

MODERNE WISKUNDE



Noordhoff Uitgevers

$$F = m \cdot g$$

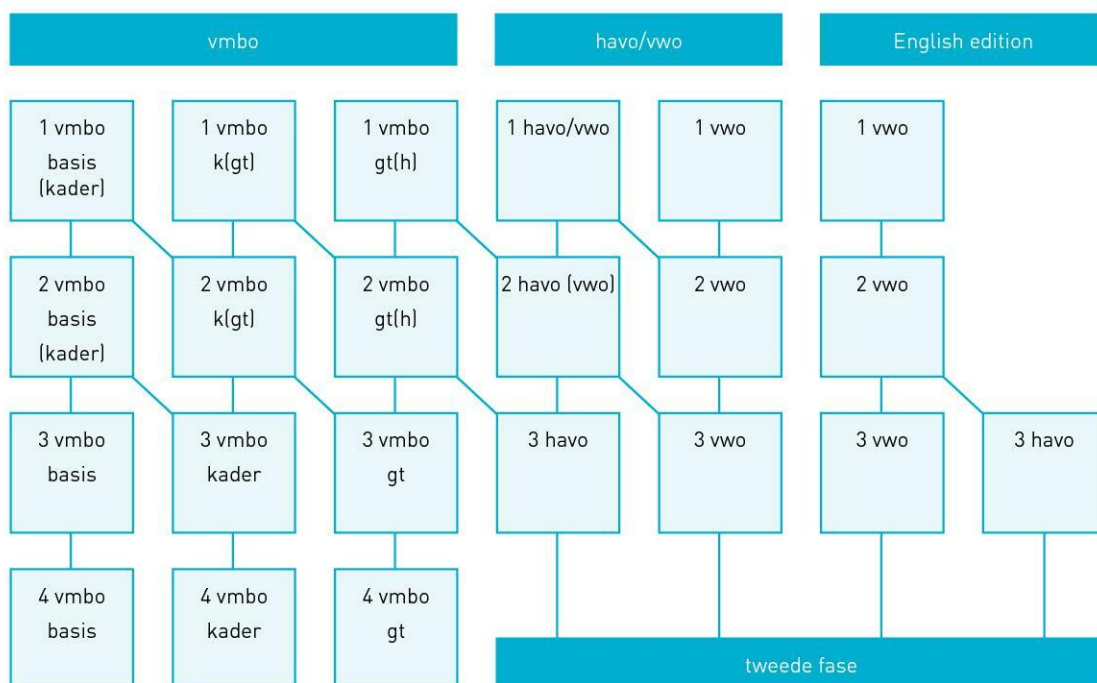


12e editie

Moderne Wiskunde

3A vmbo-gt

Serieoverzicht Onderbouw



Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.



Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsenauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

12e editie

Moderne Wiskunde

3A vmbo-gt

Wanda Boele

Ine van Breugel

Ronald Buijs

Maico Burger

Cees de Hoog

Anne van der Horst

Melanie Kos

Gerard Lakeman

Marga van Loef - Combee

Wilma Verkooijen

Sjaak Voet

Bert van der Windt

Moderne Wiskunde

3A vmbo- gt

1 Formules en grafieken 6

Voorkennis 8

1.1 Punt- en lijngrafieken 10

1.2 Parabolen 14

1.3 Derdemachtsformules 18

1.4 Wortelformules 22

1.5 Omgekeerd evenredig verband 26

Vaardigheden | Test jezelf 30

Samenvatting | Extra oefening 32

Gemengde opdrachten 38

2 Plaats en afstand 40

Voorkennis 42

2.1 Aanzichten en plaatsbepalen 44

2.2 Koers en koershoek 48

2.3 Plaatsbepalen 52

2.4 Drie coördinaten 56

2.5 Pythagoras in de ruimte 60

Vaardigheden | Test jezelf 64

Samenvatting | Extra oefening 68

Gemengde opdrachten 76

3 Rekenen met formules 78

Voorkennis 80

3.1 Som- en verschilformules 82

3.2 Dezelfde formules 86

3.3 Formules korter schrijven 90

3.4 Formules combineren 94

Vaardigheden | Test jezelf 98

Samenvatting | Extra oefening 100

Gemengde opdrachten 104

Keuzeonderwerpen 1 106

Technische vaardigheden 1 108

Wiskundige denkactiviteiten 1 112

Puzzelen 1 114

4 Werken met aantallen 118

Voorkennis 120

- 4.1 Procenten en factor 122
- 4.2 Hetzelfde percentage erbij of eraf 126
- 4.3 Wetenschappelijke notatie van grote getallen 130
- 4.4 Wetenschappelijke notatie van kleine getallen 134
- 4.5 Rekenen met de wetenschappelijke notatie 138
 - Vaardigheden | Test jezelf 142
 - Samenvatting | Extra oefening 144
 - Gemengde opdrachten 148

5 Gelijkvormigheid 150

Voorkennis 152

- 5.1 Schaduwen 154
- 5.2 Gelijkvormigheid 158
- 5.3 Rekenen met gelijkvormigheid 162
- 5.4 Teken in dezelfde stand 166
 - Vaardigheden | Test jezelf 170
 - Samenvatting | Extra oefening 172
 - Gemengde opdrachten 176

6 Statistiek 178

Voorkennis 180

- 6.1 Stapeldiagrammen 182
- 6.2 Diagrammen 186
- 6.3 Diagrammen en tabellen combineren 190
- 6.4 Spreidingsbreedte en mediaan 194
- 6.5 Kwartielen 198
 -  Doe-opdrachten 202
 - Vaardigheden | Test jezelf 204
 - Samenvatting | Extra oefening 208
 - Gemengde opdrachten 214

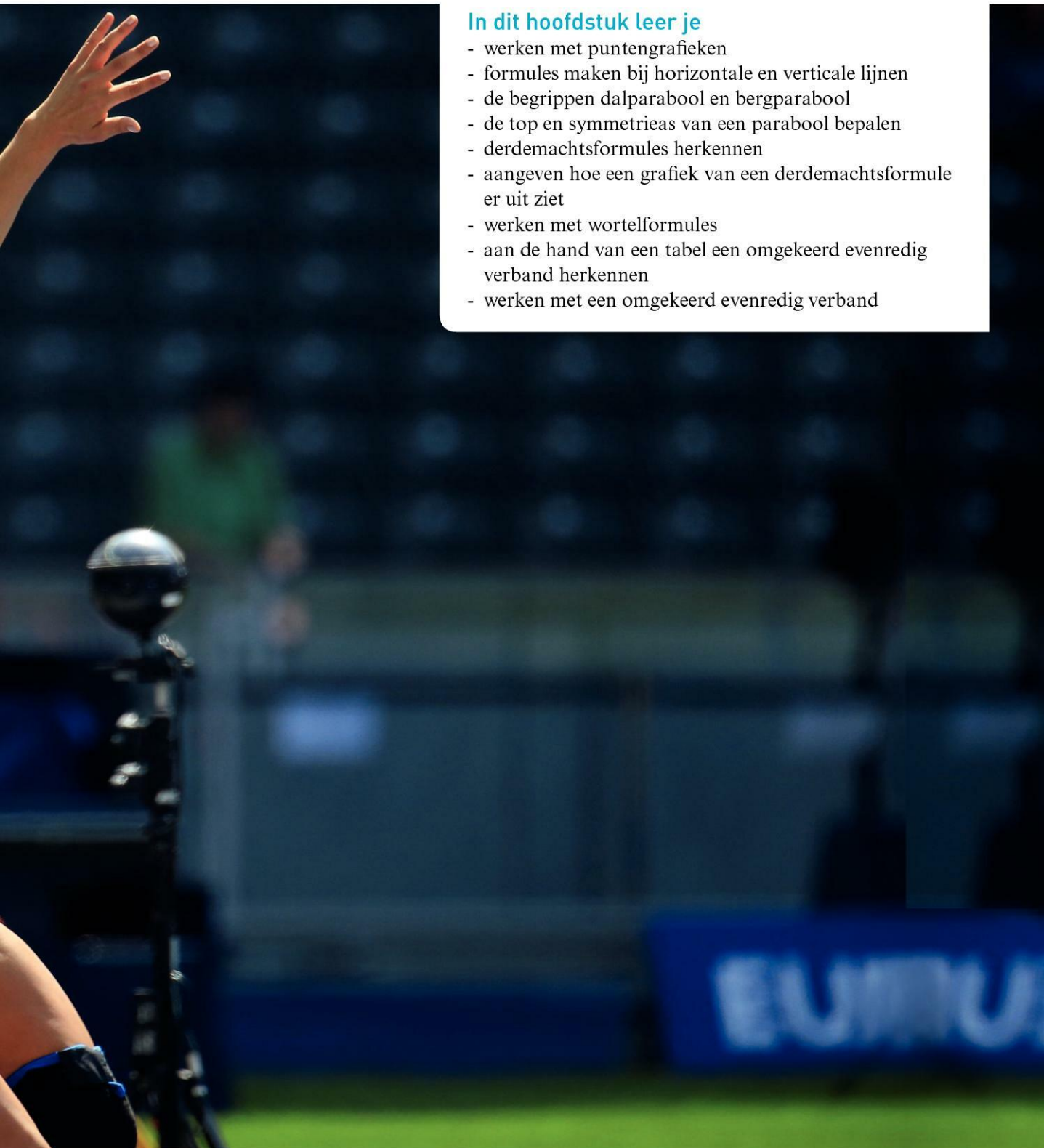
Keuzeonderwerpen 2 216

- Technische vaardigheden 2 218
- Wiskunde in de praktijk
 - Mediagebruik 222
 - Drones 224
- Door elkaar 1 226

Uit leerjaar 1 en 2 228

Trefwoorden 248





In dit hoofdstuk leer je

- werken met puntgrafieken
- formules maken bij horizontale en verticale lijnen
- de begrippen dalparabool en bergparabool
- de top en symmetrieas van een parabool bepalen
- derdemachtsformules herkennen
- aangeven hoe een grafiek van een derdemachtsformule er uit ziet
- werken met wortelformules
- aan de hand van een tabel een omgekeerd evenredig verband herkennen
- werken met een omgekeerd evenredig verband



- V1 Lydia gaat broodjes afbakken. De oven moet vooraf verwarmd worden tot een temperatuur van 220°C . De begintemperatuur van de oven is 20°C . Elke minuut wordt de oven 25 graden warmer. De tabel hoort bij het voorverwarmen van de oven.

aantal minuten	0	1	2	3	4	5	6
aantal graden Celcius	20	...	...	...	...	...	...
toename	...	...	...	...	...	...	...

- 234 a Vul de tabel verder in. Vul ook de **toenamen** onder de tabel in.
- 234 b Waarom hoort bij deze tabel een **lineaire formule**?
- 235 c Welk **startgetal** hoort bij de formule?
- 235 d Schrijf ook het **hellingsgetal** van de formule op.
- e Na hoeveel minuten is de oven klaar met voorverwarmen?

- V2 Bij het verwarmen van een hoeveelheid water hoort de formule $t = 5 \times m + 18$. Hierbij is t de temperatuur in graden Celsius en m de verwarmtijd in minuten.
- a Schrijf de begintemperatuur van het water op.
- b Hoeveel graden stijgt de temperatuur per minuut?

- V3 a Vul in de formule $y = 5 - 3 \times x$ voor x de waarde -2 in en laat zien dat hierbij de waarde $y = 11$ hoort.
- b Vul de tabel verder in.
- c Schrijf het startgetal en het hellingsgetal van de formule op.
- d Teken de grafiek bij de formule.

x	-2	-1	0	1	2	3	4
y	11	...	...	...	...	...	...

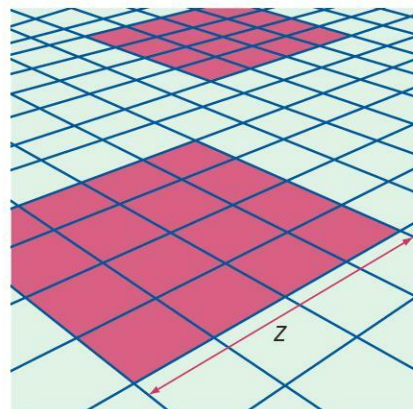
V4 Op een plein worden negen vierkanten gelegd van gekleurde stoeptegels. Met de formule $b = 9 \times z \times z$ kun je het benodigde aantal gekleurde stoeptegels berekenen. Hierbij is b het aantal gekleurde stoeptegels en z het aantal stoeptegels langs één zijde van het vierkant.

- a Het plein op de tekening krijgt negen vierkanten met $z = 4$.
Leg uit dat er dan 144 gekleurde stoeptegels nodig zijn.
b Hoeveel gekleurde stoeptegels zijn er nodig als $z = 5$?
c Vul de tabel bij de formule in.

z	1	2	3	4	5	6
b	...	...	...	...	...	...

toename

verschil tussen de toenamen



236 d Schrijf bij de pijltjes de toenamen en het **verschil tussen de toenamen**.

236 e Hoe zie je aan de tabel dat de formule een **kwadratische formule** is?

f Teken de grafiek bij deze formule.

V5 a Bereken.

- 1 -4^2 4 $(-2)^2$
 2 $(-4)^2$ 5 -2^2
 3 4^2 6 2^2

b Welke uitkomsten zijn positief?

237 V6 **Schrijf** de formules **zo kort mogelijk**.

- a $y = 4 \times x + 17$ d $y = 5 \times \sqrt{x}$
 b $a = 6 - 5 \times x$ e $y = -2 \times x \times x$
 c $m = 3 \times p \times p$ f $p = 5 \times q - 5$

V7 a Vul de tabel verder in bij de formule $y = 3x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	27	...	...	...	...	...	...	...

$3x^2 = 3 \times x \times x$

- b Teken de grafiek bij de formule.
 c Welke **vorm** heeft deze **grafiek**?

236

1.1 Punt- en lijngrafieken

Je leert

- werken met puntgrafieken
- formules maken bij horizontale en verticale lijnen

Leerroutes

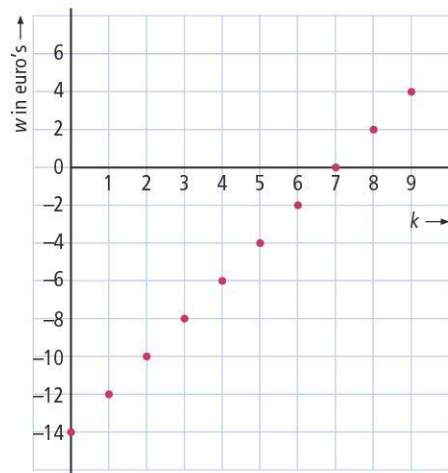
- ondersteunend: 1—2—3—04—5—06—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—3—4—5—7—U1—U2

- 1 Willemien verkoopt op een fancy fair zelfgemaakte kaarten voor € 2,- per stuk. Aan materiaal is zij € 14,- kwijt. Met de formule $w = 2k - 14$ kan zij haar winst berekenen. Hierbij is w de winst in euro's en k het aantal verkochte kaarten.

a Vul de tabel verder in.

k	0	1	2	3	4	5
w in euro's	-14	...	...	...	...	...

- b Waarom kun je voor k geen 1,5 nemen?
- c Bij de tabel is een grafiek getekend van losse punten. Waarom is het tekenen van een rechte lijn door deze punten eigenlijk niet goed?



