4x-5 = 1 \vee 4x-5 = -1$
 $4x = 6 \vee 4x = 4$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = 1$

Bladzijde 39

70 a $(x+2)(x+3) = 10x + 2$
 $x^2 + 5x + 6 = 10x + 2$
 $x^2 - 5x + 4 = 0$
 $(x-1)(x-4) = 0$
 $x = 1 \vee x = 4$
b $(x+2)^2 + 21 = 12$
 $(x+2)^2 = -9$
 geen oplossing
c $(x+2)(4-x) = x^2 + \frac{1}{2}$
 $4x - x^2 + 8 - 2x = x^2 + \frac{1}{2}$
 $-2x^2 + 2x + 7\frac{1}{2} = 0$
 $D = 2^2 - 4 \cdot -2 \cdot 7\frac{1}{2} = 64$, dus $\sqrt{D} = 8$
 $x = \frac{-2+8}{-4} = -1\frac{1}{2} \vee x = \frac{-2-8}{-4} = 2\frac{1}{2}$
d $(2x-3)(3x-2) + 25x = 0$
 $6x^2 - 4x - 9x + 6 + 25x = 0$
 $6x^2 + 12x + 6 = 0$
 $x^2 + 2x + 1 = 0$
 $(x+1)(x+1) = 0$
 $x = -1$

e $(2x-3)^2 - 11 = 25$
 $(2x-3)^2 = 36$
 $2x-3 = 6 \vee 2x-3 = -6$
 $2x = 9 \vee 2x = -3$
 $x = 4\frac{1}{2} \vee x = -1\frac{1}{2}$
f $(x+2)(3x-2) = 16$
 $3x^2 - 2x + 6x - 4 = 16$
 $3x^2 + 4x - 20 = 0$
 $D = 4^2 - 4 \cdot 3 \cdot -20 = 256$, dus $\sqrt{D} = 16$
 $x = \frac{-4+16}{6} = 2 \vee x = \frac{-4-16}{6} = -3\frac{1}{3}$
g $2x^2 - (x+2)(x-3) = 6x$
 $2x^2 - (x^2 - x - 6) = 6x$
 $2x^2 - x^2 + x + 6 = 6x$
 $x^2 - 5x + 6 = 0$
 $(x-2)(x-3) = 0$
 $x = 2 \vee x = 3$
h $x^2 + 13 = (x+3)(4-3x)$
 $x^2 + 13 = 4x - 3x^2 + 12 - 9x$
 $4x^2 + 5x + 1 = 0$
 $D = 5^2 - 4 \cdot 4 \cdot 1 = 9$, dus $\sqrt{D} = 3$
 $x = \frac{-5+3}{8} = -\frac{1}{4} \vee x = \frac{-5-3}{8} = -1$

71 a $2x^2 + 17 = 7 \cdot 5$
 $2x^2 + 17 = 35$
 $2x^2 = 18$
 $x^2 = 9$
 $x = 3 \vee x = -3$

$x = -3$ past niet bij de situatie.
 Dus de zijde van een vierkant is 3.

b $x^2 + (x+1)(x+1) + 19 = 8 \cdot 4$
 $x^2 + (x+1)(x+1) + 19 = 32$
 $x^2 + x^2 + 2x + 1 = 13$
 $2x^2 + 2x - 12 = 0$
 $x^2 + x - 6 = 0$
 $(x-2)(x+3) = 0$
 $x = 2 \vee x = -3$
 $x = -3$ past niet bij de situatie.
Dus de zijde van het kleinste vierkant is 2.

c $x^2 + (10-x)(6-x) = 40\frac{1}{2}$
 $x^2 + 60 - 16x + x^2 = 40\frac{1}{2}$
 $2x^2 - 16x + 19\frac{1}{2} = 0$
 $D = (-16)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 19\frac{1}{2} = 100$, dus $\sqrt{D} = 10$
 $x = \frac{16+10}{4} = 6\frac{1}{2} \vee x = \frac{16-10}{4} = 1\frac{1}{2}$
 $x = 6\frac{1}{2}$ past niet bij de situatie.
Dus de zijde van het vierkant is $1\frac{1}{2}$.

Bladzijde 40

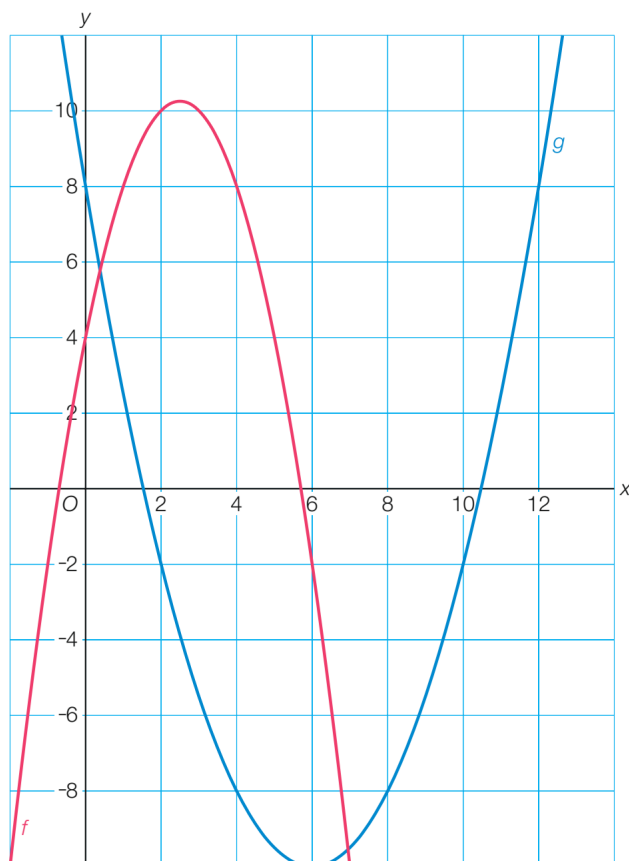
- 72** Parabool p_1 is een bergparabool, dus hierbij hoort formule II.
Parabool p_2 is een dalparabool, dus hierbij hoort formule I.

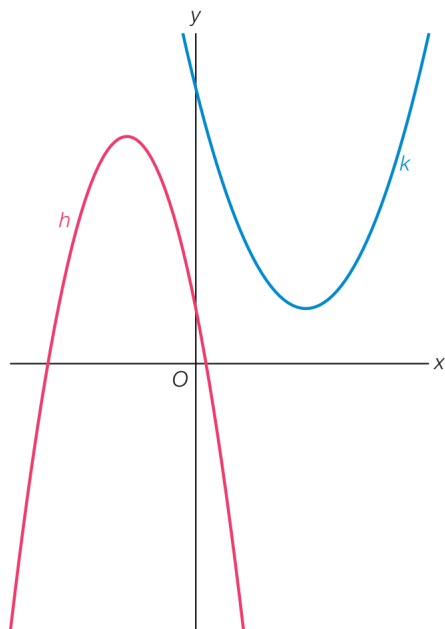
Bladzijde 41

73 a

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-2	4	8	10	10	8	4	-2

x	0	2	4	6	8	10	12
$g(x)$	8	-2	-8	-10	-8	-2	8



b

74 a Het beeld van het origineel -7 is $f(-7) = 3 \cdot (-7)^2 - 4 \cdot -7 + 5 = 180$.

b De functiewaarde van 5 is $f(5) = 3 \cdot 5^2 - 4 \cdot 5 + 5 = 60$.

c $f(x) = 4$ geeft $3x^2 - 4x + 5 = 4$

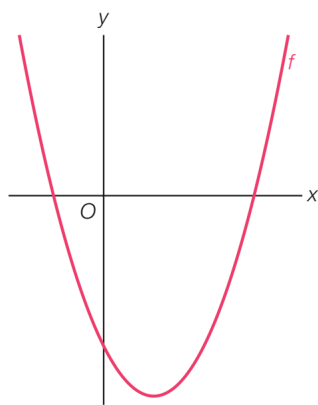
$$3x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 1 = 4, \text{ dus } \sqrt{D} = 2$$

$$x = \frac{4+2}{6} = 1 \vee x = \frac{4-2}{6} = \frac{1}{3}$$

Dus de originelen van het beeld 4 zijn $\frac{1}{3}$ en 1 .

Bladzijde 42

75 a

b Het beeld van het origineel 3 is $f(3) = \frac{1}{2} \cdot 3^2 - 2 \cdot 3 - 6 = -7\frac{1}{2}$.

c $f(x) = 4\frac{1}{2}$ geeft $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 4\frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2}x^2 - 2x - 10\frac{1}{2} = 0$$

$$x^2 - 4x - 21 = 0$$

$$(x+3)(x-7) = 0$$

$$x = -3 \vee x = 7$$

Dus de originelen van het beeld $4\frac{1}{2}$ zijn -3 en 7 .

d $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 6 = 0$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$(x+2)(x-6) = 0$$

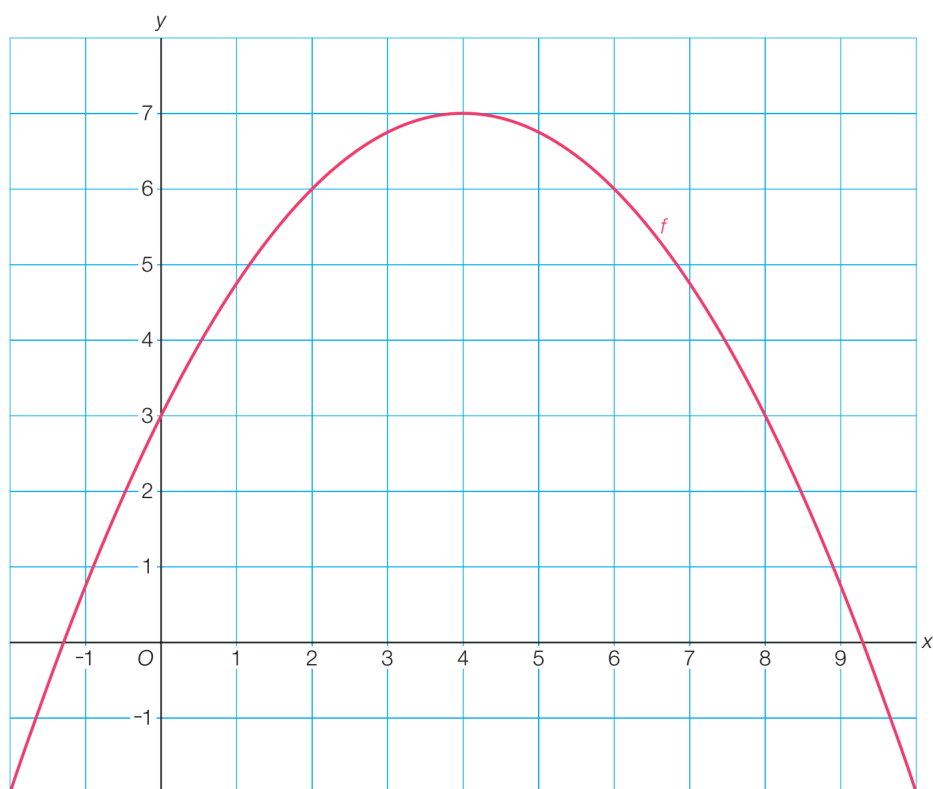
$$x = -2 \vee x = 6$$

De snijpunten met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(6, 0)$.

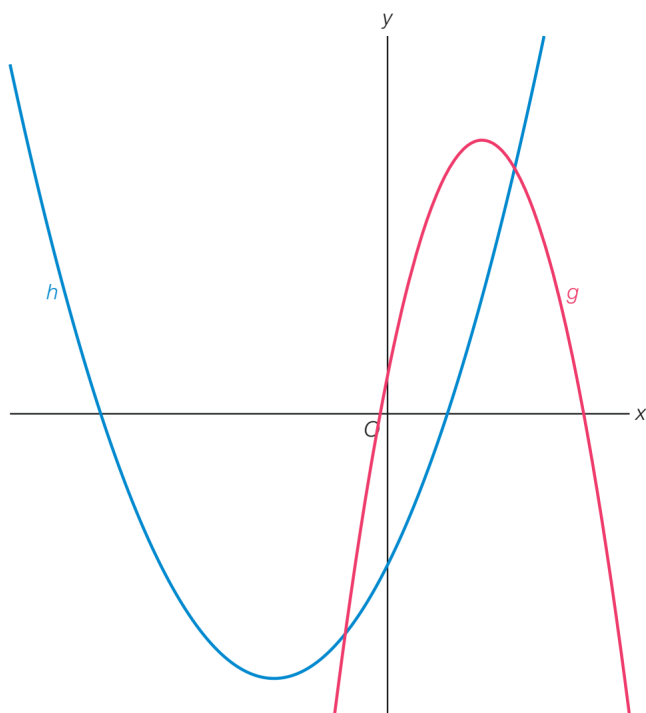
$$f(0) = 0 - 0 - 6 = -6$$

Het snijpunt met de y -as is $(0, -6)$.

x	-2	0	2	4	6	8	10
$f(x)$	-2	3	6	7	6	3	-2



b



c Het beeld van het origineel -4 is $k(-4) = -\frac{1}{2} \cdot (-4)^2 + 5 \cdot -4 + 2 = -26$.

$$k(x) = 10 \text{ geeft } -\frac{1}{2}x^2 + 5x + 2 = 10$$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 5x - 8 = 0$$

$$x^2 - 10x + 16 = 0$$

$$(x - 2)(x - 8) = 0$$

$$x = 2 \vee x = 8$$

Dus de originelen van het beeld 10 zijn 2 en 8.

d $p(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 + 5x + 12 = 0$
 $x^2 + 10x + 24 = 0$
 $(x + 4)(x + 6) = 0$
 $x = -4 \vee x = -6$

De snijpunten met de x -as zijn $(-6, 0)$ en $(-4, 0)$.

$p(0) = 0 + 0 + 12 = 12$

Het snijpunt met de y -as is $(0, 12)$.

77

a

x	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$	-4	2	6	8	8	6	2	-4

b Uit de tabel volgt dat de grafiek van f symmetrisch is in de lijn $x = 2\frac{1}{2}$.

De top ligt op deze lijn, dus $x_{\text{top}} = 2\frac{1}{2}$.

$y_{\text{top}} = f(2\frac{1}{2}) = -(2\frac{1}{2})^2 + 5 \cdot 2\frac{1}{2} + 2 = 8\frac{1}{4}$

Bladzijde 43

78

a Invoeren van de formule van g en gebruiken van de optie nulpunt geeft $x = 0,458\dots$ en $x = 6,541\dots$

Dus de nulpunten van g zijn $0,46$ en $6,54$.

b Los op $f(x) = 5$ en $g(x) = 5$.

Invoeren van de formule van f en de formule $y = 5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x_A = -8,872\dots$ en $x_D = 5,561\dots$

Dus $AD = 5,561\dots - (-8,872\dots) \approx 14,43$.

c Los op $g(x) = -2,5$.

Invoeren van de formule $y = -2,5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x_E = 0,071\dots$ en $x_F = 6,927\dots$

Dus $EF = 6,927\dots - 0,071\dots \approx 6,86$.

Bladzijde 44

79

a Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 2$ en $y = 3$.

Dus de top van de grafiek van f is $(2, 3)$.

b $g(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} = 0$

$$x^2 + 2x + 1 = 0$$

$$(x + 1)(x + 1) = 0$$

$$x = -1$$

Dus het nulpunt van g is -1 .

c Los op $f(x) = g(x)$.

Gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -0,366\dots$ en $y = 0,200\dots$ en $x = 1,366\dots$ en $y = 2,799\dots$

Dus de snijpunten zijn $(-0,37; 0,20)$ en $(1,37; 2,80)$.

d $g(x) = h(x)$ geeft $\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{1}{2} = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{3}{8}$

$$4x^2 + 8x + 4 = 12x + 19$$

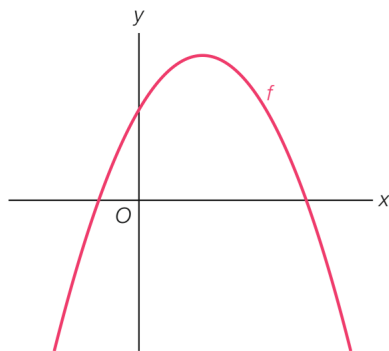
$$4x^2 - 4x - 15 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 4 \cdot -15 = 256, \text{ dus } \sqrt{D} = 16$$

$$x = \frac{4 + 16}{8} = 2\frac{1}{2} \vee x = \frac{4 - 16}{8} = -1\frac{1}{2}$$

$$h(-1\frac{1}{2}) = 1\frac{1}{2} \cdot -1\frac{1}{2} + 2\frac{3}{8} = \frac{1}{8} \text{ en } h(2\frac{1}{2}) = 1\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} + 2\frac{3}{8} = 6\frac{1}{8}$$

Dus de snijpunten zijn $(-1\frac{1}{2}, \frac{1}{8})$ en $(2\frac{1}{2}, 6\frac{1}{8})$.



- b** Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 3$ en $y = 9,6$.
Dus de top van de grafiek is $(3; 9,6)$.
- c** Gebruiken van de optie nulpunt geeft $x = -1,898\dots$ en $x = 7,898\dots$.
Dus de nulpunten van f zijn $-1,90$ en $7,90$.
- d** $2,5$ links van de top en $2,5$ rechts van de top geeft $x = 0,5$ en $x = 5,5$.
 $f(0,5) = f(5,5) = 7,1$
Dus $n > 7,1$.
De kleinste gehele waarde van n is dus 8 .

- 81 a** $t = 2,5$ geeft bij Emma $s = 18 \cdot 2,5 = 45$.
 $t = 2,5$ geeft bij Luuk $s = 2 \cdot 2,5^3 - 10 \cdot 2,5^2 + 30 \cdot 2,5 = 43,75$.
Dus Emma ligt voor.
- b** Los op $18t = 50$ en $2t^3 - 10t^2 + 30t = 50$.
Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft bij Emma $t = 2,77\dots$ en bij Luuk $t = 2,82\dots$.
Dus Emma is het eerst in B.
- c** Los op $18t = 2t^3 - 10t^2 + 30t$.
Gebruiken van de optie snijpunt bij de formules van Emma en Luuk geeft $t = 2$.
Dus na 120 minuten haalt Emma Luuk in.
- d** Los op $6t^2 - 20t + 30 = 18$.
Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft $t = 0,784\dots$ en $t = 2,548\dots$.
Dus na $0,784\dots \cdot 60 \approx 47$ minuten en na $2,548\dots \cdot 60 \approx 153$ minuten rijden ze even snel.

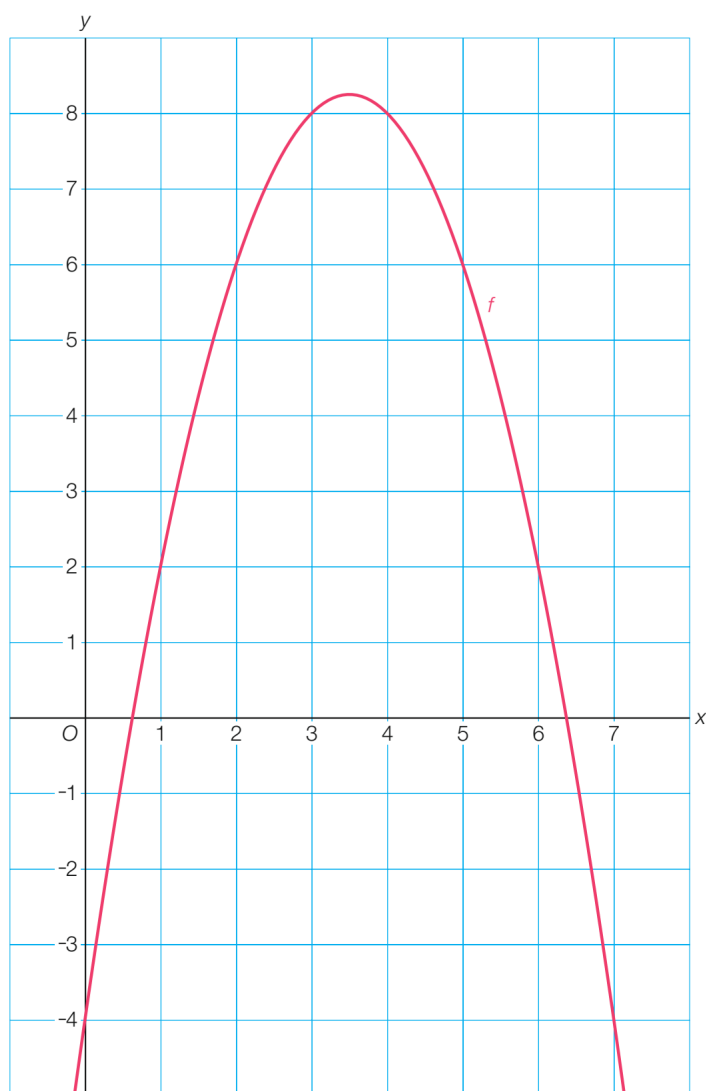
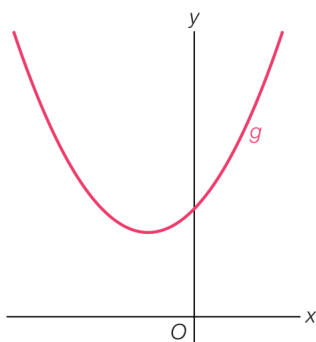
Bladzijde 45

C11

- a** $6x^2 = 7x$
 $6x^2 - 7x = 0$
 $x(6x - 7) = 0$
 $x = 0 \vee 6x = 7$
 $x = 0 \vee x = 1\frac{1}{6}$
- b** $4x^2 + 35 = 24x$
 $4x^2 - 24x + 35 = 0$
 $D = (-24)^2 - 4 \cdot 4 \cdot 35 = 16$, dus $\sqrt{D} = 4$
 $x = \frac{24 \pm 4}{8} = 3\frac{1}{2} \vee x = \frac{24 - 4}{8} = 2\frac{1}{2}$
- c** $(3x + 2)(3x - 4) = 0$
 $3x = -2 \vee 3x = 4$
 $x = -\frac{2}{3} \vee x = 1\frac{1}{3}$
- d** $x^2 - 1 = 3x$
 $x^2 - 3x - 1 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -1 = 13$
 $x = \frac{3 \pm \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}$
- e** $(2x - 1)(4x - 1) = 3$
 $8x^2 - 2x - 4x + 1 = 3$
 $8x^2 - 6x - 2 = 0$
 $4x^2 - 3x - 1 = 0$
 $D = (-3)^2 - 4 \cdot 4 \cdot -1 = 25$, dus $\sqrt{D} = 5$
 $x = \frac{3 \pm 5}{8} = 1 \vee x = \frac{3 - 5}{8} = -\frac{1}{4}$
- f** $(5x + 1)^2 = 49$
 $5x + 1 = 7 \vee 5x + 1 = -7$
 $5x = 6 \vee 5x = -8$
 $x = 1\frac{1}{5} \vee x = -1\frac{3}{5}$

C12 a

x	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(x)$	-4	2	6	8	8	6	2	-4

**b****C13 a**

Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie minimum geeft $x = -4$ en $y = -3$.

Dus de top van de grafiek van f is $(-4, -3)$.

Invoeren van de formule van g en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 2,5$ en $y = 6,875$.

Dus de top van de grafiek van g is $(2,5; 6,875)$.

b Gebruiken van de optie nulpunt bij de formule van f geeft $x = -7,464\dots$ en $x = -0,535\dots$

Dus de nulpunten van f zijn $-7,46$ en $-0,54$.

c Los op $f(x) = g(x)$.

Gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -3,189\dots$ en $y = -2,835\dots$ en $x = 2,280\dots$ en $y = 6,860\dots$

Dus de snijpunten zijn $(-3,19; -2,84)$ en $(2,28; 6,86)$.

C14 a Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie maximum

geeft $x = 1,5$ en $y = 5,0625$.

Dus de top van de grafiek van f is $(1,5; 5,0625)$.

b $g(x) = 0$ geeft $1\frac{1}{5}x - 2 = 0$

$$6x - 10 = 0$$

$$6x = 10$$

$$x = 1\frac{2}{3}$$

Dus het nulpunt van g is $1\frac{2}{3}$.

c Los op $f(x) = g(x)$.

Invoeren van de formule van g en gebruiken van de optie snijpunt
geeft $x = -6,077\dots$ en $y = -9,293\dots$ en $x = 4,277\dots$ en $y = 3,133\dots$

Dus de snijpunten zijn $(-6,08; -9,29)$ en $(4,28; 3,13)$.

d $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2} = 0$

$$x^2 - 3x - 18 = 0$$

$$(x + 3)(x - 6) = 0$$

$$x = -3 \vee x = 6$$

Dus de nulpunten van f zijn -3 en 6 .

Kennis- en vaardigheidentest

Bladzijde 46

1 a Voor $a = -1\frac{1}{2}$.

b k snijdt de y -as in het punt $(0, 4)$.

l door $(0, 4)$ geeft $b = 4$.

c $k: y = ax + 4$ } $2a + 4 = 6$
door $A(2, 6)$ } $2a = 2$
 $a = 1$

$l: y = -1\frac{1}{2}x + b$ } $-1\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 6$
door $A(2, 6)$ } $-3 + b = 6$
 $b = 9$

Dus voor $a = 1$ en $b = 9$.

d $3x - 6 = 0$

$$3x = 6$$

$$x = 2$$

Dus m snijdt de x -as in het punt $(2, 0)$.

$k: y = ax + 4$ } $2a + 4 = 0$
door $(2, 0)$ } $2a = -4$
 $a = -2$

Dus voor $a = -2$.

2 $10 \text{ km} = 10\,000 \text{ meter}$

De formule is $h = 10\,000 - 10t$.

3 $k: y = ax + b$

$a = \text{rc}_k = -\frac{1}{3}$, dus $y = -\frac{1}{3}x + b$ } $-\frac{1}{3} \cdot 1 + b = 2$
door $A(1, 2)$ } $-\frac{1}{3} + b = 2$
 $b = 2\frac{1}{3}$

Dus $k: y = -\frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3}$.

$l: y = ax + b$

$a = \text{rc}_l = 2$, dus $y = 2x + b$ } $2 \cdot 3 + b = 2$
door $B(3, 2)$ } $6 + b = 2$
 $b = -4$

Dus $l: y = 2x - 4$.

k snijden met l geeft $-\frac{1}{3}x + 2\frac{1}{3} = 2x - 4$

$$-2\frac{1}{3}x = -6\frac{1}{3}$$

$$7x = 19$$

$$x = 2\frac{5}{7}$$

$$x = 2\frac{5}{7} \text{ geeft } y = 2 \cdot 2\frac{5}{7} - 4 = 1\frac{3}{7}$$

Dus $S(2\frac{5}{7}, 1\frac{3}{7})$.

4 $k \parallel l$, dus $a = rc_k = rc_l = 4$.

$$\left. \begin{array}{l} k: y = 4x + b \\ \text{door } A(1, -2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot 1 + b = -2 \\ 4 + b = -2 \\ b = -6 \end{array}$$

5 a $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 15}{12 - 10} = \frac{-14}{2} = -7$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -7x + b \\ \text{door } A(10, 15) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -7 \cdot 10 + b = 15 \\ -70 + b = 15 \\ b = 85 \end{array}$$

Dus $k: y = -7x + 85$.

b $y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{25 - 5}{8 - 3} = \frac{20}{5} = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x + b \\ \text{door } C(3, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot 3 + b = 5 \\ 12 + b = 5 \\ b = -7 \end{array}$$

Dus $l: y = 4x - 7$.

l snijden met de x -as geeft $4x - 7 = 0$

$$4x = 7$$

$$x = 1\frac{3}{4}$$

Dus het snijpunt met de x -as is $(1\frac{3}{4}, 0)$.

6 $p = aq + b$

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } q = 5 \text{ hoort } p = 25 \\ \text{bij } q = 8 \text{ hoort } p = 19 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta p}{\Delta q} = \frac{19 - 25}{8 - 5} = \frac{-6}{3} = -2$$

$$\left. \begin{array}{l} p = -2q + b \\ q = 5 \text{ en } p = 25 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot 5 + b = 25 \\ -10 + b = 25 \\ b = 35 \end{array}$$

Dus $p = -2q + 35$.

7 a Bij 1970 hoort $t = 0$ en bij 2020 hoort $t = 50$.

$$T = at + b$$

Bij $t = 0$ hoort $T = 9,3$, dus $b = 9,3$.

$$\left. \begin{array}{l} \text{bij } t = 0 \text{ hoort } T = 9,3 \\ \text{bij } t = 50 \text{ hoort } T = 11,0 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{11,0 - 9,3}{50 - 0} = \frac{1,7}{50} = 0,034$$

Dus $T = 0,034t + 9,3$.

b $T = 12$ geeft $0,034t + 9,3 = 12$

$$0,034t = 2,7$$

$$t = 79,41 \dots$$

Dus in 2049.

8

- a $y = 0$ geeft $2x = -8$ oftewel $x = -4$.
Dus het snijpunt met de x -as is $(-4, 0)$.
 $x = 0$ geeft $-3y = -8$ oftewel $y = 2\frac{2}{3}$.
Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 2\frac{2}{3})$.

x	-4	2
y	0	4

Zie de figuur hiernaast.

- b $(5, p)$ voldoet, dus $3 \cdot 5 - 2 \cdot p = 9$

$$15 - 2p = 9$$

$$-2p = -6$$

$$p = 3$$

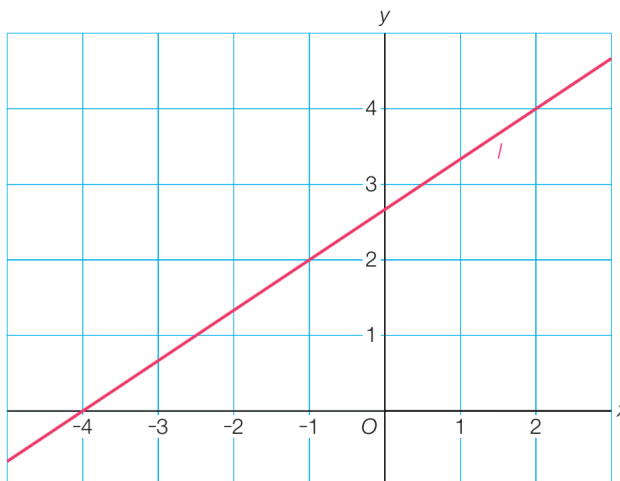
- c $(x, y) = (q, 12)$ is een oplossing, dus

$$2 \cdot q + 3 \cdot 12 = 40$$

$$2q + 36 = 40$$

$$2q = 4$$

$$q = 2$$



9

- a $k: 3x - 4y = 12$

$$-4y = -3x + 12$$

$$y = \frac{3}{4}x - 3$$

Dus $rc_k = \frac{3}{4}$.

- b $m \parallel k$, dus $m: 3x - 4y = c$.

$$A(3, -4) \text{ op } m \text{ geeft } c = 3 \cdot 3 - 4 \cdot -4 = 25.$$

$$\text{Dus } m: 3x - 4y = 25.$$

10

- a $\begin{cases} 5x - 2y = 8 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases} \begin{vmatrix} 2 \\ 1 \end{vmatrix}$ geeft $\begin{cases} 10x - 4y = 16 \\ 3x + 4y = 10 \end{cases} +$
 $\frac{13x}{x} = 26$
 $x = 2$

$$x = 2 \text{ invullen in } 3x + 4y = 10 \text{ geeft } 3 \cdot 2 + 4y = 10$$

$$6 + 4y = 10$$

$$4y = 4$$

$$y = 1$$

De oplossing is $(x, y) = (2, 1)$.

- b $\begin{cases} 3x + 2y = -10 \\ y = 1\frac{1}{2}x + 7 \end{cases}$

$$\text{Substitueren van } y = 1\frac{1}{2}x + 7 \text{ in } 3x + 2y = -10 \text{ geeft } 3x + 2(1\frac{1}{2}x + 7) = -10$$

$$3x + 3x + 14 = -10$$

$$6x = -24$$

$$x = -4$$

$$x = -4 \text{ geeft } y = 1\frac{1}{2} \cdot -4 + 7 = 1$$

De oplossing is $(x, y) = (-4, 1)$.

11

- $\begin{cases} 3x + 2y = 10 \\ 4x - 3y = 2 \end{cases} \begin{vmatrix} 3 \\ 2 \end{vmatrix}$ geeft $\begin{cases} 9x + 6y = 30 \\ 8x - 6y = 4 \end{cases} +$
 $\frac{17x}{x} = 34$
 $x = 2$

$$x = 2 \text{ invullen in } 3x + 2y = 10 \text{ geeft } 3 \cdot 2 + 2y = 10$$

$$2y = 4$$

$$y = 2$$

Dus $S(2, 2)$.

- 12** Stel het aantal verhuurde gewone fietsen is x en het aantal verhuurde e-bikes is y .

$$\text{Uit de gegevens volgt } \begin{cases} x + y = 85 \\ 11x + 23y = 1583 \end{cases} \begin{vmatrix} 11 & 1 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 11x + 11y = 935 \\ 11x + 23y = 1583 \\ \hline -12y = -648 \\ y = 54 \end{cases}$$

Dus er zijn die dag 54 e-bikes verhuurd.

13 a $(3x + 2)^2 = 25$

$$3x + 2 = 5 \vee 3x + 2 = -5$$

$$3x = 3 \vee 3x = -7$$

$$x = 1 \vee x = -\frac{7}{3}$$

b $x(x - 2) = 24$

$$x^2 - 2x - 24 = 0$$

$$(x + 4)(x - 6) = 0$$

$$x = -4 \vee x = 6$$

c $8x^2 + 1 = 6x$

$$8x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 8 \cdot 1 = 4, \text{ dus } \sqrt{D} = 2$$

$$x = \frac{6+2}{16} = \frac{1}{2} \vee x = \frac{6-2}{16} = \frac{1}{4}$$

d $(4x - 3)(5x - 3) = 0$

$$4x = 3 \vee 5x = 3$$

$$x = \frac{3}{4} \vee x = \frac{3}{5}$$

e $(x - 1)(x - 3) = 3 - (x^2 - 4x)$

$$x^2 - 4x + 3 = 3 - x^2 + 4x$$

$$2x^2 - 8x = 0$$

$$2x(x - 4) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 4$$

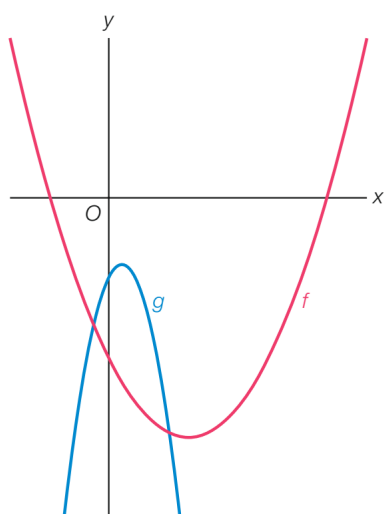
f $x^2 + 3 = 5x$

$$x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = 13$$

$$x = \frac{5 + \sqrt{13}}{2} \vee x = \frac{5 - \sqrt{13}}{2}$$

14 a



Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie minimum geeft $x = 2$ en $y = -6$.

Dus de top van de grafiek van f is $(2, -6)$.

Invoeren van de formule van g en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 0,333\dots$

en $y = -1,666\dots$

Dus de top van de grafiek van g is $(0,33; -1,67)$.

b Gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -0,376\dots$ en $y = -3,176\dots$ en $x = 1,519\dots$

en $y = -5,884\dots$ Dus de snijpunten zijn $(-0,38; -3,18)$ en $(1,52; -5,88)$.

c $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}x^2 - 2x - 4 = 0$

$$x^2 - 4x - 8 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -8 = 48$$

$$x = \frac{4 + \sqrt{48}}{2} \approx 5,46 \vee x = \frac{4 - \sqrt{48}}{2} \approx -1,46$$

Dus de nulpunten zijn $-1,46$ en $5,46$.

d Los op $g(x) = -6$.

Invoeren van de formule $y = -6$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x_A = -0,868\dots$

en $x_B = 1,535\dots$

Dus $AB = 1,535\dots - (-0,868\dots) \approx 2,40$.

e De horizontale lijn $y = a$ moet tussen de twee toppen liggen en mag niet door de snijpunten van de grafieken gaan.

Dus $-6 < a < -5,88 \vee -5,88 < a < -3,18 \vee -3,18 < a < -1,67$.

Bladzijde 48

1

a $k: y = ax + b$

$k \parallel l$, dus $a = rc_k = rc_l = -2$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -2x + b \\ \text{door } A(-1, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -2 \cdot -1 + b = 6 \\ 2 + b = 6 \\ b = 4 \end{array}$$

$$y = -2x + 4$$

Dus $k: 2x + y = 4$.

b $m \parallel n$, dus $m: 3x + 2y = c$.

$B(4, -5)$ op m geeft $c = 3 \cdot 4 + 2 \cdot -5 = 2$.

$$3x + 2y = 2$$

$$2y = -3x + 2$$

Dus $m: y = -1\frac{1}{2}x + 1$.

c $p: y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - -3}{5 - 2} = \frac{9}{3} = 3$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x + b \\ \text{door } D(5, 6) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 5 + b = 6 \\ 15 + b = 6 \\ b = -9 \end{array}$$

Dus $p: y = 3x - 9$.

$y = 0$ geeft $3x - 9 = 0$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Dus $P(3, 0)$.

$x = 0$ geeft $y = -9$

Dus $Q(0, -9)$.

2

$k \parallel l$, dus $k: x + 3y = c$.

$A(4, 8)$ op k geeft $c = 4 + 3 \cdot 8 = 28$.

Dus $k: x + 3y = 28$.

$m: y = ax + b$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - 8}{6 - 2} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } B(2, 8) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 2 + b = 8 \\ -1 + b = 8 \\ b = 9 \end{array}$$

Dus $m: y = -\frac{1}{2}x + 9$.

k snijden met m , dus los op $\begin{cases} x + 3y = 28 \\ y = -\frac{1}{2}x + 9 \end{cases}$

Substitueren van $y = -\frac{1}{2}x + 9$ in $x + 3y = 28$ geeft $x + 3(-\frac{1}{2}x + 9) = 28$

$$x - 1\frac{1}{2}x + 27 = 28$$

$$-\frac{1}{2}x = 1$$

$$x = -2$$

$x = -2$ geeft $y = -\frac{1}{2} \cdot -2 + 9 = 10$

Dus $S(-2, 10)$.

3 a $k: y = ax + b$
 $a = rc_k = -2$, dus $y = -2x + b$
 door $A(1, -4)$ $\left. \begin{array}{l} -2 \cdot 1 + b = -4 \\ -2 + b = -4 \end{array} \right\} b = -2$

Dus $k: y = -2x - 2$.

$l: y = ax + b$
 $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - -1}{1 - -5} = \frac{6}{6} = 1$
 $y = x + b$
 door $C(1, 5)$ $\left. \begin{array}{l} 1 + b = 5 \\ b = 4 \end{array} \right\}$

Dus $l: y = x + 4$.

k snijden met l geeft $-2x - 2 = x + 4$
 $-3x = 6$
 $x = -2$

$x = -2$ geeft $y = -2 + 4 = 2$

Dus het snijpunt is $S(-2, 2)$.

b m door $S(-2, 2)$ geeft $4 \cdot -2 + b \cdot 2 = 2$
 $-8 + 2b = 2$
 $2b = 10$
 $b = 5$

$m: 4x + 5y = 2$
 $5y = -4x + 2$
 $y = -\frac{4}{5}x + \frac{2}{5}$
 Dus $rc_m = -\frac{4}{5}$.

4 a $y = \frac{1}{2}x + a + 1$
 door $A(12, -6)$ $\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 12 + a + 1 = -6 \\ 6 + a + 1 = -6 \end{array} \right\} a = -13$
 $y = -1\frac{1}{2}x + b$
 door $A(12, -6)$ $\left. \begin{array}{l} -1\frac{1}{2} \cdot 12 + b = -6 \\ -18 + b = -6 \end{array} \right\} b = 12$

Dus voor $a = -13$ en $b = 12$.

b $m \parallel l$, dus $rc_m = rc_l$
 $3a = -1\frac{1}{2}$
 $a = -\frac{1}{2}$

Dit geeft $m: y = -1\frac{1}{2}x - 6 \cdot (-\frac{1}{2})^2$ oftewel $m: y = -1\frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$.

Dus in dat geval snijdt de lijn m de y -as in het punt $(0, -1\frac{1}{2})$.

c $x = 0$ geeft $y = 0 + a + 1 = a + 1$ en $y = 0 - 6a^2 = -6a^2$
 $a + 1 = -6a^2$
 $6a^2 + a + 1 = 0$

$D = 1^2 - 4 \cdot 6 \cdot 1 = -23$

$D < 0$, dus geen oplossingen.

Dus er bestaat geen waarde van a waarvoor k en m elkaar snijden in een punt op de y -as.

d $y = \frac{1}{2}x + a + 1$
 $y = 0$ $\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + a + 1 = 0 \\ \frac{1}{2}x = -a - 1 \\ x = -2a - 2 \end{array} \right\}$
 $y = 3ax - 6a^2$
 $y = 0$ $\left. \begin{array}{l} 3ax - 6a^2 = 0 \\ 3ax = 6a^2 \end{array} \right\} a \neq 0$
 $x = 2a$

$x = -2a - 2$ en $x = 2a$ geeft $-2a - 2 = 2a$
 $-4a = 2$
 $a = -\frac{1}{2}$

Dus voor $a = -\frac{1}{2}$.

5 a $p = -4$ geeft k : $-4x + 5y = 10$ en l : $3x - 4y = 12$

$$5y = 4x + 10 \quad -4y = -3x + 12$$

$$y = \frac{4}{5}x + 2 \quad y = \frac{3}{4}x - 3$$

$\frac{4}{5} > \frac{3}{4}$, dus k heeft dan de grootste helling.

b $A(-3, p)$ op k geeft $-3p + 5p = 10$

$$2p = 10$$

$$p = 5$$

Dus voor $p = 5$.

c $x = 0$ invullen bij lijn k geeft $5y = 10$, dus $y = 2$.

Dus het snijpunt van k met de y -as is $(0, 2)$.

$(0, 2)$ op l geeft $2p = -12$, dus $p = -6$.

Dus voor $p = -6$.

d $P(1, 3)$ op k geeft $p + 5 \cdot 3 = 10$ $P(1, 3)$ op l geeft $3 \cdot 1 + 3p = -12$

$$p + 15 = 10 \quad 3 + 3p = -12$$

$$p = -5 \quad 3p = -15$$

$$p = -5$$

Dus voor $p = -5$ snijden k en l elkaar in het punt $P(1, 3)$.

$Q(-7, 5)$ op k geeft $-7p + 5 \cdot 5 = 10$ $Q(-7, 5)$ op l geeft $3 \cdot -7 + 5p = -12$

$$-7p + 25 = 10 \quad -21 + 5p = -12$$

$$-7p = -15 \quad 5p = 9$$

$$p = 2\frac{1}{7} \quad p = 1\frac{4}{5}$$

Dus er is geen waarde van p waarvoor k en l elkaar snijden in het punt $Q(-7, 5)$.

$R(6, -5)$ op k geeft $6p + 5 \cdot -5 = 10$ $R(6, -5)$ op l geeft $3 \cdot 6 - 5p = -12$

$$6p - 25 = 10 \quad 18 - 5p = -12$$

$$6p = 35 \quad -5p = -30$$

$$p = 5\frac{5}{6} \quad p = 6$$

Dus er is geen waarde van p waarvoor k en l elkaar snijden in het punt $R(6, -5)$.

6 $\begin{cases} y = 2x^2 - 1 \\ 3x - 2y = -5 \end{cases}$

Substitueren van $y = 2x^2 - 1$ in $3x - 2y = -5$ geeft $3x - 2(2x^2 - 1) = -5$

$$3x - 4x^2 + 2 = -5$$

$$-4x^2 + 3x + 7 = 0$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot -4 \cdot 7 = 121, \text{ dus } \sqrt{D} = 11$$

$$x = \frac{-3 \pm 11}{-8} = -1 \vee x = \frac{-3 - 11}{-8} = 1\frac{3}{4}$$

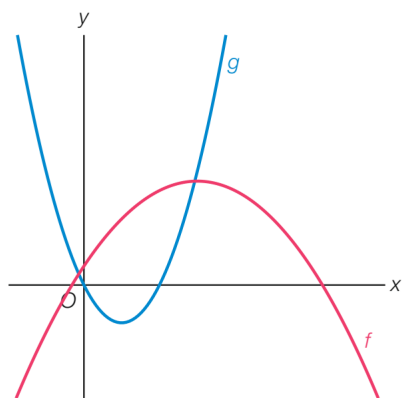
$x = -1$ geeft $y = 2 \cdot (-1)^2 - 1 = 1$

$x = 1\frac{3}{4}$ geeft $y = 2 \cdot (1\frac{3}{4})^2 - 1 = 5\frac{1}{8}$

Dus de oplossingen zijn $(x, y) = (-1, 1)$ en $(1\frac{3}{4}, 5\frac{1}{8})$.

Bladzijde 49

7 a



b $f(x) = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1 = 0$

$$x^2 - 6x - 2 = 0$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot -2 = 44$$

$$x = \frac{6 + \sqrt{44}}{2} \vee x = \frac{6 - \sqrt{44}}{2}$$

Dus de nulpunten van f zijn $\frac{6 - \sqrt{44}}{2}$ en $\frac{6 + \sqrt{44}}{2}$.

c $g(x) = 0$ geeft $2x^2 - 4x = 0$

$$2x(x - 2) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 2$$

Dus de snijpunten van de grafiek van g met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(2, 0)$.

d $f(x) = g(x)$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 1 = 2x^2 - 4x$

$$-2\frac{1}{2}x^2 + 7x + 1 = 0$$

$$D = 7^2 - 4 \cdot -2\frac{1}{2} \cdot 1 = 59$$

$$x = \frac{-7 + \sqrt{59}}{-5} \vee x = \frac{-7 - \sqrt{59}}{-5} \approx 2,94$$

$$x \approx -0,14 \vee x \approx 2,94$$

e Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 3$ en $y = 5,5$.

Dus de top van de grafiek van f is $(3; 5,5)$.

$g(3) = 6$, dus de top van de grafiek van f ligt niet op de grafiek van g .

f Invoeren van de formule van g en de formule $y = 4$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft

$$x_A = -0,732\dots, x_B = 1,267\dots, x_C = 2,732\dots \text{ en } x_D = 4,732\dots$$

$$AB = 1,267\dots - -0,732\dots = 2$$

$$CD = 4,732\dots - 2,732\dots = 2$$

Dus de lijnstukken AB en CD zijn even lang.

g De optie minimum bij de formule van g geeft $x = 1$ en $y = -2$.

Dus de top van de grafiek van g is $(1, -2)$.

De top van de grafiek van f is $(3; 5,5)$ (zie e).

$$k: y = ax + b$$

$$a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5,5 - -2}{3 - 1} = \frac{7,5}{2} = 3,75$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 3,75x + b \\ \text{door } (1, -2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3,75 \cdot 1 + b = -2 \\ 3,75 + b = -2 \end{array}$$

$$b = -5,75$$

Dus $k: y = 3,75x - 5,75$.

k snijden met de x -as geeft $3,75x - 5,75 = 0$

$$3,75x = 5,75$$

$$x \approx 1,53$$

Dus de x -coördinaat van het snijpunt van k met de x -as is 1,53.

8 a 30 km/u oftewel 30 km/60 minuten, dus $\frac{1}{2}$ km/minuut.

Dus voor Harm geldt de formule $s = \frac{1}{2}t$ met s de afgelegde afstand in km en t de tijd in minuten.

b $s = at + b$

$$a = \frac{33}{60} = \frac{11}{20}$$

$$\left. \begin{array}{l} s = \frac{11}{20}t + b \\ t = 5 \text{ en } s = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{11}{20} \cdot 5 + b = 0 \\ b = -2\frac{3}{4} \end{array}$$

Dus voor Marc geldt de formule $s = \frac{11}{20}t - 2\frac{3}{4}$.

$$\frac{11}{20}t - 2\frac{3}{4} = \frac{1}{2}t$$

$$11t - 55 = 10t$$

$$t = 55$$

Dus om 8:55 uur wordt Harm door Marc ingehaald.

c $s = at + b$

$$a = -\frac{42}{60} = -\frac{7}{10}$$

Op $t = 0$ is $s = 30$, dus $b = 30$ en voor Gerrit geldt de formule $s = -\frac{7}{10}t + 30$.

$$\frac{1}{2}t = -\frac{7}{10}t + 30$$

$$5t = -7t + 300$$

$$12t = 300$$

$$t = 25$$

Dus om 8:25 uur ontmoeten Harm en Gerrit elkaar.

- 9** Telkens worden de laatste twee getallen bij elkaar geteld om het volgende getal te krijgen.

