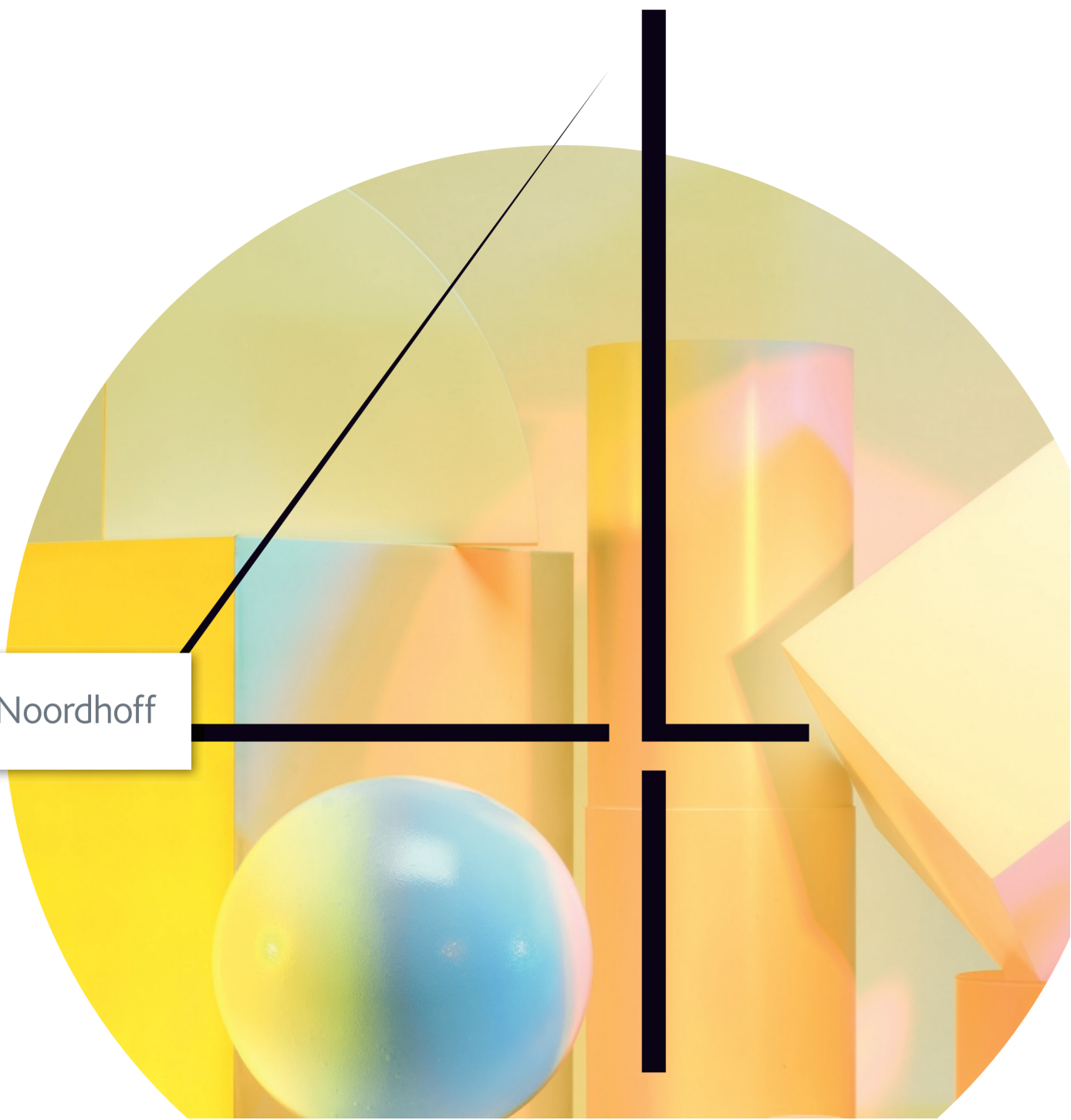


# getal & ruimte

A/C



Noordhoff







# Getal & Ruimte

## Uitwerkingen vwo A/C deel 1

**Dertiende editie, 2025**

Noordhoff Groningen

### **Auteurs**

J. H. Dijkhuis  
G. de Jong  
J. D. Kuis  
S. K. A. de Waal  
J. van Braak  
J. H. M. Liesting-Maas  
M. Wieringa  
M. L. M. van Maarseveen  
R. D. Hiele  
M. Haneveld  
S. Voets  
M. Vos  
J. M. M. van Haren  
B. W. van Laarhoven  
R. Meijerink  
L. S. Kuijt-Smit  
C. van Vliet  
C. van Valburg  
N. Nooijen  
H. Rachyd



# Inhoud

|          |                               |           |
|----------|-------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Formules en grafieken</b>  | <b>4</b>  |
| <b>2</b> | <b>De statistische cyclus</b> | <b>33</b> |
| <b>3</b> | <b>Rekenen en herleiden</b>   | <b>57</b> |
| <b>4</b> | <b>Combinatoriek</b>          | <b>77</b> |

# 1 Formules en grafieken

## 1.1 Lineaire formules

### Bladzijde 8

V1 A

V2  $\frac{2}{3}(x-4) = \frac{1}{5}(2x+5)$   
 $\frac{2}{3}x - 2\frac{2}{3} = \frac{2}{5}x + 1$   
 $10x - 40 = 6x + 15$   
 $4x = 55$   
 $x = 13\frac{3}{4}$

$\frac{2}{3}(x-4) = \frac{1}{5}(2x+5)$   
 $10(x-4) = 3(2x+5)$   
 $10x - 40 = 6x + 15$   
 $4x = 55$   
 $x = 13\frac{3}{4}$

Je krijgt inderdaad beide keren de oplossing  $x = 13\frac{3}{4}$ .

### Bladzijde 9

V3 a  $5x - 2 = 3x + 6$   
 $2x = 8$   
 $x = 4$

b  $4 - 5(x-1) = 3(2x+1)$   
 $4 - 5x + 5 = 6x + 3$   
 $9 - 5x = 6x + 3$   
 $-11x = -6$   
 $x = \frac{6}{11}$

c  $3x - 0,8 = 2,4x + 1,6$   
 $0,6x = 2,4$   
 $x = 4$

d  $10 - 3(x+1) = 5x - (2x-1)$   
 $10 - 3x - 3 = 5x - 2x + 1$   
 $7 - 3x = 3x + 1$   
 $-6x = -6$   
 $x = 1$

e  $1,6(2x-1) = 1,4x-2$   
 $3,2x - 1,6 = 1,4x - 2$   
 $1,8x = -0,4$

$x = -\frac{2}{9}$   
 f  $\frac{1}{3}x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$   
 $2x - 6 = 3x + 12$   
 $-x = 18$

$x = -18$   
 g  $\frac{4}{5}x - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}x - 3$   
 $12x - 20 = 35x - 45$   
 $-23x = -25$

$x = 1\frac{2}{23}$   
 h  $\frac{2}{7}(4x-1) = \frac{3}{4}(1-5x)$   
 $8(4x-1) = 21(1-5x)$   
 $32x - 8 = 21 - 105x$   
 $137x = 29$   
 $x = \frac{29}{137}$

1 I-B, II-D, III-C en IV-A

### Bladzijde 10

2 a

|               |   |    |
|---------------|---|----|
| $x$           | 0 | 1  |
| $y = -3x + 2$ | 2 | -1 |

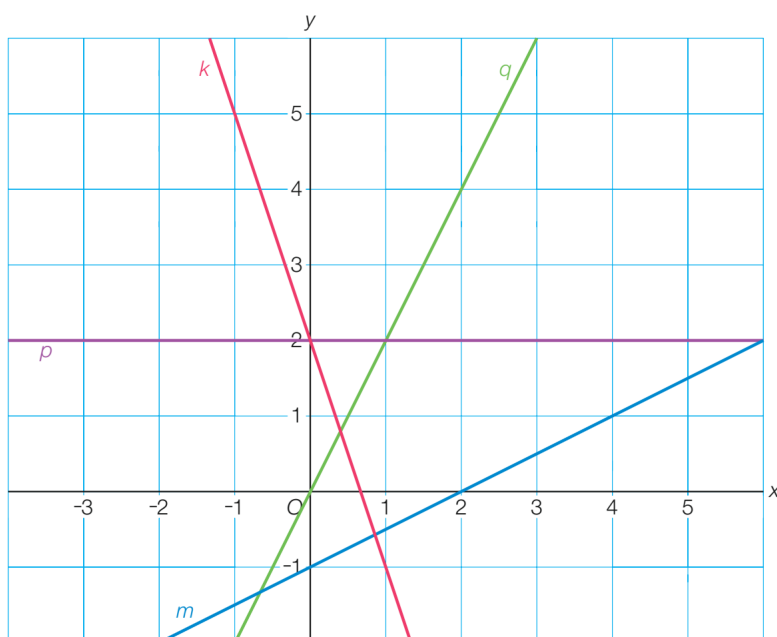
|                        |    |   |
|------------------------|----|---|
| $x$                    | 0  | 2 |
| $y = \frac{1}{2}x - 1$ | -1 | 0 |

|          |   |   |
|----------|---|---|
| $x$      | 0 | 1 |
| $y = 2x$ | 0 | 2 |

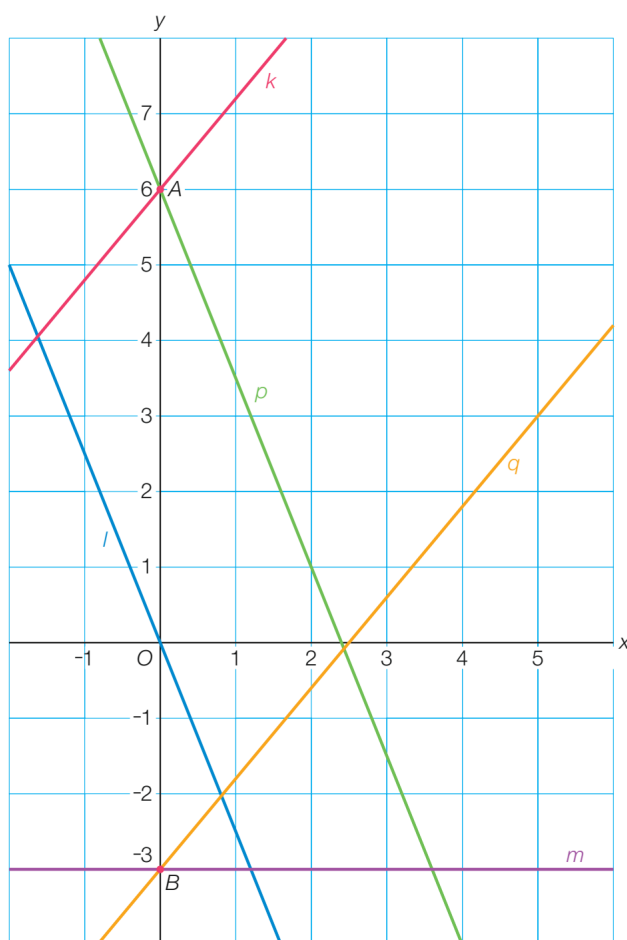
Zie de figuur hiernaast.

b  $rc_k = -3$   
 $rc_m = \frac{1}{2}$   
 $rc_p = 0$   
 $rc_q = 2$



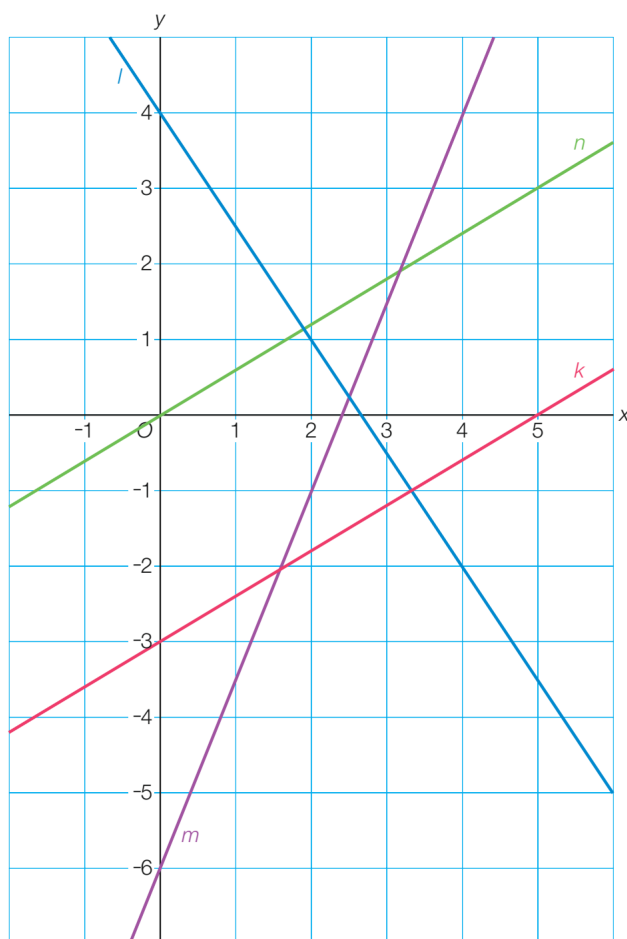
|            |                |    |   |
|------------|----------------|----|---|
| <b>3 a</b> | $x$            | 0  | 2 |
|            | $y = 6 - 2,5x$ | 6  | 1 |
|            | $x$            | 0  | 5 |
|            | $y = 1,2x - 3$ | -3 | 3 |

Zie de figuur hiernaast.

**b** Zie de figuur hiernaast. $k: y = 1,2x + 6$ **c**  $l: y = -2,5x$ **d**  $m: y = -3$ 

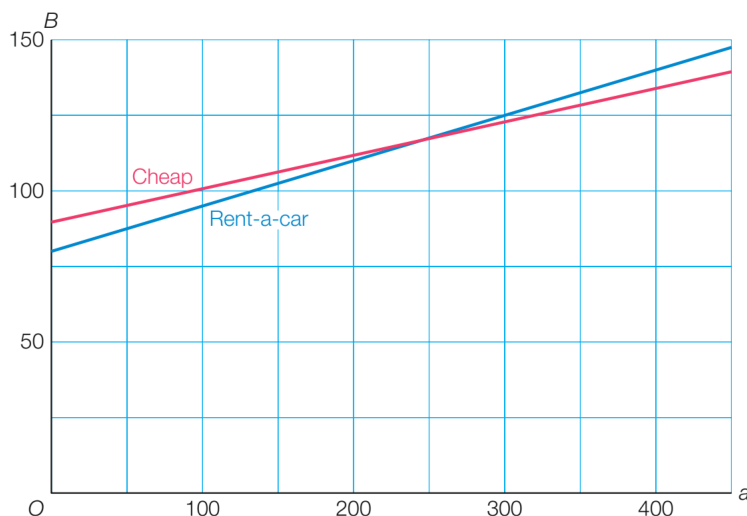
|            |                 |    |   |
|------------|-----------------|----|---|
| <b>4 a</b> | $x$             | 0  | 5 |
|            | $y = 0,6x - 3$  | -3 | 0 |
|            | $x$             | 0  | 2 |
|            | $y = -1,5x + 4$ | 4  | 1 |

Zie de figuur hiernaast.

**b** Zie de figuur hiernaast. $n: y = 0,6x$ **c**  $p: x = 5$ **d**  $q: y = 4$ 

- 5 a**  $a = 50$  geeft  $B = 0,15 \cdot 50 + 80 = €87,50$   
**b** Bij  $y = ax + b$  is de  $x$ -as horizontaal, dus bij  $B = 0,15a + 80$  is de  $a$ -as horizontaal.  
**c, e**

|                  |    |     |
|------------------|----|-----|
| $a$              | 0  | 400 |
| $B = 0,15a + 80$ | 80 | 140 |



Omdat  $a$  het aantal gereden km is, kan  $a$  niet negatief zijn.

- d** Het getal 0,15 geeft aan dat bij elke km die je meer rijdt, je €0,15 meer moet betalen. Het getal 80 geeft het vaste bedrag aan: dit bedrag moet je betalen onafhankelijk van het aantal gereden km.  
**e** De formule is  $B = 0,11a + 90$ .

|                  |    |     |
|------------------|----|-----|
| $a$              | 0  | 400 |
| $B = 0,11a + 90$ | 90 | 134 |

Zie de figuur bij vraag c.

- f**  $a = 150$  geeft bij Rent-a-car  $B = 102,50$ .  
 $a = 150$  geeft bij Cheap  $B = 106,50$ .  
Dus bij een rit van 150 km is Rent-a-car het voordeligst.  
Het scheelt  $106,50 - 102,50 = 4$  euro.

## Bladzijde 12

- 6 a**  $h = -5t + 80$   
**b**  $P = 100d + 1015$   
**c** 2500 ha per dag is  $2500 \cdot 365 = 912\,500$  ha per jaar = 0,9125 miljoen ha per jaar.  
 $A = -0,9t + 540$
- 7 a** Als Jannie 32 opgaven goed maakt, dan maakt ze  $40 - 32 = 8$  opgaven fout. Voor de goed gemaakte opgaven krijgt ze  $32 \cdot 0,5 = 16$  euro. Hier gaat 8 euro vanaf voor de fout gemaakte opgaven. Dus ze krijgt  $16 - 8 = 8$  euro.  
**b**  $B = 0,5x - 1 \cdot (40 - x) = 0,5x - 40 + x = 1,5x - 40$   
Dus de formule is  $B = 1,5x - 40$ .  
**c**  $1,5x - 40 = 2$   
 $1,5x = 42$   
 $x = 28$   
Dus Jannie had 28 opgaven goed.
- 8 a**  $x = 12$  geeft  $y = 1\frac{1}{2} \cdot 12 + 9 = 27$ . Dus het punt  $A(12, 27)$  ligt op  $m$ .  
**b**  $x = -20$  geeft  $y = -21$ , dus  $B(-20, -21)$  ligt op  $m$ .  
 $x = -8$  geeft  $y = -3$ , dus  $C(-8, 3)$  ligt niet op  $m$ .  
 $x = 82$  geeft  $y = 132$ , dus  $D(82, 132)$  ligt op  $m$ .

- c** Als de lijnen snijden, zijn voor een bepaalde  $x$ -waarde de bijbehorende  $y$ -waarden hetzelfde.

$$1\frac{1}{2}x + 9 = -\frac{1}{2}x + 4$$

$$2x = -5$$

$$x = -2\frac{1}{2}$$

$$x = -2\frac{1}{2} \text{ geeft } y = 1\frac{1}{2} \cdot -2\frac{1}{2} + 9 = 5\frac{1}{4}.$$

$$\text{Dus } S(-2\frac{1}{2}, 5\frac{1}{4}).$$

### Bladzijde 13

- 9** Ja, omdat de lijnen elkaar snijden bij  $x = 6$  zijn de  $y$ -waarden van  $k$  en  $l$  hetzelfde.

### Bladzijde 14

- 10 a**  $l: y = ax + b$  met  $a = rc_l = -1\frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -1\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(-2, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1\frac{1}{2} \cdot -2 + b = 3 \\ 3 + b = 3 \\ b = 0 \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = -1\frac{1}{2}x.$$

- b**  $k: y = ax + b$  met  $a = rc_m = 4$

$$\left. \begin{array}{l} y = 4x + b \\ \text{door } B(-5, 21) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 4 \cdot -5 + b = 21 \\ -20 + b = 21 \\ b = 41 \end{array}$$

$$\text{Dus } k: y = 4x + 41.$$

- 11 a**  $p: y = ax + b$  met  $a = rc_q = -\frac{1}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } C(-18, 30) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot -18 + b = 30 \\ 6 + b = 30 \\ b = 24 \end{array}$$

$$\text{Dus } p: y = -\frac{1}{3}x + 24.$$

- b** Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .

$$-\frac{1}{3}x + 24 = 0$$

$$-\frac{1}{3}x = -24$$

$$x = 72$$

Dus de coördinaten van het snijpunt van  $p$  met de  $x$ -as zijn  $(72, 0)$ .

Snijpunt met  $y$ -as, dus  $x = 0$ , geeft  $y = -\frac{1}{3} \cdot 0 + 24 = 24$ .

Dus de coördinaten van het snijpunt van  $p$  met de  $y$ -as zijn  $(0, 24)$ .

- 12** lijn  $k$

|     |   |   |
|-----|---|---|
| $x$ | 0 | 6 |
| $y$ | 1 | 3 |

lijn  $l$

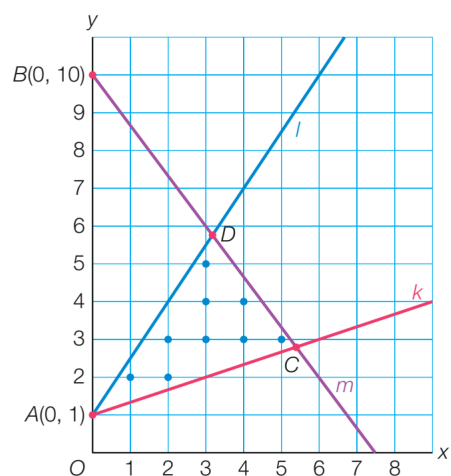
|     |   |    |
|-----|---|----|
| $x$ | 0 | 6  |
| $y$ | 1 | 10 |

lijn  $m$

|     |    |   |
|-----|----|---|
| $x$ | 0  | 6 |
| $y$ | 10 | 2 |

Zie de figuur hiernaast.

Er vallen 9 roosterpunten binnen driehoek  $ACD$ .



- 13 a**  $-0,8x + 3 = 1,7x - 4,25$   
 $-2,5x = -7,25$   
 $x = 2,9$   
 $x_S = 2,9$  geeft  $y_S = -0,8 \cdot 2,9 + 3 = 0,68$ , dus  $S(2,9; 0,68)$ .
- b** Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .  
 $-0,8x + 3 = 0$   
 $-0,8x = -3$   
 $x = 3,75$   
Dus  $A(3,75; 0)$ .
- c** Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .  
 $1,7x - 4,25 = 0$   
 $1,7x = 4,25$   
 $x = 2,5$   
Dus  $B(2,5; 0)$ .

- 14 a**  $2(x - 3) = 5 - 3x$   
 $2x - 6 = 5 - 3x$   
 $5x = 11$   
 $x = 2,2$   
 $x = 2,2$  geeft  $y = 5 - 3 \cdot 2,2 = -1,6$ , dus de coördinaten van het snijpunt zijn  $(2,2; -1,6)$ .
- b**  $\frac{2}{3}x + 11 = -1\frac{1}{2}x - 15$   
 $4x + 66 = -9x - 90$   
 $13x = -156$   
 $x = -12$   
 $x = -12$  geeft  $y = \frac{2}{3} \cdot -12 + 11 = 3$ , dus de coördinaten van het snijpunt zijn  $(-12, 3)$ .
- c**  $-2\frac{1}{2}x + 5 = 25$   
 $-2\frac{1}{2}x = 20$   
 $x = -8$   
Dus de coördinaten van het snijpunt zijn  $(-8, 25)$ .

- 15 a**  $p: y = ax + b$  met  $a = rc_n = -2,5$   
 $y = -2,5x + b$   
door  $A(18, -27)$   $\left\{ \begin{array}{l} -2,5 \cdot 18 + b = -27 \\ -45 + b = -27 \\ b = 18 \end{array} \right.$   
Dus  $p: y = -2,5x + 18$ .
- b** Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .  
 $-2,5x + 35 = 0$   
 $-2,5x = -35$   
 $x = 14$   
Dus  $P(14, 0)$ .  
Snijpunt met de  $y$ -as, dus  $x = 0$ , geeft  $y = -2,5 \cdot 0 + 35 = 35$ .  
Dus  $Q(0, 35)$ .
- c**  $y_R = -2,5 \cdot -20 + 35 = 85$
- d** Los op  $-2,5x + 35 = 45$   
 $-2,5x = 10$   
 $x = -4$   
Dus  $x_S = -4$ .
- e**  $y = x$ , dus los op  $-2,5x + 35 = x$   
 $-3,5x = -35$   
 $x = 10$   
Dus  $T(10, 10)$ .

#### Bladzijde 15

- 16 a**  $-1,8x + 6 = 1,2x + 3,6$   
 $-3x = -2,4$   
 $x = 0,8$   
 $x_S = 0,8$  geeft  $y_S = -1,8 \cdot 0,8 + 6 = 4,56$ , dus  $S(0,8; 4,56)$ .



**b**  $-1,8x + 6 = 2,4$        $1,2x + 3,6 = 2,4$   
 $-1,8x = -3,6$        $1,2x = -1,2$   
 $x = 2$        $x = -1$   
Dus  $x_A = 2$ .      Dus  $x_B = -1$ .  
De lengte van  $AB$  is  $2 - (-1) = 3$ .

**c** Snijpunten met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .  
 $-1,8x + 6 = 0$        $1,2x + 3,6 = 0$   
 $-1,8x = -6$        $1,2x = -3,6$   
 $x = 3\frac{1}{3}$        $x = -3$   
Dus  $x_C = 3\frac{1}{3}$ .      Dus  $x_D = -3$ .  
De lengte van  $CD$  is  $3\frac{1}{3} - (-3) = 6\frac{1}{3}$ .

**17** Op de eerste dag is het alleen aan de oppervlakte  $25^\circ\text{C}$ , dus bij  $t = 0$  hoort  $d_T = 0$ .

Elke drie dagen ligt dat niveau 0,10 meter dieper, per dag is dat  $\frac{0,10}{3} = \frac{1}{30}$  meter.

Dus  $d_T = \frac{1}{30}t$ .

Het meer heeft een diepte van 4 meter. Op de eerste dag is er nog voldoende zuurstof op deze 4 meter diepte, dus bij  $t = 0$  hoort  $d_Z = 4$ . Elke dag ligt dat niveau  $0,05 (= \frac{1}{20})$  meter minder diep.

Dus  $d_Z = -\frac{1}{20}t + 4$ .

De baarzen kunnen niet meer in het meer leven als het niveau waarop er voldoende zuurstof is gelijk is aan het niveau waarop de temperatuur  $25^\circ\text{C}$  is.

$\frac{1}{30}t = -\frac{1}{20}t + 4$

$2t = -3t + 240$

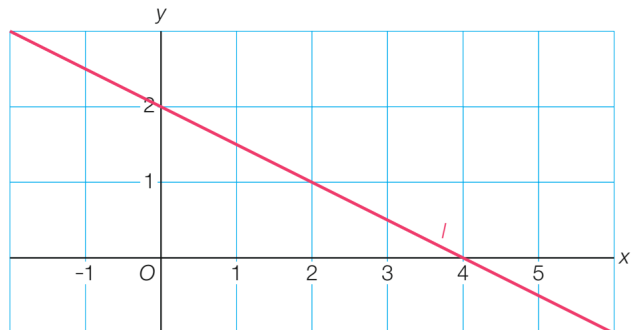
$5t = 240$

$t = 48$

Op  $t = 48$  is het 18 augustus, dus vanaf 18 augustus.

#### Bladzijde 16

|           |                         |   |   |
|-----------|-------------------------|---|---|
| <b>C1</b> | $x$                     | 0 | 4 |
|           | $y = -\frac{1}{2}x + 2$ | 2 | 0 |



**C2**  $k: y = 0,5x - 5$

**C3**  $q: y = ax + b$  met  $a = rc_p = 4$

$y = 4x + b$   
door  $(2, 3)$   $\left\{ \begin{array}{l} 4 \cdot 2 + b = 3 \\ 8 + b = 3 \\ b = -5 \end{array} \right.$

Dus  $q: y = 4x - 5$ .

**C4** Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .

$3,5x + 7 = 0$

$3,5x = -7$

$x = -2$

Dus de coördinaten van het snijpunt van  $m$  met de  $x$ -as zijn  $(-2, 0)$ .

Snijpunt met  $y$ -as, dus  $x = 0$ , geeft  $y = 3,5 \cdot 0 + 7 = 7$ .

Dus de coördinaten van het snijpunt van  $m$  met de  $y$ -as zijn  $(0, 7)$ .

**C5**  $3,5x + 7 = -1,5x + 22$

$$5x = 15$$

$$x = 3$$

$x_S = 3$  geeft  $y_S = 3,5 \cdot 3 + 7 = 17,5$ , dus  $S(3; 17,5)$ .

## 1.2. Een lijn door twee gegeven punten

### Bladzijde 17

**18 a**  $\frac{3}{4}$  omhoog.

Dus  $rc_l = \frac{3}{4}$ .

**b**  $y_B - y_A = 4 - 1 = 3$

**c**  $rc_l = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$

### Bladzijde 18

**19 a**  $\Delta x = 2 - 6 = -4$

$$rc_l = \frac{-1 - 5}{2 - 6} = \frac{-6}{-4} = 1\frac{1}{2}$$

Dus ja, ze krijgt dezelfde rc.

**b**  $y = 1\frac{1}{2}x + b$  }  $1\frac{1}{2} \cdot 6 + b = 5$   
 door  $B(6, 5)$  }  $9 + b = 5$   
 $b = -4$

**20 a**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 1}{1 - -1} = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

$y = 1\frac{1}{2}x + b$  }  $1\frac{1}{2} \cdot 1 + b = 4$   
 door  $B(1, 4)$  }  $1\frac{1}{2} + b = 4$   
 $b = 2\frac{1}{2}$

Dus  $l: y = 1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$ .

**b**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 5}{2 - -3} = \frac{-5}{5} = -1$

$y = -x + b$  }  $-1 \cdot 2 + b = 0$   
 door  $D(2, 0)$  }  $b = 2$

Dus  $m: y = -x + 2$ .

**c** Horizontale lijn met y-coördinaat 3, dus  $n: y = 3$ .

**d**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - -3}{5 - 1} = \frac{8}{4} = 2$

$y = 2x + b$  }  $2 \cdot 5 + b = 5$   
 door  $H(5, 5)$  }  $10 + b = 5$   
 $b = -5$

Dus  $p: y = 2x - 5$ .

**21 a**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{360 - 250}{180 - 160} = \frac{110}{20} = 5\frac{1}{2}$

$y = 5\frac{1}{2}x + b$  }  $5\frac{1}{2} \cdot 180 + b = 360$   
 door  $P(180, 360)$  }  $990 + b = 360$   
 $b = -630$

Dus  $l: y = 5\frac{1}{2}x - 630$ .

$$\text{b } y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{58 - 73}{45 - 15} = \frac{-15}{30} = -\frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } R(15, 73) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 15 + b = 73 \\ -7\frac{1}{2} + b = 73 \\ b = 80\frac{1}{2} \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -\frac{1}{2}x + 80\frac{1}{2}.$$

**22 a**  $l$  door  $(1, 2)$  en  $(5, 4)$

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{4 - 2}{5 - 1} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x + b \\ \text{door } (1, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 1 + b = 2 \\ b = 1\frac{1}{2} \end{array}$$

$$\text{Dus } l: y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}.$$

**b**  $m$  door  $(50, 40)$  en  $(250, 10)$

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{10 - 40}{250 - 50} = \frac{-30}{200} = -0,15$$

$$\left. \begin{array}{l} y = -0,15x + b \\ \text{door } (50, 40) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,15 \cdot 50 + b = 40 \\ -7,5 + b = 40 \\ b = 47,5 \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = -0,15x + 47,5.$$

**c**  $n$  door  $(2, 5)$  en  $(8, 15)$

$$y = ax + b \text{ met } a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{15 - 5}{8 - 2} = \frac{10}{6} = 1\frac{2}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} y = 1\frac{2}{3}x + b \\ \text{door } (2, 5) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1\frac{2}{3} \cdot 2 + b = 5 \\ 3\frac{1}{3} + b = 5 \\ b = 1\frac{2}{3} \end{array}$$

$$\text{Dus } n: y = 1\frac{2}{3}x + 1\frac{2}{3}.$$

### Bladzijde 19

**23 a**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{155 - -125}{17 - -23} = \frac{280}{40} = 7$

$$\left. \begin{array}{l} y = 7x + b \\ \text{door } A(17, 155) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7 \cdot 17 + b = 155 \\ 119 + b = 155 \\ b = 36 \end{array}$$

$$\text{Dus } m: y = 7x + 36.$$

**b**  $y = ax$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-27 - -30}{18 - 12} = \frac{3}{6} = 0,5$

$$\text{Dus } p: y = 0,5x.$$

**c**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - 4}{0 - -12} = \frac{-4}{12} = -\frac{1}{3}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{3}x + b \\ \text{door } E(-8, 14) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{3} \cdot -8 + b = 14 \\ 2\frac{2}{3} + b = 14 \\ b = 11\frac{1}{3} \end{array}$$

$$\text{Dus } q: y = -\frac{1}{3}x + 11\frac{1}{3}.$$

**24**  $k: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{7 - 22}{12 - 2} = \frac{-15}{10} = -1\frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -1\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } B(12, 7) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -1\frac{1}{2} \cdot 12 + b = 7 \\ -18 + b = 7 \end{array}$$

$$b = 25$$

Dus  $k: y = -1\frac{1}{2}x + 25$ .

$l: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{43 - 3}{20 - 4} = \frac{40}{16} = 2\frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = 2\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } C(4, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2\frac{1}{2} \cdot 4 + b = 3 \\ 10 + b = 3 \end{array}$$

$$b = -7$$

Dus  $l: y = 2\frac{1}{2}x - 7$ .

Snijpunt van  $k$  en  $l$ , dus los op  $-1\frac{1}{2}x + 25 = 2\frac{1}{2}x - 7$

$$-4x = -32$$

$$x = 8$$

$x_S = 8$  geeft  $y_S = 2\frac{1}{2} \cdot 8 - 7 = 13$ , dus  $S(8, 13)$ .

**25**  $y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3p - 2p}{3p - p} = \frac{p}{2p} = \frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(p, 2p) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot p + b = 2p \\ b = 1\frac{1}{2}p \end{array}$$

Dus  $k: y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}p$ .

Snijpunt met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .

$$\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}p = 0$$

$$\frac{1}{2}x = -1\frac{1}{2}p$$

$$x = -3p$$

Dus de coördinaten van het snijpunt van de lijn met de  $x$ -as zijn  $(-3p, 0)$ .

Snijpunt met de  $y$ -as, dus  $x = 0$ , geeft  $y = \frac{1}{2} \cdot 0 + 1\frac{1}{2}p = 1\frac{1}{2}p$ .

Dus de coördinaten van het snijpunt van de lijn met de  $y$ -as zijn  $(0, 1\frac{1}{2}p)$ .

**26**  $N = at + b$  met  $a = \frac{\Delta N}{\Delta t} = \frac{36 - 21}{7 - 2} = \frac{15}{5} = 3$

$$\left. \begin{array}{l} N = 3t + b \\ \text{door } A(2, 21) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 2 + b = 21 \\ 6 + b = 21 \end{array}$$

$$b = 15$$

Dus  $N = 3t + 15$ .

## Bladzijde 20

**27 a**  $K = am + b$  met  $a = \frac{\Delta K}{\Delta m} = \frac{115 - 10}{12 - 5} = \frac{105}{7} = 15$

$$\left. \begin{array}{l} K = 15m + b \\ m = 5 \text{ en } K = 10 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 15 \cdot 5 + b = 10 \\ 75 + b = 10 \end{array}$$

$$b = -65$$

Dus  $K = 15m - 65$ .

**b**  $F = aR + b$  met  $a = \frac{\Delta F}{\Delta R} = \frac{138 - 300}{42 - 15} = \frac{-162}{27} = -6$

$$\left. \begin{array}{l} F = -6R + b \\ R = 15 \text{ en } F = 300 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -6 \cdot 15 + b = 300 \\ -90 + b = 300 \end{array}$$

$$b = 390$$

Dus  $F = -6R + 390$ .

- c Lijn door (6, 35) en (10, 49).

$$g = an + b \text{ met } a = \frac{\Delta g}{\Delta n} = \frac{49 - 35}{10 - 6} = \frac{14}{4} = 3,5$$

$$\left. \begin{array}{l} g = 3,5n + b \\ \text{door (6, 35)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3,5 \cdot 6 + b = 35 \\ 21 + b = 35 \\ b = 14 \end{array}$$

$$\text{Dus } g = 3,5n + 14.$$

28 a  $k = aV + b$  met  $a = \frac{\Delta k}{\Delta V} = \frac{7,4 - 11}{1200} = \frac{-3,6}{1200} = -0,003$

$$\left. \begin{array}{l} k = -0,003V + b \\ V = 250 \text{ en } k = 11 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,003 \cdot 250 + b = 11 \\ -0,75 + b = 11 \\ b = 11,75 \end{array}$$

$$\text{Dus } k = -0,003V + 11,75.$$

b  $k = 1,5$  geeft  $-0,003V + 11,75 = 1,5$   
 $-0,003V = -10,25$   
 $V = 3416,66\dots$

Dus ongeveer 3400 km na de start gaat het alarm af.