Theorie

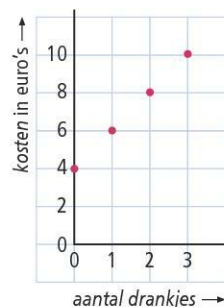
Soms bestaat een grafiek alleen maar uit punten. Zo'n grafiek heet een **puntengrafiek**.

Let op: vaak wordt er toch een lijn door de punten getekend om het verloop te laten zien. Niet alle punten van deze lijn hebben een betekenis.

Voorbeeld

Abbas gaat naar de disco, De entree is € 4,- en elk drankje kost € 2,-. Waarom hoort hier eigenlijk een puntengrafiek bij?

Hier hoort eigenlijk een puntengrafiek bij, omdat Abbas bijvoorbeeld geen 3,5 drankjes kan kopen.



- 2 Kijk naar het voorbeeld hierboven. Leg uit waarom Abbas niet negen euro in de disco kan uitgeven.

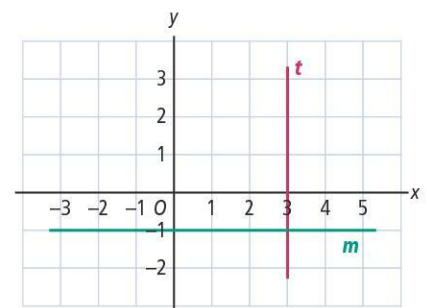


- 3** Dillen spaart voetbalplaatjes. Een voetbalplaatje kost € 0,90 en het album om ze in te plakken kost € 2,50. De formule bij het bedrag dat hij betaalt is $b = 0,90a + 2,50$. Hierbij is a het aantal voetbalplaatjes en b het betaalde bedrag in euro's.
- Dillen koopt 25 voetbalplaatjes. Hoeveel euro heeft hij uitgegeven?
 - MaaK een tabel bij deze formule. Neem voor a de waarden 0 tot en met 8.
 - Leg uit dat de bijbehorende grafiek een puntengrafiek is.
 - Teken de grafiek bij deze formule.

Ondersteunende route → maak opdracht 04

- 4** Bij de formule $k = 8a + 15$ passen de volgende twee situaties.
- In een bad zit al 15 liter water. Jan laat het bad verder volstromen met water, met een snelheid van acht liter water per minuut.
 - Carla volgt fitnesslessen. Het inschrijfgeld was 15 euro. Per les betaalt ze acht euro.
- Hoort bij situatie 1 of 2 een puntengrafiek?
 - Teken deze puntengrafiek.

- 5** In het assenstelsel is een verticale lijn t getekend.
- Schrijf de coördinaten op van vijf punten op lijn t .
 - Vul in.
*De **x-coördinaat** van deze punten is steeds het getal ...*
 - Er is ook een horizontale lijn m getekend. Schrijf ook de coördinaten van vijf punten van deze lijn op.
 - Vul in.
*De **y-coördinaat** van deze punten is steeds het getal ...*



Theorie

De punten op een **horizontale lijn** hebben allemaal dezelfde y -coördinaat.

De formule heeft de vorm $y = \text{getal}$.

De punten op een **verticale lijn** hebben allemaal dezelfde x -coördinaat.

De formule heeft de vorm $x = \text{getal}$.

Voorbeeld

Schrijf de formule op van de blauwe en de rode lijn.

Op de horizontale blauwe lijn liggen de punten (x, y) , zoals $(-2, 1)$, $(0, 1)$ en $(2, 1)$.

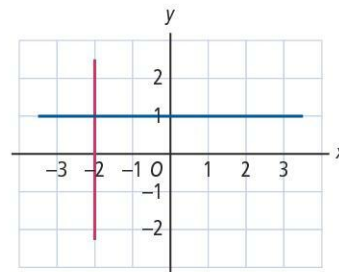
De y -coördinaten van alle punten op deze lijn is steeds 1.

De formule van de blauwe lijn is $y = 1$.

Op de verticale rode lijn liggen de punten (x, y) , zoals $(-2, 2)$, $(-2, 1)$ en $(-2, -1)$.

De x -coördinaat van alle punten op deze lijn is steeds -2 .

De formule van de rode lijn is $x = -2$.



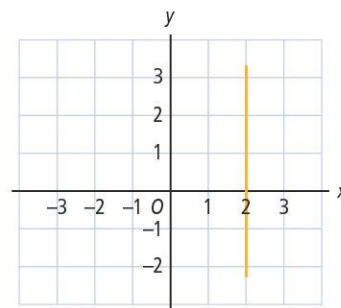
Ondersteunende route → maak opdracht O6

6 a Vul in: de formule van de verticale lijn is $x = \dots$

W b Teken de lijn $x = -1$ in het assenstelsel.

c Teken ook de lijn $y = 3$ in het assenstelsel.

d Teken er ook de lijn $y = -2$ in.



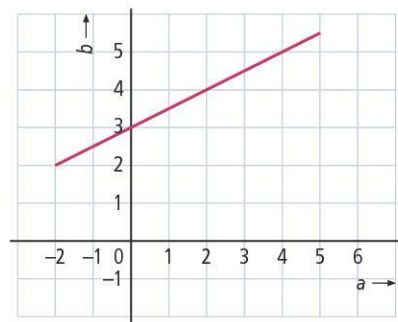
7 De grafiek hoort bij de formule $b = 3 + \frac{1}{2}a$.

W a Teken de lijn $a = 4$ in hetzelfde assenstelsel.

b Schrijf de coördinaten op van het snijpunt van die twee lijnen.

c Schrijf ook de coördinaten op van het snijpunt van lijn $b = 3 + \frac{1}{2}a$ met de lijn $a = 1$.

d Welke coördinaten heeft het snijpunt van de lijn $b = 3 + \frac{1}{2}a$ met de lijn $b = 4$?



Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

Ondersteunende opdrachten

A Anja heeft 25 euro op haar spaarrekening staan. Elke keer als ze gaat babysitten, zet ze er 15 euro bij.

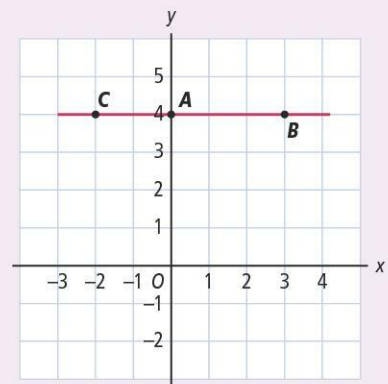
B Patrick heeft al 25 km gefietst. Hij fietst verder met een snelheid van 15 km per uur.

04 De formule $a = 15t + 25$ hoort bij de situaties A en B hierboven.

- a** Bij welke van de situaties kun je voor t het getal 2,5 invullen, bij situatie A of bij situatie B?
- b** Leg uit dat bij situatie A een puntengrafiek hoort.
- c** Teken deze puntengrafiek.

06 **a** Schrijf de coördinaten op van de punten A, B en C.

- W** **b** Vul in. *De tweede coördinaat van de punten A, B en C is steeds ...*
- c** Vul in. *De formule van de horizontale lijn is $y = \dots$*
- d** Teken de lijn door de punten D(2, 0), E(2, -1) en F(2, 4).
- e** Vul in. *De formule van de verticale lijn door de punten D, E en F is $x = \dots$*
- f** Teken nu ook de lijnen $y = -1$ en $x = 3$ in het assenstelsel.



Uitdagende opdrachten

- U1** **a** Verzin twee situaties die bij de formule $l = 30 - 2t$ kunnen horen. Bij een van de situaties moet een puntengrafiek horen.
- b** Teken de puntengrafiek bij die situatie.

U2 Gonny wil een schakelarmbandje met sluiting kopen. Zij ziet de aanbieding van juwelier Parel.

- a** Gonny koopt een armbandje met 17 cm schakels. Bereken hoeveel euro dit armbandje kost.
- b** Er is een verband tussen de prijs van een armbandje in euro's en de totale lengte van de schakels in centimeters. Schrijf een formule op die hierbij hoort.
- c** Voor een armbandje heb je één sluiting nodig. Je hebt minimaal 12 cm en maximaal 20 cm aan schakels nodig. Teken de puntengrafiek die hierbij hoort.

SIERAAD VAN DE MAAND



1.2 Parabolen

Je leert

- de begrippen dalparabool en bergparabool
- de top en symmetrieas van een parabool bepalen

Leerroutes

- ondersteunend: 8—9—10—011—12—13—14—015—16
- doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14—15—16
- uitdagend: 8—9—10—11—13—15—16—U3—U4

- 8** De remweg van een auto bereken je met de formule $r = 0,005v^2$. Hierbij is r de remweg in meters en v de snelheid in km/uur.

- a** Maak de berekening voor de remweg bij een snelheid van 50 km per uur af.

$$\begin{aligned} r &= 0,005v^2 \text{ en } v = 50 \\ r &= 0,005 \times v^2 \\ r &= 0,005 \times 50^2 \\ r &= 0,005 \times \dots \\ r &= \dots \end{aligned}$$



- b** Bereken op dezelfde manier de remweg bij een snelheid van 100 km per uur.
c Vul de tabel bij de formule $r = 0,005v^2$ in.

v in km/u	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
r in meters	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- d** Teken de grafiek bij de tabel. Kies een geschikte **stapgrootte** op de verticale as.

233

- 9** Gegeven is de formule $y = (x - 2)^2$.

W

- a** Laat met een berekening zien dat bij $x = 5$ de waarde $y = 9$ hoort.

234

- b** Vul de tabel verder in. Vul ook de **toenamen** in.

x	0	1	2	3	4	5	6
y	...	...	...	...	...	9	...
toename	...	...	...	...	...	...	...
verschil tussen de toenamen	...	...	...	...	...	...	...

- c** Leg uit dat de formule niet bij een lineair verband hoort.
d Vul het **verschil van de toenamen** in.
e Leg uit waarom de formule een **kwadratische formule** is.

236

236

- 10 a Teken de grafiek bij de formule van opdracht 9.
 b Welke vorm heeft de grafiek?
 c Teken de grafiek bij de formule $y = -3x^2$.
 d Welke van de getekende grafieken heeft een hoogste punt?

Theorie

Een parabool met een laagste punt noem je een **dalparabool**.

Een parabool met een hoogste punt noem je een **bergparabool**.

De grafiek bij een kwadratische formule is een bergparabool als er een negatief getal voor x^2 staat.

Voorbeeld

Welke vorm hebben de grafieken A en B?

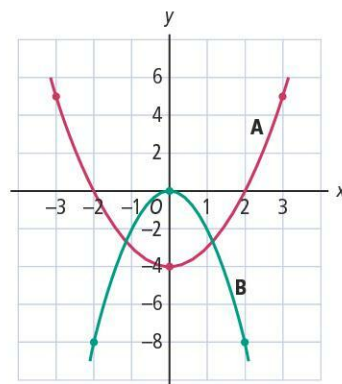
Grafiek A hoort bij de formule $y = x^2 - 4$.

Grafiek A heeft een laagste punt en is dus een dalparabool.

Grafiek B hoort bij de formule $y = -2x^2$.

Grafiek B heeft een hoogste punt en is dus een bergparabool.

Je ziet een negatief getal voor x^2 in de formule bij grafiek B.



Ondersteunende route → maak opdracht 011

- 11 a Bij welke van de formules $p = 2q^2 - 5$ en $p = -2q^2 + 5$ hoort een bergparabool?
 b Hoe zie je dat aan de formule?
 c Teken de grafieken bij de formules.
- 12 a Schrijf de coördinaten op van het hoogste punt van de bergparabool uit het voorbeeld.
 b Schrijf ook de coördinaten op van het laagste punt van de dalparabool uit het voorbeeld.
- 13 a Vul de tabel in bij de formule $y = (x + 1)^2$.
 b Teken de grafiek bij de tabel.
 c Is de grafiek een dalparabool of een bergparabool.
 d Schrijf de coördinaten op van het laagste punt.
 e De grafiek is **symmetrisch**.
 Teken de **symmetrieas**.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	...	...	...	...	...

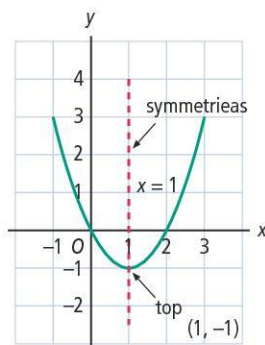
Theorie

Het hoogste punt van een bergparabool en het laagste punt van een dalparabool noem je de **top** van een parabool.

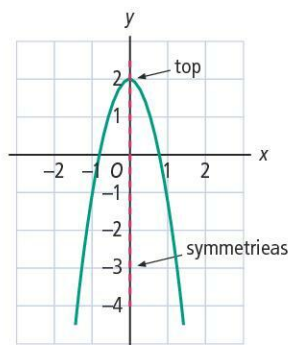
Parabolen zijn symmetrische grafieken.

De **symmetrieas van een parabool** is de verticale lijn door de top van de parabool.

Voorbeeld 1



Voorbeeld 2



- 14 Kijk naar de grafiek van voorbeeld 2.
- Schrijf de coördinaten op van de top van de parabool.
 - Vul in.
De formule van de symmetrieas van de bergparabool is $x = \dots$

Ondersteunende route → maak opdracht 015

- 15
- Maak een tabel bij de formule $b = 2 - v^2$.
Kies voor v de getallen -4 tot en met 4 .
 - Hoe zie je aan de formule dat de bijbehorende grafiek een parabool is?
 - Teken de grafiek bij de tabel.
 - Is de grafiek een dalparabool of een bergparabool?
 - Schrijf de coördinaten van de top op.
 - Teken de symmetrieas en schrijf de formule van de symmetrieas erbij.
- 16
- Teken de grafieken bij de formules A en B.
 - Schrijf de coördinaten op van de top van de parabolen.
 - Teken de symmetrieassen en schrijf de formules van de symmetrieassen op.

A $b = 16 - a^2$
B $b = (a + 1)^2$

Uitdagende route → maak opdracht U3 en U4

Ondersteunende opdrachten

- 011**
- Welke van de formules 1 en 2 heeft een negatief getal voor het kwadraat?
 - Bij welke formule hoort een bergparabool?
 - Maak een tabel bij elke formule. Kies op de bovenste rij voor r de getallen $-2, -1, 0, 1$ en 2 .
 - Teken in een assenstelsel de grafieken bij de tabellen.
 - Klopte je antwoord bij opdracht b?

$$1 \quad w = r^2 - 3$$

$$2 \quad w = 3 - r^2$$

- 015** De tabel hoort bij de formule $y = 4 - x^2$.

- Laat zien dat bij $x = -2$ de uitkomst 0 is.
- Vul de tabel verder in.
- Teken de grafiek bij de tabel.
- Is je grafiek een dalparabool of een bergparabool?
- Hoe zie je dat aan de formule?
- Schrijf de coördinaten van de top op.
- Teken de symmetrieas en vul in:
de formule van de symmetrieas is $x = \dots$

x	-2	-1	0	1	2
y	0	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

Uitdagende opdrachten

- U3** Een steen valt van de Eiffeltoren naar beneden. In de tabel staat hoe hoog de steen steeds boven de grond is.

t in seconden	0	1	2	3	4	5
h in meters	320	315	300	275	240	195

- Teken een grafiek bij de tabel.
- Leg uit waarom de grafiek maar een halve parabool is.
- Welke van de formules $h = 320 - 5t$, $h = t^2 + 320$ en $h = 320 - 5t^2$ hoort bij de tabel? Leg uit waarom.
- Zoek uit na hoeveel seconden de steen op de grond komt.