Het zevende getal is dus $2a + 3b + 3a + 5b = 5a + 8b$ en

het achtste getal is $3a + 5b + 5a + 8b = 8a + 13b$. Zo krijg je

$$\begin{cases} 5a + 8b = 34 & |8| \\ 8a + 13b = 55 & |5| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 40a + 64b = 272 \\ 40a + 65b = 275 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 40a + 64b = 272 \\ 40a + 65b = 275 \\ \hline -b = -3 \\ b = 3 \end{array}$$

$b = 3$ invullen in $5a + 8b = 34$ geeft $5a + 8 \cdot 3 = 34$

$$5a + 24 = 34$$

$$5a = 10$$

$$a = 2$$

- 10** 1600 meter in 20 minuten oftewel 4800 meter in een uur, dus 4,8 km/u.

Dit geeft $x - y = 4,8$.

1500 meter in 10 minuten oftewel 9000 meter in een uur, dus 9 km/u.

Dit geeft $x + y = 9$.

$$\begin{cases} x - y = 4,8 \\ x + y = 9 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} x - y = 4,8 \\ x + y = 9 \\ \hline -2y = -4,2 \\ y = 2,1 \end{array}$$

Dus de snelheid van de stroming is 2,1 km/u.

100 meter oftewel 0,1 km met een snelheid van 2,1 km/u gaat in $\frac{0,1}{2,1} = 0,047\dots$ uur.

1 uur = 3600 seconden

Dus over de laatste 100 meter doet hij $0,047\dots \cdot 3600 \approx 171$ seconden.

2 Veranderingen

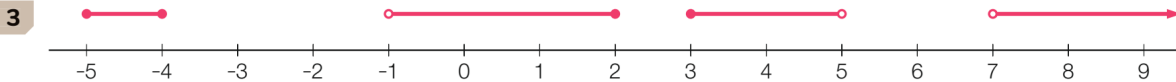
2.1 Toenamediagrammen

Bladzijde 52

- 1 a** In de maanden maart, april, mei, juni en een deel van juli stijgt de temperatuur van het oppervlaktewater bij Helsinki.
b In mei neemt de stijging toe en in juni neemt de stijging af.
c In augustus neemt de daling toe en daarna neemt de daling af.

Bladzijde 54

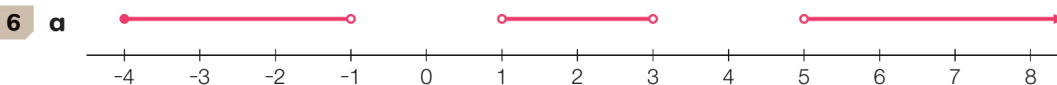
- 2** $\langle -6, -2 \rangle$, $[-1, 0]$, $[1, 3]$ en $\langle 4, \rightarrow \rangle$



Bladzijde 55

- 4 a** $-2 < x \leq 7$
b $6 \leq x < 10$
c $5 \leq x \leq 15$
d $x < 4,5$

- 5 a** $[-8, 3]$
b $\langle 4, 4\frac{1}{2}]$
c $[5, 1; 7, 3]$
d $\langle \leftarrow, 2]$



- b** Het interval $\langle -2, 5]$ wordt genoteerd als $-2 < x \leq 5$.
Het interval $[3, 7]$ wordt genoteerd als $3 \leq x \leq 7$.
Het interval $\langle \leftarrow; 1, 23 \rangle$ wordt genoteerd als $x < 1, 23$.
c $10 \leq x < 15$ wordt genoteerd als $[10, 15]$.
 $x \geq 3\frac{1}{2}$ wordt genoteerd als $[3\frac{1}{2}, \rightarrow]$.

- 7 a** $2x - 3 < 6$ $5 - 3x < 9$
 $2x < 9$ $-3x < 4$
 $x < 4\frac{1}{2}$ $x > -1\frac{1}{3}$
Dus $-1\frac{1}{3} < x < 4\frac{1}{2}$.

Dit wordt genoteerd als $\langle -1\frac{1}{3}, 4\frac{1}{2} \rangle$.

- b** $x^2 = 9$ geeft $x = -3 \vee x = 3$
Dus $x^2 < 9$ geeft $-3 < x < 3$ oftewel $\langle -3, 3 \rangle$.
c $x^2 = 16$ geeft $x = -4 \vee x = 4$
Dus $x^2 \geq 16$ geeft $x \leq -4 \vee x \geq 4$ oftewel $\langle \leftarrow, -4]$ en $[4, \rightarrow]$.

- 8** Afnemend dalend op $\langle \leftarrow, -4 \rangle$ en op $\langle 3, 5 \rangle$.
Toenemend stijgend op $\langle -4, -2 \rangle$ en op $\langle 5, \rightarrow \rangle$.
Afnemend stijgend op $\langle -2, 1 \rangle$.
Toenemend dalend op $\langle 1, 3 \rangle$.

- 9 a** Constant stijgend op $\langle 0, 3 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 3, 4 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 4, 5 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 5, 7 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 7, 10 \rangle$.
- b** Bij de steilste helling is de snelheid het laagst. Dus na 7 minuten.

Bladzijde 56

- 10 a** Op $[0, 1]$ is de toename $5,5$.
 Op $[1, 2]$ is de toename $9 - 5,5 = 3,5$.
- b** Op $[4, 5]$ is de afname $10 - 7,5 = 2,5$.
- c** Op $[2, 7]$ is de afname $9 - -3,5 = 12,5$.

Bladzijde 57

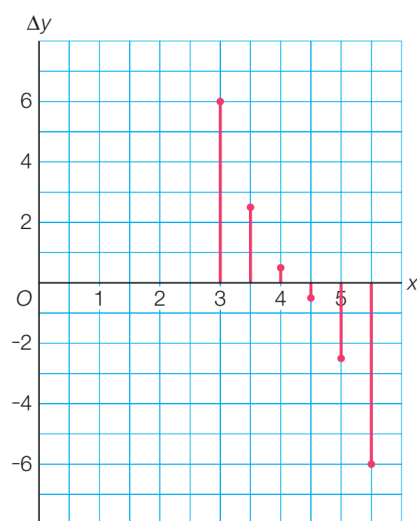
- 11 a** Lisette heeft gelijk.
 Je weet alleen dat de grafiek tussen $x = 0$ en $x = 1$ evenveel toeneemt als tussen $x = 1$ en $x = 2$.
 Bij even lange staven hoeft de toename niet lineair te zijn.

b

interval	Δy
$[2\frac{1}{2}, 3]$	6
$[3, 3\frac{1}{2}]$	$2\frac{1}{2}$
$[3\frac{1}{2}, 4]$	$\frac{1}{2}$
$[4, 4\frac{1}{2}]$	$-\frac{1}{2}$
$[4\frac{1}{2}, 5]$	$-2\frac{1}{2}$
$[5, 5\frac{1}{2}]$	-6

Zie de figuur hiernaast.

- c** Het toenamediagram is puntsymmetrisch.

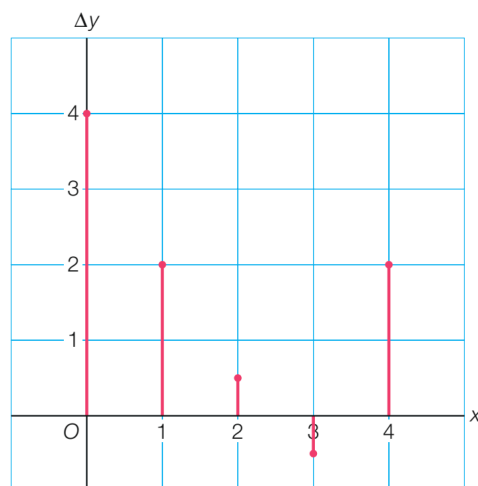


Bladzijde 58

12 a

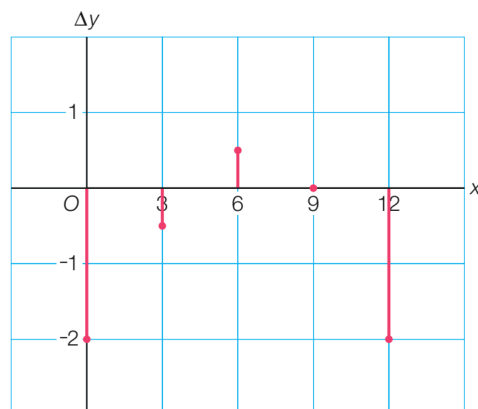
interval	Δy
$[-1, 0]$	4
$[0, 1]$	2
$[1, 2]$	0,5
$[2, 3]$	-0,5
$[3, 4]$	2

Zie de figuur hiernaast.



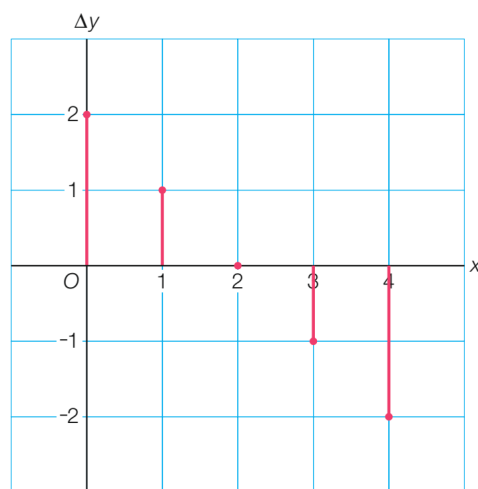
b	interval	Δy
	$[-3, 0]$	-2
	$[0, 3]$	-0,5
	$[3, 6]$	0,5
	$[6, 9]$	0
	$[9, 12]$	-2

Zie de figuur hiernaast.



13 a	interval	Δy
	$[-1, 0]$	2
	$[0, 1]$	1
	$[1, 2]$	0
	$[2, 3]$	-1
	$[3, 4]$	-2

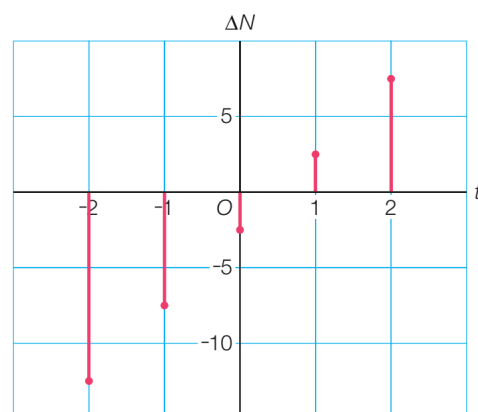
Zie de figuur hiernaast.



b	interval	ΔN
	$[-3, -2]$	-12,5
	$[-2, -1]$	-7,5
	$[-1, 0]$	-2,5
	$[0, 1]$	2,5
	$[1, 2]$	7,5

Zie de figuur hiernaast.

- c De eindpunten van de lijnstukken liggen op een rechte lijn.



- 14 a Bij een parabool liggen in een toenamediaagram de eindpunten van de lijnstukken op een rechte lijn die niet horizontaal is.
b Bij een rechte lijn liggen in een toenamediaagram de eindpunten van de lijnstukken op een horizontale lijn.

Bladzijde 59

- 15 a I: $L = at + b$
Door $(0, 10)$, dus $b = 10$.
$$a = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{100 - 10}{2 - 0} = \frac{90}{2} = 45$$

Dus I: $L = 45t + 10$ op $[0, 2]$.
II: $L = 100$ op $[2, 10]$.

$$\text{III: } L = at + b$$

$$\text{Door } (10, 100) \text{ en } (24, 9), \text{ dus } a = \frac{\Delta L}{\Delta t} = \frac{9 - 100}{24 - 10} = \frac{-91}{14} = -6,5.$$

$$\left. \begin{array}{l} L = -6,5t + b \\ \text{door } (10, 100) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -6,5 \cdot 10 + b = 100 \\ -65 + b = 100 \\ b = 165 \end{array}$$

$$\text{Dus III: } L = -6,5t + 165 \text{ op } [10, 24].$$

b In de middag, dus formule III.

$$-6,5t + 165 = 50$$

$$-6,5t = -115$$

$$t = 17,692\dots$$

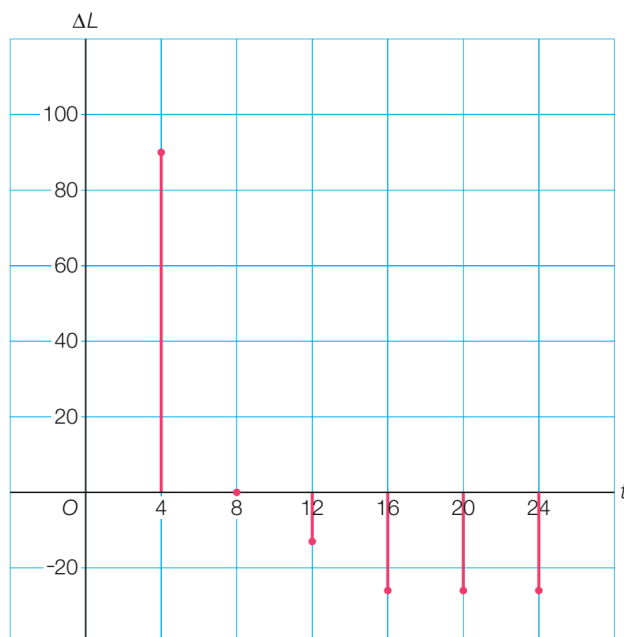
Dat is dus na 17 uur en $0,692\dots \cdot 60 = 41,538\dots$ minuten.

Dus om 14:42 uur is het batterijniveau afgenomen tot 50%.

c

interval	ΔL
$[0, 4]$	90
$[4, 8]$	0
$[8, 12]$	-13
$[12, 16]$	-26
$[16, 20]$	-26
$[20, 24]$	-26

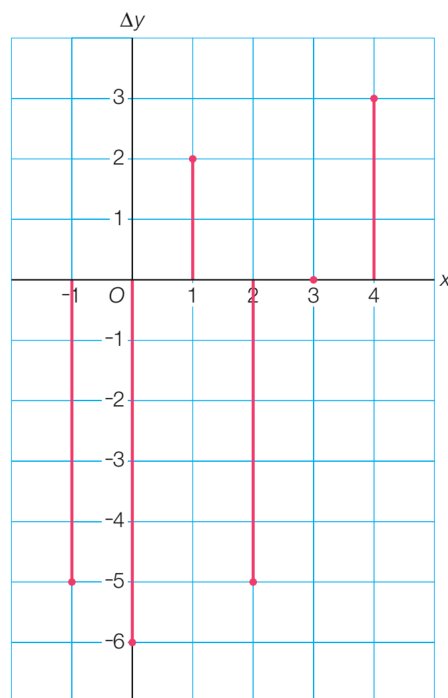
Zie de figuur hiernaast.



16

interval	Δy
$[-2, -1]$	-5
$[-1, 0]$	-6
$[0, 1]$	2
$[1, 2]$	-5
$[2, 3]$	0
$[3, 4]$	3

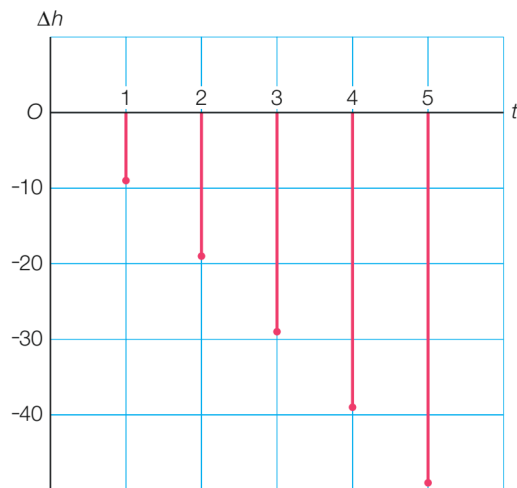
Zie de figuur hiernaast.



17 a, b

t	h	Δh
0	145	-
1	136	-9
2	117	-19
3	88	-29
4	49	-39
5	0	-49

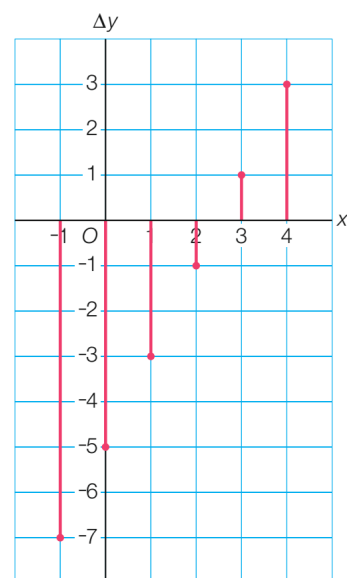
Zie de figuur hiernaast.



18

x	y	Δy
-2	12	-
-1	5	-7
0	0	-5
1	-3	-3
2	-4	-1
3	-3	1
4	0	3

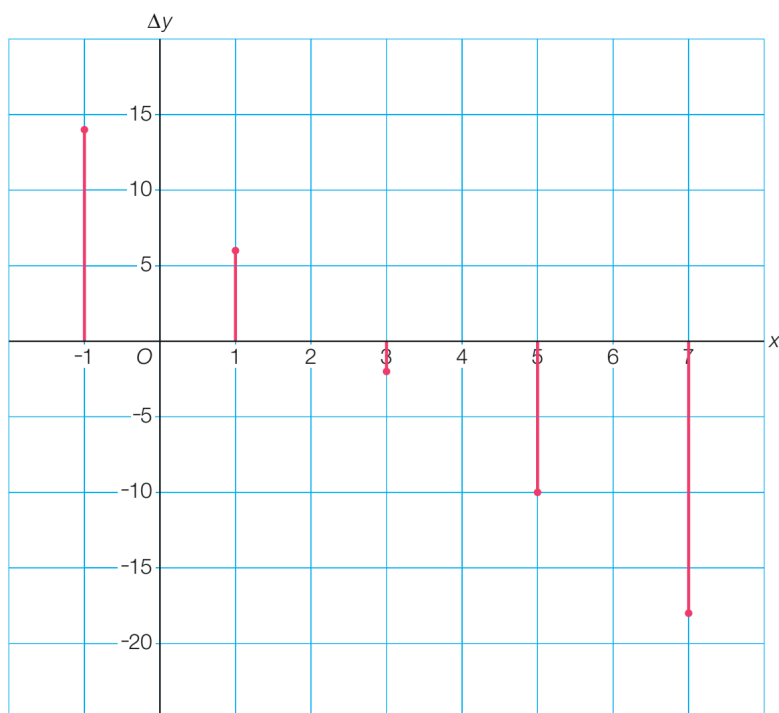
Zie de figuur hiernaast.



19 a

x	y	Δy
-3	-14	-
-1	0	14
1	6	6
3	4	-2
5	-6	-10
7	-24	-18

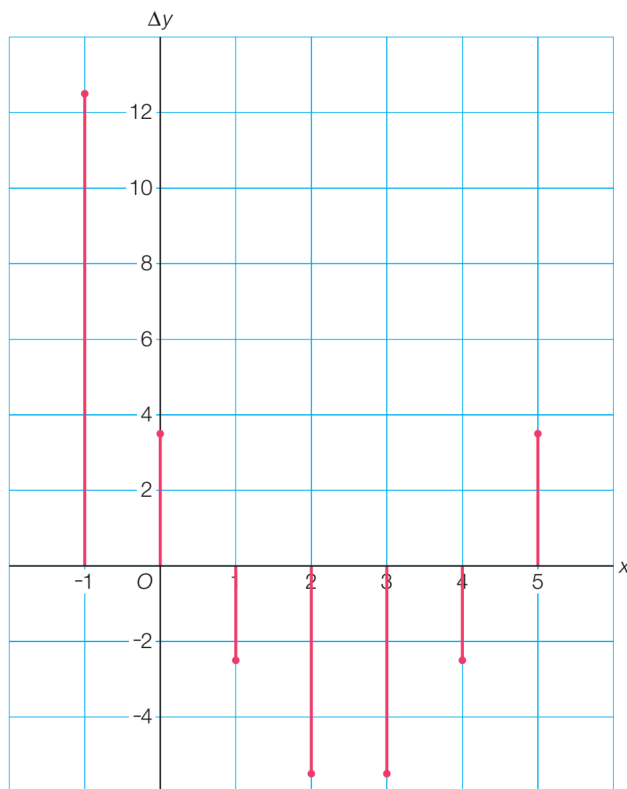
Zie de figuur hiernaast.



b

x	y	Δy
-2	-15	-
-1	-2,5	12,5
0	1	3,5
1	-1,5	-2,5
2	-7	-5,5
3	-12,5	-5,5
4	-15	-2,5
5	-11,5	3,5

Zie de figuur hiernaast.



Bladzijde 60

- 20 a** Afnemend dalend op $\langle 0, 4 \rangle$.
Toenemend stijgend op $\langle 4, 8 \rangle$.

b

x	y	Δy
0	0	-
2	$1 + 2b$	$1 + 2b$

De afname op $[0, 2]$ is volgens het toenamediagram -3 .

$$1 + 2b = -3$$

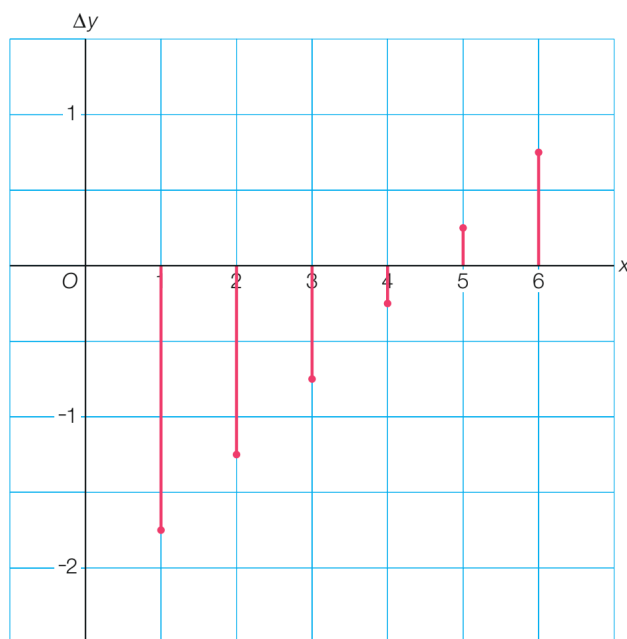
$$2b = -4$$

$$b = -2$$

c

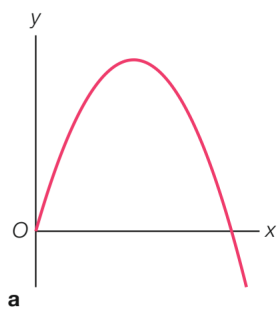
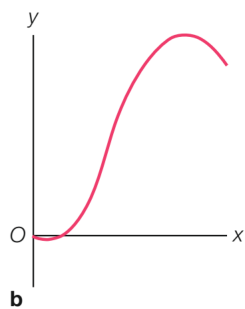
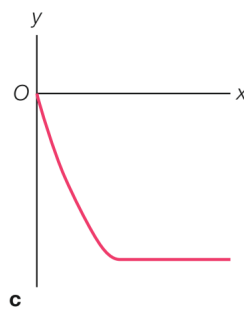
x	y	Δy
0	0	-
1	$-1\frac{3}{4}$	$-1\frac{3}{4}$
2	-3	$-1\frac{1}{4}$
3	$-3\frac{3}{4}$	$-\frac{3}{4}$
4	-4	$-\frac{1}{4}$
5	$-3\frac{3}{4}$	$\frac{1}{4}$
6	-3	$\frac{3}{4}$

Zie de figuur hiernaast.

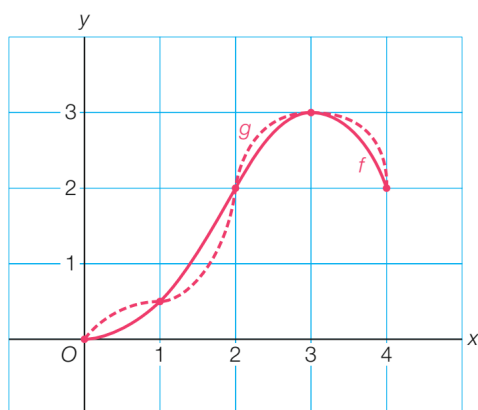


- 21 a constant dalend
b afnemend stijgend
c constant stijgend
d toenemend dalend

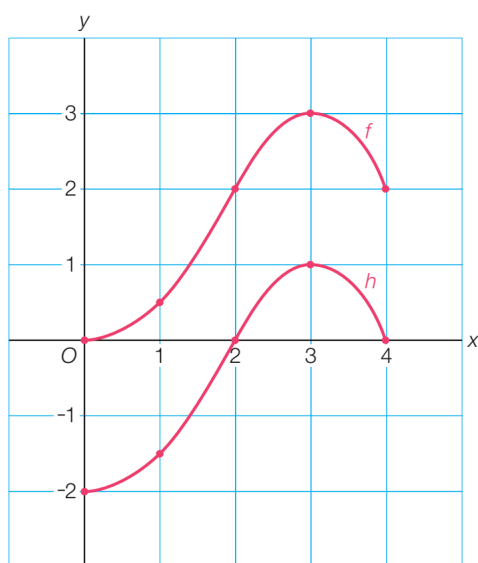
22



23 a

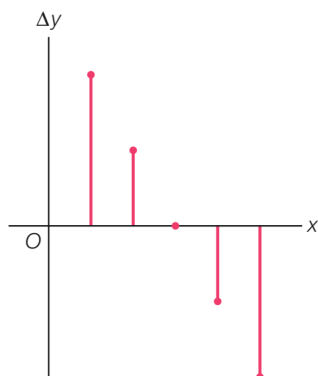


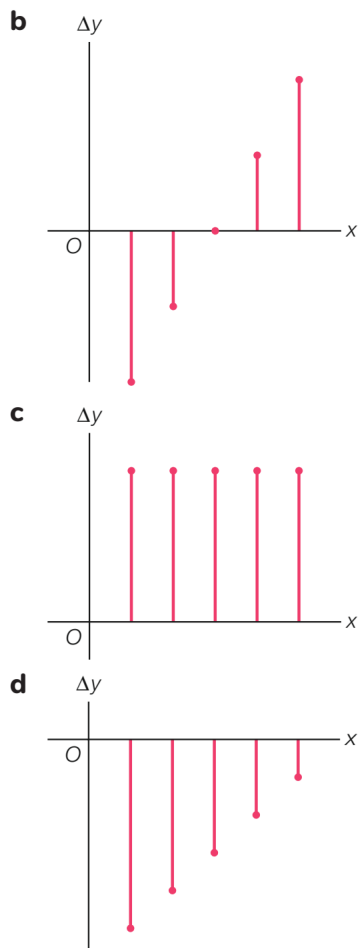
b



Bladzijde 61

24 a



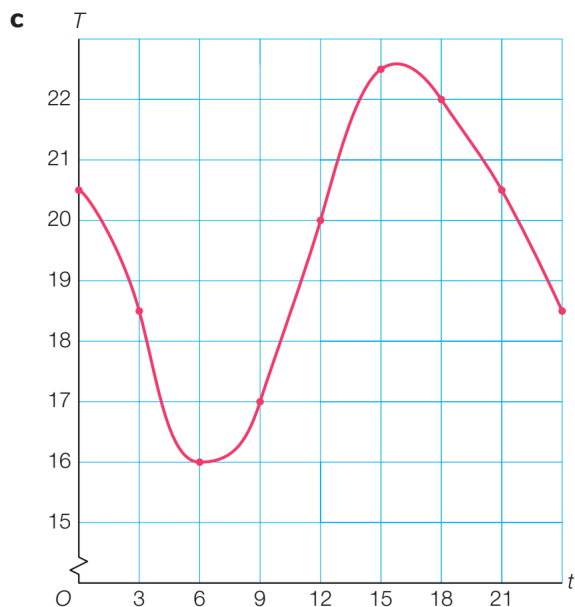


25 a Op $[0, 24]$ is $\Delta T = -2 - 2,5 + 1 + 3 + 2,5 - 0,5 - 1,5 - 2 = -2$.

Mieke heeft dus gelijk.

b Op $[0, 12]$ is $\Delta T = -2 - 2,5 + 1 + 3 = -0,5$.

Dus om 0:00 uur is $T = 20 + 0,5 = 20,5^\circ\text{C}$.



26 Stel er zitten om 15:00 uur x mensen op het terras.

Er geldt dan dat $x - 20 \geq 0$, dus $x \geq 20$.

En $x - 20 + 10 - 30 \geq 0$, dus $x \geq 40$.

En $x - 20 + 10 - 30 + 10 + 30 - 35 - 10 \geq 0$, dus $x \geq 45$.

Dus er zaten om 15:00 uur minstens 45 mensen op het terras.

Bladzijde 62

C1

- a**
- b** Het interval $\langle -2, 1 \rangle$ wordt genoteerd als $-2 < x < 1$.
 Het interval $\langle \leftarrow, 0 \rangle$ wordt genoteerd als $x < 0$.
 Het interval $[2, 5; 5 \rangle$ wordt genoteerd als $2,5 \leq x < 5$.
- c** $-2,75 < x \leq 0$ wordt genoteerd als $\langle -2,75; 0]$.
 $x \geq -7,25$ wordt genoteerd als $[-7,25; \rightarrow)$.

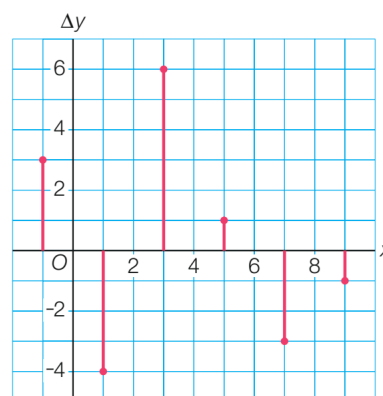
C2

Afnemend stijgend op $\langle \leftarrow, -1 \rangle$ en $\langle 3, 5 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle -1, 1 \rangle$ en $\langle 5, 7 \rangle$.
 Constant stijgend op $\langle 1, 3 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 7, \rightarrow \rangle$.

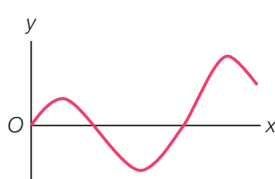
C3

interval	Δy
$[-3, -1]$	3
$[-1, 1]$	-4
$[1, 3]$	6
$[3, 5]$	1
$[5, 7]$	-3
$[7, 9]$	-1

Zie de figuur hiernaast.



C4



2.2 Differentiequotiënt en snelheid

Bladzijde 63

27

- a** Op het interval $[0, 3]$ legt de motor 30 meter af.
 De gemiddelde snelheid is $\frac{30}{3} = 10$ m/s.
 Op het interval $[3, 7]$ legt de motor $165 - 30 = 135$ meter af.
 De gemiddelde snelheid is $\frac{135}{4} = 33,75 \approx 34$ m/s.
- b** In de zesde seconde legt de motor $125 - 85 = 40$ meter af.
 De gemiddelde snelheid is $\frac{40}{1} = 40$ m/s.
- c** In de zevende seconde legt de motor $165 - 125 = 40$ meter af.
 De gemiddelde snelheid is $\frac{40}{1} = 40$ m/s.
 1 m/s = 3,6 km/u, dus dat is $40 \cdot 3,6 = 144$ km/u.
- d** Omdat de grafiek tussen $t = 5$ en $t = 7$ een rechte lijn is, heeft Ibrahim gelijk.
- e** Nee, want de snelheid neemt toe in de derde seconde.

Bladzijde 65

- 28 a** Op het interval $[0, 60]$ legt Esmee 875 meter af.

De gemiddelde snelheid is $\frac{875}{60} = 14,583\dots$ m/s.

Dat is $14,583\dots \cdot 3,6 = 52,5$ km/u.

Op het interval $[100, 130]$ legt Esmee $1500 - 1250 = 250$ meter af.

De gemiddelde snelheid is $\frac{250}{30} = 8,333\dots$ m/s.

Dat is $8,333\dots \cdot 3,6 = 30$ km/u.

- b** Naarmate de tijd vordert, verloopt de grafiek minder steil.

- 29 a** Op $[6, 10]$ is $\Delta T = 13 - 10 = 3$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{3}{4} = 0,75^\circ\text{C}$ per uur.

Op $[9, 14]$ is $\Delta T = 20 - 12 = 8$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{8}{5} = 1,6^\circ\text{C}$ per uur.

- b** Op $t = 16$ is $T = 20$, op $t = 20$ is $T = 17$, dus op $[16, 20]$ is $\Delta T = 17 - 20 = -3$.

Op $[16, 20]$ is $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{-3}{4} = -0,75^\circ\text{C}$ per uur.

Dit betekent dat tussen $t = 16$ en $t = 20$ de temperatuur daalt.

- c** Zie de figuur hiernaast.

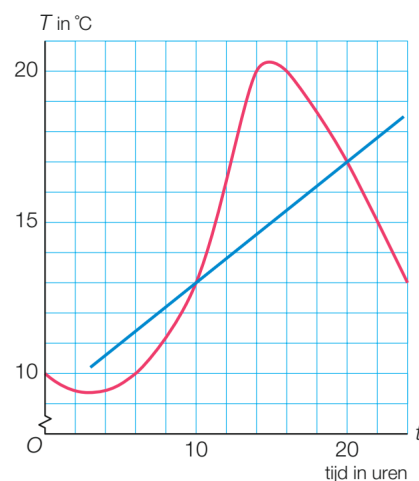
De lijn $T = 20$ snijdt de grafiek bij $t = 14$ en $t = 16$. Dit betekent dat op deze tijdstippen de temperatuur hetzelfde is, en de gemiddelde verandering dus 0°C per uur is.

- d** Op $[0, 6]$ is $\Delta T = 10 - 10 = 0$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{0}{6} = 0^\circ\text{C}$ per uur.

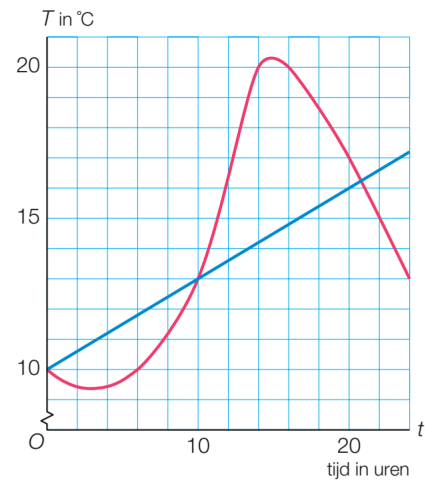
Op $[10, 24]$ is $\Delta T = 13 - 13 = 0$, dus $\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{0}{14} = 0^\circ\text{C}$ per uur.



- e** De lijn met richtingscoëfficiënt 0,4 door het punt $(10, 13)$ snijdt de grafiek bij $t = 20$. Dit betekent dat tussen $t = 10$ en $t = 20$ de temperatuur met gemiddeld $0,4^\circ\text{C}$ per uur veranderd is.



- f** De lijn met richtingscoëfficiënt 0,3 door het punt (0, 10) snijdt de grafiek bij $t = 10$ en $t = 20,8$.
Dus $p = 10$ of $p = 20,8$.



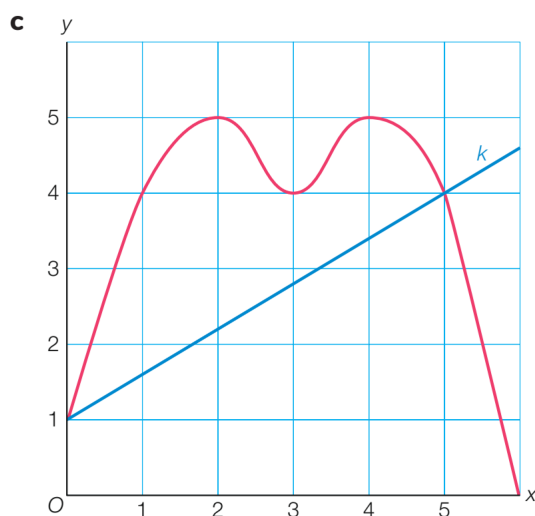
- 30 a** Op $[9, 13]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{13 - 9} = \frac{800}{4} = 200$.
Op $[12, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 2000}{17 - 12} = \frac{-400}{5} = -80$.
b Op $[9, 17]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1600 - 800}{17 - 9} = \frac{800}{8} = 100$, dus $[9, 17]$.
c Op $[15, 18]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{1200 - 1800}{18 - 15} = \frac{-600}{3} = -200$, dus $[15, 18]$.

Bladzijde 66

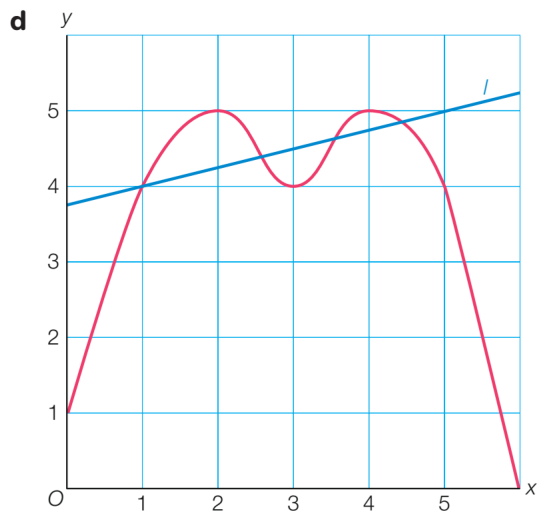
- 31 a** Door (1, 3) en (4, 5), dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 3}{4 - 1} = \frac{2}{3}$.
Dus de helling van de lijn door A en B is $\frac{2}{3}$.
b De gemiddelde verandering op het interval $[1, 4]$ is gelijk aan $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
De helling van de lijn door A en B is ook gelijk aan $\frac{\Delta y}{\Delta x}$.
Dus Emma heeft gelijk.

Bladzijde 67

- 32 a** De gemiddelde verandering op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - 1}{4 - 0} = \frac{4}{4} = 1$.
b Op $[2, 6]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{6 - 2} = \frac{-5}{4} = -1\frac{1}{4}$.



De lijn k door (0, 1) met $rc_k = 0,6$ snijdt de grafiek in het punt (5, 4).
Dus voor $p = 5$.

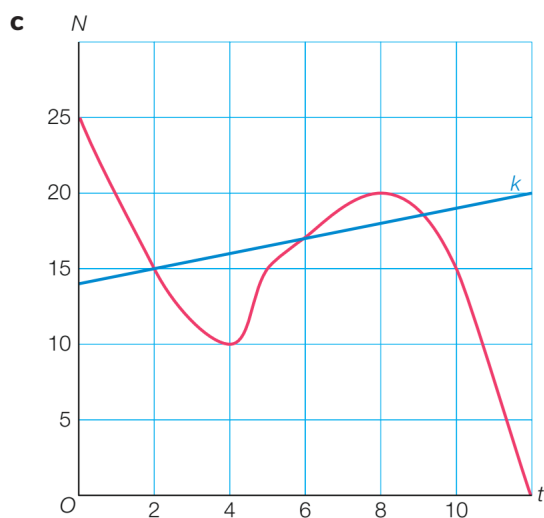


De lijn l door $(1, 4)$ met $rc_l = \frac{1}{4}$ snijdt de grafiek rechts van $x = 1$ in drie punten.
Dus er zijn drie waarden van q waarvoor het differentiequotiënt van y op $[1, q]$ gelijk is aan $\frac{1}{4}$.

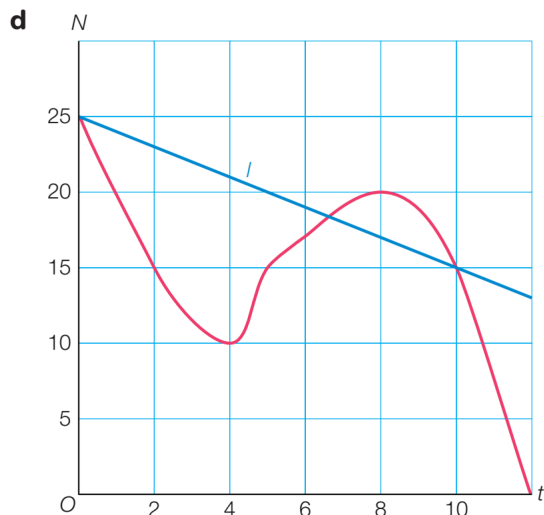
Bladzijde 68

33 a De gemiddelde verandering op $[2, 8]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{20 - 15}{8 - 2} = \frac{5}{6}$.

b Op $[4, 12]$ is $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{0 - 10}{12 - 4} = -\frac{10}{8} = -1\frac{1}{4}$.



De lijn k door $(2, 15)$ met $rc_k = 0,5$ snijdt de grafiek rechts van $t = 2$ in twee punten.
Dus er zijn twee waarden van p waarvoor het differentiequotiënt van N op $[2, p]$ gelijk is aan $0,5$.



De lijn l door $(0, 25)$ met $rc_l = -1$ snijdt de grafiek bij $t = 6,5$ en bij $t = 10$.
Dus voor $q = 6,5$ en voor $q = 10$ is het differentiequotiënt van N op $[0, q]$ gelijk aan -1 .

34 a Door $(0, 2)$.

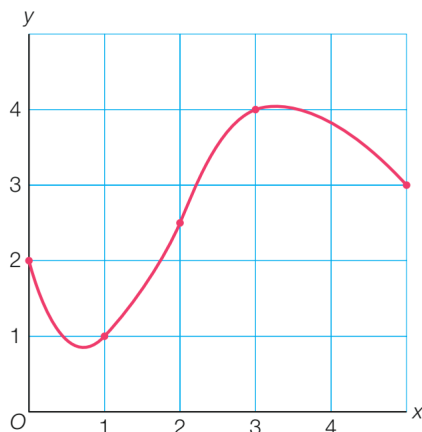
Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{4}$, dus door $(2, 2 + 2 \cdot \frac{1}{4}) = (2, 2\frac{1}{2})$.

Op $[0, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{5}$, dus door $(5, 2 + 5 \cdot \frac{1}{5}) = (5, 3)$.

Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1}{2}$, dus door $(1, 3 - 4 \cdot \frac{1}{2}) = (1, 1)$.

Op $[1, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 1\frac{1}{2}$, dus door $(3, 1 + 2 \cdot 1\frac{1}{2}) = (3, 4)$.

Hieronder zie je een mogelijke grafiek.



b Het differentiequotient op $[3, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - 4}{5 - 3} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$.

c Dat is mogelijk, want bij $x = 4$ is elke y -coördinaat mogelijk, dus ook $y = 5\frac{1}{2}$.

En op $[1, 4]$ geeft dit $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5\frac{1}{2} - 1}{4 - 1} = \frac{4\frac{1}{2}}{3} = 1\frac{1}{2}$.

35 a $f(1) = -2$ en $f(5) = 6$, dus op de grafiek liggen de punten $(1, -2)$ en $(5, 6)$.

Het differentiequotient van $f(x)$ op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{6 - (-2)}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$.

b $f(0) = 1$ en $f(4) = 1$, dus op de grafiek liggen de punten $(0, 1)$ en $(4, 1)$.

Het differentiequotient van $f(x)$ op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{1 - 1}{4 - 0} = 0$.

Bladzijde 69

36 a Invoeren van de formule van f geeft de schets hiernaast.

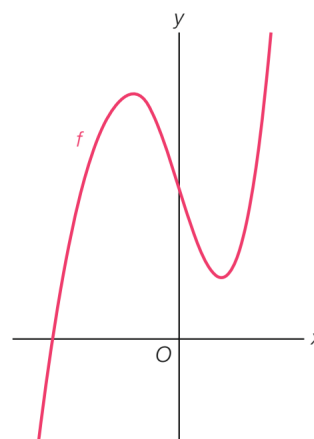
b De gemiddelde verandering van $f(x)$ op $[1, 3]$ is

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(1)}{3 - 1} = \frac{23 - 3}{2} = 10.$$

c Het differentiequotient van $f(x)$ op $[-2, 4]$ is

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(-2)}{4 - (-2)} = \frac{57 - 3}{6} = 9.$$

d De helling van lijn AB is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)} = \frac{3 - (-13)}{4} = 4$.



37 a De gemiddelde verandering van $f(x)$ op $[-1, 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(-1)}{1 - (-1)} = \frac{0,4 - (-7,6)}{2} = \frac{8}{2} = 4$.

b Het differentiequotient van $f(x)$ op $[-2, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(2) - f(-2)}{2 - (-2)} = \frac{1,4 - 9,4}{4} = \frac{-8}{4} = -2$.

c $f(0) = -5$, dus $A(0, -5)$.

$f(3) = 0,4$, dus $B(3, 0,4)$.

De helling van de lijn AB is $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{0,4 - (-5)}{3 - 0} = \frac{5,4}{3} = 1,8$.

- d** De helling van de lijn CD is gelijk aan de helling van de lijn $y = 2x$.
Dus de helling van de lijn CD is 2.
- e** Invullen van de formule van f en de parabool $y = -x^2 - 0,8x + 11,8$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x_E = -2$, $y_E = 9,4$, $x_F = 3$ en $y_F = 0,4$.
De helling van de lijn EF is $\frac{y_F - y_E}{x_F - x_E} = \frac{0,4 - 9,4}{3 - (-2)} = \frac{-9}{5} = -1,8$.

38 Op $[1, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = 2$ en
op $[1, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(1)}{4 - 1} = \frac{16a + 16 - 3 - (a + 4 - 3)}{3} = \frac{16a + 16 - 3 - a - 4 + 3}{3} = \frac{15a + 12}{3}$.
Dus $\frac{15a + 12}{3} = 2$
 $15a + 12 = 6$
 $15a = -6$
 $a = -\frac{2}{5}$
Dit geeft $f(x) = -\frac{2}{5}x^2 + 4x - 3$.
Op $[0, 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(0)}{1 - 0} = \frac{\frac{3}{5} - (-3)}{1} = 3\frac{3}{5}$.

39 a Op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{3^3 + 3 - (2^3 + 2)}{3 - 2} = \frac{30 - 10}{1} = 20$ m/s.
b Op $[2; 2,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,5^3 + 2,5 - (2^3 + 2)}{2,5 - 2} = \frac{18,125 - 10}{0,5} = 16,25$ m/s.
Op $[2; 2,1]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,1^3 + 2,1 - (2^3 + 2)}{2,1 - 2} = \frac{11,361 - 10}{0,1} = 13,61$ m/s.
Op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,01^3 + 2,01 - (2^3 + 2)}{2,01 - 2} = \frac{10,130601 - 10}{0,01} = 13,0601$ m/s.
Op $[2; 2,001]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,001^3 + 2,001 - (2^3 + 2)}{2,001 - 2} = \frac{10,013006... - 10}{0,001} \approx 13,0060$ m/s.
c Op een kleiner wordend interval komt de gemiddelde snelheid steeds dichterbij 13 m/s.
De gemiddelde snelheid op $[2; 2,0001]$ is
 $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{2,0001^3 + 2,0001 - (2^3 + 2)}{2,0001 - 2} = \frac{10,00130006... - 10}{0,0001} \approx 13,0006$ m/s.
d 13 m/s

Bladzijde 71

40 Op $[1; 1,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{8 - \frac{5}{1,01 + 2} - \left(8 - \frac{5}{1 + 2}\right)}{0,01} = 0,553...$

De snelheid op $t = 1$ is bij benadering 0,55 m/s.

Op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{8 - \frac{5}{2,01 + 2} - \left(8 - \frac{5}{2 + 2}\right)}{0,01} = 0,311...$

De snelheid op $t = 2$ is bij benadering 0,31 m/s.

41 a Op $[2; 2,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{8,04 + 1} - 10 - (10\sqrt{8 + 1} - 10)}{0,01} = 6,659...$

De snelheid op $t = 2$ is bij benadering 6,66 m/s.

Op $[20; 20,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{80,04 + 1} - 10 - (10\sqrt{80 + 1} - 10)}{0,01} = 2,221...$

De snelheid op $t = 20$ is bij benadering 2,22 m/s.

b Op $[11; 11,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{10\sqrt{44,04+1} - 10 - (10\sqrt{44+1} - 10)}{0,01} = 2,980\dots$

De snelheid op $t = 11$ is bij benadering 2,98 m/s.

Het gemiddelde van de snelheden op $t = 2$ en op $t = 20$ is $\frac{6,659\dots + 2,221\dots}{2} = 4,440\dots$

Dit is niet gelijk aan de snelheid op $t = 11$.

42 Op $[3; 3,001]$ is $\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1,20 \cdot 1,15^{3,001} - 1,20 \cdot 1,15^3}{0,001} = 0,2550\dots$

De snelheid op $t = 3$ is bij benadering 0,26 m²/dag.