Per kilometer wordt er 0,003 ton kerosine verbruikt, dus er kan dan nog

$$\frac{1,5}{0,003} = 500 \text{ km gevlogen worden.}$$

### Bladzijde 21

29 a  $F = an + b$  met  $a = \frac{\Delta F}{\Delta n} = \frac{2,25 - 7,75}{425 - 150} = \frac{-5,5}{275} = -0,02$

$$\left. \begin{array}{l} F = -0,02n + b \\ n = 150 \text{ en } F = 7,75 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -0,02 \cdot 150 + b = 7,75 \\ -3 + b = 7,75 \\ b = 10,75 \end{array}$$

$$\text{Dus } F = -0,02n + 10,75.$$

- b **Manier 1:**

$$F = -0,02n + 10,75$$

$$-0,02n + 10,75 = F$$

$$-0,02n = F - 10,75$$

$$n = -50F + 537,5$$

**Manier 2:**

$$n = aF + b \text{ met } a = \frac{\Delta n}{\Delta F} = \frac{150 - 425}{7,75 - 2,25} = \frac{-275}{5,5} = -50$$

$$\left. \begin{array}{l} n = -50F + b \\ F = 7,75 \text{ en } n = 150 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -50 \cdot 7,75 + b = 150 \\ -387,5 + b = 150 \\ b = 537,5 \end{array}$$

$$\text{Dus } n = -50F + 537,5.$$

c  $n = 250$  geeft  $F = -0,02 \cdot 250 + 10,75 = 5,75$   
 $F = 4,25$  geeft  $n = -50 \cdot 4,25 + 537,5 = 325$

30 a  $G_m = at + b$  met  $a = \frac{\Delta G_m}{\Delta t}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bij } t = 2 \text{ hoort } G_m = 78,7 \\ \text{Bij } t = 32 \text{ hoort } G_m = 85,6 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta G_m}{\Delta t} = \frac{85,6 - 78,7}{32 - 2} = \frac{6,9}{30} = 0,23$$

$$\left. \begin{array}{l} G_m = 0,23t + b \\ t = 2 \text{ en } G_m = 78,7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,23 \cdot 2 + b = 78,7 \\ 0,46 + b = 78,7 \\ b = 78,24 \end{array}$$

$$\text{Dus } G_m = 0,23t + 78,24.$$

$$G_v = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta G_v}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bij } t = 12 \text{ hoort } G_v = 69,5 \\ \text{Bij } t = 32 \text{ hoort } G_v = 72,0 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta G_v}{\Delta t} = \frac{72,0 - 69,5}{32 - 12} = \frac{2,5}{20} = 0,125$$

$$\left. \begin{array}{l} G_v = 0,125t + b \\ t = 32 \text{ en } G_v = 72,0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,125 \cdot 32 + b = 72,0 \\ 4 + b = 72,0 \\ b = 68 \end{array}$$

$$\text{Dus } G_v = 0,125t + 68.$$

$$L_m = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta L_m}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bij } t = 2 \text{ hoort } L_m = 179,0 \\ \text{Bij } t = 32 \text{ hoort } L_m = 181,1 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta L_m}{\Delta t} = \frac{181,1 - 179,0}{32 - 2} = \frac{2,1}{30} = 0,07$$

$$\left. \begin{array}{l} L_m = 0,07t + b \\ t = 2 \text{ en } L_m = 179,0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,07 \cdot 2 + b = 179,0 \\ 0,14 + b = 179,0 \\ b = 178,86 \end{array}$$

$$\text{Dus } L_m = 0,07t + 178,86.$$

$$L_v = at + b \text{ met } a = \frac{\Delta L_v}{\Delta t}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Bij } t = 8 \text{ hoort } L_v = 167,1 \\ \text{Bij } t = 32 \text{ hoort } L_v = 167,7 \end{array} \right\} a = \frac{\Delta L_v}{\Delta t} = \frac{167,7 - 167,1}{32 - 8} = \frac{0,6}{24} = 0,025$$

$$\left. \begin{array}{l} L_v = 0,025t + b \\ t = 32 \text{ en } L_v = 167,7 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 0,025 \cdot 32 + b = 167,7 \\ 0,8 + b = 167,7 \\ b = 166,9 \end{array}$$

$$\text{Dus } L_v = 0,025t + 166,9.$$

**b**  $G_m - G_v = 15,7$

$$0,23t + 78,24 - (0,125t + 68) = 15,7$$

$$0,23t + 78,24 - 0,125t - 68 = 15,7$$

$$0,105t + 10,24 = 15,7$$

$$0,105t = 5,46$$

$$t = 52$$

$$\text{Dus in 2042.}$$

$$t = 52 \text{ geeft } G_m = 0,23 \cdot 52 + 78,24 = 90,2 \text{ kg}$$

**c**  $L_v = 168$

$$0,025t + 166,9 = 168$$

$$0,025t = 1,1$$

$$t = 44$$

$$\text{Dus } L_m = 0,07 \cdot 44 + 178,86 = 181,94 \text{ cm.}$$

**31** In 1990 geldt  $t = 0$  en daarbij hoort

$$G_m = 0,23 \cdot 0 + 78,24 = 78,24$$

$$G_v = 0,125 \cdot 0 + 68 = 68$$

$$L_m = 0,07 \cdot 0 + 178,86 = 178,86$$

$$L_v = 0,025 \cdot 0 + 166,9 = 166,9.$$

$$\text{De BMI voor de man is } \frac{78,24}{1,7886^2} \approx 24,46 \text{ en voor de vrouw } \frac{68}{1,669^2} \approx 24,41.$$

In 2020 geldt  $t = 30$  en daarbij hoort

$$G_m = 0,23 \cdot 30 + 78,24 = 85,14$$

$$G_v = 0,125 \cdot 30 + 68 = 71,75$$

$$L_m = 0,07 \cdot 30 + 178,86 = 180,96$$

$$L_v = 0,025 \cdot 30 + 166,9 = 167,65.$$

$$\text{De BMI voor de man is } \frac{85,14}{1,8096^2} \approx 26,00 \text{ en voor de vrouw } \frac{71,75}{1,6765^2} \approx 25,53.$$

De toename voor de man is  $26,00 - 24,46 = 1,54$  en de toename voor de vrouw is  $25,53 - 24,41 = 1,12$ .

Dus de toename voor de man is groter en Bram heeft gelijk.

### Bladzijde 22

**C6**  $l: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{0 - -2}{6 - 2} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = \frac{1}{2}x + b \\ \text{door } B(6, 0) \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{1}{2} \cdot 6 + b = 0 \\ 3 + b = 0 \\ b = -3 \end{array}$$

Dus  $l: y = \frac{1}{2}x - 3$ .

**C7**  $v = at + b$  met  $a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{45 - 90}{5 - 2} = \frac{-45}{3} = -15$

$$\left. \begin{array}{l} v = -15t + b \\ t = 2 \text{ en } v = 90 \end{array} \right\} \begin{array}{l} -15 \cdot 2 + b = 90 \\ -30 + b = 90 \\ b = 120 \end{array}$$

Dus  $v = -15t + 120$ .

## 1.3 Interpoleren, extrapoleren en evenredigheid

### Bladzijde 23

**32 a**  $\frac{28\,700 + 28\,210}{2} = 28\,455$

Hij is ervan uitgegaan dat het aantal sportclubs tussen 2009 en 2015 ieder jaar met hetzelfde aantal afnam.

**b** De totale afname was  $28\,210 - 25\,450 = 2\,760$  sportclubs.

**c** De gemiddelde afname was  $\frac{2\,760}{6} = 460$  sportclubs per jaar.

**d** 2019 is vier jaar na 2015, dus in 2019 waren er dan  $28\,210 - 4 \cdot 460 = 26\,370$  sportclubs.

**e** 2025 is vier jaar na 2021, dus in 2025 zijn er dan  $25\,450 - 4 \cdot 460 = 23\,610$  sportclubs.

### Bladzijde 25

**33 a** Neem  $N$  het aantal en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  in 2011.

In 5 jaar 61 minder, dus in 1 jaar  $\frac{61}{5} = 12,2$  minder.

Bij  $t = 0$  hoort  $N = 281$ .

$N = at + b$  met  $a = -12,2$  en  $b = 281$ , dus  $N = -12,2t + 281$ .

Bij 2014 hoort  $t = 3$  en  $N = -12,2 \cdot 3 + 281 = 244,4 \approx 244$ .

**b** Neem  $N$  het aantal en  $t$  de tijd in jaren met  $t = 0$  in 2025.

In 9 jaar 27 minder, dus in 1 jaar  $\frac{27}{9} = 3$  minder.

Bij  $t = 0$  hoort  $N = 193$ .

$N = at + b$  met  $a = -3$  en  $b = 193$ , dus  $N = -3t + 193$ .

**34 a**  $\Delta x = 1$  geeft  $\Delta y = \frac{6,0 - 2,5}{78 - 46} = \frac{3,5}{32}$  en  $\Delta x = 2$  geeft  $\Delta y = 2 \cdot \frac{3,5}{32}$ .

Dus  $y = 2,5 + 2 \cdot \frac{3,5}{32} \approx 2,72$ .

**b**  $\Delta x = 1$  geeft  $\Delta y = \frac{9,8 - 8,4}{103 - 90} = \frac{1,4}{13}$  en  $\Delta x = 7$  geeft  $\Delta y = 7 \cdot \frac{1,4}{13}$ .

Dus  $y = 8,4 + 7 \cdot \frac{1,4}{13} \approx 9,15$ .

**c**  $\Delta x = 1$  geeft  $\Delta y = \frac{1,4}{13}$  en  $\Delta x = 20$  geeft  $\Delta y = 20 \cdot \frac{1,4}{13}$ .

Dus  $y = 9,8 + 20 \cdot \frac{1,4}{13} \approx 11,95$ .

- 35 a**  $\Delta t = 1$  geeft  $\Delta N = \frac{11,3 - 6,7}{4,83 - 3,62} = \frac{4,6}{1,21}$  en  $\Delta t = 3,91 - 3,62 = 0,29$  geeft  $\Delta N = 0,29 \cdot \frac{4,6}{1,21}$ .  
Dus  $N = 6,7 + 0,29 \cdot \frac{4,6}{1,21} \approx 7,8$ .
- b**  $\Delta t = 1$  geeft  $\Delta N = \frac{27,1 - 18,7}{9,81 - 6,12} = \frac{8,4}{3,69}$  en  $\Delta t = 15,60 - 9,81 = 5,79$  geeft  $\Delta N = 5,79 \cdot \frac{8,4}{3,69}$ .  
Dus  $N = 27,1 + 5,79 \cdot \frac{8,4}{3,69} \approx 40,3$ .
- c**  $\Delta N = 1$  geeft  $\Delta t = \frac{9,81 - 6,12}{27,1 - 18,7} = \frac{3,69}{8,4}$  en  $\Delta N = 21,9 - 18,7 = 3,2$  geeft  $\Delta t = 3,2 \cdot \frac{3,69}{8,4}$ .  
Dus  $t = 6,12 + 3,2 \cdot \frac{3,69}{8,4} \approx 7,5$ .

- 36 a**  $\Delta L = 1$  geeft  $\Delta G = \frac{50 - 32}{160 - 140} = 0,9$  en  $\Delta L = 15$  geeft  $\Delta G = 15 \cdot 0,9 = 13,5$ .  
Dus het gewicht is  $32 + 13,5 = 45,5$  kg.
- b**  $\Delta G = 1$  geeft  $\Delta L = \frac{140 - 120}{32 - 22} = 2$  en  $\Delta G = 3$  geeft  $\Delta L = 3 \cdot 2 = 6$ .  
Dus de lengte is  $120 + 6 = 126$  cm.
- c**  $\Delta L = 1$  geeft  $\Delta G = \frac{65 - 50}{180 - 160} = 0,75$  en  $\Delta L = 6$  geeft  $\Delta G = 6 \cdot 0,75 = 4,5$ .  
Dus het gewicht is  $65 + 4,5 = 69,5$  kg.

- 37 a** In 4 uur 6,8 meer, dus in 1 uur  $\frac{6,8}{4}$  meer.  
9:30 uur is 2,5 uur na 7:00 uur, dus is  $T = -4,5 + 2,5 \cdot \frac{6,8}{4} \approx -0,3$ .  
Om 9:30 uur was de temperatuur  $-0,3^\circ\text{C}$ .
- b** In 4 uur 6,8 meer, dus in 1 uur  $\frac{6,8}{4}$  meer.  
14:00 uur is 3 uur na 11:00 uur, dus is  $T = 2,3 + 3 \cdot \frac{6,8}{4} = 7,4$ .  
Om 14:00 uur was de temperatuur  $7,4^\circ\text{C}$ .
- c** De temperatuur neemt 's avonds af.  
Bovendien ligt 20:00 uur ver van 11:00 uur af.

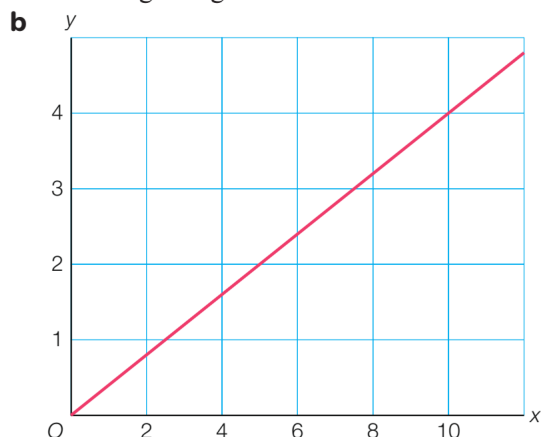
#### Bladzijde 26

- 38 a** In 22 jaar 573 minder, dus in 1 jaar  $\frac{573}{22}$  minder.  
2010 is 10 jaar na 2000, dus in 2010 is het aantal  $658 - 10 \cdot \frac{573}{22} \approx 398$ .  
Het aantal meldingen van hepatitis A in 2010 is 398.
- b** In 22 jaar 808 minder, dus in 1 jaar  $\frac{808}{22}$  minder.  
2015 is 15 jaar na 2000, dus in 2015 is het aantal  $1443 - 15 \cdot \frac{808}{22} \approx 892$ .  
Het aantal meldingen van tuberculose in 2015 is 892.
- c** In 52 jaar 1935 minder, dus in 1 jaar  $\frac{1935}{52} = 37,21\dots$  minder.  
Geen meldingen meer  $\frac{635}{37,21\dots} \approx 17,1$  jaar na 2022.  
Dus er zijn geen meldingen van tuberculose meer in 2040.

- 39** In 6 jaar  $\frac{3}{19} - \frac{1}{7}$  meer, dus in 1 jaar  $\frac{\frac{3}{19} - \frac{1}{7}}{6} = 0,0025\dots$  meer.  
Een toename van  $\frac{1}{5} - \frac{3}{19}$  duurt vanaf 2023  $\frac{\frac{1}{5} - \frac{3}{19}}{0,0025\dots} = 16,8$  jaar.  
Dus in 2040.



- 40 a** Als je  $x$  met een getal vermenigvuldigt, dan moet je  $y$  met datzelfde getal vermenigvuldigen.



De grafiek is een rechte lijn door de oorsprong.

- c** De formule is  $y = 0,4x$ .

#### Bladzijde 27

**41 a**  $\frac{15}{23} \mid \frac{60}{y}$  dus  $y = \frac{23 \cdot 60}{15} = 92$

**b**  $\frac{6}{3,6} \mid \frac{x}{30,6}$  dus  $x = \frac{6 \cdot 30,6}{3,6} = 51$

**c**  $\frac{128}{56} \mid \frac{520}{y}$  dus  $y = \frac{56 \cdot 520}{128} = 227,5$

#### Bladzijde 28

**42 a**  $K = aA$   
 Bij  $A = 84$  hoort  $K = 1890$ .  $\left. \begin{array}{l} a \cdot 84 = 1890 \\ 84a = 1890 \\ a = 22,5 \end{array} \right\}$

Dus  $K = 22,5A$ .

**b**  $K = 2700$ , dus  $22,5A = 2700$   
 $A = 120$

De vloeroppervlakte is  $120 \text{ m}^2$ .

**c** Totale vloeroppervlakte  $= \frac{75}{0,012} = 6250 \text{ m}^2$ .

$A = 6250$  geeft  $K = 22,5 \cdot 6250 = 140\,625$

De jaarlijkse servicekosten van het gehele complex zijn  $140\,625$  euro.

**43 a**  $H = an$   
 Bij  $n = 17,8$  hoort  $H = 8,3$ .  $\left. \begin{array}{l} a \cdot 17,8 = 8,3 \\ 17,8a = 8,3 \\ a \approx 0,466 \end{array} \right\}$

Dus  $H = 0,466n$ .

**b**  $n = 15,4$  geeft  $H = 0,466 \cdot 15,4 = 7,1764$

In  $2023 - 1995 = 28$  jaar neemt  $H$  toe met  $8,3 - 7,1764 = 1,1236$ .

Per jaar neemt  $H$  toe met  $\frac{1,1236}{28} = 0,040\dots$

$10 - 8,3 = 1,7$ , dus  $\frac{1,7}{0,040\dots} \approx 42,4$  jaar na 1 januari 2023. Dat is in het jaar 2065.

- 44 a** Het tijdsverschil wordt 1,5 keer zo groot.  
**b** Het tijdsverschil wordt 1,2 keer zo klein.  
**c** Bij vraag a is sprake van een evenredig verband.

- 45 a** De totale oppervlakte is  $7700 \text{ m}^2$ .

**b**  $A = \frac{7700}{n}$

**46 a** 
$$\left. \begin{array}{l} T = \frac{a}{d} \\ d = 2,5 \text{ en } T = 1,6 \end{array} \right\} \frac{a}{2,5} = 1,6$$
  
 $a = 2,5 \cdot 1,6 = 4$

Dus  $T = \frac{4}{d}$ .

**b**  $T = \frac{4}{d}$  en  $d = 4,835$  geeft  $T = \frac{4}{4,835} \approx 0,8$ .

De temperatuur op 4835 meter diepte is  $0,8^\circ\text{C}$ .

**c**  $T = 1,4$  geeft  $\frac{4}{d} = 1,4$

$$d = \frac{4}{1,4} \approx 2,857$$

Dus op 2857 meter diepte is de temperatuur  $1,4^\circ\text{C}$ .

**47 a** 
$$\left. \begin{array}{l} p = \frac{a}{t} \\ t = 3 \text{ en } p = 38 \end{array} \right\} \frac{a}{3} = 38$$
  
 $a = 3 \cdot 38 = 114$

Dus  $p = \frac{114}{t}$ .

**b**  $p = \frac{114}{t}$  en  $t = 5,5$  geeft  $p = \frac{114}{5,5} \approx 20,7\%$ .

Er is nog  $20,7\%$  van de olie aanwezig.

- c**  $95\%$  van de olie is verdwenen, dus er is nog  $5\%$  aanwezig.

$p = 5$  geeft  $\frac{114}{t} = 5$

$$t = \frac{114}{5} = 22,8$$

Het duurt bijna 23 jaar.

**48 a** 
$$\left. \begin{array}{l} h = \frac{a}{r} \\ r = 750 \text{ en } h = 120 \end{array} \right\} \frac{a}{750} = 120$$
  
 $a = 750 \cdot 120 = 90\,000$

Dus  $h = \frac{90\,000}{r}$ .

**b**  $h = \frac{90\,000}{r}$  en  $r = 500$  geeft  $h = \frac{90\,000}{500} = 180$ .

Het hoogteverschil is  $180 \text{ mm}$ .

- c**  $15 \text{ cm}$ , dus  $h = 150$ .

$h = 150$  geeft  $\frac{90\,000}{r} = 150$

$$r = \frac{90\,000}{150} = 600$$

Een straal van  $600 \text{ m}$ .

$$\text{d } \left. \begin{array}{l} h = \frac{a}{r} \\ r = 3320 \text{ en } h = 170 \end{array} \right\} \frac{a}{3320} = 170$$

$$a = 3320 \cdot 170 = 564400$$

Dus  $h = \frac{564400}{r}$ .

### Bladzijde 31

**49** I:  $5 \cdot 430 = 2150$ ;  $25 \cdot 86 = 2150$ ;  $50 \cdot 43 = 2150$ ;  $125 \cdot 17,2 = 2150$ .

Er is dus sprake van een omgekeerd evenredig verband  $R = \frac{2150}{t}$ .

II:  $\frac{96}{12} = 8$ ;  $\frac{138}{18} = 7\frac{2}{3}$ , dus de tabel is geen verhoudingstabel.

Er is dus geen sprake van een evenredig verband.

$$\frac{138 - 96}{18 - 12} = 7; \frac{201 - 138}{27 - 18} = 7; \frac{327 - 201}{45 - 27} = 7.$$

Er is dus sprake van een lineair verband.

$$q = ap + b \text{ met } a = \frac{\Delta q}{\Delta p} = \frac{138 - 96}{18 - 12} = \frac{42}{6} = 7$$

$$\left. \begin{array}{l} q = 7p + b \\ p = 12 \text{ en } q = 96 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 7 \cdot 12 + b = 96 \\ 84 + b = 96 \\ b = 12 \end{array}$$

Dus  $q = 7p + 12$ .

III:  $\frac{13,3}{35} = 0,38$ ;  $\frac{30,4}{80} = 0,38$ ;  $\frac{43,7}{115} = 0,38$ ;  $\frac{79,8}{210} = 0,38$ .

Er is sprake van een evenredig verband  $N = 0,38r$ .

**50** a  $\left. \begin{array}{l} K = an \\ n = 3050 \text{ en } K = 1098 \end{array} \right\} \begin{array}{l} a \cdot 3050 = 1098 \\ 3050a = 1098 \\ a = 0,36 \end{array}$

Dus  $K = 0,36n$ .

b  $\left. \begin{array}{l} T = \frac{a}{d} \\ d = 11 \text{ en } T = 43 \end{array} \right\} \frac{a}{11} = 43$

$$a = 11 \cdot 43 = 473$$

Dus  $T = \frac{473}{d}$ .

**51** a De prijs is omgekeerd evenredig met  $T + a$  en moet worden vermenigvuldigd met  $a$  om  $B$  te krijgen. Dus  $B = \frac{ca}{T+a}$ , waarbij  $c$  een constante is.

$$\left. \begin{array}{l} B = \frac{ca}{T+a} \\ a = 750 \text{ en } T = 5000 \\ B = 750 \cdot 0,60 = 450 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \frac{c \cdot 750}{5000 + 750} = 450 \\ \frac{750c}{5750} = 450 \\ 750c = 450 \cdot 5750 \\ c = \frac{450 \cdot 5750}{750} \\ c = 3450 \end{array}$$

Dus de formule is  $B = \frac{3450a}{T+a}$ .

**b**  $B = \frac{3450a}{T+a}$ ,  $a = 1000$  en  $T = 5000$  geeft  $B = \frac{3450 \cdot 1000}{5000 + 1000} = 575$ .

Per roos is dat  $\frac{575}{1000} = €0,575$ .

Dus Jansma ontvangt 57,5 cent per roos.

**c**  $B = \frac{3450a}{T+a}$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{3450a}{8000+a} = 0,5a \\ \frac{3450}{8000+a} = 0,5 \\ 3450 = 4000 + 0,5a \\ -0,5a = 550 \\ a = -1100 \end{array} \right.$

Een negatief aantal rozen is niet mogelijk, dus een prijs van 50 cent per roos ook niet.

### Bladzijde 32

**C8 a** In 27 jaar 2552 duizend meer, dus in 1 jaar  $\frac{2552}{27}$  duizend meer.

1990 is 19 jaar na 1971, dus in 1990 is het aantal  $3873 + 19 \cdot \frac{2552}{27} \approx 5669$  duizend.

Het aantal woningen in 2009 is 5669 duizend.

**b** In 25 jaar 1700 duizend meer, dus in 1 jaar  $\frac{1700}{25} = 68$  duizend meer.

2026 is 3 jaar na 2023, dus in 2026 is het aantal  $8125 + 3 \cdot 68 = 8329$  duizend.

Het aantal woningen in 2026 is 8329 duizend.

**C9 a** Bij tabel III is  $\frac{15}{2} = 7,5$ ;  $\frac{37,5}{5} = 7,5$ ;  $\frac{82,5}{11} = 7,5$ ;  $\frac{120}{16} = 7,5$ . Er is dus sprake van een recht evenredig verband.

**b** Bij tabel II is  $3 \cdot 60 = 180$ ;  $5 \cdot 36 = 180$ ;  $9 \cdot 20 = 180$ ;  $15 \cdot 12 = 180$ . Er is dus sprake van een omgekeerd evenredig verband.

**C10**  $B = at$   $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 4 = 27 \\ 4a = 27 \\ a = 6,75 \end{array} \right.$

Dus  $B = 6,75t$ .

**C11**  $T = \frac{a}{V}$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{800} = 4 \\ a = 800 \cdot 4 = 3200 \end{array} \right.$

Dus  $T = \frac{3200}{V}$ .

## 1.4 Wiskundige modellen

### Bladzijde 33

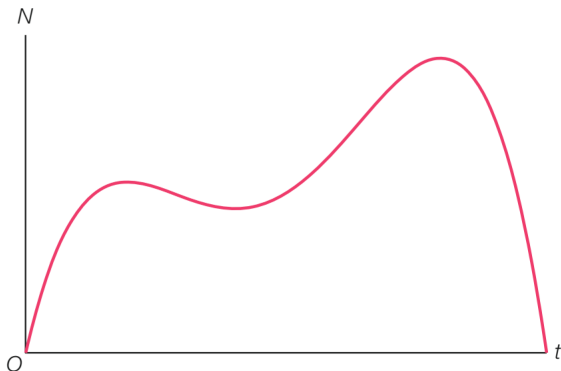
**52** I-C, II-B, III-A en IV-D

### Bladzijde 35

**53 a** Voer in  $y_1 = -0,093x^3 + 1,39x^2 - 3,28x + 4,7$ .  
De optie maximum geeft  $x = 8,59 \dots$  en  $y = 20,14 \dots$   
Dus in september. De maximale temperatuur is  $20,1^\circ\text{C}$ .

- b** Voer in  $y_2 = 19$ .  
De optie snijpunt geeft  $x = 7,47\dots$  en  $x = 9,61\dots$   
Dus  $9,61\dots - 7,47\dots = 2,14\dots$  maanden  $\approx 65$  dagen.

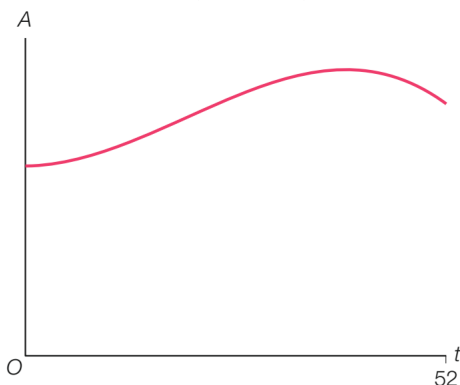
- 54 a** Voer in  $y_1 = -0,15x^4 + 3,35x^3 - 24x^2 + 65x$ .  
Voor  $x$  neem je waarden tussen 0 (als de winkel opengaat) en 14 (omdat de meeste supermarkten niet later dan 10 uur 's avonds dichtgaan). Het gedeelte van de grafiek waar het aantal klanten negatief wordt laat je weg.



- b** De optie maximum geeft  $x \approx 9,579$  en  $y \approx 102,0$ .  
9,579 uur is 9 uur en 35 minuten.  
Dus om 17:35 uur is het het drukst.  
Er zijn dan 102 klanten.
- c** De optie nulpunt geeft  $x \approx 12,024$ .  
Dus om 20:01 uur verlaten de laatste klanten de supermarkt.
- d** Bij 15:15 uur hoort  $t = 7,25$ . Dat geeft  $N \approx 72$ .  
Voer in  $y_2 = 72$ .  
De optie snijpunt geeft  $x \approx 11,037$ .  
Dus om 19:02 uur zijn er evenveel klanten in de supermark als om kwart over drie.

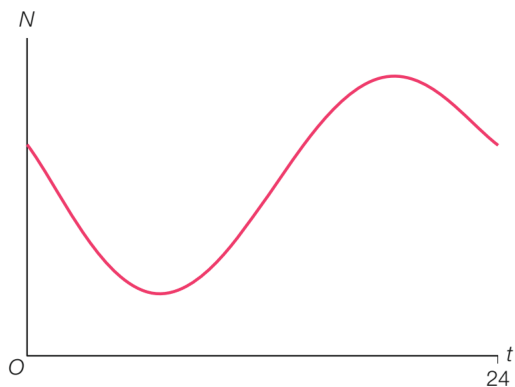
#### Bladzijde 36

- 55 a** Voer in  $y_1 = 9 + \frac{5}{(0,05x - 2)^2 + 1}$ .



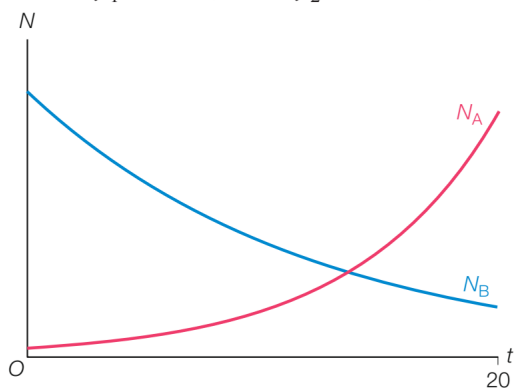
- b** De optie maximum geeft  $x = 40$  en  $y = 14$ .  
Dus 40 weken na de start is de losse verkoop het grootst.  
De verkoop is dan 14000 exemplaren.
- c** Voer in  $y_2 = 13,5$ .  
De optie snijpunt geeft  $x \approx 33,33$  en  $x \approx 46,67$ .  
Tussen  $t = 33,33$  en  $t = 46,67$  liggen de waarden  $t = 34, 35, \dots, 46$ .  
Dus gedurende 13 weken is de verkoop meer dan 13500 exemplaren.

- 56 a** Voer in  $y_1 = 0,02x^5 - 1,225x^4 + 22,5x^3 - 84x^2 - 646x + 5000$ .

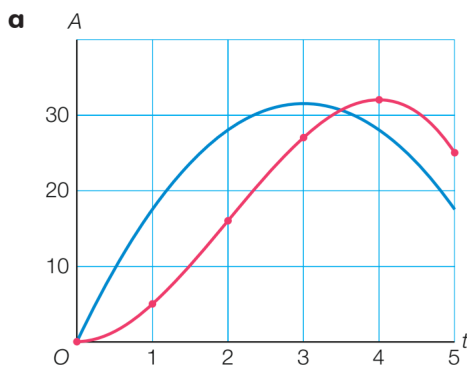


- b** 's Middags om half één is  $t = 12,5$ .  
 $t = 12,5$  geeft  $N \approx 3942$ .  
 Dus er zijn ongeveer 3942 bezoekers.
- c** De optie maximum geeft  $x \approx 18,716$  en  $y \approx 6615$ .  
 Dus om 18:43 uur is het aantal bezoekers het grootst.  
 Er zijn dan 6615 bezoekers.
- d** Voer in  $y_2 = 6000$ .  
 De optie snijpunt geeft  $x \approx 15,977$  en  $x \approx 21,561$ .  
 Dus het kan 15:59 uur of 21:34 uur zijn.

- 57 a** Voer in  $y_1 = 20 \cdot 1,18^x$  en  $y_2 = 600 \cdot 0,92^x$ .



- b** In de tabel kijken bij  $y_1$ .  
 $x = 10$  geeft  $y_1 \approx 105$   
 $x = 11$  geeft  $y_1 \approx 124$   
 $x = 12$  geeft  $y_1 \approx 146$   
 Van  $t = 11$  tot  $t = 12$  komen er voor het eerst meer dan 20 planten per ha van plantensoort A bij, dat is dus in 2031.
- c** De optie snijpunt geeft  $x \approx 13,665$  en  $y \approx 192$ .  
 $0,665 \cdot 12 \approx 8$ , dus dat is in augustus 2033.  
 Er waren toen  $2 \cdot 192 = 384$  planten per ha van soort A en B samen.
- d** Voer in  $y_3 = 20 \cdot 1,18^x + 600 \cdot 0,92^x$ .  
 De optie minimum geeft  $x \approx 10,91$  en  $y \approx 363$ .  
 Dus het minimum aantal planten per ha is 363.



- b** Zie de figuur bij vraag a.  
De formule past niet goed bij de sprong, want de top van de grafiek ligt te ver naar links.
- c**  $t = 0$  geeft  $A = 6 \cdot 0^2 - 0^3 = 0$   
 $t = 1$  geeft  $A = 6 \cdot 1^2 - 1^3 = 5$   
 $t = 2$  geeft  $A = 6 \cdot 2^2 - 2^3 = 16$   
 $t = 3$  geeft  $A = 6 \cdot 3^2 - 3^3 = 27$   
 $t = 4$  geeft  $A = 6 \cdot 4^2 - 4^3 = 32$   
 $t = 5$  geeft  $A = 6 \cdot 5^2 - 5^3 = 25$   
Dit komt overeen met de punten van de tabel.

## Bladzijde 38

- a** Voer in  $y_1 = -1,6x + 100$  en  $y_2 = 100 - 8\sqrt{x}$ .  
De optie snijpunt geeft  $x = 25$  en  $y = 60$ .  
Dus na 25 dagen is de werkzaamheid even groot.  
De werkzaamheid is dan 60.
- b** Voer in  $y_3 = 25$ .  
De optie snijpunt met  $y_1$  en  $y_3$  geeft  $x = 46,875$ .  
De optie snijpunt met  $y_2$  en  $y_3$  geeft  $x \approx 87,9$ .  
Dus na 47 dagen is de houdbaarheid van Parmal verstreken.  
Voor Parmal2 is dat 88 dagen.
- c**  $W = 100 - c\sqrt{t}$   
 $t = 9$  en  $W = 82$  geeft  $100 - c\sqrt{9} = 82$   
 $100 - 3c = 82$   
 $-3c = -18$   
 $c = 6$
- d**  $W = 100 - 6\sqrt{t}$   
 $t = 32$  geeft  $W = 100 - 6 \cdot \sqrt{32} \approx 66,1$   
Dus het model is hiermee niet in overeenstemming.
- e**  $W = 100 - dt^{0,4}$   
 $t = 32$  en  $W = 70$  geeft  $100 - d \cdot 32^{0,4} = 70$   
 $100 - 4d = 70$   
 $-4d = -30$   
 $d = 7,5$   
De formule is  $W = 100 - 7,5t^{0,4}$ .  
 $t = 9$  geeft  $W = 100 - 7,5 \cdot 9^{0,4} \approx 81,9$ .  
Dus de gevonden formule klopt met het gegeven.

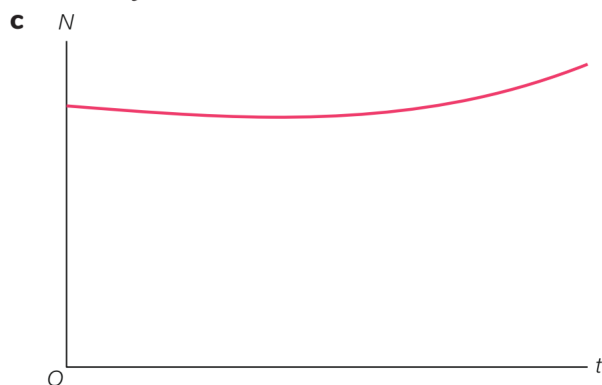
## Bladzijde 39

- a**  $h = -0,005x^2 + 0,4x$   
 $x = 10$  geeft  $h = -0,005 \cdot 10^2 + 0,4 \cdot 10 = 3,5$   
 $x = 60$  geeft  $h = -0,005 \cdot 60^2 + 0,4 \cdot 60 = 6,0$   
Dus de formule klopt met de genoemde gegevens.
- b** Voer in  $y_1 = -0,005x^2 + 0,4x$ .  
De optie maximum geeft  $x = 40$  en  $y = 8$ .  
Dus de bal komt maximaal 8 meter hoog.

- c** De optie nulpunt geeft  $x = 0$  en  $x = 80$ .  
Dus de bal komt na 80 meter weer op de grond.
- d**  $x = 25$  geeft  $h = 6,875$   
Bij  $x = 25$  wijkt de hoogte die de formule geeft 12,5 cm af van de gemeten waarde.

- 61 a**  $N = t^3 - 8t + 200$   
 $t = 0$  geeft  $N = 0^3 - 8 \cdot 0 + 200 = 200$   
 $t = 1$  geeft  $N = 1^3 - 8 \cdot 1 + 200 = 193$   
 $t = 5$  geeft  $N = 5^3 - 8 \cdot 5 + 200 = 285$   
 $t = 6$  geeft  $N = 6^3 - 8 \cdot 6 + 200 = 368$   
Dus de formule klopt met alle gegeven meetwaarden.

- b** Voer in  $y_1 = x^3 - 8x + 200$ . In de tabel kijken bij  $y_1$ .  
 $x = 7$  geeft  $y_1 = 487$   
 $x = 8$  geeft  $y_1 = 648$   
 $x = 9$  geeft  $y_1 = 857$   
Dus op 9 september neemt het aantal bacteriën voor het eerst met meer dan 200 miljoen toe.



De optie minimum geeft  $x \approx 1,632$  en  $y \approx 191,290$ .  
Dus het minimale aantal bacteriën is ongeveer 191 miljoen.

#### Bladzijde 40

- 62 a** In de tabel zijn weliswaar gelijke afnames in  $T$  te zien, maar dat is bij ongelijke toenames in  $t$ .
- b**  $T = a \cdot b^t + 20$   $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot b^0 + 20 = 100 \\ a + 20 = 100 \\ a = 80 \end{array} \right.$   
 $t = 0$  en  $T = 100$
- c**  $T = 80 \cdot b^t + 20$   $\left\{ \begin{array}{l} 80 \cdot b^{65} + 20 = 50 \\ 80 \cdot b^{65} = 30 \\ b^{65} = 0,375 \end{array} \right.$   
 $t = 65$  en  $T = 50$
- Voer in  $y_1 = x^{65}$  en  $y_2 = 0,375$ .  
De optie snijpunt geeft  $x \approx 0,985$ , dus  $b = 0,985$ .
- d**  $T = 80 \cdot 0,985^t + 20$   
 $t = 9$  geeft  $T \approx 89,8$   
 $t = 19$  geeft  $T \approx 80,0$   
 $t = 31$  geeft  $T \approx 70,0$   
 $t = 46$  geeft  $T \approx 59,9$   
Dus de gevonden formule past goed bij de andere gegevens van de tabel.
- e** Voer in  $y_1 = 80 \cdot 0,985^x + 20$  en  $y_2 = 40$ .  
De optie snijpunt geeft  $x \approx 91,724$ .  
Dus na ongeveer 92 minuten is de temperatuur van het water in de thermosfles gedaald tot  $40^\circ\text{C}$ .



**63 a**  $N = -3,35t^3 + 132t^2 - 1240t + 5000$

$t = 6$  geeft  $N \approx 1588$ , een afwijking van 138 van het gegeven 1450.

$t = 19$  geeft  $N \approx 6114$ , een afwijking van 114 van het gegeven 6000.

$t = 12$  geeft  $N \approx 3339$ , een afwijking van 161 van het gegeven 3500.

$t = 0$  geeft  $N = 5000$  en dat klopt precies met het gegeven.

$t = 24$  geeft  $N \approx 4962$ , een afwijking van 38 van het gegeven 5000.

Dus de formule past redelijk goed bij de gegevens.

De grootste afwijking vind je bij  $t = 12$  en de formule wijkt dan 161 af van het gegeven.

**b**  $N = 0,0577t^4 - 6,17t^3 + 174t^2 - 1430t + 5000$

$t = 6$  geeft  $N \approx 1426$ , een afwijking van 24, dus een betere benadering.

$t = 19$  geeft  $N \approx 5843$ , een afwijking van 157, dus een slechtere benadering.

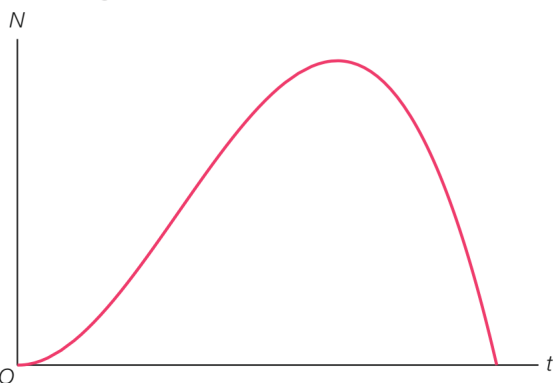
$t = 12$  geeft  $N \approx 3431$ , een afwijking van 69, dus een betere benadering.

$t = 0$  geeft  $N = 5000$  en dat klopt weer precies met het gegeven.

$t = 24$  geeft  $N \approx 4753$ , een afwijking van 247, dus een slechtere benadering.

### Bladzijde 41

**C12 a** Voer in  $y_1 = 60x^2 - 2x^3$ .



**b** In de tabel kijken bij  $y_1$ .

$x = 5$  geeft  $y_1 = 1250$

$x = 6$  geeft  $y_1 = 1728$

$x = 7$  geeft  $y_1 = 2254$

Van  $t = 6$  tot  $t = 7$  komen er voor het eerst meer dan 500 personen met griep bij, dat is dus op 8 november.