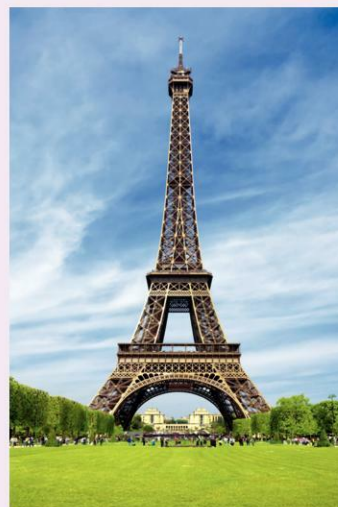
- U4** Een parabool heeft een top bij $(3, 0)$. De grafiek gaat ook door de punten $(2, -1)$ en $(5, -4)$.

- Teken de parabool.
- Welke van de drie formules hoort bij deze parabool?

$$1 \quad y = -x^2 - 3$$

$$2 \quad y = -(x - 3)^2$$

$$3 \quad y = -(x + 3)^2$$



1.3 Derdemachtsformules

Je leert

- derdemachtsformules herkennen
- aangeven hoe een grafiek van een derdemachtsformule eruitziet

Leerroutes

- ondersteunend: 17–18–19–20–21–022–23–24
- doorlopend: 17–18–19–20–21–22–23–24
- uitdagend: 17–18–20–21–22–23–24–U5

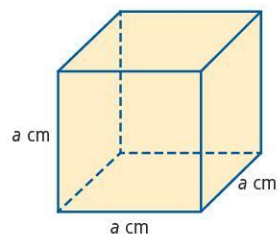
17 Janna maakt een kubus met ribben van 10 cm.

a Bereken de inhoud van de kubus.

b Bij een andere kubus is de lengte van de ribbe a cm.

Met welke van de volgende formules kun je de inhoud I berekenen?

- A** $I = 3a$
- B** $I = 3a^2$
- C** $I = a^3$
- D** $I = 6a^2$



18 Om met derdemachten te kunnen rekenen, kun je de toets $\sqrt[3]{}$ of Δ of $\sqrt[3]{}$ op je rekenmachine gebruiken.

Bereken.

- a** $5^3 = \dots$
- b** $(-4)^3 = \dots$
- c** $12^3 = \dots$
- d** $(-10)^3 = \dots$
- e** $(-1)^3 = \dots$
- f** $(0,5)^3 = \dots$



Theorie

In formules kunnen ook derdemachten voorkomen.

Formules waarin een derdemacht de hoogste macht is, noem je

derdemachtsformules.

Voorbeeld 1

$y = x^3 - 5$ is een derdemachtsformule.

Als $x = 4$, dan $y = 4^3 - 5 = 64 - 5 = 59$.

Als $x = -2$, dan $y = (-2)^3 - 5 = -8 - 5 = -13$.

Voorbeeld 2

$k = 4m^3$ is een derdemachtsformule.

Als $m = 2$, dan $k = 4 \times 2^3 = 4 \times 8 = 32$.

Als $m = -3$, dan $k = 4 \times (-3)^3 = 4 \times -27 = -108$.

19 Schrijf van elke formule op of het een lineaire, kwadratische of derdemachtsformule is.

- a** $y = 5 - 2x^2$
- b** $y = 2x^3 + x$
- c** $y = x^2 - x^3 + x$
- d** $y = 3x - 4$
- e** $y = -x^3 + x$
- f** $y = x^2 - x + 7$

20 De formule $y = x^3$ is een derdemachtsformule.

a Neem $x = -2$ en bereken y .

b Vul de tabel in. Rond zo nodig af op één decimaal.

c Teken de grafiek bij de tabel.

d Heeft de getekende grafiek een hoogste of laagste punt?

e Is er een symmetrieas?

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...

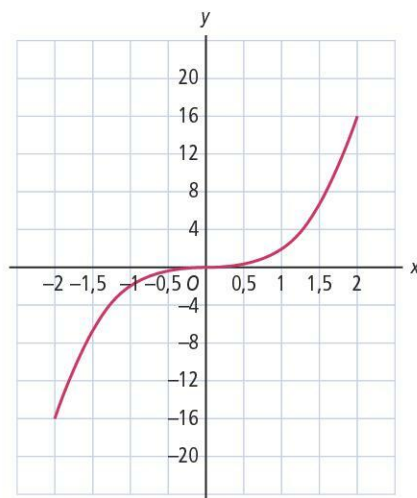
21 **a** Vul de tabel in bij de formule $y = -2x^3$. Rond zo nodig af op één decimaal.

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...

b De getekende grafiek hoort bij de formule $y = 2x^3$.

Teken de grafiek van $y = -2x^3$ in hetzelfde assenstelsel.

c Kijk goed naar de vorm van de grafieken.
Wat valt je op?

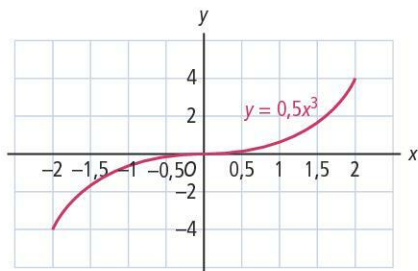


Theorie

Je kunt aan het getal voor x^3 zien hoe de grafiek bij een **derdemachtsformule** eruitziet.

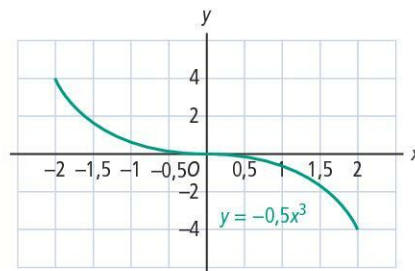
Is het getal voor x^3 positief dan is de bijbehorende grafiek stijgend, is het getal voor x^3 negatief dan is de grafiek dalend.

Voorbeeld 1



In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = 0,5x^3$ getekend. De grafiek is stijgend, want het getal voor x^3 is positief.

Voorbeeld 2



In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = -0,5x^3$ getekend. De grafiek is dalend, want het getal voor x^3 is negatief.

Ondersteunende route → maak opdracht 022

22 Gegeven zijn de formules **A** $y = 3x^3 - 5$ en **B** $y = -3x^3 + 5$.

- Leg uit waarom de grafiek bij formule **B** een dalende grafiek is.
- Maak een tabel bij elk van de formules. Kies op de bovenste rij de getallen -2 ; $-1,5$; -1 ; $-0,5$; 0 ; $0,5$; 1 ; $1,5$ en 2 .
- Teken de grafieken in een assenstelsel.

23 Een windmolen levert elektriciteit. Het vermogen in kilowatt (kW) dat de windmolen levert, hangt af van de windsnelheid.

Bij een bepaalde windmolen geldt de formule $P = 7,4v^3$. Hierbij is P het vermogen in kilowatt en v de windsnelheid in meter per seconde.

- Hoeveel kilowatt is het vermogen bij een windsnelheid van 12 meter per seconde?
- En hoeveel kilowatt is het vermogen bij een windsnelheid van 19 m/s?
- De formule geldt tot windsnelheden van 25 m/s. Hoeveel vermogen levert de windmolen bij deze windsnelheid?
- Maak een tabel bij de formule. Kies op de bovenste rij de getallen 0, 5, 10 tot en met 25.
- Teken de grafiek bij de formule.



24 Een fabrikant maakt chocoladeknikkers van verschillende grootte.

Om uit te rekenen hoeveel gram chocolade voor een knikker nodig is, gebruikt de fabrikant de formule $g = 5,6r^3$.

Hierbij is g het aantal benodigde grammen chocolade en r de straal van een chocoladeknikker in centimeters.

- Bereken hoeveel gram chocolade nodig is voor een chocoladeknikker met een straal van 0,8 cm.
- Bereken g als $r = 0,5$.
- In een cadeaudoosje zitten twaalf chocoladeknikkers met een straal van 1,2 cm. Hoeveel gram chocolade is er totaal gebruikt voor deze chocoladeknikkers?



Uitdagende route → maak opdracht U5

Ondersteunende opdrachten.

022 Gegeven zijn de formules ① $y = x^3 - 2$ en ② $y = -x^3 + 2$.

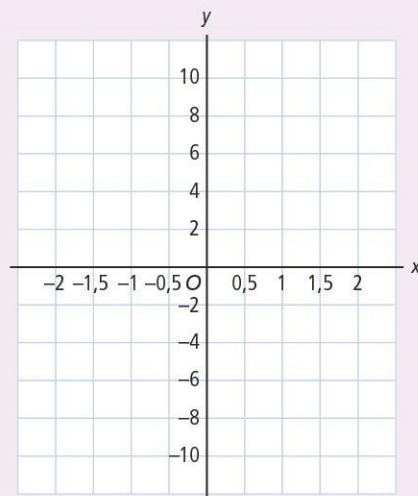
- Bij welke formule staat een negatief getal voor x^3 ?
- Bij welke formule hoort een stijgende grafiek?
- Laat met een berekening zien dat voor $x = -2$, de uitkomst bij formule ① -10 is.
- Laat ook zien dat voor $x = -2$ de uitkomst bij formule ② 10 is.
- Vul de tabellen bij de formules in.
- Teken de grafieken in het assenstelsel.

① $y = x^3 - 2$

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	-10	...	...	...	...	...	...	...	...

② $y = -x^3 + 2$

x	-2	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5	2
y	10	...	...	...	...	...	...	...	...



Uitdagende opdrachten

x	0	1	2	3	4	5
y	1	...	...	...	...	...

$+ \dots$ $+ \dots$ $+ \dots$ $+ \dots$ $+ \dots$
 $+ \dots$ $+ \dots$ $+ \dots$ $+ \dots$

- U5**
- De tabel bij de formule $y = x^3 + 1$ heeft een bepaalde regelmaat. Onderzoek welke regelmaat dat is.
 - Zoek uit of tabel bij de formule $y = (x + 1)^3$ ook zo'n regelmaat heeft.

1.4 Wortelformules

Je leert

- werken met wortelformules

Leerroutes

- ondersteunend: 25—26—27—28—29—30—031—32
- doorlopend: 25—26—27—28—29—30—31—32
- uitdagend: 25—26—27—29—30—31—32—U6

- 25** Bereken met je rekenmachine de volgende wortels.
Rond je antwoorden af op twee decimalen.

- a $\sqrt{21}$
- b $\sqrt{89}$
- c $\sqrt{321}$
- d $\sqrt{2100}$
- e $\sqrt{450}$
- f $\sqrt{7609}$

- 26** De slinger aan de wandklok kun je langer of korter maken.
De tijd die de slinger erover doet om één keer heen en weer te bewegen, noem je de slingertijd. De slingertijd neemt toe als je de slinger langer maakt.

Bij het verband tussen de slingertijd t in seconden en de

237 lengte l van de slinger in centimeters hoort de **wortelformule**

$$t = 0,2 \times \sqrt{l}.$$

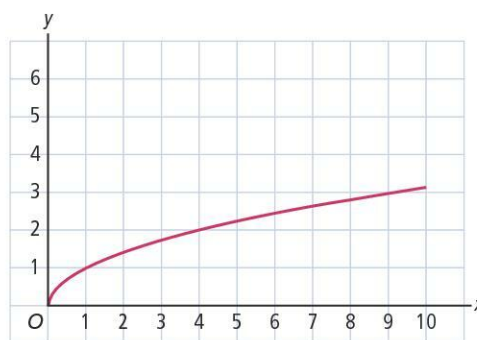
- a Maak een tabel, neem voor l de lengten 0, 10, 20, 30, 40 en 50 cm. Rond je antwoord steeds af op één decimaal.
- b Is de toename van t steeds hetzelfde?
- c Teken de grafiek bij de tabel.
- d De slingertijd van de klok op de foto is één seconde. Lees uit je grafiek af hoe lang de slinger van die klok is.



- 27** De getekende grafiek hoort bij de formule $y = \sqrt{x}$.

W

- a Welk antwoord geeft je rekenmachine als je voor x het getal -1 invult?
- b Schrijf het kleinste getal dat je voor x kunt invullen op.
- c Maak een tabel bij de formule $y = 2\sqrt{x}$.
Neem daarbij voor x alle gehele getallen 0 tot en met 10. Rond je antwoorden af op één decimaal.
- d Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek die hoort bij de formule $y = 2\sqrt{x}$.



- 28** Joris laat in zijn woonkamer en keuken parket leggen. De legkosten kan hij berekenen met de formule $\text{legkosten} = 35 \times \sqrt{\text{opp}}$. Hierbij is opp de oppervlakte van de vloer in m^2 en legkosten in euro's.

- Schrijf het kleinste getal op dat je voor opp kunt invullen.
- De woonkamer heeft een oppervlakte van 63 m^2 . Bereken de legkosten. Rond af op centen.
- Teken een grafiek bij de formule. Neem voor opp waarden tot en met 100 m^2 .



- 29** Gegeven is de formule $k = \sqrt{(2l + 6)}$. Karel en Janna willen uitzoeken wat het kleinste getal is, dat je voor l kunt invullen.

Janna zegt: 'Ik wil weten wanneer $2l + 6$ op nul uitkomt. Daarom los ik $2l + 6 = 0$ op.'

- Los de vergelijking $2l + 6 = 0$ op.
- Controleer dat de berekende oplossing het kleinste getal is dat je in de wortelformule kunt invullen.
- Maak een tabel bij de formule. Begin voor l met het kleinste getal dat je kunt invullen. Rond de antwoorden zo nodig af op één decimaal.
- Teken de grafiek bij de tabel.

$k = \sqrt{(2l + 6)}$ kun je ook schrijven als $k = \sqrt{(2 \times l + 6)}$

Formules als $y = \sqrt{2x}$ en $p = \sqrt{(q - 1)}$ zijn wortelformules. Denk erom: de wortel uit een negatief getal bestaat niet, dus je kunt niet alle getallen in een wortelformule invullen.

Voorbeeld 1

Maak een tabel bij de wortelformule $y = \sqrt{(4x + 10)}$.

Door de vergelijking $4x + 10 = 0$ op te lossen, vind je dat $x = -2,5$ het kleinste getal is dat je kunt invullen.

De tabel begin je daarom bij $x = -2,5$.

x	-2,5	-2	-1	0	1	2
y	0	1,4	2,4	3,2	3,7	4,2

Voorbeeld 2

Maak een tabel bij de wortelformule $y = \sqrt{(2x - 9)}$.

Door de vergelijking $2x - 9 = 0$ op te lossen, vind je dat $x = 4,5$ het kleinste getal is dat je kunt invullen.

De tabel begin je daarom bij $x = 4,5$.

x	4,5	5	6	7	8	9
y	0	1	1,7	2,2	2,6	3

- 30** Bereken bij de volgende formules steeds het kleinste getal dat je in de wortelformule kunt invullen.