43 Op $[0,5; 0,501]$ is $\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\frac{10 \cdot 2^{0,501}}{2^{0,501}+1} - \frac{10 \cdot 2^{0,5}}{2^{0,5}+1}}{0,001} = 1,6817\dots$ en $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\frac{10}{2^{0,501}+1} - \frac{10}{2^{0,5}+1}}{0,001} = -1,6817\dots$

Op $[1,5; 1,501]$ is $\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\frac{10 \cdot 2^{1,501}}{2^{1,501}+1} - \frac{10 \cdot 2^{1,5}}{2^{1,5}+1}}{0,001} = 1,3373\dots$ en $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\frac{10}{2^{1,501}+1} - \frac{10}{2^{1,5}+1}}{0,001} = -1,3373\dots$

Op $[2,5; 2,501]$ is $\frac{\Delta M}{\Delta t} = \frac{\frac{10 \cdot 2^{2,501}}{2^{2,501}+1} - \frac{10 \cdot 2^{2,5}}{2^{2,5}+1}}{0,001} = 0,8846\dots$ en $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{\frac{10}{2^{2,501}+1} - \frac{10}{2^{2,5}+1}}{0,001} = -0,8846\dots$

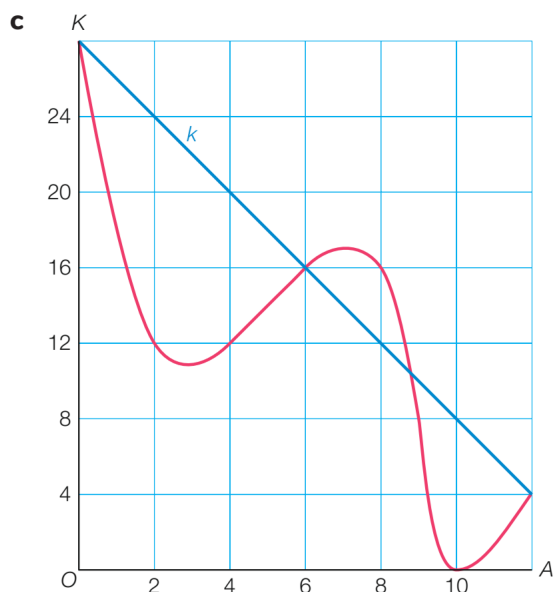
Dus de snelheid waarmee M op een willekeurige moment van een dag toeneemt, is volgens deze berekeningen gelijk aan de snelheid waarmee N op hetzelfde moment afneemt.

Bladzijde 72

C5 $\frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{400 - 100}{1,5} = \frac{300}{1,5} = 200$ auto's per uur.

C6 a Het differentiequotiënt op $[4; 8]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{16 - 12}{8 - 4} = \frac{4}{4} = 1$.

b De gemiddelde verandering op $[2; 10]$ is $\frac{\Delta K}{\Delta A} = \frac{0 - 12}{10 - 2} = \frac{-12}{8} = -1\frac{1}{2}$.



De lijn k door $(0, 28)$ met $rc_k = -2$ snijdt de grafiek rechts van $A = 0$ in drie punten.

Dus er zijn drie waarden van p waarvoor het differentiequotiënt van K op $[0, p]$ gelijk is aan -2 .

C7 a Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[0; 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(0)}{3 - 0} = \frac{-1 - 5}{3} = -2$.

b De gemiddelde verandering van $f(x)$ op $[-3; 1]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(1) - f(-3)}{1 - (-3)} = \frac{3 - (-61)}{4} = 16$.

c $f(-4) = -127$, dus $A(-4, -127)$.

$f(4) = 9$, dus $B(4, 9)$.

De helling van de lijn AB is $\frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{9 - (-127)}{4 - (-4)} = \frac{136}{8} = 17$.

C8 Op $[3; 3,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,4 \cdot 3,01^2 - 0,4 \cdot 3^2}{0,01} = 2,404$.

De snelheid op $t = 3$ is bij benadering 2,40 m/s.

Op $[5; 5,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{0,4 \cdot 5,01^2 - 0,4 \cdot 5^2}{0,01} = 4,004$.

De snelheid op $t = 5$ is bij benadering 4,00 m/s.

2.3 Raaklijnen en hellinggrafieken

Bladzijde 73

44 a Op $[2, 5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-5^2 + 10 \cdot 5 - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{5 - 2} = \frac{25 - 16}{3} = 3$ m/s.

Op $[2, 4]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-4^2 + 10 \cdot 4 - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{4 - 2} = \frac{24 - 16}{2} = 4$ m/s.

Op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-3^2 + 10 \cdot 3 - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{3 - 2} = \frac{21 - 16}{1} = 5$ m/s.

Op $[2; 2,5]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{-2,5^2 + 10 \cdot 2,5 - (-2^2 + 10 \cdot 2)}{2,5 - 2} = \frac{18,75 - 16}{0,5} = 5,5$ m/s.

b De richtingscoëfficiënt van de lijn AB_4 komt het dichtst in de buurt bij die van k .

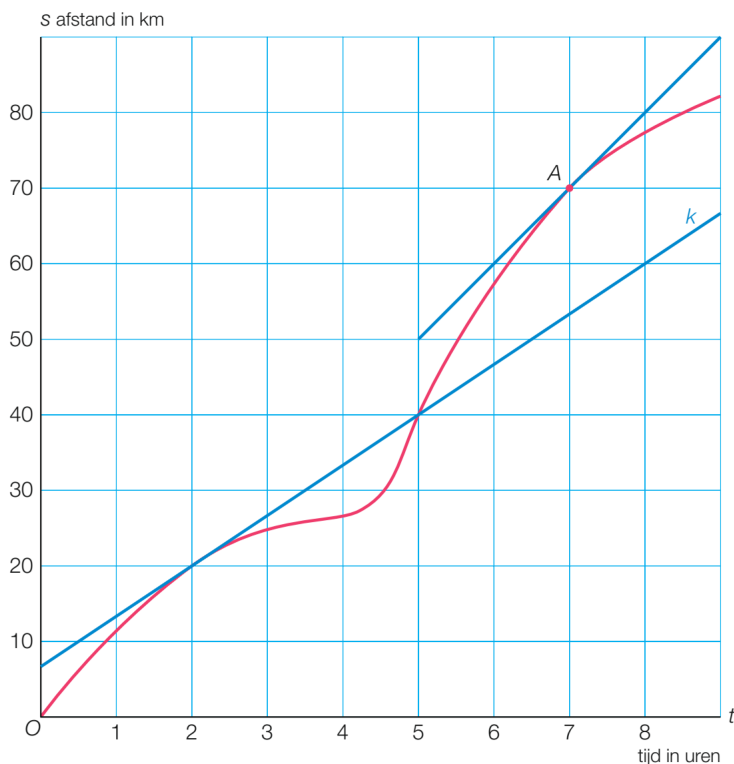
Bladzijde 75

45 a De raaklijn gaat door de punten $(5, 50)$ en $(8, 80)$.

De richtingscoëfficiënt is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{80 - 50}{8 - 5} = 10$.

De snelheid op $t = 7$ is ongeveer 10 km/u.

b



Raaklijn k door $(2, 20)$ en $(5, 40)$, dus $rc_k = \frac{40 - 20}{5 - 2} = 6,66\dots$

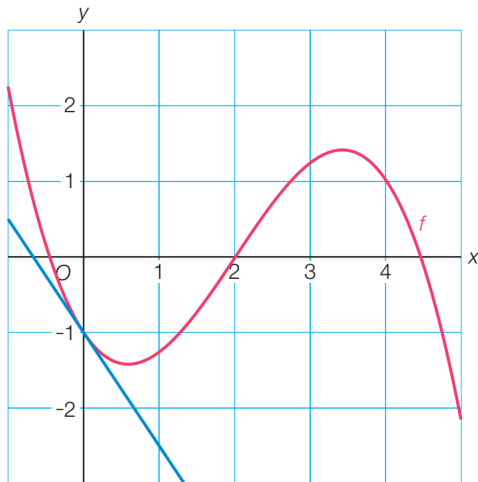
De snelheid op $t = 2$ is ongeveer 6,7 km/u.

- c** Omdat de grafiek afnemend stijgend is op $[0, 4]$, neemt de snelheid gedurende de eerste vier uur af.
d Voor $t = 4$ is de snelheid minimaal omdat de richtingscoëfficiënt van de raaklijn daar het kleinst is.

Bladzijde 76

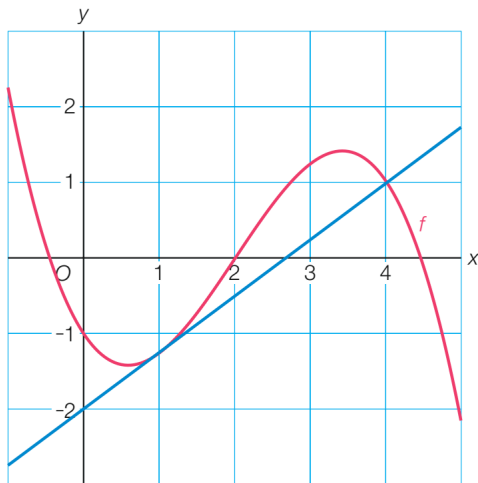
46

a



Raaklijn door $(0, -1)$ en $(1, -2,5)$, dus $rc = \frac{-2,5 - (-1)}{1 - 0} = -1,5$.

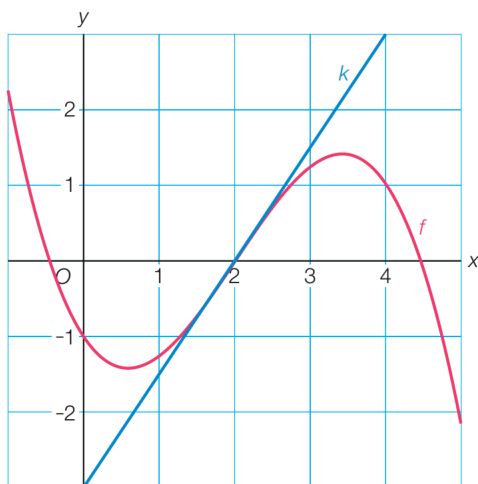
De snelheid waarmee y verandert voor $x = 0$ is $-1,5$.



Raaklijn door $(0, -2)$ en $(4, 1)$, dus $rc = \frac{1 - (-2)}{4 - 0} = 0,75$.

De snelheid waarmee y verandert voor $x = 1$ is ongeveer $0,8$.

- b** Voor $x = 2$ krijg je de raaklijn met de grootste richtingscoëfficiënt.
 Dus voor $x = 2$ is de snelheid maximaal.



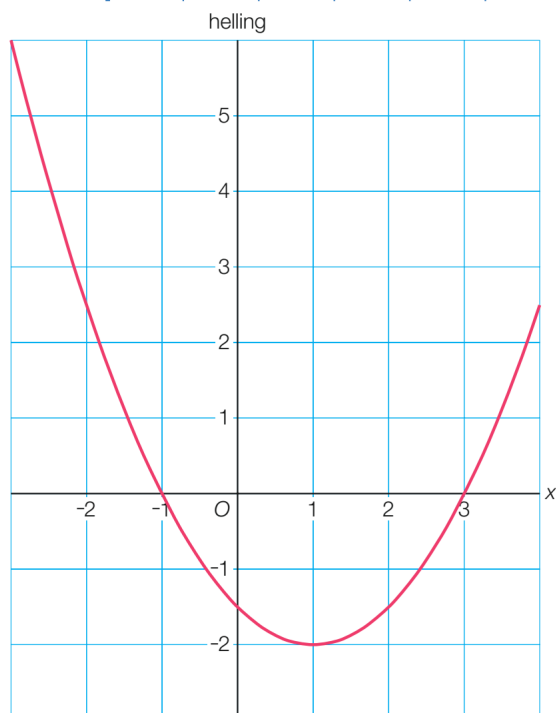
Raaklijn k door $(0, -3)$ en $(4, 3)$, dus $rc_k = \frac{3 - (-3)}{4 - 0} = 1\frac{1}{2}$.

Dus $k: y = 1\frac{1}{2}x - 3$.

47

a	x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
	helling	6	2,5	0	-1,5	-2	-1,5	0	2,5

b

c Bij de toppen van de grafiek van f .d De in vraag b getekende kromme ligt daar onder de x -as.

Bladzijde 78

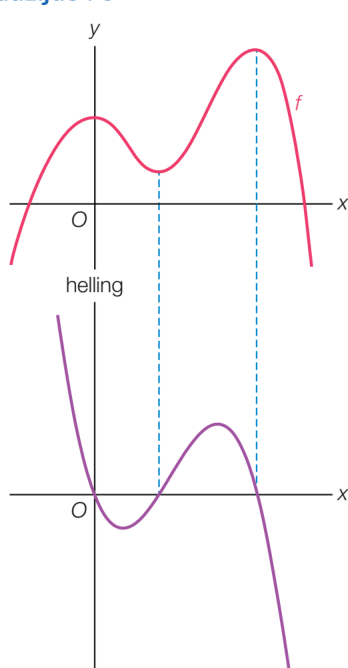
48

a De hellinggrafiek heeft op $\langle 2, 5 \rangle$ een hoogste punt.b De helling is daar minimaal. Dus de grafiek van f gaat daar over van toenemend dalend naar afnemend dalend.

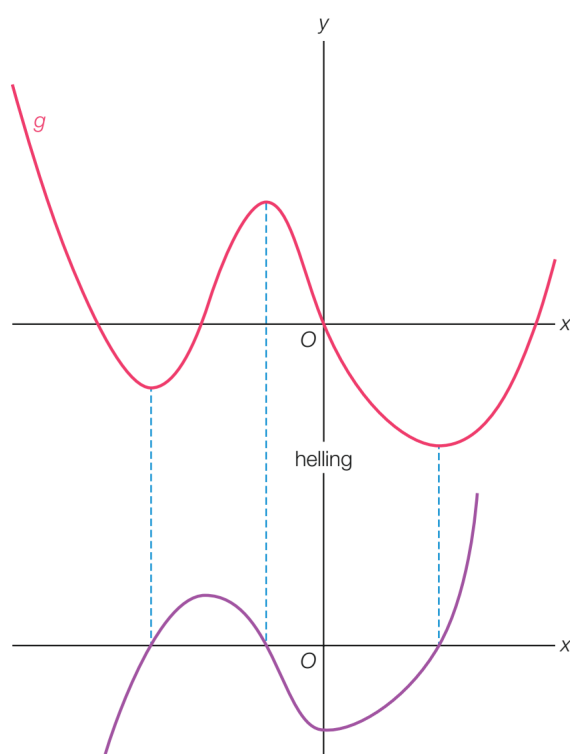
Bladzijde 79

49

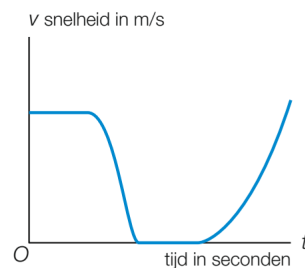
a



b

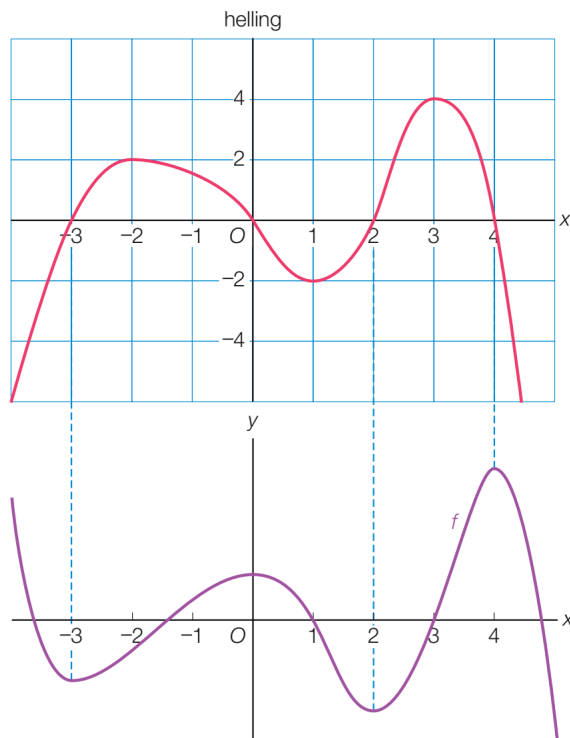


- 50 a** De hellinggrafiek geeft de verandering van de gewone grafiek aan. Bij een tijd-afstandgrafiek is de verandering de snelheid. Dit geeft dus een tijd-snelheidgrafiek.
- b** De tijd-snelheidgrafiek hiernaast hoort bij de tijd-afstandgrafiek. In het begin is de verandering van de afstand constant, en dus blijft de snelheid gelijk. Daarna verandert de afstand niet meer, en dus is de snelheid gelijk aan 0. Vervolgens neemt de afstand steeds sneller toe, en dus neemt de snelheid ook steeds meer toe.



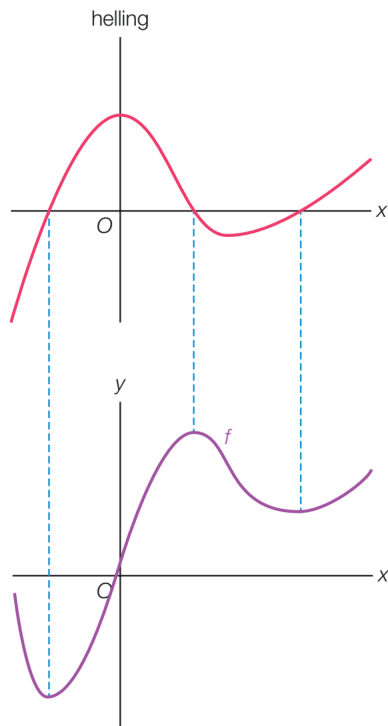
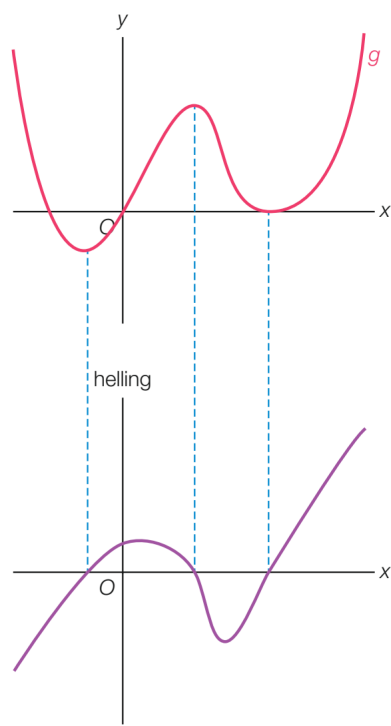
Bladzijde 80

- 51** Bij f hoort hellinggrafiek B.
 Bij g hoort hellinggrafiek D.
 Bij h hoort hellinggrafiek A.
 Bij k hoort hellinggrafiek C.
- 52 a** De grafiek van f is dalend op $\langle \leftarrow, -3 \rangle$ omdat de helling van de grafiek op $\langle \leftarrow, -3 \rangle$ kleiner is dan 0.
- b** De grafiek van f heeft een top bij $x = -3$ omdat de hellinggrafiek daar de x -as snijdt. Dat is een laagste punt.
- c** De grafiek van f is stijgend op $\langle -3, 0 \rangle$.
- d** De grafiek van f heeft een hoogste punt bij $x = 0$. De grafiek gaat bij $x = 0$ over van stijgend (hellinggrafiek ligt boven de x -as) naar dalend (hellinggrafiek ligt onder de x -as).
- e**

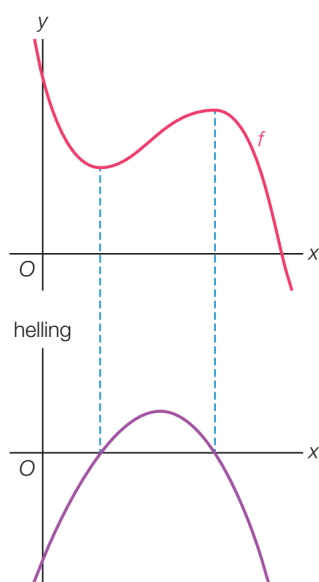
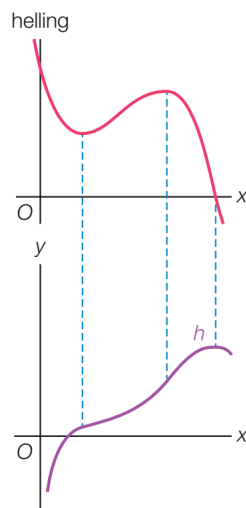
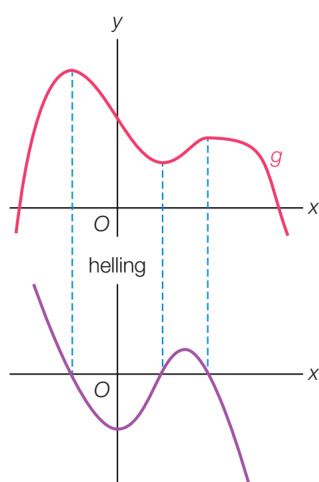
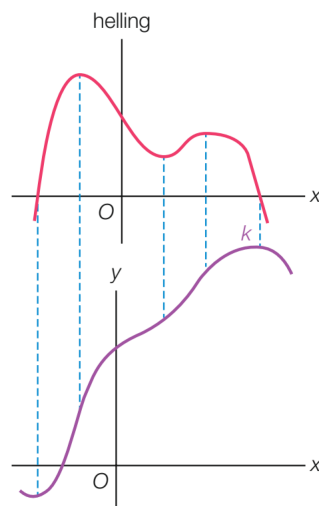


Bladzijde 81

- 53** Elk snijpunt van de hellinggrafiek met de x -as is een top van de grafiek van f . Als de helling overgaat van positief naar negatief dan gaat de grafiek van f van stijgend naar dalend, dus dan is de top een hoogste punt. Dat gebeurt drie keer, dus drie van de toppen zijn hoogste punten.



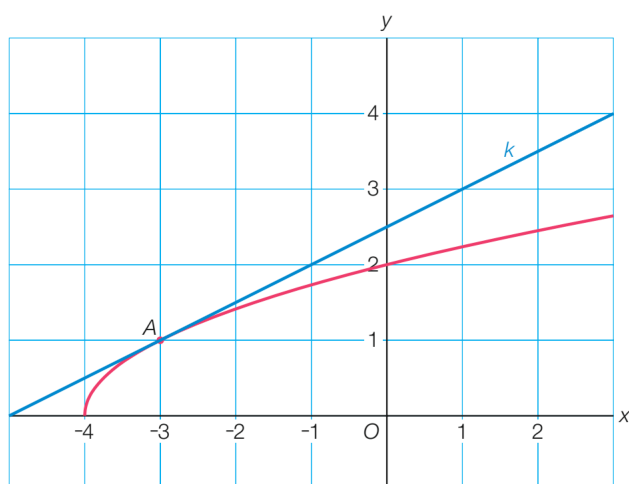
Bladzijde 82



Bladzijde 83

56 a Het differentiequotiënt op $[-3; -2,99]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\sqrt{-2,99+4} - \sqrt{-3+4}}{0,01} = \frac{1,0049... - 1}{0,01} \approx 0,5$.

b



Raaklijn k door $(-3, 1)$ en $(-1, 2)$, dus $rc_k = \frac{2-1}{-1-(-3)} = 0,5$.

c Het differentiequotiënt bij punt A is gelijk aan de helling van de raaklijn in punt A .

Bladzijde 84

57 a Bij de grafiek van de numerieke afgeleide kun je de y -waarde berekenen die hoort bij $x = 2$. Je krijgt dan als uitkomst -3 , dus de helling is gelijk aan -3 .

b Gebruiken van de optie minimum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x = 1$.

$f(1) = -1,2$, dus het punt op de grafiek van f dat hierbij hoort is $(1; -1,2)$.

De numerieke afgeleide heeft hier een minimum, dus de helling is hier minimaal.

De grafiek van f daalt in dit punt dus het sterkst.

58 a Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 2$ geeft de helling $0,8$.

b Invoeren van de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = -3$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -0,47$ en $x \approx 7,13$. Dus voor $x \approx -0,47$ en voor $x \approx 7,13$ is de helling van de grafiek gelijk aan -3 .

Bladzijde 85

59 a Invoeren van de formule van f , de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = 10$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -3,68$, $x \approx -0,11$ en $x \approx 6,04$. Dus voor $x \approx -3,68$, voor $x \approx -0,11$ en voor $x \approx 6,04$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan 10 .

b Invoeren van de formule van g , de numerieke afgeleide van g en de lijn $y = 3$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 0,458$ en $x \approx 2,354$.

Dus voor $x \approx 0,458$ en voor $x \approx 2,354$ is de helling van de grafiek van g gelijk aan 3 .

60 a $t = 0$ geeft $s = 0$ en $t = 8$ geeft $s = 89,6$. Dus in de eerste acht seconden wordt $89,6$ meter afgelegd.

b Invoeren van de formule van s en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 4$ geeft de helling $14,4$. Dus de snelheid op $t = 4$ is $14,4$ m/s.

c Gebruik van de optie dy/dx met $x = 5$ geeft de helling 15 .

Dus de snelheid op $t = 5$ is 15 m/s.

Gebruik van de optie dy/dx met $x = 7$ geeft de helling $12,6$.

Dus de snelheid op $t = 7$ is $12,6$ m/s.

Dus op $[5, 7]$ neemt de snelheid met $15 - 12,6 = 2,4$ m/s af.

d Invoeren van de numerieke afgeleide van s en de lijn $y = 12$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 2,8$ en $x \approx 7,2$. Dus voor $t \approx 2,8$ en $t \approx 7,2$ is de snelheid gelijk aan 12 m/s.

- 61** **a** Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 2$ geeft de helling 0,8.
- b** Invoeren van de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = 1$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 0,10$ en $x \approx 1,80$. Dus voor $x \approx 0,10$ en voor $x \approx 1,80$ is de helling van de grafiek gelijk aan 1.
- c** Gebruiken van de optie minimum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x \approx -0,577$ en $y \approx -3,248$.
Gebruiken van de optie maximum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x \approx 0,577$ en $y \approx 3,248$.
Dus de toppen van de hellinggrafiek zijn $(-0,577; -3,248)$ en $(0,577; 3,248)$.
- d** De grafiek van f stijgt het sterkst als de numerieke afgeleide een maximum heeft, dus bij $x \approx 0,577$.
 $f(0,577...) \approx 2,25$, dus de grafiek van f stijgt het sterkst in $(0,58; 2,25)$.
- 62** **a** Invoeren van de formules van f en g en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x_A = 2$, $y_A = -1,5$, $x_B = 5$ en $y_B = 6$, dus $A(2; -1,5)$ en $B(5; 6)$.
Gebruiken van de optie dy/dx bij de grafiek van f met $x = 2$ geeft de helling 1.
Dus de richtingscoëfficiënt van k is 1.
- b** De lijn l gaat door $(2; -1,5)$ en $(5; 6)$, dus $rc_l = \frac{6 - (-1,5)}{5 - 2} = \frac{7,5}{3} = 2,5$.
- c** Gebruiken van de optie dy/dx bij de grafiek van g met $x = 5$ geeft de helling 1.
Dus de richtingscoëfficiënt van m is 1.
- d** Gebruiken van de optie minimum bij de grafiek van f geeft $x_C = 1$ en $y_C = -2$, dus $C(1; -2)$.
Gebruiken van de optie maximum bij de grafiek van g geeft $x_D = 6$ en $y_D = 6,5$, dus $D(6; 6,5)$.
De lijn n gaat door $(1; -2)$ en $(6; 6,5)$, dus $rc_n = \frac{6,5 - (-2)}{6 - 1} = \frac{8,5}{5} = 1,7$.
- e** Gebruiken van de optie nulpunt bij de grafiek van f geeft $x_E = 3$.
Gebruiken van de optie dy/dx bij de grafiek van f met $x = 3$ geeft de helling 2.
Invoeren van de numerieke afgeleide van g en de lijn $y = 2$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = 4$.
 $g(4) = 4,5$, dus in het punt $P(4; 4,5)$ is de helling van de grafiek van g gelijk aan de helling van de grafiek van f in E .
- 63** **a** Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie minimum geeft $x_A = -2$, $y_A \approx 0,67$, $x_C = 3$ en $y_C = -9,75$.
Gebruiken van de optie maximum geeft $x_B = 0$ en $y_B = 6$.
Dus de toppen zijn $A(-2; 0,67)$, $B(0; 6)$ en $C(3; -9,75)$.
- b** Invoeren van de numerieke afgeleide van f en gebruiken van de optie maximum geeft $x = -1,119...$
 $f(-1,119...) \approx 3,10$ dus tussen A en B stijgt de grafiek van f het sterkst in het punt $(-1,12; 3,10)$.
- c** Gebruiken van de optie minimum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x = 1,786...$
 $f(1,786...) \approx -2,93$, dus tussen B en C daalt de grafiek van f het sterkst in het punt $(1,79; -2,93)$.

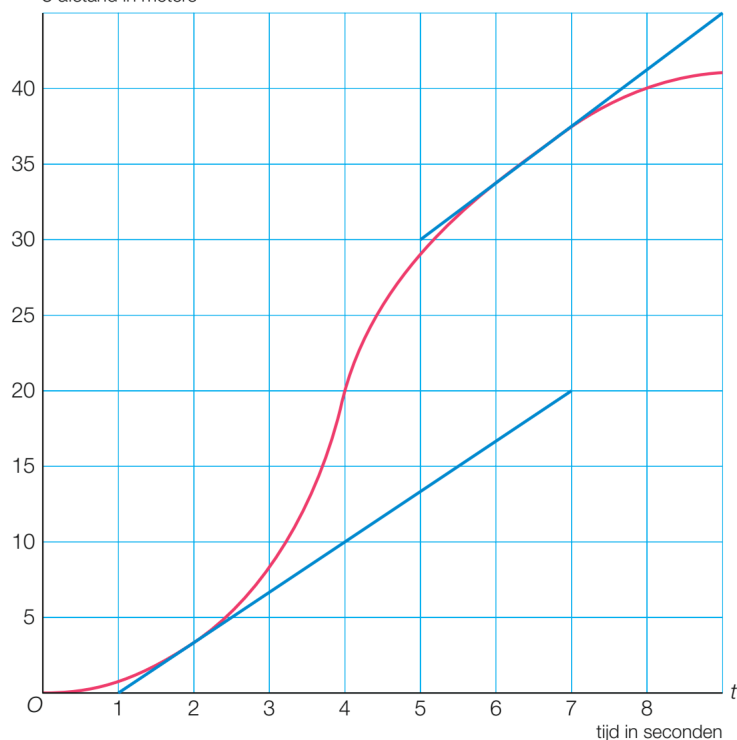
Bladzijde 86

- 64** **a** Invoeren van de formule van H en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 1$ geeft de helling $-57,94...$
Dus de hoeveelheid neemt af met een snelheid van 57,9 mg per uur.
- b** Op $t = 2$ is er nog $\frac{600 \cdot 2}{4^2} = \frac{1200}{16} = 75$ mg aanwezig.
Gebruiken van de optie dy/dx met $x = 2$ geeft de helling $-66,47...$, dus de hoeveelheid neemt vanaf $t = 2$ af met 66,47... mg per uur.
Het duurt dan nog $\frac{75}{66,47...} \approx 1,1$ uur.
Dus voor $t = 2 + 1,1 = 3,1$.

C9

a

s afstand in meters



De raaklijn gaat door de punten (1, 0) en (7, 20).

De richtingscoëfficiënt is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{20 - 0}{7 - 1} \approx 3,3$.

De snelheid op $t = 2$ is ongeveer 3,3 m/s.

De raaklijn gaat door de punten (5, 30) en (9, 45).

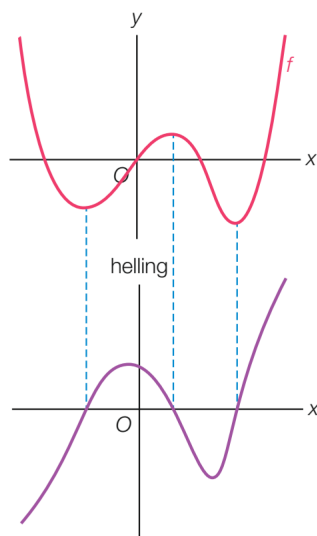
De richtingscoëfficiënt is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{45 - 30}{9 - 5} \approx 3,8$.

De snelheid op $t = 7$ is ongeveer 3,8 m/s.

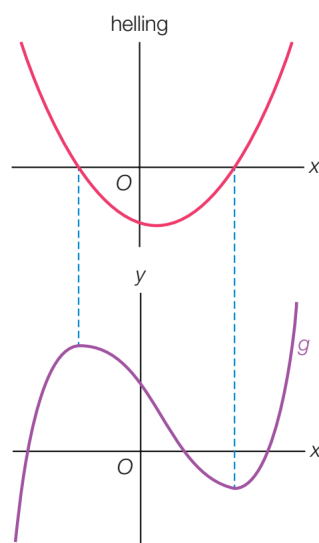
- b Voor $t = 4$ is de snelheid maximaal omdat de richtingscoëfficiënt van de raaklijn daar het grootst is.

C10

a



b



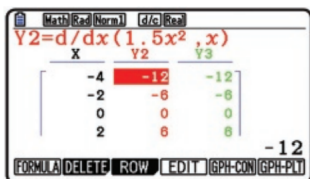
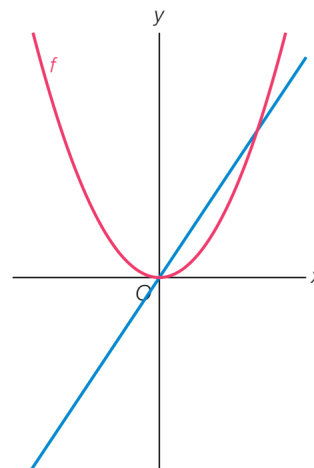
- C11** a Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie dy/dx met $x = -2$ geeft de helling 0,96.
 b Invoeren van de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = -1$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -0,36$ en $x \approx 1,17$.
 Dus voor $x \approx -0,36$ en voor $x \approx 1,17$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan -1 .
 c Gebruiken van de optie maximum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x = -1,099 \dots$.
 $f(-1,099 \dots) \approx 3,35$, dus in het punt $(-1,10; 3,35)$ stijgt de grafiek van f het sterkst.

2.4 Differentiëren

Bladzijde 90

- V1** a $(x-5)^2 = x^2 - 10x + 25$
 b $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$
 c $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$
 d $(2x+5)^2 = 4x^2 + 20x + 25$
 e $(5-4y)^2 = 25 - 40y + 16y^2$
 f $(2p-7)(2p+7) = 4p^2 - 49$
- V2** a $2(x-4)^2 = 2(x^2 - 8x + 16) = 2x^2 - 16x + 32$
 b $-3(x+8)^2 = -3(x^2 + 16x + 64) = -3x^2 - 48x - 192$
 c $-(x-1)^2 = -(x^2 - 2x + 1) = -x^2 + 2x - 1$
 d $5(a-3)(a+3) = 5(a^2 - 9) = 5a^2 - 45$
 e $-2(t+12)(t-12) = -2(t^2 - 144) = -2t^2 + 288$
 f $5(2x+1)^2 = 5(4x^2 + 4x + 1) = 20x^2 + 20x + 5$

- 65** a Zie de figuur hiernaast.
 b De formule van de lijn is $y = 3x$.



- 66** a In elk punt van de grafiek van g is de helling 3, want de grafiek van g is een lijn met richtingscoëfficiënt 3.
 b $y = 3$

67 $y = 0$

Bladzijde 91

- 68** a $f(x) = 5x^2 - 7x + 5$ geeft $f'(x) = 10x - 7$
 b $g(x) = -2\frac{1}{2}x^2 + 4x + 3$ geeft $g'(x) = -5x + 4$
 c $h(x) = 0,02x^2 + 1,7x$ geeft $h'(x) = 0,04x + 1,7$
 d $k(x) = 7x + 10$ geeft $k'(x) = 7$
- 69** a $f(x) = -12x^2 + 30x$ geeft $f'(x) = -24x + 30$
 b $g(x) = (2x-7)(8+x) = 16x + 2x^2 - 56 - 7x = 2x^2 + 9x - 56$ geeft $g'(x) = 4x + 9$
 c $h(t) = 100 - (t^2 - 6t) = 100 - t^2 + 6t$ geeft $h'(t) = -2t + 6$
 d $k(q) = -0,01q^2 + 20q$ geeft $k'(q) = -0,02q + 20$
- 70** a $f(x) = 3x - 2(x^2 + 1) = 3x - 2x^2 - 2$ geeft $f'(x) = 3 - 4x$
 b $P(q) = 0,05q^2 - 200q$ geeft $P'(q) = 0,1q - 200$
 c $g(x) = 3(2x-3)^2 = 3(4x^2 - 12x + 9) = 12x^2 - 36x + 27$ geeft $g'(x) = 24x - 36$
 d $h(a) = 50 - (\frac{1}{2}a - 4)^2 = 50 - (\frac{1}{4}a^2 - 4a + 16) = -\frac{1}{4}a^2 + 4a + 34$ geeft $h'(a) = -\frac{1}{2}a + 4$

- 71** a $f(x) = (5x + 7)(4 - 3x) = 20x - 15x^2 + 28 - 21x = -15x^2 - x + 28$ geeft $f'(x) = -30x - 1$
 b $g(x) = (3x + 6)^2 = 9x^2 + 36x + 36$ geeft $g'(x) = 18x + 36$
 c $h(x) = 5(x - 3)^2 + 5(x - 1) + 8 = 5(x^2 - 6x + 9) + 5x - 5 + 8$
 $= 5x^2 - 30x + 45 + 5x - 5 + 8 = 5x^2 - 25x + 48$ geeft $h'(x) = 10x - 25$
 d $k(x) = -3(x - 1)(x + 1) - 8(x - 7) = -3(x^2 - 1) - 8x + 56$
 $= -3x^2 + 3 - 8x + 56 = -3x^2 - 8x + 59$ geeft $k'(x) = -6x - 8$

- 72** a $f(x) = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 5$ geeft $f'(x) = \frac{1}{2}x - 2$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = \frac{1}{2}x - 2$.
 b $x = 6$ geeft helling $= \frac{1}{2} \cdot 6 - 2 = 1$
 c helling $= -1$ geeft $\frac{1}{2}x - 2 = -1$
 $\frac{1}{2}x = 1$
 $x = 2$

Bladzijde 92

- 73** a $f(x) = -2x^2 + 4x - 5$ geeft $f'(x) = -4x + 4$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = -4x + 4$.
 $x = -3$ geeft helling $= -4 \cdot -3 + 4 = 16$
 b helling $= 5$ geeft $-4x + 4 = 5$
 $-4x = 1$
 $x = -\frac{1}{4}$

- 74** $f(x) = 0$ geeft $\frac{1}{2}(2x + 3)(2x - 5) = 0$
 $2x + 3 = 0 \vee 2x - 5 = 0$
 $2x = -3 \vee 2x = 5$
 $x = -1\frac{1}{2} \vee x = 2\frac{1}{2}$

Dus $x_A = 2\frac{1}{2}$.

$$f(x) = \frac{1}{2}(2x + 3)(2x - 5) = \frac{1}{2}(4x^2 - 10x + 6x - 15) = \frac{1}{2}(4x^2 - 4x - 15) = 2x^2 - 2x - 7\frac{1}{2}$$

geeft $f'(x) = 4x - 2$

Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 4x - 2$.

$x = 2\frac{1}{2}$ geeft helling $= 4 \cdot 2\frac{1}{2} - 2 = 8$

Dus de helling van de grafiek van f in A is 8.

- 75** a *
- b Je kunt nagaan dat de grafiek van f' door het punt $(1, 1)$ gaat.
 $f'(1) = 1$ geeft $a \cdot 1^2 = 1$, dus $a = 1$.
 *

Bladzijde 93

- 76** a $f(x) = -2x^7 - 3x^5 + 3,4$ geeft $f'(x) = -14x^6 - 15x^4$
 b $k(q) = 1 + q + \frac{1}{2}q^2 + \frac{1}{6}q^3$ geeft $k'(q) = 1 + q + \frac{1}{2}q^2$
 c $g(x) = 7(3x - 2)(x^2 + 2x) = 7(3x^3 + 6x^2 - 2x^2 - 4x) = 7(3x^3 + 4x^2 - 4x) = 21x^3 + 28x^2 - 28x$
 geeft $g'(x) = 63x^2 + 56x - 28$
 d $h(x) = 3px^8 - px^4$ geeft $h'(x) = 24px^7 - 4px^3$
 e $L(x) = x^3 + a$ geeft $L'(x) = 3x^2$
 f $K(t) = at^4 - 2at^3 + a^2$ geeft $K'(t) = 4at^3 - 6at^2$

- 77** a $f(x) = (4x^2 - 9)(4x^2 + 9) = 16x^4 - 81$ geeft $f'(x) = 64x^3$
 b $g(x) = 4x(x^2 - 4)(x^2 - 9) = 4x(x^4 - 9x^2 - 4x^2 + 36) = 4x(x^4 - 13x^2 + 36) = 4x^5 - 52x^3 + 144x$
 geeft $g'(x) = 20x^4 - 156x^2 + 144$
 c $h(x) = (2x^3 - 4)^2 = 4x^6 - 16x^3 + 16$ geeft $h'(x) = 24x^5 - 48x^2$
 d $k(x) = (3x^2 - 1)^2 - p(3x^2 - 1) = 9x^4 - 6x^2 + 1 - 3px^2 + p$
 geeft $k'(x) = 36x^3 - 12x - 6px$

78 a $x^2 - 5x = 0$

$$x(x - 5) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 5$$

b $x^2 - 5x = 14$

$$x^2 - 5x - 14 = 0$$

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 7$$

c $x^2 - 5 = 14$

$$x^2 = 19$$

$$x = \sqrt{19} \vee x = -\sqrt{19}$$

d $x^2 - 5x = 14x$

$$x^2 - 19 = 0$$

$$x(x - 19) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 19$$

e $(2x - 1)(3x + 6) = 0$

$$2x = 1 \vee 3x = -6$$

$$x = \frac{1}{2} \vee x = -2$$

f $(2x - 1)(3x + 6) = 9x$

$$6x^2 + 12x - 3x - 6 = 9x$$

$$6x^2 + 9x - 6 = 9x$$

$$6x^2 - 6 = 0$$

$$6x^2 = 6$$

$$x^2 = 1$$

$$x = 1 \vee x = -1$$

g $3x(2x - 1) = 6$

$$6x^2 - 3x = 6$$

$$6x^2 - 3x - 6 = 0$$

$$2x^2 - x - 2 = 0$$

$$D = (-1)^2 - 4 \cdot 2 \cdot -2 = 17, \text{ dus } \sqrt{D} = \sqrt{17}$$

$$x = \frac{1 + \sqrt{17}}{4} \vee x = \frac{1 - \sqrt{17}}{4}$$

h $3x(2x - 1) = 9x - 6$

$$6x^2 - 3x = 9x - 6$$

$$6x^2 - 12x + 6 = 0$$

$$x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$(x - 1)(x - 1) = 0$$

$$x = 1$$

79 a $f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + x^2 + x + 5$ geeft $f'(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$

Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1$.

b $x = 4$ geeft helling $= -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 1 = -15$

c helling $= -1$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 1 = -1$

$$-\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$3x^2 - 4x - 4 = 0$$

$$D = (-4)^2 - 4 \cdot 3 \cdot -4 = 64, \text{ dus } \sqrt{D} = 8$$

$$x = \frac{4 + 8}{6} \vee x = \frac{4 - 8}{6}$$

$$x = 2 \vee x = -\frac{2}{3}$$

- 80 a** $f(x) = 2x(x^2 - 1) - 3(x^2 - 1) = 2x^3 - 2x - 3x^2 + 3 = 2x^3 - 3x^2 - 2x + 3$
 geeft $f'(x) = 6x^2 - 6x - 2$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 6x^2 - 6x - 2$.
 $x = -1$ geeft helling $= 6 \cdot (-1)^2 - 6 \cdot -1 - 2 = 10$
- b** helling $= 2\frac{1}{2}$ geeft $6x^2 - 6x - 2 = 2\frac{1}{2}$
 $6x^2 - 6x - 4\frac{1}{2} = 0$
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 6 \cdot -4\frac{1}{2} = 144$, dus $\sqrt{D} = 12$
 $x = \frac{6 + 12}{12} \vee x = \frac{6 - 12}{12}$
 $x = 1\frac{1}{2} \vee x = -\frac{1}{2}$

- 81 a** $s = -0,02t^3 + 1,25t^2$ geeft $s' = -0,06t^2 + 2,5t$
 Dus de formule van de snelheid is $v = -0,06t^2 + 2,5t$.
 $t = 10$ geeft snelheid $= -0,06 \cdot 10^2 + 2,5 \cdot 10 = 19$ m/s
 Dus de snelheid op $t = 10$ is $19 \cdot 3,6 \approx 68$ km/u.
- b** snelheid $= 24$ geeft $-0,06t^2 + 2,5t = 24$
 $-0,06t^2 + 2,5t - 24 = 0$
 $D = (2,5)^2 - 4 \cdot -0,06 \cdot -24 = 0,49$, dus $\sqrt{D} = 0,7$
 $t = \frac{-2,5 + 0,7}{-0,12} \vee t = \frac{-2,5 - 0,7}{-0,12}$
 $t = 15 \vee t = 26\frac{2}{3}$
 Dus op $t = 15$ en op $t = 26\frac{2}{3}$ is de snelheid 24 m/s.

Bladzijde 94

- 82** $f(x) = ax^4 - 3x^2 + 2ax$ geeft $f'(x) = 4ax^3 - 6x + 2a$
 $f'(2) = 5$ geeft $4a \cdot 2^3 - 6 \cdot 2 + 2a = 5$
 $32a - 12 + 2a = 5$
 $34a = 17$
 $a = \frac{1}{2}$

- 83** $f(x) = ax^3 - 2x^2 + 4$ geeft $f'(x) = 3ax^2 - 4x$
 $f'(1) = 8$ geeft $3a \cdot 1^3 - 4 \cdot 1 = 8$
 $3a - 4 = 8$
 $3a = 12$
 $a = 4$
 Dus $f(x) = 4x^3 - 2x^2 + 4$.
 $f(1) = 4 \cdot 1^3 - 2 \cdot 1^2 + 4 = 6$, dus $p = 6$.

- 84** $k(x) = \frac{4x-2}{3x+3} = \frac{2(2x-1)}{3(x+1)} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2x-1}{x+1} = \frac{2}{3} \left(\frac{2x-1}{x+1} \right) = \frac{2}{3} \cdot h(x)$ geeft
 $k'(x) = \frac{2}{3} \cdot h'(x) = \frac{2}{3} \cdot \frac{3}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2}$

- C12 a** $f(x) = 5x^2 - 3x + 2$ geeft $f'(x) = 10x - 3$
b $g(x) = 0,02x^2 + 1,7x$ geeft $g'(x) = 0,04x + 1,7$
c $h(x) = 4x - 2(x-3)^2 = 4x - 2(x^2 - 6x + 9) = 4x - 2x^2 + 12x - 18 = -2x^2 + 16x - 18$
 geeft $h'(x) = -4x + 16$
d $N(t) = 0,01t^2 + (0,2t + 1)^2 = 0,01t^2 + 0,04t^2 + 0,4t + 1 = 0,05t^2 + 0,4t + 1$
 geeft $N'(t) = 0,1t + 0,4$

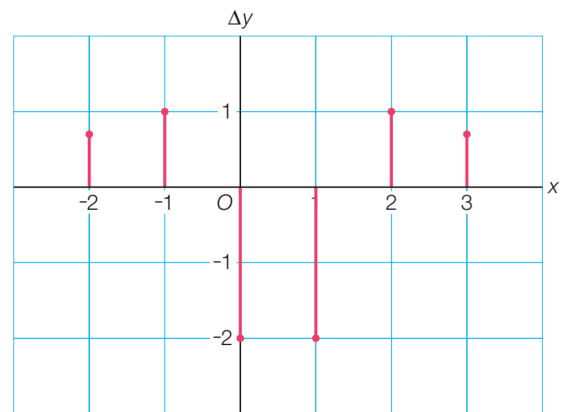
- C13 a** $f(x) = 5x^4 - 3x^3 + 2x$ geeft $f'(x) = 20x^3 - 9x^2 + 2$
b $g(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6\frac{1}{2}t^2 - 12$ geeft $g'(t) = -t^2 + 13t$
c $h(x) = 3(2x^3 + 1)^2 = 3(4x^6 + 4x^3 + 1) = 12x^6 + 12x^3 + 3$ geeft $h'(x) = 72x^5 + 36x^2$
d $P(n) = an^5 - 2n^3 + 6n + a^2$ geeft $P'(n) = 5an^4 - 6n^2 + 6$

Bladzijde 95

- 1** Toenemend stijgend op $\langle \leftarrow, -2 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle -2, -1 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle -1, 0 \rangle$.
 Afnemend dalend op $\langle 0, 1 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 1, 2 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 2, \rightarrow \rangle$.