**c** De optie maximum geeft  $x = 20$  en  $y = 8000$ .

Dat is op 21 november. Er zijn dan 8000 personen met griep.

**d** Voer in  $y_2 = 4000$ .

De optie snijpunt geeft  $x = 10$  en  $x \approx 27,32$ .

Dus op 18 dagen.

**C13** 
$$\left. \begin{aligned} W &= -20q^2 + bq - 500 \\ q &= 10 \text{ en } W = 2300 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -20 \cdot 10^2 + b \cdot 10 - 500 &= 2300 \\ -2000 + 10b - 500 &= 2300 \\ 10b &= 4800 \\ b &= 480 \end{aligned}$$

Dus  $b = 480$ .

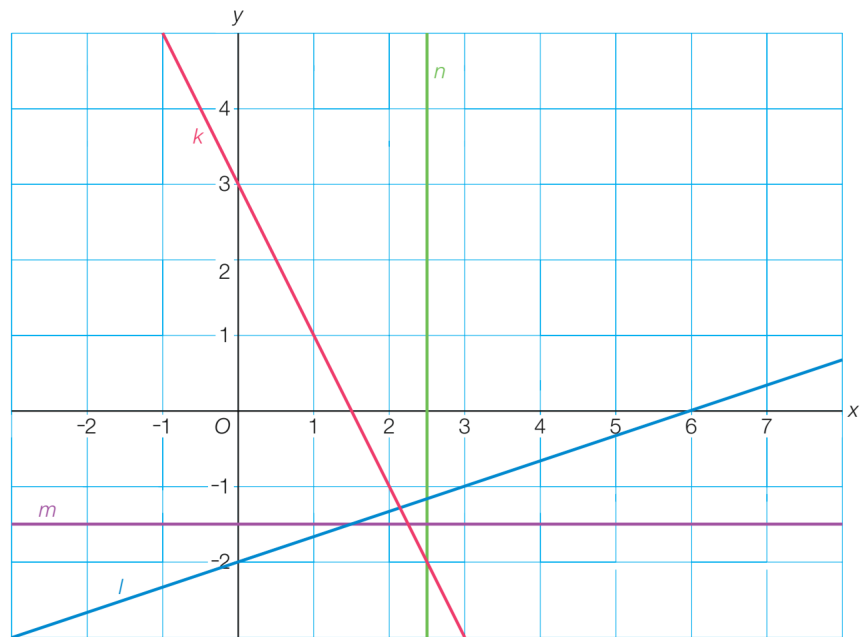
Bladzijde 42

1

|               |   |    |
|---------------|---|----|
| $x$           | 0 | 2  |
| $y = -2x + 3$ | 3 | -1 |

|                        |    |    |
|------------------------|----|----|
| $x$                    | 0  | 3  |
| $y = \frac{1}{3}x - 2$ | -2 | -1 |



2

a  $k: y = ax + b$  met  $a = \text{rc}_l = -\frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(9, 3) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot 9 + b = 3 \\ -4\frac{1}{2} + b = 3 \\ b = 7\frac{1}{2} \end{array}$$

Dus  $k: y = -\frac{1}{2}x + 7\frac{1}{2}$ .

b Horizontale lijn door  $B(-1, 6)$ , dus  $m: y = 6$ .

c  $8x + 5 = 0$

$$8x = -5$$

$$x = -\frac{5}{8}$$

Dus  $C(-\frac{5}{8}, 0)$ .

3

Los op  $\frac{1}{6}x + 3 = 2\frac{1}{3}x - 1\frac{1}{3}$

$$x + 18 = 14x - 8$$

$$-13x = -26$$

$$x = 2$$

$x = 2$  geeft  $y = \frac{1}{6} \cdot 2 + 3 = 3\frac{1}{3}$

Dus het snijpunt van  $p$  en  $q$  is  $(2, 3\frac{1}{3})$ .

4

$k: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{-2 - 2}{3 - -5} = \frac{-4}{8} = -\frac{1}{2}$

$$\left. \begin{array}{l} y = -\frac{1}{2}x + b \\ \text{door } A(-5, 2) \end{array} \right\} \begin{array}{l} -\frac{1}{2} \cdot -5 + b = 2 \\ 2\frac{1}{2} + b = 2 \\ b = -\frac{1}{2} \end{array}$$

Dus  $k: y = -\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ .

$l: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{135 - 60}{65 - 40} = \frac{75}{25} = 3$

$$\left. \begin{array}{l} y = 3x + b \\ \text{door } P(40, 60) \end{array} \right\} \begin{array}{l} 3 \cdot 40 + b = 60 \\ 120 + b = 60 \\ b = -60 \end{array}$$

Dus  $l: y = 3x - 60$ .

Los op  $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2} = 3x - 60$   
 $-3\frac{1}{2}x = -59\frac{1}{2}$   
 $x = 17$   
 $x_S = 17$  geeft  $y_S = 3 \cdot 17 - 60 = -9$ , dus  $S(17, -9)$ .

**5 a**  $A = ap + b$  met  $a = \frac{\Delta A}{\Delta p}$

Bij  $p = 7,50$  hoort  $A = 800$ .  
 Bij  $p = 9,75$  hoort  $A = 665$ .  $\left. \vphantom{\begin{matrix} \text{Bij } p = 7,50 \text{ hoort } A = 800. \\ \text{Bij } p = 9,75 \text{ hoort } A = 665. \end{matrix}} \right\} a = \frac{\Delta A}{\Delta p} = \frac{665 - 800}{9,75 - 7,50} = \frac{-135}{2,25} = -60$

$A = -60p + b$   
 $p = 7,50$  en  $A = 800$   $\left. \vphantom{\begin{matrix} A = -60p + b \\ p = 7,50 \text{ en } A = 800 \end{matrix}} \right\} \begin{matrix} -60 \cdot 7,50 + b = 800 \\ -450 + b = 800 \\ b = 1250 \end{matrix}$

Dus  $A = -60p + 1250$ .

**b**  $p = 11,25$  geeft  $A = -60 \cdot 11,25 + 1250 = 575$

**c**  $A = 1000$  geeft  $-60p + 1250 = 1000$   
 $-60p = -250$   
 $p \approx 4,167$

Dus bij een prijs onder €4,17 komen er meer dan 1000 toeschouwers.

**6 a** In 4 jaar 5930 meer, dus in 1 jaar  $\frac{5930}{4}$  meer.

2011 is 3 jaar na 2008, dus in 2011 is de hoeveelheid  $9116 + 3 \cdot \frac{5930}{4} \approx 13\,564$ .

De uitvoer van elektriciteit in 2011 is 13 564 miljoen kWh.

**b** In 5 jaar 9711 minder, dus in 1 jaar  $\frac{9711}{5}$  minder.

2015 is 3 jaar na 2012, dus in 2015 is de hoeveelheid  $32\,155 - 3 \cdot \frac{9711}{5} \approx 26\,328$ .

De invoer van elektriciteit in 2015 is 26 328 miljoen kWh.

**c** De invoer wordt in 4 jaar 1559 minder, dus in 1 jaar  $\frac{1559}{4}$  minder.

2024 is 3 jaar na 2021, dus in 2024 is de hoeveelheid  $20\,885 - 3 \cdot \frac{1559}{4} = 19\,715,75$ .

De uitvoer wordt in 4 jaar 1688 meer, dus in 1 jaar  $\frac{1688}{4}$  meer.

2024 is 3 jaar na 2021, dus in 2024 is de hoeveelheid  $20\,632 + 3 \cdot \frac{1688}{4} = 21\,898$ .

Er wordt in 2024 meer uitgevoerd dan ingevoerd.

Het verschil is  $21\,898 - 19\,715,75 \approx 2182$  miljoen kWh.

#### Bladzijde 43

**7 a**  $B = ad$   
 Bij  $d = 45$  hoort  $B = 3,6$ .  $\left. \vphantom{\begin{matrix} B = ad \\ \text{Bij } d = 45 \text{ hoort } B = 3,6. \end{matrix}} \right\} \begin{matrix} a \cdot 45 = 3,6 \\ 45a = 3,6 \\ a = 0,08 \end{matrix}$

Dus  $B = 0,08d$ .

**b**  $B = 6$  geeft  $0,08d = 6$   
 $d = 75$

Dus de auto kan 75 km afleggen.

**8 a** Het op te halen bedrag is steeds hetzelfde en krijg je door het aantal donateurs te vermenigvuldigen met het bedrag per donateur.

**b**  $A = \frac{a}{p}$   
 $p = 25$  en  $A = 480$   $\left. \vphantom{\begin{matrix} A = \frac{a}{p} \\ p = 25 \text{ en } A = 480 \end{matrix}} \right\} \begin{matrix} \frac{a}{25} = 480 \\ a = 25 \cdot 480 = 12\,000 \end{matrix}$

Dus  $A = \frac{12\,000}{p}$ .

$$\begin{aligned} \text{c } A = 180 \text{ geeft } \frac{12\,000}{p} &= 180 \\ p &= \frac{12\,000}{180} = 66,666\dots \end{aligned}$$

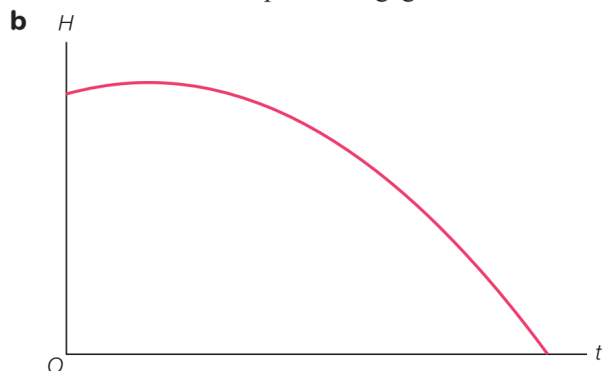
Er moet dus minimaal 66,67 euro worden gevraagd per donateur.

- 9 a** Voer in  $y_1 = 0,03x^2 - 0,0003x^3$ .  
De optie nulpunt geeft  $x = 100$ .  
Dus na 100 meter komt de drone weer op de grond.
- b** De optie maximum geeft  $x \approx 66,667$  en  $y \approx 44,444$ .  
Dus de maximale hoogte is 44,4 meter.
- c** Voer in  $y_2 = 40$ .  
De optie snijpunt geeft  $x \approx 53,613$  en  $x \approx 78,192$ .  
Dus tussen  $x \approx 53,6$  en  $x \approx 78,2$  is de hoogte meer dan 40 meter.

- 10 a** Op  $t = 0$  is  $H = 0$ .  
Voer in  $y_1 = -4,43x^2 + 2,78x + 10$ .  
De optie nulpunt geeft  $x \approx 1,85$ .  
Dus de formule klopt met de gegevens.

#### Alternatieve uitwerking

$t = 0$  geeft  $H = 0$  en  $t = 1,85$  geeft  $H \approx 0,019$ .  
Dus de formule klopt met de gegevens.



- c** De optie maximum geeft  $x = 0,313\dots$  en  $y = 10,436\dots$ .  
Dus na 0,31 seconden is hij op het hoogste punt en de maximale hoogte is 10,44 meter.

### Gemengde opgaven

#### Bladzijde 44

- 1 a**  $m: y = ax + b$  met  $a = rc_k = -0,5$   

$$\left. \begin{aligned} y &= -0,5x + b \\ \text{door } A(-4, 3) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} -0,5 \cdot -4 + b &= 3 \\ 2 + b &= 3 \\ b &= 1 \end{aligned}$$
  
Dus  $m: y = -0,5x + 1$ .
- b** Het snijpunt van  $k$  met de  $x$ -as, dus  $y = 0$ .  
 $-0,5x + 16 = 0$   
 $-0,5x = -16$   
 $x = 32$   
Dus  $B(32, 0)$ .
- $n: y = ax + b$  met  $a = rc_l = 2$   

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x + b \\ \text{door } B(32, 0) \end{aligned} \right\} \begin{aligned} 2 \cdot 32 + b &= 0 \\ 64 + b &= 0 \\ b &= -64 \end{aligned}$$
  
Dus  $n: y = 2x - 64$ .  
Het snijpunt van  $n$  met de  $y$ -as is  $(0, -64)$ .

- c** Los op  $-0,5x + 16 = 2x - 9$   
 $-2,5x = -25$   
 $x = 10$   
 $x = 10$  geeft  $y = 2 \cdot 10 - 9 = 11$   
Dus  $C(10, 11)$ .
- d** Los op  $2x - 9 = -24$   
 $2x = -15$   
 $x = -7\frac{1}{2}$   
Dus  $x_D = -7\frac{1}{2}$ .

- 2**  $k: y = ax + b$  met  $a = -2$   
 $y = -2x + b$   
door  $A(1, -4)$   $\left. \begin{array}{l} -2 \cdot 1 + b = -4 \\ -2 + b = -4 \\ b = -2 \end{array} \right\}$   
Dus  $k: y = -2x - 2$ .
- $l: y = ax + b$  met  $a = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{5 - -1}{1 - -5} = \frac{6}{6} = 1$   
 $y = x + b$   
door  $C(1, 5)$   $\left. \begin{array}{l} 1 + b = 5 \\ b = 4 \end{array} \right\}$   
Dus  $l: y = x + 4$ .
- Snijpunt van  $k$  en  $l$ , dus los op  $-2x - 2 = x + 4$   
 $-3x = 6$   
 $x = -2$   
 $x_S = -2$  geeft  $y_S = -2 + 4 = 2$ , dus  $S(-2, 2)$ .

- 3 a**  $x = 31$  geeft bij mannen  $L = 2,89 \cdot 31 + 70,6 = 160,19$ .  
De man was 160 cm.  
 $x = 31$  geeft bij vrouwen  $L = 2,75 \cdot 31 + 71,5 = 156,75$ .  
De vrouw zou 157 cm geweest zijn.
- b** Man en  $L = 180$  geeft  $2,89x + 70,6 = 180$   
 $2,89x = 109,4$   
 $x \approx 37,9$   
De humerus van een man is 37,9 cm.
- Vrouw en  $L = 80$  geeft  $2,75x + 71,5 = 80$   
 $2,75x = 108,5$   
 $x \approx 39,5$   
De humerus van een vrouw is 39,5 cm.
- c**  $x = 10$  geeft  $L = 2,75 \cdot 10 + 71,5 = 99$   
 $x = 40$  geeft  $L = 2,75 \cdot 40 + 71,5 = 181,5$   
De kleinste lengte is 99 cm en de grootste lengte is 181,5 cm.
- d** Los op  $2,89x + 70,6 = 2,75x + 71,5$   
 $0,14x = 0,9$   
 $x \approx 6,4$   
6,4 ligt niet tussen 10 en 40, dus de grafieken hebben geen snijpunt.
- e** Los op  $2,89x + 70,6 - (2,75x + 71,5) = 4$   
 $2,89x + 70,6 - 2,75x - 71,5 = 4$   
 $0,14x = 4,9$   
 $x = 35$   
Dus bij een lengte van de humerus van 35 cm is het verschil in lichaamslengte 4 cm.

#### Bladzijde 45

- 4 a**  $T = at + b$  met  $a = \frac{\Delta T}{\Delta t}$   
Bij  $t = 0$  hoort  $T = 9,3$ .  
Bij  $t = 50$  hoort  $T = 11,0$ .  $\left. \begin{array}{l} \\ \end{array} \right\} a = \frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{11,0 - 9,3}{50 - 0} = \frac{1,7}{50} = 0,034$   
Dus  $T = 0,034t + 9,3$ .

- b** Los op  $0,034t + 9,3 = 12$

$$0,034t = 2,7$$

$$t \approx 79,4$$

Dus in 2050 zal de gemiddelde jaartemperatuur naar verwachting voor het eerst hoger zijn dan  $12^\circ\text{C}$ .

- c** 50 jaar voor 1970 was de temperatuur  $0,3^\circ\text{C}$  minder, dus 1 jaar daarvoor

$$\frac{0,3}{50} = 0,006^\circ\text{C minder.}$$

$$1,3^\circ\text{C minder was } \frac{1,3}{0,006} \approx 216,7 \text{ jaar voor 1970.}$$

Dus de gemiddelde jaartemperatuur was minder dan  $8^\circ\text{C}$  tot en met 1753.

- 5 a** Afstand  $a$  die je aflegt per omwenteling is evenredig met aantal tanden van het voorwiel.

$$\frac{52}{5,46} \mid \frac{39}{a} \text{ dus } a = \frac{5,46 \cdot 39}{52} = 4,095$$

Je legt per omwenteling 4,095 meter af.

- b** Afstand  $b$  die je aflegt per omwenteling is omgekeerd evenredig met aantal tanden van het achterwiel.

$$5,46 \cdot 20 = b \cdot 14 \text{ dus } b = \frac{5,46 \cdot 20}{14} = 7,8$$

Je legt per omwenteling 7,8 meter af.

- c** Afstand  $c$  die je aflegt per omwenteling is evenredig met aantal tanden van het voorwiel.

$$\frac{52}{5,46} \mid \frac{50}{c} \text{ dus } c = \frac{5,46 \cdot 50}{52} = 5,25$$

$$100 \text{ omwentelingen/min} = 525 \text{ m/min} = 31\,500 \text{ m/uur} = 31,5 \text{ km/uur}$$

- d**  $v = aw$   
 $w = 100 \text{ en } v = 31,5$   $\left\{ \begin{array}{l} a \cdot 100 = 31,5 \\ a = 0,315 \end{array} \right.$

$$\text{Dus } v = 0,315w.$$

- e**  $v = \frac{a}{n}$   
 $n = 20 \text{ en } v = 31,5$   $\left\{ \begin{array}{l} \frac{a}{20} = 31,5 \\ a = 20 \cdot 31,5 = 630 \end{array} \right.$

$$\text{Dus } v = \frac{630}{n}.$$

#### Bladzijde 46

- 6 a** In 7 jaar 87 kg meer, dus in 1 jaar  $\frac{87}{7}$  kg meer.

$$1992 \text{ is 4 jaar na 1988, dus } 395 + 4 \cdot \frac{87}{7} \approx 445 \text{ kg per persoon in 1992.}$$

- b** In 10 jaar 57 kg minder, dus in 1 jaar  $\frac{57}{10} = 5,7$  kg minder.

$$2025 \text{ is 3 jaar na 2022, dus } 461 - 3 \cdot 5,7 \approx 444 \text{ kg per persoon in 2025.}$$

- c** In 18 jaar 100 kg minder, dus in 1 jaar  $\frac{100}{18} = 5,55\dots$  kg minder.

Er is vanaf 2022 nog een afname van  $461 - 300 = 161$  kg nodig.

$$\text{Dat duurt nog } \frac{161}{5,55\dots} = 28,98 \text{ jaar na 2022.}$$

Dus in 2051.

**7 a**  $\frac{320}{6,4} \mid \frac{128}{y}$  dus  $y = \frac{6,4 \cdot 128}{320} = 2,56$ .

Dus de bestandsgrootte is 2,56 MB.

**b**  $M = aB$   
 Bij  $B = 320$  hoort  $M = 6,4$ .  $\left. \begin{array}{l} a \cdot 320 = 6,4 \\ 320a = 6,4 \\ a = 0,02 \end{array} \right\}$

Dus  $M = 0,02B$ .

**c** In 3 jaar 43,5 miljoen euro meer, dus in 1 jaar  $\frac{43,5}{3} = 14,5$  miljoen euro meer.

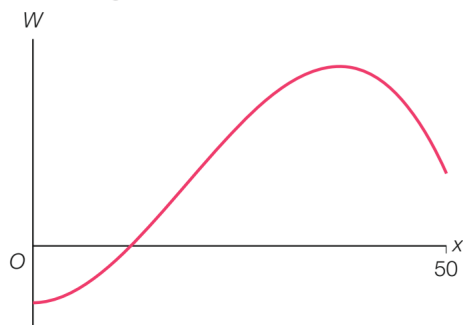
2014 is 2 jaar na 2012, dus in 2014 zijn de inkomsten  $17,8 + 2 \cdot 14,5 = 46,8$  miljoen euro.

**d** In 5 jaar 115,3 miljoen euro meer, dus in 1 jaar  $\frac{115,3}{5} = 23,06$  miljoen euro meer.

2025 is 3 jaar na 2022, dus in 2025 zijn de inkomsten  $223,9 + 3 \cdot 23,06 \approx 293$  miljoen euro.

#### Bladzijde 47

**8 a** Voer in  $y_1 = -45x^3 + 2500x^2 - 275\,000$ .



**b** Voer in  $y_2 = 600\,000$ .

De optie snijpunt geeft  $x \approx 25,4$  en  $x \approx 46,6$ .

De reclamekosten liggen tussen 254 000 euro en 466 000 euro.

**c** De optie maximum geeft  $x \approx 37,0$  en  $y \approx 868\,118$ .

Dus de maximale winst is ongeveer 868 000 euro.

**d**  $x = 23$  geeft  $W = 499\,985$  en  $x = 46$  geeft  $W = 634\,880$ .

$$\frac{634\,880 - 499\,985}{499\,985} \cdot 100\% \approx 27,0\%.$$

Dus een toename van 27,0%.

**e** Voer in  $y_3 = 10\,000x$ .

De optie snijpunt met  $y_1$  en  $y_3$  geeft  $x \approx 15,4$  en  $y \approx 154\,129$ , en  $x \approx 46,3$  en  $y \approx 483\,441$ .

Dus de winst was ongeveer 154 000 euro of 483 000 euro.

**9 a** Na 5 meter is de snelheid volgens het model

$$v_1 = 0,00012 \cdot 5^3 - 0,02655 \cdot 5^2 + 1,8829 \cdot 5 \approx 8,8 \text{ km/uur.}$$

Dat is een afwijking van  $25 - 8,8 = 16,2$  km/uur van het gegeven.

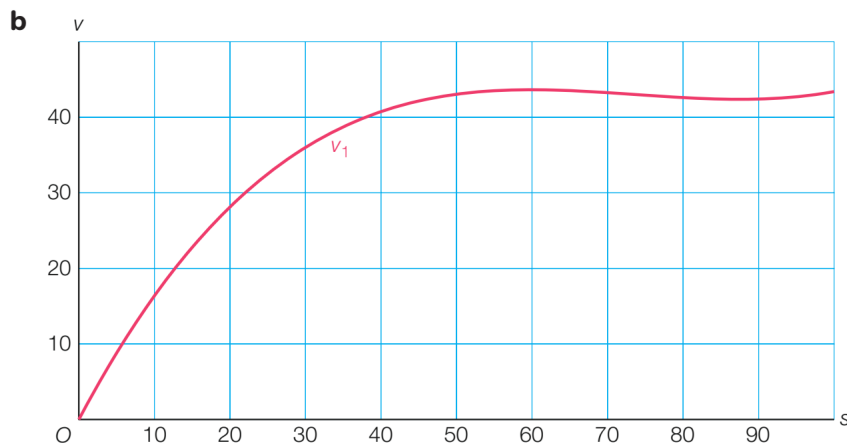
Voer in  $y_1 = 0,00012x^3 - 0,02655x^2 + 1,8829x$ .

De optie maximum geeft  $x \approx 59,9$  en  $y \approx 43,7$ .

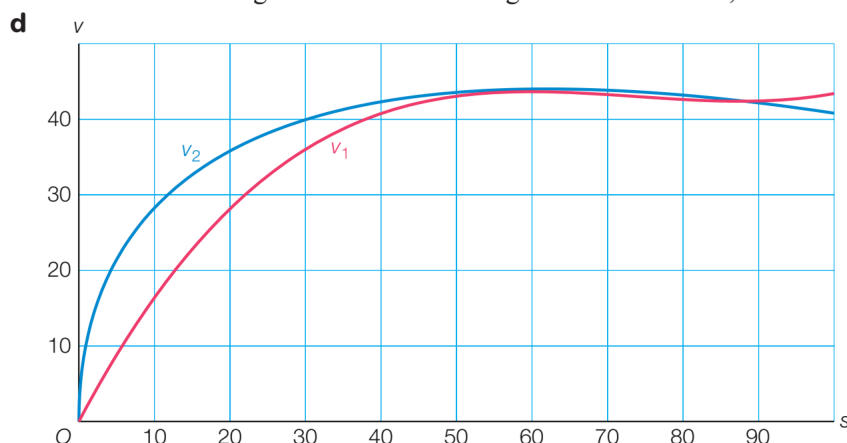
De maximale snelheid volgens het model is 43,7 km/uur.

Dat is een afwijking van  $44 - 43,7 = 0,3$  km/uur van het gegeven.

Dus bij de snelheid na 5 meter is de afwijking het grootst.



- c** Voer in  $y_2 = 40$ . De optie snijpunt geeft  $x \approx 37,9$ .  
Dus de snelheid lag boven de 40 km/uur gedurende  $100 - 37,9 \approx 62$  meter.



- e** Na 5 meter is de snelheid volgens het verbeterde model  $v_2 = 5\sqrt{5 \cdot 5} - 0,71 \cdot 5 = 21,45$  km/u. Dat is een afwijking van  $25 - 21,45 = 3,55$  km/uur van het gegeven.  
Voer in  $y_3 = 5\sqrt{5x} - 0,71x$ .  
De optie maximum geeft  $x \approx 62,0$  en  $y \approx 44,0$ .  
De maximale snelheid volgens het verbeterde model is 44 km/uur. Dat komt precies overeen met het gegeven.  
De afwijking van de snelheid in het verbeterde model ten opzichte van de werkelijkheid is voor beide gegevens kleiner geworden, dus het verbeterde model is realistischer.

- 10 a** Bij  $t = 3$  hoort  $L = 4$  en bij  $t = 6$  hoort  $L = 1$ .

$$3 \cdot 4 = 12 \text{ en } 6 \cdot 1 = 6$$

De producten zijn niet constant en er is dus geen sprake van een omgekeerd evenredig verband.

**b**

$$L = \frac{36}{t^b} \quad \left\{ \begin{array}{l} \frac{36}{3^b} = 4 \\ \frac{36}{6^b} = 1 \end{array} \right.$$

$$\text{Bij } t = 3 \text{ hoort } L = 4.$$

$$3^b = \frac{36}{4} = 9$$

$$b = 2$$



## 2 De statistische cyclus

### 2.1 De onderzoeksvraag

#### Bladzijde 50

- 1** De logische volgorde is 3-5-6-2-4-1.

#### Bladzijde 51

- 2** de onderzoeksvraag: 3, 5 en 1  
data verzamelen: 6  
data analyseren: 2  
conclusies trekken: 4 en 1

- 3** A data analyseren  
B conclusies trekken  
C de onderzoeksvraag  
D data verzamelen

- 4** **a** Dat zijn te veel mensen, dus dat kost te veel tijd en geld.  
**b** Omdat de conclusies van het onderzoek dan iets zeggen over de gehele Nederlandse bevolking.

#### Bladzijde 52

- 5** I – D  
II – E  
III – C  
IV – B  
V – A

#### Bladzijde 53

- 6** **a** alle leerlingen van je school die een vervolgopleiding kiezen  
**b** alle weekbladen  
**c** alle inwoners van Appelscha  
**d** alle mensen met hooikoorts
- 7** **a** Niet alle Nederlanders van 20 tot en met 40 jaar hebben een even grote kans om in de steekproef te komen. Je ziet bijvoorbeeld dat er relatief veel 26-jarigen en relatief weinig 39-jarigen zijn. Dus een 26-jarige heeft minder kans om in de steekproef te komen dan een 39-jarige.  
**b** Ja, dat ligt aan het onderzoek. De steekproef kan groot genoeg zijn als de populatie niet groot is en het te onderzoeken kenmerk niet zeldzaam is.
- 8** **a** De steekproef is niet aselekt, omdat niet alle Nederlanders een even grote kans hebben om op zaterdag in de stad bij het kruispunt langs te komen. Bijvoorbeeld mensen die liever de natuur in gaan hebben minder kans om in de steekproef te komen dan mensen die de stad in gaan.  
Het is beter om op verschillende dagen en plekken naar meningen te vragen.  
**b** Komt een aandoening bijvoorbeeld bij 1 op de 10 000 mensen voor, dan is het waarschijnlijk dat er bij de 100 mensen die je onderzoekt niemand zit met de aandoening. Je hebt dan geen goede afspiegeling van de populatie.  
Het is beter om (veel) meer mensen te onderzoeken.  
**c** In de populatie (kinderen) zitten personen (bijvoorbeeld basisschoolleerlingen) die geen kans hebben om in de steekproef te komen. Dus de steekproef is niet aselekt.  
Het is beter om ook leerlingen die niet op de middelbare school zitten in de steekproef te hebben.

### Bladzijde 54

**C1** De juiste volgorde is E-A-C-D-B.

- E de onderzoeksvraag
- A data verzamelen
- C data analyseren
- D conclusies trekken
- B de onderzoeksvraag

**C2** **a** De onderzoeksvraag bevat een vaag woord: lui.

**b** Alle scholieren die het vak economie volgen.

**c** Leerlingen met een voldoende hebben geen kans om in de steekproef te komen.

## 2.2 Data verzamelen

### Bladzijde 55

**9** **a** Je hebt de antwoorden nodig van de vragen 1 en 7.

- b** • Wel, je kunt van de ingevulde getallen bij vraag 4 het gemiddelde berekenen.
- Niet, doordat de keuzeopties bij vraag 8 geen getallen zijn.

**c** Het gemiddelde heeft waarschijnlijk geen betekenis, omdat een kluisnummer geen hoeveelheid is.

### Bladzijde 57

**10** **a** 0010

**b** Zodat je kunt verwijzen naar de rij met antwoorden van een specifieke leerling.

**c** Kwalitatief, want het stelt geen hoeveelheid voor.

**d** leeftijd: kwantitatief  
tevredenheid: kwalitatief

**11** **a** rang, naam, sport en inkomen (\$)

**b** rang en inkomen (\$)

**c** inkomen (\$)

**d** rang, naam en sport: kwalitatief  
inkomen (\$): kwantitatief

**12** kwalitatief: patiëntnummer, roken

kwantitatief: geboortejaar, aantal keer sporten per week

**13** **a** kwalitatief

**b** De onderzoeker had een aantal moeten laten invullen, zodat de verzamelde data kwantitatief is.

### Bladzijde 58

**14** **a** autogebruik: kwalitatief

type auto: kwalitatief

**b** Bij vraag I. Daar wordt het naar rechts steeds vaker.

**15** leeftijdsgroep:           ordinaal

onderwijsniveau:       ordinaal

migratieachtergrond:   nominaal

huishouden:           nominaal

### Bladzijde 59

**16** **a** bijvoorbeeld:  
reiskosten in euro's

**b** bijvoorbeeld:  
nominaal: plaats van bestemming (Nijmegen, Epe, Texel)  
ordinaal:onzekerheid (laag, middel, hoog)

- 17** a aantal leerlingen: kwantitatief  
temperatuur in graden Celsius: kwantitatief  
b De waarde 26,2 hoort bij temperatuur in graden Celsius, want aantal leerlingen kan alleen gehele waarden aannemen.

#### Bladzijde 60

- 18** a Verdieping is discreet, want niet alle tussenliggende waarden zijn mogelijk.  
Hoogte is continu, want alle tussenliggende waarden zijn mogelijk.  
b Voetlengte is continu, want alle tussenliggende waarden zijn mogelijk.  
Schoenmaat is discreet, want niet alle tussenliggende waarden zijn mogelijk.

- 19** I kwantitatief en discreet  
II kwalitatief en nominaal  
III kwantitatief en continu  
IV kwalitatief en ordinaal

- 20** bijvoorbeeld:  
nominaal: plaats van bestemming  
ordinaal: zonzekerheid (opgesplitst in laag, gemiddeld en hoog)  
interval: gemiddelde temperatuur in oktober (in graden Celsius)  
ratio: reiskosten (in euro's)

#### Bladzijde 61

- C3** a mogelijke naam: reden slechthziendheid, mogelijke waarde: ziekte  
mogelijke naam: mate van beperkt voelen, mogelijke waarde: zelden  
mogelijke naam: dagelijks km lopen, mogelijke waarde: 8,6  
mogelijke naam: aantal begeleiders, mogelijke waarde: 2  
b kwalitatief: mate van beperkt voelen, reden slechthziendheid  
kwantitatief: dagelijks km lopen, aantal begeleiders  
c reden slechthziendheid: nominaal  
mate van beperkt voelen: ordinaal  
d dagelijks km lopen: continu  
aantal begeleiders: discreet

## 2.3 Data analyseren

#### Bladzijde 62

**V1** a  $\text{gemiddelde} = \frac{12 + 9 + 9 + 5 + 13 + 7 + 8}{7} = 9$

5 7 8 9 9 12 13  
middelste

mediaan = 9

modus = 9

**b**  $\text{gemiddelde} = \frac{18 + 21 + 25 + 18 + 24 + 17}{6} = 20,5$

17 18 18 21 24 25  
middelste twee

$\text{mediaan} = \frac{18 + 21}{2} = 19,5$

modus = 18

### Bladzijde 63

**V2 a** gemiddelde groep 1 =  $\frac{5+4+6+4+5}{5} = 4,8$

gemiddelde groep 2 =  $\frac{6+7+7+8}{4} = 7$

gemiddelde groep 3 =  $\frac{9+6+8+7+6}{5} = 7,2$

gemiddelde groep 4 =  $\frac{5+6+7+5}{4} = 5,75$

Dus groep 3 heeft het hoogste gemiddelde cijfer.

**b** modus = 6

**c** groep 1: 4 4 5 5 6, dus mediaan = 5

groep 2: mediaan = 7

groep 3: 6 6 7 8 9, dus mediaan = 7

groep 4: 5 5 6 7, dus mediaan =  $\frac{5+6}{2} = 5,5$

Dus bij groep 1 is de mediaan het laagst.

**V3** totale frequentie =  $4 + 3 + 5 + 6 + 1 + 5 = 24$

gemiddelde =  $\frac{4 \cdot 11 + 3 \cdot 12 + 5 \cdot 13 + 6 \cdot 14 + 1 \cdot 15 + 5 \cdot 16}{24} = 13,5$  huiswerkopgaven per week

mediaan =  $\frac{12^{\text{e}} \text{ getal} + 13^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{13 + 14}{2} = 13,5$  huiswerkopgaven per week

modus = 14 huiswerkopgaven per week

**V4 a** aantal reserveringen =  $6 + 22 + 8 + 8 + 4 + 3 + 5 = 56$

**b** aantal gasten =  $6 \cdot 1 + 22 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 8 \cdot 4 + 4 \cdot 5 + 3 \cdot 6 + 5 \cdot 10 = 194$

**c** gemiddelde =  $\frac{194}{56} \approx 3,5$  persoon per reservering

modus = 2 personen per reservering

mediaan =  $\frac{28^{\text{e}} \text{ getal} + 29^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 3}{2} = 2,5$  persoon per reservering

### Bladzijde 64

**21 a** Omdat het geen getallen zijn.

**b** blauw

**c** Elke lengte komt maar één keer voor, dus er is geen modus.

**d** gemiddelde =  $\frac{119 + 116 + 104 + 185 + 112 + 110}{6} \approx 124,3$  cm per persoon

**e** Het gemiddelde is erg hoog door de persoon met een lengte van 185 cm.

Zonder die persoon is het gemiddelde  $\frac{561}{5} = 112,2$  cm en dan geeft het gemiddelde wel een goede indruk.

### Bladzijde 65

**22 a** De mediaan is het meest geschikt. De dataset bevat een uitschieter en daar is het gemiddelde gevoelig voor. De modus is 17, dat is tevens de laagste leeftijd die voorkomt, en dat geeft hier geen goede indruk van de leeftijden.

**b** De modus is het meest geschikt. De andere centrummaten zijn niet te gebruiken.

**c** Het gemiddelde en de mediaan zijn het meest geschikt. De modus is 8, dat geeft geen goede indruk van het aantal verkochte fietsen, want dat is tevens het grootste aantal dat voorkomt.

**d** De mediaan en de modus zijn het meest geschikt. De dataset bevat een uitschieter (waarschijnlijk een meetfout) en daar is het gemiddelde gevoelig voor.

## Bladzijde 66

23

- a** ordinaal  
**b** helemaal mee oneens  
**c** totale frequentie =  $112 + 36 + 69 + 98 + 85 = 400$   
 relatieve frequentie 'helemaal mee oneens' =  $\frac{112}{400} \cdot 100\% = 28\%$   
 relatieve frequentie 'mee oneens' =  $\frac{36}{400} \cdot 100\% = 9\%$   
**d**  $\frac{98 + 85}{400} \cdot 100\% \approx 45,8\%$  van de mensen heeft positief geantwoord.  
**e** De modus geeft geen goed beeld, want het aantal mensen dat het eens is met de stelling is groter dan het aantal dat het oneens is met de stelling.

24

- a** aantal dagen =  $1 + 5 + 5 + 3 + 3 + 2 + 1 = 20$   
**b** gemiddelde =  $\frac{1 \cdot 0 + 5 \cdot 1 + 5 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + 2 \cdot 5 + 1 \cdot 32}{20} = 3,9$  telaarcomers per dag  
**c** Op  $\frac{3}{20} \cdot 100\% = 15\%$  van de dagen kwamen er 4 leerlingen te laat.  
**d** mediaan =  $\frac{10^{\text{e}} \text{ getal} + 11^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{2 + 2}{2} = 2$  telaarcomers per dag  
 De leerlingen gebruiken de mediaan, want die is veel lager dan het gemiddelde.

25

- a** De variabele is 'aantal dagen gesnoept afgelopen week'.  
 Deze variabele is kwantitatief.  
**b** totale frequentie is  $2 + 4 + 6 + 5 + 4 + 4 + 3 + 2 = 30$   
 gemiddelde =  $\frac{2 \cdot 0 + 4 \cdot 1 + \dots + 3 \cdot 6 + 2 \cdot 7}{30} = \frac{99}{30} = 3,3$  dagen per leerling  
 mediaan =  $\frac{15^{\text{e}} \text{ getal} + 16^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{3 + 3}{2} = 3$  dagen per leerling  
 modus = 2 dagen per leerling  
 Dus op volgorde van klein naar groot: modus, mediaan, gemiddelde.  
**c** Het nieuwe totaal is  $40 \cdot 3,5 = 140$ .  
 Het oude totaal was 99, dus er moet  $140 - 99 = 41$  dagen snoepen bijkomen in 10 metingen.  
 Een voorbeeld van een mogelijke frequentietabel is:

|                       |   |   |   |   |   |   |   |   |
|-----------------------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| aantal dagen gesnoept | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| frequentie            | 3 | 5 | 7 | 6 | 5 | 5 | 5 | 4 |

26

- a** Minstens twee keer. Hij moet twee keer het maximum van 60 punten scoren.  
**b** Minstens drie keer. Hij moet drie keer 55 punten of drie keer 57 punten scoren om de modus te laten veranderen, beide opties zijn goed.  
**c** Minstens twee keer. Hij kan met één keer spelen de mediaan maximaal verhogen naar 53 (door 55 of hoger te scoren), maar het gemiddelde is dan hoger dan 53. Met twee keer spelen lukt het wel. Als hij bijvoorbeeld twee keer 54 scoort, dan is de mediaan 54 en het gemiddelde ongeveer 53,3.