A $k = \sqrt{(3p - 12)}$

B $h = 5\sqrt{(10g + 15)}$

C $m = 4\sqrt{(6s - 33)}$

Ondersteunende route → maak opdracht 031

- 31** Een andere wortelformule is $y = 2\sqrt{(2x - 5)}$.
- Bereken het kleinste getal dat je voor x kunt invullen.
 - Maak een tabel bij deze formule.
 - Teken de grafiek bij deze tabel.
 - Welke van de volgende twee uitspraken past bij jouw grafiek?
 - De grafiek stijgt steeds sneller.
 - De grafiek stijgt steeds langzamer.

$y = 2\sqrt{(2x - 5)}$ kun je ook schrijven als $y = 2 \times \sqrt{(2x - 5)}$



- 32** Als het vriest, wordt het ijs op sloten en meren elk etmaal (24 uur) dikker. Op 9 december (*aantal etmalen* = 0) wordt er een ijsdikte van 6 cm gemeten.
- Met de formule $ijsdikte = \sqrt{(18 \times \text{aantal etmalen} + 36)}$ kan de ijsdikte worden berekend. Hierbij is *ijsdikte* in centimeters en *aantal etmalen* het aantal etmalen dat het vriest nadat het ijs 6 cm dik is.
- Laat met een berekening zien dat, volgens deze formule, de ijsdikte op 11 december afgerond 8,5 cm is.
 - Teken de grafiek bij de formule. Kies voor het aantal etmalen de waarden 0, 2, 4, tot en met 12.
 - Een schaatstocht kan pas doorgaan als het ijs 15 cm dik is. Lees uit de grafiek af na hoeveel etmalen het ijs zo dik is.

Uitdagende route → maak opdracht U6

Ondersteunende opdrachten

031 Gegeven is de wortelformule $q = 4\sqrt{(2p - 3)}$.

- a** Bereken q als $p = 6$. Op het kladblaadje is al een begin gemaakt.

$p = 6$ invullen in $q = 4\sqrt{(2p - 3)}$ geeft:

$$q = 4 \times \sqrt{(2 \times 6 - 3)}$$

$$q = 4 \times \sqrt{\dots} = \dots$$

- b** Waarom kun je voor p niet het getal 1 invullen?
c Laat zien dat $p = 1,5$ het kleinste getal is dat je voor p kunt invullen.
d Maak een tabel bij de formule, begin op de bovenste rij met het kleinste getal dat je kunt invullen.
e Teken de grafiek bij de tabel.
f Kijk naar de grafiek en vul *sneller* of *langzamer* in.
De grafiek stijgt steeds ...

x	1,5	2	...	...	...	...	...
y	...	...	...	...	...	...	...

Uitdagende opdrachten

- U6** **a** Schrijf het kleinste getal op dat je in de volgende formules kunt invullen.
- A** $y = 5\sqrt{(x - 2)}$
- B** $y = -5\sqrt{(x - 2)}$
- b** Teken de grafieken bij de formules in één assenstelsel.
- c** Vergelijk de grafieken.
Wat valt je op?
- d** Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek bij formule **C** $y = 5\sqrt{(2 - x)}$.
- e** Vergelijk de grafieken bij de formules A en C.
Wat valt je nu op?
- f** Teken, zonder een tabel te maken, de grafiek bij de formule **D** $y = -5\sqrt{(2 - x)}$.



1.5 Omgekeerd evenredig verband

Je leert

- aan de hand van een tabel een omgekeerd evenredig verband herkennen
- werken met een omgekeerd evenredig verband

Leerroutes

- ondersteunend: 33—34—35—36—37—38—39—40
- doorlopend: 33—34—35—36—37—38—39—40
- uitdagend: 33—34—35—37—38—39—40—U7

33 Bij de Lotto kan de hoofdprijs van € 1.000.000,- door meerdere personen tegelijk worden gewonnen. Iedere winnaar krijgt hetzelfde deel van de hoofdprijs.

- Hoeveel euro krijgt ieder als er vijf winnaars zijn?
- Hoeveel euro krijgt ieder bij tien winnaars?
- Vul de tabel in.

aantal winnaars a	1	2	5	10	20	25	100
bedrag b in euro's	...	...	...	...	...	...	...

d Welke van de drie formules hoort bij de verdeling van de hoofdprijs?

A $a + b = 1\,000\,000$

B $a = 1\,000\,000 \times b$

C $b = 1\,000\,000 : a$



34 Gegeven is de formule $b = \frac{6}{a}$.

W **a** Leg uit dat je bij $a = 0$ geen waarde voor b kunt vinden.

b Vul de tabel verder in.

a	0	1	2	3	4	5	6
b	-	6	3	...	...	...	...

c Teken de grafiek bij de tabel in het assenstelsel.

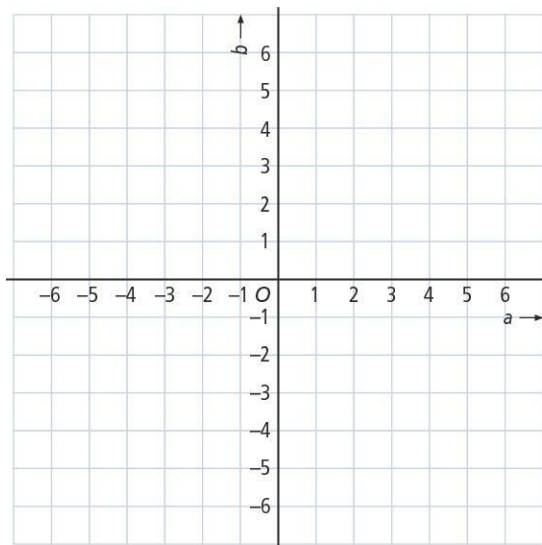
35 De grafiek van opdracht 34 is nog niet af, want als je $a = -6$ invult, vind je $b = -1$.

W

a Vul de tabel verder in.

a	-6	-5	-4	-3	-2	-1
b	-1	-1,2	...	...	...	...

b Teken ook dit stuk van de grafiek in het assenstelsel van opdracht 34.



Theorie

Een formule als $y = \frac{5}{x}$ hoort bij een **omgekeerd evenredig verband**.

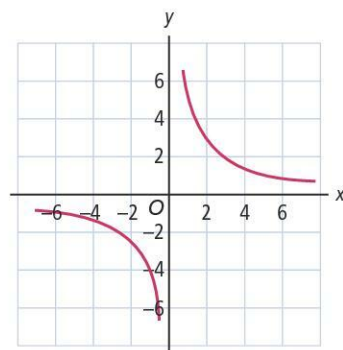
Let op: je kunt niet door nul delen. In de tabel zet je daarom onder het getal 0 een streepje.

De grafiek van een omgekeerd evenredig verband bestaat meestal uit twee stukken.

Voorbeeld

Teken een grafiek bij de formule $y = \frac{5}{x}$.

x	-5	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,5	5
y	-1	-2	-2,5	-5	—	5	2,5	2	1



- 36** De tabel hoort bij de formule $y = \frac{12}{x}$.
- Waarom denk je dat er geen uitkomst onder $x = 0$ staat?
 - Vul de tabel verder in.
 - Teken de grafiek in een assenstelsel.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	-6	...	—	...	...	...

- 37** Gegeven is de formule $b = \frac{24}{a}$.

- Vul de tabel verder in.

a	-6	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	6
b	-4	-6	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- Teken een grafiek bij de tabel.
- Leg uit waarom je de grafiek nooit door de horizontale as of door de verticale as mag tekenen.

- 38** a Vul de tabel in bij de formule $y = \frac{20}{x}$.

x	-20	-10	-5	-4	-2	-1	0	1	2	4	5	10	20
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- Ian kijkt eens goed naar de tabel en zegt: 'Wanneer je de getallen die boven elkaar staan in de tabel met elkaar vermenigvuldigt, krijg je steeds hetzelfde antwoord.'
Welk antwoord krijgt Ian?
- Ga na of de uitspraak van Ian klopt voor de hele tabel.

Theorie

De formule $y = \frac{5}{x}$ kun je ook schrijven als $x \times y = 5$.

Als je in een tabel van een omgekeerd evenredig verband de getallen die boven elkaar staan met elkaar vermenigvuldigt, krijg je steeds dezelfde uitkomst.

Voorbeeld

Laat zien dat de tabel bij een omgekeerd evenredig verband hoort.

x	-5	-2,5	-2	-1	0	1	2	2,5	5
y	-1	-2	-2,5	-5	-	5	2,5	2	1

Telkens als je een getal uit de bovenste rij vermenigvuldigt met het bijbehorende getal uit de onderste rij is de uitkomst 5.

Bijvoorbeeld $-5 \times -1 = 5$ en $2 \times 2,5 = 5$.

Dus de tabel hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

Ondersteunende route → maak opdracht 039

- 39 a** Vul de tabel bij de formule $y = \frac{-4}{x}$ verder in.

x	-8	-4	-2	-1	-0,5	0	0,5	1	2	4	8
y	...	...	...	...	...	-	...	...	...	...	...

- b** Vul in. *Je kunt de formule ook schrijven als* $\dots \times \dots = \dots$
c Teken de grafiek bij de tabel.

- 40** De hoogte van verkeersdrempels bepaalt de snelheid waarmee een auto de drempel kan passeren. In de tabel staat het verband tussen de hoogte h van een verkeersdrempel in centimeters en de snelheid v in kilometer per uur van een auto.

h in cm	5	10	15	20	30	40
v in km/uur	30	15	10	7,5	5	3,75

- a** Wat gebeurt er met de snelheid als de hoogte twee keer zo groot wordt?
b Waarom hoort er een omgekeerd evenredig verband bij de tabel?
c Schrijf op twee manieren de formule op die bij deze tabel hoort.
d Bereken v als $h = 60$.

**Uitdagende route → maak opdracht U7**

Ondersteunende opdrachten

039 Gegeven is de formule $y = \frac{-8}{x}$.

a Laat zien dat bij $x = -4$ de uitkomst $y = 2$ hoort.

b Vul de tabel verder in.

x	-8	-4	-2	-1	0	1	2	4	8
y	...	2	...	...	-	...	...	...	...

c Welke uitkomst krijg je steeds als je een getal uit de bovenste rij met het bijbehorende getal uit de onderste rij vermenigvuldigt?

d Vul in.

Je kunt de formule $y = \frac{-8}{x}$ ook schrijven als $x \times y = \dots$

e Teken de grafiek bij de tabel.

Uitdagende opdrachten

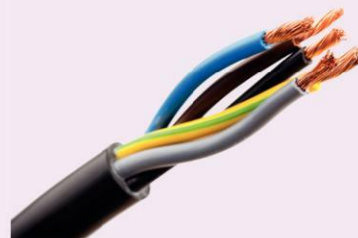
A in mm^2	0,02	0,04	0,05	0,10
R in Ohm	10	5	4	2

U7 Als een elektrische stroom door een metalen draad gaat, dan hangt de weerstand R af van de doorsnede A van de draad. In de tabel is A de oppervlakte van de doorsnede in mm^2 en R de weerstand in Ohm.

a Welk verband bestaat er tussen de weerstand en de oppervlakte van de doorsnede van de draad?

b Schrijf twee formules op die bij dit verband horen.

c Bereken R als $A = 0,08 \text{ mm}^2$.



Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt werken met puntengrafieken.



- T1** Lidy volgt met haar hond Max een hondentraining. Het inschrijfgeld is € 30,- en elke trainingsles kost € 15,-. Met de formule $k = 15a + 30$ kan zij de totale kosten berekenen. Hierbij is k de totale kosten in euro's en a het aantal keer dat zij met de hond naar de training gaat.
- a Hoeveel euro heeft Lidy betaald na vijf trainingen?
 - b Vul de tabel verder in.
 - c Leg uit waarom de bijbehorende grafiek een puntengrafiek is.
 - d Teken de puntengrafiek bij de tabel.

a	0	1	2	3	4	5
k in euro's	30	...	...	...	...	...

Je kunt formules maken bij horizontale en verticale lijnen.

- T2**
- a Teken in een assenstelsel de lijn $y = 2$.
 - b Teken de lijn $x = 3$ in hetzelfde assenstelsel.
 - c Schrijf de coördinaten op van het snijpunt van de twee lijnen.
 - d Teken ook de lijnen $y = 2x$ en $y = 6$.
 - e Schrijf de coördinaten op van het snijpunt van de lijn $y = 6$ met de lijn $y = 2x$.

Je kent de begrippen dalparabool en bergparabool en je kunt de top en symmetrieas van een parabool bepalen.

- T3**
- a Maak een tabel bij de formule $y = -3x^2$. Neem voor x de getallen -3 tot en met 3 .
 - b Teken de grafiek bij de tabel.
 - c Is de grafiek een dalparabool of een bergparabool?
 - d Schrijf de coördinaten van de top op.
 - e Teken de symmetrieas van de parabool.
 - f Schrijf de formule van de symmetrieas op.

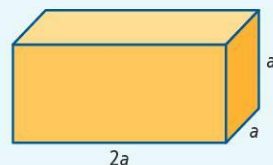
Je kunt derdemachtsformules herkennen en je kunt aangeven hoe een derdemachtsformule eruitziet.

- T4 De formule voor de inhoud I van de balk is $I = 2a^3$. Hierbij is a in centimeters en I in cm^3 .

- a Bereken de inhoud als $a = 3$.
b Vul de tabel verder in.

a in cm	0	1	2	3	4	5	6	7
I in cm^3	...	...	...	...	...	...	...	...

- c Teken de grafiek bij de tabel.
d Is de grafiek een stijgende of een dalende grafiek?
e Hoe zie je dat aan de formule?



Je kunt werken met wortelformules.

- T5 Gegeven is de formule $b = \sqrt{a + 3}$.

- a Schrijf het kleinste getal op dat je voor a kunt invullen.
b Maak een tabel bij deze formule.
c Teken de grafiek bij deze formule.

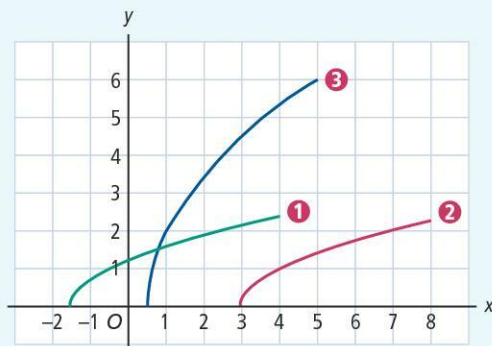
- T6 a Schrijf bij iedere wortelformule het kleinste getal op dat je voor x kunt invullen.

A $y = \sqrt{x - 3}$

B $y = 2\sqrt{2x - 1}$

C $y = 0,5\sqrt{4x + 6}$

- b Bij elke grafiek hoort één van de formules A, B en C. Schrijf op welke formule bij welke grafiek hoort.



Je kunt aan de hand van een tabel een omgekeerd evenredig verband herkennen en je kunt werken met een omgekeerd evenredig verband.

- T7 De tabel hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

- a Hoe zie je dat aan de tabel?
b Vul de tabel verder in.
c Waarom kun je bij $x = 0$ geen waarde van y vinden?
d Twee van de volgende formules horen bij de tabel. Welke formules zijn dat?

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	-3	...	-6	...	-	12	...	4	...

1 $y = \frac{12}{x}$

2 $y = 12x$

3 $x \times y = 12$

- e Teken de grafiek bij de tabel.

Vaardigheid

Je kunt werken met puntengrafieken.