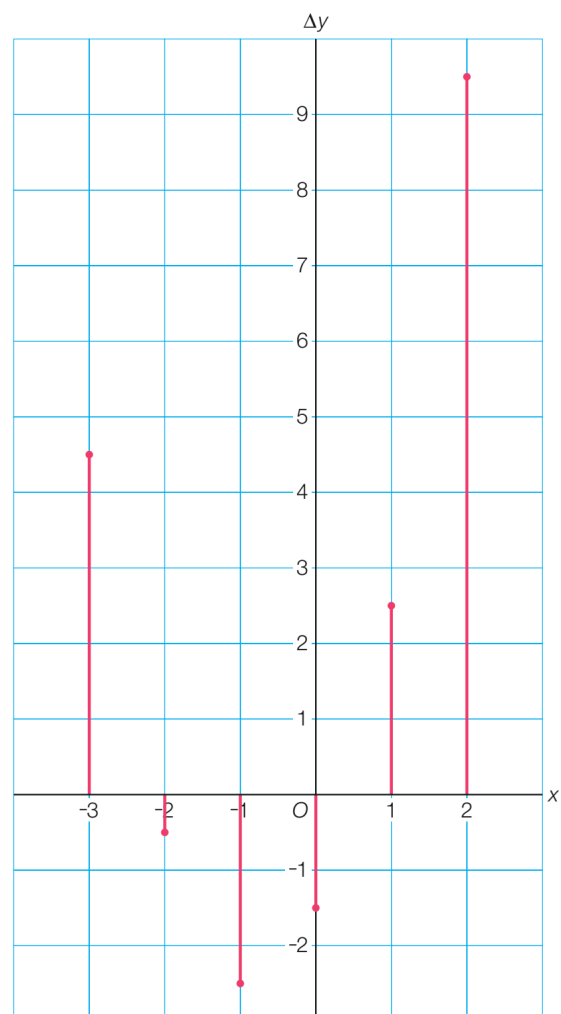
2	interval	Δy
	$[-3, -2]$	0,8
	$[-2, -1]$	1
	$[-1, 0]$	-2
	$[0, 1]$	-2
	$[1, 2]$	1
	$[2, 3]$	0,8

Zie de figuur hiernaast.



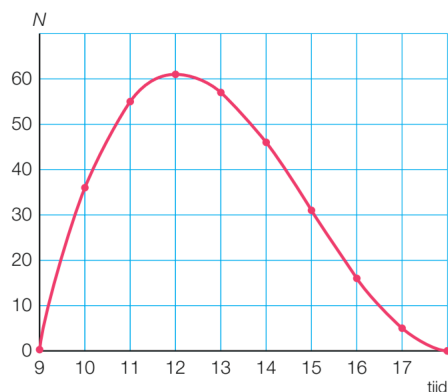
3	x	y	Δy
	-4	0	-
	-3	4,5	4,5
	-2	4	-0,5
	-1	1,5	-2,5
	0	0	-1,5
	1	2,5	2,5
	2	12	9,5

Zie de figuur hiernaast.



4 a Om 14 uur waren er $36 + 19 + 6 - 4 - 11 = 46$ bezoekers.

t	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
ΔN	–	36	19	6	–4	–11	–15	–15	–11	–5
N	0	36	55	61	57	46	31	16	5	0



5 a De gemiddelde verandering op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{4 - 0} = \frac{3}{4} = \frac{3}{4}$.

De gemiddelde verandering op $[-1, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 2}{2 - (-1)} = \frac{-2}{3} = -\frac{2}{3}$.

b Op de grafiek liggen de punten $(0, 1)$ en $(2, 0)$.

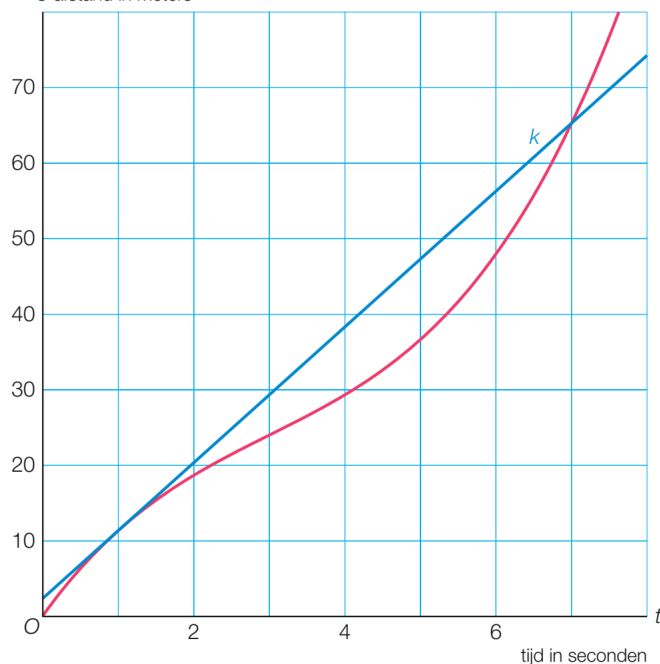
Op $[0, 2]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 1}{2 - 0} = \frac{-1}{2} = -\frac{1}{2}$, dus $[0, 2]$ is een mogelijk interval.

6 Het differentiequotiënt van $f(x)$ op $[3, 9]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(9) - f(3)}{9 - 3} = \frac{23 - -1}{6} = \frac{24}{6} = 4$.

7 Op $[5; 5,01]$ is $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{\frac{200 \cdot 5,01^2}{0,1 \cdot 5,01^3 + 100} - \frac{200 \cdot 5^2}{0,1 \cdot 5^3 + 100}}{0,01} = 14,81 \dots$

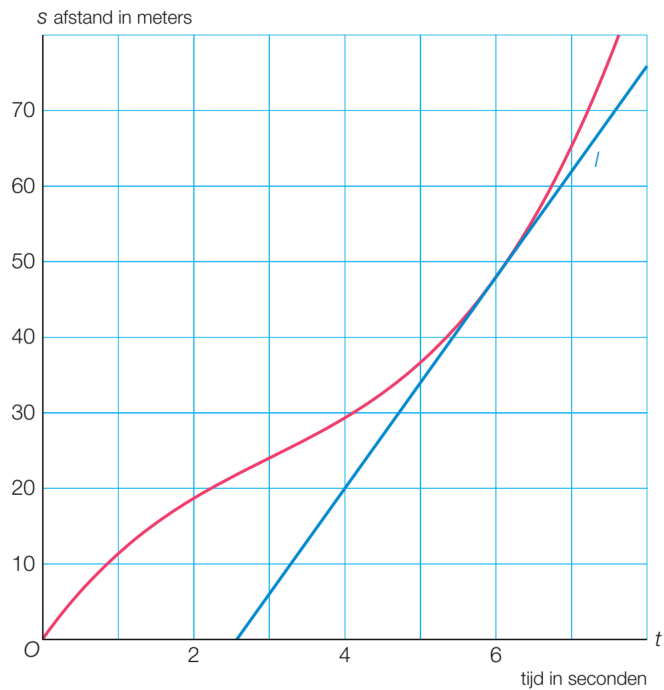
De snelheid op $t = 5$ is bij benadering 14,8 m/s.

8 a s afstand in meters



Raaklijn k door $(0, 2)$ en $(8, 74)$, dus $rc_k = \frac{74 - 2}{8 - 0} = 9$.

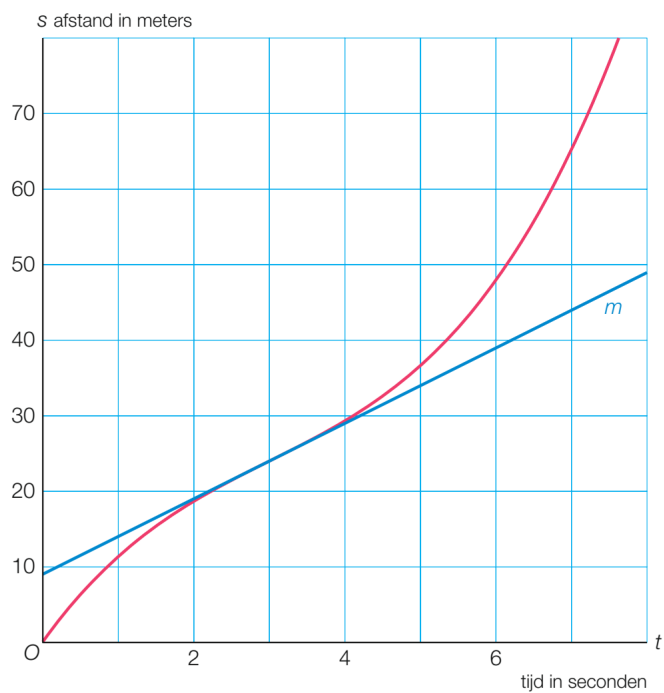
De snelheid op $t = 1$ is ongeveer 9 m/s.



Raaklijn l door $(4, 20)$ en $(8, 76)$, dus $rc_l = \frac{76 - 20}{8 - 4} = 14$.

De snelheid op $t = 6$ is ongeveer 14 m/s.

- b** Voor $t = 3$ krijg je de raaklijn met de kleinste richtingscoëfficiënt.
Dus voor $t = 3$ is de snelheid minimaal.

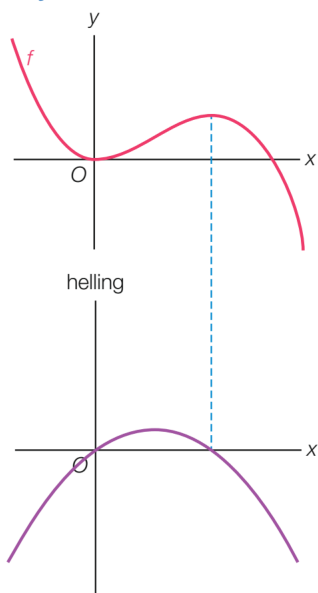


Raaklijn m door $(0, 9)$ en $(8, 49)$, dus $rc_m = \frac{49 - 9}{8 - 0} = 5$.

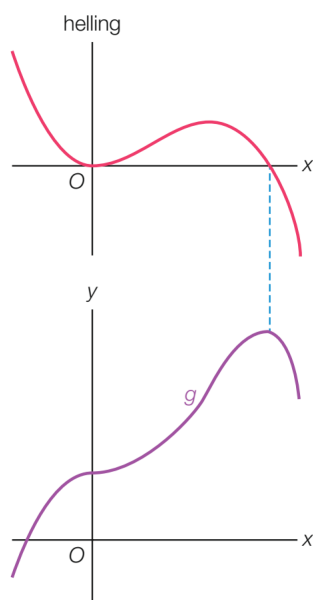
Dus de minimale snelheid is ongeveer 5 m/s.

9

a



b



- 10 a** Invoeren van de formule van f en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 15$ geeft de helling 4,04.
b Invoeren van de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = 3$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 1,29$ en $x \approx 12,86$.
 Dus voor $x \approx 1,29$ en voor $x \approx 12,86$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan 3.
c Gebruiken van de optie minimum bij de numerieke afgeleide van f geeft $x = 6,998\dots$
 $f(6,998\dots) \approx 11,5$, dus in het punt $(7,0; 11,5)$ daalt de grafiek van f het sterkst.

- 11** Invoeren van de formule van C en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 4$ geeft de helling $-2,469\dots$

$$t = 4 \text{ geeft } C = \frac{100}{4^2 + 2} = 5,555\dots$$

$$\text{Na } t = 4 \text{ duurt het nog } \frac{5,555\dots}{2,469\dots} \approx 2,25 \text{ uur.}$$

Dus op $t \approx 6,25$ is het medicijn uit het lichaam verdwenen.

- 12 a** $f(x) = (3 - x)(5 + 2x) = 15 + 6x - 5x - 2x^2 = -2x^2 + x + 15$ geeft $f'(x) = -4x + 1$
b $g(x) = (3x + 1)^2 = 9x^2 + 6x + 1$ geeft $g'(x) = 18x + 6$
c $h(q) = 3q - 2(q^2 - 4q) = 3q - 2q^2 + 8q = -2q^2 + 11q$ geeft $h'(q) = -4q + 11$
d $k(x) = ax^2 + bx + c$ geeft $k'(x) = 2ax + b$

- 13 a** $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - 3x^2 + 7$ geeft $f'(x) = x^2 - 6x$
b $g(p) = 4p^3 + \frac{1}{6}p^2 - 11p + 20$ geeft $g'(p) = 12p^2 + \frac{1}{3}p - 11$
c $h(x) = x(2x - 1)^2 = x(4x^2 - 4x + 1) = 4x^3 - 4x^2 + x$ geeft $h'(x) = 12x^2 - 8x + 1$
d $v(t) = \frac{1}{3}t^3 + \frac{1}{2}t^2 + at + b$ geeft $v'(t) = t^2 + t + a$

- 14 a** $f(x) = 0,4x^3 - 0,6x^2 - 2x - 1$ geeft $f'(x) = 1,2x^2 - 1,2x - 2$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 1,2x^2 - 1,2x - 2$.
 $x = 2$ geeft helling $= 1,2 \cdot (2)^2 - 1,2 \cdot 2 - 2 = 0,4$
b helling $= 22$ geeft $1,2x^2 - 1,2x - 2 = 22$
 $1,2x^2 - 1,2x - 24 = 0$
 $x^2 - x - 20 = 0$
 $(x + 4)(x - 5) = 0$
 $x = -4 \vee x = 5$

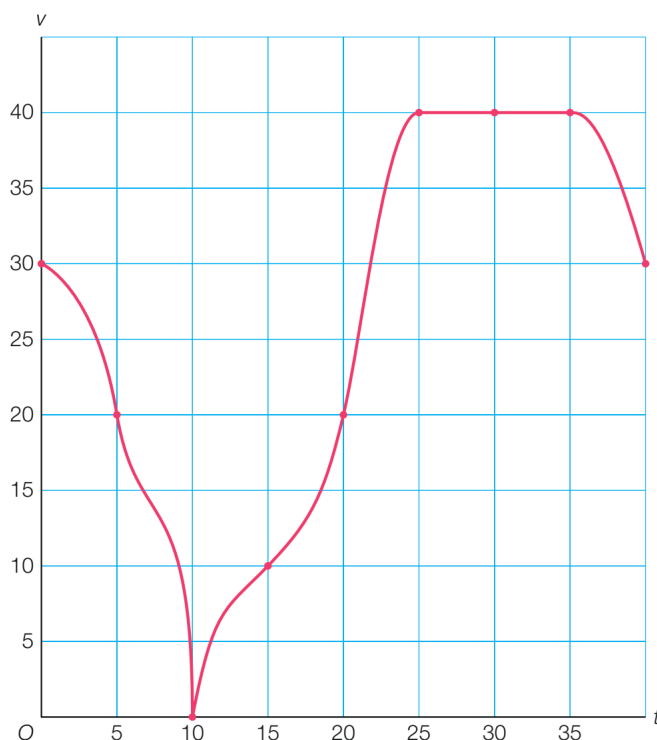
Bladzijde 97

- 1 a** Op $t = 10$ is $v = 0$ km/u, dus op $t = 0$ is $v = 20 + 10 = 30$ km/u.
Dus de snelheid waarmee hij aan de klim begon was 30 km/u.

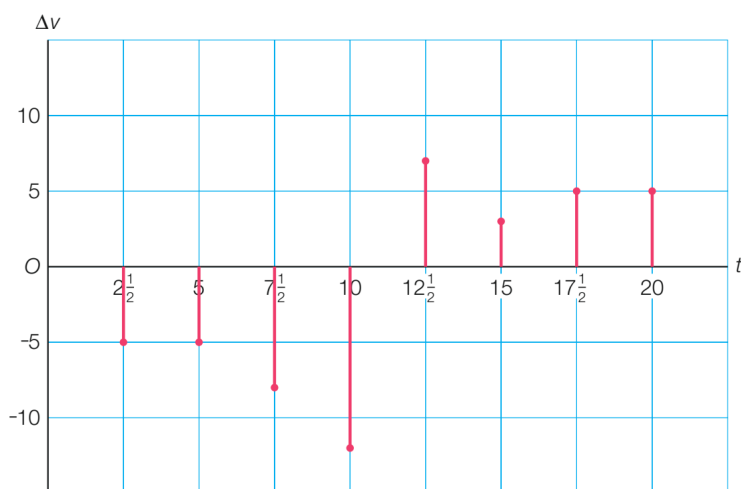
b

t	Δv	v
0	-	30
5	-10	20
10	-20	0
15	10	10
20	10	20
25	20	40
30	0	40
35	0	40
40	-10	30

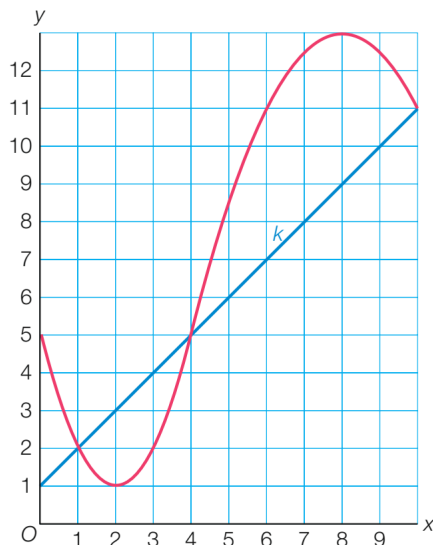
Zie de figuur hiernaast.



- c** Hij kan geen gelijk hebben. Uit het toenamediagram volgt dat zijn gemiddelde snelheid tijdens de afdaling 40 km/u was, dus dan kan hij niet gedurende de hele afdaling sneller dan 40 km/u hebben gereden. Tevens lag zijn snelheid aan het begin van de afdaling sowieso lager.
- d** Zie een mogelijk toenamediagram hieronder.
Merk op: bij $t = 2\frac{1}{2}$ is $\Delta v = -5$, bij $t = 5$ is $\Delta v = -5$, dat geeft samen $\Delta v = -10$;
bij $t = 7\frac{1}{2}$ is $\Delta v = -8$, bij $t = 10$ is $\Delta v = -12$, dat geeft samen $\Delta v = -20$; enzovoort.

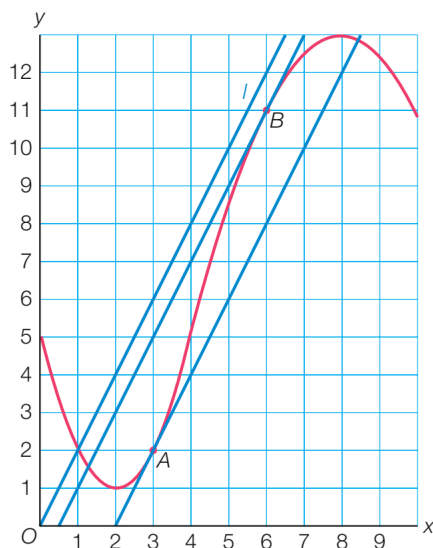


- 2 a** Afnemend dalend op $\langle \leftarrow, 2 \rangle$.
 Toenemend stijgend op $\langle 2, 4 \rangle$.
 Afnemend stijgend op $\langle 4, 8 \rangle$.
 Toenemend dalend op $\langle 8, \rightarrow \rangle$.
- b** Teken de lijn k met $rc_k = 1$ door het punt $(10, 11)$ van de grafiek.



De lijn k door $(10, 11)$ met $rc_k = 1$ snijdt de grafiek in de punten $(1, 2)$ en $(4, 5)$.
 Dus op $[1, 10]$ en op $[4, 10]$ is de gemiddelde verandering gelijk aan 1.

- c** De intervallen $[0, 4]$, $[1, 3]$ en $[6, 10]$ zijn de intervallen waarvan de grenzen gehele getallen zijn en waarop het differentiequotiënt gelijk is aan 0. Dus $[1, 3]$ is het gevraagde interval.
- d** Teken de lijn l door O met $rc_l = 2$.
 Teken lijnen evenwijdig met l die de grafiek raken.



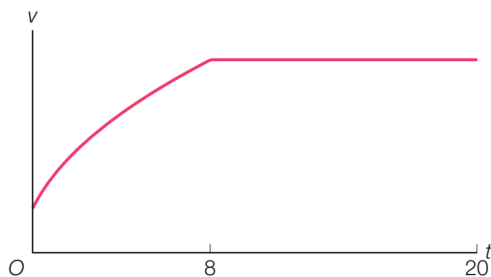
In de raakpunten $A(3, 2)$ en $B(6, 11)$ is de helling van de grafiek gelijk aan 2.

- e** Er zijn geen lijnen met richtingscoëfficiënt 6 die de grafiek raken,
 Dus er ligt geen punt op de grafiek waarin de helling van de grafiek gelijk is aan 6.

- 3 a** Invoeren van de formule van s en gebruiken van de optie dy/dx met $x = 3$ geeft de helling 5,5.
 Dus op $t = 3$ is de snelheid 5,5 m/s.

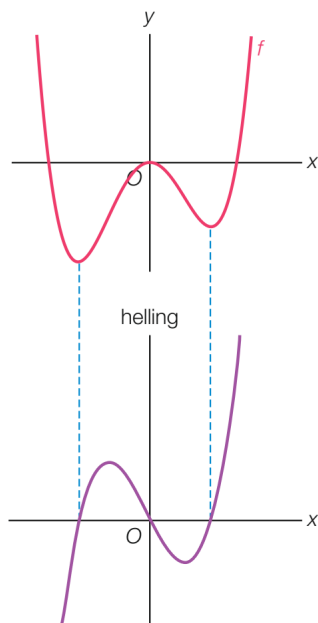
- b** $t = 8$ geeft $s = 2 \cdot 8 \cdot \sqrt{8 + 1} = 48$, dus na 8 seconden is er 48 meter afgelegd.
 Gebruiken van de optie dy/dx met $x = 8$ geeft de helling $8\frac{2}{3}$, dus na 8 seconden is de snelheid $8\frac{2}{3}$ m/s.
 $\frac{126 - 48}{8\frac{2}{3}} = 9$, dus na $8 + 9 = 17$ seconden heeft de boot 126 meter afgelegd.

- c** Invoeren van de numerieke afgeleide van s geeft de snelheid tijdens de eerste acht seconden.
Vanaf acht seconden blijft de snelheid constant.

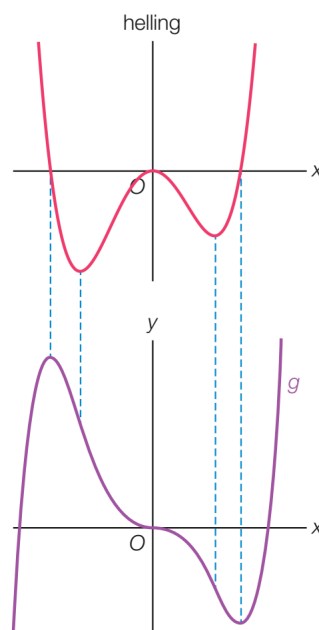


Bladzijde 98

4 a



b



- c** $f(x) = 0,1x^2(2x + 7)(x - 3) = 0,1x^2(2x^2 - 6x + 7x - 21) = 0,1x^2(2x^2 + x - 21) = 0,2x^4 + 0,1x^3 - 2,1x^2$
geeft $f'(x) = 0,8x^3 + 0,3x^2 - 4,2x$

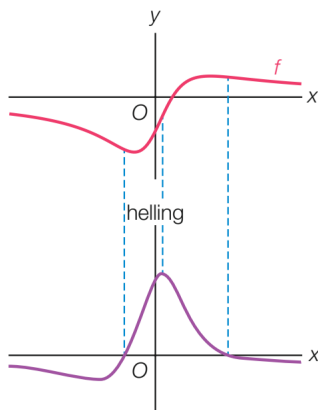
Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 0,8x^3 + 0,3x^2 - 4,2x$.

$x = -1$ geeft helling $= 0,8 \cdot (-1)^3 + 0,3 \cdot (-1)^2 - 4,2 \cdot (-1) = 3,7$

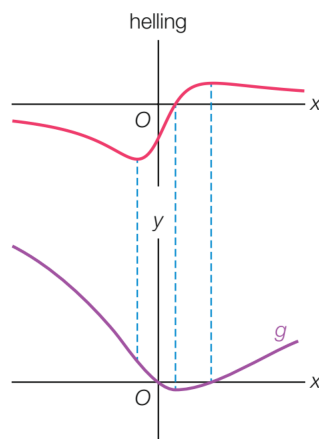
- d** Invoeren van de formule van f' en de lijn $y = 1$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -2,37$, $x \approx -0,24$ en $x \approx 2,23$.

Dus voor $x \approx -2,37$, voor $x \approx -0,24$ en voor $x \approx 2,23$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan 1.

5 a



b



- c** Invoeren van de formule van f , de numerieke afgeleide van f en de lijn $y = -0,5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -1,59$ en $x = -1$.
Dus voor $x \approx -1,59$ en voor $x = -1$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan $-0,5$.
- d** $f'(3) = -0,1$ geeft $\frac{a \cdot 3^2 - a \cdot 3 - a}{(3^2 + 1)^2} = -0,1$

$$\frac{9a - 3a - a}{100} = -0,1$$

$$5a = -10$$

$$a = -2$$

6 $f(x) = ax^2 + 3ax - 5$ geeft $f'(x) = 2ax + 3a$
 $f'(-4) = 5$ geeft $2a \cdot -4 + 3a = 5$

$$-8a + 3a = 5$$

$$-5a = 5$$

$$a = -1$$

Dus $f(x) = -x^2 - 3x - 5$.
 $f(-4) = -1 \cdot (-4)^2 - 3 \cdot -4 - 5 = -9$, dus $p = -9$.

7 a $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + px^2 + qx$ geeft $f'(x) = x^2 + 2px + q$
 $f'(1) = 2$ geeft $1^2 + 2p \cdot 1 + q = 2$

$$2p + q = 1$$
 $f'(3) = 2$ geeft $3^2 + 2p \cdot 3 + q = 2$

$$9 + 6p + q = 2$$

$$6p + q = -7$$

$$\begin{cases} 2p + q = 1 \\ 6p + q = -7 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{-4p}{-4p} = 8$$

$$p = -2$$
 $p = -2$ invullen in $2p + q = 1$ geeft $2 \cdot -2 + q = 1$

$$-4 + q = 1$$

$$q = 5$$

Dus $p = -2$ en $q = 5$.

b $g(6) = 2\frac{1}{2} \cdot 6^2 - 5 \cdot 6 = 2\frac{1}{2} \cdot 36 - 30 = 60$
 $g(x) = 2\frac{1}{2}x^2 - 5x$ geeft $g'(x) = 5x - 5$
 $g'(6) = 5 \cdot 6 - 5 = 30 - 5 = 25$
 $f(6) = 60$ geeft $\frac{1}{3} \cdot 6^3 + p \cdot 6^2 + q \cdot 6 = 60$

$$72 + 36p + 6q = 60$$

$$36p + 6q = -12$$

$$6p + q = -2$$
 $f'(6) = 25$ geeft $6^2 + 2p \cdot 6 + q = 25$

$$36 + 12p + q = 25$$

$$12p + q = -11$$

$$\begin{cases} 6p + q = -2 \\ 12p + q = -11 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{-6p}{-6p} = 9$$

$$p = -1\frac{1}{2}$$
 $p = -1\frac{1}{2}$ invullen in $12p + q = -11$ geeft $12 \cdot -1\frac{1}{2} + q = -11$

$$-18 + q = -11$$

$$q = 7$$

Dus $p = -1\frac{1}{2}$ en $q = 7$.

8 Op $[0, 4]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{16a + 4b + c - c}{4} = \frac{16a + 4b}{4} = \frac{4(4a + b)}{4} = 4a + b$.

Dus $4a + b = 2$.

Op $[2, 3]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(3) - f(2)}{3 - 2} = \frac{9a + 3b + c - (4a + 2b + c)}{1} = \frac{5a + b}{1} = 5a + b$.

Dus $5a + b = 4$.

$$\begin{cases} 4a + b = 2 \\ 5a + b = 4 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{-a}{-a} = \frac{-2}{-2}$$

$a = 2$

$a = 2$ invullen in $4a + b = 2$ geeft $4 \cdot 2 + b = 2$

$8 + b = 2$

$b = -6$

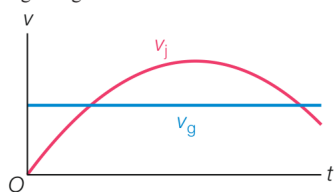
Dus $f(x) = 2x^2 - 6x + c$.

Op $[1, 5]$ is $\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} = \frac{20 + c - (-4 + c)}{4} = \frac{24}{4} = 6$.

Bladzijde 99

9 a $v_j = s_j' = -0,09t^2 + 3,6t$

$v_g = s_g' = 22$



- b** Invoeren van de formules van v_j en v_g en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 7,53$ en $x \approx 32,47$.

Dus de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van v_j en v_g zijn $(7,53; 22)$ en $(32,47; 22)$.

Op $t \approx 7,53$ en $t \approx 32,47$ hebben het jachtluipaard en de gazelle beide een snelheid van 22 m/s.

- c** Op het moment dat het jachtluipaard en de gazelle beginnen te rennen, is het jachtluipaard nog 150 meter van de gazelle verwijderd. Als het jachtluipaard de gazelle te pakken krijgt, heeft het jachtluipaard dus 150 meter meer afgelegd. Hieruit volgt de vergelijking $s_j = s_g + 150$.

- d** Invoeren van de formules van s_j en $s_g + 150$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = 30$. Dus het jachtluipaard krijgt de gazelle na 30 seconden te pakken.

- e** Gebruiken van de optie maximum bij de formule van v_j geeft $x = 20$ en $y = 36$. Dus de maximale snelheid van het jachtluipaard is $36 \cdot 3,6 \approx 130$ km/u.

- 10 a** Invoeren van de formule van P geeft onderstaande schets.



- b** Gebruiken van de optie maximum geeft $x = 5,33...$

Dus na $5,33... \cdot 15 \approx 80$ minuten is het alcoholpromillage maximaal.

c $\left[\frac{dP}{dt} \right]_{t=7} = -0,1125$

Dus de snelheid waarmee P op $t = 7$ afneemt, is ongeveer 0,1 promille per kwartier.

- d** Invoeren van de lijn $y = 0,5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = 11,90...$

Dus na ongeveer 12 kwartier mag de proefpersoon weer autorijden.

Gebruiken van de optie dy/dx voor $x = 11,90...$ geeft de helling $-0,201...$

De snelheid waarmee het alcoholpromillage dan afneemt, is ongeveer 0,2 promille per kwartier.

3 Meetkunde

3.1 Goniometrische verhoudingen

Bladzijde 102

V1 Van $\triangle ABC$ zijn de overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ en de schuine zijde bekend. Dus gebruik je de sinus om $\angle A$ te berekenen.

V2 Van $\triangle ABC$ zijn $\angle A$ en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ bekend. Dus gebruik je de cosinus om de schuine zijde AB te berekenen.

Bladzijde 103

V3 $\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB} = \frac{3}{5}$ geeft $\angle A \approx 31,0^\circ$

$\sin(\angle D) = \frac{EF}{DE} = \frac{8}{11}$ geeft $\angle D \approx 46,7^\circ$

$\cos(\angle I) = \frac{HI}{GI} = \frac{4}{10}$ geeft $\angle I \approx 66,4^\circ$

Bladzijde 104

V4 $\cos(\angle C) = \frac{AC}{BC}$ geeft $\frac{\cos(38^\circ)}{1} \mid \frac{AC}{17}$, dus $AC = 17 \cos(38^\circ) \approx 13,4$.

$\tan(\angle E) = \frac{DF}{DE}$ geeft $\frac{\tan(55^\circ)}{1} \mid \frac{DF}{5}$, dus $DF = 5 \tan(55^\circ) \approx 7,1$.

$\sin(\angle G) = \frac{HI}{GH}$ geeft $\frac{\sin(40^\circ)}{1} \mid \frac{7}{GH}$, dus $GH = \frac{7}{\sin(40^\circ)} \approx 10,9$.

1 a Van $\triangle ABC$ zijn $\angle A$ en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ bekend. Dus gebruik je de tangens om BC te berekenen.

$\tan(\angle A) = \frac{BC}{AB}$ geeft $\frac{\tan(30^\circ)}{1} \mid \frac{BC}{6}$, dus $BC = 6 \tan(30^\circ) \approx 3,464$.

b Van $\triangle BCD$ zijn $\angle D$ en de overstaande rechthoekszijde van $\angle D$ bekend. Dus gebruik je de tangens om BD te berekenen.

c $\tan(\angle BDC) = \frac{BC}{BD}$ geeft $\frac{\tan(40^\circ)}{1} \mid \frac{3,46...}{BD}$, dus $BD = \frac{3,46...}{\tan(40^\circ)} \approx 4,13$.

Bladzijde 105

2 a $\angle BDC = 180^\circ - \angle ADC = 180^\circ - 110^\circ = 70^\circ$

In $\triangle BCD$ is $\sin(70^\circ) = \frac{BC}{5}$

$BC = 5 \sin(70^\circ) = 4,69...$

In $\triangle ABC$ is $\sin(\angle A) = \frac{BC}{AC} = \frac{4,69...}{10}$

$\angle A \approx 28,0^\circ$

b In $\triangle ADC$ is $\angle ACD = 180^\circ - \angle ADC - \angle A = 180^\circ - 110^\circ - 28,02...^\circ \approx 42,0^\circ$.

Bladzijde 106

3 In $\triangle ABC$ is $\tan(31^\circ) = \frac{BC}{10}$

$BC = 10 \tan(31^\circ) = 6,00...$

In $\triangle BCD$ is $\tan(\angle BCD) = \frac{BD}{BC} = \frac{8}{6,00...}$

$\angle BCD = 53,09...^\circ$

In $\triangle ABC$ is $\angle ACB = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 31^\circ - 90^\circ = 59^\circ$.

In $\triangle ACD$ is $\angle ACD = \angle ACB - \angle BCD = 59^\circ - 53,09...^\circ \approx 5,9^\circ$.

4 In $\triangle BCM$ is $\sin(50^\circ) = \frac{BC}{6}$

$$BC = 6 \sin(50^\circ) = 4,59\dots$$

In $\triangle BCM$ is $\cos(50^\circ) = \frac{BM}{6}$

$$BM = 6 \cos(50^\circ) = 3,85\dots$$

$$AB = 2BM = 7,71\dots$$

In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle BAC) = \frac{BC}{AB} = \frac{4,59\dots}{7,71\dots}$

$$\angle BAC \approx 30,8^\circ$$

$$\angle AMC = 180^\circ - \angle BMC = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

$$\angle ACM = 180^\circ - \angle AMC - \angle CAM = 180^\circ - 130^\circ - 30,78\dots^\circ \approx 19,2^\circ$$

5 In $\triangle ABD$ is $\tan(20^\circ) = \frac{BD}{10}$

$$BD = 10 \tan(20^\circ) = 3,63\dots$$

$$BE = 2BD = 7,27\dots$$

In $\triangle ABE$ is $\tan(\angle BAE) = \frac{BE}{AB} = \frac{7,27\dots}{10}$

$$\angle BAE = 36,05\dots^\circ$$

$$BC = 2BE = 14,55\dots$$

In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle BAC) = \frac{BC}{AB} = \frac{14,55\dots}{10}$

$$\angle BAC = 55,51\dots^\circ$$

$$\angle CAE = \angle BAC - \angle BAE = 55,51\dots^\circ - 36,05\dots^\circ \approx 19,5^\circ$$

C1 In $\triangle ABC$ is $\sin(40^\circ) = \frac{BC}{10}$

$$BC = 10 \sin(40^\circ) = 6,42\dots$$

$$BM = \frac{1}{2}BC = 3,21\dots$$

In $\triangle ABC$ is $\cos(40^\circ) = \frac{AB}{10}$

$$AB = 10 \cos(40^\circ) = 7,66\dots$$

In $\triangle ABM$ is $\tan(\angle BAM) = \frac{BM}{AB} = \frac{3,21\dots}{7,66\dots}$

$$\angle BAM \approx 22,8^\circ$$

3.2 De sinusregel

Bladzijde 107

6 a $\angle C = 180^\circ - \angle A - \angle B = 180^\circ - 48^\circ - 76^\circ = 56^\circ$

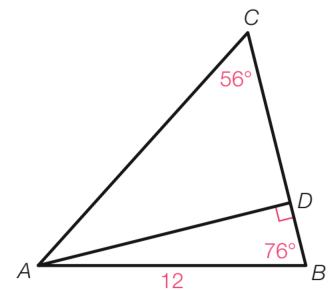
b Zie de figuur hiernaast met hoogtelijn AD .

In $\triangle ABD$ is $\sin(76^\circ) = \frac{AD}{12}$

$$AD = 12 \sin(76^\circ) = 11,64\dots$$

In $\triangle ADC$ is $\sin(56^\circ) = \frac{11,64\dots}{AC}$

$$AC = \frac{11,64\dots}{\sin(56^\circ)} \approx 14,04$$



Bladzijde 108

7 $\angle C = 180^\circ - 50^\circ - 75^\circ = 55^\circ$

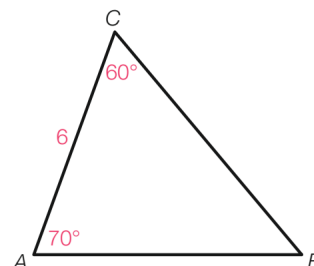
De sinusregel geeft $\frac{AC}{\sin(75^\circ)} = \frac{6,8}{\sin(55^\circ)}$
 $AC = \frac{6,8 \sin(75^\circ)}{\sin(55^\circ)} \approx 8,0$
 en ook $\frac{BC}{\sin(50^\circ)} = \frac{6,8}{\sin(55^\circ)}$
 $BC = \frac{6,8 \sin(50^\circ)}{\sin(55^\circ)} \approx 6,4$

8 Zie de figuur hiernaast.

$\angle B = 180^\circ - 70^\circ - 60^\circ = 50^\circ$

De sinusregel geeft $\frac{AB}{\sin(60^\circ)} = \frac{6}{\sin(50^\circ)}$
 $AB = \frac{6 \sin(60^\circ)}{\sin(50^\circ)} = 6,78\dots$
 en ook $\frac{BC}{\sin(70^\circ)} = \frac{6}{\sin(50^\circ)}$
 $BC = \frac{6 \sin(70^\circ)}{\sin(50^\circ)} = 7,36\dots$

omtrek $\triangle ABC = 6,78\dots + 7,36\dots + 6 \approx 20,14$



9 a In $\triangle ACD$ is $\sin(\angle A) = \frac{CD}{b}$, dus $CD = b \sin(\angle A)$.

b In $\triangle BCD$ is $\sin(\angle B) = \frac{CD}{a}$, dus $CD = a \sin(\angle B)$.

c Uit a en b volgt $a \sin(\angle B) = b \sin(\angle A)$.

Linker- en rechterlid delen door $\sin(\angle A) \cdot \sin(\angle B)$ geeft $\frac{a}{\sin(\angle A)} = \frac{b}{\sin(\angle B)}$.

d In $\triangle ABE$ is $\sin(\angle B) = \frac{AE}{c}$, dus $AE = c \sin(\angle B)$.

e In $\triangle ACE$ is $\sin(\angle C) = \frac{AE}{b}$, dus $AE = b \sin(\angle C)$.

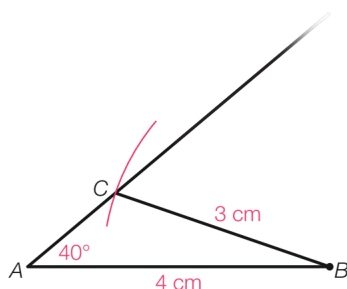
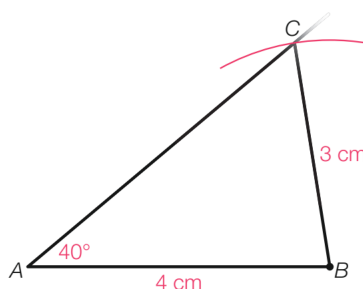
f Uit d en e volgt $b \sin(\angle C) = c \sin(\angle B)$.

Linker- en rechterlid delen door $\sin(\angle B) \cdot \sin(\angle C)$ geeft $\frac{b}{\sin(\angle B)} = \frac{c}{\sin(\angle C)}$.

g Uit $\frac{a}{\sin(\angle A)} = \frac{b}{\sin(\angle B)}$ en $\frac{b}{\sin(\angle B)} = \frac{c}{\sin(\angle C)}$ volgt $\frac{a}{\sin(\angle A)} = \frac{b}{\sin(\angle B)} = \frac{c}{\sin(\angle C)}$.

Bladzijde 109

10 a Zie de figuren hieronder.



b De sinusregel geeft $\frac{3}{\sin(40^\circ)} = \frac{4}{\sin(\angle C)}$
 $\sin(\angle C) = \frac{4 \sin(40^\circ)}{3} = 0,85\dots$
 $\angle C \approx 59,0^\circ$

11 a In $\triangle ACD$ is $\sin(\angle DAC) = \sin(180^\circ - \angle BAC) = \frac{CD}{b}$, dus $CD = b \sin(180^\circ - \angle BAC)$.

b In $\triangle BCD$ is $\sin(\angle B) = \frac{CD}{a}$, dus $CD = a \sin(\angle B)$.

c Uit a en b volgt $b \sin(180^\circ - \angle BAC) = a \sin(\angle B)$.

Linker- en rechterlid delen door $\sin(180^\circ - \angle BAC) \cdot \sin(\angle B)$ geeft $\frac{a}{\sin(180^\circ - \angle BAC)} = \frac{b}{\sin(\angle B)}$.

Bladzijde 110

12 $\angle M = 180^\circ - 20^\circ - 110^\circ = 50^\circ$

De sinusregel geeft $\frac{KL}{\sin(50^\circ)} = \frac{5,3}{\sin(20^\circ)}$

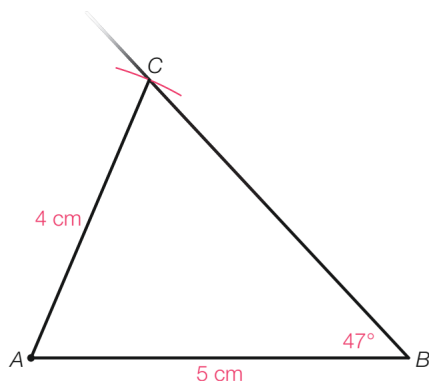
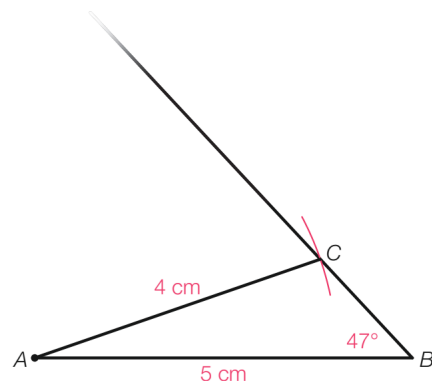
$$KL = \frac{5,3 \sin(50^\circ)}{\sin(20^\circ)} \approx 11,9$$

en ook

$$\frac{KM}{\sin(110^\circ)} = \frac{5,3}{\sin(20^\circ)}$$

$$KM = \frac{5,3 \sin(110^\circ)}{\sin(20^\circ)} \approx 14,6$$

13 a Zie de figuren hieronder.



b De sinusregel in de scherphoekige driehoek geeft $\frac{4}{\sin(47^\circ)} = \frac{5}{\sin(\angle C)}$
 $\sin(\angle C) = \frac{5 \sin(47^\circ)}{4} = 0,91\dots$
 $\angle C = 66,09\dots^\circ$

$$\angle A = 180^\circ - 47^\circ - 66,09\dots^\circ = 66,90\dots^\circ$$

Dus $\angle A \approx 66,9^\circ$ en $\angle C \approx 66,1^\circ$.

De sinusregel geeft $\frac{BC}{\sin(66,90\dots^\circ)} = \frac{4}{\sin(47^\circ)}$

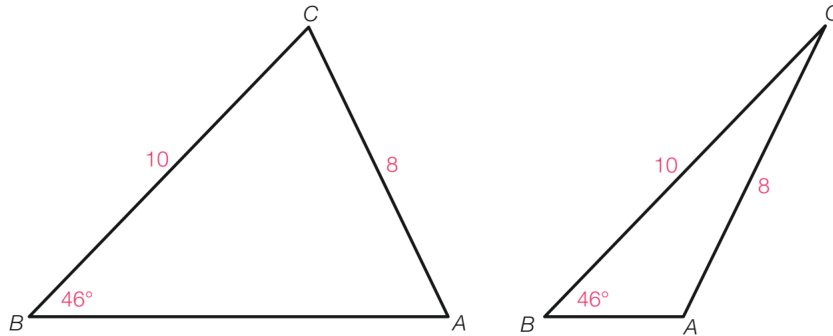
$$BC = \frac{4 \sin(66,90\dots^\circ)}{\sin(47^\circ)} \approx 5,0 \text{ cm}$$

- c** Voor de scherphoekige driehoek geldt $\angle C = 66,09\dots^\circ$, dus voor de stomphoekige driehoek geldt $\angle C = 180^\circ - 66,09\dots^\circ = 113,90\dots^\circ$.
 $\angle A = 180^\circ - 47^\circ - 113,90\dots^\circ = 19,09\dots^\circ$
 Dus $\angle A \approx 19,1^\circ$ en $\angle C \approx 113,9^\circ$.

De sinusregel geeft $\frac{BC}{\sin(19,09\dots^\circ)} = \frac{4}{\sin(47^\circ)}$
 $BC = \frac{4 \sin(19,09\dots^\circ)}{\sin(47^\circ)} \approx 1,8 \text{ cm}$

Bladzijde 111

- 14 a** Zie de figuren hieronder.



De sinusregel in de scherphoekige driehoek geeft $\frac{8}{\sin(46^\circ)} = \frac{10}{\sin(\angle A)}$
 $\sin(\angle A) = \frac{10 \sin(46^\circ)}{8}$
 $\angle A = 64,04\dots^\circ \approx 64,0^\circ$

In de stomphoekige driehoek is $\angle A = 180^\circ - 64,04\dots^\circ \approx 116,0^\circ$.

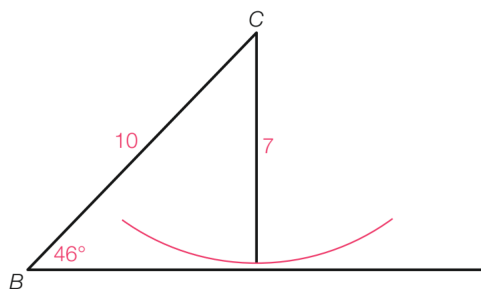
- b** In de scherphoekige driehoek is $\angle C = 180^\circ - 46^\circ - 64,04\dots^\circ = 69,95\dots^\circ$.

De sinusregel in de scherphoekige driehoek geeft $\frac{AB}{\sin(69,95\dots^\circ)} = \frac{8}{\sin(46^\circ)}$
 $AB = \frac{8 \sin(69,95\dots^\circ)}{\sin(46^\circ)} \approx 10,4$

In de stomphoekige driehoek is $\angle C = 180^\circ - 46^\circ - 115,95\dots^\circ = 18,04\dots^\circ$.

De sinusregel in de stomphoekige driehoek geeft $\frac{AB}{\sin(18,04\dots^\circ)} = \frac{8}{\sin(46^\circ)}$
 $AB = \frac{8 \sin(18,04\dots^\circ)}{\sin(46^\circ)} \approx 3,4$

- c** Zie de figuur hieronder.



De cirkel met middelpunt C en straal 7 snijdt niet het andere been van hoek B.

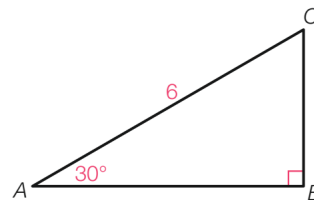
- 15 a** Zie de figuur hiernaast.

$$\sin(30^\circ) = \frac{BC}{6}, \text{ dus } BC = 6 \sin(30^\circ) = 3.$$

Als er geen driehoek ABC mogelijk is, dan is $BC < 3$.

- b** Als er precies één driehoek ABC mogelijk is, dan is $BC = 3 \vee BC \geq 6$.

- c** Als er twee driehoeken ABC mogelijk zijn, dan is $3 < BC < 6$.