## Bladzijde 67

27

- a** Op 12% van de dagen kwamen er 2 leerlingen te laat in de eerste les.  
**b** Het totale percentage is 100.  
 gemiddelde =  $\frac{6 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + \dots + 14 \cdot 6 + 8 \cdot 7}{100} = 3,76$  leerlingen per dag  
**c** Bij meer dan vijf leerlingen te laat hoort  $14\% + 8\% = 22\%$ .  
 Het onderzoek duurde dus  $\frac{33}{0,22} = 150$  dagen.  
**d** Ze heeft dat  $150 \cdot 3,76 = 564$  keer genoteerd.

- 28** Elk waarnemingsgetal komt maar één keer voor, dus je krijgt een frequentietabel met overall frequentie 1. Een frequentietabel is pas zinvol als je de dataset ermee kunt samenvatten.

**Bladzijde 69**

- 29** Het werkelijke gemiddelde is  $\frac{3192}{50} = 63,84$  kg per leerling.

De procentuele afwijking is  $\frac{63,84 - 65,8}{65,8} \cdot 100\% \approx -3,0\%$ .

Het werkelijke gemiddelde wijkt dus 3,0% af van de schatting.

- 30** **a** Met een discrete variabele, want niet alle tussenliggende waarden zijn mogelijk (bijvoorbeeld een prijs van 3,001 euro).  
**b** In de klasse  $\langle 200, 300]$ .  
**c** totale frequentie =  $26 + 17 + 21 + 8 + 13 + 2 = 87$   
gemiddelde =  $\frac{26 \cdot 50 + 17 \cdot 150 + \dots + 13 \cdot 450 + 2 \cdot 550}{87} \approx 217$  cent per product  
**d** De mediaan is het 44<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $\langle 200, 300]$ .  
**e** De modale klasse is  $\langle 0, 100]$ .

- 31** **a** De modale klasse is  $\langle 300, 375]$ .  
De mediaan is het gemiddelde van het 2000<sup>e</sup> getal en het 2001<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $\langle 300, 375]$ .  
Dus de mediaan ligt in de modale klasse.

- b** Rekenen met linkergrenzen geeft

$$\text{gemiddelde} = \frac{80 \cdot 0 + 240 \cdot 75 + \dots + 560 \cdot 450}{4000} = 297 \text{ euro per bestelling.}$$

Rekenen met rechtergrenzen geeft

$$\text{gemiddelde} = \frac{80 \cdot 75 + 240 \cdot 150 + \dots + 560 \cdot 525}{4000} = 372 \text{ euro per bestelling.}$$

(Of gebruik dat de rechtergrens in elke klasse 75 hoger is dan de linkergrens en dat de uitkomst bij het rekenen met de rechtergrenzen dus  $297 + 75 = 372$  is.)

- 32** **a** totale frequentie =  $18 + 3 + 40 + 9 + 2 = 72$

Rekenen met linkergrenzen geeft

$$\text{gemiddelde} = \frac{18 \cdot 25 + 3 \cdot 35 + 40 \cdot 45 + 9 \cdot 55 + 2 \cdot 65}{72} \approx 41,4 \text{ jaar.}$$

De gemiddelde leeftijd van de docenten is minstens 41,4 jaar, dus de bewering van de docent Frans kan niet kloppen.

- b** De mediaan is het gemiddelde van het 36<sup>e</sup> en 37<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $[45, 55)$ .  
Dus de mediaan kan 47 jaar zijn.  
**c** De leeftijd 36 ligt in de klasse  $[35, 45)$  en heeft daarom een maximale frequentie van 3. Binnen de klasse  $[45, 55)$  vallen maximaal 10 leeftijden (van 45 tot en met 54) met een gemiddelde frequentie van  $\frac{40}{10} = 4$ . Zeker één van deze leeftijden zal dus een grotere frequentie hebben dan 3. Daarom kan de bewering van de conciërge niet kloppen.

- 33** **a** 18 werknemers per winkel

- b**  $[0, 10)$ ,  $[10, 20)$ ,  $[20, 30)$  en  $[30, 40)$

- c** totale frequentie =  $13 + 9 + 5 + 3 = 30$

De mediaan is het gemiddelde van het 15<sup>e</sup> en 16<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $[10, 20)$ .



### Bladzijde 70

- 34** a aantal mannen =  $1 + 5 + 5 + 3 + 2 = 16$   
aantal vrouwen =  $4 + 4 + 2 + 6 = 16$   
Dus 16 ouderparen.  
b Eén man was 33 jaar en twee vrouwen waren 35 jaar.  
c Zes mannen en acht vrouwen.  
d Zes personen in de klasse  $[30, 36)$  en drie personen in de hoogste klasse  $[48, 52)$ .
- 35** a Nee, de frequenties geven niet de aantallen klanten weer maar de aantallen winkels met het betreffende gemiddelde bonbedrag.  
b totale frequentie =  $6 + 7 + 4 + 3 + 5 + 3 = 28$   
relatieve frequentie =  $\frac{5}{28} \cdot 100\% \approx 17,9\%$   
Dus bij 17,9% van de winkels was de gemiddelde besteding per kopende klant minstens 50 en minder dan 60 euro.  
c De mediaan is het gemiddelde van het 14<sup>e</sup> en 15<sup>e</sup> waarnemingsgetal, dit ligt in de klasse  $[30, 40)$ .  
d gemiddelde =  $\frac{6 \cdot 15 + 7 \cdot 25 + \dots + 3 \cdot 65}{28} \approx 36$  euro per winkel
- 36** a De variabele is 'gewicht ei in gram'. Deze variabele is kwantitatief.  
b De modale klasse is  $[66, 69)$ .  
c Het minimale gewicht is  $60 \cdot 8 + 63 \cdot 11 + 66 \cdot 13 + 69 \cdot 12 + 72 \cdot 6 = 3291$  gram.  
Het gewicht is minder dan  $63 \cdot 8 + 66 \cdot 11 + 69 \cdot 13 + 72 \cdot 12 + 75 \cdot 6 = 3441$  gram.  
d De mediaan is het gemiddelde van het 25<sup>e</sup> getal en het 26<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $[66, 69)$ .  
Het gemiddelde is minimaal  $\frac{3291}{50} \approx 65,8$  gram per ei.  
Dus ja, dat is mogelijk, want het gemiddelde kan in de klasse  $[63, 66)$  liggen.

### Bladzijde 71

- C4** a Het gemiddelde. De uitschieter 18 zorgt voor een relatief hoog gemiddelde van ongeveer 2,96 vlinders per route, terwijl de modus en mediaan 2 vlinders per route zijn.  
b totale frequentie =  $3 + 4 + 7 + 6 + 4 + 2 + 1 = 27$   
relatieve frequentie =  $\frac{6}{27} \cdot 100\% \approx 22,2\%$
- C5** a totale frequentie =  $33 + 29 + 19 + 6 + 23 = 110$   
gemiddelde =  $\frac{33 \cdot 45 + 29 \cdot 55 + 19 \cdot 65 + 6 \cdot 75 + 23 \cdot 85}{110} \approx 61$  kg  
b De modale klasse is  $[40, 50)$ .  
c Het kleinst mogelijke gemiddelde is  $\frac{33 \cdot 40 + 29 \cdot 50 + 19 \cdot 65 + 6 \cdot 75 + 23 \cdot 80}{110} = 56,09 \dots$  kg.  
Jelle kan dus geen gelijk hebben.
- C6** a Er zijn  $8 + 9 + 7 + 5 + 7 = 36$  bedragen in de figuur verwerkt.  
b De mediaan is het gemiddelde van het 18<sup>e</sup> en 19<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $[60, 80)$ .  
c De modale klasse is  $[40, 60)$ .  
Rekenen met linkergrenzen geeft gemiddelde =  $\frac{8 \cdot 20 + 9 \cdot 40 + \dots + 7 \cdot 100}{36} \approx 56,67$  euro.  
Het gemiddelde kan dus in de modale klasse liggen.

## 2.4 Kwartielen en spreiding

### Bladzijde 72

- 37** a  $18 + 23 + 14 + 8 = 63$  gesprekken  
b totale frequentie =  $63 + 15 = 78$   
Dus  $\frac{63}{78} \cdot 100\% \approx 80,8\%$  van de gesprekken.

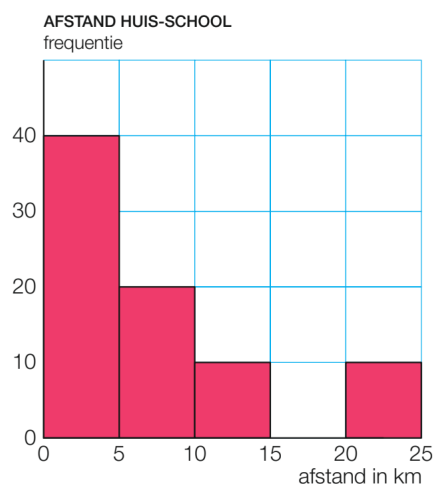
### Bladzijde 73

- 38** **a** Aflezen van de maximale cumulatieve frequentie geeft 80 studenten.  
**b** Aflezen bij 10 km geeft cumulatieve frequentie 60.  
 Dus 60 studenten.  
**c** Aflezen bij 20 km geeft cumulatieve frequentie 70.  
 Dus  $80 - 70 = 10$  studenten.

**d**

| afstand in km | frequentie |
|---------------|------------|
| $[0, 5)$      | 40         |
| $[5, 10)$     | 20         |
| $[10, 15)$    | 10         |
| $[15, 20)$    | 0          |
| $[20, 25)$    | 10         |

Zie de figuur.



- 39** **a** Discreet, want niet alle tussenliggende waarden zijn mogelijk (bijvoorbeeld 1,5 pins).  
**b** Nee. Er zijn geen waarden samengevoegd tot een klasse en daarom staat de stip steeds recht boven de waarde van aantal pins.  
**c** Aflezen van de maximale cumulatieve frequentie geeft 58 beurten.  
**d** Aflezen bij 6 pins geeft cumulatieve frequentie 34. Er werden dus 34 keer 6 pins of minder omgegooid.  
 Dus  $58 - 34 = 24$  keer zijn er meer dan 6 pins omgegooid.  
**e** Aflezen bij 9 pins geeft cumulatieve frequentie 54. Er werden dus 54 keer 9 pins of minder omgegooid.  
 Dus  $58 - 54 = 4$  keer zijn er 10 pins omgegooid. De relatieve frequentie is dus  $\frac{4}{58} \cdot 100\% \approx 6,9\%$ .  
**f** Bij de modus hoort de grootste toename van de cumulatieve frequentie.  
 Dus de modus is 6 pins.

### Bladzijde 74

- 40** **a** Aflezen bij 100 seconden geeft 60%, dus  $0,6 \cdot 300 = 180$  klanten.  
**b** 2,5 minuut =  $2,5 \cdot 60$  seconden = 150 seconden  
 Aflezen bij 150 seconden geeft 70%, dus 70% moest korter dan 2,5 minuut wachten.  
 Dus  $100\% - 70\% = 30\%$  moest minstens 2,5 minuut wachten, dat zijn  $0,3 \cdot 300 = 90$  klanten.  
**c** Aflezen bij 100 seconden geeft 60% en bij 200 seconden geeft 85%. Minstens 100 seconden, maar minder dan 200 seconden is  $85\% - 60\% = 25\%$ , dus  $0,25 \cdot 300 = 75$  klanten.  
**d** Bij de klasse met de grootste frequentie hoort het steilste lijnstuk.  
 Dus de klasse  $[50, 100)$ .
- 41** **a** Van 10:00 uur tot 20:00 uur is 10 uur =  $10 \cdot 4$  kwartieren = 40 kwartieren.  
 Bij minder dan 20 klanten per kwartier hoort 80%, dus  $0,8 \cdot 40 = 32$  kwartieren.  
**b** Bij minstens 15 klanten per kwartier hoort  $100\% - 40\% = 60\%$ , dus  $0,6 \cdot 40 = 24$  kwartieren.  
**c** Bij minstens 10 klanten, maar minder dan 25 klanten hoort  $90\% - 20\% = 70\%$ , dus  $0,7 \cdot 40 = 28$  kwartieren.  
**d** De mediaan heeft relatieve cumulatieve frequentie 50%.  
 Aflezen bij relatieve cumulatieve frequentie 50% geeft een waarde in de klasse  $[15, 20)$ .  
 Dus de mediaan ligt in  $[15, 20)$ .



**Bladzijde 75****V5**

- a** 26 32 38 51 54 58 62 62 67 70  
 $Q_0 = 26$  en  $Q_4 = 70$   
 $Q_2 = \frac{5^{\text{e}} \text{ getal} + 6^{\text{e}} \text{ getal}}{2} = \frac{54 + 58}{2} = 56$   
 $Q_1 = 38$  en  $Q_3 = 62$
- b** 1,7 1,9 2,6 3,2 6,3 7,9 8,3  
 $Q_0 = 1,7$  en  $Q_4 = 8,3$   
 $Q_2 = 3,2$   
 $Q_1 = 1,9$  en  $Q_3 = 7,9$

- 42 a** De cijfers verschillen, maar het gemiddelde en de mediaan niet.  
**b** Bij Aafke. Haar cijfers wijken maximaal 0,9 af van de mediaan.  
**c** Bij Ben. Bij Ben en Chris wijken de laagste en hoogste cijfers 2,5 af van de mediaan, maar bij Ben wijken de meeste andere cijfers ook meer af van de mediaan dan bij Chris.

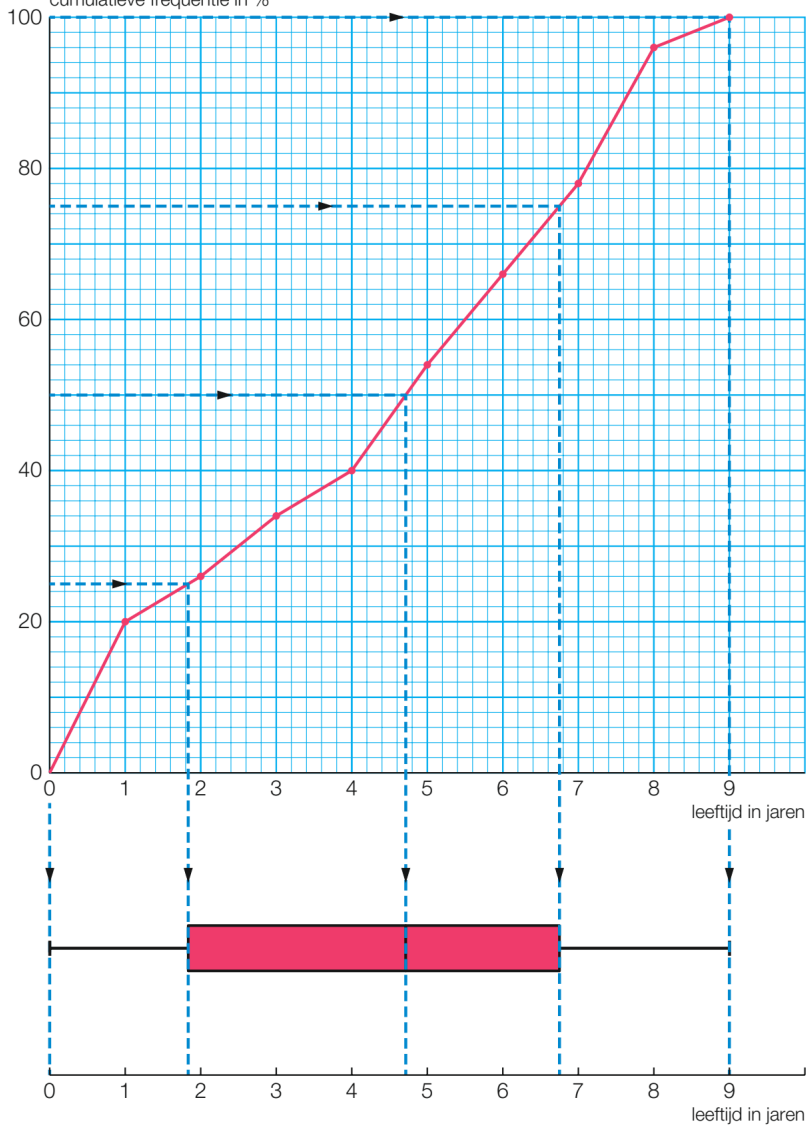
**Bladzijde 77**

- 43 a** spreidingsbreedte =  $3216 - 1648 = 1568$  euro per maand  
interkwartielafstand =  $2304 - 1952 = 352$  euro per maand  
**b** Dat is ongeveer 50% van de werknemers, dus  $0,5 \cdot 250 = 125$  werknemers.  
**c** Deze werknemers vallen tussen  $Q_3$  en  $Q_4$ .  
Dus de maandsalarissen variëren van 2304 tot en met 3216 euro per maand.
- 44 a** Onjuist. Het is allebei ongeveer een kwart van de leerlingen.  
**b** Onjuist. Het is ongeveer een kwart van de leerlingen, dat zijn  $0,25 \cdot 2184 = 546$  leerlingen.  
**c** Onjuist. Zowel binnen als buiten de box valt de helft van de leerlingen.  
**d** Juist. Het gemiddelde van het kleinste en grootste gewicht is  $\frac{34,7 + 92,8}{2} = 63,75$  kg  
per leerling. Dat valt in het laatste deel van de boxplot, dus meer dan 75% van de leerlingen weegt minder dan 63,75 kg.
- 45 a** Meer dan  $Q_3$ , dus ongeveer een kwart oftewel  $0,25 \cdot 345 = 86,25$  modellen.  
Dus van 86 modellen.  
**b** spreidingsbreedte =  $9669 - 1 = 9668$  verkochte auto's per model  
kwartielafstand =  $1126 - 30 = 1096$  verkochte auto's per model  
**c** De aantallen van de 25% minst verkochte modellen liggen tussen  $Q_0$  en  $Q_1$ .  
Van deze modellen werden minimaal 1 en maximaal 30 auto's verkocht.  
**d** Het gemiddelde zal door de uitschieter van 9669 verkochte auto's relatief hoog zijn.  
De mediaan is ongevoelig voor uitschieters en geeft daarom een beter beeld.

**Bladzijde 79**

- 46** Ja, de klasse met de mediaan is  $[30, 40)$ . De mediaan kan dus ook 38 zijn.

OUDERDOM AUTO  
cumulatieve frequentie in %

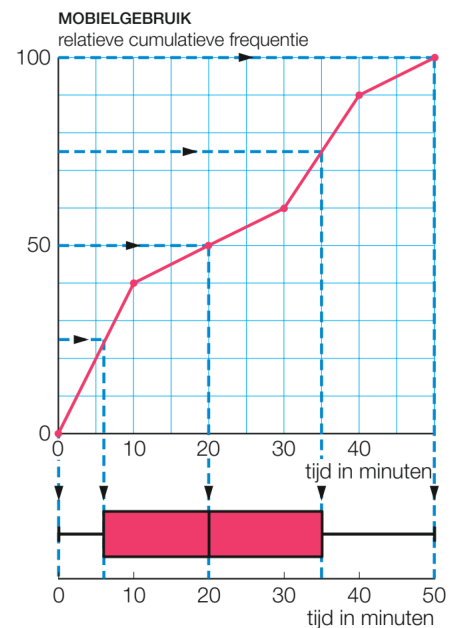


- b** Zie de figuur. Aflezen bij cumulatieve frequentie 75% geeft een waarde in de klasse  $[6, 7)$ . Omdat 6 jaar en 2 maanden ook in de klasse  $[6, 7)$  ligt, kan het kloppen.

| tijd in minuten | relatieve cumulatieve frequentie |
|-----------------|----------------------------------|
| $[0, 10)$       | 40                               |
| $[10, 20)$      | 50                               |
| $[20, 30)$      | 60                               |
| $[30, 40)$      | 90                               |
| $[40, 50)$      | 100                              |

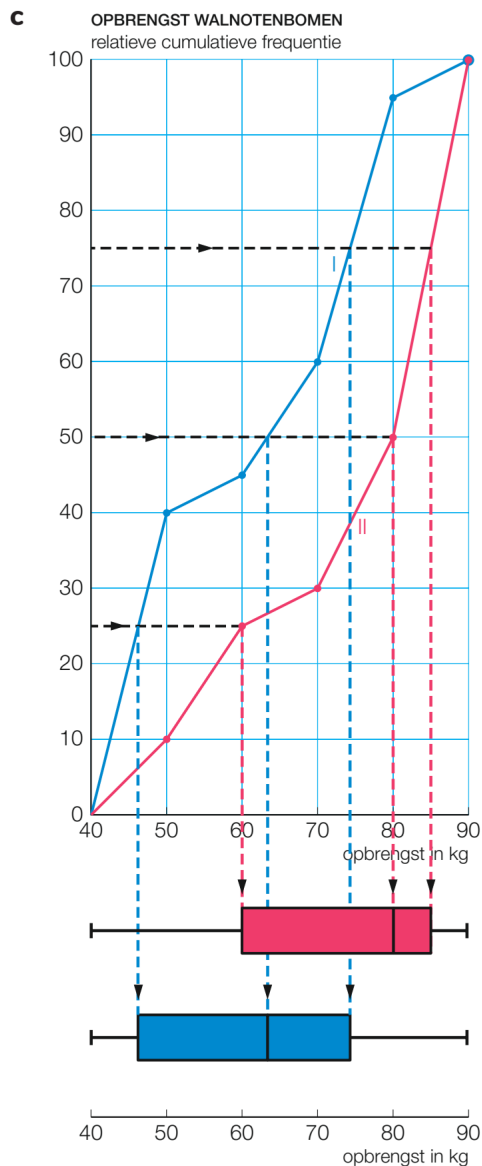
Zie de figuur.

- b** De interkwartielafstand die uit de boxplot volgt is  $35 - 6 = 29$  minuten.
- c**  $Q_1$  valt in de klasse  $[0, 10)$  en  $Q_3$  valt in de klasse  $[30, 40)$ . De werkelijke interkwartielafstand is dus minimaal 20, maar kleiner dan 40 minuten. De werkelijke interkwartielafstand kan dus 38 minuten zijn.



- 49 a** Op perceel I:  $100\% - 60\% = 40\%$ , dus  $0,4 \cdot 200 = 80$  bomen.  
 Op perceel II:  $100\% - 30\% = 70\%$ , dus  $0,7 \cdot 160 = 112$  bomen.  
 Dat zijn in totaal  $80 + 112 = 192$  bomen.
- b** Op perceel I:  $45\%$  oftewel  $0,45 \cdot 200 = 90$  bomen.  
 Op perceel II:  $25\%$  oftewel  $0,25 \cdot 160 = 40$  bomen.  
 In totaal dus  $90 + 40 = 130$  bomen oftewel  

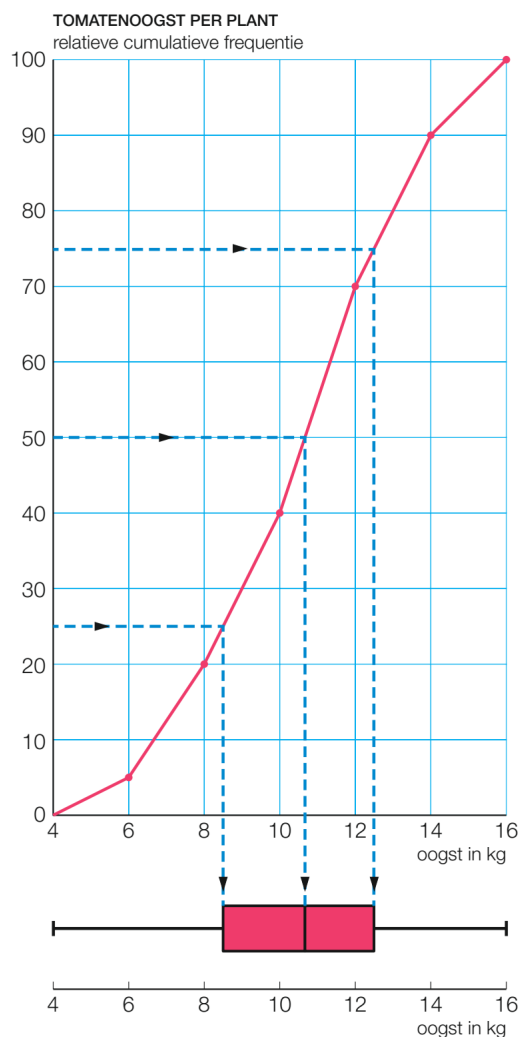
$$\frac{130}{200 + 160} \cdot 100\% = 37,5\%.$$



- d** Op perceel II. Want bij de hogere gewichtsklassen zijn de grafiekdelen steiler, daar horen grotere frequenties bij, wat betekent dat hogere opbrengsten per boom op dat perceel relatief vaak voorkomen.
- e** Nee, voor perceel I ligt de mediaan in  $[60, 70)$  terwijl de mediaan voor perceel II groter dan 70 kg is.

**Bladzijde 80****C7**

- a**  $100\% - 40\% = 60\%$  van de planten bracht minstens 10 kg op.
- b** Bij minstens 8 maar minder dan 12 kg tomaten hoort  $70\% - 20\% = 50\%$ , dus  $0,5 \cdot 280 = 140$  planten.
- c** Bij de klasse met de grootste frequentie hoort het steilste lijnstuk.  
Dus de klasse  $[10, 12)$ .
- d** Zie de figuur.

**C8**

- a** spreidingsbreedte =  $251 - 0 = 251$  zittenblijvers  
kwartielafstand =  $Q_3 - Q_1 = 66 - 9 = 57$  zittenblijvers
- b** Meer dan de mediaan, dus ongeveer 50%  
oftewel  $0,5 \cdot 1304 = 652$  vestigingen.
- c** Het gemiddelde zal door de uitschieter van 251 zittenblijvers relatief hoog zijn. De mediaan is ongevoelig voor uitschieters en geeft daarom een beter beeld.
- d** bijvoorbeeld:  
Er zijn (ongeveer) evenveel vestigingen met meer dan 66 zittenblijvers als vestigingen met minder dan 9 zittenblijvers.

**2.5 Statistische verdelingen****Bladzijde 81****50**

Het gemiddelde neemt toe, want de som van de waarnemingsgetallen wordt hoger, terwijl het aantal waarnemingsgetallen gelijk blijft.  
De mediaan blijft gelijk, want de middelste waarnemingen veranderen niet.

**Bladzijde 82****51**

Club A: de data ligt meer verspreid bij de hogere leeftijden, dus een rechts-scheve verdeling.  
Club B: elke klasse heeft vrijwel dezelfde frequentie, dus een uniforme verdeling.  
Club C: er is een top te onderscheiden bij  $[20, 30)$  en bij  $[50, 60)$ , dus een meertoppige verdeling.  
Club D: de modale klasse is  $[30, 40)$  en de frequenties bij de klassen eronder en erboven zijn vrijwel gespiegeld. Dus een symmetrische verdeling.

### Bladzijde 83

- 52** **a** Het betreft een groep korte en een groep lange leerlingen. Bijvoorbeeld meisjes en jongens of een eerste klas en een vijfde klas.
- b** De modale klasse is  $[182, 184)$ .
- c** Boxplot I kan niet passen, omdat in het histogram tussen 160 cm en 164 cm veel minder dan 25% van de data ligt.  
Boxplot III kan niet passen, omdat in het histogram meer dan 50% van de data rechts van 176 cm ligt.  
Boxplot II past het beste, want in het histogram ligt bijvoorbeeld ongeveer 25% van de data tussen 179 cm en 183 cm.

### Bladzijde 84

- 53** **a** De relatieve cumulatieve frequentie bij 24 000 euro is ongeveer  $10,3\% + 13,4\% + 15,6\% + 13,0\% = 52,3\%$ .  
De mediaan is dus minder dan 24 000 euro. Het inkomen van 26 700 euro is dus het gemiddelde.
- b** De mediaan, omdat het gemiddelde relatief ver richting de staart van de verdeling ligt terwijl veel meer mensen inkomens rond de mediaan hebben.
- c** Als alle staven even hoog zouden zijn, dan komen alle inkomens tussen 0 en 96 000 euro ongeveer even vaak voor. Dus dan heeft niet iedereen hetzelfde inkomen.
- d** In het histogram kun je aflezen dat ongeveer  $10,3\% + 13,4\% = 23,7\%$  van de inkomens onder 12 000 euro ligt oftewel dat  $Q_1$  meer dan 12 000 euro is. Dit klopt niet met boxplots II en III, want daar ligt  $Q_1$  onder de 10 000 euro. Het klopt wel met boxplot I. In het histogram is verder af te lezen dat ongeveer  $10,3\% + 13,4\% + 15,6\% + 13,0\% + 10,8\% + 9,7\% = 72,8\%$  van de inkomens onder de 36 000 euro ligt en dat  $72,8\% + 7,7\% = 80,5\%$  onder de 42 000 euro ligt. Dus  $Q_3$  ligt tussen 36 000 en 42 000 euro. Dit klopt niet met boxplots II en III, maar wel met boxplot I.  
Dus boxplot I past het beste.

### Bladzijde 85

- 54** Bij I hoort D, want elk kwart heeft dezelfde spreiding.  
Bij II hoort A, want dit is naast D de enige andere symmetrische verdeling.  
Bij III hoort B, want bij een rechts-scheve verdeling ligt het laatste kwart breed verspreid.  
Bij IV hoort C, want bij een links-scheve verdeling ligt het eerste kwart breed verspreid.
- 55** Uitspraak C is juist, want de modale klasse is de vierde staaf en de eerste vier staven zijn samen minder dan 50%.

### Bladzijde 86

- 56** **a** Aflezen bij cumulatieve frequentie 50% geeft 4,8, dus een schatting van de mediaan is 4,8. Het gemiddelde ligt verder richting de staart van de verdeling (dus verder naar rechts).
- b** Bij de modus hoort het hoogste punt van de verdelingskromme en daardoor stijgt de cumulatieve verdelingskromme hier het snelste. Daarom zal de verdelingskromme bij de modus het steilst zijn.
- 57** Verdelingskromme B, want het steilste stuk van de cumulatieve verdelingskromme ligt bij ongeveer 9 en dat is de modus van verdelingskromme B.

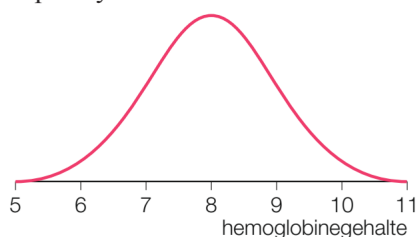
### Alternatieve uitwerking

De verdelingskrommen A en C zijn symmetrisch en dus zijn de medianen 5. Aflezen in de cumulatieve verdelingskromme bij 50% geeft als mediaan ongeveer 7,5. Dit komt niet overeen, dus verdelingskromme B hoort erbij.

### Bladzijde 87

- 58 a** Het is een symmetrische verdeling, want de relatieve cumulatieve verdelingskromme is puntsymmetrisch.

**b**

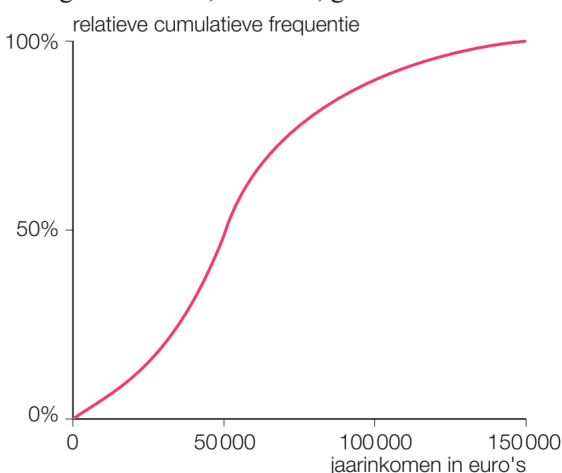


- c** Bij een symmetrische verdeling is het gemiddelde gelijk aan de mediaan. De mediaan aflezen bij relatieve cumulatieve frequentie 50% geeft een gemiddeld hemoglobinegehalte van 8.

- 59**
- In de linker figuur is de cumulatieve verdelingskromme overal even steil, de verdelingskromme is dus overal even hoog, dus er is sprake van een uniforme verdeling.
  - In de rechter figuur zijn er twee steile gedeelten in de cumulatieve verdelingskromme, dus er is sprake van een tweetoppige verdeling.

- 60 a** De modus hoort bij de top, dus is ongeveer 30 000 euro. Hier ligt minder dan 50% van de oppervlakte voor, dus de mediaan ligt hier rechts van. Omdat het een rechts-scheve verdeling is, ligt het gemiddelde rechts van de mediaan. Dus op volgorde van klein naar groot: modus, mediaan, gemiddelde.

**b**



### Bladzijde 88

- 61 a** De standaardafwijking is het grootst bij groep B. De spreiding van de lengte is daar het grootst.

**b** De interkwartielafstand, want die is ongevoelig voor de uitschieter.

### Bladzijde 89

- 62** Bij een bredere verdelingskromme liggen de waarnemingsgetallen meer verspreid en is de standaardafwijking dus groter.

kromme A: standaardafwijking 1,5

kromme B: standaardafwijking 0,5

kromme C: standaardafwijking 1



**63** Je kunt de modus en de spreidingsbreedte of standaardafwijking gebruiken. In deze rechts-scheve verdeling is de modus de kleinste van de drie centrummaten. De modus geeft dus goed aan dat een grote groep jongeren een laag inkomen heeft. De mediaan geeft dit minder goed aan en het gemiddelde is door de uitschieter zelfs relatief hoog. De spreidingsbreedte en standaardafwijking zullen beiden een grote spreiding aangeven, omdat ze gevoelig zijn voor het kleine aantal hoge inkomens. Beide geven dus goed aan dat er onderling grote verschillen in inkomen zijn. De interkwartielafstand is niet geschikt, omdat de onderlinge verschillen bij de middelste 50% relatief klein zijn.

**64** Figuur B hoort bij Quito. De spreiding van het aantal zonuren is daar het kleinst, dus de standaardafwijking is daar ook het kleinst.

#### Bladzijde 90

- 65** **a** De kwantitatieve variabele is schoenmaat (US), deze variabele is discreet want niet alle tussenliggende waarden zijn mogelijk (bijvoorbeeld 13,05).  
**b** De kwalitatieve variabele is geslacht, deze variabele is nominaal omdat er geen logische volgorde in de waarden van de variabele (man en vrouw) is.  
**c** De populatie is mannen en vrouwen in Australië.  
**d** Zie de tabel. Het centrum van de verdeling van de mannen ligt bij 11,8 en bij de vrouwen bij 8,0. Omdat het gemiddelde van de totale groep hier tussenin moet liggen is dit 9,9. De grootste standaardafwijking hoort bij de totale groep, dus dat is 2,4. De andere standaardafwijkingen zijn dus 1,5.

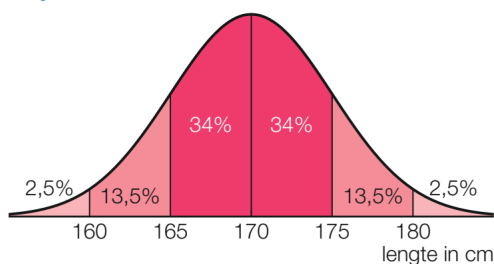
|         | gemiddelde | standaardafwijking |
|---------|------------|--------------------|
| mannen  | 11,8       | 1,5                |
| vrouwen | 8,0        | 1,5                |
| totaal  | 9,9        | 2,4                |

- 66** **a**  $\text{gemiddelde} = \frac{0 + 2 + 3 + 4 + 6}{5} = 3$   
De verschillen met het gemiddelde zijn -3, -1, 0, 1 en 3.  
Optellen van de kwadraten van de verschillen geeft  $(-3)^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1^2 + 3^2 = 20$ .  
Delen door het aantal waarnemingsgetallen geeft  $\frac{20}{5} = 4$ .  
Worteltrekken geeft  $\sqrt{4} = 2$ .  
De standaardafwijking is 2.  
**b** Alle waarden zijn precies 10 hoger, dus de spreiding is gelijk. Het gemiddelde is nu 13 en vanaf stap 2 zijn alle verschillen hetzelfde als bij rij A. Je krijgt uiteindelijk dus dezelfde standaardafwijking.  
**c** De standaardafwijking van rij C is 0. Dit komt doordat alle verschillen gelijk zijn aan 0.

#### Bladzijde 91

- 67** **a**  $\frac{12,3}{18} \cdot 100\% \approx 68,3\%$   
**b** De verdeling is symmetrisch, dus 50% van de mensen heeft een IQ onder de 100. Het percentage zwakbegaafden is net als het percentage hoogbegaafden  $\frac{0,45}{18} \cdot 100\% = 2,5\%$ .  
Het percentage bij 'minder begaafd' is dus  $50\% - 0,5 \cdot 68,3\% - 2,5\% \approx 13,4\%$ .  
**c** Iedereen behalve de zwak- en hoogbegaafden, dus  $100\% - 2 \cdot 2,5\% = 95\%$ .

68 a

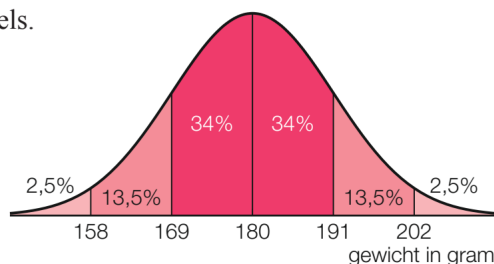


- b  $34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$  van de vrouwen  
 c 2,5% van de vrouwen  
 d  $13,5\% + 2,5\% = 16\%$  van de vrouwen  
 e  $13,5\% + 34\% = 47,5\%$  van de vrouwen

## Bladzijde 94

69

- a Zie de schets.  
 $13,5\% + 34\% + 34\% = 81,5\%$ , dus  $0,815 \cdot 5000 = 4075$  appels.  
 b  $50\% + 34\% = 84\%$ , dus  $0,84 \cdot 5000 = 4200$  appels.  
 c De zwaarste 125 appels, dat is  $\frac{125}{5000} \cdot 100\% = 2,5\%$  van de appels.  
 Dus die wegen minimaal 202 gram.  
 d  $2,5\% + 13,5\% + 13,5\% + 2,5\% = 32\%$ , dus  $0,32 \cdot 5000 = 1600$  appels.  
 e Alle appels met een gewicht lager dan 158 gram.  
 Dat zijn  $0,025 \cdot 5000 = 125$  appels.



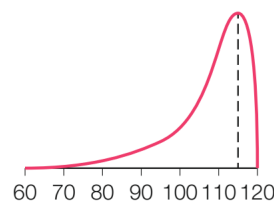
70

- a De 18-jarigen zijn de snelste groep, dus hun gemiddelde reactietijd is het laagste.  
 Dus bij de 18-jarigen hoort kromme A.  
 Bij de 60-jarigen hoort de hoogste gemiddelde reactietijd, dus kromme C.  
 b Bij de 18-jarigen geldt  $\mu = 420$  ms en  $\mu - 2\sigma = 280$  ms.  
 Dus bij de 18-jarigen is  $2\sigma = 420 - 280 = 140$  ms, dus  $\sigma = 70$  ms.  
 Bij de 30-jarigen geldt dus  $\sigma = 1,1 \cdot 70 = 77$  ms.  
 De gemiddelde reactietijd van de 30-jarigen is dus  $280 + 2 \cdot 77 = 434$  ms.