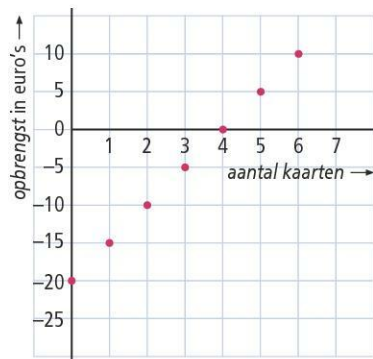
Soms bestaat een grafiek alleen maar uit punten. Zo'n grafiek heet een puntengrafiek.

Let op: vaak wordt er toch een lijn door de punten getekend. Niet alle punten van deze lijn hebben een betekenis.

Voorbeeld

Ankie heeft voor 30 euro aan kaarten gekocht.
Ze verkoopt de kaarten voor € 5,- per stuk.
Waarom hoort hier een puntengrafiek bij?

Hier hoort een puntengrafiek bij, omdat Ankie geen halve kaarten kan verkopen.



- E1** Wilbert gaat naar een schoolfeest. De entree is € 5,- en elke consumptie kost € 0,75. De formule die hierbij hoort is $b = 5 + 0,75c$. Hierbij is b het bedrag in euro's en c het aantal consumpties dat Wilbert koopt.
- Hoeveel euro is Wilbert kwijt als hij zeven consumpties koopt?
 - Maak een tabel bij deze formule.
 - Waarom hoort bij deze formule een puntengrafiek?
 - Teken deze puntengrafiek.

Vaardigheid

Je kunt formules maken bij horizontale en verticale lijnen.

De punten op een horizontale lijn hebben allemaal dezelfde y -coördinaat.

De formule heeft de vorm $y = \text{getal}$.

De punten op een verticale lijn hebben allemaal dezelfde x -coördinaat.

De formule heeft de vorm $x = \text{getal}$.

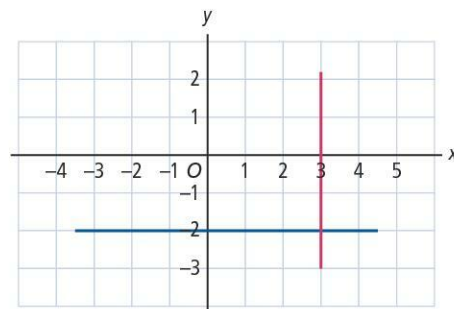
Voorbeeld

Schrijf de formule op van de blauwe en de rode lijn.

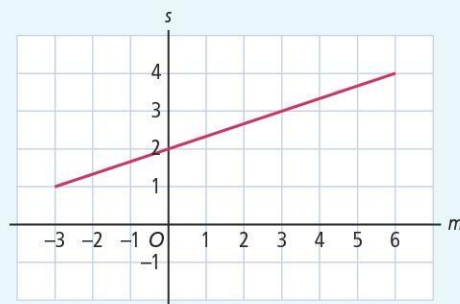
Op de horizontale blauwe lijn liggen de punten (x, y) , zoals $(-3, -2)$, $(0, -2)$ en $(2, -2)$. De y -coördinaten van alle punten op deze lijn is steeds -2 .

De formule van de blauwe lijn is $y = -2$.

Op de verticale rode lijn liggen de punten (x, y) , zoals $(3, -2)$, $(3, 0)$ en $(3, 1)$. De x -coördinaat van alle punten op deze lijn is steeds 3 . De formule van de rode lijn is $x = 3$.



- E2** De grafiek hoort bij de formule $s = \frac{1}{3}m + 2$.
- Teken ook de lijn $m = 6$ in het assenstelsel.
 - Schrijf de coördinaten van het snijpunt van de twee lijnen op.
 - Teken ook de lijn $m = -2$ en schrijf de coördinaten op van het snijpunt met de lijn $s = \frac{1}{3}m + 2$.



Vaardigheid

Je kent de begrippen dalparabool en bergparabool.

Een parabool met een laagste punt noem je een dalparabool.

Een parabool met een hoogste punt noem je een bergparabool.

De grafiek bij een kwadratische formule is een bergparabool als er een negatief getal voor x^2 staat.

Voorbeeld

Welke vorm hebben de getekende grafieken A en B?

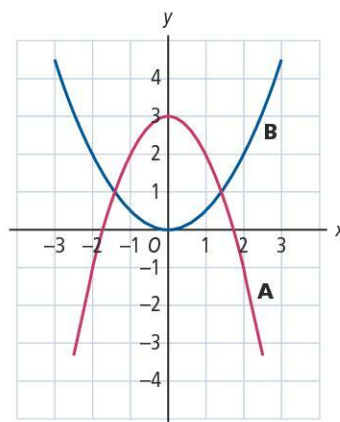
Grafiek A hoort bij de formule $y = 3 - x^2$.

Grafiek A heeft een hoogste punt en is dus een bergparabool.

Je ziet ook een negatief getal voor x^2 in de formule bij grafiek A.

Grafiek B hoort bij de formule $y = 0,5x^2$.

Grafiek B heeft een laagste punt en is dus een dalparabool.



- E3** Gebruik in deze opdracht de formule $g = (n + 3)^2$.
- Vul $n = -4$ in en laat zien dat de uitkomst 1 is.
 - Vul de tabel verder in.
 - Teken de grafiek bij deze tabel.
 - Is de grafiek een dalparabool of een bergparabool?

n	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0	1
g	...	...	1	...	...	...	...	...

- E4** Bij welke van de volgende kwadratische formules is de parabool een bergparabool? Leg je antwoord uit.

A $y = -2x^2 + 3$

B $y = x^2 - 4$

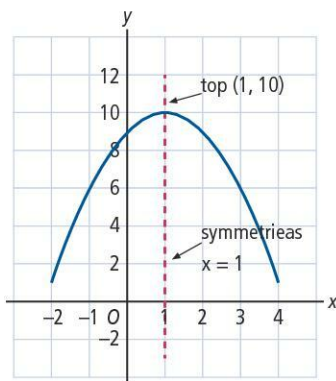
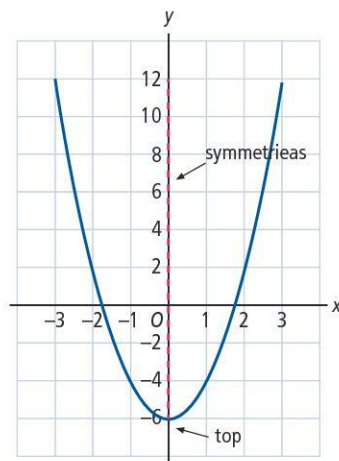
C $y = -x^2 - 1$

Vaardigheid
Je kunt de top en symmetrieas van een parabool bepalen.

Het hoogste punt van een bergparabool en het laagste punt van een dalparabool noem je de top van een parabool.

Parabolen zijn symmetrische grafieken.

De symmetrieas van een parabool is de verticale lijn door de top van de parabool.

Voorbeeld 1

Voorbeeld 2


- E5** a Schrijf van de parabool in voorbeeld 2 de coördinaten van de top op.
b Schrijf ook de formule van de symmetrieas van voorbeeld 2 op.
- E6** a Schrijf de coördinaten van de top van de parabool uit opdracht E3 op.
b Schrijf ook de formule van de symmetrieas op uit opdracht E3.

Vaardigheid
Je kunt derdemachtsformules herkennen.

In formules kunnen ook derdemachten voorkomen.

Formules waarin een derdemacht de hoogste macht is, noem je derdemachtsformules.

Voorbeeld 1

$y = x^3 - 2$ is een derdemachtsformule.

Als $x = 4$, dan $y = 4^3 - 2 = 64 - 2 = 62$.

Als $x = -2$, dan $y = (-2)^3 - 2 = -8 - 2 = -10$.

Voorbeeld 2

$k = 0,5m^3$ is een derdemachtsformule.

Als $m = 2$, dan $k = 0,5 \times 2^3 = 0,5 \times 8 = 4$.

Als $m = -3$, dan $k = 0,5 \times (-3)^3 = 0,5 \times -27 = -13,5$.

- E7** Welke formules zijn derdemachtsformules?
- A** $y = -2x + 3$ **C** $y = x^3 - 4$
B $y = -x^3 - 1$ **D** $y = x^2 + 3$

Vaardigheid

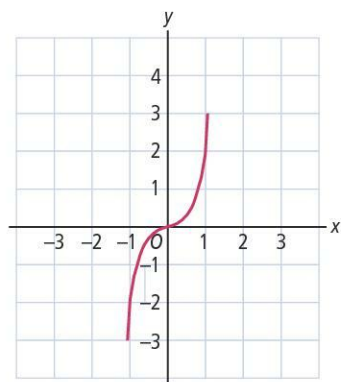
Je kunt aangeven hoe een grafiek van een derdemachtsformule eruitziet.

Je kunt aan het getal voor x^3 zien hoe de grafiek van een derdemachtsformule eruitziet.

Is het getal voor x^3 positief, dan is de bijbehorende grafiek stijgend.

Is het getal voor x^3 negatief, dan is de grafiek dalend.

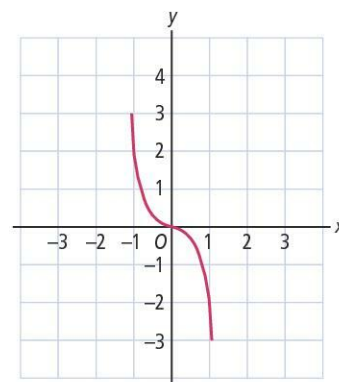
Voorbeeld 1



In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = 2x^3$ getekend.

De grafiek is stijgend, want het getal voor x^3 is positief.

Voorbeeld 2



In het assenstelsel is de grafiek bij de formule $y = -2x^3$ getekend.

De grafiek is dalend, want het getal voor x^3 is negatief.

- E8** a Maak bij formule 1 en 2 een tabel.
Neem voor x de getallen -2 ; -1 ; $-0,5$; 0 ; $0,5$; 1 en 2 .
b Teken de grafieken bij deze tabellen in één assenstelsel.

1 $y = 0,5x^3$

2 $y = -0,5x^3 - 1$

Vaardigheid

Je kunt werken met wortelformules.

Formules als $y = \sqrt{3x}$ en $p = 6\sqrt{(q+1)}$ zijn wortelformules.

Denk erom: de wortel uit een negatief getal bestaat niet, dus je kunt niet alle getallen in een wortelformule invullen.

Voorbeeld

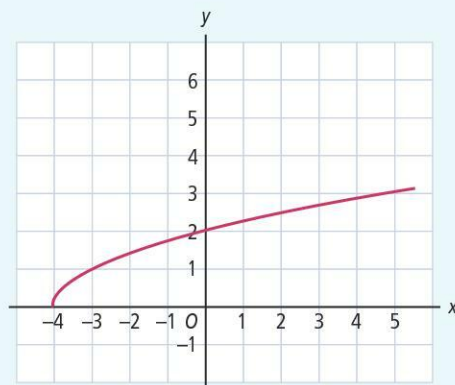
Maak een tabel bij de wortelformule $y = \sqrt{(5x+10)}$.

Door de vergelijking $5x+10=0$ op te lossen, vind je dat $x=-2$ het kleinste getal is dat je kunt invullen. De tabel begin je daarom bij $x=-2$.

x	-2	-1	0	1	2	3
y	0	2,2	3,2	3,9	4,5	5

- E9** Gegeven is de formule $y = \sqrt{(2x - 7)}$.
- Welk getal is het kleinste getal dat je voor x kunt invullen?
 - Maak een tabel bij de formule. Kies zeven waarden voor x .
 - Teken de grafiek bij deze tabel.

- E10** De getekende grafiek hoort bij de formule $y = \sqrt{(x + 4)}$.
- W**
- Schrijf het kleinste getal op dat je voor x kunt invullen.
 - Welk getal is het kleinste getal dat je voor x in de formule $y = 2\sqrt{(2x + 4)}$ kunt invullen?
 - Teken de grafiek bij de formule $y = 2\sqrt{(2x + 4)}$.



Vaardigheid

Je kunt aan de hand van een tabel een omgekeerd evenredig verband herkennen.

Een formule als $y = \frac{6}{x}$ hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

Let op: je kunt niet door nul delen. In de tabel zet je daarom onder het getal 0 een streepje.

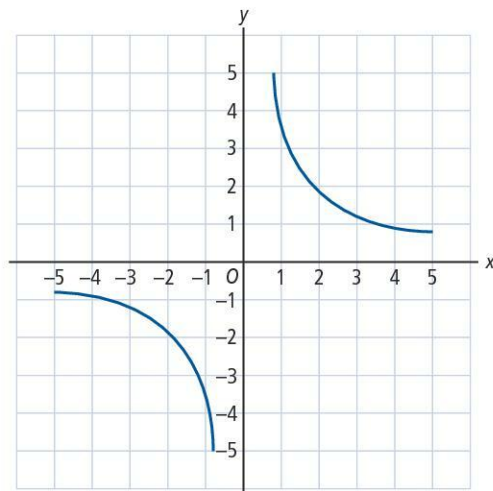
De grafiek van een omgekeerd evenredig verband bestaat meestal uit twee stukken.

Voorbeeld

Teken een grafiek bij de formule $y = \frac{4}{x}$.

Bij de formule hoort de volgende tabel.

x	-5	-4	-2	-1	0	1	2	4	5
y	-0,8	-1	-2	-4	-	4	2	1	0,8



- E11** Gegeven is de formule $y = \frac{-10}{x}$.
- Leg uit waarom in de tabel onder $x = 0$ een streepje staat.
 - Vul de tabel verder in.
 - Teken de grafiek in een assenstelsel.

x	-10	-5	-2	-1	0	1	2	5	10
y	1	...	...	...	-	...	...	...	...

Vaardigheid

Je kunt werken met een omgekeerd evenredig verband.

De formule $y = \frac{6}{x}$ kun je ook schrijven als $x \times y = 6$.
 Als je in een tabel van een omgekeerd evenredig verband de getallen die boven elkaar staan met elkaar vermenigvuldigt, dan krijg je steeds dezelfde uitkomst.

Voorbeeld

Laat zien dat bij de tabel een omgekeerd evenredig verband hoort.

x	-6	-3	-2	-1	0	1	2	3	6
y	-1	-2	-3	-6	-	6	3	2	1

Telkens als je een getal uit de bovenste rij vermenigvuldigt met het bijbehorende getal uit de onderste rij is de uitkomst 6.

Bijvoorbeeld $-6 \times -1 = 6$ en $2 \times 3 = 6$.

Dus de tabel hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

- E12** Welke formule past ook bij de tabel van opdracht E11,
 $x + y = -10$, $x \times y = -10$ of $x = y - 10$?
- E13** Henk wil een grafiek tekenen bij de formule $reistijd = \frac{180}{\text{snellheid}}$.
 Hierbij is snelheid in kilometer per uur en de reistijd in uren.
- Vul de tabel in.

<i>snellheid</i> in km/uur	0	10	20	30	40	50	60	70	80
<i>reistijd</i> in uren	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- Teken een grafiek bij de formule.
- Waarom staan er geen negatieve getallen in de tabel?

G1 Diane rijdt op haar scooter van Den Helder naar Haarlem.
De afstand is 80 km.