- 16** Zie de figuur hiernaast.

$$\text{De sinusregel in } \triangle AB_2C \text{ geeft } \frac{7}{\sin(52^\circ)} = \frac{8}{\sin(\angle AB_2C)}$$

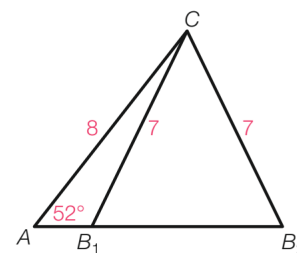
$$\sin(\angle AB_2C) = \frac{8 \sin(52^\circ)}{7}$$

$$\angle AB_2C = 64,23\dots^\circ$$

$$\angle B_1CB_2 = 180^\circ - 2 \cdot 64,23\dots^\circ = 51,53\dots^\circ$$

$$\text{De sinusregel in } \triangle B_1B_2C \text{ geeft } \frac{B_1B_2}{\sin(51,53\dots^\circ)} = \frac{7}{\sin(64,23\dots^\circ)}$$

$$B_1B_2 = \frac{7 \sin(51,53\dots^\circ)}{\sin(64,23\dots^\circ)} \approx 6,09$$



- 17** $\angle ADC = 180^\circ - 62^\circ - 48^\circ = 70^\circ$

$$\text{De sinusregel in } \triangle ACD \text{ geeft } \frac{AC}{\sin(70^\circ)} = \frac{6}{\sin(62^\circ)}$$

$$AC = \frac{6 \sin(70^\circ)}{\sin(62^\circ)} = 6,38\dots$$

$$\angle B = 180^\circ - 62^\circ - 48^\circ - 25^\circ = 45^\circ$$

$$\text{De sinusregel in } \triangle ABC \text{ geeft } \frac{AB}{\sin(48^\circ + 25^\circ)} = \frac{6,38\dots}{\sin(45^\circ)}$$

$$AB = \frac{6,38\dots \cdot \sin(73^\circ)}{\sin(45^\circ)} = 8,63\dots$$

en ook

$$\frac{BC}{\sin(62^\circ)} = \frac{6,38\dots}{\sin(45^\circ)}$$

$$BC = \frac{6,38\dots \cdot \sin(62^\circ)}{\sin(45^\circ)} = 7,97\dots$$

$$\text{omtrek } \triangle ABC = 8,63\dots + 7,97\dots + 6,38\dots \approx 23,0$$

- 18 a** Zie de figuur hiernaast.

$$\angle GBT = 180^\circ - 78^\circ - 85^\circ = 17^\circ$$

$$\text{De sinusregel in } \triangle BGT \text{ geeft } \frac{BG}{\sin(85^\circ)} = \frac{135}{\sin(17^\circ)}$$

$$BG = \frac{135 \sin(85^\circ)}{\sin(17^\circ)} \approx 460$$

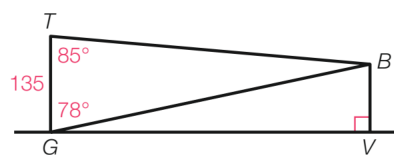
Bram is 460 meter van de top van de Big Ben verwijderd als hij in het reuzenrad stapt.

- b** $\angle BGV = 90^\circ - 78^\circ = 12^\circ$

$$\text{In } \triangle BGV \text{ is } \sin(12^\circ) = \frac{BV}{459,98\dots}$$

$$BV = 459,98\dots \cdot \sin(12^\circ) \approx 96$$

De Big Ben is 96 meter hoog.



Bladzijde 112

19 Zie de figuur hiernaast.

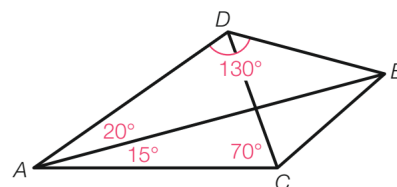
$$\angle CAD = 15^\circ + 20^\circ = 35^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle ACD \text{ geeft } \frac{AD}{\sin(70^\circ)} &= \frac{250}{\sin(35^\circ)} \\ AD &= \frac{250 \sin(70^\circ)}{\sin(35^\circ)} = 409,57... \end{aligned}$$

$$\angle ABD = 180^\circ - 20^\circ - 130^\circ = 30^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle ABD \text{ geeft } \frac{AB}{\sin(130^\circ)} &= \frac{409,57...}{\sin(30^\circ)} \\ AB &= \frac{409,57... \cdot \sin(130^\circ)}{\sin(30^\circ)} \approx 627,5 \end{aligned}$$

Dus de afstand tussen A en B is 627,5 meter.



20 $\angle BCD = 180^\circ - 110^\circ - 40^\circ = 30^\circ$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle BCD \text{ geeft } \frac{CD}{\sin(40^\circ)} &= \frac{4}{\sin(30^\circ)} \\ CD &= \frac{4 \sin(40^\circ)}{\sin(30^\circ)} = 5,14... \end{aligned}$$

$$\angle ACD = 50^\circ - 30^\circ = 20^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle ACD \text{ geeft } \frac{5}{\sin(20^\circ)} &= \frac{5,14...}{\sin(\angle CAD)} \\ \sin(\angle CAD) &= \frac{5,14... \cdot \sin(20^\circ)}{5} = 0,35... \end{aligned}$$

$$\angle CAD = 20,59...^\circ$$

$$\angle ADC = 180^\circ - 20,59...^\circ - 20^\circ = 139,40...^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle ACD \text{ geeft } \frac{AC}{\sin(139,40...^\circ)} &= \frac{5}{\sin(20^\circ)} \\ AC &= \frac{5 \sin(139,40...^\circ)}{\sin(20^\circ)} \approx 9,51 \end{aligned}$$

Bladzijde 113

C2 a De sinusregel in $\triangle BCD$ geeft $\frac{BC}{\sin(80^\circ)} = \frac{4}{\sin(70^\circ)}$

$$BC = \frac{4 \sin(80^\circ)}{\sin(70^\circ)} = 4,19...$$

$$\angle ACB = 180^\circ - 50^\circ - 70^\circ = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} \text{De sinusregel in } \triangle ABC \text{ geeft } \frac{AB}{\sin(60^\circ)} &= \frac{4,19...}{\sin(50^\circ)} \\ AB &= \frac{4,19... \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(50^\circ)} \approx 4,74 \end{aligned}$$

b De sinusregel in $\triangle PQ_1R$ geeft $\frac{7}{\sin(42^\circ)} = \frac{10}{\sin(\angle PQ_1R)}$

$$\sin(\angle PQ_1R) = \frac{10 \sin(42^\circ)}{7} = 0,95...$$

De GR geeft een hoek van $72,92...^\circ$.

$$\text{Dus } \angle PQ_1R = 180^\circ - 72,92...^\circ = 107,07...^\circ$$

$$\text{Dus } \angle PRQ_1 = 180^\circ - 42^\circ - 107,07...^\circ \approx 30,9^\circ$$

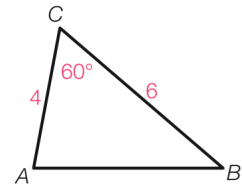
3.3 De cosinusregel

Bladzijde 114

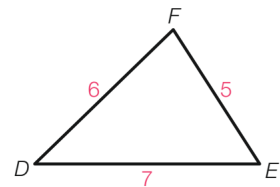
- 21 a** De sinusregel geeft $\frac{4}{\sin(\angle A)} = \frac{5}{\sin(\angle B)} = \frac{6}{\sin(\angle C)}$.
Bij elke combinatie van twee breuken zijn er twee onbekenden.
Je kunt de sinusregel dus niet gebruiken.
- b** De sinusregel geeft $\frac{QR}{\sin(50^\circ)} = \frac{5}{\sin(\angle Q)} = \frac{6}{\sin(\angle R)}$.
Bij elke combinatie van twee breuken zijn er twee onbekenden.
Je kunt de sinusregel dus niet gebruiken.

Bladzijde 115

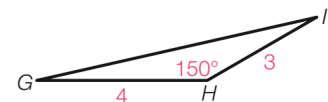
- 22 a** Zie de figuur hiernaast.
De cosinusregel geeft $AB^2 = 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos(60^\circ)$
 $AB^2 = 28$
 $AB \approx 5,29$



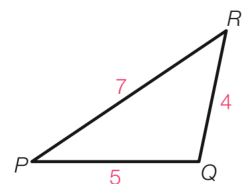
- b** Zie de figuur hiernaast.
De cosinusregel geeft $5^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos(\angle D)$
 $25 = 85 - 84 \cos(\angle D)$
 $84 \cos(\angle D) = 60$
 $\cos(\angle D) = \frac{60}{84}$
 $\angle D \approx 44,4^\circ$
en ook
 $6^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \cos(\angle E)$
 $36 = 74 - 70 \cos(\angle E)$
 $70 \cos(\angle E) = 38$
 $\cos(\angle E) = \frac{38}{70}$
 $\angle E \approx 57,1^\circ$
 $\angle F = 180^\circ - 44,41...^\circ - 57,12...^\circ \approx 78,5^\circ$



- c** Zie de figuur hiernaast.
De cosinusregel geeft $GI^2 = 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \cos(150^\circ)$
 $GI^2 = 45,78...$
 $GI \approx 6,77$



- d** Zie de figuur hiernaast.
De cosinusregel geeft $4^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos(\angle P)$
 $16 = 74 - 70 \cos(\angle P)$
 $70 \cos(\angle P) = 58$
 $\cos(\angle P) = \frac{58}{70}$
 $\angle P \approx 34,0^\circ$
en ook
 $7^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos(\angle Q)$
 $49 = 41 - 40 \cos(\angle Q)$
 $40 \cos(\angle Q) = -8$
 $\cos(\angle Q) = -\frac{8}{40}$
 $\angle Q \approx 101,5^\circ$
 $\angle R = 180^\circ - 101,53...^\circ - 34,04...^\circ \approx 44,4^\circ$



Bladzijde 116

- 23 a** De stelling van Pythagoras in $\triangle ACD$ geeft $AD^2 + CD^2 = AC^2$
 $x^2 + h^2 = b^2$
- b** De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $BC^2 = BD^2 + CD^2$
 $a^2 = (c - x)^2 + h^2$
 $a^2 = c^2 - 2cx + x^2 + h^2$
- c** Vervangen van $x^2 + h^2$ door b^2 in $a^2 = c^2 - 2cx + x^2 + h^2$ geeft
 $a^2 = c^2 - 2cx + b^2$ oftewel $a^2 = c^2 + b^2 - 2cx$.
- d** In $\triangle ACD$ is $\cos(\angle A) = \frac{x}{b}$, dus $x = b \cos(\angle A)$.
- e** Vervangen van x door $b \cos(\angle A)$ in $a^2 = c^2 + b^2 - 2cx$ geeft
 $a^2 = c^2 + b^2 - 2cb \cos(\angle A)$ oftewel $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\angle A)$.

- 24 a** De stelling van Pythagoras in $\triangle ACD$ geeft $AD^2 + CD^2 = AC^2$
 $x^2 + h^2 = b^2$
 De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $BC^2 = BD^2 + CD^2$
 $a^2 = (c + x)^2 + h^2$
 $a^2 = c^2 + 2cx + x^2 + h^2$
- b** Vervangen van $x^2 + h^2$ door b^2 in $a^2 = c^2 + 2cx + x^2 + h^2$ geeft
 $a^2 = c^2 + 2cx + b^2$ oftewel $a^2 = b^2 + c^2 + 2cx$.
- c** In $\triangle ACD$ is $\angle CAD = 180^\circ - \angle A$ en $\cos(\angle CAD) = \frac{AD}{AC}$.
 Dus $\cos(180^\circ - \angle A) = \frac{x}{b}$ oftewel $x = b \cos(180^\circ - \angle A)$.
- d** Vervangen van x door $b \cos(\angle A)$ in $a^2 = b^2 + c^2 + 2cx$ geeft
 $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(\angle A)$.
 Dus de cosinusregel geldt ook voor stomphoekige driehoeken.

- 25** De cosinusregel in $\triangle ACD$ geeft $6^2 = 4^2 + 5^2 - 2 \cdot 4 \cdot 5 \cdot \cos(\angle A)$
 $36 = 41 - 40 \cos(\angle A)$
 $40 \cos(\angle A) = 5$
 $\cos(\angle A) = \frac{5}{40}$
- De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $BC^2 = 7^2 + 5^2 - 2 \cdot 7 \cdot 5 \cdot \frac{5}{40}$
 $BC^2 = 75\frac{1}{4}$
 $BC \approx 8,7$

- 26** De cosinusregel in $\triangle ABD$ geeft $4^2 = 5^2 + 2^2 - 2 \cdot 5 \cdot 2 \cdot \cos(\angle B)$
 $16 = 29 - 20 \cos(\angle B)$
 $20 \cos(\angle B) = 13$
 $\cos(\angle B) = \frac{13}{20}$
- De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $AC^2 = 5^2 + (6\frac{1}{2})^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6\frac{1}{2} \cdot \frac{13}{20}$
 $AC^2 = 25$
 $AC = 5$

- 27 a** • De overstaande hoek en een andere hoek met zijn overstaande zijde.
 • De overstaande zijde en een andere zijde met zijn overstaande hoek.
- b** In het geval dat drie zijden zijn gegeven, kun je alle hoeken berekenen.
 In het geval dat twee zijden en de ingesloten hoek zijn gegeven, kun je de overige zijde berekenen.

Bladzijde 117

- 28 a** De cosinusregel geeft $BC^2 = 5^2 + 8^2 - 2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \cos(35^\circ)$
 $BC^2 = 23,46\dots$
 $BC \approx 4,8$

b $\angle B = 180^\circ - 35^\circ - 40^\circ = 105^\circ$

De sinusregel geeft $\frac{AB}{\sin(40^\circ)} = \frac{8}{\sin(105^\circ)}$
 $AB = \frac{8 \sin(40^\circ)}{\sin(105^\circ)} \approx 5,3$

en ook

$$\frac{BC}{\sin(35^\circ)} = \frac{8}{\sin(105^\circ)}$$

$$BC = \frac{8 \sin(35^\circ)}{\sin(105^\circ)} \approx 4,8$$

c De sinusregel geeft $\frac{4}{\sin(35^\circ)} = \frac{5}{\sin(\angle C)}$
 $\sin(\angle C) = \frac{5 \sin(35^\circ)}{4} = 0,71\dots$

$$\angle C = 45,80\dots^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 35^\circ - 45,80\dots^\circ = 99,19\dots^\circ$$

De cosinusregel geeft $AC^2 = 5^2 + 4^2 - 2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot \cos(99,19\dots^\circ)$

$$AC^2 = 47,39\dots$$

$$AC \approx 6,9$$

d $\angle B = 180^\circ - 35^\circ - 40^\circ = 105^\circ$

De sinusregel geeft $\frac{BC}{\sin(35^\circ)} = \frac{5}{\sin(40^\circ)}$
 $BC = \frac{5 \sin(35^\circ)}{\sin(40^\circ)} \approx 4,5$

en ook

$$\frac{AC}{\sin(105^\circ)} = \frac{5}{\sin(40^\circ)}$$

$$AC = \frac{5 \sin(105^\circ)}{\sin(40^\circ)} \approx 7,5$$

29 Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $8^2 = 7^2 + 10^2 - 2 \cdot 7 \cdot 10 \cdot \cos(\angle A)$

$$64 = 149 - 140 \cos(\angle A)$$

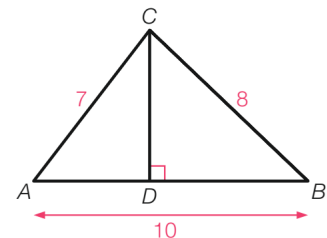
$$140 \cos(\angle A) = 85$$

$$\cos(\angle A) = \frac{85}{140}$$

$$\angle A = 52,61\dots^\circ$$

In $\triangle ACD$ is $\sin(52,61\dots^\circ) = \frac{CD}{7}$

$$CD = 7 \sin(52,61\dots^\circ) \approx 5,6$$



30 Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel in $\triangle ABD$ geeft $BD^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos(50^\circ)$

$$BD^2 = 58,86\dots$$

$$BD = 7,67\dots$$

De sinusregel in $\triangle BCD$ geeft $\frac{7,67\dots}{\sin(125^\circ)} = \frac{4}{\sin(\angle CBD)}$

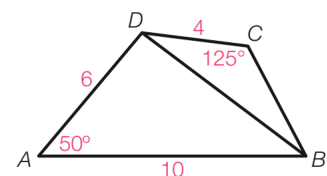
$$\sin(\angle CBD) = \frac{4 \sin(125^\circ)}{7,67\dots} = 0,42\dots$$

$$\angle CBD = 25,28\dots^\circ$$

$$\angle BDC = 180^\circ - 125^\circ - 25,28\dots^\circ = 29,71\dots^\circ$$

De sinusregel in $\triangle BCD$ geeft $\frac{BC}{\sin(29,71\dots^\circ)} = \frac{4}{\sin(25,28\dots^\circ)}$

$$BC = \frac{4 \sin(29,71\dots^\circ)}{\sin(25,28\dots^\circ)} \approx 4,6$$



C3

a Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel geeft $BC^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos(115^\circ)$

$$BC^2 = 18,07\dots$$

$$BC \approx 4,25$$

b Zie de figuur hiernaast.

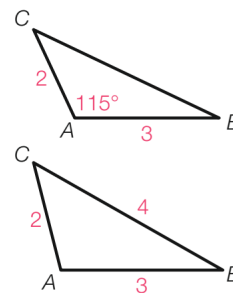
De cosinusregel geeft $4^2 = 3^2 + 2^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot \cos(\angle A)$

$$16 = 13 - 12 \cos(\angle A)$$

$$12 \cos(\angle A) = -3$$

$$\cos(\angle A) = -\frac{3}{12}$$

$$\angle A \approx 104,5^\circ$$



C4

a Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel geeft $BC^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos(140^\circ)$

$$BC^2 = 173,54\dots$$

$$BC \approx 13,2$$

b Zie de figuur hiernaast.

$$\text{De sinusregel geeft } \frac{6}{\sin(25^\circ)} = \frac{13}{\sin(\angle A)}$$

$$\sin(\angle A) = \frac{13 \sin(25^\circ)}{6} = 0,91\dots$$

De GR geeft een hoek van $66,30\dots^\circ$.Dus $\angle A = 180^\circ - 66,30\dots^\circ = 113,69\dots^\circ$.Dus $\angle C = 180^\circ - 113,69\dots^\circ - 25^\circ \approx 41,3^\circ$.

c Zie de figuur hiernaast.

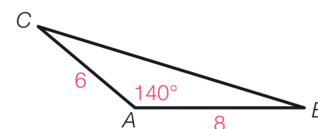
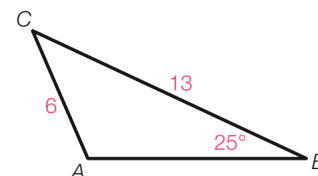
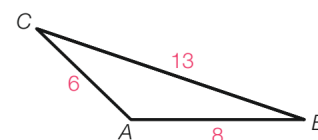
De cosinusregel geeft $13^2 = 8^2 + 6^2 - 2 \cdot 8 \cdot 6 \cdot \cos(\angle A)$

$$169 = 100 - 96 \cos(\angle A)$$

$$96 \cos(\angle A) = -69$$

$$\cos(\angle A) = -\frac{69}{96}$$

$$\angle A \approx 136,0^\circ$$



3.4 Vergelijkingen in de meetkunde

Bladzijde 118

V5

De vergrotingsfactor is $\frac{AB}{AP} = \frac{4+2}{4} = 1\frac{1}{2}$.

$$AC = 1\frac{1}{2}AQ = 1\frac{1}{2} \cdot 3 = 4\frac{1}{2}$$

$$BC = 1\frac{1}{2}PQ = 1\frac{1}{2} \cdot 6 = 9$$

Bladzijde 119

V6

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABC = \angle EBD \\ \angle BAC = \angle BED \text{ (F-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EBD$$

$$\frac{AB}{BE} \mid \frac{BC}{BD} \mid \frac{AC}{DE} \text{ geeft } \frac{AB}{4} \mid \frac{9}{6} \mid \frac{5}{DE}$$

$$AB = \frac{9 \cdot 4}{6} = 6 \text{ en } DE = \frac{5 \cdot 6}{9} = 3\frac{1}{3}$$

V7

$$\left. \begin{array}{l} \angle ACB = \angle DCE \text{ (overstaande hoeken)} \\ \angle BAC = \angle EDC \text{ (Z-hoeken)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\frac{AB}{DE} \mid \frac{BC}{CE} \mid \frac{AC}{CD} \text{ geeft } \frac{7}{4} \mid \frac{6}{CE} \mid \frac{5}{CD}$$

$$CD = \frac{5 \cdot 4}{7} = 2\frac{6}{7} \text{ en } CE = \frac{6 \cdot 4}{7} = 3\frac{3}{7}$$

Bladzijde 120

- 31** a $\left. \begin{array}{l} \angle ABC = \angle EBD \\ \angle BAC = \angle BED \text{ (rechte hoek)} \end{array} \right\} \triangle ABC \sim \triangle EBD$
b $KM = \sqrt{17^2 - 15^2} = 8$

Bladzijde 121

- 32** $\triangle ABC \sim \triangle APQ$
De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

$$\frac{AB}{AP} \mid \frac{BC}{PQ} \mid \frac{AC}{AQ} \text{ geeft } \frac{4}{3} \mid \frac{3}{PQ} \mid \frac{5}{AQ}$$

$$PQ = \frac{3 \cdot 3}{4} = 2\frac{1}{4}$$

$$AQ = \frac{3 \cdot 5}{4} = 3\frac{3}{4}, \text{ dus } CQ = 5 - 3\frac{3}{4} = 1\frac{1}{4}.$$

- 33** $\triangle ABC \sim \triangle AED$
De stelling van Pythagoras in $\triangle AED$ geeft $DE = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

$$\frac{AB}{AE} \mid \frac{BC}{DE} \mid \frac{AC}{AD} \text{ geeft } \frac{7}{4} \mid \frac{BC}{3} \mid \frac{AC}{5}$$

$$BC = \frac{3 \cdot 7}{4} = 5\frac{1}{4}$$

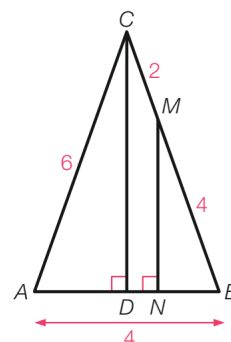
$$AC = \frac{5 \cdot 7}{4} = 8\frac{3}{4}, \text{ dus } CD = 8\frac{3}{4} - 5 = 3\frac{3}{4}.$$

- 34** Zie de figuur hiernaast.
 $\triangle BCD \sim \triangle BMN$
De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $CD = \sqrt{6^2 - 2^2} = \sqrt{32}$.

$$\frac{BC}{BM} \mid \frac{BD}{BN} \mid \frac{CD}{MN} \text{ geeft } \frac{6}{4} \mid \frac{2}{BN} \mid \frac{\sqrt{32}}{MN}$$

$$MN = \frac{4 \cdot \sqrt{32}}{6} \approx 3,77$$

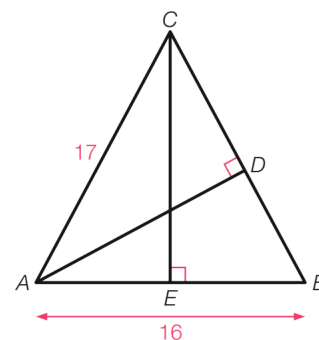
$$BN = \frac{4 \cdot 2}{6} = 1,33\dots, \text{ dus } AN = 4 - 1,33\dots \approx 2,67.$$



- 35** Zie de figuur hiernaast.
 $\triangle BAD \sim \triangle BCE$
De stelling van Pythagoras in $\triangle ACE$ geeft $CE = \sqrt{17^2 - 8^2} = 15$.

$$\frac{AB}{BC} \mid \frac{BD}{BE} \mid \frac{AD}{CE} \text{ geeft } \frac{16}{17} \mid \frac{BD}{8} \mid \frac{AD}{15}$$

$$AD = \frac{15 \cdot 16}{17} \approx 14,1 \text{ en } BD = \frac{8 \cdot 16}{17} \approx 7,5$$



36 Zie de figuur hiernaast.

$$\triangle ABF \sim \triangle ACD$$

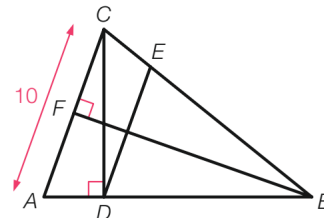
$$\frac{AB}{AC} \Big| \frac{AF}{AD} \text{ geeft } \frac{15}{10} \Big| \frac{5}{AD}$$

$$AD = \frac{5 \cdot 10}{15} = 3\frac{1}{3} \text{ en } BD = 15 - 3\frac{1}{3} = 11\frac{2}{3}$$

$$\triangle ABC \sim \triangle DBE$$

$$\frac{AB}{BD} \Big| \frac{AC}{DE} \text{ geeft } \frac{15}{11\frac{2}{3}} \Big| \frac{10}{DE}$$

$$DE = \frac{10 \cdot 11\frac{2}{3}}{15} = 7\frac{7}{9}$$



37 De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{6^2 + 4^2} = \sqrt{52}$.

$$\triangle ABP \sim \triangle MDP$$

$$\frac{AB}{DM} \Big| \frac{BP}{DP} \text{ geeft } \frac{6}{3} \Big| \frac{BP}{DP}$$

Dus $3BP = 6DP$ en dit geeft $BP = 2DP$.

$$\left. \begin{array}{l} BP + DP = BD \\ BP = 2DP \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3DP = BD \\ DP = \frac{1}{3}BD = \frac{1}{3}\sqrt{52} \end{array}$$

De diagonalen in een rechthoek delen elkaar middendoor, dus $DQ = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{52}$.

$$PQ = DQ - DP = \frac{1}{2}\sqrt{52} - \frac{1}{3}\sqrt{52} \approx 1,20.$$

Bladzijde 122

38 Omdat AC niet gegeven is.

39 $\triangle ADE \sim \triangle ABC$ geeft $\frac{AE}{AC} \Big| \frac{DE}{BC}$

Stel $AE = x$, dan is $AC = x + 2,2$.

$$\frac{x}{x + 2,2} \Big| \frac{4}{5} \text{ geeft } \begin{array}{l} 5x = 4(x + 2,2) \\ 5x = 4x + 8,8 \\ x = 8,8 \end{array}$$

Dus $AE = 8,8$.

40 $\triangle ABC \sim \triangle PQC$ geeft $\frac{AB}{PQ} \Big| \frac{BC}{CQ}$

Stel $CQ = x$, dan is $BC = x + 4$.

$$\frac{5}{2} \Big| \frac{x + 4}{x} \text{ geeft } \begin{array}{l} 5x = 2(x + 4) \\ 5x = 2x + 8 \\ 3x = 8 \\ x = 2\frac{2}{3} \end{array}$$

Dus $CQ = 2\frac{2}{3}$.

41 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$ geeft $\frac{AC}{DE} = \frac{BC}{BE}$

Stel $BE = x$, dan is $BC = x + 6$.

$$\frac{20}{12,5} = \frac{x+6}{x} \text{ geeft } 20x = 12,5(x+6)$$

$$20x = 12,5x + 75$$

$$7,5x = 75$$

$$x = 10$$

Dus $BE = 10$ en $BC = 16$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AB = \sqrt{20^2 - 16^2} = 12$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle BDE$ geeft $BD = \sqrt{12,5^2 - 10^2} = 7,5$.

Dus $AD = 12 - 7,5 = 4,5$.

42 a $\triangle ABC \sim \triangle ADE$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{20^2 + 15^2} = 25$.

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \text{ geeft } \frac{20}{8} = \frac{25}{AE}$$

$$AE = \frac{25 \cdot 8}{20} = 10$$

b $\triangle BCS \sim \triangle EDS$ geeft $\frac{BC}{DE} = \frac{CS}{DS}$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ADE$ geeft $DE = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $CD = \sqrt{12^2 + 15^2} = \sqrt{369}$.

Stel $DS = x$, dan is $CS = \sqrt{369} - x$.

$$\frac{15}{6} = \frac{\sqrt{369} - x}{x} \text{ geeft } 15x = 6(\sqrt{369} - x)$$

$$15x = 6\sqrt{369} - 6x$$

$$21x = 6\sqrt{369}$$

$$x = \frac{6\sqrt{369}}{21} \approx 5,49$$

Dus $DS \approx 5,49$.

43 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9$.

Dus $CD = 9 - 5 = 4$.

$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{CD} \text{ geeft } \frac{12}{DE} = \frac{9}{4}$$

$$DE = \frac{12 \cdot 4}{9} = 5\frac{1}{3}$$

$$\triangle ABS \sim \triangle EDS \text{ geeft } \frac{AB}{DE} = \frac{BS}{DS}$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

Stel $BS = x$, dan is $DS = 13 - x$.

$$\frac{12}{5\frac{1}{3}} = \frac{x}{13-x} \text{ geeft } 5\frac{1}{3}x = 12(13-x)$$

$$5\frac{1}{3}x = 156 - 12x$$

$$17\frac{1}{3}x = 156$$

$$x = 9$$

Dus $BS = 9$.

44

$$\mathbf{a} \quad \triangle ABC \sim \triangle DBE \text{ geeft } \frac{AB}{BD} \mid \frac{BC}{BE}$$

Stel $BD = x$, dan is $AB = x + 7$.

$$\frac{x+7}{x} \mid \frac{10}{4} \text{ geeft } 10x = 4(x+7)$$

$$10x = 4x + 28$$

$$6x = 28$$

$$x = 4\frac{2}{3}$$

Dus $BD = 4\frac{2}{3}$ en $AB = 11\frac{2}{3}$.

$$\left. \begin{array}{l} AC^2 + BC^2 = 6^2 + 10^2 = 136 \\ AB^2 = (11\frac{2}{3})^2 = 136\frac{1}{9} \end{array} \right\} AC^2 + BC^2 \neq AB^2, \text{ dus } \angle ACB \neq 90^\circ.$$

$$\mathbf{b} \quad \triangle ABC \sim \triangle DBE$$

$$\frac{AC}{DE} \mid \frac{BC}{BE} \text{ geeft } \frac{6}{DE} \mid \frac{10}{4}$$

$$DE = \frac{6 \cdot 4}{10} = 2\frac{2}{5}$$

$$\triangle ACS \sim \triangle EDS$$

$$\frac{AC}{DE} \mid \frac{AS}{ES} \text{ geeft } \frac{6}{2\frac{2}{5}} \mid \frac{AS}{ES}$$

Hieruit volgt $AS : ES = 6 : 2\frac{2}{5} = 5 : 2$.

Dus AS is $\frac{5}{5+2} = \frac{5}{7}$ deel van AE .

45

$$\triangle PQR \sim \triangle TQS \text{ geeft } \frac{PQ}{QT} \mid \frac{QR}{QS}$$

Stel $QT = x$, dan is $QR = x + 4$.

$$\frac{32}{x} \mid \frac{x+4}{15} \text{ geeft } x(x+4) = 15 \cdot 32$$

$$x^2 + 4x = 480$$

$$x^2 + 4x - 480 = 0$$

$$(x-20)(x+24) = 0$$

$$x = 20 \vee x = -24$$

Dus $QT = 20$.

$$\frac{PQ}{QT} \mid \frac{PR}{ST} \text{ geeft } \frac{32}{20} \mid \frac{16}{ST}$$

$$\text{Dus } ST = \frac{16 \cdot 20}{32} = 10.$$

Bladzijde 124

46

Stel $BC = x$, dan is $CD = 12 - x$.

Stel $AC = y$, dan is $CE = 10,4 - y$.

$$\triangle ABC \sim \triangle DEC$$

$$\frac{AB}{DE} \mid \frac{AC}{CD} \mid \frac{BC}{CE} \text{ geeft } \frac{4}{7,2} \mid \frac{y}{12-x} \mid \frac{x}{10,4-y}$$

$$\frac{4}{7,2} \mid \frac{y}{12-x} \text{ geeft } 4(12-x) = 7,2y$$

$$12-x = 1,8y$$

$$x = 12 - 1,8y$$

$$\begin{array}{c|c} 4 & x \\ \hline 7,2 & 10,4 - y \end{array} \text{ en } x = 12 - 1,8y \text{ geeft } \begin{array}{c|c} 4 & 12 - 1,8y \\ \hline 7,2 & 10,4 - y \end{array}$$

$$4(10,4 - y) = 7,2(12 - 1,8y)$$

$$41,6 - 4y = 86,4 - 12,96y$$

$$8,96y = 44,8$$

$$y = 5$$

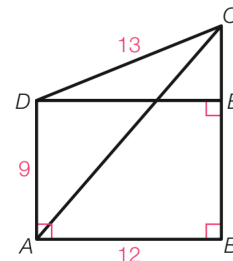
Dus $BC = x = 12 - 1,8 \cdot 5 = 3$.

47 a Zie de figuur hiernaast.

De stelling van Pythagoras in $\triangle DCE$ geeft $DE = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5$.

Dus $BC = 9 + 5 = 14$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{12^2 + 14^2} \approx 18,4$.



b Zie de figuur hiernaast.

$$\angle CDE = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$$

$$\text{In } \triangle CDE \text{ is } \tan(20^\circ) = \frac{CE}{12}$$

$$CE = 12 \tan(20^\circ) = 4,36\dots$$

$$\text{Dus } BC = 9 + 4,36\dots = 13,36\dots$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{12^2 + 13,36\dots^2} \approx 18,0$.

c $\triangle ADS \sim \triangle CBS$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$.

Dus $DS = 15 - 9 = 6$.

$$\frac{AD}{BC} = \frac{DS}{BS} \text{ geeft } \begin{array}{c|c} 9 & 6 \\ \hline BC & 9 \end{array}$$

$$BC = \frac{9 \cdot 9}{6} = 13\frac{1}{2}$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{12^2 + (13\frac{1}{2})^2} \approx 18,1$.

d $\triangle DAB \sim \triangle ABC$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{12^2 + 9^2} = 15$.

$$\frac{AD}{AB} = \frac{BD}{AC} \text{ geeft } \begin{array}{c|c} 9 & 15 \\ \hline 12 & AC \end{array}$$

$$\text{Dus } AC = \frac{15 \cdot 12}{9} = 20.$$

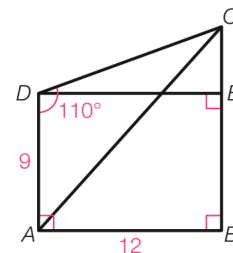
e In $\triangle ABD$ is $\tan(\angle ABD) = \frac{AD}{AB} = \frac{9}{12}$

$$\angle ABD = 36,86\dots^\circ$$

$$\text{In } \triangle ABS \text{ is } \angle BAS = 180^\circ - 36,86\dots^\circ - 95^\circ = 48,13\dots^\circ.$$

$$\text{In } \triangle ABC \text{ is } \cos(48,13\dots^\circ) = \frac{12}{AC}$$

$$AC = \frac{12}{\cos(48,13\dots^\circ)} \approx 18,0.$$



- 48 a Zie de figuur hiernaast.

$$\left. \begin{array}{l} AB = CD = x + 6 \\ AD = \frac{1}{2}AB \end{array} \right\} AD = \frac{1}{2}(x + 6) = \frac{1}{2}x + 3$$

- b De stelling van Pythagoras in $\triangle ADM$ geeft $AD^2 + DM^2 = AM^2$

$$\left(\frac{1}{2}x + 3\right)^2 + x^2 = 6^2$$

$$\frac{1}{4}x^2 + 3x + 9 + x^2 = 36$$

$$1\frac{1}{4}x^2 + 3x - 27 = 0$$

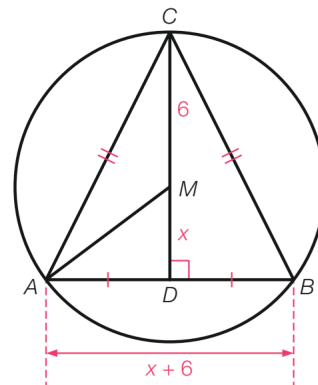
c $1\frac{1}{4}x^2 + 3x - 27 = 0$

$$5x^2 + 12x - 108 = 0$$

$$D = 12^2 - 4 \cdot 5 \cdot -108 = 2304, \text{ dus } \sqrt{D} = 48$$

$$x = \frac{-12 + 48}{10} = 3\frac{3}{5} \vee x = \frac{-12 - 48}{10} = -6$$

$$\text{Dus } AB = 3\frac{3}{5} + 6 = 9\frac{3}{5}.$$



Bladzijde 125

- 49 Zie de figuur hiernaast.

M is het middelpunt van de cirkel.

Dus $AM = CM = 6$.

Stel $AD = x$, dan is $AB = 2x$, $CD = 3x$ en $DM = 3x - 6$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ADM$ geeft $AD^2 + DM^2 = AM^2$

$$x^2 + (3x - 6)^2 = 6^2$$

$$x^2 + 9x^2 - 36x + 36 = 36$$

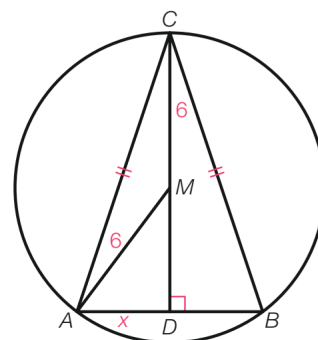
$$10x^2 - 36x = 0$$

$$2x(5x - 18) = 0$$

$$2x = 0 \vee 5x = 18$$

$$x = 0 \vee x = 3\frac{1}{5}$$

$$\text{Dus } AB = 2 \cdot 3\frac{1}{5} = 7\frac{1}{5}.$$



- 50 Zie de figuur hiernaast.

Stel $AP = x$, dan is $MP = x$ en $NP = 9 - x$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ANP$ geeft $AN^2 + NP^2 = AP^2$

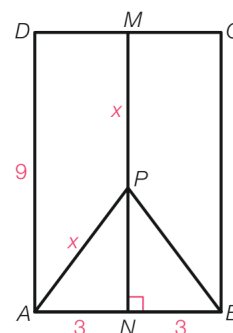
$$3^2 + (9 - x)^2 = x^2$$

$$9 + 81 - 18x + x^2 = x^2$$

$$-18x = -90$$

$$x = 5$$

Dus $AP = 5$.



Bladzijde 126

- 51 Zie de figuur hiernaast.

Stel $AP = x$, dan is $PQ = x$ en $PR = \frac{13 - x}{2} = 6\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle APR$ geeft

$$PR^2 + AR^2 = AP^2$$

$$\left(6\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x\right)^2 + 3^2 = x^2$$

$$42\frac{1}{4} - 6\frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x^2 + 9 = x^2$$

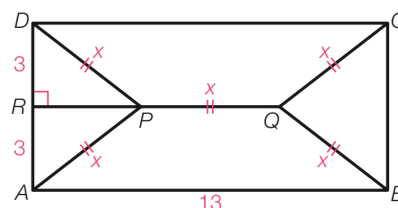
$$\frac{3}{4}x^2 + 6\frac{1}{2}x - 51\frac{1}{4} = 0$$

$$3x^2 + 26x - 205 = 0$$

$$D = 26^2 - 4 \cdot 3 \cdot -205 = 3136, \text{ dus } \sqrt{D} = 56.$$

$$x = \frac{-26 + 56}{6} = 5 \vee x = \frac{-26 - 56}{6} = -13\frac{2}{3}$$

Dus $AP = 5$.

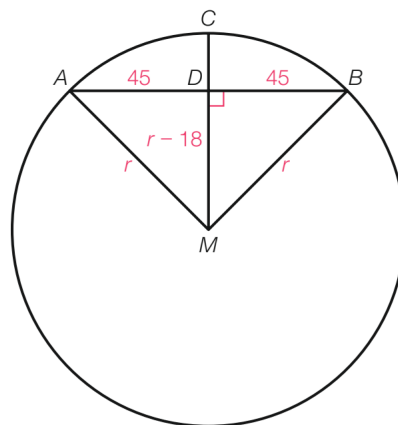


52 Zie de figuur hiernaast.

Stel de straal van de cirkel r , dan is $DM = r - 18$.

$$\begin{aligned} \text{De stelling van Pythagoras in } \triangle ADM \text{ geeft } AD^2 + DM^2 &= AM^2 \\ 45^2 + (r - 18)^2 &= r^2 \\ 2025 + r^2 - 36r + 324 &= r^2 \\ -36r &= -2349 \\ r &= 65\frac{1}{4} \end{aligned}$$

Dus de gevraagde straal is 65 cm.



Bladzijde 127

C5 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $BC = \sqrt{9^2 + 5^2} = \sqrt{106}$.

$$\frac{AB}{BD} \mid \frac{BC}{BE} \text{ geeft } \frac{9}{5} \mid \frac{\sqrt{106}}{BE}$$

$$BE = \frac{5 \cdot \sqrt{106}}{9} = 5,71\dots, \text{ dus } CE = \sqrt{106} - 5,71\dots \approx 4,58.$$

C6 $\triangle ADE \sim \triangle CBE$ geeft $\frac{AD}{BC} \mid \frac{AE}{CE}$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AC = \sqrt{12^2 + 5^2} = 13$.

Stel $AE = x$, dan is $CE = 13 - x$.

$$\begin{aligned} \frac{7}{5} \mid \frac{x}{13-x} \text{ geeft } 5x &= 7(13-x) \\ 5x &= 91 - 7x \\ 12x &= 91 \\ x &= 7\frac{7}{12} \end{aligned}$$

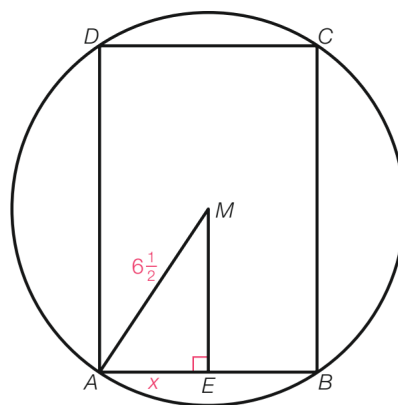
Dus $AE = 7\frac{7}{12}$.

C7 Zie de figuur hiernaast.

Stel $AE = x$, dan is $AB = 2x$, $BC = 3x$ en $EM = \frac{1}{2}x$.

$$\begin{aligned} \text{De stelling van Pythagoras in } \triangle AEM \text{ geeft } AE^2 + EM^2 &= AM^2 \\ x^2 + (\frac{1}{2}x)^2 &= (6\frac{1}{2})^2 \\ x^2 + 2\frac{1}{4}x^2 &= 42\frac{1}{4} \\ 3\frac{1}{4}x^2 &= 42\frac{1}{4} \\ x^2 &= 13 \\ x &= \sqrt{13} \end{aligned}$$

Dus $AB = 2\sqrt{13}$.



3.5 Lengte, omtrek en oppervlakte

Bladzijde 128

53 a $\frac{70}{360} = \frac{7}{36}$ deel

b De lengte van de rode boog PQ is $\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = \frac{10}{360}\pi\alpha = \frac{1}{36}\pi\alpha$.

54 a $O(\text{blauwe sector}) = \frac{70}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 = 7\pi$

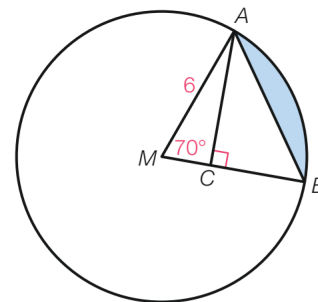
b Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle ACM$ is $\sin(70^\circ) = \frac{AC}{6}$

$$AC = 6 \sin(70^\circ) = 5,63\dots$$

$$O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5,63\dots = 16,91\dots$$

$$O(\text{blauwe segment}) = 7\pi - 16,91\dots \approx 5,08$$



Bladzijde 129

55 De cosinusregel in $\triangle ABM$ geeft $5^2 = 6^2 + 6^2 - 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot \cos(\angle AMB)$

$$25 = 72 - 72 \cos(\angle AMB)$$

$$72 \cos(\angle AMB) = 47$$

$$\cos(\angle AMB) = \frac{47}{72}$$

$$\angle AMB \approx 49,2^\circ$$

56 a In $\triangle ANC$ is $\sin(\angle ANC) = \frac{2\frac{1}{2}}{4}$

$$\angle ANC = 38,68\dots^\circ$$

$$\angle ANB = 2 \cdot 38,68\dots^\circ = 77,36\dots^\circ$$

$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ is } \frac{77,36\dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 4 \approx 5,401$$

b $O(\text{cirkelsector } MAB) = \frac{49,24\dots}{360} \cdot \pi \cdot 6^2 = 15,47\dots$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ACM$ geeft $CM = \sqrt{6^2 - (2\frac{1}{2})^2} = \sqrt{29\frac{3}{4}}$

$$O(\triangle MAB) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{29\frac{3}{4}} = 2\frac{1}{2} \sqrt{29\frac{3}{4}}$$

$$O(\text{cirkelsector } NAB) = \frac{77,36\dots}{360} \cdot \pi \cdot 4^2 = 10,80\dots$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ACN$ geeft $CN = \sqrt{4^2 - (2\frac{1}{2})^2} = \sqrt{9\frac{3}{4}}$

$$O(\triangle NAB) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot \sqrt{9\frac{3}{4}} = 2\frac{1}{2} \sqrt{9\frac{3}{4}}$$

$$\text{De gevraagde oppervlakte is } 15,47\dots - 2\frac{1}{2} \sqrt{29\frac{3}{4}} + 10,80\dots - 2\frac{1}{2} \sqrt{9\frac{3}{4}} \approx 4,83.$$

Bladzijde 130

57 a Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle ACD$ is $\tan(65^\circ) = \frac{CD}{4}$

$$CD = 4 \tan(65^\circ) = 8,57\dots$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 8,57\dots \approx 34,31$$

b Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle KMN$ is $\sin(70^\circ) = \frac{MN}{8}$

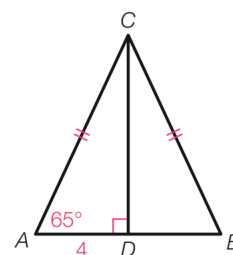
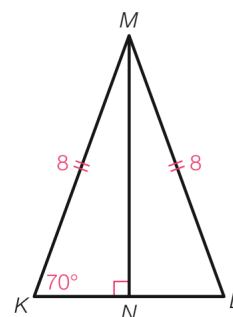
$$MN = 8 \sin(70^\circ) = 7,51\dots$$

en ook

$$\cos(70^\circ) = \frac{KN}{8}$$

$$KN = 8 \cos(70^\circ) = 2,73\dots$$

$$O(\triangle KLM) = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2,73\dots \cdot 7,51\dots \approx 20,57$$



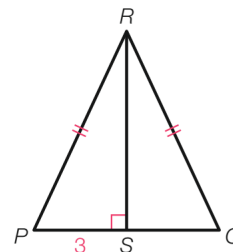
c Zie de figuur hiernaast.

$$\left. \begin{aligned} O(\triangle PQR) &= \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot RS = 3 \cdot RS \\ O(\triangle PQR) &= 20 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 3 \cdot RS &= 20 \\ RS &= 6\frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\text{In } \triangle PSR \text{ is } \tan(\angle P) = \frac{6\frac{2}{3}}{3}$$

$$\angle P \approx 65,8^\circ$$

$$\text{Dus } \angle Q = \angle P \approx 65,8^\circ \text{ en } \angle R = 180^\circ - 2 \cdot 65,77\dots^\circ \approx 48,5^\circ.$$



58 Stel de straal van de rode cirkel r . Dan is de straal van de rode cirkel en de witte ring samen $2r$, en de straal van de grootste cirkel $3r$.

$$O(\text{rode cirkel}) = \pi r^2$$

$$O(\text{rode cirkel en witte ring samen}) = \pi(2r)^2 = 4\pi r^2$$

$$O(\text{grootste cirkel}) = \pi(3r)^2 = 9\pi r^2$$

$$O(\text{blauwe ring}) = O(\text{grootste cirkel}) - O(\text{rode cirkel en witte ring samen}) = 9\pi r^2 - 4\pi r^2 = 5\pi r^2$$

Dus de oppervlakte van de blauwe ring is 5 keer zo groot als de oppervlakte van de rode cirkel.