## Bladzijde 95

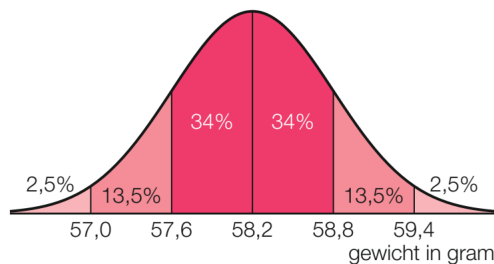
C9

- a Een links-scheve verdeling, omdat de data links sterk verspreid ligt en rechts niet.  
 b Bij een scheve verdeling ligt het gemiddelde meer richting de staart van de verdeling dan de mediaan. Het gemiddelde is hier dus kleiner dan de mediaan.  
 c De kromme begint bij 60 en eindigt bij 120. Verder is de kromme het steilst bij 115, dus de modus is 115. Zie de schets.



C10

- a Zie de schets.  
 Dus  $100\% - 2,5\% = 97,5\%$  van de tennisballen.  
 b De lichtste 256 tennisballen, dat is  $\frac{256}{1600} \cdot 100\% = 16\%$  van de tennisballen.  
 Dus die zijn lichter dan 57,6 gram.  
 c  $0,025 \cdot 1600 = 40$  tennisballen  
 d De spreiding ten opzichte van het gemiddelde is dan groter, dus de grafiek wordt lager en breder. De oppervlakte van het grafiekdeel rechts van 59,4 wordt dan groter. Er zullen dus meer tennisballen te zwaar zijn.





## 2.6 Conclusies trekken

### Bladzijde 96

- 71 **a** Bij grotere lengten horen over het algemeen hogere scores.  
**b** Nee, langere leerlingen zitten waarschijnlijk in een hogere klas en weten daardoor meer.

### Bladzijde 97

- 72 **a** De grootte van de brand: bij een grotere brand zijn er meer brandweerlieden nodig die deze bestrijden, en zal de aangerichte schade uiteindelijk ook groter zijn.  
**b** De gemiddelde temperatuur: in een warmere week worden meer ijsjes verkocht, en zullen ook meer mensen gaan zwemmen en in sommige gevallen verdrinken.

### Bladzijde 98

- 73 **a** Nee, want niet alle gemeenschappelijke factoren zijn uitgesloten. De variabele geslacht zou bijvoorbeeld een gemeenschappelijke factor kunnen zijn die de samenhang verklaart. De jongens hadden namelijk al voor het gewichtheffen mogelijk grotere bovenarmen dan de meisjes.  
**b** Nee, ook nu is niet uitgesloten dat er een gemeenschappelijke factor is. Het zou bijvoorbeeld kunnen dat vooral jongens zich opgaven voor het gewichtheffen.
- 74 **a** Leerlingen met meer inzet zullen zowel beter leren voor toetsen als vaker de genoemde opgaven maken.  
**b** Omdat de leerlingen aselekt zijn ingedeeld.  
Alle niveaus van inzet zijn ongeveer gelijk verdeeld over de groepen, dus inzet zal niet het verschil tussen de groepen verklaren.  
**c** Omdat de leerlingen aselekt in de groepen zijn ingedeeld zijn alle gemeenschappelijke factoren ongeveer gelijk verdeeld over de groepen. Het is daarom niet waarschijnlijk dat een andere gemeenschappelijke factor het verschil verklaart.  
**d** Ja, eerst kwamen de vier maanden les en daarna kwam de toets.  
**e** Ja, omdat alle gemeenschappelijke factoren zijn uitgesloten is ook aan de tweede voorwaarde voldaan.

### Bladzijde 99

- 75 **a**  $\frac{36}{225} = 0,16$   
**b** De populatieproportie is een gemiddelde: op een parkeerplaats kunnen door toeval minder of juist meer blauwe auto's staan dan gemiddeld.

### Bladzijde 101

- 76 Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [60,2%; 65,8%].

- 77 **a**  $\hat{p} = \frac{378}{600} = 0,63$  en  $\sigma = \sqrt{\frac{0,63 \cdot 0,37}{600}} = 0,01971 \dots \approx 0,0197$   
**b**  $\hat{p} - 2\sigma = 0,63 - 2 \cdot 0,0197 \dots \approx 0,591$   
 $\hat{p} + 2\sigma = 0,63 + 2 \cdot 0,0197 \dots \approx 0,669$   
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,591; 0,669].  
**c** Bij de steekproeflengte 1200 hoort een kleiner 95%-betrouwbaarheidsinterval dan bij steekproeflengte 600.

78

$$\mathbf{a} \quad \sigma = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 0,5}{100}} = 0,05$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,5 - 2 \cdot 0,05 = 0,4$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,5 + 2 \cdot 0,05 = 0,6$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,4; 0,6].

$$\mathbf{b} \quad \sigma = \sqrt{\frac{0,46 \cdot 0,54}{250}} = 0,0315\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,46 - 2 \cdot 0,0315\dots \approx 0,397$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,46 + 2 \cdot 0,0315\dots \approx 0,523$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,397; 0,523].

$$\mathbf{c} \quad \sigma = \sqrt{\frac{\frac{4}{7} \cdot \frac{3}{7}}{98}} = 0,0499\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = \frac{4}{7} - 2 \cdot 0,0499\dots \approx 0,471$$

$$\hat{p} + 2\sigma = \frac{4}{7} + 2 \cdot 0,0499\dots \approx 0,671$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,471; 0,671].

$$\mathbf{d} \quad \hat{p} = 0,36 \text{ en } \sigma = \sqrt{\frac{0,36 \cdot 0,64}{700}} = 0,0181\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,36 - 2 \cdot 0,0181\dots \approx 0,324$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,36 + 2 \cdot 0,0181\dots \approx 0,396$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,324; 0,396].

79

$$\mathbf{a} \quad \hat{p} = \frac{117}{150} = 0,78$$

$$\mathbf{b} \quad \sigma = \sqrt{\frac{0,78 \cdot 0,22}{150}} = 0,0338\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,78 - 2 \cdot 0,0338\dots \approx 0,712$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,78 + 2 \cdot 0,0338\dots \approx 0,848$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,712; 0,848].

80

$\mathbf{a}$  De variabele rookt sigaretten is kwalitatief, het is een eigenschap.

$$\mathbf{b} \quad \hat{p} = \frac{143}{1000} = 0,143 \text{ en } \sigma = \sqrt{\frac{0,143 \cdot 0,857}{1000}} = 0,0110\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,143 - 2 \cdot 0,0110\dots \approx 0,121$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,143 + 2 \cdot 0,0110\dots \approx 0,165$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is [0,121; 0,165].

$$\mathbf{c} \quad \text{Voor de mannen geldt } \hat{p} = \frac{78}{480} = 0,1625 \text{ en } \sigma = \sqrt{\frac{0,1625 \cdot 0,8375}{480}} = 0,0168\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,1625 - 2 \cdot 0,0168\dots \approx 0,129$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,1625 + 2 \cdot 0,0168\dots \approx 0,196$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage mannen die roken is [12,9%; 19,6%].

Van de vrouwen roken er  $143 - 78 = 65$ , dus voor de vrouwen geldt

$$\hat{p} = \frac{65}{520} = 0,125 \text{ en } \sigma = \sqrt{\frac{0,125 \cdot 0,875}{520}} = 0,0145\dots$$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,125 - 2 \cdot 0,0145\dots \approx 0,096$$

$$\hat{p} + 2\sigma = 0,125 + 2 \cdot 0,0145\dots \approx 0,154$$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval voor het percentage vrouwen die roken is [9,6%; 15,4%].

### Bladzijde 102

- 81** De steekproefproportie van de mensen die zeggen op A te gaan stemmen is

$$\hat{p} = \frac{487}{935} = 0,5208\dots$$

De bijbehorende standaardafwijking is  $\sigma = \sqrt{\frac{0,5208\dots \cdot 0,4791\dots}{935}} = 0,0163\dots$

$$\hat{p} - 2\sigma = 0,5208\dots - 2 \cdot 0,0163\dots \approx 0,488$$

Omdat  $0,488 < 0,5$  kun je niet met een betrouwbaarheid van 95% zeggen dat kandidaat A de verkiezingen zal gaan winnen.

- 82 a**  $3750 + 2 \cdot 480 = 4710$ . Dus 2,5% van de jongens was naar verwachting zwaarder dan 4710 gram.

Dat zijn  $0,025 \cdot 84\,272 \approx 2107$  jongens.

**b**  $\frac{12\,275}{18\,051} \cdot 100\% \approx 68\%$

De gewichten wijken dus hoogstens  $\sigma$  af van het gemiddelde.

Die gewichten liggen dus tussen de  $3750 - 480 = 3270$  gram en  $3750 + 480 = 4230$  gram.

### Bladzijde 103

**83 a**  $\left[ 100 - 2 \cdot \frac{24}{\sqrt{144}}; 100 + 2 \cdot \frac{24}{\sqrt{144}} \right] = [96; 104]$

**b**  $\left[ 80,5 - 2 \cdot \frac{15,5}{\sqrt{100}}; 80,5 + 2 \cdot \frac{15,5}{\sqrt{100}} \right] = [77,4; 83,6]$

**c**  $[12,50 - 2 \cdot 0,65; 12,50 + 2 \cdot 0,65] = [11,20; 13,80]$

- 84** 6 jaar en 9 maanden is  $6 \cdot 12 + 9 = 81$  maanden., dus  $\bar{X} = 81$  maanden,  $S = 10$  maanden en  $n = 65$ .

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $\left[ 81 - 2 \cdot \frac{10}{\sqrt{65}}; 81 + 2 \cdot \frac{10}{\sqrt{65}} \right] \approx [78,5; 83,5]$ .

78,5 maanden is 6 jaar en 6,5 maanden.

83,5 maanden is 6 jaar en 11,5 maanden.

Met 95% zekerheid ligt de gemiddelde leeftijd waarop basisschoolleerlingen het zwemdiploma A halen tussen 6 jaar en 6,5 maanden en 6 jaar en 11,5 maanden.

### Bladzijde 104

**85 a**  $\left[ 52 - 2 \cdot \frac{6}{\sqrt{25}}; 52 + 2 \cdot \frac{6}{\sqrt{25}} \right] = [49,6; 54,4]$

- b** Het landelijk gemiddelde van 50 punten valt binnen het 95%-betrouwbaarheidsinterval. Daarom kan ze niet met 95% zekerheid zeggen dat haar leerlingen boven het landelijk gemiddelde scoren.

- 86 a** Bij een 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $a = 2$ , want volgens de vuistregels bij de normale verdeling ligt ongeveer 95% van alle waarnemingsgetallen tussen  $\mu - 2\sigma$  en  $\mu + 2\sigma$ .

Hieruit volgt dat 90% van alle waarnemingsgetallen tussen  $\mu - a\sigma$  en  $\mu + a\sigma$  ligt, waarbij  $a < 2$  en dat 99% van alle waarnemingsgetallen tussen  $\mu - a\sigma$  en  $\mu + a\sigma$  ligt, waarbij  $a > 2$ .

- b** Bij opgave 85a geldt dat  $2 \cdot \frac{6}{\sqrt{25}} = 54,4 - 52$  oftewel  $2 \cdot \frac{6}{5} = 2,4$ .

Bij het 99%-betrouwbaarheidsinterval geldt dus  $a \cdot \frac{6}{\sqrt{25}} = 55,1 - 52$  oftewel

$$a \cdot \frac{6}{5} = 3,1, \text{ dus } a \approx 2,6.$$

- c** De breedte is  $\frac{2,6}{1,6} \approx 1,6$  keer zo groot.

- d** Bijvoorbeeld als men wil onderzoeken of de gewenste hoeveelheid werkzame stof in een medicijn klopt met wat het moet zijn.

### Bladzijde 105

- C12** a Er kunnen andere variabelen zijn die de samenhang verklaren, bijvoorbeeld: jonge mensen met kinderen kiezen er vaker voor in een nieuwbouwwijk te wonen en bij deze groep is er sprake van een lager sterftecijfer.  
b De oorzaak gaat niet vooraf aan het gevolg: het is niet windstil omdat de windmolens niet draaien, maar de windmolens draaien niet omdat het windstil is.

**C13**  $\hat{p} = \frac{326}{795} = 0,4100\dots$  en  $\sigma = \sqrt{\frac{0,4100\dots \cdot 0,5899\dots}{795}} = 0,0174\dots$   
 $\hat{p} - 2\sigma = 0,4100\dots - 2 \cdot 0,0174\dots \approx 0,375$   
 $\hat{p} + 2\sigma = 0,4100\dots + 2 \cdot 0,0174\dots \approx 0,445$   
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $[0,375; 0,445]$ .

**C14**  $\bar{X} = 2280$  gram,  $S = 340$  gram en  $n = 210$ .

$$\left[ 2280 - 2 \cdot \frac{340}{\sqrt{210}}, 2280 + 2 \cdot \frac{340}{\sqrt{210}} \right] \approx [2233, 2327]$$

### Kennis- en vaardigheidentest

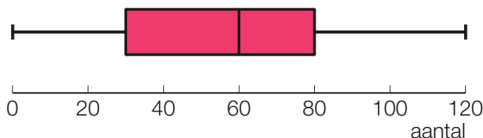
#### Bladzijde 106

- 1** de onderzoeksvraag  
data verzamelen  
data analyseren  
conclusies trekken
- 2** a Alle middelbare scholieren.  
b Doordat in de steekproef alleen voorexamenklassen werden onderzocht hebben andere scholieren geen kans om in de steekproef te komen.
- 3** slaapligging: kwalitatief, nominaal  
aantal ademstops: kwantitatief, discreet  
langste ademstop (s): kwantitatief, continu  
moe overdag: kwalitatief, ordinaal
- 4** a totale frequentie =  $4 + 15 + 18 + 20 + 16 + 8 + 3 = 84$   
Dus van 84 dagen.  
b De mediaan is het gemiddelde van het 42<sup>e</sup> en 43<sup>e</sup> getal, dit ligt in de klasse  $[135, 180)$ .  
De modale klasse is  $[135, 180)$ .  
De mediaan ligt dus in de modale klasse.  
c 3 uur = 180 minuten  
Dus op  $\frac{4 + 15 + 18 + 20}{84} \cdot 100\% \approx 67,9\%$  van de dagen.  
d Rekenen met rechtergrenzen geeft  
gemiddelde =  $\frac{4 \cdot 45 + 15 \cdot 90 + \dots + 8 \cdot 270 + 3 \cdot 315}{84} \approx 169,8$  minuten per dag.  
Dat is minder dan 180 minuten, dus dat kan niet.
- 5** a  $Q_3 = 21,4^\circ\text{C}$ , dus op ongeveer 25% van de dagen, dus dat zijn  $0,25 \cdot 365 \approx 91$  dagen.  
b spreidingsbreedte =  $32,5 - 0,1 = 32,4^\circ\text{C}$   
interkwartielafstand =  $21,4 - 10,3 = 11,1^\circ\text{C}$   
 $\frac{32,4}{11,1} \approx 2,9$ , dus Lars heeft geen gelijk.

6

- a** 35 uren = 140 kwartieren  
Bij minder dan 40 auto's hoort 35%, dus  $0,35 \cdot 140 = 49$  kwartieren.
- b** Bij  $[80, 100>$  hoort dus  $90\% - 75\% = 15\%$  en dat zijn  $0,15 \cdot 140 = 21$  kwartieren.
- c** Aflezen bij 0%, 25%, 50%, 75% en 100% geeft de aantallen 0, 30, 60, 80 en 120.

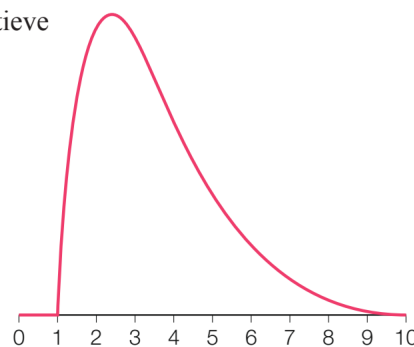
AUTO'S PER KWARTIER OVER KRUISPUNT



- d** De relatieve frequenties per klasse zijn achtereenvolgens: 15%, 20%, 15%, 25%, 15% en 10%.  
Rekenen met rechtergrenzen geeft  
gemiddelde =  $0,15 \cdot 20 + 0,2 \cdot 40 + \dots + 0,1 \cdot 120 = 67$  auto's per kwartier.  
Dat zijn in totaal  $67 \cdot 140 = 9380$  auto's maximaal. Het kan dus niet kloppen.

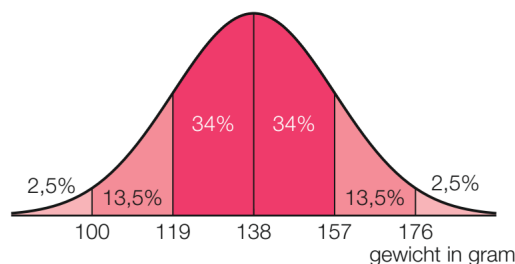
7

- a** Een rechts-scheve verdeling. Je kunt namelijk zien dat de relatieve cumulatieve frequentie rechts vrijwel niet meer toeneemt en dat dit dus de staart van de verdeling is.
- b** Bij het steilste stuk hoort de modus, dus  $\text{modus} = 2$ . Bij de modus is de relatieve cumulatieve frequentie nog niet 50%, dus de mediaan is groter dan de modus. Bij een rechts-scheve verdeling ligt het gemiddelde meer richting de staart dan de mediaan. Dus het gemiddelde is groter dan de mediaan.  
Op volgorde van klein naar groot: modus, mediaan, gemiddelde.
- c** De kromme begint bij 1 en eindigt bij 10. De top ligt bij de modus, dus bij 2. Zie de schets.



8

- a** Zie de schets.  
Meer dan 157 gram is  $13,5\% + 2,5\% = 16\%$ , dus  $0,16 \cdot 4000 = 640$  bananen.
- b** Minder dan  $2\sigma$  afwijken van  $\mu$ , dus 95%, dat zijn  $0,95 \cdot 4000 = 3800$  bananen.



9

- a** De conclusie is voorbarig, want er kan sprake zijn van gemeenschappelijke factoren. Bijvoorbeeld: studenten die geen financiële bijdrage van hun ouders krijgen hebben vaker een bijbaan, maar hebben desondanks relatief vaak last van betalingsachterstanden.

**b**  $\hat{p} = \frac{80}{500} = 0,16$  en  $\sigma = \sqrt{\frac{0,16 \cdot 0,84}{500}} = 0,0163\dots$

$\hat{p} - 2\sigma = 0,16 - 2 \cdot 0,0163\dots \approx 0,127$

$\hat{p} + 2\sigma = 0,16 + 2 \cdot 0,0163\dots \approx 0,193$

Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $[0,127; 0,193]$ .

- c**  $\bar{X} = 350$  euro,  $S = 108$  euro en  $n = 80$ .

$\left[ 350 - 2 \cdot \frac{108}{\sqrt{80}}, 350 + 2 \cdot \frac{108}{\sqrt{80}} \right] \approx [326, 374]$

## Gemengde opgaven

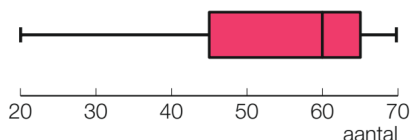
### Bladzijde 108

- 1** **a** Continu, want alle tussenliggende waarden zijn mogelijk.  
**b** Het aantal dagen in juli met minder dan 6 uur zon was 13.  
Het aantal dagen augustus met minstens 6 uur zon was  $31 - 20 = 11$ .  
Het aantal dagen in juli met minstens 4 uur, maar minder dan 8 uur zon was  $25 - 10 = 15$ .  
**c** De cumulatieve frequentiepolygoon van juli loopt steiler bij de hoge aantallen uren zonneshijn per dag. Dus juli was het zonnigst.  
**d** In juli scheen de zon  $31 \cdot 5,7 = 176,7$  uur.  
In augustus was het minder zonnig, dus het totaal aantal uren in juli en augustus zal kleiner zijn dan  $2 \cdot 176,6 = 353,4$  uur.  
Dus het totaal aantal is 315 uur.
- 2** **a** De modale klasse is  $[55, 60)$ .  
De mediaan is het 86<sup>e</sup> getal, dit valt in de klasse  $[55, 60)$ .  
Dus de mediaan valt in de modale klasse.  
**b** Rekenen met rechtergrenzen geeft  
$$\text{gemiddelde} = \frac{7 \cdot 45 + 18 \cdot 50 + \dots + 2 \cdot 85 + 5 \cdot 90}{171} = 61,5 \dots \text{ minuten.}$$
  
Het gemiddelde is minder dan 61,5 minuten, dus 62 minuten is onmogelijk.  
**c**  $Q_1$  is het 43<sup>e</sup> waarnemingsgetal en ligt dus in  $[50, 55)$ . Dus boxplot B valt af.  
 $Q_4$  ligt in  $[85, 90)$ . Dus boxplot C valt af.  
Boxplot A past dus het best bij de gelopen tijden.  
**d** De verschillen ten opzichte van het gemiddelde worden dan kleiner, dus de standaardafwijking zou dan kleiner worden.

### Bladzijde 109

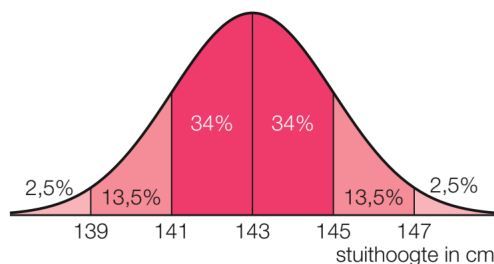
- 3** **a** 5 dagen 12 uur meten, dus  $5 \cdot 12 = 60$  uren metingen.  
Bij minder dan 30 klanten hoort 50%, dus  $0,5 \cdot 60 = 30$  uren.  
**b** Bij minstens 40 klanten hoort  $100\% - 20\% = 80\%$ , dus  $0,8 \cdot 60 = 48$  uren.  
**c** Twee van de vijf dagen is 24 uur.  
Bij minder dan 50 klanten per uur hoort 30% en dat is  $0,3 \cdot 60 = 18$  uur. Dat klopt dus niet.  
**d** Aflezen bij 0%, 25%, 50%, 75% en 100% geeft 20, 45, 60, 65 en 70.

KLANTEN BENZINESTATION PER UUR



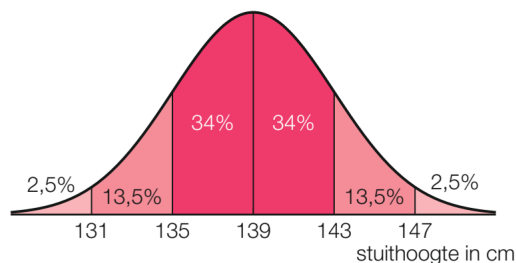
- 4** **a** spreidingsbreedte =  $39,6 - 0,6 = 39,0$  miljoen inwoners  
interkwartielafstand =  $7,4 - 1,9 = 5,5$  miljoen inwoners  
**b** Op volgorde van klein naar groot is Nebraska de 13<sup>e</sup> staat.  
Er hebben dus  $50 - 13 = 37$  staten minstens zoveel inwoners.  
**c** De mediaan is het gemiddelde van het 25<sup>e</sup> en 26<sup>e</sup> waarnemingsgetal. Daar hoort dus geen staat bij.

- 5** **a** Zie de schets.  
 $2,5\%$ , dus  $0,025 \cdot 1800 = 45$  tennisballen.  
**b** De 288 ballen met de kleinste stuithoogte, dat is  
 $\frac{288}{1800} \cdot 100\% = 16\%$  van de tennisballen.  
Dus die hebben een stuithoogte van maximaal 141 cm.



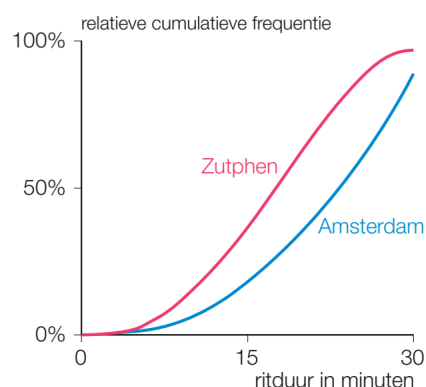


- c Zie de schets.  
 Wel geschikt zijn  $34\% + 34\% + 13,5\% = 81,5\%$  van de gasgevulde tennisballen.  
 Dus het percentage niet geschikte ballen is  $100\% - 81,5\% = 18,5\%$  en dat zijn  $0,185 \cdot 160 \approx 30$  ballen.



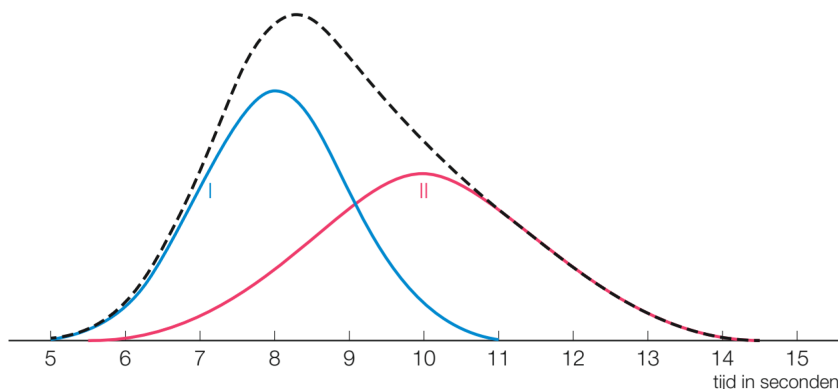
#### Bladzijde 110

- 6 a De kwantitatieve variabele is 'ritduur in minuten'. Deze variabele is continu, want alle tussenliggende waarde zijn mogelijk.  
 b De kwalitatieve variabele is 'stad'. Het meetniveau is nominaal, want in de waarden van de variabelen zit geen logische volgorde.  
 c Amsterdam: links-scheef  
 Zutphen: symmetrisch  
 d In Amsterdam zijn veel gebieden slecht of niet bereikbaar met de auto. Hierdoor is bij korte afstanden reizen per taxi vaak niet handig. Dit kan een reden zijn dat er vooral langere ritduren in Amsterdam voorkomen.  
 e Nee, je ziet alleen percentages. Dus de verhouding tussen korte en lange ritten kun je aflezen, maar het kan zijn dat de chauffeur uit Zutphen veel meer ritten (en dus werkuren) heeft gemaakt.  
 f Dit komt door de klasse 'vanaf 30'. Hoge ritduren kunnen nog een groot effect hebben op de gemiddelde ritduur.  
 g Bij  $Q_1$  hoort 25%, bij de chauffeur uit Amsterdam valt dit in de klasse  $[15, 20)$ .  
 Dus boxplot I hoort bij de chauffeur uit Amsterdam.  
 h Zie de figuur.



#### Bladzijde 111

- 7 a Ze hebben gemiddeld minder tijd nodig en er is minder spreiding in hun resultaten.  
 b Bij de ervaren groep geldt  $\mu = 8$  en  $\sigma = 1$ . Bij 6 seconden hoort  $\mu - 2\sigma$ , dus 2,5%.  
 c Bij de 2,5% langzaamste stapelaars uit de meer ervaren groep hoort ondergrens  $\mu + 2\sigma = 10$  seconden. Dit is het gemiddelde (en de mediaan) van de minder ervaren groep, dus 50%.  
 d Als je de hoogte van de grafieken optelt bij elke tijd krijg je een top tussen 8 en 9 en een staart rechts, oftewel een rechts-scheve verdeling. Zie de schets.



### Bladzijde 112

- 8 a** I: De vraag gaat uit van een (foute) veronderstelling.  
II: De vraag bevat een vaag woord. Wat is veel?  
III: Er is geen reden om een causaal verband te vermoeden. Als er al een samenhang blijkt te zijn, is dat gebaseerd op toeval.
- b** 1: De steekproef is niet aselekt, want studenten die de website van het RSC niet bezoeken hebben geen kans om in de steekproef te komen.  
2: De steekproefomvang is erg klein.  
3: Niet alle jongeren in Nijmegen zijn studenten, dus je richt je niet op de juiste populatie.
- c** Nee. Er kan sprake zijn van een gemeenschappelijke factor, bijvoorbeeld: goede studenten halen veel studiepunten en hebben relatief veel tijd om te sporten.

- 9 a** provincie: nominaal  
netnummer hoofdstad: nominaal  
waardering leefomgeving: ordinaal
- b** aantal ziekenhuizen
- c** De modus, want 'aantal sterren' is een kwalitatieve variabele.
- d**  $\hat{p} = \frac{548 + 168 + 34}{1025} \approx 0,732$

### Bladzijde 113

- 10** 4 minuten en 13 seconden is  $4 \cdot 60 + 13 = 253$  seconden.  
1 minuut en 23 seconden is  $60 + 23 = 83$  seconden.  
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $\left[ 253 - 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{31}}, 253 + 2 \cdot \frac{83}{\sqrt{31}} \right] \approx [223, 283]$ .
- 11 a**  $\hat{p} = \frac{371}{2650} = 0,14$  geeft  $\sigma = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,14 \cdot 0,86}{2650}} = 0,00674...$   
 $\hat{p} - 2\sigma = 0,14 - 2 \cdot 0,00674... \approx 0,1265$   
 $\hat{p} + 2\sigma = 0,14 + 2 \cdot 0,00674... \approx 0,1535$   
Het 95%-betrouwbaarheidsinterval is  $[0,1265; 0,1535]$ .
- b**  $\hat{p} = \frac{530}{2650} = 0,2$  geeft  $\sigma = \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} = \sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,8}{2650}} = 0,00777...$   
De breedte van het 95%-betrouwbaarheidsinterval van de proportie oranje M&M's is  $4 \cdot 0,00777... \approx 0,031$ .  
De breedte van het 95%-betrouwbaarheidsinterval van de proportie rode M&M's is  $4 \cdot 0,00674... \approx 0,027$ .  
 $\frac{0,031}{0,027} \cdot 100\% \approx 115\%$ . Dus Kees heeft gelijk.
- 12** Uit de boxplot volgt dat de mediaan 8 is.  
Aflezen bij 50% geeft bij diagram 1 en diagram 2 de mediaan 8, maar bij diagram 3 niet. Dus diagram 3 valt af.  
Uit de boxplot volgt dat  $Q_1 = 5$ . Aflezen bij 25% geeft bij diagram 1  $Q_1 = 6,5$  en bij diagram 2  $Q_1 = 5$ . Dus diagram 1 valt af.  
Diagram 2 past dus bij de boxplot.



# 3 Rekenen en herleiden

## 3.1 Breuken en verhoudingen

Bladzijde 117

V1

a  $\frac{5}{7} \cdot \frac{3}{11} = \frac{15}{77}$

b  $7 \cdot \frac{2}{19} = \frac{14}{19}$

c  $8 \cdot \frac{3}{8} = 3$

d  $\frac{5}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{2}{3} = \frac{20}{168} = \frac{5}{42}$

e  $\frac{1}{3} \cdot 6 \cdot \frac{1}{2} = \frac{6}{6} = 1$

f  $\frac{3}{5} \cdot 1\frac{1}{3} = \frac{3}{5} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{15} = \frac{4}{5}$

g  $\frac{3}{4} \cdot 2\frac{1}{3} \cdot 4 = \frac{3}{4} \cdot \frac{7}{3} \cdot 4 = \frac{7}{4} \cdot 4 = 7$

h  $6 : \frac{1}{6} = 6 \cdot 6 = 36$

i  $\frac{1}{2} : \frac{3}{4} = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

1 A

Bladzijde 118

2

a  $p \cdot \frac{2p+1}{p} = 2p+1$

b  $\frac{4}{a} : \frac{a}{3-a} = \frac{4}{a} \cdot \frac{3-a}{a} = \frac{4(3-a)}{a^2} = \frac{12-4a}{a^2}$

c  $\frac{5}{q} \cdot \frac{3-q}{3q} = \frac{5(3-q)}{3q^2} = \frac{15-5q}{3q^2}$

d  $7 \cdot \frac{2a}{b} \cdot \frac{a-1}{3b} = \frac{14a(a-1)}{3b^2} = \frac{14a^2-14a}{3b^2}$

e  $\frac{2+a}{b} \cdot \frac{3a}{b-1} = \frac{3a(2+a)}{b(b-1)} = \frac{3a^2+6a}{b^2-b}$

f  $3 \cdot \frac{2}{p} \cdot \frac{1-p}{p} = \frac{6(1-p)}{p^2} = \frac{6-6p}{p^2}$

3

a  $\frac{4x+1}{2x} \cdot 2x = 4x+1$

b  $\frac{5}{p+1} : \frac{q}{8-q} = \frac{5}{p+1} \cdot \frac{8-q}{q} = \frac{5(8-q)}{q(p+1)} = \frac{40-5q}{pq+q}$

c  $\frac{4}{a} \cdot \frac{2}{b} \cdot \frac{3a-1}{a} = \frac{8(3a-1)}{a^2b} = \frac{24a-8}{a^2b}$

d  $\frac{a}{3} \cdot \frac{a-1}{4} \cdot \frac{5}{a+1} = \frac{5a(a-1)}{12(a+1)} = \frac{5a^2-5a}{12a+12}$

e  $3a : \frac{3a+1}{2a-1} = 3a \cdot \frac{2a-1}{3a+1} = \frac{3a(2a-1)}{3a+1} = \frac{6a^2-3a}{3a+1}$

f  $6a \cdot \frac{4a-1}{6a} = 4a-1$

**4**  $\left(1 + \frac{1}{2}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{3}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 + \frac{1}{5}\right) \cdot \dots \cdot \left(1 + \frac{1}{1001}\right) = \frac{3}{2} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{5}{4} \cdot \frac{6}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1002}{1001}$

De tellers allemaal één breuk naar rechts opschuiven geeft

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{3}{3} \cdot \frac{4}{4} \cdot \frac{5}{5} \cdot \dots \cdot \frac{1001}{1001} \cdot \frac{1002}{1} = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 \cdot 1 \cdot \dots \cdot 1 \cdot 1002 = \frac{1}{2} \cdot 1002 = 501.$$

#### Bladzijde 119

V2

**a**  $\frac{2}{15} + \frac{1}{5} = \frac{2}{15} + \frac{3}{15} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$

**b**  $\frac{4}{7} - \frac{1}{14} = \frac{8}{14} - \frac{1}{14} = \frac{7}{14} = \frac{1}{2}$

**c**  $\frac{2}{5} + \frac{3}{4} - \frac{1}{2} = \frac{8}{20} + \frac{15}{20} - \frac{10}{20} = \frac{13}{20}$

**d**  $1\frac{1}{3} + 2\frac{3}{4} = \frac{4}{3} + \frac{11}{4} = \frac{16}{12} + \frac{33}{12} = \frac{49}{12} = 4\frac{1}{12}$

**e**  $\frac{1}{14} \cdot \left(\frac{5}{13} + \frac{1}{3}\right) = \frac{1}{14} \cdot \left(\frac{15}{39} + \frac{13}{39}\right) = \frac{1}{14} \cdot \frac{28}{39} = \frac{2}{39}$

**f**  $\frac{2}{3} \cdot (5\frac{1}{4} - 4\frac{1}{3}) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{21}{4} - \frac{13}{3}\right) = \frac{2}{3} \cdot \left(\frac{63}{12} - \frac{52}{12}\right) = \frac{2}{3} \cdot \frac{11}{12} = \frac{22}{36} = \frac{11}{18}$

- 5** **a** II  
**b** III  
**c** III  
**d** I

#### Bladzijde 121

**6** **a**  $\frac{6}{a} + \frac{3}{a} = \frac{9}{a}$

**b**  $\frac{5}{2b} - \frac{3}{2b} = \frac{2}{2b} = \frac{1}{b}$

**c**  $\frac{1}{2x} + \frac{2}{x} = \frac{1}{2x} + \frac{4}{2x} = \frac{5}{2x}$

**d**  $\frac{3}{2a} - \frac{2}{3a} = \frac{9}{6a} - \frac{4}{6a} = \frac{5}{6a}$

**e**  $\frac{1}{ab} - \frac{1}{b} = \frac{1}{ab} - \frac{a}{ab} = \frac{1-a}{ab}$

**f**  $\frac{a}{b} - \frac{1}{a} = \frac{a^2}{ab} - \frac{b}{ab} = \frac{a^2-b}{ab}$

**g**  $2 + \frac{1}{x} = \frac{2x}{x} + \frac{1}{x} = \frac{2x+1}{x}$

**h**  $3a - \frac{2}{a} = \frac{3a^2}{a} - \frac{2}{a} = \frac{3a^2-2}{a}$

**i**  $5a - \frac{6}{a^2} = \frac{5a^3}{a^2} - \frac{6}{a^2} = \frac{5a^3-6}{a^2}$

**7** **a**  $\frac{3a}{6b} = \frac{a}{2b}$

**b**  $\frac{10pq}{5q} = 2p$

**c**  $\frac{4ab^2}{5ab} = \frac{4}{5}b$

**d**  $\frac{20p^2q^2}{3p^2} = \frac{20q^2}{3} = 6\frac{2}{3}q^2$

**e**  $\frac{6x^2y}{2x} + \frac{10x^3y^2}{5x^2y} = 3xy + 2xy = 5xy$

**f**  $\frac{24a^2b^2}{4a} - \frac{(3ab)^3}{a^2b} = 6ab^2 - \frac{27a^3b^3}{a^2b} = 6ab^2 - 27ab^2 = -21ab^2$

**8 a**  $\frac{1}{p} + 2p \cdot \frac{3q}{5p^2} = \frac{1}{p} + \frac{6pq}{5p^2} = \frac{5}{5p} + \frac{6q}{5p} = \frac{5+6q}{5p}$

**b**  $\frac{a}{3} \cdot \frac{2c}{b} - \frac{a}{c} = \frac{a}{3} \cdot \frac{b}{2c} - \frac{a}{c} = \frac{ab}{6c} - \frac{6a}{6c} = \frac{ab-6a}{6c}$

**c**  $\frac{xy}{2x^2} \cdot (y+1) - \frac{3}{x} = \frac{y(y+1)}{2x} - \frac{6}{2x} = \frac{y^2+y-6}{2x}$

**d**  $\frac{p}{2q} + \frac{p}{q} \cdot \frac{2p^2}{3q} = \frac{p}{2q} + \frac{p}{q} \cdot \frac{3q}{2p^2} = \frac{p}{2q} + \frac{3pq}{2p^2q} = \frac{p^2}{2pq} + \frac{3q}{2pq} = \frac{p^2+3q}{2pq}$

**e**  $(2a+1) \cdot \frac{5a}{2a+1} + \frac{1}{a} = 5a + \frac{1}{a} = \frac{5a^2}{a} + \frac{1}{a} = \frac{5a^2+1}{a}$

**f**  $\frac{1}{p} \cdot \frac{2}{q} \cdot \frac{pq}{q+1} - \frac{p}{q+1} = \frac{2pq}{pq(q+1)} - \frac{p}{q+1} = \frac{2}{q+1} - \frac{p}{q+1} = \frac{2-p}{q+1}$

**9 a**  $A = \frac{2}{x-3} - \frac{4}{3x} = \frac{6x}{3x(x-3)} - \frac{4(x-3)}{3x(x-3)} = \frac{6x-4x+12}{3x(x-3)} = \frac{2x+12}{3x^2-9x}$

**b**  $B = 5 - \frac{2}{p} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2}{p^2} - \frac{2p}{p^2} - \frac{1}{p^2} = \frac{5p^2-2p-1}{p^2}$

**c**  $C = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} \cdot \frac{4}{a+b} = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{a+b} \cdot \frac{a+b}{4} = \frac{6}{a} \cdot \frac{5}{4} = \frac{30}{4a} = \frac{15}{2a}$

**10 C**

### Bladzijde 123

**11** Sevim loopt drie delen meer dan Ada, dus drie delen is 4,5 km en één deel  $\frac{4,5}{3} = 1,5$  km.

Nyra loopt  $5 \cdot 1,5 = 7,5$  km.