- Hoelang is Diane onderweg als ze met een gemiddelde snelheid van 30 km per uur rijdt?
- Hoelang doet ze erover als ze gemiddeld 20 km/uur rijdt?
- Vul de tabel in.
- Teken de grafiek bij deze tabel.
- Schrijf een formule op die bij deze grafiek hoort.
- Met welke snelheid moet Diane minstens rijden als ze binnen 2,5 uren in Haarlem wil zijn?

snelheid in km/uur	10	20	30	40	50
reistijd in uren	...	...	...	...	...

- G2**
- Hoort de formule $x \times y = 100$ bij een lineair verband of bij een omgekeerd evenredig verband?
 - Hoe verandert y als x heel klein wordt? Leg je antwoord uit met een paar voorbeelden.

A

p	-2	-1	0	1	2	3
q	5	2	1	2	5	10

C

a	-2	-1	0	1	2	3
b	-1	1	3	5	7	9

B

x	-6	-4	-2	2	4	6
y	4	6	12	-12	-6	-4

D

x	-2	-1	0	1	2	3
y	-24	-3	0	3	24	81

- G3** Onderzoek of de tabellen A, B, C en D bij een lineair verband, een kwadratisch verband, een wortelverband, een derdemachtsverband of een omgekeerd evenredig verband horen. Leg je antwoord uit.

G4 Een waterstraal heeft de vorm van een parabool.

- De afstand tussen de spuitmond en de plaats waar de waterstraal weer in de vijver terechtkomt, is vier meter. Wat weet je nu van de plaats van het hoogste punt van de waterstraal?
- De formule $h = -a^2 + 4a$ hoort bij de waterstraal. Hierbij is h de hoogte van de waterstraal in meters en a de horizontale afstand vanaf de spuitmond in meters. Hoe hoog kan de waterstraal maximaal komen?





- G5** In een weiland wordt met gaas een rechthoekig stuk gras afgezet. Hiervoor wordt in totaal 16 meter gaas gebruikt.
- Hoeveel meter wordt de breedte als de lengte zes meter wordt?
 - Bereken hoeveel vierkante meter de oppervlakte O van dit afgezette stuk is.
 - Bereken de oppervlakte O als voor de lengte $l = 5$ geldt.
 - De oppervlakte van het afgezette stuk gras kun je berekenen met de formule $O = 8l - l^2$.
Vul de tabel in.

l in meters	0	1	2	3	4	5	6	7	8
O in m^2	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- Bij welke lengte en breedte is de oppervlakte het grootst?
 - Waarom heeft het geen zin om voor de lengte negen meter in te vullen?
- G6** Een verpakking van een zakje nootjes heeft de vorm van een piramide met allemaal gelijkzijdige driehoeken als zijvlakken.
De inhoud van zo'n verpakking kun je berekenen met de formule $I = \frac{r^3}{8,5}$. Hierbij is I de inhoud in cm^3 en r de lengte van de ribben van de piramidevormige verpakking in centimeters.
- Bereken de inhoud als de ribben van de verpakking 8 cm lang zijn. Rond je antwoord af op één decimaal.
 - Bereken de inhoud in liters als de ribben van de verpakking 19 cm lang zijn. Rond je antwoord af op twee decimalen.

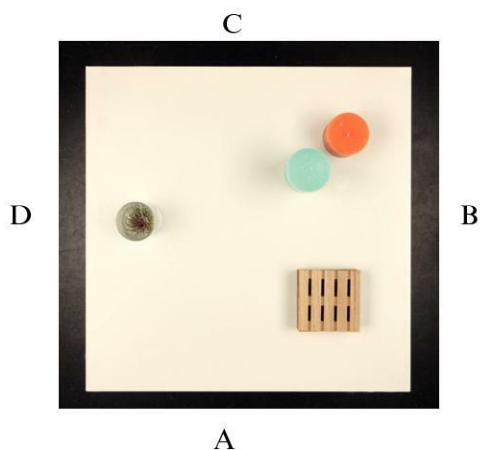




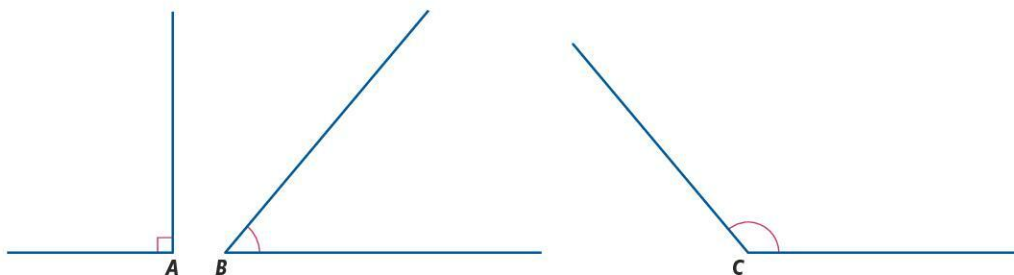
In dit hoofdstuk leer je

- werken met een schaallijn
- de plaats van een voorwerp in een bovenaanzicht tekenen
- de begrippen koers en koershoek
- koershoeken meten
- koershoeken tekenen
- met behulp van koershoeken de plaats op een kaart tekenen
- werken met drie coördinaten
- met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aangeven
- het begrip diagonaalvlak
- de lengte van een lichaamsdiagonaal berekenen





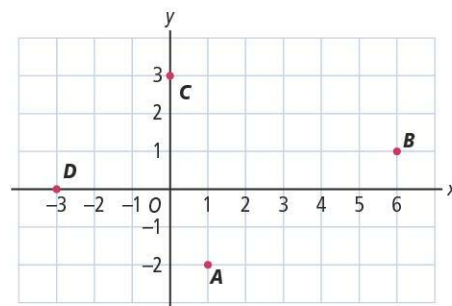
- V1 Je ziet een tafel met daarop een plant in een glas, een stapel onderzetters en twee kaarsen.
- Vanaf welke kant is de foto rechts gemaakt, vanaf A, B, C of D?
 - Joost staat aan kant D.
In welke volgorde ziet hij de voorwerpen van links naar rechts?

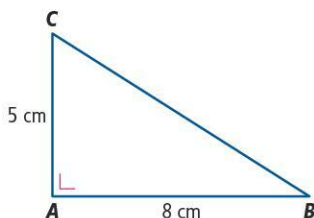
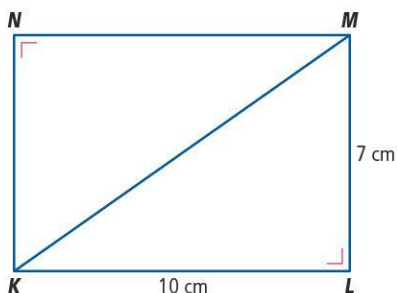


- 239 V2 **W**
 - Welke hoek is een **rechte hoek**, hoek A, hoek B of hoek C?
 - Meet de hoeken en vul in.
 $\angle A = \dots^\circ$, $\angle B = \dots^\circ$ en $\angle C = \dots^\circ$

- 239 V3 **Teken** de volgende drie **hoeken**.
 $\angle P = 60^\circ$, $\angle Q = 100^\circ$ en $\angle R = 35^\circ$

- 232 V4
 - Schrijf de **coördinaten** van punt A op.
 - Welk punt ligt op de **verticale as**?
 - Punt E ligt in het midden van de punten B en C. Schrijf de coördinaten van punt E op.
 - Bereken met de **stelling van Pythagoras** de lengte van lijnstuk AD.



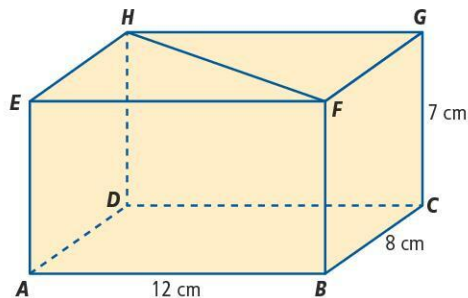


- V5
- Bereken met de stelling van Pythagoras de lengte van zijde BC . Rond je antwoord af op één decimaal.
 - Welke rechthoekige driehoek kun je gebruiken om de lengte van diagonaal KM te berekenen?
 - Bereken de lengte van diagonaal KM . Rond af op één decimaal.

- V6 Van balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm en $CG = 7$ cm.

240/241

- In welk **grensvlak** ligt **grensvlakdiagonaal** FH ?
- Maak een schets van dit grensvlak.
- Bereken de lengte van FH . Rond je antwoord af op één decimaal.



244

- V7 Anna heeft een 3D-puzzel van de Eiffeltoren. De **schaal** van deze puzzel is 1 : 800.

- Hoeveel meter is één centimeter van de puzzel in werkelijkheid?
- De 3D-puzzel is 39,5 cm hoog.
Bereken de hoogte van de Eiffeltoren in werkelijkheid.
- Er zijn ook sleutelhangers van de Eiffeltoren. Deze zijn op schaal 1 : 4000.
Bereken de hoogte van de sleutelhanger in centimeters.



2.1 Aanzichten en plaatsbepalen

Je leert

- werken met een schaallijn
- de plaats van een voorwerp in een bovenaanzicht tekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—3—04—5
- doorlopend: 1—2—3—4—5
- uitdagend: 1—3—4—5—U1

1 Je ziet een kaart van een gebied in Zuid-Holland.

244

De kaart is op **schaal** 1 : 50 000.

- Hoeveel meter is één centimeter op de kaart in werkelijkheid?
- Hoeveel centimeter is de afstand tussen kruispunt *A* en kruispunt *B* op de kaart?
- Hoeveel meter is de afstand tussen kruispunt *A* en kruispunt *B* in werkelijkheid?
- Bereken ook de werkelijke afstand tussen de kruispunten *B* en *C*.



Theorie

De schaal van een tekening of plattegrond kan weergegeven worden met een **schaallijn**. Aan de schaallijn kun je zien welke afstand 1 centimeter op de kaart in werkelijkheid voorstelt.

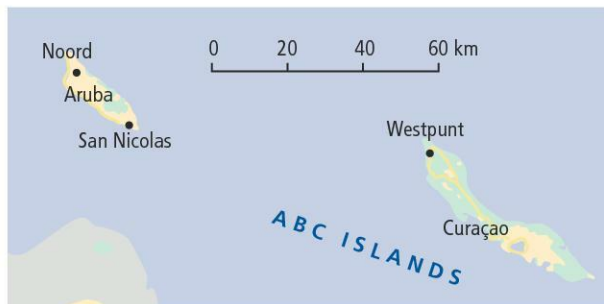
Voorbeeld

Bereken de afstand tussen Noord en Westpunt.

De afstand op de kaart is 4,8 cm.

1 centimeter op de kaart is in werkelijkheid 20 km.

De afstand tussen Noord en Westpunt is in werkelijkheid $4,8 \times 20 \text{ km} = 96 \text{ km}$.

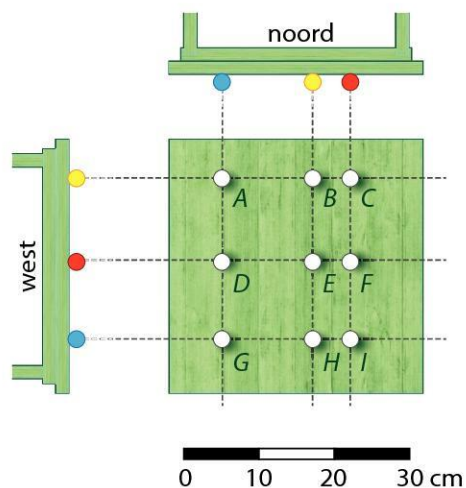


- 2 Gebruik de kaart uit het voorbeeld.
Bereken de werkelijke afstand tussen San Nicolas en Westpunt.

3 Femke heeft op een tafel drie gekleurde balletjes gelegd. Hiervan heeft ze een aanzicht vanuit het noorden en een aanzicht vanuit het westen getekend.

Op deze twee aanzichten kun je de drie balletjes zien.

- Bij welke letter op de tafel ligt het gele balletje?
- Op welke plaats ligt het rode balletje?
- Hoeveel centimeter is de afstand tussen het gele en het rode balletje op de tekening?
- Bereken de werkelijke afstand tussen het gele en het rode balletje.
- Maak zelf een aanzicht vanuit het zuiden.
- Jesse kijkt vanuit het noordwesten naar de tafel. In welke volgorde, van links naar rechts, ziet hij de drie gekleurde balletjes?

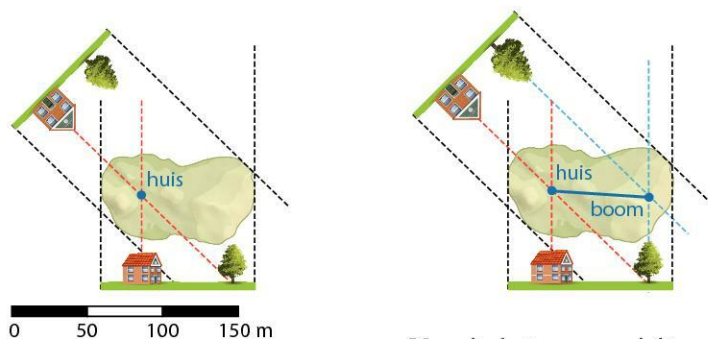


Theorie

Met behulp van twee aanzichten kun je de **plaats van een voorwerp in het bovenaanzicht** vinden. Vanuit de aanzichten teken je hulplijnen die loodrecht op het aanzicht staan. Deze hulplijnen teken je vanuit het midden van een voorwerp. Het snijpunt van de hulplijnen geeft de plaats van het voorwerp in het bovenaanzicht aan.

Voorbeeld

Je ziet een bovenaanzicht van een eiland met twee zijaanzichten. Bepaal de plaats van de boom en de afstand van het huis naar de boom.



Vanuit de twee aanzichten zijn hulplijnen getekend. Het snijpunt geeft de plaats van de boom aan. De afstand *huis – boom* is op de kaart 1,3 cm. In werkelijkheid is deze afstand $1,3 \times 50 \text{ m} = 65 \text{ m}$.

Ondersteunende route → maak opdracht 04

- 4** Op dit eiland staan een hotel, een uitkijktoren en een berg.

W

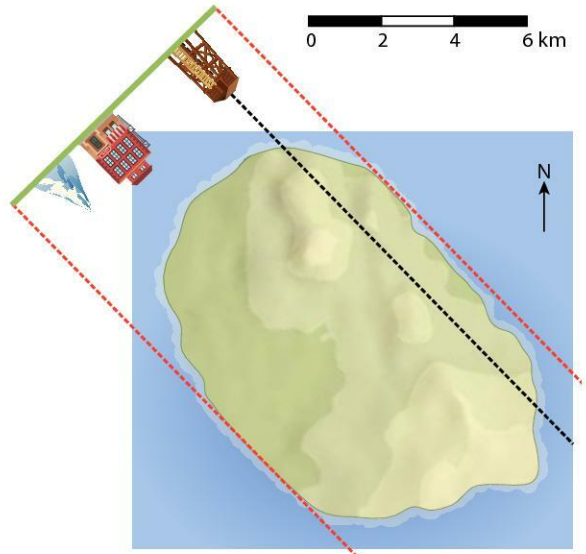
Het aanzicht vanuit het noordwesten ligt op de goede plaats. Er is een hulplijn getekend vanaf de uitkijktoren.

Mark tekent vanuit het zuiden aanzicht **1**.