59 Zie de figuur hiernaast.

$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ met middelpunt } M \text{ is } \frac{60}{360} \cdot 2\pi \cdot 3 = \pi$$

$$\text{In } \triangle BCM \text{ is } \sin(30^\circ) = \frac{BC}{3}$$

$$BC = 3 \sin(30^\circ) = 1,5$$

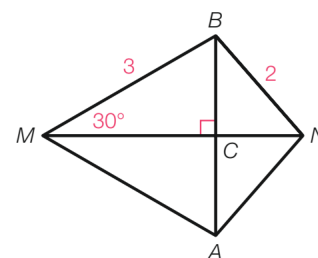
$$\text{In } \triangle BCN \text{ is } \sin(\angle BNC) = \frac{1,5}{2}$$

$$\angle BNC = 48,59\dots^\circ$$

$$\text{Dus } \angle ANB = 2 \cdot 48,59\dots^\circ = 97,18\dots^\circ.$$

$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ met middelpunt } N \text{ is } \frac{97,18\dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 2 = 3,39\dots$$

$$\text{Dus het verschil in lengte is } 3,39\dots - \pi \approx 0,2507.$$



60 Zie de figuur hiernaast.

$$\angle ACB = 180^\circ - 25^\circ - 125^\circ = 30^\circ$$

$$\text{De sinusregel in } \triangle ABC \text{ geeft } \frac{BC}{\sin(25^\circ)} = \frac{5}{\sin(30^\circ)}$$

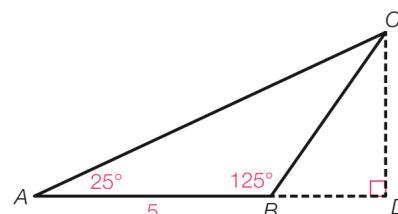
$$BC = \frac{5 \sin(25^\circ)}{\sin(30^\circ)} = 4,22\dots$$

$$\angle CBD = 180^\circ - 125^\circ = 55^\circ$$

$$\text{In } \triangle BCD \text{ is } \sin(55^\circ) = \frac{CD}{4,22\dots}$$

$$CD = 4,22\dots \cdot \sin(55^\circ) = 3,46\dots$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 3,46\dots \approx 8,65$$



Bladzijde 131

61 a De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

$$\text{De stelling van Pythagoras in } \triangle BCD \text{ geeft } BC = \sqrt{8^2 - 5^2} = 6,24\dots$$

$$\text{omtrek}(ABCD) = 10 + 6,24\dots + 5 + 6 \approx 27,24$$

b In $\triangle BCD$ is $\sin(50^\circ) = \frac{BC}{9}$

$$BC = 9 \sin(50^\circ) = 6,89\dots$$

en ook

$$\cos(50^\circ) = \frac{CD}{9}$$

$$CD = 9 \cos(50^\circ) = 5,78\dots$$

$$\text{omtrek}(ABCD) = 10 + 6,89\dots + 5,78\dots + 6 \approx 28,68$$

c $\angle CAD = 180^\circ - 45^\circ - 110^\circ = 25^\circ$

De sinusregel in $\triangle ACD$ geeft $\frac{CD}{\sin(25^\circ)} = \frac{6}{\sin(45^\circ)}$

$$CD = \frac{6 \sin(25^\circ)}{\sin(45^\circ)} = 3,58\dots$$

en ook

$$\frac{AC}{\sin(110^\circ)} = \frac{6}{\sin(45^\circ)}$$

$$AC = \frac{6 \sin(110^\circ)}{\sin(45^\circ)} = 7,97\dots$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $BC = \sqrt{10^2 - 7,97\dots^2} = 6,03\dots$
 omtrek($ABCD$) = $10 + 6,03\dots + 3,58\dots + 6 \approx 25,62$

d Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel in $\triangle ABD$ geeft $BD^2 = 10^2 + 6^2 - 2 \cdot 10 \cdot 6 \cdot \cos(60^\circ)$

$$BD^2 = 76$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $BC = \sqrt{76 - 5^2} = 7,14\dots$
 omtrek($ABCD$) = $10 + 7,14\dots + 5 + 6 \approx 28,14$

e $\angle ADB = 180^\circ - 40^\circ - 60^\circ = 80^\circ$

De sinusregel in $\triangle ABD$ geeft $\frac{AD}{\sin(40^\circ)} = \frac{10}{\sin(80^\circ)}$

$$AD = \frac{10 \sin(40^\circ)}{\sin(80^\circ)} = 6,52\dots$$

en ook

$$\frac{BD}{\sin(60^\circ)} = \frac{10}{\sin(80^\circ)}$$

$$BD = \frac{10 \sin(60^\circ)}{\sin(80^\circ)} = 8,79\dots$$

De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $BC = \sqrt{8,79\dots^2 - 5^2} = 7,23\dots$
 omtrek($ABCD$) = $10 + 7,23\dots + 5 + 6,52\dots \approx 28,76$

f De stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$ geeft $BD = \sqrt{10^2 - 6^2} = 8$.

De sinusregel in $\triangle BCD$ geeft $\frac{8}{\sin(80^\circ)} = \frac{5}{\sin(\angle CBD)}$

$$\sin(\angle CBD) = \frac{5 \sin(80^\circ)}{8} = 0,61\dots$$

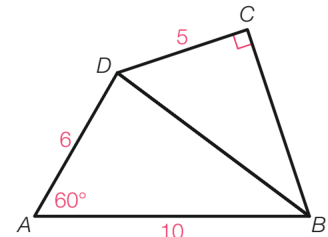
$$\angle CBD = 37,98\dots^\circ$$

$$\angle BDC = 180^\circ - 37,98\dots^\circ - 80^\circ = 62,01\dots^\circ$$

De sinusregel in $\triangle BCD$ geeft $\frac{BC}{\sin(62,01\dots^\circ)} = \frac{8}{\sin(80^\circ)}$

$$BC = \frac{8 \sin(62,01\dots^\circ)}{\sin(80^\circ)} = 7,17\dots$$

$$\text{omtrek}(ABCD) = 10 + 7,17\dots + 5 + 6 \approx 28,17$$



62 Zie de figuur hiernaast.

De diagonalen in een parallellogram delen elkaar middendoor, dus S is het midden van AC en BD .

De cosinusregel in $\triangle ABS$ geeft

$$4,5^2 = 10^2 + 7^2 - 2 \cdot 10 \cdot 7 \cdot \cos(\angle SAB)$$

$$20,25 = 149 - 140 \cos(\angle SAB)$$

$$140 \cos(\angle SAB) = 128,75$$

$$\cos(\angle SAB) = \frac{128,75}{140}$$

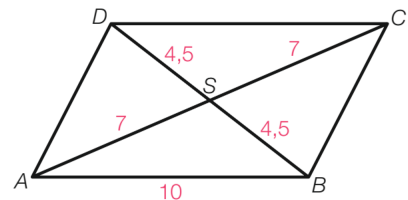
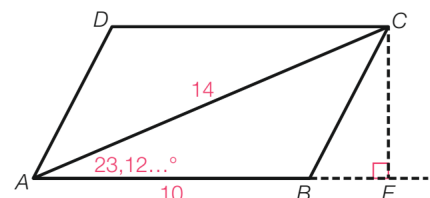
$$\angle SAB = 23,12\dots^\circ$$

Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle ACE$ is $\sin(23,12\dots^\circ) = \frac{CE}{14}$

$$CE = 14 \sin(23,12\dots^\circ) = 5,49\dots$$

$$O(ABCD) = AB \cdot CE = 10 \cdot 5,49\dots \approx 55,0$$



C8 Zie de figuur hiernaast.

$$\angle ADB = 180^\circ - 65^\circ - 40^\circ = 75^\circ$$

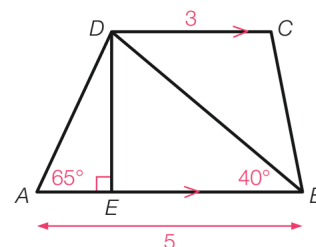
De sinusregel in $\triangle ABD$ geeft $\frac{AD}{\sin(40^\circ)} = \frac{5}{\sin(75^\circ)}$

$$AD = \frac{5 \sin(40^\circ)}{\sin(75^\circ)} = 3,32\dots$$

In $\triangle ADE$ is $\sin(65^\circ) = \frac{DE}{3,32\dots}$

$$DE = 3,32\dots \cdot \sin(65^\circ) = 3,01\dots$$

$$O(ABCD) = \frac{1}{2}(5 + 3) \cdot 3,01\dots \approx 12,06$$



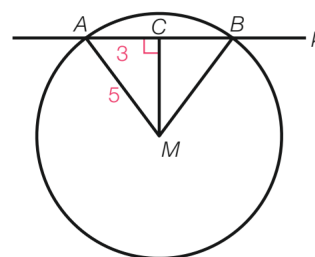
C9 Zie de figuur hiernaast.

In $\triangle AMC$ is $\sin(\angle AMC) = \frac{3}{5}$

$$\angle AMC = 36,86\dots^\circ$$

Dus $\angle AMB = 2 \cdot 36,86\dots^\circ = 73,73\dots^\circ$.

kortste cirkelboog AB is $\frac{73,73\dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 \approx 6,435$



Kennis- en vaardigheidentest

Bladzijde 132

1 In $\triangle BCE$ is $\tan(55^\circ) = \frac{5}{BE}$

$$BE = \frac{5}{\tan(55^\circ)} = 3,50\dots$$

$$AB = 3 + 3,50\dots = 6,50\dots$$

In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle BAC) = \frac{BC}{AB} = \frac{5}{6,50\dots}$

$$\angle BAC \approx 37,6^\circ$$

$$\angle AEC = 180^\circ - \angle BEC = 180^\circ - 55^\circ = 125^\circ$$

$$\angle ACE = 180^\circ - \angle AEC - \angle CAE = 180^\circ - 125^\circ - 37,56\dots^\circ \approx 17,4^\circ$$

2 Zie de figuur hiernaast.

$$\angle C = 180^\circ - 40^\circ - 55^\circ = 85^\circ$$

De sinusregel geeft $\frac{AC}{\sin(55^\circ)} = \frac{6}{\sin(40^\circ)}$

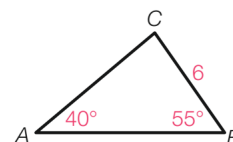
$$AC = \frac{6 \sin(55^\circ)}{\sin(40^\circ)} = 7,64\dots$$

en ook

$$\frac{AB}{\sin(85^\circ)} = \frac{6}{\sin(40^\circ)}$$

$$AB = \frac{6 \sin(85^\circ)}{\sin(40^\circ)} = 9,29\dots$$

$$\text{omtrek}(\triangle ABC) = 9,29\dots + 6 + 7,64\dots \approx 22,95$$



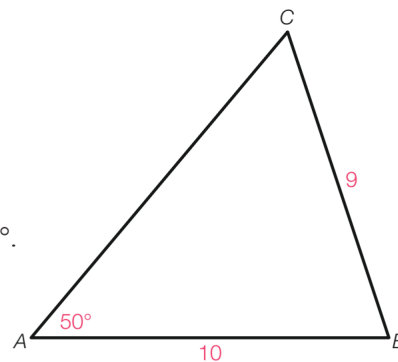
3 Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{De sinusregel geeft } \frac{9}{\sin(50^\circ)} &= \frac{10}{\sin(\angle C)} \\ \sin(\angle C) &= \frac{10 \sin(50^\circ)}{9} = 0,85 \dots\end{aligned}$$

$$\angle C = 58,33 \dots^\circ$$

In de scherphoekige driehoek is $\angle B = 180^\circ - 50^\circ - 58,33 \dots^\circ \approx 71,66 \dots^\circ$.

$$\begin{aligned}\text{De sinusregel geeft } \frac{AC}{\sin(71,66 \dots^\circ)} &= \frac{9}{\sin(50^\circ)} \\ AC &= \frac{9 \sin(71,66 \dots^\circ)}{\sin(50^\circ)} \approx 11,2\end{aligned}$$

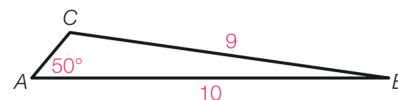


Zie de figuur hiernaast.

$$\angle C = 180^\circ - 58,33 \dots^\circ = 121,66 \dots^\circ$$

$$\angle B = 180^\circ - 50^\circ - 121,66 \dots^\circ = 8,33 \dots^\circ$$

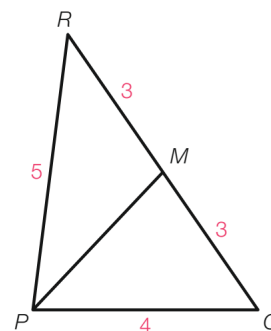
$$\begin{aligned}\text{De sinusregel geeft } \frac{AC}{\sin(8,33 \dots^\circ)} &= \frac{9}{\sin(50^\circ)} \\ AC &= \frac{9 \sin(8,33 \dots^\circ)}{\sin(50^\circ)} \approx 1,7\end{aligned}$$



4 Zie de figuur hiernaast.

$$\begin{aligned}\text{De cosinusregel in } \triangle PQR \text{ geeft } 5^2 &= 4^2 + 6^2 - 2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot \cos(\angle Q) \\ 25 &= 52 - 48 \cos(\angle Q) \\ 48 \cos(\angle Q) &= 27 \\ \cos(\angle Q) &= \frac{27}{48}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{De cosinusregel in } \triangle PQM \text{ geeft } PM^2 &= 4^2 + 3^2 - 2 \cdot 4 \cdot 3 \cdot \frac{27}{48} \\ PM^2 &= 11\frac{1}{2} \\ PM &\approx 3,39\end{aligned}$$



5 De cosinusregel in $\triangle ABD$ geeft $AD^2 = 10^2 + 5^2 - 2 \cdot 10 \cdot 5 \cdot \cos(35^\circ)$

$$AD^2 = 43,08 \dots$$

$$AD = 6,56 \dots$$

$$\begin{aligned}\text{De sinusregel in } \triangle ABD \text{ geeft } \frac{6,56 \dots}{\sin(35^\circ)} &= \frac{5}{\sin(\angle BAD)} \\ \sin(\angle BAD) &= \frac{5 \sin(35^\circ)}{6,56 \dots} = 0,43 \dots\end{aligned}$$

$$\angle BAD = 25,90 \dots^\circ$$

$$\text{Dus } \angle C = 180^\circ - 25^\circ - 25,90 \dots^\circ - 35^\circ \approx 94,1^\circ.$$

6 $\triangle ABC \sim \triangle DBE$

De stelling van Pythagoras in $\triangle BDE$ geeft $DE = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

AB	BC	AC
BD	BE	DE

 $\text{ geeft } \begin{array}{|c|c|c|} \hline 6 & BC & AC \\ \hline 4 & 5 & 3 \\ \hline \end{array}$

$$AC = \frac{6 \cdot 3}{4} = 4\frac{1}{2}$$

$$BC = \frac{6 \cdot 5}{4} = 7\frac{1}{2}, \text{ dus } CE = 7\frac{1}{2} - 5 = 2\frac{1}{2}.$$

7 $\triangle ADS \sim \triangle CES$ geeft $\frac{AD}{CE} = \frac{AS}{CS}$

Stel $CE = x$, dan is $AD = x + 2$.

$$\frac{x+2}{x} = \frac{4}{2\frac{1}{2}} \text{ geeft } 4x = 2\frac{1}{2}(x+2)$$

$$4x = 2\frac{1}{2}x + 5$$

$$1\frac{1}{2}x = 5$$

$$x = 3\frac{1}{3}$$

Dus $CE = 3\frac{1}{3}$.

8 Stel $AB = x$, dan is $AC = 2\frac{1}{2}x$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $AB^2 + BC^2 = AC^2$

$$x^2 + BC^2 = (2\frac{1}{2}x)^2$$

$$x^2 + BC^2 = 6\frac{1}{4}x^2$$

$$BC^2 = 5\frac{1}{4}x^2$$

$$BC = x\sqrt{5\frac{1}{4}}$$

$$O(ABCD) = \sqrt{21} \text{ geeft } x \cdot x\sqrt{5\frac{1}{4}} = \sqrt{21}$$

$$x^2 = \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{5\frac{1}{4}}} = 2$$

$$x = \sqrt{2}$$

Dus de straal is $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2}x = 1\frac{1}{4}\sqrt{2}$.

9 In $\triangle BCD$ is $\tan(60^\circ) = \frac{6}{CD}$

$$CD = \frac{6}{\tan(60^\circ)} = 3,46\dots$$

$$O(ABCD) = 30 \text{ geeft } \frac{1}{2}(AB + 3,46\dots) \cdot 6 = 30$$

$$3(AB + 3,46\dots) = 30$$

$$AB + 3,46\dots = 10$$

$$AB \approx 6,54$$

10 Zie de figuur hiernaast.

$$\text{In } \triangle PMN \text{ is } \cos(\angle PMN) = \frac{PM}{MN} = \frac{4}{5}$$

$$\angle PMN = 36,86\dots^\circ$$

$$\angle AMB = 2 \cdot 36,86\dots^\circ = 73,73\dots^\circ$$

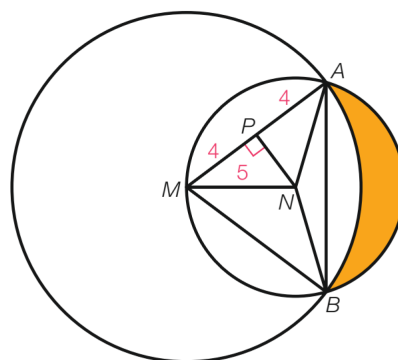
$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ met middelpunt } M \text{ is } \frac{73,73\dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 8 = 10,29\dots$$

$$\angle ANM = 180^\circ - 2 \cdot 36,86\dots^\circ = 106,26\dots^\circ$$

$$\angle ANB = 360^\circ - 2 \cdot 106,26\dots^\circ = 147,47\dots^\circ$$

$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ met middelpunt } N \text{ is } \frac{147,47\dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 5 = 12,87\dots$$

De gevraagde omtrek is $10,29\dots + 12,87\dots \approx 23,17$.

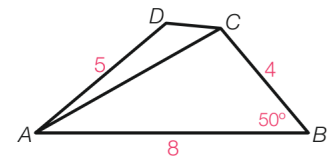


Bladzijde 134

1 In $\triangle ACD$ is $\tan(68^\circ) = \frac{7}{AD}$
 $AD = \frac{7}{\tan(68^\circ)} = 2,82\dots$
 $AB = 2,82\dots + 4 = 6,82\dots$
 In $\triangle ABC$ is $\tan(\angle ACB) = \frac{6,82\dots}{7}$
 $\angle ACB = 44,28\dots^\circ$
 $\angle ACD = 180^\circ - 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$
 $\angle BCD = 44,28\dots^\circ - 22^\circ \approx 22,3^\circ$

2 In $\triangle ACD$ is $\angle A = \angle C = \angle D = 60^\circ$.
 De sinusregel in $\triangle ABC$ geeft $\frac{AC}{\sin(36^\circ)} = \frac{5}{\sin(60^\circ)}$
 $AC = \frac{5 \sin(36^\circ)}{\sin(60^\circ)} \approx 3,4$
 In $\triangle ABD$ is $\angle ADB = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$ en $\angle BAD = 180^\circ - 36^\circ - 120^\circ = 24^\circ$.
 De sinusregel in $\triangle ABD$ geeft $\frac{BD}{\sin(24^\circ)} = \frac{5}{\sin(120^\circ)}$
 $BD = \frac{5 \sin(24^\circ)}{\sin(120^\circ)} \approx 2,3$

3 Zie de figuur hiernaast.
 De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $AC^2 = 8^2 + 4^2 - 2 \cdot 8 \cdot 4 \cdot \cos(50^\circ)$
 $AC^2 = 38,86\dots$
 $AC \approx 6,2$
 De sinusregel in $\triangle ABC$ geeft $\frac{6,23\dots}{\sin(50^\circ)} = \frac{4}{\sin(\angle BAC)}$
 $\sin(\angle BAC) = \frac{4 \sin(50^\circ)}{6,23\dots} = 0,49\dots$
 $\angle BAC = 29,44\dots^\circ$
 $\angle CAD = 40^\circ - 29,44\dots^\circ = 10,55\dots^\circ$
 De cosinusregel in $\triangle ACD$ geeft $CD^2 = 6,23\dots^2 + 5^2 - 2 \cdot 6,23\dots \cdot 5 \cdot \cos(10,55\dots^\circ)$
 $CD^2 = 2,57\dots$
 $CD \approx 1,6$



4 a De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $BC^2 = 7^2 + 6^2 - 2 \cdot 7 \cdot 6 \cdot \cos(42^\circ)$
 $BC^2 = 22,57\dots$
 $BC = 4,75\dots$
 De sinusregel in $\triangle ABC$ geeft $\frac{4,75\dots}{\sin(42^\circ)} = \frac{7}{\sin(\angle C)}$
 $\sin(\angle C) = \frac{7 \sin(42^\circ)}{4,75\dots} = 0,98\dots$
 $\angle C \approx 80,3^\circ$
 b $\angle ADC = 180^\circ - 28^\circ - 80,33\dots^\circ = 71,66\dots^\circ$
 De sinusregel in $\triangle ACD$ geeft $\frac{AD}{\sin(80,33\dots^\circ)} = \frac{6}{\sin(71,66\dots^\circ)}$
 $AD = \frac{6 \sin(80,33\dots^\circ)}{\sin(71,66\dots^\circ)} \approx 6,2$

5 $\triangle ABC \sim \triangle DEC$ geeft $\frac{AC}{CD} = \frac{BC}{CE}$

Stel $CD = x$, dan is $BC = x + 1$.

$$\frac{7}{x} = \frac{x+1}{4} \text{ geeft } x(x+1) = 7 \cdot 4$$

$$x^2 + x = 28$$

$$x^2 + x - 28 = 0$$

$$D = 1^2 - 4 \cdot 1 \cdot -28 = 113$$

$$x = \frac{-1 + \sqrt{113}}{2} \approx 4,8 \vee x = \frac{-1 - \sqrt{113}}{2} \approx -5,8$$

Dus $CD \approx 4,8$.

Bladzijde 135

6 a Zie de figuur hiernaast.

$$\angle C = 180^\circ - 27^\circ - 81^\circ = 72^\circ$$

De sinusregel geeft $\frac{BC}{\sin(27^\circ)} = \frac{9}{\sin(72^\circ)}$

$$BC = \frac{9 \sin(27^\circ)}{\sin(72^\circ)} = 4,29 \dots$$

en ook

$$\frac{AC}{\sin(81^\circ)} = \frac{9}{\sin(72^\circ)}$$

$$AC = \frac{9 \sin(81^\circ)}{\sin(72^\circ)} = 9,34 \dots$$

$$\text{omtrek}(\triangle ABC) = 9 + 4,29 \dots + 9,34 \dots \approx 22,6$$

b Zie de figuur hiernaast.

De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $6^2 = 5^2 + 7^2 - 2 \cdot 5 \cdot 7 \cdot \cos(\angle A)$

$$36 = 74 - 70 \cos(\angle A)$$

$$70 \cos(\angle A) = 38$$

$$\cos(\angle A) = \frac{38}{70}$$

$$\angle A = 57,12 \dots^\circ$$

In $\triangle ACD$ is $\sin(57,12 \dots^\circ) = \frac{CD}{7}$

$$CD = 7 \sin(57,12 \dots^\circ) = 5,87 \dots$$

$$O(\triangle ABC) = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 5,87 \dots \approx 14,70$$

c Zie de figuur hiernaast.

Stel $DE = x$, dan is $EF = 2x$ (of willekeurige waarden voor DE en EF).

De sinusregel in $\triangle DEF$ geeft $\frac{x}{\sin(\angle F)} = \frac{2x}{\sin(105^\circ)}$

$$\sin(\angle F) = \frac{x \cdot \sin(105^\circ)}{2x} = \frac{\sin(105^\circ)}{2} = 0,48 \dots$$

$$\angle F \approx 28,9^\circ$$

d Zie de figuur hiernaast.

$$\angle DAE = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

In $\triangle ADE$ is $\sin(30^\circ) = \frac{DE}{6}$

$$DE = 6 \sin(30^\circ) = 3$$

$$O(ABCD) = 15 \text{ geeft } \frac{1}{2}(6 + CD) \cdot 3 = 15$$

$$1\frac{1}{2}(6 + CD) = 15$$

$$6 + CD = 10$$

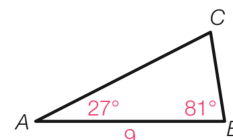
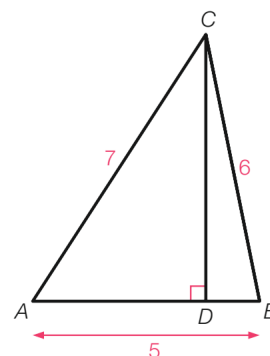
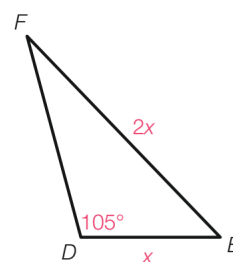
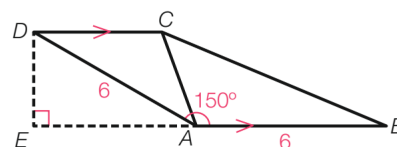
$$CD = 4$$

$$\angle ADC = \angle DAE = 30^\circ \text{ (Z-hoeken)}$$

De cosinusregel in $\triangle ACD$ geeft $AC^2 = 6^2 + 4^2 - 2 \cdot 6 \cdot 4 \cdot \cos(30^\circ)$

$$AC^2 = 10,43 \dots$$

$$AC \approx 3,2$$



7 Stel $BC = x$, dan is $AC = x + 23$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $BC^2 + AB^2 = AC^2$

$$x^2 + (x + 23)^2 = 37^2$$

$$x^2 + x^2 + 46x + 529 = 1369$$

$$2x^2 + 46x - 840 = 0$$

$$x^2 + 23x - 420 = 0$$

$$D = 23^2 - 4 \cdot 1 \cdot -420 = 2209, \text{ dus } \sqrt{D} = 47$$

$$x = \frac{-23 + 47}{2} = 12 \vee x = \frac{-23 - 47}{2} = -35$$

Dus $BC = 12$.

De stelling van Pythagoras in $\triangle BCD$ geeft $BD = \sqrt{12^2 + 12^2} = \sqrt{288}$.

8 $\triangle ABC \sim \triangle EBF$ geeft $\frac{AB}{BE} = \frac{BC}{BF}$

Stel $BF = x$, dan is $BC = x + 2,4$.

$$\frac{5}{2} = \frac{x + 2,4}{x} \text{ geeft } 5x = 2(x + 2,4)$$

$$5x = 2x + 4,8$$

$$3x = 4,8$$

$$x = 1,6$$

Dus $BF = 1,6$ en $BC = 4$.

$\triangle ABC \sim \triangle EBF$ geeft $\frac{AB}{BE} = \frac{AC}{EF}$

Stel $AD = EF = y$, dan is $AC = y + 3,6$.

$$\frac{5}{2} = \frac{y + 3,6}{y} \text{ geeft } 5y = 2(y + 3,6)$$

$$5y = 2y + 7,2$$

$$3y = 7,2$$

$$y = 2,4$$

Dus $AD = 2,4$ en $AC = 2,4 + 3,6 = 6$.

De cosinusregel in $\triangle ABC$ geeft $4^2 = 5^2 + 6^2 - 2 \cdot 5 \cdot 6 \cdot \cos(\angle A)$

$$16 = 61 - 60 \cos(\angle A)$$

$$60 \cos(\angle A) = 45$$

$$\cos(\angle A) = \frac{45}{60}$$

De cosinusregel in $\triangle ADE$ geeft $DE^2 = 3^2 + 2,4^2 - 2 \cdot 3 \cdot 2,4 \cdot \frac{45}{60}$

$$DE^2 = 3,96$$

$$DE = 1,98 \dots$$

omtrek($BCDE$) = $4 + 3,6 + 1,98 \dots + 2 \approx 11,58$

9 a Zie de figuur hiernaast.

De stelling van Pythagoras in $\triangle ABC$ geeft $BC = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

$$BM = \frac{1}{2}BC = 2,5$$

$$\text{In } \triangle BMN \text{ is } \sin(\angle BMN) = \frac{2}{2,5}$$

$$\angle BMN = 53,13 \dots^\circ$$

$$\angle AMB = 2 \cdot 53,13 \dots^\circ = 106,26 \dots^\circ$$

$$\text{kortste cirkelboog } AB \text{ is } \frac{106,26 \dots}{360} \cdot 2\pi \cdot 2,5 = 4,63 \dots$$

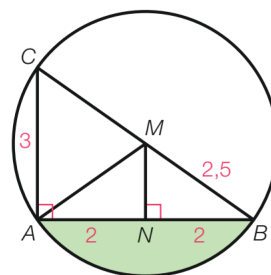
Dus de omtrek van het groene segment is $4 + 4,63 \dots \approx 8,6$.

b De oppervlakte van het gebied dat wordt ingesloten door AM , BM en de kortste cirkelboog AB is $\frac{106,26 \dots}{360} \cdot \pi \cdot 2,5^2 = 5,79 \dots$

$$\text{De stelling van Pythagoras in } \triangle BMN \text{ geeft } MN = \sqrt{2,5^2 - 2^2} = 1,5.$$

$$O(\triangle ABM) = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot MN = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1,5 = 3$$

De oppervlakte van het groene segment is $5,79 \dots - 3 \approx 2,80$.



10 Stel de hoogte van de rechthoek is x , dan is de breedte $4x$.

Zie de figuur hiernaast.

De stelling van Pythagoras in $\triangle MPQ$ geeft

$$PQ^2 + MQ^2 = MP^2$$

$$(2x)^2 + (x + 10)^2 = 20^2$$

$$4x^2 + x^2 + 20x + 100 = 400$$

$$5x^2 + 20x - 300 = 0$$

$$x^2 + 4x - 60 = 0$$

$$(x - 6)(x + 10) = 0$$

$$x = 6 \vee x = -10$$

Dus de hoogte van de rechthoek is 6 en de breedte is $4 \cdot 6 = 24$.

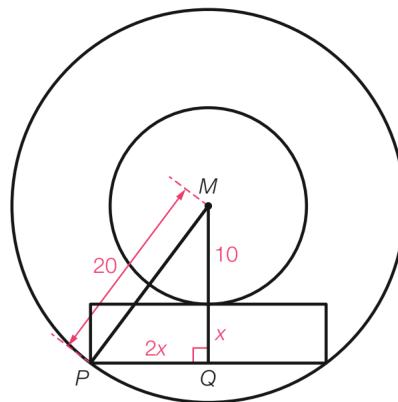
De oppervlakte van de rechthoek is $6 \cdot 24 = 144$.

De oppervlakte van het gebied tussen de cirkels is

$$\pi \cdot 20^2 - \pi \cdot 10^2 = 300\pi.$$

Dus de rechthoek neemt $\frac{144}{300\pi} \cdot 100\% \approx 15,3\%$ van het gebied

tussen de cirkels in beslag.



4 Werken met formules

4.1 De formules $y = a(x - p)^2 + q$ en $y = a(x - d)(x - e)$

Bladzijde 138

- V1** a C b A c D d B

- V2** a $y = 0,25x^2 + 3 \xrightarrow{5 \text{ naar links}} y = 0,25(x + 5)^2 + 3$
b $y = -1,2x^2 - 4 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts, } 5 \text{ omhoog}} y = -1,2(x - 3)^2 - 4 + 5$
Dus $y = -1,2(x - 3)^2 + 1$.

Bladzijde 139

- V3** a $y = -1,2x^2 + 5 \xrightarrow{4 \text{ omhoog}} y = -1,2x^2 + 5 + 4$
Dus $y = -1,2x^2 + 9$.
b $y = -1,2x^2 + 5 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts}} y = -1,2(x - 3)^2 + 5$
c $y = -1,2x^2 + 5 \xrightarrow{2 \text{ naar links, } 3 \text{ omlaag}} y = -1,2(x + 2)^2 + 5 - 3$
Dus $y = -1,2(x + 2)^2 + 2$.
d $y = -1,2x^2 + 5 \xrightarrow{1 \text{ naar rechts, } 5 \text{ omlaag}} y = -1,2(x - 1)^2 + 5 - 5$
Dus $y = -1,2(x - 1)^2$.

- V4** a $y = 2x^2 \xrightarrow{3 \text{ naar rechts, } 4 \text{ omhoog}} y = 2(x - 3)^2 + 4$
Dus 3 naar rechts en 4 omhoog.
b $y = -x^2 + 1 \xrightarrow{2 \text{ naar links, } 1 \text{ omlaag}} y = -(x + 2)^2$
Dus 2 naar links en 1 omlaag.
c $y = -0,7(x - 4)^2 + 5 \xrightarrow{5 \text{ naar links, } 8 \text{ omlaag}} y = -0,7(x + 5 - 4)^2 + 5 - 8$
oftewel $y = -0,7(x + 1)^2 - 3$.
Dus 5 naar links en 8 omlaag.

- 1** a De top is (4, 3).
b De top is (-5, -3).

- 2** Top (3, 2), dus de formule die bij deze parabool hoort is van de vorm $y = a(x - 3)^2 + 2$.
Om door het punt (1, -4) te gaan, moet de top het hoogste punt zijn. Dus de grafiek is een bergparabool, oftewel $a < 0$.
Dus formule C hoort bij deze parabool.

Bladzijde 140

- 3** a Door (4, -3), dus $a(4 - 2)^2 - 5 = -3$
 $4a - 5 = -3$
 $4a = 2$
 $a = \frac{1}{2}$
b Door (2, -5), dus $a(2 - 2)^2 - 5 = -5$
 $0a - 5 = -5$
 $0a = 0$

Door het punt (2, -5) te gebruiken ontstaat een vergelijking die oneindig veel oplossingen heeft, dus a is dan niet te berekenen.

Bladzijde 141

- 4** a Top (2, 6), dus $y = a(x - 2)^2 + 6$.
Door (4, 4), dus $a(4 - 2)^2 + 6 = 4$
 $4a + 6 = 4$
 $4a = -2$
 $a = -\frac{1}{2}$
Dus $y = -\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 6$.

$$\text{b } y = -\frac{1}{2}(x-2)^2 + 6 = -\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x - 2 + 6 = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$$

Dus $y = -\frac{1}{2}x^2 + 2x + 4$.

5 parabool p_1 :

Top $(-2, 1)$, dus $y = a(x+2)^2 + 1$.

Door $(0, -1)$, dus $a(0+2)^2 + 1 = -1$

$$4a + 1 = -1$$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x+2)^2 + 1 = -\frac{1}{2}(x^2 + 4x + 4) + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 2 + 1 = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1$$

$$\text{Dus } p_1: y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 1.$$

parabool p_2 :

Top $(3, 0)$, dus $y = a(x-3)^2$.

Door $(0, 3)$, dus $a(0-3)^2 = 3$

$$9a = 3$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x-3)^2 = \frac{1}{3}(x^2 - 6x + 9) = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3$$

$$\text{Dus } p_2: y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 3.$$

6 parabool p_3 :

Top $(0, 3)$, dus $y = ax^2 + 3$.

Door $(1, -1)$, dus $a \cdot 1^2 + 3 = -1$

$$a = -4$$

$$\text{Dus } p_3: y = -4x^2 + 3.$$

parabool p_4 :

Top $(2, 2)$, dus $y = a(x-2)^2 + 2$.

Door $(1, 3)$, dus $a(1-2)^2 + 2 = 3$

$$a + 2 = 3$$

$$a = 1$$

$$y = (x-2)^2 + 2 = x^2 - 4x + 4 + 2 = x^2 - 4x + 6$$

$$\text{Dus } p_4: y = x^2 - 4x + 6.$$

7 Top $(-3, 4)$, dus $y = a(x+3)^2 + 4$.

Door $(0, -5)$, dus $a(0+3)^2 + 4 = -5$

$$9a + 4 = -5$$

$$9a = -9$$

$$a = -1$$

$$y = -(x+3)^2 + 4 = -(x^2 + 6x + 9) + 4 = -x^2 - 6x - 9 + 4 = -x^2 - 6x - 5$$

$$\text{Dus } y = -x^2 - 6x - 5.$$

8 Voor $x = 0$ en $x = 5$ is $y = 5$, dus de parabool is symmetrisch in de lijn $x = \frac{0+5}{2} = 2\frac{1}{2}$.

Hieruit volgt dat het punt $(2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$ de top van de parabool is. Dus $y = a(x-2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2}$.

Door $(0, 3)$, dus $a(0-2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2} = 3$

$$6\frac{1}{4}a + 5\frac{1}{2} = 3$$

$$6\frac{1}{4}a = -2\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{2}{5}$$

$$\text{Dus } y = -\frac{2}{5}(x-2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2}.$$

$$x = 10 \text{ geeft } y = -\frac{2}{5}(10-2\frac{1}{2})^2 + 5\frac{1}{2} = -17$$

Dus het punt $(10, -17)$ ligt op de parabool.

9 **a** $(x+3)^2 = 16$
 $x+3 = 4 \vee x+3 = -4$
 $x = 1 \vee x = -7$

b $(2x-1)^2 = 9$
 $2x-1 = 3 \vee 2x-1 = -3$
 $2x = 4 \vee 2x = -2$
 $x = 2 \vee x = -1$

c $3(x+5)^2 = 75$
 $(x+5)^2 = 25$
 $x+5 = 5 \vee x+5 = -5$
 $x = 0 \vee x = -10$

d $0,15(x-2)^2 - 5,4 = 0$
 $0,15(x-2)^2 = 5,4$
 $(x-2)^2 = 36$
 $x-2 = 6 \vee x-2 = -6$
 $x = 8 \vee x = -4$

10 Top (16; 7,2), dus $h = a(x-16)^2 + 7,2$.

Door (0, 4), dus $a(0-16)^2 + 7,2 = 4$

$$256a + 7,2 = 4$$

$$256a = -3,2$$

$$a = -0,0125$$

Dus $h = -0,0125(x-16)^2 + 7,2$.

$h = 0$ geeft $-0,0125(x-16)^2 + 7,2 = 0$

$$-0,0125(x-16)^2 = -7,2$$

$$(x-16)^2 = 576$$

$$x-16 = 24 \vee x-16 = -24$$

$$x = 40 \vee x = -8$$

De bal komt 40 meter van het schuurtje op de grond.

11 **a** $p = 10$ en $q = 6$

b $x = 0$ geeft $y = a \cdot 0^2 + b \cdot 0 = 0$

Dus de parabool gaat door de oorsprong.

$p = 10$ en $q = 6$ geeft $y = a(x-10)^2 + 6$

Door (0, 0), dus $a(0-10)^2 + 6 = 0$

$$100a + 6 = 0$$

$$100a = -6$$

$$a = -0,06$$

c $a = -0,06$ geeft

$$y = -0,06(x-10)^2 + 6 = -0,06(x^2 - 20x + 100) + 6 = -0,06x^2 + 1,2x - 6 + 6 = -0,06x^2 + 1,2x$$

Dus $b = 1,2$.

Bladzijde 142

12 Top (3,6; 64,8), dus $h = a(t-3,6)^2 + 64,8$.

Door (0, 0), dus $a(0-3,6)^2 + 64,8 = 0$

$$12,96a + 64,8 = 0$$

$$12,96a = -64,8$$

$$a = -5$$

$$h = -5(t-3,6)^2 + 64,8 = -5(t^2 - 7,2t + 12,96) + 64,8 = -5t^2 + 36t - 64,8 + 64,8 = -5t^2 + 36t$$

Dus $a = -5$ en $b = 36$.

13 Top (15, 9), dus $h = a(x-15)^2 + 9$.

Door (0, 0), dus $a(0-15)^2 + 9 = 0$

$$225a = -9$$

$$a = -0,04$$

$$h = -0,04(x-15)^2 + 9 = -0,04(x^2 - 30x + 225) + 9 = -0,04x^2 + 1,2x - 9 + 9 = -0,04x^2 + 1,2x$$

Dus $a = -0,04$ en $b = 1,2$.

14 **a** Snijden met de x -as, dus $y = 0$ en dit geeft $\frac{1}{2}(x-2)(x-4) = 0$
 $x = 2 \vee x = 4$

De snijpunten met de x -as zijn (2, 0) en (4, 0).

b De x -coördinaat van de top van de parabool is het gemiddelde van de x -coördinaten van de snijpunten met de x -as.

$$\text{Dus } x_{\text{top}} = \frac{2+4}{2} = 3.$$

Bladzijde 143

- 15 a De snijpunten met de x -as zijn $(-4, 0)$ en $(6, 0)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = 2(0 + 4)(0 - 6) = -48$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -48)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-4 + 6}{2} = 1 \text{ en } y_{\text{top}} = 2(1 + 4)(1 - 6) = -50$$

Dus top $(1, -50)$.

- b De snijpunten met de x -as zijn $(1, 0)$ en $(5, 0)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = -\frac{1}{2}(0 - 1)(0 - 5) = -2\frac{1}{2}$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -2\frac{1}{2})$.

$$x_{\text{top}} = \frac{1 + 5}{2} = 3 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{2}(3 - 1)(3 - 5) = 2$$

Dus top $(3, 2)$.

- c De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(8, 0)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = -\frac{1}{4} \cdot 0 \cdot (0 - 8) = 0$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 0)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{0 + 8}{2} = 4 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 4 \cdot (4 - 8) = 4$$

Dus top $(4, 4)$.

- d De snijpunten met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(-10, 0)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = \frac{1}{50}(0 + 2)(0 + 10) = \frac{2}{5}$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, \frac{2}{5})$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-2 + (-10)}{2} = -6 \text{ en } y_{\text{top}} = \frac{1}{50}(-6 + 2)(-6 + 10) = -\frac{8}{25}$$

Dus top $(-6, -\frac{8}{25})$.

- 16 a Door $(-4, 0)$ en $(8, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x - 8)$.

$$\text{Door } (6, -5), \text{ dus } a(6 + 4)(6 - 8) = -5$$

$$a \cdot 10 \cdot (-2) = -5$$

$$-20a = -5$$

$$a = \frac{1}{4}$$

$$\text{Dus } y = \frac{1}{4}(x + 4)(x - 8).$$

$$x_{\text{top}} = \frac{-4 + 8}{2} = 2 \text{ en } y_{\text{top}} = \frac{1}{4}(2 + 4)(2 - 8) = -9$$

Dus top $(2, -9)$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = \frac{1}{4}(0 + 4)(0 - 8) = -8$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, -8)$.

- b $y = \frac{1}{4}(x + 4)(x - 8) = \frac{1}{4}(x^2 - 8x + 4x - 32) = \frac{1}{4}(x^2 - 4x - 32) = \frac{1}{4}x^2 - x - 8$

$$\text{Dus } y = \frac{1}{4}x^2 - x - 8.$$

- 17 a Door $(0, 0)$ en $(50, 0)$, dus $x_{\text{top}} = \frac{0 + 50}{2} = 25$ en $h_{\text{top}} = -0,02 \cdot 25 \cdot (25 - 50) = 12,5$.

De waterraket komt 12,5 meter hoog.

- b $h = -0,02x(x - 50) = -0,02x^2 + x$

$$\text{Dus } h = -0,02x^2 + x.$$

Bladzijde 144

- 18 parabool p_1 :

$$\text{Top } (-9, 4), \text{ dus } y = a(x + 9)^2 + 4.$$

$$\text{Door } (-7, 2), \text{ dus } a(-7 + 9)^2 + 4 = 2$$

$$4a + 4 = 2$$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x + 9)^2 + 4 = -\frac{1}{2}(x^2 + 18x + 81) + 4 = -\frac{1}{2}x^2 - 9x - 40\frac{1}{2} + 4 = -\frac{1}{2}x^2 - 9x - 36\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } p_1: y = -\frac{1}{2}x^2 - 9x - 36\frac{1}{2}.$$

parabool p_2 :

Door $(-4, 0)$ en $(-1, 0)$, dus $y = a(x + 4)(x + 1)$.

Door $(0, 6)$, dus $a(0 + 4)(0 + 1) = 6$

$$a \cdot 4 \cdot 1 = 6$$

$$4a = 6$$

$$a = 1\frac{1}{2}$$

$$y = 1\frac{1}{2}(x + 4)(x + 1) = 1\frac{1}{2}(x^2 + x + 4x + 4) = 1\frac{1}{2}(x^2 + 5x + 4) = 1\frac{1}{2}x^2 + 7\frac{1}{2}x + 6$$

$$\text{Dus } p_2: y = 1\frac{1}{2}x^2 + 7\frac{1}{2}x + 6.$$

parabool p_3 :

Door $(2, 0)$ en $(5, 0)$, dus $y = a(x - 2)(x - 5)$.

Door $(0, -5)$, dus $a(0 - 2)(0 - 5) = -5$

$$a \cdot -2 \cdot -5 = -5$$

$$10a = -5$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 2)(x - 5) = -\frac{1}{2}(x^2 - 5x - 2x + 10) = -\frac{1}{2}(x^2 - 7x + 10) = -\frac{1}{2}x^2 + 3\frac{1}{2}x - 5$$

$$\text{Dus } p_3: y = -\frac{1}{2}x^2 + 3\frac{1}{2}x - 5.$$

parabool p_4 :

Top $(9, -2)$, dus $y = a(x - 9)^2 - 2$.

Door $(6, 1)$, dus $a(6 - 9)^2 - 2 = 1$

$$9a - 2 = 1$$

$$9a = 3$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$$y = \frac{1}{3}(x - 9)^2 - 2 = \frac{1}{3}(x^2 - 18x + 81) - 2 = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 27 - 2 = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 25$$

$$\text{Dus } p_4: y = \frac{1}{3}x^2 - 6x + 25.$$

19 a $y = 2(x - 2)^2 - 32 = 2(x^2 - 4x + 4) - 32 = 2x^2 - 8x + 8 - 32 = 2x^2 - 8x - 24$

De formule is $y = 2x^2 - 8x - 24$.

b $y = 2x^2 - 8x - 24 = 2(x^2 - 4x - 12) = 2(x + 2)(x - 6)$

De formule is $y = 2(x + 2)(x - 6)$.

c Uit $y = 2(x - 2)^2 - 32$ kun je de coördinaten van de top van de grafiek aflezen.

Uit $y = 2(x + 2)(x - 6)$ kun je de coördinaten van de snijpunten van de grafiek met de x -as aflezen.

Uit $y = 2x^2 - 8x - 24$ kun je de coördinaten van het snijpunt van de grafiek met de y -as aflezen.

C1 a Top $(-2, 5)$, dus $y = a(x + 2)^2 + 5$.

Door $(2, 1)$, dus $a(2 + 2)^2 + 5 = 1$

$$16a + 5 = 1$$

$$16a = -4$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$y = -\frac{1}{4}(x + 2)^2 + 5 = -\frac{1}{4}(x^2 + 4x + 4) + 5 = -\frac{1}{4}x^2 - x - 1 + 5 = -\frac{1}{4}x^2 - x + 4$$

$$\text{Dus } y = -\frac{1}{4}x^2 - x + 4.$$

b Top $(3,2; 25,6)$, dus $h = a(t - 3,2)^2 + 25,6$.

Door $(0, 0)$, dus $a(0 - 3,2)^2 + 25,6 = 0$

$$10,24a + 25,6 = 0$$

$$10,24a = -25,6$$

$$a = -2,5$$

$$h = -2,5(t - 3,2)^2 + 25,6 = -2,5(t^2 - 6,4t + 10,24) + 25,6 = -2,5t^2 + 16t - 25,6 + 25,6 = -2,5t^2 + 16t$$

$$\text{Dus } a = -2,5 \text{ en } b = 16.$$

C2

a Door $(-3, 0)$ en $(6, 0)$, dus $y = a(x + 3)(x - 6)$.Door $(1, 5)$, dus $a(1 + 3)(1 - 6) = 5$

$$a \cdot 4 \cdot -5 = 5$$

$$-20a = 5$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

Dus $y = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 6)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + 6}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4}(1\frac{1}{2} + 3)(1\frac{1}{2} - 6) = 5\frac{1}{16}$$

Dus top $(1\frac{1}{2}, 5\frac{1}{16})$.

$$x = 0 \text{ geeft } y = -\frac{1}{4}(0 + 3)(0 - 6) = 4\frac{1}{2}$$

Dus het snijpunt met de y -as is $(0, 4\frac{1}{2})$.**b** $y = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 6) = -\frac{1}{4}(x^2 - 6x + 3x - 18) = -\frac{1}{4}(x^2 - 3x - 18) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}$ De formule is $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{3}{4}x + 4\frac{1}{2}$.

4.2 De formule $y = ax^2 + bx + c$

Bladzijde 145

20 a $y = 0$ geeft $2x^2 - 12x = 0$

$$2x(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 6$$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(6, 0)$.**b** $x_{\text{top}} = \frac{0 + 6}{2} = 3$ en $y_{\text{top}} = 2 \cdot 3^2 - 12 \cdot 3 = 18 - 36 = -18$ **c** $y = 2x^2 - 12x \xrightarrow{13 \text{ omhoog}} y = 2x^2 - 12x + 13$ Dus hebben beide parabolen dezelfde x_{top} en voor p_2 geldt dat $y_{\text{top}} = -18 + 13 = -5$.**21 a** $y = 0$ geeft $ax^2 + bx = 0$

$$x(ax + b) = 0$$

$$x = 0 \vee ax + b = 0$$

$$x = 0 \vee ax = -b$$

$$x = 0 \vee x = -\frac{b}{a}$$

De snijpunten met de x -as zijn $(0, 0)$ en $(-\frac{b}{a}, 0)$.**b** $x_{\text{top}} = \frac{0 + (-\frac{b}{a})}{2} = \frac{-\frac{b}{a}}{2} = -\frac{b}{2a}$ **c** $p_1: y = ax^2 + bx \xrightarrow{c \text{ omhoog}} p_2: y = ax^2 + bx + c$ Uit de verschuiving volgt dat beide parabolen dezelfde x_{top} hebben, dus geldt ookvoor p_2 dat $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a}$.

Bladzijde 146

22 a Door $(2, 0)$, dus $\frac{1}{4} \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 + c = 0$

$$1 - 4 + c = 0$$

$$c = 3$$

b $x_{\text{top}} = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = 4$ en $y_{\text{top}} = \frac{1}{4} \cdot 4^2 - 2 \cdot 4 + 3 = -1$ De top is $(4, -1)$.**c** $y = 0$ geeft $\frac{1}{4}x^2 - 2x + 3 = 0$

$$x^2 - 8x + 12 = 0$$

$$(x - 2)(x - 6) = 0$$

$$x = 2 \vee x = 6$$

Het andere snijpunt met de x -as is $(6, 0)$.