**12 a** Er zijn  $38 + 100 = 138$  gelijke delen.  
 Één deel is  $\frac{2,72}{138}$  miljoen.  
 Er wonen dus  $38 \cdot \frac{2,72}{138} \approx 0,75$  miljoen vrouwen in Qatar.

**b** Er zijn  $10 + 11 = 21$  gelijke delen.  
 21 delen zijn 1,43 miljard, dus één deel is  $\frac{1,43 \text{ miljard}}{21} \approx 0,068$  miljard.  
 De mannen hebben één deel meer, dus er zijn ongeveer 0,068 miljard (68 miljoen) meer mannen dan vrouwen in China.

**13** De verhouding 2 : 1 is te schrijven als 10 : 5 en de verhouding 4 : 1 is te schrijven als 12 : 3. Beide flessen bevatten nu 15 gelijke delen.  
 Na samenvoegen zijn er  $10 + 12 = 22$  delen water en  $5 + 3 = 8$  delen sap.  
 De verhouding is dus 22 : 8, oftewel 11 : 4.

**14 a**  $12 \cdot a = 18 \cdot 32$ , dus  $a = \frac{18 \cdot 32}{12} = 48$   $32 \cdot b = 12 \cdot 80$ , dus  $b = \frac{12 \cdot 80}{32} = 30$

**b**  $12y = 32x$ , dus  $y = \frac{32}{12}x = 2\frac{2}{3}x$

**15 a**  $10 \cdot p = 18 \cdot 15$ , dus  $p = \frac{18 \cdot 15}{10} = 27$   $10 \cdot q = 18 \cdot 25$ , dus  $q = \frac{18 \cdot 25}{10} = 45$

$15 \cdot r = 10(r+10)$

$15r = 10r + 100$

$5r = 100$

$r = 20$

$10s = 25 \cdot r$  en  $r = 20$ , dus  $s = \frac{25 \cdot 20}{10} = 50$ .

**b**  $15z = 25x$ , dus  $z = \frac{25}{15}x = 1\frac{2}{3}x$

- 16 a** De verhouding 2 : 3 is te schrijven als 4 : 6.  
De verhouding mannen : vrouwen : kinderen is dus 4 : 6 : 1.  
De verhouding van het aantal volwassenen tot het aantal kinderen is dus 10 : 1.
- b** De verhouding 3 : 4 is te schrijven als 9 : 12 en de verhouding 7 : 6 is te schrijven als 14 : 12.  
De verhouding noten voor Olivia, Ina en Nathalie is dus 9 : 12 : 14.  
Er zijn  $9 + 12 + 14 = 35$  gelijke delen en één deel is  $\frac{770}{35} = 22$ .  
Dus de jongste kreeg  $9 \cdot 22 = 198$  noten.

#### Bladzijde 124

- 17 a** Er zijn  $3 + 4 + 5 = 12$  gelijke delen.  
Eén deel is  $\frac{2340}{12} = 195 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Afvoer in I:  $3 \cdot 195 = 585 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Afvoer in II:  $4 \cdot 195 = 780 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Afvoer in III:  $5 \cdot 195 = 975 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- b** Afvoer in II zou zijn:  $4 \cdot \frac{3000}{12} = 1000 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Dat is teveel, dus de afvoer in II wordt door de stuw beperkt tot  $800 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Er blijft dan nog  $2200 \text{ m}^3/\text{s}$  over voor I en III in de verhouding 3 : 5.  
Er zijn  $3 + 5 = 8$  gelijke delen en één deel is  $\frac{2200}{8} = 275 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Afvoer in I:  $3 \cdot 275 = 825 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
Afvoer in III:  $5 \cdot 275 = 1375 \text{ m}^3/\text{s}$ .
- c** De afvoer in III is groter dan bij vraag b, dus de stuw is wederom in werking.  
De afvoer in II is dus  $800 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
I en III zijn samen acht gelijke delen.  
Vijf delen zijn  $1500 \text{ m}^3/\text{s}$ , dus één deel is  $\frac{1500}{5} = 300 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
De afvoer in I is  $3 \cdot 300 = 900 \text{ m}^3/\text{s}$ .  
De aanvoer is  $900 + 800 + 1500 = 3200 \text{ m}^3/\text{s}$ .

- 18** Er zijn  $\frac{2}{5} \cdot 100 = 40$  gele karpers.  
Er zijn  $3 + 1 = 4$  gelijke delen.  
Eén deel is  $\frac{40}{4} = 10$ , dus er zijn 10 gele mannetjeskarpers.  
Er zijn  $\frac{100}{2} = 50$  mannetjeskarpers in totaal, waarvan  $50 - 10 = 40$  rood.  
De verhouding tussen rode en gele karpers bij de mannetjes is 40 : 10, oftewel 4 : 1.

- 19 a** Er zijn voor het lakmengsel  $10 + 5 + 2 = 17$  gelijke delen.  
De hoeveelheid lak in het mengsel is dus  $\frac{10}{17} \cdot 8,5 = 5$  liter.  
De verhouding blauw: geel in de lak is 3 : 2, dus hij gebruikt 2 liter gele lak.
- b** Voor 6,8 liter lakmengsel heeft hij  $\frac{10}{17} \cdot 6,8 = 4$  liter lak nodig.  
Hiervan is  $\frac{5}{8} \cdot 4 = 2,5$  liter rode lak. Hij hoeft dus niet meer rode lak te kopen.
- c** Hij zou normaal  $\frac{2}{17} \cdot 5,1 = 0,6$  liter thinner gebruiken, maar hij gebruikt nu maar  $0,75 \cdot 0,6 = 0,45$  liter.  
Het lakmengsel bestaat dus uit  $5,1 - 0,45 = 4,65$  liter lak en verharder in de verhouding 10 : 5.  
15 delen is 4,65 liter, dus één deel lakmengsel is  $\frac{4,65}{15} = 0,31$  liter.  
Hij heeft dus  $5 \cdot 0,31 = 1,55$  liter verharder nodig.

### Bladzijde 125

- 20** Voor de paarse lak geldt  $3 + 5 = 8$  gelijke delen, dus  $\frac{3}{8} \cdot 2 = 0,75$  liter rood en  $\frac{5}{8} \cdot 2 = 1,25$  liter blauw. Voor de groene lak geldt  $3 + 1 = 4$  gelijke delen, dus  $\frac{3}{4} \cdot 3 = 2,25$  liter blauw en  $\frac{1}{4} \cdot 3 = 0,75$  liter geel. In totaal levert dat een lak op met  $0,75$  liter rood,  $1,25 + 2,25 = 3,5$  liter blauw en  $0,75$  liter geel.  $\frac{7}{12}$  deel is  $3,5$  liter blauw, dus  $\frac{3}{12}$  deel is  $\frac{3}{7} \cdot 3,5 = 1,5$  liter rood en  $\frac{2}{12}$  deel is  $\frac{2}{7} \cdot 3,5 = 1$  liter geel. Er moet dus  $0,75$  liter rode lak en  $0,25$  liter gele lak bij.

**C1** a  $3 \cdot \frac{b}{5a} \cdot \frac{2a-4}{b} = \frac{3b(2a-4)}{5ab} = \frac{6ab-12b}{5ab} = \frac{6a-12}{5a}$   
b  $6a : \frac{a}{7-b} = 6a \cdot \frac{7-b}{a} = 6(7-b) = 42 - 6b$

**C2** a  $5 + \frac{3}{2x} = \frac{10x}{2x} + \frac{3}{2x} = \frac{10x+3}{2x}$   
b  $\frac{5}{3x} - \frac{3}{2x} = \frac{10}{6x} - \frac{9}{6x} = \frac{1}{6x}$

- C3** Bilal krijgt drie delen meer dan Ada, dus drie delen is  $45$  euro. Dan is één deel  $\frac{45}{3} = 15$  euro. Caro krijgt  $9 \cdot 15 = 135$  euro.

## 3.2 Herleiden van formules

### Bladzijde 126

- 21** a I  
b III

### Bladzijde 127

- 22** a  $3(x-5)^2 - 10(x+1) = 3(x^2 - 10x + 25) - 10x - 10 = 3x^2 - 30x + 75 - 10x - 10 = 3x^2 - 40x + 65$   
b  $(4a-1)^2 + 4(2a+1) = 16a^2 - 8a + 1 + 8a + 4 = 16a^2 + 5$   
c  $20x - (x-10)^2 = 20x - (x^2 - 20x + 100) = 20x - x^2 + 20x - 100 = -x^2 + 40x - 100$   
d  $(6-2a)(3a+1) - 3a(a-4) = 18a + 6 - 6a^2 - 2a - 3a^2 + 12a = -9a^2 + 28a + 6$

- 23** a  $(2x-3)^2 - (4x-1)(3x-1) = 4x^2 - 12x + 9 - (12x^2 + 4x - 3x - 1) = 4x^2 - 12x + 9 - 12x^2 - x + 1 = -8x^2 - 13x + 10$   
b  $(6-a)(2a-1) + 3a(a-2) = 12a - 6 - 2a^2 + a + 3a^2 - 6a = a^2 + 7a - 6$   
c  $A = 0,15 \cdot \frac{x}{0,375} \cdot (x-2) = \frac{0,15}{0,375} \cdot x \cdot (x-2) = 0,4x(x-2) = 0,4x^2 - 0,8x$   
Dus  $a = 0,4$  en  $b = -0,8$ .

- 24** a  $(3-2x)^2 - 4(x-2)^2 = 9 - 12x + 4x^2 - 4(x^2 - 4x + 4) = 9 - 12x + 4x^2 - 4x^2 + 16x - 16 = 4x - 7$   
b  $B = 0,018 \cdot \frac{p}{0,072} \cdot (2q-5) = \frac{0,018}{0,072} \cdot p(2q-5) = \frac{1}{4}p(2q-5) = \frac{1}{2}pq - 1\frac{1}{4}p$   
Dus  $a = \frac{1}{2}$  en  $b = -1\frac{1}{4}$ .  
c  $C = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} : \frac{3}{x-1} = 1,8 \cdot \frac{x+4}{2} \cdot \frac{x-1}{3} = \frac{1,8}{2 \cdot 3} \cdot (x+4)(x-1) = 0,3(x^2 + 3x - 4) = 0,3x^2 + 0,9x - 1,2$   
Dus  $a = 0,3$  en  $b = 0,9$  en  $c = -1,2$ .

- 25** a  $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$  en  $(a+b)^2 - 4ab = a^2 + 2ab + b^2 - 4ab = a^2 - 2ab + b^2$ , dus het klopt.  
b  $(a+b)^2 - 4ab = 26^2 - 4 \cdot 144 = 100$   
 $(a-b)^2 = 100$ , dus het verschil is  $10$ .

### Bladzijde 128

- 26 a**  $R = (-0,05 \cdot 150 + 20) \cdot 150 = 1875$  euro  
 $K = 2 \cdot 150 + 500 = 800$  euro  
 $p = -0,05 \cdot 150 + 20 = 12,50$  euro
- b**  $W = (-0,05q + 20)q - (2q + 500) = -0,05q^2 + 20q - 2q - 500 = -0,05q^2 + 18q - 500$
- c**  $q = 160$  geeft  $W = -0,05 \cdot 160^2 + 18 \cdot 160 - 500 = 1100$  euro  
 $q = 175$  geeft  $W = -0,05 \cdot 175^2 + 18 \cdot 175 - 500 = 1118,75$  euro  
 De winst neemt dan met  $\frac{1118,75 - 1100}{1100} \cdot 100\% \approx 1,7\%$  toe.
- d** Voer in  $y_1 = -0,05x^2 + 18x - 500$ .  
 De optie maximum geeft  $x = 180$  en  $y = 1120$ .  
 Bij een dagproductie van 180 bureaulampen is de winst maximaal.  
 Hierbij hoort een dagopbrengst van  $(-0,05 \cdot 180 + 20) \cdot 180 = 1980$  euro.  
 De maximale winst is 1120 euro.  
 Een bureaulamp kost dan  $p = -0,05 \cdot 180 + 20 = 11$  euro.

- 27 a**  $36 - 2 \cdot 15 = 6$  euro voor de kaartjes voor de kinderen, dus per kaartje  $\frac{6}{3} = 2$  euro.
- b** Bijvoorbeeld 12 euro voor een volwassene en 4 euro voor een kind, of 9 euro voor een volwassene en 6 euro voor een kind.
- c**  $2x + 3y = 36$

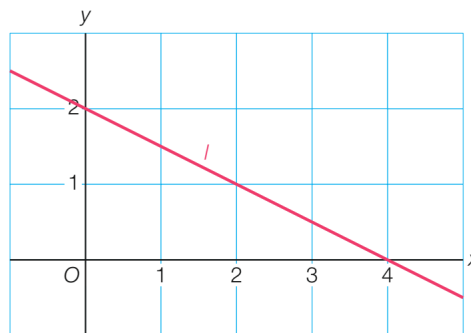
### Bladzijde 130

- 28 a** Een horizontale lijn.  
**b** Een verticale lijn.

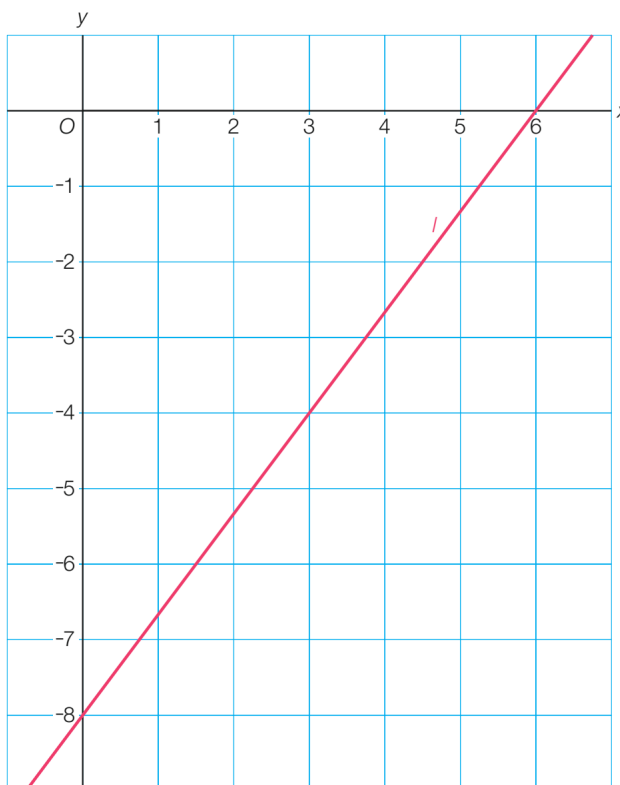
**29 a**

|     |   |   |
|-----|---|---|
| $x$ | 0 | 4 |
| $y$ | 2 | 0 |

- b**  $x + 2y = 4$   
 $2y = -x + 4$   
 $y = -\frac{1}{2}x + 2$   
 Dus  $rc_l = -\frac{1}{2}$ .
- c**  $20 + 2 \cdot -8 = 20 - 16 = 4$ , dus  $(20, -8)$  ligt op  $l$ .



- 30 a**  $y = 0$  geeft  $4x = 24$ , dus  $x = 6$ .  
 Het snijpunt met de  $x$ -as is dus  $(6, 0)$ .  
 $x = 0$  geeft  $-3y = 24$ , dus  $y = -8$ .  
 Het snijpunt met de  $y$ -as is dus  $(0, -8)$ .
- b**  $4 \cdot 8 - 3 \cdot 3 = 32 - 9 = 23 \neq 24$ , dus  $A(8, 3)$  ligt niet op  $l$ .  
 $4 \cdot 18 - 3 \cdot 16 = 72 - 48 = 24$ , dus  $B(18, 16)$  ligt op  $l$ .  
 $4 \cdot -30 - 3 \cdot -48 = -120 + 144 = 24$ , dus  $C(-30, -48)$  ligt op  $l$ .
- c**  $D(16, p)$  op  $l$ :  $4x - 3y = 24$  geeft  
 $4 \cdot 16 - 3p = 24$   
 $64 - 3p = 24$   
 $-3p = -40$   
 $p = 13\frac{1}{3}$
- d**  $E(q, 48)$  op  $l$ :  $4x - 3y = 24$  geeft  
 $4q - 3 \cdot 48 = 24$   
 $4q - 144 = 24$   
 $4q = 168$   
 $q = 42$



**31 a**  $3x - 4y = 7$   
 $-4y = -3x + 7$   
 $y = \frac{3}{4}x - 1\frac{3}{4}$   
Dus  $rc_l = \frac{3}{4}$ .  
 $3x - 4y = -8$   
 $-4y = -3x - 8$   
 $y = \frac{3}{4}x + 2$   
Dus  $rc_m = \frac{3}{4}$ .

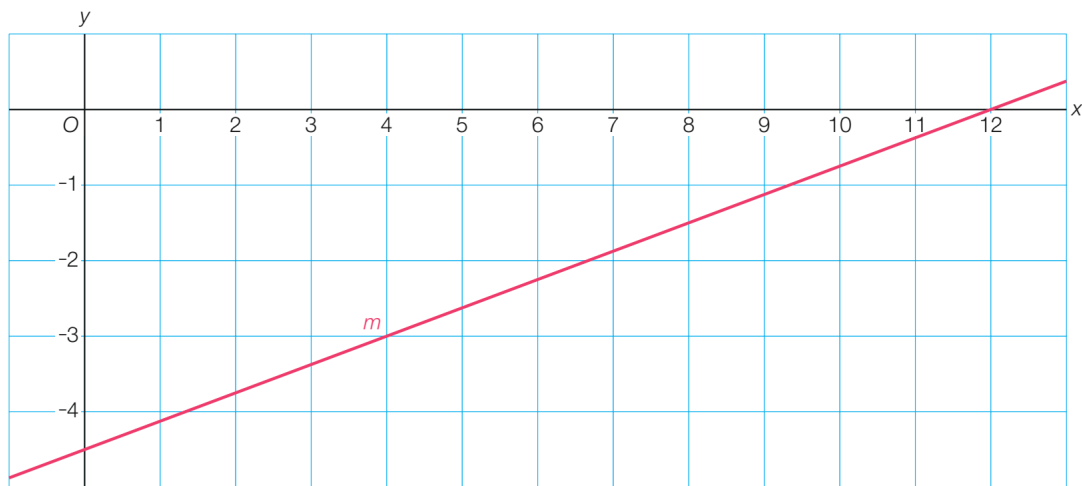
**b**  $3x - 4y = c$   
 $-4y = -3x + c$   
 $y = \frac{3}{4}x - \frac{1}{4}c$   
Dus alle lijnen van de vorm  $3x - 4y = c$  hebben  $rc = \frac{3}{4}$  en zijn dus evenwijdig.

**c**  $A(5, 1)$  op  $3x - 4y = c$  geeft  $c = 3 \cdot 5 - 4 \cdot 1 = 11$ .

**d**  $k$  evenwijdig met  $l$  dus  $k: 3x - 4y = c$   
door  $B(3, -1)$   $\left. \vphantom{\begin{matrix} k \\ B \end{matrix}} \right\} c = 3 \cdot 3 - 4 \cdot -1 = 13$   
Dus  $k: 3x - 4y = 13$ .

**32 a**

|     |    |    |
|-----|----|----|
| $x$ | 4  | 12 |
| $y$ | -3 | 0  |



**b**  $3x - 8y = 36$   
 $-8y = -3x + 36$   
 $y = \frac{3}{8}x - 4\frac{1}{2}$   
Dus  $rc_m = \frac{3}{8}$ .

**c**  $x = 0$  geeft  $y = -4\frac{1}{2}$ , dus  $A(0, -4\frac{1}{2})$ .

**d**  $B(-10, p)$  op  $m$  geeft  $3 \cdot -10 - 8 \cdot p = 36$   
 $-30 - 8p = 36$   
 $-8p = 66$   
 $p = -8\frac{1}{4}$

**e**  $C(q, 9)$  op  $m$  geeft  $3 \cdot q - 8 \cdot 9 = 36$   
 $3q - 72 = 36$   
 $3q = 108$   
 $q = 36$

**f**  $n$  evenwijdig met  $m$  dus  $n: 3x - 8y = c$   
door  $D(5, 1)$   $\left. \vphantom{\begin{matrix} n \\ D \end{matrix}} \right\} c = 3 \cdot 5 - 8 \cdot 1 = 7$   
Dus  $n: 3x - 8y = 7$ .

**33 a**  $15x + 12y = 2520$   
 $12y = -15x + 2520$   
 $y = -1\frac{1}{4}x + 210$

**b**  $3p - 2q = 16\frac{1}{2}$   
 $3p = 2q + 16\frac{1}{2}$   
 $p = \frac{2}{3}q + 5\frac{1}{2}$

**c**  $5a - 2b = 16$   
 $-2b = -5a + 16$   
 $b = 2\frac{1}{2}a - 8$

**d**  $2(x - 3) + 5y = 14$   
 $2x - 6 + 5y = 14$   
 $5y = -2x + 20$   
 $y = -\frac{2}{5}x + 4$

**e**  $2(x - 3) + 5y = 14$   
 $2x - 6 + 5y = 14$   
 $2x = -5y + 20$   
 $x = -2\frac{1}{2}y + 10$

#### Bladzijde 131

**34 a**  $3(x - 6) + \frac{1}{4}(2y + 5) = 20$   
 $3x - 18 + \frac{1}{2}y + 1\frac{1}{4} = 20$   
 $\frac{1}{2}y = -3x + 36\frac{3}{4}$   
 $y = -6x + 73\frac{1}{2}$

**b**  $2(T + 8) + 3(2A + 8) = 120$   
 $2T + 16 + 6A + 24 = 120$   
 $2T = -6A + 80$   
 $T = -3A + 40$

**c**  $3(\frac{2}{3}L - 9) + 4K = 6(2 - L)$   
 $2L - 27 + 4K = 12 - 6L$   
 $8L = -4K + 39$   
 $L = -\frac{1}{2}K + 4\frac{7}{8}$

**d**  $\frac{1}{3}(p - 6) + 4(q - 7) = 59$   
 $\frac{1}{3}p - 2 + 4q - 28 = 59$   
 $\frac{1}{3}p = -4q + 89$   
 $p = -12q + 267$

- 35** Stel René koopt  $x$  appels, dan koopt hij  $3x$  peren.  
 De appels en peren samen kosten dan  $0,4x + 0,5 \cdot 3x = 1,9x$  euro.  
 René kan maximaal vijf appels en vijftien peren kopen voor 10 euro, want dan kosten de appels en peren samen  $1,9 \cdot 5 = 9,50$  euro. Maar dan kan hij geen bananen meer kopen.  
 Als René vier appels en twaalf peren koopt, dan kosten de appels en peren samen  $1,9 \cdot 4 = 7,60$  euro.  
 Hij heeft dan nog  $10 - 7,60 = 2,40$  euro over om drie bananen te kopen.  
 René koopt dus  $4 + 12 + 3 = 19$  stuks fruit.

**C4 a**  $2(3x - 1) - 4(2y - 5) = 6x - 2 - 8y + 20 = 6x - 8y + 18$   
**b**  $(2x - 3)(4x - 1) = 8x^2 - 2x - 12x + 3 = 8x^2 - 14x + 3$   
**c**  $5x^2 - (2x + 1)^2 = 5x^2 - (4x^2 + 4x + 1) = 5x^2 - 4x^2 - 4x - 1 = x^2 - 4x - 1$

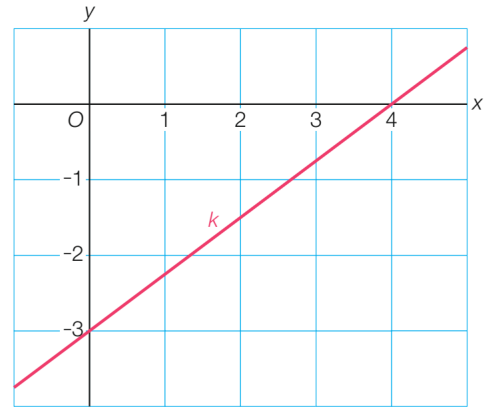


C5

$$\begin{array}{c|c|c} x & 0 & 4 \\ \hline y & -3 & 0 \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{b } 3x - 4y &= 12 \\ -4y &= -3x + 12 \\ y &= \frac{3}{4}x - 3 \\ \text{Dus } rc_k &= \frac{3}{4}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c } l \text{ evenwijdig met } k \text{ dus } l: 3x - 4y &= c \\ \text{door } Q(5, -2) & \\ \text{Dus } l: 3x - 4y &= 23. \end{aligned}$$



C6

$$\begin{aligned} \text{a } 2x - 3y &= 6 \\ -3y &= -2x + 6 \\ y &= \frac{2}{3}x - 2 \\ \text{b } 5p + 2q &= 10 \\ 5p &= -2q + 10 \\ p &= -\frac{2}{5}q + 2 \end{aligned}$$

### 3.3 Procentberekeningen en de wetenschappelijke notatie

#### Bladzijde 132

**36** In Amsterdam is de absolute toename  $918 - 731 = 187$  duizend en in Utrecht is dat  $368 - 234 = 134$  duizend.

De absolute toename is in Amsterdam groter. Hiermee is de bewering van Maud te verdedigen.

In Amsterdam is de procentuele toename  $\frac{187}{731} \cdot 100\% \approx 25,6\%$  en in Utrecht is dat

$$\frac{134}{234} \cdot 100\% \approx 57,3\%.$$

De procentuele toename is in Utrecht groter. Hiermee is de bewering van Pepijn te verdedigen.

#### Bladzijde 134

**37** **a**  $0,3\%$  van 8700 is  $0,003 \cdot 8700 = 26,1$ .

**b** Je krijgt  $0,913 \cdot 3,2$  miljoen  $\approx 2,9$  miljoen.

**c** De procentuele toename is  $\frac{180 - 160}{160} \cdot 100\% = 12,5\%$ .

**d** De hoeveelheid was  $\frac{1280}{1,079} \approx 1190$ .

**e** 57 van 121 is  $\frac{57}{121} \cdot 100\% \approx 47,1\%$ .

**f** Het totaal is  $\frac{8,3 \text{ miljoen}}{0,126} \approx 65,9$  miljoen.

**g** nieuw =  $1,023 \cdot 12\,580 \approx 12\,870$

**38** **a** De oorspronkelijke prijs was  $\frac{81}{0,75} = 108$  euro.

**b** Zonder BTW kost de fiets  $\frac{552}{1,21} \approx €456,20$ .

**c** De uitstoot in 2021 was  $\frac{90}{0,77} \approx 117$  gram  $\text{CO}_2$  per km.

- 39 a** De relatieve toename voor batterij is  $\frac{328\,295 - 43\,510}{43\,510} \cdot 100\% \approx 654,5\%$ , voor waterstof  $\frac{596 - 54}{54} \cdot 100\% \approx 1003,7\%$  en voor plug-in hybride  $\frac{186\,947 - 94\,642}{94\,642} \cdot 100\% \approx 97,5\%$ .  
Bij batterij is de relatieve toename het grootst.
- b** In 2019 was  $\frac{54}{138\,206} \cdot 100\% \approx 0,04\%$  van de elektrische personenauto's een waterstofauto.
- c** In 2023 was  $\frac{515\,838}{8\,900\,000} \cdot 100\% \approx 5,8\%$  van de personenauto's elektrisch.
- d** Het totale aantal personenauto's in 2019 was  $\frac{138\,206}{0,0167} \approx 8\,275\,808$ .
- e** In 2022 was het aantal plug-in hybride personenauto's  $\frac{186\,947}{1,358} \approx 137\,663$ .

#### Bladzijde 135

- 40 a**  $\frac{21\,800 - 26\,900}{26\,900} \cdot 100\% \approx -19,0\%$ , dus de procentuele afname is 19,0%.
- b** In 2022 hadden  $1,046 \cdot 30\,600 \approx 32\,000$  leerlingen een NG-profiel.
- c** In 2017 hadden  $\frac{33\,600}{1,036} \approx 32\,400$  leerlingen een EM-profiel.
- d** In 2017 waren er  $\frac{900}{0,094} \approx 9574,...$  CM-leerlingen, dus in 2022 waren er  $9574,... + 900 = 10\,500$  CM-leerlingen.
- 41 a** De VVD haalde  $0,094 \cdot 157\,425 \approx 14\,800$  stemmen.
- b** In 2022 stemden  $1,217 \cdot 8317 \approx 10\,100$  mensen op de Partij voor de Dieren.
- c** In 2018 stemden  $\frac{12\,460}{1,27} \approx 9800$  mensen op de PvdA.
- d** Het CDA kreeg  $\frac{11\,117}{157\,425} \cdot 100\% \approx 7,1\%$  van de stemmen.
- e** De procentuele afname is  $\frac{7107}{32\,735} \cdot 100\% \approx 21,7\%$ .
- f** Utrecht telde  $\frac{157\,425}{0,563} \approx 279\,600$  stemgerechtigden in 2022.
- g** In 2022 stemden  $0,803 \cdot 32\,735 \approx 26\,300$  mensen op GroenLinks.
- h** In 2018 stemden  $\frac{417}{0,065} = 6415,...$  mensen op de ChristenUnie, dus in 2022 stemden er  $6415,... - 417 \approx 6000$  mensen op de ChristenUnie.

#### Bladzijde 136

- 42 a** De procentuele toename per jaar is  $\frac{324 - 240}{240} \cdot 100\% = 35\%$ .  
In 2024 waren er  $1,35 \cdot 324 \approx 437$  geboorten.
- b** In 2021 waren er  $\frac{240}{1,35} \approx 178$  geboorten.
- 43** In 2024 was de winst  $8 \cdot 1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 = 13,00...$  miljoen euro.  
Dat is een procentuele toename van  $\frac{13,00... - 8}{8} \cdot 100\% \approx 62,6\%$ .

#### Alternatieve uitwerking

$1,12 \cdot 1,23 \cdot 1,18 \approx 1,626$ , dus de toename is 62,6%.

- 44 a**  $1,15 \cdot 1,25 = 1,4375$   
Dus de winst was 43,75% meer.
- b**  $1,15 \cdot 0,85 = 0,9775$   
Je hebt nu 97,75% van het oorspronkelijke bedrag.

- c Dit gaat alleen op als er evenveel jongens als meisjes zijn.  
Zitten er 10 jongens en 20 meisjes in de klas, dan hebben  $0,4 \cdot 10 + 0,2 \cdot 20 = 8$   
leerlingen een onvoldoende en dat is  $\frac{8}{30} \cdot 100\% \approx 26,7\%$ .

- 45** a De gemiddelde jaarbezetting is  $\frac{3 \cdot 88\% + 9 \cdot 40\%}{12} = 52\%$ .  
b Als het vat 30% leeg is dan is het 70% vol. Het verschil tussen 30% vol en 30% leeg is dus  $70\% - 30\% = 40\%$ . Bij deze 40% hoort 30 liter. Dus als het vat vol is zit er  $\frac{30}{0,4} = 75$  liter in.  
c Nadat zijn dorst gelest is, bestaat de kameel voor 15% niet uit water. Dat deel weegt  $0,15 \cdot 800 = 120$  kg.  
Voordat zijn dorst gelest is, bestaat de kameel voor 16% niet uit water. Dat deel weegt ook 120 kg.  
Voordat zijn dorst gelest is, weegt de kameel dus  $\frac{120}{0,16} = 750$  kg.

- 46** a Per jaar wordt er vermenigvuldigd met 1,025, dus per 10 jaar met  $1,025^{10} \approx 1,28$ .  
Hieruit volgt  $H_{\text{nieuw}} = 1,28 \cdot H$ , dus  $a = 1,28$ .  
b Als de groei 11 jaar duurt, dan is de factor  $1,06^{11} \approx 1,898$ .  
Als de groei 12 jaar duurt, dan is de factor  $1,06^{12} \approx 2,012$ .  
Het duurt dus 12 jaar.

#### Bladzijde 137

- 47** Er staat  $7,9655 \times 10^{11}$  en dat betekent  
 $7,9655 \cdot 100\,000\,000\,000 = 796\,550\,000\,000 \approx 797$  miljard.

#### Bladzijde 138

- 48** a  $12,5 \text{ miljoen} \times 460\,000 = 12,5 \cdot 10^6 \times 460\,000 = 5,75 \cdot 10^{12}$   
b  $0,018 \times 5 \cdot 10^{-6} = 9 \cdot 10^{-8}$   
c  $\frac{1,5 \text{ duizend}}{3 \text{ miljard}} = \frac{1,5 \cdot 10^3}{3 \cdot 10^9} = 5 \cdot 10^{-7}$   
d  $0,8^{12} \cdot 2,5^{20} = 6,25 \cdot 10^6$
- 49** a  $\frac{75}{1,25 \cdot 10^{-12}} = 6 \cdot 10^{13}$  cellen  
b hoeveelheid =  $5 \cdot 0,6^{24} \approx 2,4 \cdot 10^{-5}$  mg
- 50** a spaartegoed =  $8,3 \cdot 10^6 \times 54\,000 = 4,482 \cdot 10^{11}$  euro  $\approx 448$  miljard euro  
b  $\frac{10}{7 \cdot 10^6} \cdot 100\% \approx 0,00014\%$

#### Bladzijde 139

- C7** a 18 van 50 is  $\frac{18}{50} \cdot 100\% = 36\%$ .  
b  $5,8\%$  van 50 is  $0,058 \cdot 50 = 2,9$ .  
c Het totaal is  $\frac{117}{0,325} = 360$ .  
d  $\frac{60 - 80}{80} \cdot 100\% = -25\%$ , dus de procentuele afname is 25%.  
e nieuw =  $1,18 \cdot 60 = 70,8$   
f De oorspronkelijke hoeveelheid was  $\frac{60}{0,82} \approx 73,2$ .

- C8** a  $21,5 \cdot 10^6 \times 8 \cdot 10^9 = 1,72 \cdot 10^{17}$  zandkorrels  
b  $6,85 \cdot 10^8 = 685 \cdot 10^6 = 685$  miljoen

### 3.4 Rekenen met eenheden

#### Bladzijde 140

51 A

#### Bladzijde 141

52 a  $1 \text{ km}^2 = 100 \cdot 100 \cdot 100 \cdot 100 \text{ dm}^2 = 100^4 \text{ dm}^2$ , dus  $150 \text{ km}^2 = 150 \cdot 100^4 \text{ dm}^2$

$$1 \text{ mm} = \frac{1}{10 \cdot 10} \text{ dm} = \frac{1}{10^2} \text{ dm}, \text{ dus } 0,02 \text{ mm} = 0,02 \cdot \frac{1}{10^2} = \frac{0,02}{10^2} \text{ dm}$$

b  $100^3 = 1\,000\,000$  en  $1000^2 = 1\,000\,000$

c  $1 \text{ km}^2$  is  $1 \text{ km}$  bij  $1 \text{ km}$ , oftewel  $1000 \text{ m}$  bij  $1000 \text{ m}$  en dat is  $1000^2 \text{ m}^2$ .

d  $5 \text{ km}^2 = 5 \cdot 1000^2 \text{ m}^2 = 5\,000\,000 \text{ m}^2$

53 a  $52 \text{ hm} = 5200 \text{ m}$

b  $3,4 \cdot 10^7 \text{ mm} = 3,4 \cdot 10^1 \text{ km} = 34 \text{ km}$

c  $4,3 \text{ km}^2 = 4\,300\,000 \text{ m}^2$

d  $6,1 \cdot 10^{10} \text{ cm}^2 = 6,1 \cdot 10^2 \text{ ha} = 610 \text{ ha}$

e  $1,45 \cdot 10^{-8} \text{ km}^3 = 1,45 \cdot 10^1 \text{ m}^3 = 14,5 \text{ m}^3$

f  $5045 \text{ L} = 5,045 \text{ m}^3$

g  $0,06 \text{ dL} = 6 \text{ mL}$

h  $7,5 \cdot 10^5 \text{ mm}^3 = 7,5 \cdot 10^{-1} \text{ dm}^3 = 0,75 \text{ L}$

#### Bladzijde 142

54 a  $4 \text{ L} = 4 \text{ dm}^3 = 4 \cdot 10^6 \text{ mm}^3$

$$50 \text{ m}^2 = 50 \cdot 10^6 \text{ mm}^2$$

$$\text{De dikte is } \frac{4 \cdot 10^6}{50 \cdot 10^6} = 0,08 \text{ mm}.$$

b Per jaar lekt er  $0,05 \cdot 30 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 = 788\,400 \text{ mL} = 788,4 \text{ L}$ .  
Kees heeft dus niet gelijk.

55 a  $880 \text{ mm} = 0,88 \text{ m}$

$$\text{Er valt dan per m}^2 0,88 \cdot 1 = 0,88 \text{ m}^3 = 880 \text{ dm}^3 = 880 \text{ L}.$$

b De intensiteit tijdens de wolkbreuk is  $3 \cdot 24 = 72 \text{ mm}$  per uur.

$$\text{De gemiddelde intensiteit is } \frac{880}{624} = 1,41 \dots \text{ mm per uur}.$$

$$\text{Dat is dus } \frac{72}{1,41 \dots} \approx 51 \text{ keer zo groot}.$$

c  $24 \text{ mm}$  betekent  $24 \text{ liter per m}^2$ .

$$\text{Er viel } 24 \cdot 102 \cdot 65 = 159\,120 \text{ L} = 159,12 \text{ m}^3 \text{ neerslag}.$$

d  $81 \text{ mm} = 81 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

$$41\,500 \text{ km}^2 = 41\,500 \cdot 10^6 \text{ m}^2$$

$$\text{Er valt in juli in Nederland } 81 \cdot 10^{-3} \cdot 41\,500 \cdot 10^6 = 3,3615 \cdot 10^9 \text{ m}^3 \text{ neerslag}.$$

$$\text{Per inwoner is dat } \frac{3,3615 \cdot 10^9}{18,0 \cdot 10^6} \approx 187 \text{ m}^3.$$

#### Bladzijde 143

56 a De ijskappen bevatten  $0,021 \cdot 1385 \cdot 10^6 = 29\,085\,000 \text{ km}^3$  water.