1

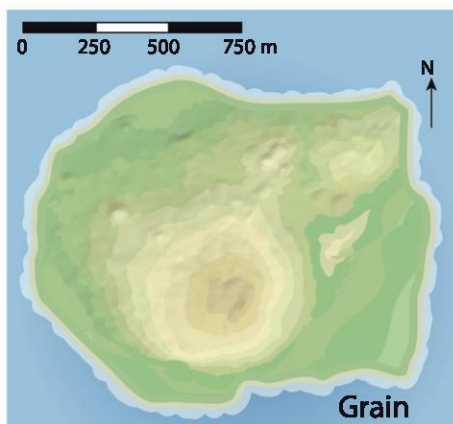
- Leg aanzicht **1** op de juiste plaats.
- Teken het bovenaanzicht van het eiland met de berg, het hotel en de uitkijktoren op de juiste plaats.
- Bereken de afstand tussen de uitkijktoren en het hotel in werkelijkheid.



- 5** Op eiland Grain staan een vuurtoren, een zendmast en een uitkijktoren.

W

- Leg de twee aanzichten op de juiste plaats.
- Teken in het bovenaanzicht de plaatsen van de vuurtoren, zendmast en uitkijktoren.
- Hoeveel meter is de afstand *vuurtoren* – *zendmast* in werkelijkheid?



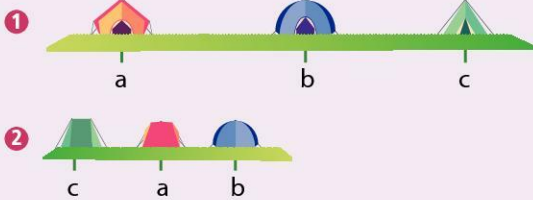
Uitdagende route → maak opdracht U1

Ondersteunende opdrachten

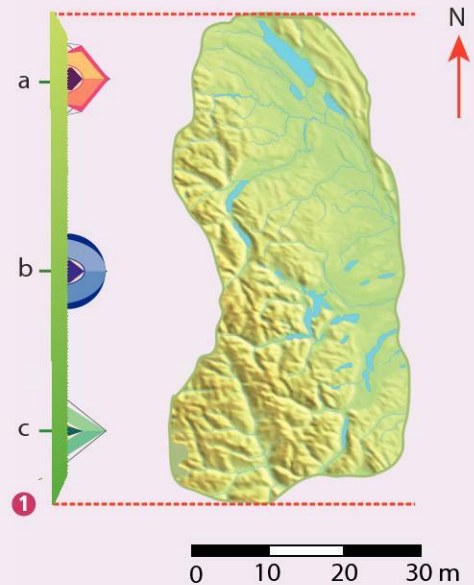
04

W

In een meer ligt een eiland met daarop een aantal tenten. De leerlingen van klas 3B gaan daar een paar dagen naar toe. Een paar leerlingen komen vanuit het westen. Zij zien het eiland zoals in aanzicht 1. Enkele andere leerlingen komen vanuit het zuiden. Zij zien het eiland zoals in aanzicht 2.



- Aanzicht 1 is al op de juiste plaats neergelegd. Leg aanzicht 2 ook op de juiste plaats.
- Teken in het bovenaanzicht van het eiland de tenten a, b en c op de juiste plaats.
- Hoeveel meter is 1 centimeter op de tekening in werkelijkheid?
- Bereken de afstand tussen de rode en de blauwe tent.

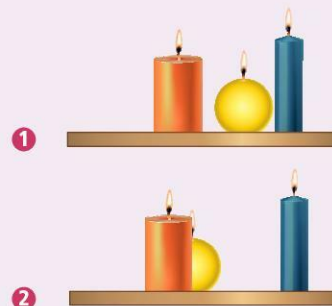


Uitdagende opdrachten

U1

W

Op een tafel staan drie kaarsen. Je ziet een tekening van de tafel en het linkerzijaanzicht. De aanzichten 1 en 2 horen ook bij de tafel met de drie kaarsen. Onderzoek uit welke richtingen de aanzichten 1 en 2 getekend zijn.



2.2 Koers en koershoek

Je leert

- de begrippen koers en koershoek
- koershoeken meten
- koershoeken tekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 6—7—8—09—10
- doorlopend: 6—7—8—9—10
- uitdagend: 6—7—9—10—U2



- 6 Maaike en Denise vertrekken vanuit Breskens met de boot in noordelijke richting.
- a In welke plaats zullen zij na enige tijd aankomen?
- b Mike en John varen vanuit Yerseke in oostelijke richting. Naar welke plaats varen zij?

Theorie

Richtingen kun je aangegeven met een **koers**. Zo zijn noord, oost en zuidwest voorbeelden van koersen.

Een (wind)richting is niet altijd nauwkeurig genoeg.

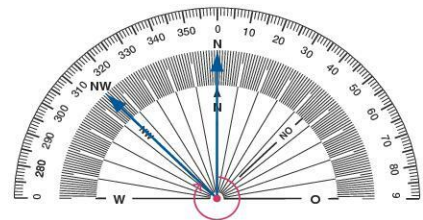
Een richting kun je nauwkeuriger aangeven met een **koershoek**.

Een koershoek wordt vanaf de noordpijl in graden gemeten met de wijzers van de klok mee.

Voorbeeld

Welke koershoek hoort bij de koers noordwest?

Bij de koers noordwest hoort een koershoek van 315° .



- 7** Gebruik de kaart uit opdracht 6.
- Over welke plaats(en) vliegt een helikopter uit Middelburg met de koers oost?
 - Welke koershoek hoort bij de richting oost?
 - Welke koershoek hoort bij de koers zuidoost?

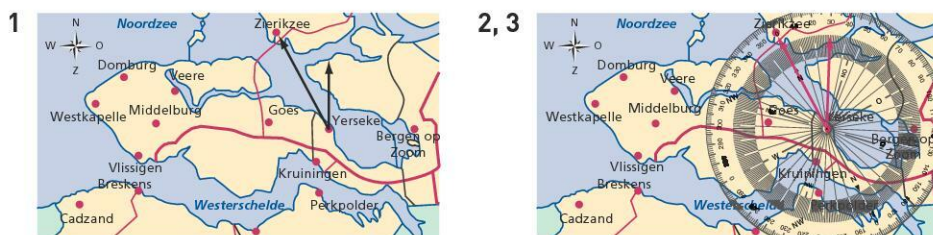
Aanpak

Hoe meet je een koershoek tussen twee plaatsen?

- Teken een noordpijl vanuit het vertrekpunt en teken een lijn tussen de twee plaatsen.
- Leg het middelpunt van de kompasroos op de plaats van vertrek. Laat hierbij de noordpijl van je kompasroos naar het noorden wijzen.
- Lees de koershoek af en schrijf deze op.

Voorbeeld

Meet de koershoek vanuit Yerseke richting Zierikzee.



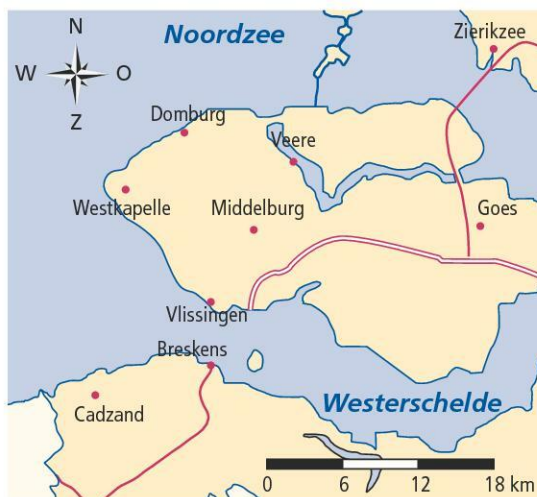
De koershoek is 340° .

- 8** Een helikopter vliegt van Vlissingen naar Zierikzee.

- W**
- Op welke plaats moet je het middelpunt van je kompasroos leggen?
 - Teken een noordpijl vanuit de vertrekplaats en een lijn van Vlissingen naar Zierikzee.
 - Meet met je kompasroos de koershoek van Vlissingen naar Zierikzee.

Ondersteunende route → maak opdracht 09

- 9**
- W**
- Meet de koershoek van Goes naar Vlissingen.
 - Is de koershoek van Goes naar Veere groter of kleiner dan de koershoek van Goes naar Vlissingen?
 - Bereken de afstand *Goes – Vlissingen*.



Aanpak**Hoe teken je een koershoek?**

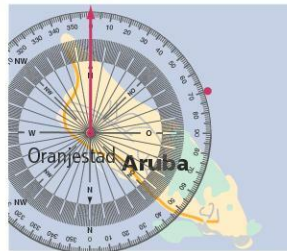
- 1 Teken een noordpijl vanuit de plaats van vertrek.
- 2 Leg de kompasroos met het middelpunt op het startpunt met 0° (N) op de noordpijl.
Zet een stip bij het aantal graden van de te tekenen koershoek.
- 3 Teken een lijn vanuit het startpunt door deze stip.

Voorbeeld

Teken een koershoek van 70° vanuit Oranjestad.



- 1 Teken een noordpijl.



- 2 Zet een stip bij 70° .

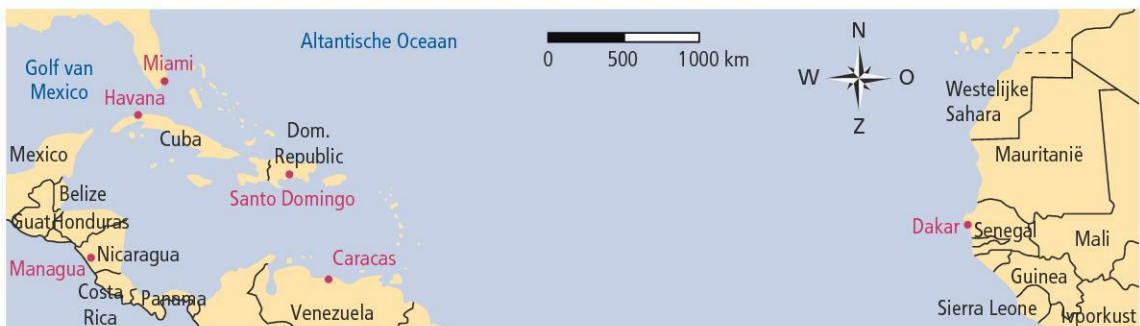


- 3 Teken een lijn naar de stip.

10 Op de kaart hieronder zie je een deel van Afrika en Zuid-Amerika.

W

- a Kay vertrekt met zijn zeilboot vanuit Santo Domingo. Hij vaart een koershoek van 160° . Bij welke plaats komt Kay aan?
- b Anouar en Carmen vertrekken met een vliegtuig vanuit Dakar met een koershoek van 280° . Naar welke plaats vliegen ze?
- c Bereken hoeveel kilometer het vliegtuig aflegt om op de bestemming aan te komen.



Uitdagende route → maak opdracht U2

Ondersteunende opdrachten

09

W

Een vliegtuig is onderweg van Rome naar Genua.

- Als je de koershoek van Rome naar Genua moet meten, moet je dan een noordpijl vanuit Rome of vanuit Genua tekenen?
- Teken de noordpijl en een lijn tussen de twee plaatsen.
- Leg de hoekmeter op de juiste plaats, lees de koershoek af en schrijf deze op.
- Hoeveel centimeter is de afstand van Rome naar Genua op de kaart?
- Bereken de afstand tussen Rome en Genua. Gebruik de schaallijn.



Uitdagende opdrachten

U2

W

Een vliegtuig vertrekt vanuit Genua en vliegt 300 km in oostelijke richting. Daarna verandert de piloot de koershoek naar 165° en volgt deze richting 240 km lang.

- Welke koershoek moet de piloot hierna aanhouden om op vliegveld Napels te kunnen landen?
- Het vliegtuig is op vliegveld Napels geland. Bereken hoeveel kilometer het vliegtuig ongeveer heeft afgelegd.



2.3 Plaatsbepalen

Je leert

- met behulp van koershoeken de plaats op een kaart tekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 11—12—013—14—15
- doorlopend: 11—12—13—14—15
- uitdagend: 11—12—13—14—U3



11
W

Een zeilschip is onderweg van Hoorn naar Lelystad.

De vuurtorenwachter van Volendam ziet het zeilschip onder een koershoek van 40° .

Vanuit de vuurtoren van Lelystad is het zeilschip te zien onder een koershoek van 305° .

- Teken vanuit Volendam de koershoek naar het zeilschip.
- Teken ook vanuit de vuurtoren van Lelystad de koershoek naar het zeilschip.
- Geef op de kaart met de letter Z de positie van het zeilschip aan.
- Meet de koershoek van de vuurtoren van Urk tot het zeilschip.
- Bereken de afstand van het zeilschip tot de vuurtoren in Lelystad. Rond je antwoord zonodig af op één decimaal.

Aanpak

Hoe vind je met hulp van koershoeken de plaats op de kaart?

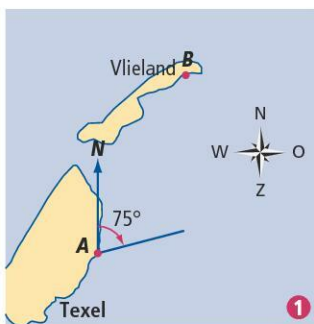
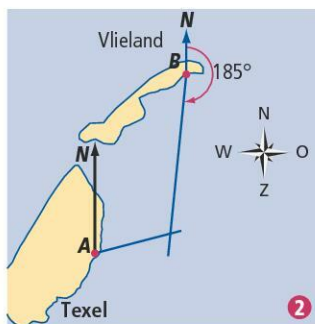
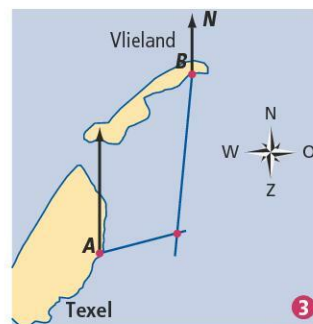
- 1 Teken vanuit plaats *A* de koershoek.
- 2 Teken vanuit plaats *B* de koershoek.
- 3 De plaats die je zoekt ligt op het snijpunt van de beide lijnen.

Voorbeeld

De vuurtorenwachter van Texel ziet een schip onder een hoek van 75° .

De vuurtorenwachter van Vlieland ziet het schip onder een hoek van 185° .

Teken de plaats van het schip op de kaart.



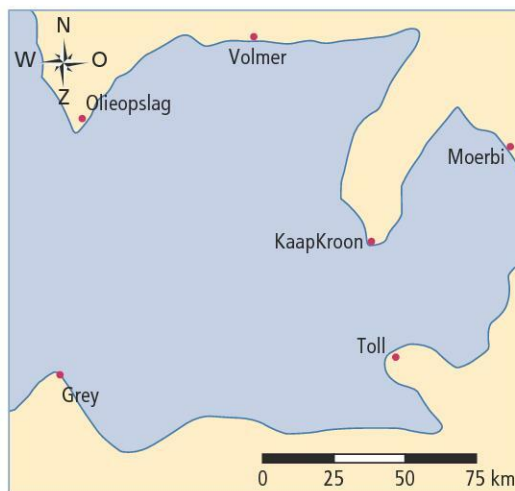
- 12** Zowel de kustwacht van Grey als die van Toll krijgen bericht dat de tanker 'Rotterdam' stuurloos ronddrijft.