23 a Door $(1, -3)$, dus $a \cdot 1^2 + 11 \cdot 1 - 12 = -3$

$$a + 11 - 12 = -3$$

$$a = -2$$

$$\text{Dus } y = -2x^2 + 11x - 12.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{11}{2 \cdot -2} = 2\frac{3}{4} \text{ en } y_{\text{top}} = -2 \cdot (2\frac{3}{4})^2 + 11 \cdot 2\frac{3}{4} - 12 = 3\frac{1}{8}$$

De top is $(2\frac{3}{4}, 3\frac{1}{8})$.

b $y = 0$ geeft $-2x^2 + 11x - 12 = 0$

$$2x^2 - 11x + 12 = 0$$

$$D = (-11)^2 - 4 \cdot 2 \cdot 12 = 25, \text{ dus } \sqrt{D} = 5$$

$$x = \frac{11 \pm 5}{4} = 4 \vee x = \frac{11 - 5}{4} = 1\frac{1}{2}$$

De snijpunten met de x -as zijn $(4, 0)$ en $(1\frac{1}{2}, 0)$.

24 a Door $(6, -4)$, dus $a \cdot 6^2 + \frac{1}{2} \cdot 6 + 2 = -4$

$$36a + 3 + 2 = -4$$

$$36a = -9$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Dus } y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{\frac{1}{2}}{2 \cdot -\frac{1}{4}} = 1 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 1^2 + \frac{1}{2} \cdot 1 + 2 = 2\frac{1}{4}$$

De top is $(1, 2\frac{1}{4})$.

b $y = 0$ geeft $-\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 2 = 0$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 4$$

De snijpunten met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(4, 0)$.

25 a Door $(2, 0)$ en $(6, 0)$, dus $y = a(x - 2)(x - 6)$.

Door $(3, 1)$, dus $a(3 - 2)(3 - 6) = 1$

$$a \cdot 1 \cdot -3 = 1$$

$$-3a = 1$$

$$a = -\frac{1}{3}$$

$$y = -\frac{1}{3}(x - 2)(x - 6) = -\frac{1}{3}(x^2 - 6x - 2x + 12) = -\frac{1}{3}(x^2 - 8x + 12) = -\frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 4$$

$$\text{Dus } y = -\frac{1}{3}x^2 + 2\frac{2}{3}x - 4.$$

b Top $(2, 2\frac{1}{2})$, dus $y = a(x - 2)^2 + 2\frac{1}{2}$.

Door $(4, -7\frac{1}{2})$, dus $a(4 - 2)^2 + 2\frac{1}{2} = -7\frac{1}{2}$

$$4a + 2\frac{1}{2} = -7\frac{1}{2}$$

$$4a = -10$$

$$a = -2\frac{1}{2}$$

$$y = -2\frac{1}{2}(x - 2)^2 + 2\frac{1}{2} = -2\frac{1}{2}(x^2 - 4x + 4) + 2\frac{1}{2} = -2\frac{1}{2}x^2 + 10x - 10 + 2\frac{1}{2} = -2\frac{1}{2}x^2 + 10x - 7\frac{1}{2}$$

$$\text{Dus } y = -2\frac{1}{2}x^2 + 10x - 7\frac{1}{2}.$$

c Door $(-5, 21)$, dus $a \cdot (-5)^2 - 2 \cdot -5 + 6 = 21$

$$25a + 10 + 6 = 21$$

$$25a = 5$$

$$a = \frac{1}{5}$$

$$\text{Dus } y = \frac{1}{5}x^2 - 2x + 6.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{-2}{2 \cdot \frac{1}{5}} = 5 \text{ en } y_{\text{top}} = \frac{1}{5} \cdot 5^2 - 2 \cdot 5 + 6 = 1$$

De top is $(5, 1)$.

26 Door $(30, 0)$, dus $-0,04 \cdot 30^2 + p \cdot 30 + 1,5 = 0$
 $-36 + 30p + 1,5 = 0$
 $30p = 34,5$
 $p = 1,15$

Dus $h = -0,04a^2 + 1,15a + 1,5$.

$$a_{\text{top}} = -\frac{1,15}{2 \cdot -0,04} = 14,375 \text{ en } h_{\text{top}} = -0,04 \cdot 14,375^2 + 1,15 \cdot 14,375 + 1,5 = 9,765 \dots$$

Dus de speer komt ongeveer 9,77 meter hoog.

27 a $x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot \frac{1}{4}} = -4$ en $y_{\text{top}} = \frac{1}{4} \cdot (-4)^2 + 2 \cdot -4 + c = 4 - 8 + c = -4 + c$
 $y_{\text{top}} = -9$ geeft $-4 + c = -9$
 $c = -5$

b $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2 \cdot -\frac{1}{4}} = 2b$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot (2b)^2 + b \cdot 2b - 8 = -b^2 + 2b^2 - 8 = b^2 - 8$
 $y_{\text{top}} = 17$ geeft $b^2 - 8 = 17$
 $b^2 = 25$
 $b = 5 \vee b = -5$
 $b = 5$ geeft $x_{\text{top}} = 2 \cdot 5 = 10$ en $b = -5$ geeft $x_{\text{top}} = 2 \cdot -5 = -10$.
Dus $x_{\text{top}} = 10 \vee x_{\text{top}} = -10$.

28 a $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2 \cdot -\frac{1}{5}} = 2\frac{1}{2}b$ en $y_{\text{top}} = -\frac{1}{5} \cdot (2\frac{1}{2}b)^2 + b \cdot 2\frac{1}{2}b - 8 = -1\frac{1}{4}b^2 + 2\frac{1}{2}b^2 - 8 = 1\frac{1}{4}b^2 - 8$

$$y_{\text{top}} = 12 \text{ geeft } 1\frac{1}{4}b^2 - 8 = 12$$

$$1\frac{1}{4}b^2 = 20$$

$$b^2 = 16$$

$$b = 4 \vee b = -4$$

$$b = 4 \text{ geeft } x_{\text{top}} = 2\frac{1}{2} \cdot 4 = 10 \text{ en } b = -4 \text{ geeft } x_{\text{top}} = 2\frac{1}{2} \cdot -4 = -10.$$

$$\text{Dus } x_{\text{top}} = 10 \vee x_{\text{top}} = -10.$$

b $x_{\text{top}} = -\frac{p}{2 \cdot -1} = \frac{1}{2}p$ en $y_{\text{top}} = -(\frac{1}{2}p)^2 + p \cdot \frac{1}{2}p - 2p + 3 = -\frac{1}{4}p^2 + \frac{1}{2}p^2 - 2p + 3 = \frac{1}{4}p^2 - 2p + 3$

$$\text{Top op de } x\text{-as, dus } y_{\text{top}} = 0 \text{ geeft } \frac{1}{4}p^2 - 2p + 3 = 0$$

$$p^2 - 8p + 12 = 0$$

$$(p-2)(p-6) = 0$$

$$p = 2 \vee p = 6$$

$$p = 2 \text{ geeft de parabool } y = -x^2 + 2x - 2 \cdot 2 + 3 = -x^2 + 2x - 1 \text{ met } x_{\text{top}} = \frac{1}{2} \cdot 2 = 1, \text{ dus top } (1, 0).$$

$$x = 0 \text{ geeft } y = -0^2 + 2 \cdot 0 - 1 = -1, \text{ dus snijpunt met de } y\text{-as is } (0, -1).$$

$$p = 6 \text{ geeft de parabool } y = -x^2 + 6x - 2 \cdot 6 + 3 = -x^2 + 6x - 9 \text{ met } x_{\text{top}} = \frac{1}{2} \cdot 6 = 3, \text{ dus top } (3, 0).$$

$$x = 0 \text{ geeft } y = -0^2 + 6 \cdot 0 - 9 = -9, \text{ dus snijpunt met de } y\text{-as is } (0, -9).$$

29 a
$$\begin{cases} 7x - 3y = -3 \\ -3x + 3y = -9 \end{cases} +$$

$$\frac{4x}{4x} = -12$$

 $x = -3$

$$x = -3 \text{ invullen in } 7x - 3y = -3 \text{ geeft } 7 \cdot -3 - 3y = -3$$

$$-21 - 3y = -3$$

$$-3y = 18$$

$$y = -6$$

De oplossing is $(x, y) = (-3, -6)$.

b
$$\begin{cases} 5x - 2y = 6 \\ x + 4y = -12 \end{cases} \begin{vmatrix} 1 \\ 5 \end{vmatrix} \text{ geeft } \begin{cases} 5x - 2y = 6 \\ 5x + 20y = -60 \end{cases}$$

$$\frac{-22y}{-22y} = \frac{66}{-22}$$

 $y = -3$

$$y = -3 \text{ invullen in } x + 4y = -12 \text{ geeft } x + 4 \cdot -3 = -12$$

$$x - 12 = -12$$

$$x = 0$$

De oplossing is $(x, y) = (0, -3)$.

$$\text{c } \begin{cases} 3x + 2y = -13 \\ 2x + 5y = 6 \end{cases} \begin{array}{l} |2| \\ |3| \end{array} \text{ geeft } \begin{cases} 6x + 4y = -26 \\ 6x + 15y = 18 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} -11y = -44 \\ y = 4 \end{array}$$

$$y = 4 \text{ invullen in } 2x + 5y = 6 \text{ geeft } 2x + 5 \cdot 4 = 6$$

$$2x + 20 = 6$$

$$2x = -14$$

$$x = -7$$

De oplossing is $(x, y) = (-7, 4)$.

$$\text{d } \begin{cases} y = -5x + 12 \\ 3x + 7y = 52 \end{cases}$$

$$\text{Substitueren van } y = -5x + 12 \text{ in } 3x + 7y = 52 \text{ geeft } 3x + 7(-5x + 12) = 52$$

$$3x - 35x + 84 = 52$$

$$-32x = -32$$

$$x = 1$$

$$x = 1 \text{ geeft } y = -5 \cdot 1 + 12 = 7$$

De oplossing is $(x, y) = (1, 7)$.

30 a $x = -1$ en $y = 8$ geeft $a \cdot (-1)^2 + b \cdot -1 + 4 = 8$

$$a - b + 4 = 8$$

$$a - b = 4$$

b $x = 3$ en $y = 4$ geeft $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 4 = 4$

$$9a + 3b + 4 = 4$$

$$9a + 3b = 0$$

$$3a + b = 0$$

$$\text{c } \begin{cases} a - b = 4 \\ 3a + b = 0 \end{cases} +$$

$$\frac{4a}{4a} = 4$$

$$a = 1$$

$$a = 1 \text{ invullen in } a - b = 4 \text{ geeft } 1 - b = 4$$

$$-b = 3$$

$$b = -3$$

$$\text{Dus } y = x^2 - 3x + 4.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{-3}{2 \cdot 1} = 1\frac{1}{2} \text{ en } y_{\text{top}} = (1\frac{1}{2})^2 - 3 \cdot 1\frac{1}{2} + 4 = 1\frac{3}{4}$$

De top is $(1\frac{1}{2}, 1\frac{3}{4})$.

31 a Door $(2, 11)$ geeft $a \cdot 2^2 + 4 \cdot 2 + c = 11$

$$4a + 8 + c = 11$$

$$4a + c = 3$$

Door $(8, 5)$ geeft $a \cdot 8^2 + 4 \cdot 8 + c = 5$

$$64a + 32 + c = 5$$

$$64a + c = -27$$

$$\begin{cases} 4a + c = 3 \\ 64a + c = -27 \end{cases} -$$

$$\frac{-60a}{-60a} = 30$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2} \text{ invullen in } 4a + c = 3 \text{ geeft } 4 \cdot -\frac{1}{2} + c = 3$$

$$-2 + c = 3$$

$$c = 5$$

$$\text{Dus } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{4}{2 \cdot -\frac{1}{2}} = 4 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{2} \cdot 4^2 + 4 \cdot 4 + 5 = 13$$

De top is $(4, 13)$.

b Door $(-2, -3)$ geeft $a \cdot (-2)^2 - 1\frac{1}{2} \cdot -2 + c = -3$

$$4a + 3 + c = -3$$

$$4a + c = -6$$

Door $(5, 7\frac{1}{2})$ geeft $a \cdot 5^2 - 1\frac{1}{2} \cdot 5 + c = 7\frac{1}{2}$

$$25a - 7\frac{1}{2} + c = 7\frac{1}{2}$$

$$25a + c = 15$$

$$\begin{cases} 4a + c = -6 \\ 25a + c = 15 \end{cases}$$

$$\frac{-21a}{-21} = \frac{-21}{-21}$$

$$a = 1$$

$a = 1$ invullen in $4a + c = -6$ geeft $4 \cdot 1 + c = -6$

$$4 + c = -6$$

$$c = -10$$

Dus $y = x^2 - 1\frac{1}{2}x - 10$.

$y = 0$ geeft $x^2 - 1\frac{1}{2}x - 10 = 0$

$$(x + 2\frac{1}{2})(x - 4) = 0$$

$$x = -2\frac{1}{2} \vee x = 4$$

De snijpunten met de x -as zijn $(-2\frac{1}{2}, 0)$ en $(4, 0)$.

Bladzijde 148

32 a Door $(-1, 9)$ geeft $a \cdot (-1)^2 + b \cdot -1 + 1 = 9$

$$a - b + 1 = 9$$

$$a - b = 8$$

Door $(5, 21)$ geeft $a \cdot 5^2 + b \cdot 5 + 1 = 21$

$$25a + 5b + 1 = 21$$

$$25a + 5b = 20$$

$$5a + b = 4$$

$$\begin{cases} a - b = 8 \\ 5a + b = 4 \end{cases}$$

$$\frac{6a}{6a} = \frac{12}{6}$$

$$a = 2$$

$a = 2$ invullen in $a - b = 8$ geeft $2 - b = 8$

$$-b = 6$$

$$b = -6$$

Dus $y = 2x^2 - 6x + 1$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{-6}{2 \cdot 2} = 1\frac{1}{2} \text{ en } y_{\text{top}} = 2 \cdot (1\frac{1}{2})^2 - 6 \cdot 1\frac{1}{2} + 1 = -3\frac{1}{2}$$

De top is $(1\frac{1}{2}, -3\frac{1}{2})$.

b $x_{\text{top}} = -\frac{b}{2a} = 3$ geeft $-b = 6a$, dus $b = -6a$.

Dus $y = ax^2 - 6ax + 3\frac{1}{2}$.

$$y_{\text{top}} = a \cdot 3^2 - 6a \cdot 3 + 3\frac{1}{2} = 9a - 18a + 3\frac{1}{2} = -9a + 3\frac{1}{2}$$

$y_{\text{top}} = 8$ geeft $-9a + 3\frac{1}{2} = 8$

$$-9a = 4\frac{1}{2}$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Dus $y = -\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\frac{1}{2}$.

$y = 0$ geeft $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 3\frac{1}{2} = 0$

$$x^2 - 6x - 7 = 0$$

$$(x + 1)(x - 7) = 0$$

$$x = -1 \vee x = 7$$

Dus de snijpunten met de x -as zijn $(-1, 0)$ en $(7, 0)$.

- c** Door $(-1, 0)$ en $(6, 0)$, dus $y = a(x+1)(x-6)$.
 $y = a(x+1)(x-6) = a(x^2 - 6x + x - 6) = a(x^2 - 5x - 6) = ax^2 - 5ax - 6a$
 $-6a = -3$, dus $a = \frac{1}{2}$ en dit geeft $y = \frac{1}{2}x^2 - 2\frac{1}{2}x - 3$.
 $x_{\text{top}} = \frac{-1+6}{2} = 2\frac{1}{2}$ en $y_{\text{top}} = \frac{1}{2} \cdot (2\frac{1}{2})^2 - 2\frac{1}{2} \cdot 2\frac{1}{2} - 3 = -6\frac{1}{8}$
De top is $(2\frac{1}{2}, -6\frac{1}{8})$.

C3 A en E, want dit kan alleen bij kwadratische formules.

- C4 a** Door $(2, 4)$, dus $a \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 + 1 = 4$

$$4a + 4 + 1 = 4$$

$$4a = -1$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

$$\text{Dus } y = -\frac{1}{4}x^2 + 2x + 1.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{2}{2 \cdot -\frac{1}{4}} = 4 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4} \cdot 4^2 + 2 \cdot 4 + 1 = 5$$

De top is $(4, 5)$.

- b** Door $(-1, 10)$ geeft $a \cdot (-1)^2 - 5 \cdot -1 + c = 10$

$$a + 5 + c = 10$$

$$a + c = 5$$

$$\text{Door } (7, 30) \text{ geeft } a \cdot 7^2 - 5 \cdot 7 + c = 30$$

$$49a - 35 + c = 30$$

$$49a + c = 65$$

$$\begin{cases} a + c = 5 \\ 49a + c = 65 \end{cases} \quad \begin{array}{r} - \\ -48a \quad = -60 \end{array}$$

$$a = 1\frac{1}{4}$$

$$a = 1\frac{1}{4} \text{ invullen in } a + c = 5 \text{ geeft } 1\frac{1}{4} + c = 5$$

$$c = 3\frac{3}{4}$$

$$\text{Dus } y = 1\frac{1}{4}x^2 - 5x + 3\frac{3}{4}.$$

$$x_{\text{top}} = -\frac{-5}{2 \cdot 1\frac{1}{4}} = 2 \text{ en } y_{\text{top}} = 1\frac{1}{4} \cdot 2^2 - 5 \cdot 2 + 3\frac{3}{4} = -1\frac{1}{4}$$

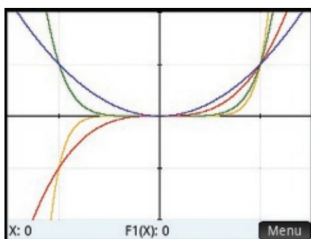
De top is $(2, -1\frac{1}{4})$.

4.3 Machtsformules

Bladzijde 149

33

a



- b** Alle grafieken gaan door $(0, 0)$ en $(1, 1)$.
c Van de grafieken van $y = x^2$ en $y = x^6$ ligt geen enkel punt onder de x -as.

34

A $y = (x+2)^3 + 5$

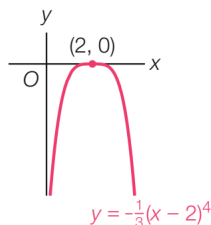
Bladzijde 151

35 a $y = \frac{1}{2}x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-2, 18)$
 $y = \frac{1}{2}(x+2)^4 + 18$

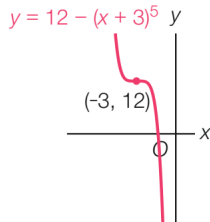
b $y = 6x^3$
 $\downarrow$ translatie $(8, 12)$
 $y = 6(x-8)^3 + 12$

c $y = -x^8$
 $\downarrow$ translatie $(3, -10)$
 $y = -(x-3)^8 - 10$

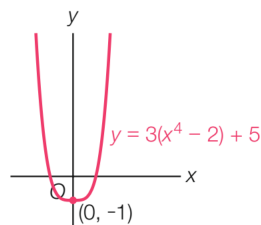
36 a $y = -\frac{1}{3}x^4$
 $\downarrow$ translatie $(2, 0)$
 $y = -\frac{1}{3}(x-2)^4$



b $y = -x^5$
 $\downarrow$ translatie $(-3, 12)$
 $y = 12 - (x+3)^5$



c $y = 3(x^4 - 2) + 5 = 3x^4 - 6 + 5 = 3x^4 - 1$
 $y = 3x^4$
 $\downarrow$ translatie $(0, -1)$
 $y = 3x^4 - 1$



37 a $y = 3x^7 - 5$
 $\downarrow$ translatie $(2, 9)$
 $y = 3(x-2)^7 - 5 + 9$
Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 3(x-2)^7 + 4$.

b $y = 5(x-2)^4 - 2$
 $\downarrow$ translatie $(-5, 4)$
 $y = 5(x+5-2)^4 - 2 + 4$
Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 5(x+3)^4 + 2$.

38 a $f(x) = -0,5(x+2)^4 + 4$
 $\downarrow$ translatie $(0, -11)$
 $g(x) = -0,5(x+2)^4 - 7$

b $h(x) = 5(x+3)^9 + 9$
 $\downarrow$ translatie $(7, -6)$
 $k(x) = 5(x-7+3)^9 + 9 - 6$
oftewel $k(x) = 5(x-4)^9 + 3$

Bladzijde 152

- 39** Punt van symmetrie van de grafiek van f is $(-6, 6)$, van de grafiek van g is dat $(-2, 4)$, en van de grafiek van h is dat $(-p, 1)$.

$$y = ax + b$$

Door $(-6, 6)$ en $(-2, 4)$, dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4-6}{-2-(-6)} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2}$.

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } (-2, 4) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot -2 + b = 4 \\ 1 + b = 4 \\ b = 3 \end{array}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + 3 \\ \text{door } (-p, 1) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot -p + 3 = 1 \\ \frac{1}{2}p = -2 \\ p = -4 \end{array}$$

40 a $f(x) = 0,5x^3$ geeft $f'(x) = 1,5x^2$
Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 1,5x^2$.
 $x = 6$ geeft helling $= 1,5 \cdot 6^2 = 54$

- b** De grafiek van g ontstaat uit de grafiek van f door de translatie $(3, 5)$. Dus de helling van de grafiek van g in het punt met $x_B = 9$ is gelijk aan de helling van de grafiek van f in het punt met $x_A = 6$.

c Voor de grafiek van f geldt: helling $= 6$ geeft $1,5x^2 = 6$
 $x^2 = 4$
 $x = 2 \vee x = -2$

Dus de grafiek van g heeft helling 6 voor $x = 2 + 3 = 5$ en $x = -2 + 3 = 1$.

$$g(5) = 0,5(5-3)^3 + 5 = 9$$

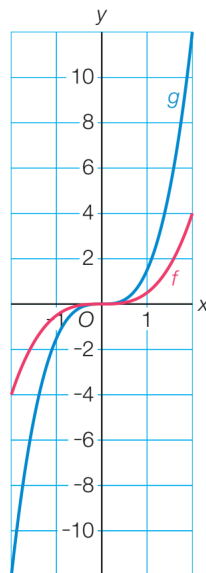
$$g(1) = 0,5(1-3)^3 + 5 = 1$$

Dus in de punten $(5, 9)$ en $(1, 1)$ van de grafiek van g is de helling gelijk aan 6.

41 a	x	-2	-1	0	1	2
	$f(x)$	-4	-0,5	0	0,5	4
	$g(x)$	-12	-1,5	0	1,5	12

b Zie de figuur hiernaast.

- c** De functiewaarden van de functie g zijn 3 keer zo groot als die van de functie f . Dus voor elke waarde van x ligt het bijbehorende punt op de grafiek van g drie keer zo ver van de x -as als het bijbehorende punt op de grafiek van f . Dus door de grafiek van f met 3 te vermenigvuldigen ten opzichte van de x -as, ontstaat de grafiek van g .



Bladzijde 153

- 42 a** $y = -2x^3$
 $\downarrow$ translatie $(-3, -5)$
 $y = -2(x+3)^3 - 5$
 $\downarrow \times -3$ t.o.v. de x -as
 $y = -3(-2(x+3)^3 - 5) = 6(x+3)^3 + 15$
- b** Het punt van symmetrie is $(-3, 15)$.

- 43 a** $y = 0,3x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-5, 6)$
 $y = 0,3(x+5)^4 + 6$
 $\downarrow \times -4$ t.o.v. de x -as
 $y = -4(0,3(x+5)^4 + 6) = -1,2(x+5)^4 - 24$
 De top is het punt $(-5, -24)$.

- b** $y = 0,3x^4$
 $\downarrow \times -4$ t.o.v. de x -as
 $y = -1,2x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-5, 6)$
 $y = -1,2(x+5)^4 + 6$
 De top is het punt $(-5, 6)$.

Bladzijde 154

- 44 a** $f(x) = \frac{1}{2}(x-3)^5 + 7$
 $\downarrow$ translatie $(1, 2)$
 $y = \frac{1}{2}(x-1-3)^5 + 7 + 2 = \frac{1}{2}(x-4)^5 + 9$
 $\downarrow \times -1$ t.o.v. de x -as
 $g(x) = -1(\frac{1}{2}(x-4)^5 + 9) = -\frac{1}{2}(x-4)^5 - 9$
 Het punt van symmetrie is $(4, -9)$.

- b** $g(x) = -2\frac{1}{2}(x+4)^6 - 1$
 $\downarrow \times -4$ t.o.v. de x -as
 $y = -4(-2\frac{1}{2}(x+4)^6 - 1) = 10(x+4)^6 + 4$
 $\downarrow$ translatie $(-5, -4)$
 $h(x) = 10(x+5+4)^6 + 4 - 4 = 10(x+9)^6$
 De top is het punt $(-9, 0)$.

- 45 a** $f(x) = -8(x+3)^7 + 4$
 $\downarrow \times -\frac{1}{2}$ t.o.v. de x -as
 $y = -\frac{1}{2}(-8(x+3)^7 + 4) = 4(x+3)^7 - 2$
 $\downarrow$ translatie $(5, 13)$
 $g(x) = 4(x-2)^7 + 11$

- b** $f(x) = -8(x+3)^7 + 4$
 $\downarrow$ translatie $(5, -26)$
 $y = -8(x-2)^7 - 22$
 $\downarrow \times -\frac{1}{2}$ t.o.v. de x -as
 $g(x) = -\frac{1}{2}(-8(x-2)^7 - 22) = 4(x-2)^7 + 11$

- 46** De top van de grafiek van f is het punt $(1, 5)$.

$$y = 3x^2 + bx + 6 \quad \left\{ \begin{array}{l} 3 \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 6 = 5 \\ 3 + b + 6 = 5 \end{array} \right.$$

$$b = -4$$

$$\text{Dus } y = 3x^2 - 4x + 6.$$

$$f(x) = 2(x-1)^4 + 5$$

$$\downarrow \times -3 \text{ t.o.v. de } x\text{-as}$$

$$y = -3(2(x-1)^4 + 5) = -6(x-1)^4 - 15$$

$$\downarrow \text{translatie } (a, 21)$$

$$g(x) = -6(x-a-1)^4 - 15 + 21 = -6(x-a-1)^4 + 6$$

De top van de grafiek van g is het punt $(1+a, 6)$.

$$y = 3x^2 - 4x + 6 \text{ door } (1+a, 6) \text{ geeft } 3(1+a)^2 - 4(1+a) + 6 = 6$$

$$3(1+2a+a^2) - 4 - 4a = 0$$

$$3 + 6a + 3a^2 - 4 - 4a = 0$$

$$3a^2 + 2a - 1 = 0$$

$$D = 2^2 - 4 \cdot 3 \cdot -1 = 16, \text{ dus } \sqrt{D} = 4$$

$$a = \frac{-2+4}{6} = \frac{1}{2} \vee a = \frac{-2-4}{6} = -1$$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^4 + 6$$

↓ translatie (p, q)

$$y = -\frac{1}{2}(x-p+2)^4 + 6 + q$$

↓ $\times a$ t.o.v. de x -as

$$g(x) = a(-\frac{1}{2}(x-p+2)^4 + 6 + q) = -\frac{1}{2}a(x-p+2)^4 + 6a + aq$$

top $(5, -10)$ geeft $-p+2 = -5$ oftewel $p = 7$ en $6a + aq = -10$.

$$g(x) = -\frac{1}{2}a(x-5)^4 - 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} -\frac{1}{2}a(1-5)^4 - 10 = 310 \\ -\frac{1}{2}a \cdot (-4)^4 = 320 \\ -128a = 320 \end{array} \right.$$

door $(1, 310)$

$$\left. \begin{array}{l} a = -2\frac{1}{2} \\ 6a + aq = -10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6 \cdot -2\frac{1}{2} - 2\frac{1}{2}q = -10 \\ -15 - 2\frac{1}{2}q = -10 \\ -2\frac{1}{2}q = 5 \\ q = -2 \end{array}$$

Dus $a = -2\frac{1}{2}$, $p = 7$ en $q = -2$.

Alternatieve uitwerking

$$g(x) = t(x-5)^4 - 10 \quad \left\{ \begin{array}{l} t(1-5)^4 - 10 = 310 \\ 256t - 10 = 310 \\ 256t = 320 \\ t = 1\frac{1}{4} \end{array} \right.$$

$$g(x) = -2\frac{1}{2}(-\frac{1}{2}(x-5)^4 + 4) = -\frac{1}{4}(x-5)^4 - 10$$

↑ $\times -2\frac{1}{2}$ t.o.v. de x -as

$$y = -\frac{1}{2}(x-7+2)^4 + 6 - 2 = -\frac{1}{2}(x-5)^4 + 4$$

↑ translatie $(7, -2)$

$$f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^4 + 6$$

Dus $a = -2\frac{1}{2}$, $p = 7$ en $q = -2$.

Bladzijde 155

C5

a $y = 0,5x^3$

↓ translatie $(-2, -9)$

$$y = 0,5(x+2)^3 - 9$$

b $y = 3x^4 + 5$

↓ translatie $(6, -7)$

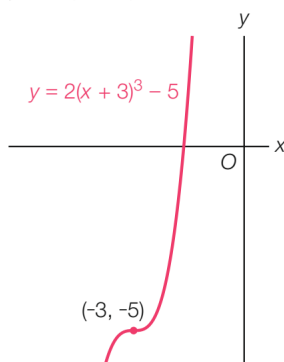
$$y = 3(x-6)^4 + 5 - 7$$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = 3(x-6)^4 - 2$.

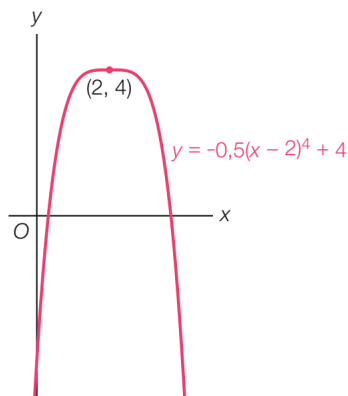
c $y = 2x^3$

↓ translatie $(-3, -5)$

$$y = 2(x+3)^3 - 5$$



d $y = -0,5x^4$
 $\downarrow$ translatie (2, 4)
 $y = -0,5(x - 2)^4 + 4$



C6

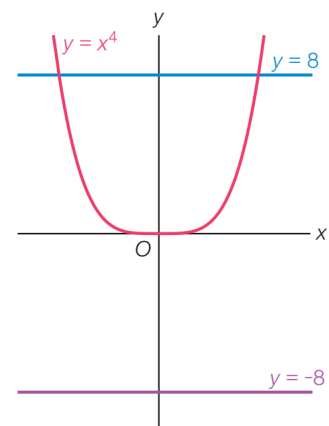
a $f(x) = 0,2(x + 1)^9 - 3$
 $\downarrow$ translatie (-3, 2)
 $y = 0,2(x + 3 + 1)^9 - 3 + 2 = 0,2(x + 4)^9 - 1$
 $\downarrow \times -10$ t.o.v. de x -as
 $g(x) = -10(0,2(x + 4)^9 - 1) = -2(x + 4)^9 + 10$
 Het punt van symmetrie is (-4, 10).

b $f(x) = 0,2(x + 1)^9 - 3$
 $\downarrow \times -10$ t.o.v. de x -as
 $y = -10(0,2(x + 1)^9 - 3) = -2(x + 1)^9 + 30$
 $\downarrow$ translatie (-3, 2)
 $g(x) = -2(x + 3 + 1)^9 + 30 + 2 = -2(x + 4)^9 + 32$
 Het punt van symmetrie is (-4, 32).

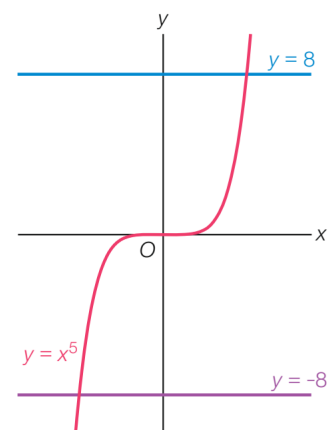
4.4 Hogeregraadsvergelijkingen

Bladzijde 156

- 48** **a** Zie de figuur hiernaast.
b Er zijn twee snijpunten, dus de vergelijking $x^4 = 8$ heeft twee oplossingen.
c Er is geen snijpunt, dus de vergelijking $x^4 = -8$ heeft geen oplossingen.



- 49** **a** Zie de figuur hiernaast.
b Er is één snijpunt, dus de vergelijking $x^5 = 8$ heeft één oplossing.
c Er is één snijpunt, dus de vergelijking $x^5 = -8$ heeft één oplossing.



Bladzijde 157

50

a $x^6 = 20$
 $x = \sqrt[6]{20} \vee x = -\sqrt[6]{20}$

b $5x^3 = 100$
 $x^3 = 20$
 $x = \sqrt[3]{20}$

c $x^2 + 7 = 18$
 $x^2 = 11$
 $x = \sqrt{11} \vee x = -\sqrt{11}$

d $3x^7 + 25 = 4$
 $3x^7 = -21$
 $x^7 = -7$
 $x = \sqrt[7]{-7}$

e $\frac{1}{2}x^6 + 12 = 9$
 $\frac{1}{2}x^6 = -3$
 $x^6 = -6$
 geen oplossing

f $0,3x^8 + 5 = 11$
 $0,3x^8 = 6$
 $x^8 = 20$
 $x = \sqrt[8]{20} \vee x = -\sqrt[8]{20}$

51

a $3x^5 + 10 = 16$
 $3x^5 = 6$
 $x^5 = 2$
 $x = \sqrt[5]{2}$
 $x \approx 1,15$

b $2x^5 + 9 = 1$
 $2x^5 = -8$
 $x^5 = -4$
 $x = \sqrt[5]{-4}$
 $x \approx -1,32$

c $3x^4 - 5 = 10$
 $3x^4 = 15$
 $x^4 = 5$
 $x = \sqrt[4]{5} \vee x = -\sqrt[4]{5}$
 $x \approx 1,50 \vee x \approx -1,50$

d $3x^4 + 10 = 4$
 $3x^4 = -6$
 $x^4 = -2$
 geen oplossing

e $\frac{1}{3}x^6 + 2 = 6$
 $\frac{1}{3}x^6 = 4$
 $x^6 = 12$
 $x = \sqrt[6]{12} \vee x = -\sqrt[6]{12}$
 $x \approx 1,51 \vee x \approx -1,51$

f $-\frac{1}{2}x^6 + 6 = 2$
 $-\frac{1}{2}x^6 = -4$
 $x^6 = 8$
 $x = \sqrt[6]{8} \vee x = -\sqrt[6]{8}$
 $x \approx 1,41 \vee x \approx -1,41$

Bladzijde 158

52

a $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - 15x$ geeft $f'(x) = 2x^3 - 15$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 2x^3 - 15$.
 $x = \sqrt[3]{6}$ geeft helling $= 2 \cdot (\sqrt[3]{6})^3 - 15 = -3$

b helling = 1 geeft $2x^3 - 15 = 1$
 $2x^3 = 16$
 $x^3 = 8$
 $x = 2$

53

x	x^2	x^3	x^4	x^5	x^6
1	1	1	1	1	1
2	4	8	16	32	64
3	9	27	81	243	729
4	16	64	256	1024	
5	25	125	625		
6	36	216			

Bladzijde 159

54

a $\frac{1}{2}x^3 - 8 = 100$
 $\frac{1}{2}x^3 = 108$
 $x^3 = 216$
 $x = 6$

b $\frac{1}{9}x^6 - 1 = 80$
 $\frac{1}{9}x^6 = 81$
 $x^6 = 729$
 $x = 3 \vee x = -3$

c $82 - \frac{1}{3}x^5 = 1$
 $-\frac{1}{3}x^5 = -81$
 $x^5 = 243$
 $x = 3$

d $3(2x - 1)^2 = 147$
 $(2x - 1)^2 = 49$
 $2x - 1 = 7 \vee 2x - 1 = -7$
 $2x = 8 \vee 2x = -6$
 $x = 4 \vee x = -3$

e $2(x + 2)^3 + 150 = 22$
 $2(x + 2)^3 = -128$
 $(x + 2)^3 = -64$
 $x + 2 = -4$
 $x = -6$

f $(4x + 1)^4 - 25 = 56$
 $(4x + 1)^4 = 81$
 $4x + 1 = 3 \vee 4x + 1 = -3$
 $4x = 2 \vee 4x = -4$
 $x = \frac{1}{2} \vee x = -1$

55 a $5x^3 + 2 = -38$

$$5x^3 = -40$$

$$x^3 = -8$$

$$x = -2$$

b $7x^4 + 13 = 8$

$$7x^4 = -5$$

$$x^4 = -\frac{5}{7}$$

geen oplossing

c $2 - \frac{1}{3}x^5 = 6$

$$-\frac{1}{3}x^5 = 4$$

$$x^5 = -12$$

$$x = \sqrt[5]{-12}$$

d $0,5x^4 - 77 = 51$

$$0,5x^4 = 128$$

$$x^4 = 256$$

$$x = 4 \vee x = -4$$

e $(2x + 1)^3 + 80 = 16$

$$(2x + 1)^3 = -64$$

$$2x + 1 = -4$$

$$2x = -5$$

$$x = -2\frac{1}{2}$$

f $3(x - 2)^4 - 2 = 13$

$$3(x - 2)^4 = 15$$

$$(x - 2)^4 = 5$$

$$x - 2 = \sqrt[4]{5} \vee x - 2 = -\sqrt[4]{5}$$

$$x = \sqrt[4]{5} + 2 \vee x = -\sqrt[4]{5} + 2$$

56 $y = -\frac{1}{4}(x + 2)^3 + 5$

↓ translatie $(p, 0)$

$$y = -\frac{1}{4}(x - p + 2)^3 + 5$$

$$y = -\frac{1}{4}(x - p + 2)^3 + 5 \quad \left. \begin{array}{l} \text{door } (-10, 21) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{4}(-10 - p + 2)^3 + 5 = 21 \\ -\frac{1}{4}(-8 - p)^3 = 16 \end{array}$$

$$(-8 - p)^3 = -64$$

$$-8 - p = -4$$

$$-p = 4$$

$$p = -4$$

Dus de formule van de beeldgrafiek is $y = -\frac{1}{4}(x + 6)^3 + 5$.

57 a $x^3 - x^2 - 6x = x(x^2 - x - 6) = x(x + 2)(x - 3)$

b $x^3 - x^2 - 6x = 0$

$$x(x + 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \vee x = -2 \vee x = 3$$

58 a $x^4 - x^2 - 6 = 0$ is te schrijven als $(x^2)^2 - x^2 - 6 = 0$.

$x^2 = u$ geeft vervolgens $u^2 - u - 6 = 0$.

b $u^2 - u - 6 = 0$

$$(u + 2)(u - 3) = 0$$

$$u = -2 \vee u = 3$$

c $x^2 = u$ en $u = -2$ geeft $x^2 = -2$, dus geen oplossing.

$x^2 = u$ en $u = 3$ geeft $x^2 = 3$, dus $x = \sqrt{3}$ en $x = -\sqrt{3}$.

Dus de vergelijking $x^4 - x^2 - 6 = 0$ heeft de oplossingen $x = \sqrt{3}$ en $x = -\sqrt{3}$.

Bladzijde 160

59 a $x^3 - 5x^2 + 6x = 0$

$$x(x^2 - 5x + 6) = 0$$

$$x(x - 2)(x - 3) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 2 \vee x = 3$$

b $x^3 - 5x^2 = 6x$

$$x^3 - 5x^2 - 6x = 0$$

$$x(x^2 - 5x - 6) = 0$$

$$x(x + 1)(x - 6) = 0$$

$$x = 0 \vee x = -1 \vee x = 6$$

c $x^4 - 10x^2 + 9 = 0$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 - 10u + 9 = 0$$

$$(u - 1)(u - 9) = 0$$

$$u = 1 \vee u = 9$$

$$x^2 = 1 \vee x^2 = 9$$

$$x = 1 \vee x = -1 \vee x = 3 \vee x = -3$$

d $x^4 - 8x^2 - 9 = 0$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 - 8u - 9 = 0$$

$$(u + 1)(u - 9) = 0$$

$$u = -1 \vee u = 9$$

$$x^2 = -1 \vee x^2 = 9$$

$$x = 3 \vee x = -3$$

60

$$\begin{aligned} \text{a } x^3 &= 4x^2 + 12x \\ x^3 - 4x^2 - 12x &= 0 \\ x(x^2 - 4x - 12) &= 0 \\ x(x+2)(x-6) &= 0 \\ x=0 \vee x &= -2 \vee x = 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } x^3 + x^2 &= 12x \\ x^3 + x^2 - 12x &= 0 \\ x(x^2 + x - 12) &= 0 \\ x(x-3)(x+4) &= 0 \\ x=0 \vee x &= 3 \vee x = -4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } x^4 + 16 &= 10x^2 \\ x^4 - 10x^2 + 16 &= 0 \\ \text{Stel } x^2 &= u. \\ u^2 - 10u + 16 &= 0 \\ (u-2)(u-8) &= 0 \\ u=2 \vee u &= 8 \\ x^2 = 2 \vee x^2 &= 8 \\ x = \sqrt{2} \vee x &= -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{8} \vee x = -\sqrt{8} \\ \text{d } x^4 + x^2 &= 12 \\ x^4 + x^2 - 12 &= 0 \\ \text{Stel } x^2 &= u. \\ u^2 + u - 12 &= 0 \\ (u-3)(u+4) &= 0 \\ u=3 \vee u &= -4 \\ x^2 = 3 \vee x^2 &= -4 \\ x = \sqrt{3} \vee x &= -\sqrt{3} \end{aligned}$$

61

$$\begin{aligned} \text{a } x^3 + 25x &= 10x^2 \\ x^3 - 10x^2 + 25x &= 0 \\ x(x^2 - 10x + 25) &= 0 \\ x(x-5)(x-5) &= 0 \\ x=0 \vee x &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b } x^4 - 13x^2 + 36 &= 0 \\ \text{Stel } x^2 &= u. \\ u^2 - 13u + 36 &= 0 \\ (u-4)(u-9) &= 0 \\ u=4 \vee u &= 9 \\ x^2 = 4 \vee x^2 &= 9 \\ x=2 \vee x &= -2 \vee x = 3 \vee x = -3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } x^4 - 16x^3 &= 36x^2 \\ x^4 - 16x^3 - 36x^2 &= 0 \\ x^2(x^2 - 16x - 36) &= 0 \\ x^2(x+2)(x-18) &= 0 \\ x=0 \vee x &= -2 \vee x = 18 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d } x^3 + 6x^2 &= 16x \\ x^3 + 6x^2 - 16x &= 0 \\ x(x^2 + 6x - 16) &= 0 \\ x(x-2)(x+8) &= 0 \\ x=0 \vee x &= 2 \vee x = -8 \end{aligned}$$

62

$$\begin{aligned} \text{a } 0,01x^5 - 0,25x^3 &= 0 \\ x^3(0,01x^2 - 0,25) &= 0 \\ x^3 = 0 \vee 0,01x^2 &= 0,25 \\ x=0 \vee x^2 &= 25 \\ x=0 \vee x &= 5 \vee x = -5 \end{aligned}$$

Dus $A(-5, 0)$ en $B(5, 0)$.

$$\begin{aligned} \text{b } f(x) &= 0,01x^5 - 0,25x^3 \text{ geeft } f'(x) = 0,05x^4 - 0,75x^2 \\ \text{Dus de formule van de hellinggrafiek is } y &= 0,05x^4 - 0,75x^2. \\ x=3 \text{ geeft helling} &= 0,05 \cdot 3^4 - 0,75 \cdot 3^2 = -2,7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c helling} &= 0 \text{ geeft } 0,05x^4 - 0,75x^2 = 0 \\ x^2(0,05x^2 - 0,75) &= 0 \\ x^2 = 0 \vee 0,05x^2 &= 0,75 \\ x=0 \vee x^2 &= 15 \\ x=0 \vee x &= \sqrt{15} \vee x = -\sqrt{15} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d helling} &= 0,8 \text{ geeft } 0,05x^4 - 0,75x^2 = 0,8 \\ 0,05x^4 - 0,75x^2 - 0,8 &= 0 \\ x^4 - 15x^2 - 16 &= 0 \\ \text{Stel } x^2 &= u. \\ u^2 - 15u - 16 &= 0 \\ (u+1)(u-16) &= 0 \\ u=-1 \vee u &= 16 \\ x^2 = -1 \vee x^2 &= 16 \\ x=4 \vee x &= -4 \end{aligned}$$

63 Uit lengte = x en breedte = y volgt dat $xy = 90$ en $x^2 + y^2 = 15^2$.

Uit $xy = 90$ volgt $y = \frac{90}{x}$.

Substitutie van $y = \frac{90}{x}$ in $x^2 + y^2 = 15^2$ geeft $x^2 + \left(\frac{90}{x}\right)^2 = 15^2$

$$x^2 + \frac{8100}{x^2} = 225$$

$$x^4 + 8100 = 225x^2$$

$$x^4 - 225x^2 + 8100 = 0$$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 - 225u + 8100 = 0$$

$$D = (-225)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 8100 = 18\,225, \text{ dus } \sqrt{D} = 135$$

$$u = \frac{225 + 135}{2} = 180 \vee u = \frac{225 - 135}{2} = 45$$

$$x^2 = 180 \vee x^2 = 45$$

$$x = \sqrt{180} \vee x = -\sqrt{180} \vee x = \sqrt{45} \vee x = -\sqrt{45}$$

Dus de lengte is $\sqrt{180}$ of $\sqrt{45}$.

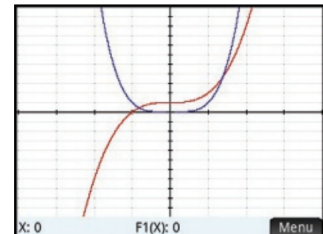
Bladzijde 161

64 a $x^4 = x^3 + 1$ geeft $x^4 - x^3 - 1 = 0$

Het lukt niet om deze vergelijking algebraïsch op te lossen, want je kunt niet ontbinden in factoren en je kunt geen gebruik maken van de substitutie $x^2 = u$.

b Zie de figuur hiernaast.

c Er zijn twee snijpunten, dus de vergelijking $x^4 = x^3 + 1$ heeft twee oplossingen.



65 a Invoeren van de formule $y = x^3 - 5x - 2$ en gebruiken van de optie nulpunt geeft $x = -2 \vee x \approx -0,414 \vee x \approx 2,414$.

b Invoeren van de formules $y = x^3 - 3$ en $y = 0,5x^2 - 2x$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 1,116$.

66 a Invoeren van de formules $y = 0,3x^4 - 6x + 5$ en $y = 3x^2$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx 0,638 \vee x \approx 3,760$.

b $f(x) = 0$ geeft $0,1x^3 - 0,5x^2 - 5x = 0$
 $0,1x(x^2 - 5x - 50) = 0$
 $0,1x(x + 5)(x - 10) = 0$
 $x = 0 \vee x = -5 \vee x = 10$

Dus de nulpunten zijn 0, -5 en 10.

c Invoeren van de formules $y = 5 - 2x^6$ en $y = 3x^3 - x^5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -1,255 \vee x \approx 1,056$.

d $f(x) = g(x)$ geeft $2x^4 - 3x^2 - 5 = x^2 + 1$
 $2x^4 - 4x^2 - 6 = 0$
 $x^4 - 2x^2 - 3 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 2u - 3 = 0$
 $(u + 1)(u - 3) = 0$
 $u = -1 \vee u = 3$
 $x^2 = -1 \vee x^2 = 3$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3}$

$$g(\sqrt{3}) = (\sqrt{3})^2 + 1 = 4 \text{ en } g(-\sqrt{3}) = (-\sqrt{3})^2 + 1 = 4$$

Dus de snijpunten zijn $(\sqrt{3}, 4)$ en $(-\sqrt{3}, 4)$.

Bladzijde 162

67 $xy = 96$ geeft $y = \frac{96}{x}$

Elk pad is $20 : 2 = 10$ meter.

De stelling van Pythagoras geeft $(\frac{1}{2}x)^2 + y^2 = 10^2$.

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4}x^2 + y^2 = 100 \\ y = \frac{96}{x} \end{array} \right\} \frac{1}{4}x^2 + \left(\frac{96}{x}\right)^2 = 100$$

$$\frac{1}{4}x^2 + \frac{96^2}{x^2} = 100$$

$$\frac{1}{4}x^4 + 9216 = 100x^2$$

$$x^4 + 36864 = 400x^2$$

$$x^4 - 400x^2 + 36864 = 0$$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 - 400u + 36864 = 0$$

$$D = 400^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36864 = 12544, \text{ dus } \sqrt{D} = 112$$

$$u = \frac{400 + 112}{2} = 256 \vee u = \frac{400 - 112}{2} = 144$$

$$x^2 = 256 \vee x^2 = 144$$

$$x = 16 \vee x = -16 \vee x = 12 \vee x = -12$$

$$x = 16 \text{ geeft } y = \frac{96}{16} = 6$$

$$x = 12 \text{ geeft } y = \frac{96}{12} = 8$$

De tuin is dus 16 bij 6 meter of 12 bij 8 meter.