De totale hoeveelheid zoet water is

$$\frac{29\,085\,000}{0,687} \approx 42\,336\,245 \text{ km}^3 = 42\,336\,245 \cdot 10^9 \text{ m}^3.$$

$$\text{Per aardbewoner is dat } \frac{42\,336\,245 \cdot 10^9}{8,1 \cdot 10^9} \approx 5,2 \text{ miljoen m}^3 \text{ zoet water}.$$

b De hoeveelheid neerslag op land is  $502\,800 + 74\,200 - 458\,000 = 119\,000 \text{ km}^3$ .

$$\frac{119\,000}{42\,336\,245} \cdot 100\% \approx 0,28\% \text{ van het zoet water valt als neerslag op land}.$$

57 A

#### Bladzijde 144

58 De gemiddelde snelheid is  $\frac{10}{\frac{42}{60} + \frac{22}{3600}} \approx 14,162 \text{ km/uur}$ .

- 59 a** Haar gemiddelde snelheid was  $\frac{100}{10,49} \text{ m/s} = \frac{100}{10,49} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 34,318 \text{ km/uur}$ .
- b** 14.13,42 is hetzelfde als  $14 \cdot 60 + 13,42 = 853,42$  seconden.  
Haar gemiddelde snelheid was  $\frac{5000}{853,42} \text{ m/s} = \frac{5000}{853,42} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 21,092 \text{ km/uur}$ .
- c** 2:00.35 is hetzelfde als  $2 \cdot 60 \cdot 60 + 35 = 7235$  seconden.  
Zijn gemiddelde snelheid was  $\frac{42\,195}{7235} \text{ m/s} = \frac{42\,195}{7235} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 20,995 \text{ km/uur}$ .

#### Bladzijde 145

- 60 a** De gemiddelde snelheid is  $\frac{6}{\left(\frac{25}{60}\right)} = 14,4 \text{ km/uur}$ .
- b** Zijn recordtijd is  $\frac{16,8}{14} = 1,2$  uur en dat is 1 uur en  $0,2 \cdot 60$  minuten = 12 minuten.
- c** Dat is  $\frac{26}{6,0} = 4\frac{1}{3}$  minuten = 4 minuten en 20 seconden.
- d** De afstand is  $12,6 \cdot 1\frac{50}{60} = 23 \text{ km}$ .

- 61** Het geluid moet 200 cm heen en 200 cm terug. In totaal legt het geluid dus  $400 \text{ cm} = 4 \text{ m}$  af.

$$1235 \text{ km/uur} = \frac{1235}{3,6} \text{ m/s}$$

$$\text{Er zit dus } \frac{4}{\left(\frac{1235}{3,6}\right)} \approx 0,012 \text{ seconde tussen.}$$

- 62 a**  $\frac{1}{300\,000} \approx 3,3 \cdot 10^{-6}$  seconden
- b** Het licht legt in een jaar ongeveer  $300\,000 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 24 \cdot 365 \approx 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km}$  af.
- c** Dat is  $1,3 \cdot 300\,000 = 390\,000 \text{ km}$ .
- d** In augustus 2024 heeft de Voyager 2 ongeveer  $47 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 56\,500 = 2,32 \dots \cdot 10^{10} \text{ km}$  afgelegd.  
Dat is  $\frac{2,32 \dots \cdot 10^{10}}{9,46 \cdot 10^{12}} \approx 0,002$  lichtjaar.

#### Bladzijde 146

- 63** heenweg: tijd =  $\frac{100}{80} = 1,25$  uur = 1 uur en 15 minuten = 75 minuten

$$\text{terugweg: tijd} = \frac{100}{120} = \frac{5}{6} \text{ uur} = 50 \text{ minuten}$$

$$75 + 50 = 125 \text{ minuten} = \frac{125}{60} = 2\frac{1}{12} \text{ uur}$$

$$\text{gemiddelde snelheid} = \frac{200}{2\frac{1}{12}} = 96 \text{ km/uur}$$

- 64 a** Snelheid op de heenweg is  $v \text{ km/uur}$ , dan is de snelheid op de terugweg  $\frac{1}{2}v \text{ km/uur}$ .

$$\text{Dus voor de heenweg geldt } t = \frac{d}{v} \text{ en voor de terugweg geldt } t = \frac{d}{\frac{1}{2}v}.$$

$$\text{Voor de totale reis geldt dus } t = \frac{d}{v} + \frac{d}{\frac{1}{2}v} = \frac{d}{v} + \frac{2d}{v} = \frac{3d}{v}.$$

$$\text{gemiddelde snelheid} = \frac{2d}{\left(\frac{3d}{v}\right)} = 2d \cdot \frac{v}{3d} = \frac{2dv}{3d} = \frac{2}{3}v$$

- b** Stel de afstand tussen A en B is  $d$  km.

Ties doet dan over de heenweg  $\frac{d}{14}$  uur en over de terugweg  $\frac{d}{12}$  uur.

$$\begin{aligned}\text{Oplossen van de vergelijking } \frac{1}{14}d + \frac{1}{12}d &= 1\frac{5}{60} \text{ geeft } \frac{6}{84}d + \frac{7}{84}d = 1\frac{5}{60} \\ \frac{13}{84}d &= \frac{65}{60} \\ d &= \frac{65}{60} \cdot \frac{84}{13} = 7\end{aligned}$$

De afstand tussen A en B is 7 km.

**65 a**  $\frac{20}{1,852} \approx 10,8$

$x = 10,8$  geeft  $K = 2 \cdot 10,8 + 500 = 521,6$

De kosten zijn 521,60 euro.

**b** 1 kilometer =  $\frac{1}{1,852}$  nautische mijl  $\approx 0,54$  nautische mijl, dus  $x = 0,54d$ .

**c** Invullen van  $0,54d$  op de plek van  $x$  geeft  $K = 2 \cdot 0,54d + 500 = 1,08d + 500$ , dus  $K = 1,08d + 500$ .

$d = 20$  geeft  $K = 1,08 \cdot 20 + 500 = 521,6$  en dit klopt met het antwoord op vraag a.

#### Bladzijde 147

- 66** Omdat we van liter per km (inhoud per afstand) naar mijl per gallon (afstand per inhoud) moeten rekenen.

#### Bladzijde 148

**67 a** In de formule  $t$  vervangen door  $24d$  geeft  $N = 0,1 \cdot (24d)^2 + 0,5 \cdot 24d + 10$   
 $N = 0,1 \cdot 576d^2 + 12d + 10$   
 $N = 57,6d^2 + 12d + 10$

**b** In de formule  $L$  vervangen door  $\frac{1}{2,54}l$  en  $t$  door  $7w$  geeft  $\frac{1}{2,54}l = 0,04 \cdot (7w)^2 - 7w + 31$   
 $\frac{1}{2,54}l = 0,04 \cdot 49w^2 - 7w + 31$   
 $l = 2,54(1,96w^2 - 7w + 31)$   
 $l \approx 4,98w^2 - 17,78w + 78,74$

Dus  $l = 4,98w^2 - 17,78w + 78,74$ .

**c** 110 zeemijlen per 8 uur =  $110 \cdot 1,852$  km per 8 uur =  $\frac{110 \cdot 1,852}{8}$  km/uur  $\approx 25,5$  km/uur

**d** 120 vierkante mijlen =  $120 \cdot 1,6^2$  km<sup>2</sup>  $\approx 307$  km<sup>2</sup>

**e**  $0,875$  yard/minuut =  $0,875 \cdot 0,9144$  m/minuut =  $\frac{0,875 \cdot 0,9144}{1000}$  km/minuut  
 $= \frac{0,875 \cdot 0,9144}{1000} \cdot 60$  km/uur  $\approx 0,048$  km/uur

**68 a**  $1 \text{ m}^3 = \frac{1}{0,3048^3} \text{ ft}^3$ , dus  $x = \frac{1}{0,3048^3} y \approx 35,3y$

**b** In de formule  $x$  vervangen door  $35,3y$  geeft  $K = 0,025 \cdot 35,3y + 45 \approx 0,8825y + 45$ .  
Dus  $K = 0,8825y + 45$ .

#### Bladzijde 149

**69 a** Bij  $C = \frac{F-32}{1,8}$  het linker- en rechterlid vermenigvuldigen met 1,8 geeft

$1,8C = F - 32$ , dus  $F = 1,8C + 32$ .

**b** Bij 1 februari hoort  $m = 1$  en bij 1 april hoort  $m = 3$ .

$m = 1$  geeft  $F = 0,252 \cdot 1^2 - 3,06 \cdot 1 + 84,2 = 81,392$  en  $C = \frac{81,392 - 32}{1,8} = 27,44^\circ\text{C}$ .

$m = 3$  geeft  $F = 0,252 \cdot 3^2 - 3,06 \cdot 3 + 84,2 = 77,288$  en  $C = \frac{77,288 - 32}{1,8} = 25,16^\circ\text{C}$ .

$\frac{25,16 - 27,44}{27,44} \cdot 100\% \approx -8,3\%$ , dus de temperatuur neemt met 8,3% af.

c Voer in  $y_1 = 0,252x^2 - 3,06x + 84,2$ .

De optie minimum geeft  $y = 74,91\dots$

Dus de minimale temperatuur is  $74,9^\circ\text{F}$ , oftewel  $\frac{74,91\dots - 32}{1,8} \approx 23,8^\circ\text{C}$ .

d In de formule  $F$  vervangen door  $1,8C + 32$  geeft  $1,8C + 32 = 0,252m^2 - 3,06m + 84,2$

$$1,8C = 0,252m^2 - 3,06m + 52,2$$

$$C = 0,14m^2 - 1,7m + 29$$

e In de formule  $m$  vervangen door  $\frac{12}{52}w = \frac{3}{13}w$  geeft  $C = 0,14 \cdot \left(\frac{3}{13}w\right)^2 - 1,7 \cdot \frac{3}{13}w + 29$

$$C = 0,14 \cdot 0,053\dots w^2 - 0,392\dots w + 29$$

$$C \approx 0,0075w^2 - 0,39w + 29$$

Dus  $C = 0,0075w^2 - 0,39w + 29$ .

f In de formule  $w$  vervangen door  $\frac{1}{7}d$  geeft  $C = 0,0075 \cdot \left(\frac{1}{7}d\right)^2 - 0,39 \cdot \frac{1}{7}d + 29$

$$C = 0,0075 \cdot \frac{1}{49}d^2 - 0,39 \cdot \frac{1}{7}d + 29$$

$$C \approx 1,53 \cdot 10^{-4}d^2 - 5,57 \cdot 10^{-2}d + 29$$

Dus  $a = 1,53 \cdot 10^{-4}$  en  $b = 5,57 \cdot 10^{-2}$ .

g Voer in  $y_1 = 1,53 \cdot 10^{-4}x^2 - 5,57 \cdot 10^{-2}x + 29$ .

De optie minimum geeft  $x = 182,02\dots$

Dus voor  $d \approx 182$  is de temperatuur van het zeewater minimaal.

### Bladzijde 150

70 a Het water kan in de oceaan naar de zijkanten wegstromen en bij de bak niet.

Naar de kust toe wordt de diepte van de oceaan kleiner en bij de bak niet.

b  $v = 90$ ,  $l = 80$  en  $d = 25$  geeft  $h = 0,00035 \cdot \frac{90^2 \cdot 80}{25} = 9,072$

De toename van de hoogte is  $9,072$  voet  $= 9,072 \cdot 30,5 \text{ cm} = 276,696 \text{ cm} \approx 28 \text{ dm}$ .

c  $160 \text{ km per uur} = \frac{160}{1,6}$  mijl per uur  $= 100$  mijl per uur, dus  $v = 100$ .

$120 \text{ km} = \frac{120}{1,6}$  mijl  $= 75$  mijl, dus  $l = 75$ .

$10 \text{ m} = 1000 \text{ cm} = \frac{1000}{30,5}$  voet  $= 32,786\dots$  voet, dus  $d = 32,786\dots$

Dat geeft  $h = 0,00035 \cdot \frac{100^2 \cdot 75}{32,786\dots} = 8,00625$ .

De toename van de hoogte is  $8,00625$  voet  $= 8,00625 \cdot 30,5 \text{ cm} = 244,19\dots \text{ cm} \approx 2,4 \text{ m}$ .

d In de formule  $h$  vervangen door  $\frac{1}{0,305}H$ ,  $v$  door  $\frac{1}{1,6}V$ ,  $l$  door  $\frac{1}{1,6}L$  en  $d$  door  $\frac{1}{0,305}D$  geeft

$$\frac{1}{0,305}H = 0,00035 \cdot \frac{\left(\frac{1}{1,6}V\right)^2 \cdot \frac{1}{1,6}L}{\frac{1}{0,305}D}$$

$$H = 0,305 \cdot 0,00035 \cdot \left(\frac{1}{1,6}\right)^2 \cdot \frac{1}{1,6} \cdot 0,305 \cdot \frac{V^2L}{D}$$

$$H \approx 7,95 \cdot 10^{-6} \cdot \frac{V^2L}{D}$$

Dus  $c \approx 7,95 \cdot 10^{-6}$ .

### Bladzijde 151

C9  $7 \text{ cm} = 0,7 \text{ dm}$

$$40 \text{ m}^2 = 40 \cdot 10^2 \text{ dm}^2 = 4000 \text{ dm}^2$$

Dus  $0,7 \cdot 4000 = 2800 \text{ L}$  nodig.

$$\frac{2800}{480} = 5,8\dots, \text{ dus hij heeft 6 zakken nodig.}$$

C10 2 uur 4 minuten en 45 seconden is hetzelfde als  $2 \cdot 60 \cdot 60 + 4 \cdot 60 + 45 = 7485$  seconden.

Zijn gemiddelde snelheid was  $\frac{42195}{7485} \text{ m/s} = \frac{42195}{7485} \cdot 3,6 \text{ km/uur} \approx 20,294 \text{ km/uur}$ .



**C11** a In de formule  $t$  vervangen door  $24d$  geeft  $A = 0,05 \cdot (24d)^2 + 4 \cdot 24d + 3$

$$A = 0,05 \cdot 576d^2 + 96d + 3$$

$$A = 28,8d^2 + 96d + 3$$

b  $2200 \text{ m}^3/\text{s} = \frac{2200}{10^9} \text{ km}^3/\text{s} = \frac{2200}{10^9} \cdot 365 \cdot 24 \cdot 60 \cdot 60 \text{ km}^3/\text{jaar} \approx 69 \text{ km}^3/\text{jaar}$

## Kennis- en vaardighedentest

### Bladzijde 152

**1 a**  $5 \cdot \frac{3a}{b} \cdot \frac{a-2}{2b} = \frac{15a(a-2)}{2b^2} = \frac{15a^2 - 30a}{2b^2}$

b  $\frac{3x}{4} \cdot \frac{2-y}{x} = \frac{3x(2-y)}{4x} = \frac{3(2-y)}{4} = \frac{6-3y}{4} = 1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}y$

c  $4p : \frac{4p+1}{2p+1} = 4p \cdot \frac{2p+1}{4p+1} = \frac{4p(2p+1)}{4p+1} = \frac{8p^2+4p}{4p+1}$

**2 a**  $\frac{4}{3p} - \frac{2}{5p} = \frac{20}{15p} - \frac{6}{15p} = \frac{14}{15p}$

b  $\frac{1}{x} + x \cdot \frac{5y}{4x^2} = \frac{1}{x} + \frac{5xy}{4x^2} = \frac{4}{4x} + \frac{5y}{4x} = \frac{4+5y}{4x}$

c  $\frac{ab}{2a^2} \cdot (b+1) - (a+1) \cdot \frac{3}{a(a+1)} = \frac{ab(b+1)}{2a^2} - \frac{3}{a} = \frac{b^2+b}{2a} - \frac{6}{2a} = \frac{b^2+b-6}{2a}$

- 3 a** Er zijn  $8 + 7 + 4 = 19$  gelijke delen.  
19 delen zijn 285 gram, dus één deel is 15 gram.  
Er zijn  $8 \cdot 15 = 120$  gram nootjes.  
Er zijn  $7 \cdot 15 = 105$  gram ringetjes.  
Er zijn  $4 \cdot 15 = 60$  gram driehoekjes.

- b Nootjes en ringetjes zijn  $8 + 7 = 15$  gelijke delen.  
15 delen zijn 180 gram, dus één deel is 12 gram.  
Er zijn  $4 \cdot 12 = 48$  gram driehoekjes.

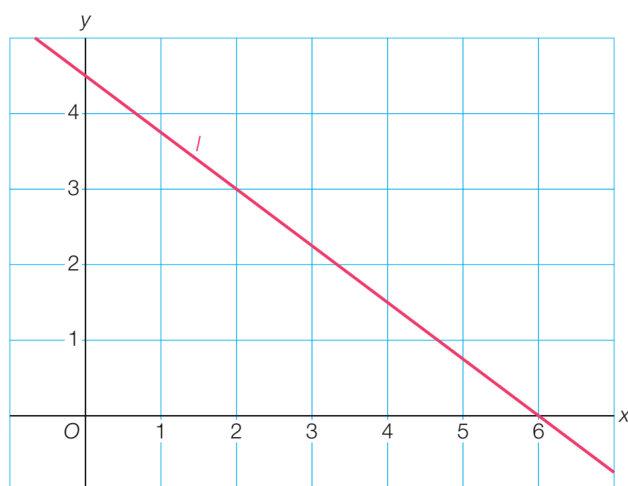
**4 a**  $(3x-2)^2 - (2x+1)(3x-1) = 9x^2 - 12x + 4 - (6x^2 + x - 1) = 3x^2 - 13x + 5$

b  $L = 0,032 \cdot \frac{p}{0,0128} \cdot (2+6q) = \frac{0,032}{0,0128} \cdot p(2+6q) = 2,5p(2+6q) = 5pq + 5p$

Dus  $a = 15$  en  $b = 5$ .

**5 a**

|     |   |   |
|-----|---|---|
| $x$ | 2 | 6 |
| $y$ | 3 | 0 |





**b**  $4x - 3y = 15$   
 $-3y = -4x + 15$   
 $y = 1\frac{1}{3}x - 5$

**c**  $6(2x - 1) + 9y = 24$   
 $12x - 6 + 9y = 24$   
 $12x = -9y + 30$   
 $x = -\frac{3}{4}y + 2\frac{1}{2}$

**d**  $5(\frac{2}{5}P - 6) + 3Q = 4(3 - P)$   
 $2P - 30 + 3Q = 12 - 4P$   
 $6P = -3Q + 42$   
 $P = -\frac{1}{2}Q + 7$

- 6 a** 384 000 km is 384 000 000 m  
 De afstand tussen de zon en de aarde is  $400 \cdot 384\,000\,000 \approx 1,54 \cdot 10^{11}$  m.
- b** Een volwassen mens is gemiddeld 1,75 m, dat is 1750 mm.  
 De lengte van een bacterie is ongeveer  $\frac{1750}{10^6} = 1,75 \cdot 10^{-3}$  mm.

#### Bladzijde 153

- 7 a** De omzet in februari was  $0,62 \cdot 3950 = 2449$  euro.
- b** De omzet in maart was  $\frac{3250}{1,12} \approx 2902$  euro.
- c**  $1,14 \cdot 1,06 \cdot 1,12 \approx 1,353$   
 Dus de omzet was ongeveer 35,3% hoger.
- d** totaal =  $\frac{216}{0,45} = 480$   
 Dus in november kwamen 480 bezoekers in de winkel.

- 8** 160 liter = 160 dm<sup>3</sup>  
 1,35 m = 13,5 dm  
 52 cm = 5,2 dm  
 De oppervlakte van de bodem is  $13,5 \cdot 5,2 = 70,2$  dm<sup>2</sup>.  
 $\frac{160}{70,2} \approx 2,3$  dm, dus het water komt 23 cm hoog.

- 9 a** 43 minuten is  $\frac{43}{60}$  uur  
 Haar snelheid is  $\frac{5,1}{(\frac{43}{60})} \approx 7,1$  km/uur.
- b** tijd =  $\frac{5,1}{11} = 0,46\dots$  uur  
 Ze doet er  $0,46\dots \cdot 60 \approx 28$  minuten over.

- 10 a** In de formule  $l$  vervangen door  $100L$  en  $d$  door  $7w$  geeft  
 $100L = -0,00002 \cdot (7w)^2 + 0,138 \cdot 7w + 50,9$   
 $100L = -0,00098w^2 + 0,966w + 50,9$   
 $L = -0,000098w^2 + 0,00966w + 0,509$
- b** 1 schep per fl.oz., dus  $\frac{250}{28,41} \approx 9$  schepjes per 250 mL.

## Gemengde opgaven

### Bladzijde 154

**1 a**  $D = 100 + \frac{400b}{a+20b} = \frac{100(a+20b)}{a+20b} + \frac{400b}{a+20b} = \frac{100a + 2000b + 400b}{a+20b} = \frac{100a + 2400b}{a+20b}$

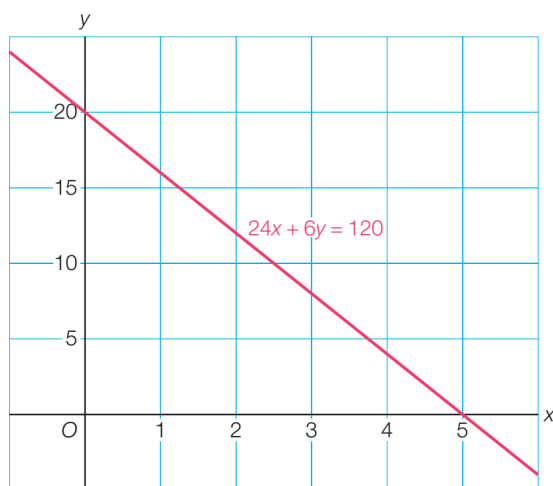
**b**  $A = \frac{6x^2+15}{3x^2} + \frac{x^3+4x}{2x^3} = 2 + \frac{5}{x^2} + \frac{1}{2} + \frac{2}{x^2} = 2\frac{1}{2} + \frac{7}{x^2}$

**2 a**  $\frac{2a+3}{3} - \frac{(a-2)^2}{2a-3} = \frac{(2a+3)(2a-3)}{3(2a-3)} - \frac{3(a-2)^2}{3(2a-3)} = \frac{4a^2-9}{6a-9} - \frac{3(a^2-4a+4)}{6a-9}$   
 $= \frac{4a^2-9-3a^2+12a-12}{6a-9} = \frac{a^2+12a-21}{6a-9}$

**b**  $(b+4) \cdot \frac{b-4}{2b} : \frac{b+4}{b} - 2(4b+1) = (b+4) \cdot \frac{b-4}{2b} \cdot \frac{b}{b+4} - 8b - 2 = \frac{(b+4)(b-4)b}{2b(b+4)} - 8b - 2$   
 $= \frac{b-4}{2} - 8b - 2 = \frac{1}{2}b - 2 - 8b - 2 = -7\frac{1}{2}b - 4$

**3 a**

|     |      |     |
|-----|------|-----|
| $x$ | $0$  | $5$ |
| $y$ | $20$ | $0$ |



**b**  $24x + 6y = 120$

$24x = -6y + 120$

$x = -\frac{1}{4}y + 5$

**c**  $y = 12$  geeft  $24x + 6 \cdot 12 = 120$

$24x = 48$

$x = 2$

Dus de kosten bij 12 kleinverpakkingen zijn  $2 \cdot 15 + 12 \cdot 2,50 = 60$  euro.

$x = 0$  geeft  $y = 20$

Dus de kosten bij alleen maar kleinverpakkingen zijn  $20 \cdot 2,50 = 50$  euro.

Ze geeft dus  $60 - 50 = 10$  euro meer geld uit.

**4** Bij het langzame schema hoort een tijdsduur van 5 uur en 15 minuten  $= 5\frac{1}{4}$  uur.

De totale lengte van de etappe is  $5\frac{1}{4} \cdot 42 = 220,5$  kilometer.

De werkelijke tijdsduur is 4 uur en 40 minuten  $= 4\frac{2}{3}$  uur.

De werkelijke snelheid is  $\frac{220,5}{4\frac{2}{3}} = 47,25$  km/uur.

Dus  $\frac{47,25 - 42}{42} \cdot 100\% = 12,5\%$  groter.

## Bladzijde 155

- 5 a** Het percentage vrouwen in '16/'17 was  $\frac{154\,048}{1\,213\,444} \cdot 100\% \approx 12,7\%$  en in '22/'23 was dat  $\frac{172\,259}{1\,212\,697} \cdot 100\% \approx 14,2\%$ . Dat is dus een toename van  $14,2 - 12,7 = 1,5\%$ .
- De procentuele toename van het aantal vrouwelijke leden is  $\frac{172\,259 - 154\,048}{154\,048} \cdot 100\% \approx 11,8\%$ .
- \*
- b** In totaal 7 delen, dus één deel is  $\frac{1\,192\,100}{7} = 170\,300$  leden.
- Er waren dus  $170\,300 \cdot 6 = 1\,021\,800$  mannelijke leden en 170 300 vrouwelijke leden.
- c**  $1,028 \cdot 1,016 \cdot 1,009 \approx 1,054$ , dus de groei was 5,4%.
- 6 a** Nederland won  $0,0226 \cdot 6187 \approx 140$  gouden medailles.
- b** Noorwegen won  $0,02797 \cdot 18\,876 \approx 528$  medailles.
- In totaal zijn er  $12 + 11 + 10 = 33$  delen, dus één deel is  $\frac{528}{33} = 16$  medailles.
- Noorwegen won dus  $10 \cdot 16 = 160$  bronzen medailles.
- c** In totaal haalde Oostenrijk  $\frac{232}{0,712} \approx 326$  medailles.

## Bladzijde 156

- 7 a** In totaal  $2 + 3 + 5 = 10$  delen, dus één deel is  $\frac{176\,520}{10} = 17\,652$  leerlingen.
- Er zouden dan  $2 \cdot 17\,652 = 35\,304$  vwo-leerlingen,  $3 \cdot 17\,652 = 52\,956$  havo-leerlingen en  $5 \cdot 17\,652 = 88\,260$  vmbo-leerlingen zijn.
- b** Dan  $\frac{3}{10}$  is 49 991, dus totaal is  $\frac{10}{3} \cdot 49\,991 \approx 166\,637$  leerlingen.
- c** In totaal eerst  $2 + 3 + 5 = 10$  delen.
- 10% procent minder, dus  $0,10 \cdot 10 = 1$  deel weg.
- Dus de nieuwe verhouding is  $2 : 3 : 4$ , oftewel  $p = 4$ .
- 8 a** 8078 miljoen =  $8,078 \cdot 10^9$
- b** De wereldbevolking in 2050 is  $\frac{704}{0,0727} = 9683,6\dots$  miljoen.
- Dus de procentuele toename is  $\frac{9683,6\dots - 8078}{8078} \cdot 100\% \approx 19,9\%$ .
- c**  $d = \frac{N}{A} = \frac{1,43 \cdot 10^9}{3,29 \cdot 10^6} \approx 430$
- De bevolkingsdichtheid in India was ongeveer 430 mensen per  $\text{km}^2$ .
- d** Stel de oppervlakte van het land is  $2 \text{ km}^2$ . Op de  $\text{km}^2$  in de noordelijke helft wonen dan 100 mensen. Op de  $\text{km}^2$  in de zuidelijke helft wonen dan 300 mensen.
- In totaal 400 mensen, dat is  $\frac{400}{2} = 200$  mensen per  $\text{km}^2$ .
- De bevolkingsdichtheid is dus 200 mensen per  $\text{km}^2$ .
- e** In de noordelijke helft wonen  $x$  mensen, dus in de zuidelijke helft wonen  $3x$  mensen.
- In het hele land wonen dus  $x + 3x = 4x$  mensen.
- De oppervlakte van de helft is  $y \text{ km}^2$ , dus de oppervlakte van het hele land is  $2y \text{ km}^2$ .
- $N = 4x$  en  $A = 2y$  geeft  $d = \frac{4x}{2y} = \frac{2x}{y}$ .

## Bladzijde 157

- 9 a**  $\frac{2}{3} \cdot 300\,000 \text{ km/s} = 200\,000 \text{ km/s}$  en  $10 \text{ m} = 0,01 \text{ km}$
- Het signaal doet er  $\frac{0,01}{200\,000} = 5 \cdot 10^{-8}$  seconden over.
- b** De hoeveelheid regen in het badje is  $269 \cdot 175 \cdot 1,2 = 56\,490 \text{ cm}^3 = 56\,490 \text{ mL}$ .
- Dat zijn  $\frac{56\,490}{0,03} = 1,883 \cdot 10^6$  regendruppels.

**10**

**a**  $w = 10$  geeft  $F = 0,0044 \cdot 10^2 - 0,93 \cdot 10 + 34,5 = 25,64$  en  $C = \frac{25,64 - 32}{1,8} \approx -3,5$ .

Dus de gevoelstemperatuur is  $25,6^\circ\text{F}$  of  $-3,5^\circ\text{C}$ .

**b**  $40 \text{ km/uur} = \frac{40}{1,6} \text{ mijl per uur} = 25 \text{ mijl per uur}$ , dus  $w = 25$ .

$w = 25$  geeft  $F = 0,0044 \cdot 25^2 - 0,93 \cdot 25 + 34,5 = 14$  en  $C = \frac{14 - 32}{1,8} = -10$ .

Dus de gevoelstemperatuur is  $-10^\circ\text{C}$ .

**c**  $15 \text{ m/s} = 15 \cdot 3,6 \text{ km/uur} = 54 \text{ km/uur} = \frac{54}{1,6} = 33,75 \text{ mijl per uur}$ , dus  $w = 33,75$ .

$w = 33,75$  geeft  $F = 0,0044 \cdot 33,75^2 - 0,93 \cdot 33,75 + 34,5 = 8,12\dots$  en  $C = \frac{8,12\dots - 32}{1,8} \approx -13,3$ .

Dus de gevoelstemperatuur is  $-13,3^\circ\text{C}$ .

**d**  $C = \frac{F - 32}{1,8}$  geeft  $F - 32 = 1,8C$ , oftewel  $F = 1,8C + 32$ .

$v \text{ m/s} = 3,6v \text{ km/uur} = \frac{3,6v}{1,6} \text{ mijl per uur} = 2,25v \text{ mijl per uur}$ , dus  $w = 2,25v$ .

In de formule  $F$  vervangen door  $1,8C + 32$  en  $w$  vervangen door  $2,25v$  geeft

$$1,8C + 32 = 0,0044 \cdot (2,25v)^2 - 0,93 \cdot 2,25v + 34,5$$

$$1,8C = 0,022275v^2 - 2,0925v + 2,5$$

$$C = 0,012375v^2 - 1,1625v + 1,38\dots$$

Dus  $a \approx 0,0124$ ,  $b \approx -1,16$  en  $c \approx 1,4$ .

# 4 Combinatoriek

## 4.1 Regels voor telproblemen

### Bladzijde 160

1 a

SOM VAN DE OGEN

|   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|---|----|----|----|
| 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5  | 6  | 7  |
|   | 1 | 2 | 3 | 4  | 5  | 6  |

rode dobbelsteen

b Zie de groene vakjes. Er zijn 10 mogelijkheden.

c 66 65 64 63  
56 55 54  
46 45  
36

### Bladzijde 161

2 a Het systematisch noteren van alle wedstrijden is veel werk.

b Ze moet dan een driedimensionaal rooster tekenen.

3 a

|     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
|     | 4v1 | 4v2 | 4h1 | 4h2 | 4h3 |
| 4v1 | –   | –   | –   | –   | –   |
| 4v2 |     | –   | –   | –   | –   |
| 4h1 |     |     | –   | –   | –   |
| 4h2 |     |     |     | –   | –   |
| 4h3 |     |     |     |     | –   |

Zie de lege vakjes. Er zijn 10 wedstrijden.

#### Alternatieve uitwerking

In een hele competitie met vijf teams speelt elk van de vijf teams vier thuiswedstrijden.  
Dit geeft  $5 \cdot 4 = 20$  wedstrijden.

In een halve competitie zijn er dus  $\frac{1}{2} \cdot 20 = 10$  wedstrijden.

b In een hele competitie met tien teams speelt elk van de tien teams negen thuiswedstrijden.

Dit geeft  $10 \cdot 9 = 90$  wedstrijden.

In een halve competitie zijn er dus  $\frac{1}{2} \cdot 90 = 45$  wedstrijden.

4 a In elke groep van vijf teams worden  $5 \cdot 4 = 20$  wedstrijden gespeeld.

In de voorronde worden dus  $8 \cdot 20 = 160$  wedstrijden gespeeld.

In de eerste ronde van het afvalsysteem worden  $4 \cdot 2 = 8$  wedstrijden gespeeld.

De overgebleven vier teams spelen in de volgende ronde  $2 \cdot 2 = 4$  wedstrijden.

De laatste twee teams spelen nog 2 wedstrijden.

In totaal zijn er dus  $8 + 4 + 2 = 14$  wedstrijden in het afvalsysteem.

In totaal zijn er dus  $160 + 14 = 174$  wedstrijden.

### Alternatieve uitwerking

In elke groep van vijf teams worden  $5 \cdot 4 = 20$  wedstrijden gespeeld.

In de voorronde worden dus  $8 \cdot 20 = 160$  wedstrijden gespeeld.

Bij een afvalsysteem met een uit- en een thuiswedstrijd valt er per twee wedstrijden één team af (de verliezer). Er moeten zeven teams afvallen voor de winnaar bekend is.

In het afvalsysteem worden dus  $7 \cdot 2 = 14$  wedstrijden gespeeld.

In totaal zijn er dus  $160 + 14 = 174$  wedstrijden.

- b** De kampioen heeft in de voorronde  $4 \cdot 2 = 8$  wedstrijden gespeeld en in de finaleronde  $3 \cdot 2 = 6$  wedstrijden. In totaal dus  $8 + 6 = 14$  wedstrijden.

- 5** Als je de dagen van de week nummert van 1 t/m 7 kun je de mogelijkheden als volgt systematisch noteren:

135, 136, 146, 246, 247, 257, 357

Er zijn dus 7 mogelijke schema's.

- 6** mogelijkheden
- |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|
| 111 | 123 | 135 | 147 | 159 |
| 210 | 222 | 234 | 246 | 258 |
| 321 | 333 | 345 | 357 | 369 |
| 420 | 432 | 444 | 456 | 468 |
| 531 | 543 | 555 | 567 | 579 |
| 630 | 642 | 654 | 666 | 678 |
| 741 | 753 | 764 | 777 | 789 |
| 840 | 852 | 864 | 876 | 888 |
| 951 | 963 | 975 | 987 | 999 |

aantal =  $9 \cdot 5 = 45$

- 7 a**

SOM

|   |   |   |   |   |   |    |    |    |
|---|---|---|---|---|---|----|----|----|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9  | 10 | 11 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8  | 9  | 10 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7  | 8  | 9  |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6  | 7  | 8  |

Er zijn 4 mogelijkheden om 8 ogen te gooien.

- b** Er zijn 18 mogelijkheden om minder dan 8 ogen te gooien.

- c**

PRODUCT

|   |   |   |    |    |    |    |    |    |
|---|---|---|----|----|----|----|----|----|
| 4 | 4 | 8 | 12 | 16 | 20 | 24 | 28 | 32 |
| 3 | 3 | 6 | 9  | 12 | 15 | 18 | 21 | 24 |
| 2 | 2 | 4 | 6  | 8  | 10 | 12 | 14 | 16 |
| 1 | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |
|   | 1 | 2 | 3  | 4  | 5  | 6  | 7  | 8  |

Er zijn 3 mogelijkheden om product 8 te krijgen.

- 8 a**

SOM

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|   | 1 | 2 | 3 | 4 |

Er zijn 8 mogelijkheden om een even aantal te gooien.

- b** mogelijkheden
- |     |     |     |     |     |     |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| 114 | 141 | 411 |     |     |     |
| 123 | 132 | 213 | 231 | 312 | 321 |
| 222 |     |     |     |     |     |

aantal =  $3 + 6 + 1 = 10$

- c bij som = 16    664    646    466  
                               655    565    556  
 bij som = 17    665    656    566  
 bij som = 18    666  
 aantal =  $6 + 3 + 1 = 10$

#### Bladzijde 162

- 9 a aantal =  $2 \cdot 2 \cdot 3 = 12$   
 b aantal =  $\frac{1}{2} \cdot 12 = 6$   
 c aantal =  $1 \cdot 2 \cdot 3 = 6$   
 d aantal =  $2 \cdot 1 \cdot 3 + 2 \cdot 1 \cdot 2 = 10$

#### Bladzijde 164

- 10 a aantal =  $2 \cdot 4 \cdot 5 = 40$   
 b AAA of BBB  
 aantal =  $2 \cdot 4 \cdot 5 + 2 \cdot 2 \cdot 3 = 52$   
 c ACA of CAA  
 aantal =  $2 \cdot 2 \cdot 5 + 1 \cdot 4 \cdot 5 = 40$   
 d B B B (B betekent geen B)  
 aantal =  $3 \cdot 6 \cdot 5 = 90$   
 e groen groen rood of groen rood groen of rood groen groen  
 aantal =  $1 \cdot 2 \cdot 2 + 1 \cdot 2 \cdot 2 + 2 \cdot 2 \cdot 2 = 16$

- 11 a aantal =  $11 \cdot 8 \cdot 5 = 440$   
 b aantal =  $11 \cdot (8 + 5) = 11 \cdot 13 = 143$

- 12 a aantal =  $3 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 72$   
 b aantal =  $(3 + 2) \cdot 4 \cdot 3 = 60$   
 c Extra opgave bij paragraaf 1 geeft aantal =  $4 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 3 = 96$ .  
 Extra opgave bij paragraaf 2 geeft aantal =  $3 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 108$ .  
 Dus de extra opgave heeft ze gemaakt bij paragraaf 2.

- 13 a aantal =  $2 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 = 120$   
 b Ze heeft nu nog  $2 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 = 12$  keuzemogelijkheden.  
 Dus  $\frac{120 - 12}{120} \cdot 100\% = 90\%$  van de keuzemogelijkheden valt af.  
 c iPhone 15 Plus of iPhone 15 met 512 GB opslagruimte of iPhone 15 met 128 of 256 GB  
 aantal =  $1 \cdot 5 \cdot 3 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 1 \cdot 2 + 1 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 50$

#### Bladzijde 165

- 14 Als de letters verschillend moeten zijn, dan aantal =  $4 \cdot 3 = 12$ .  
 Als de letters gelijk mogen zijn, dan aantal =  $4 \cdot 4 = 16$ .

#### Bladzijde 166

- 15 a aantal =  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 360$   
 b Het eerste cijfer is 3 of 4 of 5.  
 aantal =  $3 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 180$   
 c Het eerste cijfer is 6 en het tweede cijfer is 5, 6, 7 of 8 of het eerste cijfer is 7 of 8.  
 aantal =  $1 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 = 576$
- 16 a aantal =  $10 \cdot 17 \cdot 16 = 2720$   
 b aantal =  $10 \cdot 8 \cdot 7 = 560$   
 c Bekijk eerst foto's, dan verslag, ten slotte route.  
 N, F, N of F of F, N, N of F  
 aantal =  $8 \cdot 10 \cdot 16 + 10 \cdot 8 \cdot 16 = 2560$

### Bladzijde 167

- 17** a aantal =  $26 \cdot 26 \cdot 26 = 17576$   
b aantal =  $26 \cdot 25 \cdot 25 = 16250$   
c aantal =  $1 \cdot 26 \cdot 26 = 676$
- 18** a Hoeveel vierlettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?  
b Hoeveel drielettercodes zijn er met drie verschillende letters?  
c Hoeveel vijflettercodes zijn er waarbij de tweede letter niet dezelfde is als de eerste letter?  
d Hoeveel drielettercodes zijn er als geen gelijke letters naast elkaar mogen staan?
- 19** a aantal =  $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$   
b aantal =  $7 \cdot 6 \cdot 6 = 252$   
c aantal =  $7 \cdot 6^4 = 9072$
- 20** a aantal =  $14 \cdot 5 = 70$   
b 16, 16 of 16, 16  
aantal =  $5 \cdot 26 + 26 \cdot 5 = 260$   
c jm of mj  
aantal =  $14 \cdot 17 + 17 \cdot 14 = 476$   
d 15, 15 of 16, 16 of 17, 17  
aantal =  $19 \cdot 18 + 5 \cdot 4 + 7 \cdot 6 = 404$   
e 16, 15 of 17, 16 of 17, 15  
aantal =  $5 \cdot 19 + 7 \cdot 5 + 7 \cdot 19 = 263$
- 21** Als het eerste cijfer een 1 of een 3 is, dan is het tweede cijfer een 2. Op alle oneven posities kan ze daarna kiezen uit een 1 of een 3, en op alle even posities moet ze een 2 zetten. Dat zijn  $2^5$  mogelijkheden.  
Als het eerste cijfer een 2 is, dan staat op alle even posities een 1 of een 3, en op alle oneven posities een 2. Dat zijn ook  $2^5$  mogelijkheden.  
aantal =  $2^5 + 2^5 = 64$

### Bladzijde 168

C1

**a**

| SOM |   |   |   |    |
|-----|---|---|---|----|
| 6   | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 5   | 6 | 7 | 8 | 9  |
| 4   | 5 | 6 | 7 | 8  |
| 3   | 4 | 5 | 6 | 7  |
| 2   | 3 | 4 | 5 | 6  |
| 1   | 2 | 3 | 4 | 5  |
|     | 1 | 2 | 3 | 4  |

aantal = 8

- b** Mogelijkheden zijn:  
444  
443 434 344  
442 424 244  
433 343 334  
aantal = 10

**C2** aantal =  $3 \cdot 5 \cdot 5 + 2 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 2 = 219$

- C3** a aantal =  $6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$   
b aantal =  $6^3 = 216$   
c aantal =  $6 \cdot 5^3 = 750$



## 4.2 Permutaties en combinaties

### Bladzijde 169

- 22 **a** aantal =  $10 \cdot 9 \cdot 8 = 720$   
**b** aantal =  $10 \cdot 9 \cdot \dots \cdot 1 = 3\,628\,800$

### Bladzijde 170

- 23 **a** aantal =  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 = 95\,040$   
**b** aantal =  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6\,720$   
**c** aantal =  $14 \cdot 13 \cdot \dots \cdot 5 = 3\,632\,428\,800$

### Bladzijde 171

- 24 **a** aantal =  $8! = 40\,320$   
**b** aantal =  $4! \cdot 5! = 2\,880$   
**c** aantal =  $2 \cdot 3! \cdot 5! = 1\,440$
- 25 **a** aantal =  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 30\,240$   
**b** aantal =  $5! = 324$

- 26 **a** Kies eerst een klassiek stuk en dan een jazznummer.  
aantal =  $4 \cdot 3 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 12 \cdot 7! = 60\,480$   
**b** Vat de 3 jazznummers als 1 nummer op, dan zijn er 7 nummers in totaal.  
De 3 jazznummers kunnen onderling nog op  $3!$  manieren worden gerangschikt.  
aantal =  $7! \cdot 3! = 30\,240$   
**c** K k K k K k K k K  
aantal =  $5 \cdot 4 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 5! \cdot 4! = 2\,880$   
**d** Voor de drie 'blokjes' met genres zijn er  $3!$  mogelijke volgorden.  
Binnen de genres zijn er  $4!$ ,  $3!$  en  $2!$  mogelijke volgordes.  
aantal =  $3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 2! = 1\,728$

- 27 **a** aantal =  $12 \cdot 11 = 132$   
**b** aantal =  $12! = 479\,001\,600$   
**c** aantal =  $7! \cdot 6! = 3\,628\,800$

- 28 Als er geen voorwaarde zou zijn, dan waren er  $5! = 120$  manieren. Bij de helft van deze manieren staat B dicht bij de locomotief dan A.  
Dus aantal =  $\frac{1}{2} \cdot 120 = 60$ .

- 29 **a** Hoeveel zeslettercodes zijn er met zes verschillende letters?  
**b** Hoeveel drielettercodes zijn er met drie verschillende letters?  
**c** Hoeveel vierlettercodes zijn er als herhalingen zijn toegestaan?  
**d** Hoeveel zeslettercodes zijn er met zes verschillende letters, waarbij de klinkers naast elkaar staan?

### Bladzijde 172

- 30 **a** aantal =  $4 \cdot 3 = 12$   
**b** De helft van 12, dus 6.

### Bladzijde 173

- 31 **a** combinaties  
**b** permutaties  
**c** combinaties  
**d** permutaties  
**e** combinaties

- 32 **a** aantal =  $\binom{25}{5} = 53\,130$   
**b** aantal =  $\binom{25}{20} = 53\,130$ , dus het klopt.

c Ook met andere getallenvoorbeelden blijkt het te kloppen, bijvoorbeeld:

$$\begin{aligned} \bullet \quad \binom{10}{2} &= \binom{10}{8} = 45 \\ \bullet \quad \binom{12}{5} &= \binom{12}{7} = 792 \end{aligned}$$

#### Bladzijde 174

33 a aantal =  $\binom{15}{4} = 1365$

b Het aantal wordt  $\binom{12}{3} = 220$ , dus het aantal vermindert met  $1365 - 220 = 1145$ .

34 a aantal =  $\binom{12}{3} = 220$

b aantal =  $12! = 479\,001\,600$

c aantal =  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 665\,280$

d Het ordenen van de drie vakken kan op  $3!$  manieren.

Binnen de vakken zijn er  $4!$ ,  $3!$  en  $5!$  mogelijke volgordes.

$$\text{aantal} = 3! \cdot 4! \cdot 3! \cdot 5! = 103\,680$$

35 Er zijn 4 mogelijke posities voor het gele potlood en 3 voor het blauwe potlood (of andersom).

De andere posities worden gevuld met het groene en het rode potlood.

$$\text{aantal} = 4 \cdot 3 = 12$$

#### Alternatieve uitwerking

Uit de 4 mogelijke posities worden er 2 gekozen voor het groene en het rode potlood.

Voor het gele potlood zijn er vervolgens nog 2 mogelijke posities en voor het blauwe 1 (of andersom).

$$\text{aantal} = \binom{4}{2} \cdot 2 \cdot 1 = 12$$

36 a Murphy wint het laatste frame en van de eerste 13 wint hij er 8.

$$\text{aantal} = \binom{13}{8} = 1287$$

b Van de eerste 16 frames winnen beide spelers er 8. Voor het laatste frame zijn er 2 mogelijkheden.

$$\text{aantal} = 2 \cdot \binom{16}{8} = 25\,740$$

c Milkins wint het laatste frame en 8 frames van de eerste 8, 9, 10, 11 of 12.

$$\text{aantal} = \binom{8}{8} + \binom{9}{8} + \binom{10}{8} + \binom{11}{8} + \binom{12}{8} = 715$$

37 a  $\binom{17}{0} = 1$      $\binom{17}{1} = 17$      $\binom{17}{16} = 17$      $\binom{17}{17} = 1$

b Je kunt op één manier 0 personen kiezen uit een groep van 17.

Je kunt op 17 manieren 1 persoon kiezen uit een groep van 17.

Je kunt op 17 manieren 16 personen kiezen uit een groep van 17. Je kiest er immers altijd 1 niet.

Je kunt op één manier 17 personen kiezen uit een groep van 17.

c  $\binom{n}{0} = 1$      $\binom{n}{1} = n$      $\binom{n}{n-1} = n$      $\binom{n}{n} = 1$

#### Bladzijde 175

38 a aantal =  $\binom{28}{8} = 3\,108\,105$

b aantal =  $8! = 40\,320$

**c** aantal =  $\binom{8}{5} = 56$

**d** aantal =  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$

**39 a** aantal =  $\binom{60}{5} = 5\,461\,512$

**b** aantal =  $\binom{40}{4} = 91\,390$

**c** aantal =  $\binom{60}{5} \cdot \binom{40}{4} \approx 5,0 \cdot 10^{11}$

#### Bladzijde 176

**40 a** aantal =  $\binom{6}{3} \cdot \binom{9}{3} = 1680$

**b** aantal =  $\binom{6}{6} = 1$

**c** aantal =  $\binom{6}{6} + \binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} = 55$

**d** aantal =  $\binom{6}{5} \cdot \binom{9}{1} + \binom{6}{6} = 55$

#### Alternatieve uitwerking

aantal met 5 of 6 jongens = aantal met 1 of 0 meisjes = 55 (zie vraag c)

**41 a** aantal =  $\binom{12}{5} = 792$

**b** aantal = aantal met beide broers + aantal zonder de broers =  $\binom{2}{2} \cdot \binom{10}{3} + \binom{10}{5} = 372$

**c** aantal = aantal met Thiago + aantal met Don + aantal zonder Thiago en Don  
 $= \binom{1}{1} \cdot \binom{10}{4} + \binom{1}{1} \cdot \binom{10}{4} + \binom{10}{5} = 672$

**42** Voor het drietal zijn er 13 mogelijkheden en voor het tweetal 12 mogelijkheden.  
 In het drietal komen drie van de vier soorten voor, in het tweetal twee van de vier.

aantal =  $13 \cdot 12 \cdot \binom{4}{3} \cdot \binom{4}{2} = 3744$

**43 a** aantal =  $\binom{6}{2} \cdot \binom{3}{2} = 45$

**b** aantal =  $\binom{6}{2} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{19}{1} = 855$

**c** aantal =  $\binom{5}{3} \cdot \binom{23}{1} + \binom{5}{4} = 235$

**d** aantal =  $\binom{6}{4} + \binom{14}{4} + \binom{5}{4} = 1021$

**e** De eerste is 17 jaar of de tweede is 17 jaar.  
 aantal =  $5 \cdot 23 + 23 \cdot 5 = 230$

**f** aantal =  $6 \cdot 5 + 14 \cdot 13 + 5 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 238$

#### Bladzijde 177

**44 a** aantal =  $\binom{21}{8} = 203\,490$

**b** aantal =  $\binom{19}{5} = 11\,628$

**c** aantal =  $\binom{9}{6} \cdot \binom{6}{2} + \binom{9}{7} \cdot \binom{6}{1} + \binom{9}{8} = 1485$

**d** aantal =  $\binom{6}{2} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{6}{2} = 28\,350$

e Je kunt kiezen uit 4 verschillende desserts of geen dessert, dus 5 keuzes.

$$\text{aantal} = \binom{21}{4} \cdot 5 = 29\,925$$

f  $\text{aantal} = 21 \cdot 20 \cdot 19 \cdot 18 \cdot 17 = 2\,441\,880$

#### Bladzijde 178

**C4** a  $\text{aantal} = \binom{9}{3} = 84$

b  $\text{aantal} = 9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 = 3024$

c  $\text{aantal} = \binom{15}{9} \cdot 9! = 1\,816\,214\,400$

#### Alternatieve uitwerking

$$\text{aantal} = 15 \cdot 14 \cdot 13 \cdot 12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 1\,816\,214\,400$$

**C5** a  $\text{aantal} = \binom{13}{5} + \binom{16}{5} = 5655$

b  $\text{aantal} = \binom{16}{5} + \binom{16}{4} \cdot \binom{13}{1} = 28\,028$

### 4.3 Rijtjes en roosters

#### Bladzijde 179

**45** a Combinaties, want de volgorde waarin de groene vierkantjes gekozen worden is niet van belang.

b  $\text{aantal} = \binom{6}{2} = 15$

#### Bladzijde 180

**46** Nadat op vijf van de negen beschikbare posities een N is geplaatst, worden op de vier resterende posities de vier O's geplaatst. Dat laatste kan op  $\binom{4}{4} = 1$  manier en vermenigvuldigen met 1 verandert het antwoord niet.

#### Bladzijde 181

**47** a  $\text{aantal} = \binom{10}{8} = 45$

b  $\text{aantal} = \binom{10}{5} = 252$

c  $\text{aantal} = 2^{10} = 1024$

d  $\text{aantal} = 1 \cdot 1 \cdot 2^8 = 256$

**48**  $\text{aantal} = \binom{8}{4} = 70$

**49** a  $\text{aantal} = \binom{5}{2} = 10$

b  $\text{aantal} = \binom{4}{1} = 4$

c  $\text{aantal} = 10 \cdot 4 = 40$

**50** a  $\text{aantal} = \binom{5}{3} = 10$

b  $\text{aantal} = \binom{5}{4} = 5$

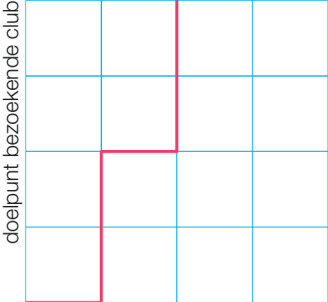
c  $\text{aantal} = 10 + 5 = 15$

- 51** **a** aantal =  $2^{20} = 1\,048\,576$   
**b** aantal =  $\binom{20}{15} = 15\,504$   
**c**  $0,8 \cdot 20 = 16$ , dus minstens 16 goed  
aantal =  $\binom{20}{16} + \binom{20}{17} + \binom{20}{18} + \binom{20}{19} + \binom{20}{20} = 6196$   
Dat is  $\frac{6196}{1\,048\,576} \cdot 100\% \approx 0,6\%$ .

#### Bladzijde 182

- 52** **a**  $\binom{6}{3} = 20$   
**b**  $\binom{7}{3} = 35$   
**c**  $21 + 7 = 28$  en  $\binom{8}{6} = 28$ , dus dat klopt.  
**d**  $2^{12} = 1024$
- 53** **a**  $\binom{8}{3} = \binom{8}{5} = 56$  (zie ook theorie A op bladzijde 179) en  $\frac{8!}{3! \cdot 5!} = 56$   
Dus  $\frac{8!}{3! \cdot 5!} = \binom{8}{3} = \binom{8}{5}$  klopt.  
**b** 47a aantal =  $\frac{10!}{8! \cdot 2!} = 45$   
47b aantal =  $\frac{10!}{5! \cdot 5!} = 252$

#### Bladzijde 183

- 54** **a**   
start doelpunt thuisclub

- b** aantal =  $\binom{6}{4} = 15$   
**c** aantal =  $\binom{4}{1} \cdot \binom{5}{3} = 40$

- 55** **a** aantal =  $\binom{7}{5} + \binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 29$   
**b** Meer A's dan B's, dus 4, 5 of 6 A's.  
aantal =  $\binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 22$   
**c** aantal =  $2^9 = 512$

- 56** **a** aantal =  $\binom{9}{3} = 84$   
**b** aantal =  $\binom{4}{0} + \binom{4}{1} + \binom{4}{2} + \binom{4}{3} + \binom{4}{4} = 16$

**Alternatieve uitwerking**  
aantal =  $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^4 = 16$

57 a  $1113 \quad \binom{4}{3} = 4 \text{ keer}$

$1122 \quad \binom{4}{2} = 6 \text{ keer}$

aantal =  $4 + 6 = 10$

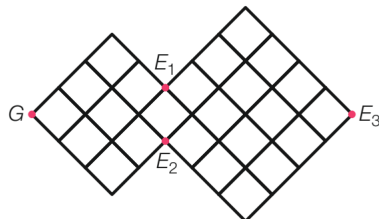
b  $66664 \quad \binom{6}{5} = 6 \text{ keer}$

$66655 \quad \binom{6}{4} = 15 \text{ keer}$

aantal =  $6 + 15 = 21$

58 a aantal =  $\binom{8}{4} = 70$

b Je loopt het volgende rooster.



Om van G naar  $E_3$  te komen, moet je via  $E_1$  of via  $E_2$ .

Dus  $G E_1 E_3$  of  $G E_2 E_3$ .

aantal =  $\binom{5}{2} \cdot \binom{7}{3} + \binom{5}{3} \cdot \binom{7}{4} = 10 \cdot 35 + 10 \cdot 35 = 700$

#### Bladzijde 184

59 a aantal =  $\binom{6}{3} = 20$

b Er zijn nog drie hokjes, waarin 2 B's geplaatst moeten worden.

c aantal =  $\binom{6}{3} \cdot \binom{3}{2} \cdot \binom{1}{1} = 60$

d aantal =  $\binom{6}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{3} = 60$

#### Bladzijde 185

60 aantal =  $\binom{12}{3} \cdot \binom{9}{4} \cdot \binom{5}{5}$ , zie theorie B op bladzijde 184.

aantal =  $\frac{12!}{3! \cdot 4! \cdot 5!}$ , zie opgave 53.

61 a aantal =  $\binom{14}{8} \cdot \binom{6}{4} = 45\,045$

**Alternatieve uitwerking**

aantal =  $\frac{14!}{8! \cdot 4! \cdot 2!} = 45\,045$

b aantal =  $\binom{13}{3} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{5}{1} = 360\,360$

**Alternatieve uitwerking**

aantal =  $\frac{13!}{3! \cdot 5! \cdot 4!} = 360\,360$

c aantal =  $\binom{11}{1} \cdot \binom{10}{4} \cdot \binom{6}{4} = 34\,650$

**Alternatieve uitwerking**

aantal =  $\frac{11!}{4! \cdot 4! \cdot 2!} = 34\,650$

$$\text{d} \quad \text{aantal} = \binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 30$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{5!}{2! \cdot 2! \cdot 1!} = 30$$

$$\text{e} \quad \text{aantal} = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} = 7\,484\,400$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{12!}{(2!)^6} = 7\,484\,400$$

$$\text{62} \quad \text{a} \quad \text{aantal} = \binom{10}{4} \cdot \binom{6}{3} = 4200$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{10!}{4! \cdot 3! \cdot 3!} = 4200$$

$$\text{b} \quad \text{aantal} = \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{4} = 280$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{8!}{3! \cdot 4! \cdot 1!} = 280$$

$$\text{63} \quad \text{aantal} = \binom{20}{14} \cdot \binom{6}{2} = 581\,400$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{20!}{14! \cdot 2! \cdot 4!} = 581\,400$$

**Bladzijde 186**

$$\text{C6} \quad \text{a} \quad \text{aantal} = \binom{6}{4} = 15$$

$$\text{b} \quad \text{aantal} = 2^6 = 64$$

$$\text{C7} \quad \text{a} \quad \text{aantal} = \binom{13}{4} \cdot \binom{9}{3} = 60\,060$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{13!}{4! \cdot 3! \cdot 6!} = 60\,060$$

$$\text{b} \quad \text{aantal} = \binom{8}{3} \cdot \binom{5}{2} = 560$$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{8!}{3! \cdot 2! \cdot 3!} = 560$$

## 4.4 Allerlei telproblemen

**Bladzijde 187**

$$\text{64} \quad \text{a} \quad \text{aantal} = \binom{6}{3} = 20$$

$$\text{b} \quad \text{aantal} = 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$$

$$\text{c} \quad \text{aantal} = 6 \cdot 6 \cdot 6 = 216$$

**65 a** volgorde niet van belang, herhalingen wel toegestaan

|                        |      | volgorde van belang       |                     |
|------------------------|------|---------------------------|---------------------|
|                        |      | wel                       | niet                |
| herhalingen toegestaan | wel  | $7 \cdot 7 \cdot 7 = 343$ | -                   |
|                        | niet | $7 \cdot 6 \cdot 5 = 210$ | $\binom{7}{3} = 35$ |

**c** Op hoeveel manieren kun je...

|                        |      | volgorde van belang                                                             |                                                     |
|------------------------|------|---------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
|                        |      | wel                                                                             | niet                                                |
| herhalingen toegestaan | wel  | ... drie personen hun favoriete liedje laten kiezen uit een playlist van zeven? | -                                                   |
|                        | niet | ... een top drie maken uit een playlist van zeven liedjes?                      | ... drie liedjes kiezen uit een playlist van zeven? |

#### Bladzijde 188

**66 a** aantal =  $\binom{9}{3} = 84$

**b** aantal =  $\binom{n+k-1}{k}$

**67 a** aantal =  $2^{10} = 1024$

**b** aantal =  $\binom{10}{0} + \binom{10}{1} + \binom{10}{2} + \binom{10}{3} = 176$

**68** aantal =  $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot 7 = 5040$

**69 a** aantal =  $\binom{10}{3} = 120$

**b** aantal =  $\binom{10}{9} = 10$

**c** aantal =  $2^{10} = 1024$

**d** aantal = aantal van start naar  $Y \times$  aantal van  $Y$  naar strand =  $\binom{5}{3} \cdot 2^5 = 320$

#### Bladzijde 189

**70** CCC CCE CCS CEE CES  
EEE EES ESS  
SSS

**71 a** aantal =  $6! = 720$

**b** aantal =  $6 \cdot 5 + 6 \cdot 5 \cdot 4 + 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 510$

**c** aantal =  $6^{10} = 60466176$

**d** aantal =  $6^2 + 6^3 + 6^4 = 1548$

**72 a** aantal =  $4! \cdot 3! = 144$

**b** mjmjmjm  
aantal =  $4 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 1 = 144$

**c** aantal =  $1 \cdot 6! = 720$

**d** aantal =  $5! \cdot 2! = 240$



- e eerste en laatste psychologie of eerste en laatste economie

Kies eerst de eerste en de laatste.

$$\text{aantal} = 3 \cdot 2 \cdot 5! + 2 \cdot 1 \cdot 5! = 960$$

- f jmmxxxx of mjxxxx

$$\text{aantal} = 3 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 4! + 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 4! = 1440$$

**73** a  $\text{aantal} = \binom{12}{2} \cdot \binom{10}{2} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{2} = 7\,484\,400$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{12!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 7\,484\,400$$

b  $\text{aantal} = 6^{12} = 2\,176\,782\,336$

#### Bladzijde 190

**74**  $\text{aantal} = \binom{21}{6} \cdot \binom{15}{8} \cdot \binom{7}{4} \approx 1,2 \cdot 10^{10}$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{21!}{6! \cdot 8! \cdot 4! \cdot 3!} \approx 1,2 \cdot 10^{10}$$

**75** a  $\text{aantal} = 10! = 3\,628\,800$

- b Neem de oefeningen met losse gewichten als 1 blok, dan zijn er 8! mogelijke volgordes.

Voor de oefeningen met losse gewichten zijn er 3! mogelijke volgordes.

$$\text{aantal} = 8! \cdot 3! = 241\,920$$

- c Voor de drie soorten oefeningen zijn er 3! volgordes.

Binnen de vloeroefeningen zijn er 2! volgordes.

Binnen de oefeningen met losse gewichten zijn er 3! volgordes.

Binnen de oefeningen op apparaten zijn er 4! volgordes.

$$\text{aantal} = 1 \cdot 3! \cdot 2! \cdot 3! \cdot 4! = 1728$$

**76** a  $\text{aantal} = 3^{19} = 1\,162\,261\,467$

b  $\text{aantal} = \binom{19}{5} = 11\,628$

c  $\text{aantal} = \binom{19}{6} \cdot \binom{13}{6} = 46\,558\,512$

**Alternatieve uitwerking**

$$\text{aantal} = \frac{19!}{6! \cdot 6! \cdot 7!} = 46\,558\,512$$

d  $\text{aantal} = \binom{19}{0} + \binom{19}{1} + \binom{19}{2} = 191$

- e Het eerste, middelste en laatste branden rood of groen. De overige 16 lampjes branden rood of groen of zijn uit.

$$\text{aantal} = 2^3 \cdot 3^{16} = 344\,373\,768$$

f  $\text{aantal} = \binom{19}{5} \cdot 2^{14} = 190\,513\,152$

#### Bladzijde 191

**77** a  $\text{aantal} = \binom{10}{3} = 120$

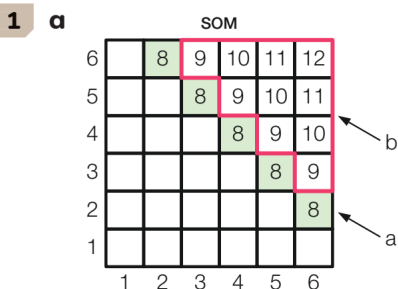
b  $\text{aantal} = \binom{10}{5} = 252$

c  $\text{aantal} = \frac{1}{2} \cdot \binom{10}{5} = 126$

- 78 a** aantal =  $16 \cdot 15 \cdot \dots \cdot 5 \approx 8,7 \cdot 10^{11}$   
**b** aantal =  $12! = 479\,001\,600$   
**c** Voor de eerste rij zijn er  $12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 4$  mogelijkheden.  
 Voor de tweede rij zijn er dan nog  $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 4$  mogelijkheden.  
 Voor de derde en vierde rij zijn er dan respectievelijk nog  $6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 4$  en  $3 \cdot 2 \cdot 1 \cdot 4$  mogelijkheden.  
 aantal =  $12! \cdot 4^4 \approx 1,2 \cdot 10^{11}$   
**d** De 4 socialmedia-apps kunnen op  $4! = 24$  manieren worden gerangschikt.  
 Er zijn 4 rijen en 4 kolommen waar deze kunnen komen, dus 8 mogelijkheden in totaal.  
 Voor de overige apps zijn er nog  $12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 5$  mogelijkheden.  
 aantal =  $4! \cdot 8 \cdot 12 \cdot 11 \cdot \dots \cdot 5 = 3\,832\,012\,800$

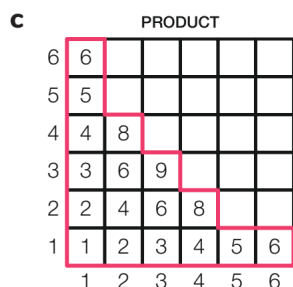
## Kennis- en vaardigheidentest

### Bladzijde 192



aantal = 5

**b** aantal = 10



aantal = 17

- 2 a** Mogelijkheden zijn:  
 1 1 1  
 1 1 2   1 2 1   2 1 1  
 1 1 3   1 3 1   3 1 1  
 1 2 2   2 1 2   2 2 1  
 aantal = 10  
**b** Mogelijkheden zijn:  
 1 1 4   1 4 1   4 1 1  
 1 2 3   1 3 2   2 1 3   2 3 1   3 1 2   3 2 1  
 2 2 2  
 aantal = 10

- 3 a** aantal =  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$   
**b** Getal kleiner dan 50 000, dus eerste cijfer 2, 3 of 4.  
 aantal =  $3 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 1080$   
**c** aantal =  $7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 7^5 = 16\,807$   
**d** Getal groter dan 54 000, dus eerste cijfer 5 en tweede cijfer 4, 5, 6, 7 of 8  
 of eerste cijfer 6, 7 of 8.  
 aantal =  $1 \cdot 5 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 + 3 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 7 = 8918$

- 4** **a** aantal =  $8! = 40\,320$   
**b** aantal =  $6! \cdot 3! = 4320$   
**c** Je kunt op  $5 \cdot 4 = 20$  manieren de twee meisjesfietsen voor de buitenkant kiezen.  
 Daarna moeten de overige 6 fietsen geplaatst worden, dat kan op  $6!$  manieren.  
 Dus aantal =  $20 \cdot 6! = 14\,400$ .  
**d** aantal =  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$

- 5** **a** aantal =  $\binom{6}{2} \cdot \binom{5}{1} \cdot \binom{3}{1} = 225$   
**b** aantal =  $\binom{5}{3} \cdot \binom{9}{1} + \binom{5}{4} = 95$   
**c** aantal =  $\binom{11}{4} = 330$

#### Bladzijde 193

- 6** **a** aantal =  $\binom{11}{6} = 462$   
**b** aantal =  $\binom{11}{8} + \binom{11}{9} + \binom{11}{10} + \binom{11}{11} = 232$   
**c** aantal =  $2^{11} = 2048$

- 7** **a** aantal =  $2^{10} = 1024$   
**b** aantal =  $\binom{10}{5} = 252$   
**c** Van de 7 resterende doelpunten maakt Stijn er 6 of 7.  
 aantal =  $\binom{7}{6} + \binom{7}{7} = 8$

- 8** Van de 30 vierkantjes zijn er  $0,4 \cdot 30 = 12$  blauw, 12 rood,  $0,1 \cdot 30 = 3$  groen en 3 oranje.  
 aantal =  $\binom{30}{12} \cdot \binom{18}{12} \cdot \binom{6}{3} \approx 3,2 \cdot 10^{13}$

- 9** aantal =  $3^{14} = 4\,782\,969$

- 10** **a** aantal =  $\binom{10}{1} \cdot \binom{9}{3} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{1} \cdot \binom{3}{1} \cdot \binom{2}{1} = 302\,400$

#### Alternatieve uitwerking

- aantal =  $\frac{10!}{3! \cdot 2!} = 302\,400$   
**b** aantal =  $7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 = 2520$   
**c** aantal =  $7 \cdot 6 + 7 \cdot 6 \cdot 5 = 252$   
**d** aantal =  $7^2 + 7^3 + 7^4 = 2793$

### Gemengde opgaven

#### Bladzijde 194

- 1** **a** aantal =  $\binom{6}{2} = 15$   
**b** aantal =  $\binom{6}{1} + \binom{6}{2} + \binom{6}{3} + \binom{6}{4} + \binom{6}{5} + \binom{6}{6} = 63$

#### Alternatieve uitwerking

aantal =  $2^6 - 1 = 63$

- 2** **a** aantal =  $\binom{3}{2} \cdot \binom{6}{1} = 18$   
**b** aantal =  $\binom{9}{3} = 84$

- c** De mogelijke combinaties zijn CDA/D66/VVD, CDA/ D66/GB, CDA/VVD/GB en D66/VVD/GB.  
 aantal =  $3 \cdot 3 \cdot 2 + 3 \cdot 3 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 + 3 \cdot 2 \cdot 1 = 39$
- d** aantal =  $7! \cdot 3! = 30\,240$
- e** aantal =  $4! \cdot 3! \cdot 3! \cdot 2! \cdot 1 = 1728$

**3** WISKUNDE bevat 8 verschillende letters.

- a** aantal =  $8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 6720$
- b** aantal =  $8^5 = 32\,768$
- c** aantal =  $1 \cdot 1 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 = 120$

#### Bladzijde 195

**4 a** aantal =  $\binom{20}{4} \cdot \binom{16}{4} \cdot \binom{12}{4} \cdot \binom{8}{4} \approx 3,1 \cdot 10^{11}$

**b** aantal =  $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 30$

#### Alternatieve uitwerking

$$\text{aantal} = \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 30$$

- c** mogelijkheden
- |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|
| RBGRB | RBGBR | RBRGB | RBRBG |
| BRGRB | BRGBR | BRBGR | BRBRG |
| GBRBR |       |       |       |
| BGRBR |       |       |       |
| GRBRB |       |       |       |
| RGBRB |       |       |       |

$$\text{aantal} = 12$$

**5 a** aantal =  $\binom{8}{3} \cdot \binom{5}{3} = 560$

#### Alternatieve uitwerking

$$\text{aantal} = \frac{8!}{3! \cdot 3! \cdot 2!} = 560$$

**b** Vier cijfers uit de zes cijfers kiezen kan op  $\binom{6}{4}$  manieren.

$$\text{aantal} = \binom{6}{4} \cdot \binom{8}{2} \cdot \binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} = 37\,800$$

#### Alternatieve uitwerking

$$\text{aantal} = \binom{6}{4} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 2! \cdot 2! \cdot 2!} = 37\,800$$

- c** Er komt dan één van de cijfers drie keer voor (hiervoor zijn 6 mogelijkheden) of twee van de cijfers komen elk twee keer voor (en hiervoor zijn  $\binom{6}{2}$  mogelijkheden).

$$\text{aantal} = 6 \cdot \frac{8!}{3!} + \binom{6}{2} \cdot \frac{8!}{2! \cdot 2!} = 40\,320 + 151\,200 = 191\,520$$

**d** Het eerste cijfer is 1 of 2 of het eerste cijfer is 3 en het tweede cijfer is 1, 2 of 4.  
 aantal =  $2 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 + 1 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 3 = 156$

**e** Het eerste cijfer is 4, 5 of 6 of het eerste cijfer is 3 en het tweede cijfer is 5 of 6.  
 aantal =  $3 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6 + 1 \cdot 2 \cdot 6 \cdot 6 = 720$

**6** Van de drie verschillende cijfers wordt er één drie keer gebruikt of van de drie verschillende cijfers worden er twee dubbel gebruikt.

Van de drie verschillende cijfers wordt er één drie keer gebruikt:

Stel dat het cijfer 4 driemaal wordt gebruikt, dan zijn er  $\binom{5}{3} \cdot \binom{2}{1} = 20$  mogelijkheden.

Dit geldt ook als de cijfers 7 of 8 driemaal worden gebruikt, dus  $3 \cdot 20 = 60$  mogelijkheden.

Van de drie verschillende cijfers worden er twee dubbel gebruikt:

Er zijn  $\binom{3}{2} = 3$  tweetallen mogelijk die dubbel worden gebruikt (4 en 7 dubbel of 4 en 8

dubbel of 7 en 8 dubbel). Elk van deze mogelijkheden levert  $\binom{5}{2} \cdot \binom{3}{2} = 30$  mogelijkheden.

Dus als twee cijfers dubbel worden gebruikt zijn er 90 mogelijkheden.

Totaal  $60 + 90 = 150$  mogelijkheden.

### Alternatieve uitwerking

Van de drie verschillende cijfers wordt er één drie keer gebruikt of van de drie verschillende cijfers worden er twee dubbel gebruikt.

Eén cijfer drie keer gebruikt:  $3 \cdot \frac{5!}{3!} = 60$  mogelijkheden.

Twee dubbel gebruikt:  $\binom{3}{2} \cdot \frac{5!}{2! \cdot 2!} = 90$  mogelijkheden.

Totaal  $60 + 90 = 150$  mogelijkheden.

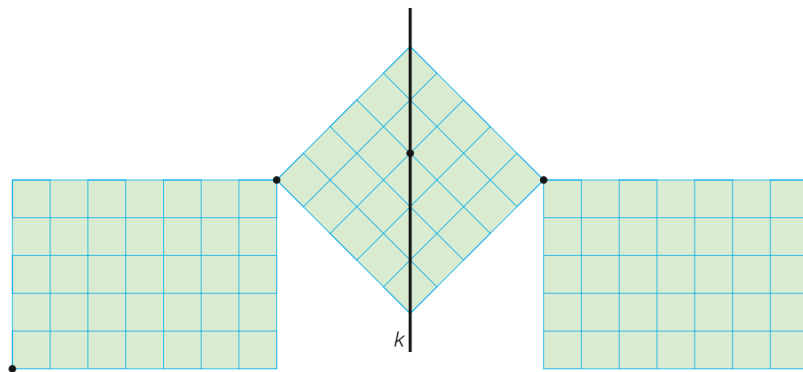
### Bladzijde 196

**7 a** aantal =  $\binom{12}{5} \cdot \binom{5}{2} = 792 \cdot 10 = 7920$

**b** aantal =  $\binom{12}{5} \cdot 2^5 = 25\,344$

**c** aantal =  $\binom{12}{5} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{12}{5} = \left(\binom{12}{5} \cdot \binom{5}{2}\right)^2 = 7920^2 = 62\,726\,400$

**d** Spiegel de figuur in de lijn  $k$ .



aantal =  $\binom{12}{5} \cdot \binom{10}{5} \cdot \binom{12}{5} = 158\,070\,528$

**8 a** Noem de teams A en B.

A wint in vijf wedstrijden  $\underbrace{\text{BAAA}}_{\binom{4}{1}=4} \text{A}$

Er zijn dus 4 mogelijkheden voor A om in vijf wedstrijden te winnen.

Dat geldt ook voor B.

Dus bij vijf wedstrijden zijn er  $4 + 4 = 8$  mogelijkheden.

Bij zes wedstrijden:  $\underbrace{\text{BBAAA}}_{\binom{5}{2}=10} \text{A}$

Dus bij zes wedstrijden zijn er  $10 + 10 = 20$  mogelijkheden.

**b** Vier, vijf, zes of zeven wedstrijden.

aantal =  $2 + 8 + 20 + 2 \cdot \binom{6}{3} = 70$

**9 a** Er zijn  $4 \cdot 5 = 20$  vakjes.

$$\text{aantal} = \binom{20}{6} = 38\,760$$

**b** aantal =  $2^{20} = 1\,048\,576$

**c** aantal =  $\binom{5}{1} \cdot \binom{5}{2} \cdot \binom{5}{3} \cdot \binom{5}{4} = 5 \cdot 10 \cdot 10 \cdot 5 = 2500$

**d** aantal =  $3^{20} = 3\,486\,784\,401$

Dus  $\frac{3\,486\,784\,401}{1\,048\,576} \approx 3325$  keer zoveel.

**e** aantal =  $\binom{5}{2} \cdot 2^3 \cdot 3^{15} = 1\,147\,912\,560$

#### Bladzijde 197

**10 a** aantal =  $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2} \cdot \binom{2}{1} = 180$

**b** aantal =  $3! \cdot 3! = 36$

**c** Voor zowel de kerken als de musea geldt dat er twee manieren zijn waarop de drie gebouwen allemaal op een andere plek liggen dan eerst.  
aantal =  $2 \cdot 2 = 4$

**d** Twee van de vijf kandidaten hebben de juiste mol genoemd, de overige drie kandidaten één van de andere vier kandidaten (omdat ze zichzelf niet noemen).

$$\text{aantal} = \binom{5}{2} \cdot 4^3 = 640$$

# Verantwoording

## Beeld

Technisch tekenwerk: Integra Software Services, India

## Colofon

Omslagontwerp: Shootmedia, Groningen

Ontwerp binnenwerk: Ebel Kuipers grafisch ontwerp, Sappemeer

Lay-out: Integra Software Services

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan:  
Noordhoff Uitgevers B.V., Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13,  
9700 VB Groningen of via [www.noordhoff.nl/klantenservice](http://www.noordhoff.nl/klantenservice).

*De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlelen.*

0 / 25



© 2025 Noordhoff Uitgevers B.V. Alle rechten voorbehouden. Tekst- en datamining niet toegestaan.

ISBN 978-90-01-06498-3