68 a $x^2 - 3x - 2 = -x + 6$

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$(x + 2)(x - 4) = 0$$

$$x = -2 \vee x = 4$$

b $-2 < x < 4$

c $x < -2 \vee x > 4$

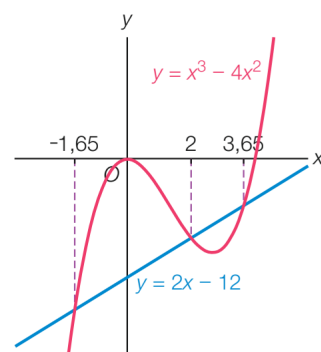
Bladzijde 163

69 a Los op $x^3 - 4x^2 = 2x - 12$.

Invoeren van de formules $y = x^3 - 4x^2$ en $y = 2x - 12$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -1,645 \dots \vee x = 2 \vee x = 3,645 \dots$

Zie de schets hiernaast.

$$x^3 - 4x^2 < 2x - 12 \text{ geeft } x < -1,65 \vee 2 < x < 3,65$$

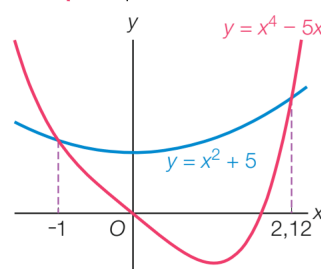


b Los op $x^4 - 5x = x^2 + 5$.

Invoeren van de formules $y = x^4 - 5x$ en $y = x^2 + 5$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -1 \vee x = 2,116 \dots$

Zie de schets hiernaast.

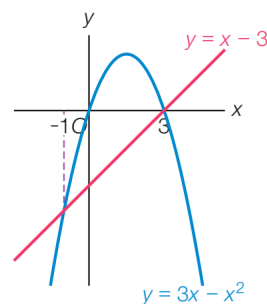
$$x^4 - 5x > x^2 + 5 \text{ geeft } x < -1 \vee x > 2,12$$



70 a Los op $3x - x^2 = x - 3$
 $-x^2 + 2x + 3 = 0$
 $x^2 - 2x - 3 = 0$
 $(x+1)(x-3) = 0$
 $x = -1 \vee x = 3$

Zie de schets hiernaast.

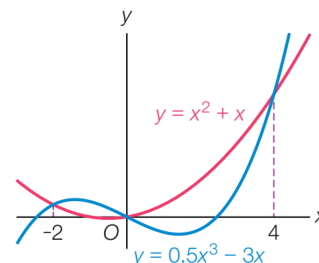
$3x - x^2 < x - 3$ geeft $x < -1 \vee x > 3$



b Los op $0,5x^3 - 3x = x^2 + x$
 $0,5x^3 - x^2 - 4x = 0$
 $x^3 - 2x^2 - 8x = 0$
 $x(x^2 - 2x - 8) = 0$
 $x(x+2)(x-4) = 0$
 $x = 0 \vee x = -2 \vee x = 4$

Zie de schets hiernaast.

$0,5x^3 - 3x > x^2 + x$ geeft $-2 < x < 0 \vee x > 4$



71 $90 \text{ km/u} = \frac{90}{3,6} = 25 \text{ m/s}$

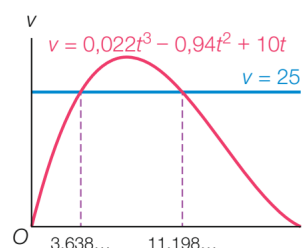
$v > 25$ geeft $0,022t^3 - 0,94t^2 + 10t > 25$

Los op $0,022t^3 - 0,94t^2 + 10t = 25$.

Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft $t = 3,638... \vee t = 11,198...$

Zie de schets hiernaast.

De snelheid is gedurende $11,198... - 3,638... \approx 7,6$ seconden groter dan 90 km/u.



Bladzijde 164

C7 a $5x^9 + 100 = 55$
 $5x^9 = -45$
 $x^9 = -9$
 $x = \sqrt[9]{-9}$

b $0,7x^6 - 20 = 8$
 $0,7x^6 = 28$
 $x^6 = 40$
 $x = \sqrt[6]{40} \vee x = -\sqrt[6]{40}$
 $x \approx 1,85 \vee x \approx -1,85$

c $2 + \frac{1}{2}(4 - 3x)^4 = 10$
 $\frac{1}{2}(4 - 3x)^4 = 8$
 $(4 - 3x)^4 = 16$
 $4 - 3x = 2 \vee 4 - 3x = -2$
 $-3x = -2 \vee -3x = -6$
 $x = \frac{2}{3} \vee x = 2$

C8 a $x^3 = x^2 + 20x$
 $x^3 - x^2 - 20x = 0$
 $x(x^2 - x - 20) = 0$
 $x(x+4)(x-5) = 0$
 $x = 0 \vee x = -4 \vee x = 5$

b $x^4 + 30 = 13x^2$
 $x^4 - 13x^2 + 30 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 13u + 30 = 0$
 $(u-3)(u-10) = 0$
 $u = 3 \vee u = 10$
 $x^2 = 3 \vee x^2 = 10$
 $x = \sqrt{3} \vee x = -\sqrt{3} \vee x = \sqrt{10} \vee x = -\sqrt{10}$

C9 a Invoeren van de formules $y = 4x - x^3$ en $y = x^2 - 2$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -2,34 \vee x \approx -0,47 \vee x \approx 1,81$.

b $x^4 = 2x^3 + 24x^2$
 $x^4 - 2x^3 - 24x^2 = 0$
 $x^2(x^2 - 2x - 24) = 0$
 $x^2(x+4)(x-6) = 0$
 $x = 0 \vee x = -4 \vee x = 6$

c Invoeren van de formule $y = 0,5x^5 + 2x^4 - 10x$ en gebruiken van de optie nulpunt geeft $x \approx -4,26 \vee x = 0 \vee x \approx 1,53$.

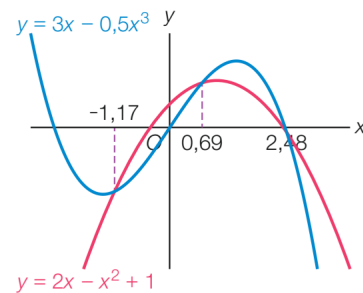
C10 Los op $3x - 0,5x^3 = 2x - x^2 + 1$.

Invoeren van de formules $y = 3x - 0,5x^3$ en $y = 2x - x^2 + 1$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft

$x = -1,170... \vee x = 0,688... \vee x = 2,481...$

Zie de schets hiernaast.

$3x - 0,5x^3 < 2x - x^2 + 1$ geeft $-1,17 < x < 0,69 \vee x > 2,48$



4.5 Extreme waarden en wiskundige modellen

Bladzijde 165

72 a, b Voer de formule in.

Zie de figuur hiernaast.

b Bij $x = -2$ hoort $y \approx -40,67$.

Bij $x = 2$ hoort $y \approx 12,67$.

Bij $x = 5$ hoort $y \approx -12,08$.

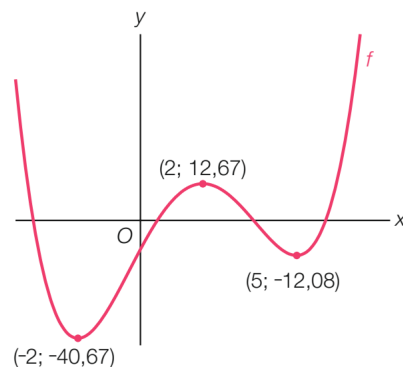
Bladzijde 166

73 min. is $f(-3) = -4$ en max. is $f(3) = 6$

max. is $g(-1) = 6$ en min. is $g(2) = -3$

max. is $h(-4) = 7$, min. is $h(-1) = 2$ en max. is $h(2) = 5$

min. is $k(-2) = 1$, max. is $k(0) = 5$ en min. is $k(3) = -2$



74 a Voer de formule in.

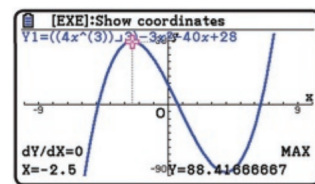
Zie de figuur hiernaast.

b De optie maximum geeft $x = -2,5$ en $y \approx 88,42$.

De optie minimum geeft $x = 4$ en $y \approx -94,67$.

max. is $f(-2,5) \approx 88,42$

min. is $f(4) \approx -94,67$



Bladzijde 167

75 a Voer de formule in.

De optie minimum geeft $x = -4$ en $y = -79$.

De optie maximum geeft $x = 3$ en $y = 92,5$.

min. is $f(-4) = -79$

max. is $f(3) = 92,5$

b $k: y = ax + b$

Door $(-4, -79)$ en $(3; 92,5)$, dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{92,5 - -79}{3 - -4} = \frac{171,5}{7} = 24,5$.

$$\left. \begin{array}{l} y = 24,5x + b \\ \text{door } (3; 92,5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 24,5 \cdot 3 + b = 92,5 \\ 73,5 + b = 92,5 \\ b = 19 \end{array}$$

Dus $k: y = 24,5x + 19$.

76 $f(1) = 6\frac{1}{2}$ geeft $\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - 2\frac{1}{4} + 5 + p = 6\frac{1}{2}$

$$2\frac{1}{2} + p = 6\frac{1}{2}$$

$$p = 4$$

Voer de formule $y = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 2\frac{1}{4}x^2 + 5x + 4$ in.

De optie minimum geeft $x = -2$ en $y = -7$.

De optie minimum geeft $x = 2,5$ en $y \approx 4,39$.

min. is $f(-2) = -7$

min. is $f(2,5) \approx 4,39$

77 $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + bx + c$ geeft $f'(x) = x^2 - 2x + b$
 Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = x^2 - 2x + b$.
 $x_C = -3$ geeft helling $= (-3)^2 - 2 \cdot -3 + b = 9 + 6 + b = 15 + b$
 Helling voor $x_C = -3$ is 12 geeft $15 + b = 12$
 $b = -3$
 Grafiek van f door $C(-3, -5)$ geeft $\frac{1}{3}(-3)^3 - (-3)^2 + -3 \cdot -3 + c = -5$
 $-9 - 9 + 9 + c = -5$
 $-9 + c = -5$
 $c = 4$

Voer de formule $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 4$ in.
 De optie maximum geeft $x = -1$ en $y = 5\frac{2}{3}$, dus $A(-1, 5\frac{2}{3})$.
 De optie minimum geeft $x = 3$ en $y = -5$, dus $B(3, -5)$.

$k: y = ax + b$

Door $(-1, 5\frac{2}{3})$ en $(3, -5)$, dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-5 - 5\frac{2}{3}}{3 - (-1)} = -2\frac{2}{3}$.

$y = -2\frac{2}{3}x + b$
 door $B(3, -5)$ $\left\{ \begin{array}{l} -2\frac{2}{3} \cdot 3 + b = -5 \\ -8 + b = -5 \\ b = 3 \end{array} \right.$

Dus $k: y = -2\frac{2}{3}x + 3$.

78 a $t = 1$ en $h = 24$ invullen in $h = at^2 + bt + 1$ geeft $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 + 1 = 24$
 $a + b + 1 = 24$
 $a + b = 23$
 $t = 3$ en $h = 40$ invullen in $h = at^2 + bt + 1$ geeft $a \cdot 3^2 + b \cdot 3 + 1 = 40$
 $9a + 3b + 1 = 40$
 $9a + 3b = 39$
 $3a + b = 13$

b $\left\{ \begin{array}{l} a + b = 23 \\ 3a + b = 13 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} - \\ -2a = 10 \\ a = -5 \end{array}$

$a = -5$ invullen in $a + b = 23$ geeft $-5 + b = 23$
 $b = 28$

Dus $a = -5$ en $b = 28$.

c $t = 5$ invullen in $h = -5t^2 + 28t + 1$ geeft $h = -5 \cdot 5^2 + 28 \cdot 5 + 1 = 16$.
 Dit klopt niet met de tabel.

Bladzijde 168

79 Invoeren van de formule $h = -t^3 + 6t^2$ en gebruiken van de optie maximum geeft $t = 4$ en $h = 32$. Dus met de formule vind je een maximale hoogte van 32 meter op $t = 4$. Volgens de tabel is de hoogte op $t = 4$ gelijk aan 30, dus dit klopt niet met de tabel.

Bladzijde 169

80 a $t = 2$ en $h = 15$ geeft $a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 = 15$
 $8a + 4b = 15$
 $t = 4$ en $h = 30$ geeft $a \cdot 4^3 + b \cdot 4^2 = 30$
 $64a + 16b = 30$
 $32a + 8b = 15$
 $\left\{ \begin{array}{l} 8a + 4b = 15 \\ 32a + 8b = 15 \end{array} \right. \left| \begin{array}{l} 2 \\ 1 \end{array} \right. \text{ geeft } \left\{ \begin{array}{l} 16a + 8b = 30 \\ 32a + 8b = 15 \end{array} \right. \quad \begin{array}{l} - \\ -16a = 15 \\ a = -\frac{15}{16} \end{array}$
 $a = -\frac{15}{16}$ invullen in $16a + 8b = 30$ geeft $16 \cdot -\frac{15}{16} + 8b = 30$
 $-15 + 8b = 30$
 $8b = 45$
 $b = 5\frac{5}{8}$
 Dus $h = -\frac{15}{16}t^3 + 5\frac{5}{8}t^2$.

- b** Invoeren van de formule en gebruiken van de optie maximum geeft $t = 4$ en $h = 30$.
Dus met deze formule vind je een maximale hoogte van 30 meter.
De optie nulpunt geeft $t = 6$, dus volgens deze formule komt de vuurpijl na 6 seconden weer op de grond.
- c** *

81 a $x = 10$ en $h = 3,5$ geeft $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 = 3,5$

$$100a + 10b = 3,5$$

$x = 60$ en $h = 6,0$ geeft $a \cdot 60^2 + b \cdot 60 = 6$

$$3600a + 60b = 6$$

$$600a + 10b = 1$$

$$\begin{cases} 100a + 10b = 3,5 \\ 600a + 10b = 1 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{-500a}{-500a} = 2,5$$

$$a = -0,005$$

$a = -0,005$ invullen in $600a + 10b = 1$ geeft $600 \cdot -0,005 + 10b = 1$

$$-3 + 10b = 1$$

$$10b = 4$$

$$b = 0,4$$

Dus $a = -0,005$ en $b = 0,4$.

- b** Invoeren van de formule $h = -0,005x^2 + 0,4x$ en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 40$ en $h = 8$.

Volgens de formule komt de bal maximaal 8 meter hoog.

- c** De optie nulpunt geeft $x = 80$.

Dus volgens de formule komt de bal 80 meter vanaf de afslag weer op de grond.

- d** Met de formule krijg je de volgende tabel.

x	0	10	25	50	60
h	0	3,5	6,875	7,5	6

Dus voor $x = 25$ wijkt de hoogte die de formule geeft af van de meetwaarde.

Dit is een afwijking van $\frac{7,0 - 6,875}{7,0} \times 100\% \approx 1,8\%$.

82 a $t = 5$ en $h = 75$ geeft $a \cdot 5^3 + b \cdot 5^2 = 75$

$$125a + 25b = 75$$

$$5a + b = 3$$

$t = 8$ en $h = 0$ geeft $a \cdot 8^3 + b \cdot 8^2 = 0$

$$512a + 64b = 0$$

$$64b = -512a$$

$$b = -8a$$

$b = -8a$ invullen in $5a + b = 3$ geeft $5a - 8a = 3$

$$-3a = 3$$

$$a = -1$$

$a = -1$ geeft $b = 8$.

- b** Invoeren van de formule $h = -t^3 + 8t^2$ geeft de schets hiernaast.

- c** De optie maximum geeft $t = 5,33\dots$ en $h = 75,851\dots$

Dus na ongeveer 5,3 seconden is de pijl op het hoogste punt.

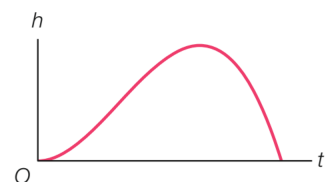
De pijl is dan op een hoogte van ongeveer 75,9 meter.

- d** Los op $-t^3 + 8t^2 = 50$.

Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft $t = 3,24\dots$ en $t = 6,97\dots$

Volgens de formule is de pijl gedurende $6,97\dots - 3,24\dots \approx 3,7$ seconden hoger dan 50 meter.

Dus de metingen komen overeen met de formule.



83

a $t = 1$ en $N = 193$ geeft $a \cdot 1^3 + b \cdot 1 + 200 = 193$

$$a + b = -7$$

$t = 5$ en $N = 285$ geeft $a \cdot 5^3 + b \cdot 5 + 200 = 285$

$$125a + 5b = 85$$

$$25a + b = 17$$

$$\begin{cases} a + b = -7 \\ 25a + b = 17 \end{cases}$$

$$\frac{-24a}{-24} = \frac{-24}{-24}$$

$$a = 1$$

Invullen van $a = 1$ in $a + b = -7$ geeft $1 + b = -7$

$$b = -8$$

Dus de formule is $N = t^3 - 8t + 200$.

$t = 6$ geeft $N = 6^3 - 8 \cdot 6 + 200 = 368$, en dit komt overeen met de gemeten waarde op 7 september om 0:00 uur.

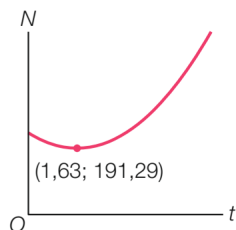
Dus voor $a = 1$ en $b = -8$ komt de formule overeen met alle gegeven meetwaarden.

b Voer de formule in, maak een tabel, en bereken ΔN . Je krijgt

t	N	ΔN
0	200	-
1	193	-7
2	192	-1
3	203	11
4	232	29
5	285	53
6	368	83
7	487	119
8	648	161
9	857	209

Dus op 9 september is de toename voor het eerst meer dan 200 miljoen.

c



De optie minimum geeft $t \approx 1,63$ en $N \approx 191,29$.

Het minimale aantal bacteriën is ongeveer 191 miljoen.

84

a In de tabel zie je dat de temperatuur niet steeds in hetzelfde aantal minuten met 10°C daalt.

Dus bij de tabel hoort geen lineair verband.

b $c = 20$, $t = 0$ en $T = 100$ invullen in $T = a \cdot b^t + c$ geeft $a \cdot b^0 + 20 = 100$

$$a \cdot 1 + 20 = 100$$

$$a + 20 = 100$$

$$a = 80$$

c $t = 65$ en $T = 50$ invullen in $T = 80 \cdot b^t + 20$ geeft $80 \cdot b^{65} + 20 = 50$

$$80 \cdot b^{65} = 30$$

$$b^{65} = \frac{3}{8}$$

$$b = \sqrt[65]{\frac{3}{8}} \approx 0,985$$

Dus $T = 80 \cdot 0,985^t + 20$.

- d** $t = 9$ geeft $T \approx 90$
 $t = 19$ geeft $T \approx 80$
 $t = 31$ geeft $T \approx 70$
 $t = 46$ geeft $T \approx 60$

Dus de bij c gevonden formule past ook bij de andere gegevens van de tabel.

- e** Los op $80 \cdot 0,985^t + 20 = 40$.

Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft $t \approx 91,7$.

Dus na ongeveer 92 minuten is de temperatuur van het water gedaald tot 40°C .

Bladzijde 171

C11 Voer de formule in.

De optie maximum geeft $x = -5$ en $y = 237,5$.

De optie minimum geeft $x = 1$ en $y = -64,9$.

De optie maximum geeft $x = 5$ en $y = 37,5$.

max. is $f(-5) = 237,5$

min. is $f(1) = -64,9$

max. is $f(5) = 37,5$

C12 **a** $t = 1$ en $h = 19$ geeft $a \cdot 1^2 + b \cdot 1 = 19$

$$a + b = 19$$

$t = 2$ en $h = 28$ geeft $a \cdot 2^2 + b \cdot 2 = 28$

$$4a + 2b = 28$$

$$2a + b = 14$$

$$\begin{cases} a + b = 19 \\ 2a + b = 14 \end{cases} \quad -$$

$$\frac{-a}{-a} = 5$$

$$a = -5$$

Invullen van $a = -5$ in $a + b = 19$ geeft $-5 + b = 19$

$$b = 24$$

Dus $a = -5$ en $b = 24$.

- b** Invoeren van de formule $h = -5t^2 + 24t$ en gebruiken van de optie maximum geeft $t = 2,4$ en $h = 28,8$.

De maximale hoogte van de bal komt dus niet overeen met de maximale hoogte volgens de gevonden formule.

Kennis- en vaardigheidentest

Bladzijde 172

1 parabool p_1 :

Top $(-1, -3)$, dus $y = a(x + 1)^2 - 3$.

Door $(0, -1)$, dus $a(0 + 1)^2 - 3 = -1$

$$a - 3 = -1$$

$$a = 2$$

$$y = 2(x + 1)^2 - 3 = 2(x^2 + 2x + 1) - 3 = 2x^2 + 4x + 2 - 3 = 2x^2 + 4x - 1$$

Dus $p_1: y = 2x^2 + 4x - 1$.

parabool p_2 :

Top $(1, 2)$, dus $y = a(x - 1)^2 + 2$.

Door $(3, 0)$, dus $a(3 - 1)^2 + 2 = 0$

$$4a = -2$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 1)^2 + 2 = -\frac{1}{2}(x^2 - 2x + 1) + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + x - \frac{1}{2} + 2 = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1\frac{1}{2}$$

Dus $p_2: y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 1\frac{1}{2}$.

2 Top (2,8; 39,2), dus $h = a(t - 2,8)^2 + 39,2$.

Door (0, 0), dus $a(0 - 2,8)^2 + 39,2 = 0$

$$7,84a + 39,2 = 0$$

$$7,84a = -39,2$$

$$a = -5$$

$$h = -5(t - 2,8)^2 + 39,2 = -5(t^2 - 5,6t + 7,84) + 39,2 = -5t^2 + 28t - 39,2 + 39,2 = -5t^2 + 28t$$

Dus $a = -5$ en $b = 28$.

3 a Door (-3, 0) en (5, 0), dus $y = a(x + 3)(x - 5)$.

Door (-1, 3), dus $a(-1 + 3)(-1 - 5) = 3$

$$a \cdot 2 \cdot -6 = 3$$

$$-12a = 3$$

$$a = -\frac{1}{4}$$

Dus $y = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 5)$.

$$x_{\text{top}} = \frac{-3 + 5}{2} = 1 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{1}{4}(1 + 3)(1 - 5) = 4$$

De top is (1, 4).

$$x = 0 \text{ geeft } y = -\frac{1}{4}(0 + 3)(0 - 5) = 3\frac{3}{4}$$

Het snijpunt met de y -as is $(0, 3\frac{3}{4})$.

b $y = -\frac{1}{4}(x + 3)(x - 5) = -\frac{1}{4}(x^2 - 5x + 3x - 15) = -\frac{1}{4}(x^2 - 2x - 15) = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3\frac{3}{4}$

De formule is $y = -\frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}x + 3\frac{3}{4}$.

4 Door (2, 8), dus $-\frac{3}{4} \cdot 2^2 + b \cdot 2 + 2 = 8$

$$-3 + 2b + 2 = 8$$

$$2b = 9$$

$$b = 4\frac{1}{2}$$

Dus $y = -\frac{3}{4}x^2 + 4\frac{1}{2}x + 2$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{4\frac{1}{2}}{2 \cdot -\frac{3}{4}} = 3 \text{ en } y_{\text{top}} = -\frac{3}{4} \cdot 3^2 + 4\frac{1}{2} \cdot 3 + 2 = 8\frac{3}{4}$$

De top is het punt $(3, 8\frac{3}{4})$.

5 a $x_{\text{top}} = -\frac{-3}{2 \cdot \frac{1}{3}} = 4\frac{1}{2}$, dus top $(4\frac{1}{2}, -\frac{3}{4})$.

$$\begin{aligned} y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + c & \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{3} \cdot (4\frac{1}{2})^2 - 3 \cdot 4\frac{1}{2} + c = -\frac{3}{4} \\ 6\frac{3}{4} - 13\frac{1}{2} + c = -\frac{3}{4} \\ c = 6 \end{array} \right. \end{aligned}$$

Dus $c = 6$.

b $c = 6$ geeft $y = \frac{1}{3}x^2 - 3x + 6$

$$y = 0 \text{ geeft } \frac{1}{3}x^2 - 3x + 6 = 0$$

$$x^2 - 9x + 18 = 0$$

$$(x - 3)(x - 6) = 0$$

$$x = 3 \vee x = 6$$

De snijpunten met de x -as zijn (3, 0) en (6, 0).

6 Door $(-1, -3\frac{1}{2})$ geeft $a \cdot (-1)^2 + 6 \cdot -1 + c = -3\frac{1}{2}$

$$a - 6 + c = -3\frac{1}{2}$$

$$a + c = 2\frac{1}{2}$$

Door $(3, 8\frac{1}{2})$ geeft $a \cdot 3^2 + 6 \cdot 3 + c = 8\frac{1}{2}$

$$9a + 18 + c = 8\frac{1}{2}$$

$$9a + c = -9\frac{1}{2}$$

$$\begin{cases} a + c = 2\frac{1}{2} \\ 9a + c = -9\frac{1}{2} \end{cases} \quad -$$

$$-8a = 12$$

$$a = -1\frac{1}{2}$$

$a = -1\frac{1}{2}$ invullen in $a + c = 2\frac{1}{2}$ geeft $-1\frac{1}{2} + c = 2\frac{1}{2}$

$$c = 4$$

Dus $y = -1\frac{1}{2}x^2 + 6x + 4$.

$$x_{\text{top}} = -\frac{6}{2 \cdot -1\frac{1}{2}} = 2 \text{ en } y_{\text{top}} = -1\frac{1}{2} \cdot 2^2 + 6 \cdot 2 + 4 = 10$$

De top is het punt $(2, 10)$.

Bladzijde 173

7 $f(x) = -0,5(x-2)^5 + 3$

↓ $\times -2$ t.o.v. de x -as

$$y = -2(-0,5(x-2)^5 + 3) = (x-2)^5 - 6$$

↓ translatie $(-3, 6)$

$$y = (x+3-2)^5 - 6 + 6 = (x+1)^5$$

Het punt van symmetrie is $(-1, 0)$.

8 $f(x) = 0,7(x+1)^4 + 3$

↓ translatie $(-4, -10)$

$$y = 0,7(x+4+1)^4 + 3 - 10 = 0,7(x+5)^4 - 7$$

↓ $\times k$ t.o.v. de x -as

$$g(x) = k(0,7(x+5)^4 - 7) = 0,7k(x+5)^4 - 7k$$

De top van de grafiek van f is $(-1, 3)$.

$$\begin{cases} y = ax - 5 \\ \text{door } (-1, 3) \end{cases} \quad \begin{cases} a \cdot -1 - 5 = 3 \\ -a = 8 \\ a = -8 \end{cases}$$

De top van de grafiek van g is $(-5, -7k)$ en deze top ligt op de lijn $y = -8x - 5$.

Dit geeft $-8 \cdot -5 - 5 = -7k$

$$40 - 5 = -7k$$

$$35 = -7k$$

$$k = -5$$

Dus $g(x) = 0,7 \cdot -5(x+5)^4 - 7 \cdot -5 = -3,5(x+5)^4 + 35$.

9 a $3x^3 + 5 = 20$

$$3x^3 = 15$$

$$x^3 = 5$$

$$x = \sqrt[3]{5}$$

b $0,25x^6 - 7 = 9$

$$0,25x^6 = 16$$

$$x^6 = 64$$

$$x = 2 \vee x = -2$$

c $5x^6 + 20 = 35$

$$5x^6 = 15$$

$$x^6 = 3$$

$$x = \sqrt[6]{3} \vee x = -\sqrt[6]{3}$$

d $8x^5 + 22 = 6$

$$8x^5 = -16$$

$$x^5 = -2$$

$$x = \sqrt[5]{-2}$$

e $(2x+9)^5 = 243$

$$2x+9 = 3$$

$$2x = -6$$

$$x = -3$$

f $10 - 4(x-1)^7 = 22$

$$-4(x-1)^7 = 12$$

$$(x-1)^7 = -3$$

$$x-1 = \sqrt[7]{-3}$$

$$x = \sqrt[7]{-3} + 1$$

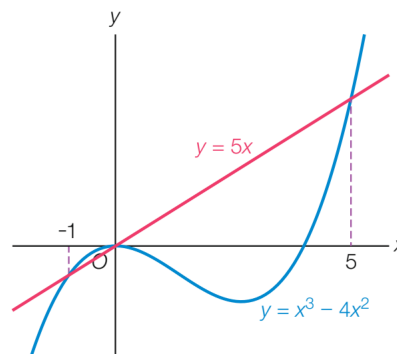
10 a $x^3 - 6x^2 = 7x$
 $x^3 - 6x^2 - 7x = 0$
 $x(x^2 - 6x - 7) = 0$
 $x(x+1)(x-7) = 0$
 $x = 0 \vee x = -1 \vee x = 7$

b $x^4 - 5x^2 + 4 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 5u + 4 = 0$
 $(u-1)(u-4) = 0$
 $u = 1 \vee u = 4$
 $x^2 = 1 \vee x^2 = 4$
 $x = 1 \vee x = -1 \vee x = 2 \vee x = -2$

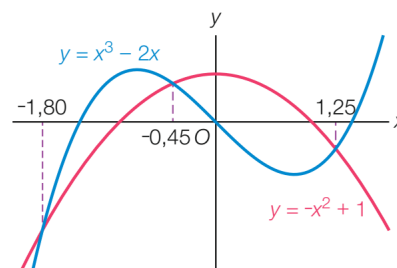
c $x^4 + 10x^2 = 24$
 $x^4 + 10x^2 - 24 = 0$
 Stel $x^2 = u$.
 $u^2 + 10u - 24 = 0$
 $(u-2)(u+12) = 0$
 $u = 2 \vee u = -12$
 $x^2 = 2 \vee x^2 = -12$
 $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$

11 a Invoeren van de formule $y = x^4 - 3x^2 - x + 2$ en gebruiken van de optie nulpunt geeft $x \approx 0,72 \vee x \approx 1,70$.

b $x^3 - 4x^2 = 5x$
 $x^3 - 4x^2 - 5x = 0$
 $x(x^2 - 4x - 5) = 0$
 $x(x+1)(x-5) = 0$
 $x = 0 \vee x = -1 \vee x = 5$
 Zie de schets hiernaast.
 $x^3 - 4x^2 > 5x$ geeft $-1 < x < 0 \vee x > 5$



c Los op $x^3 - 2x = -x^2 + 1$.
 Invoeren van de formules $y = x^3 - 2x$ en $y = -x^2 + 1$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft
 $x = -1,801... \vee x = -0,445... \vee x = 1,246...$
 Zie de schets hiernaast.
 $x^3 - 2x < -x^2 + 1$ geeft $x < -1,80 \vee -0,45 < x < 1,25$



12 Grafiek van f door $(1, 0)$ geeft $\frac{1}{6} \cdot 1^4 - \frac{1}{2} \cdot 1^3 - 2\frac{1}{3} \cdot 1^2 + 5\frac{1}{2} \cdot 1 + p = 0$
 $\frac{1}{6} - \frac{1}{2} - 2\frac{1}{3} + 5\frac{1}{2} + p = 0$
 $2\frac{5}{6} + p = 0$
 $p = -2\frac{5}{6}$

Voer de formule $y = \frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - 2\frac{1}{3}x^2 + 5\frac{1}{2}x - 2\frac{5}{6}$ in.
 De optie minimum geeft $x \approx -2,31$ en $y \approx -17,08$.
 De optie maximum geeft $x \approx 3,56$ en $y \approx -8,61$.
 min. is $f(-2,31) \approx -17,08$
 min. is $f(3,56) \approx -8,61$

13 $x = 10$ en $h = 2,7$ geeft $a \cdot 10^2 + b \cdot 10^3 = 2,7$
 $100a + 1000b = 2,7$
 $x = 100$ en $h = 0$ geeft $a \cdot 100^2 + b \cdot 100^3 = 0$
 $10000a + 1000000b = 0$
 $a + 100b = 0$
 $a = -100b$

Substitutie van $a = -100b$ in $100a + 1000b = 2,7$ geeft $100 \cdot -100b + 1000b = 2,7$
 $-10000b + 1000b = 2,7$
 $-9000b = 2,7$
 $b = -0,0003$

$b = -0,0003$ geeft $a = -100 \cdot -0,0003 = 0,03$
 Dus $h = 0,03x^2 - 0,0003x^3$.
 Voer de formule in.
 De optie maximum geeft $x = 66,6...$ en $h = 44,4...$
 Dus de maximale hoogte van de drone is 44 meter.

Gemengde opgaven

Bladzijde 174

1

- a** Top (5, 8), dus $y = a(x - 5)^2 + 8$.

Door (9, 0), dus $a(9 - 5)^2 + 8 = 0$

$$16a = -8$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

Dus $y = -\frac{1}{2}(x - 5)^2 + 8$.

$x = 0$ geeft $y = -\frac{1}{2}(0 - 5)^2 + 8 = -4\frac{1}{2}$

Het snijpunt met de y -as is $(0, -4\frac{1}{2})$.

- b** Door (5, 0) en (9, 0), dus $y = a(x - 5)(x - 9)$.

Door (3, -6), dus $a(3 - 5)(3 - 9) = -6$

$$a \cdot -2 \cdot -6 = -6$$

$$12a = -6$$

$$a = -\frac{1}{2}$$

$$y = -\frac{1}{2}(x - 5)(x - 9) = -\frac{1}{2}(x^2 - 9x - 5x + 45) = -\frac{1}{2}(x^2 - 14x + 45) = -\frac{1}{2}x^2 + 7x - 22\frac{1}{2}$$

De formule is $y = -\frac{1}{2}x^2 + 7x - 22\frac{1}{2}$.

- c** Voor de top geldt $x_{\text{top}} = \frac{-4 + 2}{2} = -1$, dus $y = a(x + 1)^2 + q$.

Door (1, 12) geeft $a(1 + 1)^2 + q = 12$ oftewel $4a + q = 12$.

Door (2, 2) geeft $a(2 + 1)^2 + q = 2$ oftewel $9a + q = 2$.

$$\begin{cases} 4a + q = 12 \\ 9a + q = 2 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 9a + q = 2 \\ -4a = 10 \end{array}$$

$$a = -2$$

$a = -2$ invullen in $4a + q = 12$ geeft $4 \cdot -2 + q = 12$

$$-8 + q = 12$$

$$q = 20$$

De top is $(-1, 20)$.

- d** $y = ax^2 + bx + c$ door (0, 6) geeft $c = 6$, dus $y = ax^2 + bx + 6$.

Door (4, 0) geeft $a \cdot 4^2 + b \cdot 4 + 6 = 0$

$$16a + 4b + 6 = 0$$

$$16a + 4b = -6$$

$$8a + 2b = -3$$

Door (6, 1) geeft $a \cdot 6^2 + b \cdot 6 + 6 = 1$

$$36a + 6b + 6 = 1$$

$$36a + 6b = -5$$

$$\begin{cases} 8a + 2b = -3 & |3| \\ 36a + 6b = -5 & |1| \end{cases} \text{ geeft } \begin{cases} 24a + 6b = -9 \\ 36a + 6b = -5 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} 36a + 6b = -5 \\ -12a = -4 \end{array}$$

$$a = \frac{1}{3}$$

$a = \frac{1}{3}$ invullen in $36a + 6b = -5$ geeft $36 \cdot \frac{1}{3} + 6b = -5$

$$12 + 6b = -5$$

$$6b = -17$$

$$b = -2\frac{5}{6}$$

Dus $y = \frac{1}{3}x^2 - 2\frac{5}{6}x + 6$.

2

- a** $4(2x - 5)^3 = 108$

$$(2x - 5)^3 = 27$$

$$2x - 5 = 3$$

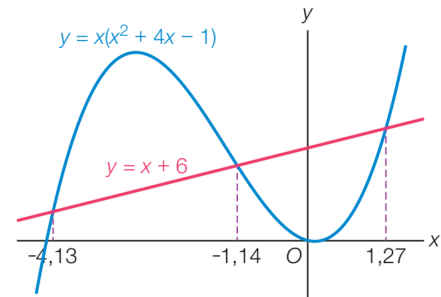
$$2x = 8$$

$$x = 4$$

- b** Invullen van de formules $y = x^3 - 5x$ en $y = x^2 + 2$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x \approx -1,47 \vee x \approx -0,46 \vee x \approx 2,94$.

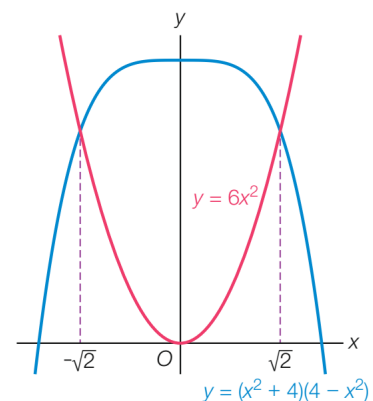
c $f(x) = 0$ geeft $x^3 - 6x^2 + 7x = 0$
 $x(x^2 - 6x + 7) = 0$
 $x = 0 \vee x^2 - 6x + 7 = 0$
 $D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 7 = 8$
 $x = \frac{6 + \sqrt{8}}{2} \vee x = \frac{6 - \sqrt{8}}{2}$
Dus de nulpunten zijn $0, \frac{6 + \sqrt{8}}{2}$ en $\frac{6 - \sqrt{8}}{2}$.

d Los op $x(x^2 + 4x - 1) = x + 6$.
Invoren van de formules $y = x(x^2 + 4x - 1)$ en $y = x + 6$ en
gebruiken van de optie snijpunt geeft
 $x = -4,132... \vee x = -1,140... \vee x = 1,273...$
Zie de schets hiernaast.
 $x(x^2 + 4x - 1) < x + 6$ geeft $x < -4,13 \vee -1,14 < x < 1,27$



e $(1 - 4x)^4 = 81$
 $1 - 4x = 3 \vee 1 - 4x = -3$
 $-4x = 2 \vee -4x = -4$
 $x = -\frac{1}{2} \vee x = 1$
f $(x^2 + 1)(x - 3) = 5x - 3$
 $x^3 - 3x^2 + x - 3 = 5x - 3$
 $x^3 - 3x^2 - 4x = 0$
 $x(x^2 - 3x - 4) = 0$
 $x(x + 1)(x - 4) = 0$
 $x = 0 \vee x = -1 \vee x = 4$

g $(x^2 + 4)(4 - x^2) = 6x^2$
 $4x^2 - x^4 + 16 - 4x^2 = 6x^2$
 $-x^4 - 6x^2 + 16 = 0$
 $x^4 + 6x^2 - 16 = 0$
Stel $x^2 = u$.
 $u^2 + 6u - 16 = 0$
 $(u - 2)(u + 8) = 0$
 $u = 2 \vee u = -8$
 $x^2 = 2 \vee x^2 = -8$
 $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2}$
Zie de schets hiernaast.



$(x^2 + 4)(4 - x^2) < 6x^2$ geeft $x < -\sqrt{2} \vee x > \sqrt{2}$
h $x^4 + 14 = 9x^2$
 $x^4 - 9x^2 + 14 = 0$
Stel $x^2 = u$.
 $u^2 - 9u + 14 = 0$
 $(u - 2)(u - 7) = 0$
 $u = 2 \vee u = 7$
 $x^2 = 2 \vee x^2 = 7$
 $x = \sqrt{2} \vee x = -\sqrt{2} \vee x = \sqrt{7} \vee x = -\sqrt{7}$

3 a $y = -\frac{1}{2}x^4$
 $\downarrow$ translatie $(-2, -4)$
 $f(x) = -\frac{1}{2}(x + 2)^4 - 4$

b $k: y = ax + b$
Door $(-2, -4)$ en $(-1, 3)$, dus $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3 - (-4)}{-1 - (-2)} = \frac{7}{-1} = -7$.
 $y = 7x + b$
door $(-1, 3)$ $\left\{ \begin{array}{l} 7 \cdot (-1) + b = 3 \\ -7 + b = 3 \\ b = 10 \end{array} \right.$
Dus $k: y = 7x + 10$.

c $f(x) = -\frac{1}{2}(x+2)^4 - 4$

↓ $\times -4$ t.o.v. de x -as

$$y = -4(-\frac{1}{2}(x+2)^4 - 4) = 2(x+2)^4 + 16$$

↓ translatie $(4, -8)$

$$y = 2(x-4+2)^4 + 16 - 8 = 2(x-2)^4 + 8$$

De top van de beeldgrafiek is het punt $(2, 8)$.

d $g(x) = \frac{1}{3}(x+1)^5 + 3$

↓ $\times -3$ t.o.v. de x -as

$$y = -3(\frac{1}{3}(x+1)^5 + 3) = -(x+1)^5 - 9$$

↓ translatie (a, b)

$$y = -(x-a+1)^5 - 9 + b = -(x-(a-1))^5 - 9 + b$$

Het punt $(a-1, -9+b)$ is het punt $(4, 6)$ geeft $a-1 = 4$, dus $a = 5$ en $-9+b = 6$, dus $b = 15$.

e $g(x) = \frac{1}{3}(x+1)^5 + 3$

↓ $\times p$ t.o.v. de x -as

$$y = \frac{1}{3}p(x+1)^5 + 3p$$

$$f(2) = -\frac{1}{2}(2+2)^4 - 4 = -132$$

$$y = \frac{1}{3}p(x+1)^5 + 3p \text{ door } (2, -132) \text{ geeft } \frac{1}{3}p(2+1)^5 + 3 \cdot p = -132$$

$$81p + 3p = -132$$

$$84p = -132$$

$$p = -1\frac{4}{7}$$

Alternatieve uitwerking

Er geldt: $p \cdot g(2) = f(2)$.

$$g(2) = \frac{1}{3}(2+1)^5 + 3 = 84 \text{ en } f(2) = -\frac{1}{2}(2+2)^4 - 4 = -132$$

Dus $p \cdot 84 = -132$ en dit geeft $p = -1\frac{4}{7}$.

f $g(x) = \frac{1}{3}(x+1)^5 + 3$

↓ translatie $(q, 0)$

$$y = \frac{1}{3}(x-q+1)^5 + 3$$

$$y = \frac{1}{3}(x-q+1)^5 + 3 \text{ door } (-2, -4) \text{ geeft } \frac{1}{3}(-2-q+1)^5 + 3 = -4$$

$$\frac{1}{3}(-1-q)^5 = -7$$

$$(-1-q)^5 = -21$$

$$-1-q = \sqrt[5]{-21}$$

$$-q = \sqrt[5]{-21} + 1$$

$$q = -\sqrt[5]{-21} - 1 = \sqrt[5]{21} - 1$$

Bladzijde 175

4 Uit $y = a(x-1)^2 + q$ volgt $x_{\text{top}} = 1$.

$$\text{Uit } y = ax^2 + 2\frac{1}{2}x + c \text{ volgt } x_{\text{top}} = -\frac{2\frac{1}{2}}{2a}.$$

$$-\frac{2\frac{1}{2}}{2a} = 1$$

$$2a = -2\frac{1}{2}$$

$$a = -1\frac{1}{4}$$

$$a = -1\frac{1}{4} \text{ geeft } \left. \begin{array}{l} y = -1\frac{1}{4}x^2 + 2\frac{1}{2}x + c \\ \text{door } (3, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1\frac{1}{4} \cdot 3^2 + 2\frac{1}{2} \cdot 3 + c = 0 \\ c = 3\frac{3}{4} \end{array}$$

$$\text{Dus } p: y = -1\frac{1}{4}x^2 + 2\frac{1}{2}x + 3\frac{3}{4}.$$

5 Zie de figuur hiernaast.

Top (5, 7), dus $h = a(x - 5)^2 + 7$.

Door (0, 3), dus $a(0 - 5)^2 + 7 = 3$

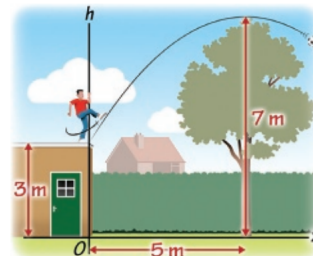
$$25a = -4$$

$$a = -0,16$$

Dus $h = -0,16(x - 5)^2 + 7$.

Invoeren van de formule en gebruiken van de optie nulpunt geeft $x = 11,61 \dots$

Dus de bal komt op 11,6 meter van de schuur op de grond.



6 a $0,05x^4 - 0,5x^2 = 0$

$$0,05x^2(x^2 - 10) = 0$$

$$x^2 = 0 \vee x^2 = 10$$

$$x = 0 \vee x = \sqrt{10} \vee x = -\sqrt{10}$$

Dus de afstand tussen A en B is $2\sqrt{10}$.

b $0,05x^4 - 0,5x^2 = 4,8 - x^2$

$$0,05x^4 + 0,5x^2 - 4,8 = 0$$

$$x^4 + 10x^2 - 96 = 0$$

Stel $x^2 = u$.

$$u^2 + 10u - 96 = 0$$

$$(u - 6)(u + 16) = 0$$

$$u = 6 \vee u = -16$$

$$x^2 = 6 \vee x^2 = -16$$

$$x = \sqrt{6} \vee x = -\sqrt{6}$$

$$x = \sqrt{6} \text{ geeft } y = 4,8 - (\sqrt{6})^2 = -1,2 \text{ en } x = -\sqrt{6} \text{ geeft } y = 4,8 - (-\sqrt{6})^2 = -1,2$$

Dus $C(-\sqrt{6}; -1,2)$ en $D(\sqrt{6}; -1,2)$.

c $f(x) = 0,05x^4 - 0,5x^2$ geeft $f'(x) = 0,2x^3 - x$

Dus de formule van de hellinggrafiek is $y = 0,2x^3 - x$.

$$\text{helling} = -8,8 \text{ geeft } 0,2x^3 - x = -8,8$$

Invoeren van de formules $y = 0,2x^3 - x$ en $y = -8,8$ en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = -4$.

$$f(-4) = 4,8$$

Dus in het punt $(-4; 4,8)$ is de helling van de grafiek van f gelijk aan $-8,8$.

d $0,2x^3 - x = -0,8x^2$

$$0,2x^3 + 0,8x^2 - x = 0$$

$$x^3 + 4x^2 - 5x = 0$$

$$x(x^2 + 4x - 5) = 0$$

$$x(x - 1)(x + 5) = 0$$

$$x = 0 \vee x = 1 \vee x = -5$$

$$x = 1 \text{ geeft } y = -0,8 \cdot 1^2 = -0,8 \text{ en } x = -5 \text{ geeft } y = -0,8 \cdot (-5)^2 = -20,$$

dus $E(1; -0,8)$ en $F(-5, -20)$.

7 a $x = 6$ en $h = 4$ geeft $a \cdot 6^3 + b \cdot 6^2 = 4$

$$216a + 36b = 4$$

$$54a + 9b = 1$$

$x = 12$ en $h = 0$ geeft $a \cdot 12^3 + b \cdot 12^2 = 0$

$$1728a + 144b = 0$$

$$144b = -1728a$$

$$b = -12a$$

Substitutie van $b = -12a$ in $54a + 9b = 1$ geeft $54a + 9 \cdot -12a = 1$

$$54a - 108a = 1$$

$$-54a = 1$$

$$a = -\frac{1}{54}$$

$$a = -\frac{1}{54} \text{ geeft } b = -12 \cdot -\frac{1}{54} = \frac{2}{9}$$

b De formule is $h = -\frac{1}{54}x^3 + \frac{2}{9}x^2$.

Invoeren van de formule en gebruiken van de optie maximum geeft $x = 8$ en $h = 4,740\dots$

De maximale hoogte is 4,74 meter.

c Los op $-\frac{1}{54}x^3 + \frac{2}{9}x^2 = 4$.

Invoeren van de bijbehorende formules en gebruiken van de optie snijpunt geeft $x = 6$ en $x = 9,708\dots$

Dus de snelheid waarmee de golf voortbeweegt is $9,708\dots - 6 = 3,708\dots$ meter per 0,7 seconden.

Dat is $\frac{3,708\dots}{0,7} \approx 5,30$ m/s.

Dit wijkt $\frac{5,297\dots - 5}{5} \cdot 100\% \approx 5,9\%$ af van de gemeten snelheid.

Verantwoording

Beeld

Illustraties: Oscar Casander, Arnhem

Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India

Colofon

Omslagontwerp: Shootmedia, Groningen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer

Lay-out: Integra Software Services

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:

Noordhoff Uitgevers B.V., Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13,
9700 VB Groningen of via www.noordhoff.nl/klantenservice.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlelen.

0 / 25



© 2025 Noordhoff Uitgevers B.V. Alle rechten voorbehouden. Tekst- en datamining niet toegestaan.

ISBN 978-90-01-06492-1



Noordhoff

www.getalenruimte.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-06492-1



9 789001 064921