W

De kustwacht van Grey meet een koershoek van 18° en de kustwacht van Toll meet een koershoek van 300° .

- a Teken vanuit Grey de koershoek op de kaart.
- b Teken ook vanuit Toll de koershoek.
- c Geef met een *A* de plaats van de tanker aan.
- d Bereken de afstand van KaapKroon tot de tanker.
- e Vanuit KaapKroon vertrekt een helikopter. De helikopter vliegt met een gemiddelde snelheid van 200 kilometer per uur. Hoeveel minuten is de helikopter ongeveer onderweg? Gebruik de verhoudingstabel.

<i>afstand</i> in km	200	1	...
<i>tijd</i> in minuten	60		...



Ondersteunende route → maak opdracht 013



- 13** Vanuit Tanger is een vrachtschip onder een koershoek van 340° te zien.
W De vuurtorenwachter van Bolonia ziet het vrachtschip onder een hoek van 250° .
- Geef met de letter *V* de positie van het vrachtschip aan.
 - Bereken de afstand van het vrachtschip naar Bolonia in kilometers.
 - Het vrachtschip krijgt motorproblemen. Er vliegt een helikopter vanuit Tanger met een technisch team naar het schip. De helikopter vliegt met een gemiddelde snelheid van 200 km/uur.
Bereken hoeveel minuten de helikopter onderweg is.
- 14** Gebruik de kaart van opdracht 13.
W De boot 'Jambo' is vertrokken uit Tarifa. De boot vaart onder een koershoek van 120° .
Geef met de letter *J* de plaats van de boot op de kaart aan als 12 kilometer is afgelegd.
- 15** Er zijn plannen voor een windmolenpark tussen Gibraltar en Ceuta.
W De koers vanuit Gibraltar is zuid en de koershoek vanuit Ceuta is 350° .
Geef op de kaart van opdracht 13 de geplande plaats van het park aan.

Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten

O13

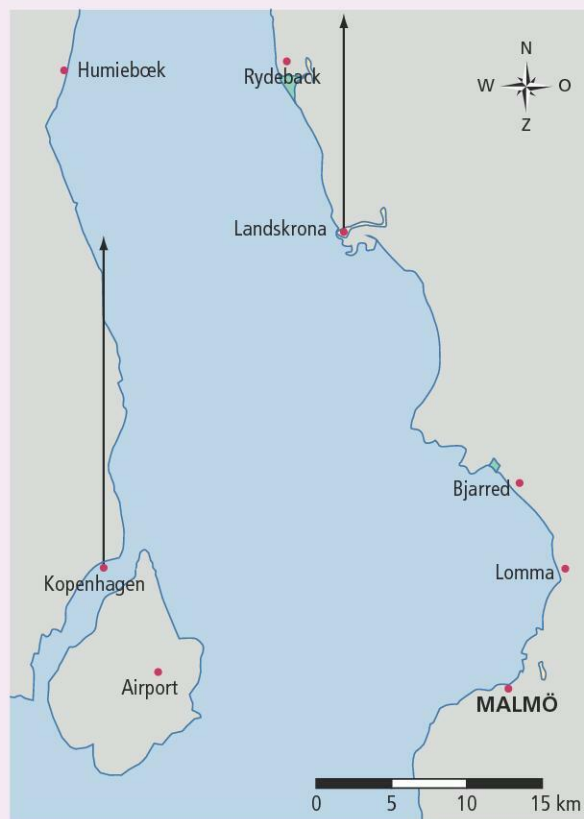
W

Een schip heeft problemen met de radar. Het schip ligt vanuit Kopenhagen gezien op een koershoek van 55° .

Vanuit Landskrona ziet de kustwacht het schip onder een koershoek van 190° .

- Teken de koershoeken vanuit de twee plaatsen. De noordpijlen zijn al getekend.
- Geef met de letter *S* de plaats van het schip aan.
- Hoeveel kilometer is 1 centimeter op de kaart in werkelijkheid? Gebruik de schaallijn.
- Bereken de afstand tussen Airport en het vrachtschip.
- Er wordt een technisch onderdeel per helikopter naar het vrachtschip gebracht. De helikopter vliegt met een gemiddelde snelheid van 200 km/uur. Hoeveel minuten is de helikopter onderweg? Gebruik de verhoudingstabel.

<i>afstand</i> in km	200	1	...
<i>tijd</i> in minuten	60		...



Uitdagende opdrachten

U3

W

Gebruik in deze opdracht de kaart van opdracht O13.

Een tanker is om 10:30 uur vertrokken vanuit Malmö naar Rydeback. In de tabel staat op welk tijdstip en onder welke koers of koershoek de verschillende plaatsen de tanker zien.

<i>tijd</i>	<i>koers of koershoek vanuit de kuststations</i>	
11:00 uur	Airport → 60°	Lomma → West
11:30 uur	Landskrona → 278°	Kopenhagen → 20°

- Teken de route van de tanker vanaf vertrek uit Malmö tot en met 11:30 uur op de kaart.
- Bereken de gemiddelde snelheid van de tanker tussen 10:30 uur en 11:30 uur in km/uur. Rond af op een geheel getal.

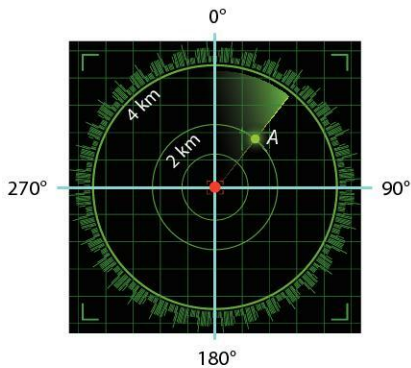
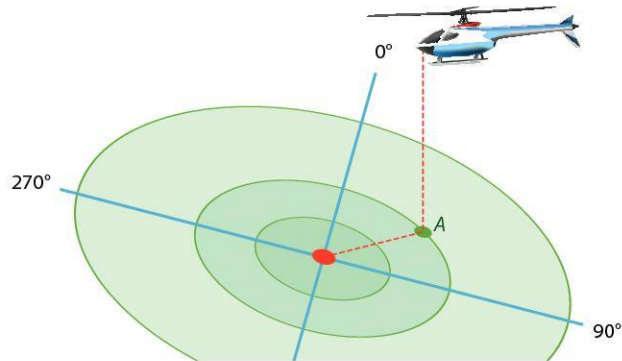
2.4 Drie coördinaten

Je leert

- werken met drie coördinaten
- met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aangeven

Leerroutes

- ondersteunend: 16—17—018—19—020
- doorlopend: 16—17—18—19—20
- uitdagend: 16—17—20—U4—U5



16 De kapitein van een vrachtschip ziet op het radarscherm hoe ver een ander schip van het vrachtschip verwijderd is.

W

Het vrachtschip zelf is het middelpunt van het radarscherm.

- Op de radar ziet de kapitein een schip bij punt *A*.
Leg uit dat de coördinaten van het schip (2 km, 40°) zijn.
- Een ander schip heeft de coördinaten (4 km, 290°).
Geef de plaats van het schip aan met de letter *B*.
- Boven schip *A* vliegt een helikopter op een hoogte van 200 meter.
Waarom kun je de positie van de helikopter niet met twee coördinaten aangeven?
- De coördinaten van een vliegtuig zijn (2 km, 150°, 500 m).
Geef de plaats op het radarscherm aan, waarboven het vliegtuig zich bevindt.

Theorie

Een plaats op een kaart kun je aangeven met een afstand en een koershoek.

Je noteert eerst de afstand en dan de koershoek.

In ruimtelijke situaties heb je **drie coördinaten** nodig. Je noteert dan eerst de afstand, dan de koershoek en als laatste de hoogte.

Voorbeeld

Een vliegtuig vliegt op 5 km afstand van de verkeersstoren op een hoogte van 2 km. De koershoek is 290°.

Geef met drie coördinaten de plaats van het vliegtuig aan.

De plaats van het vliegtuig kun je aangeven met (5 km, 290°, 2 km).

17

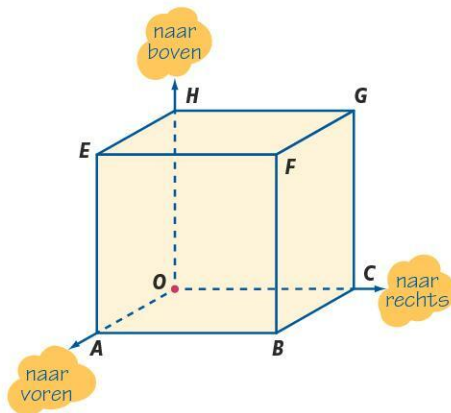
W

Vanuit de verkeerstoren van Schiphol krijgt een vliegtuig dat in nood is de coördinaten (180 km, 50°, 600 m) te horen.

- Teken de plaats van dit vliegtuig op de kaart.
- Op de kaart zie je vijf vliegvelden. Welk vliegveld komt in aanmerking voor een noodlanding?
- Donald vliegt vanaf vliegveld Twente richting Schiphol. Hij is al 25 kilometer onderweg en vliegt op een hoogte van 800 meter. Welke coördinaten geeft de verkeersleider van Schiphol door aan dit vliegtuig?
- Het vliegtuig PH MAM vliegt van Rotterdam naar Eelde. Welke coördinaat moet in ieder geval anders zijn om een botsing met het vliegtuig van Donald te voorkomen?



Ondersteunende route → maak opdracht 018



18

W

Yara en Rivian hebben een kubus getekend.

- Yara zegt: 'Als ik in punt *O* begin ga ik eerst naar voren naar punt *A* en dan vanuit punt *A* naar boven om bij punt *E* uit te komen.'
- Rivian zegt: 'Er is nog een manier. Je kunt ook eerst naar boven gaan.'
- Beschrijf hoe Rivian naar punt *E* gaat.
- Op welke twee manieren kun je vanuit punt *O* langs de **ribben** bij punt *B* komen?

240

Aanpak

Hoe geef je met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aan?

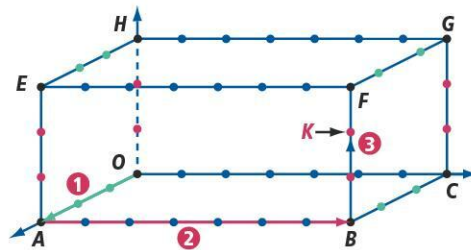
Er is een vaste volgorde om een punt in de ruimte aan te geven.

- 1 Begin in punt O . De eerste coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar voren moet gaan.
- 2 De tweede coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar rechts moet.
- 3 De derde coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar boven moet.

Voorbeeld

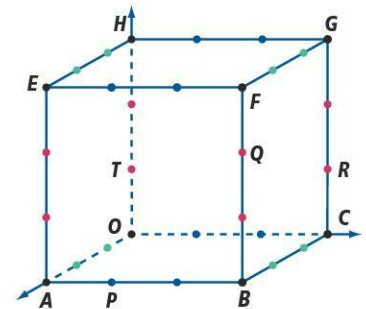
Welke drie coördinaten heeft punt K ?

- 1 Vanuit O moet je 3 plaatsen naar voren.
 - 2 Vervolgens ga je 7 plaatsen naar rechts.
 - 3 Daarna ga je 2 plaatsen naar boven.
- De coördinaten van punt K zijn $(3, 7, 2)$.



- 19 De punten op de ribben liggen steeds even ver van elkaar.

- a De coördinaten van punt P zijn $(3, 1, 0)$.
Waarom is de derde coördinaat gelijk aan nul?
- b Vul de coördinaten van de volgende punten in.
 $A(\dots, \dots, \dots)$ $Q(\dots, \dots, \dots)$
 $G(\dots, \dots, \dots)$ $R(\dots, \dots, \dots)$
- c Schrijf de coördinaten van punt O op.
- d Van welk ander punt zijn de drie coördinaten ook gelijk?



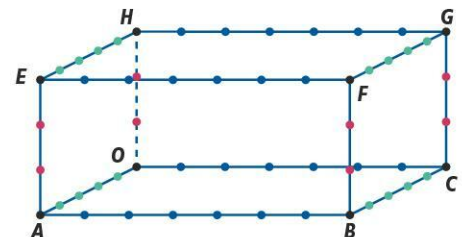
Ondersteunende route → maak opdracht 020

- 20 Van balk $ABCO.EFGH$ is $OA = 5$ cm, $OC = 7$ cm en $OH = 3$ cm.

240

243

- a Teken **grensvlak** $AOHE$ op ware grootte.
- b Bereken de lengte van AH met de **stelling van Pythagoras**. Rond af op één decimaal.
- c Punt M is het midden van ribbe BF .
Schrijf de coördinaten van punt M op.
- d Bereken de lengte van lijnstuk AM .



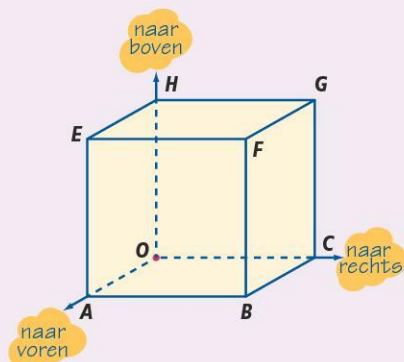
Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

Ondersteunende opdrachten

018 Je ziet de kubus $ABCO.EFGH$.

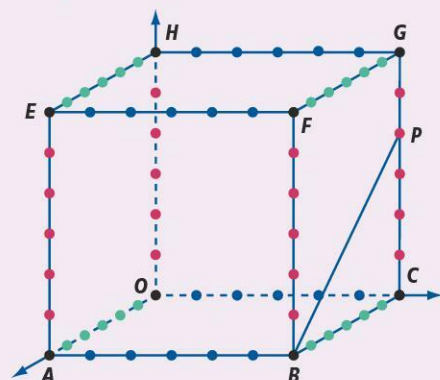
W

- Jules zegt: 'Ik kan bij punt G komen door vanuit O naar punt C te gaan en dan vanuit punt C naar boven te gaan om bij punt G te komen.'
Teken de route die Jules neemt om bij punt G te komen.
- Anna denkt dat je ook via punt H naar punt G kan.
Kleur lijnstuk OH rood.
- Welke richting moet Anna nu op om bij punt G te komen, naar voren, naar rechts of naar boven?
- Kleur de route van Anna af.



020 Kubus $ABCO.EFGH$ heeft ribben van 6 cm.

- Schrijf de coördinaten van punt P op.
- Teken het **grensvlak** $BCGF$ op ware grootte.
- Teken lijnstuk BP in dit grensvlak.
- Bereken de lengte van lijnstuk BP met de **stelling van Pythagoras**. Rond je antwoord af op twee decimalen.



zijde	kwadraat
$BC = 6$	...
$CP = \dots$	... +
$\dots = \dots$	...

Uitdagende opdrachten

- U4** De verkeerstoren van Schiphol ziet op de radar een vliegtuig met de coördinaten (9,5 km, 35° , 465 m). De piloot heeft het vliegtuig recht voor de landingsbaan gebracht en zet de landing in. Neem aan dat het vliegtuig volgens een rechte lijn daalt.
Bereken de afstand die het vliegtuig nog moet afleggen tot het vliegtuig de grond raakt. Rond je antwoord af op hele meters.
Tip: Maak eerst een schets van de situatie.

- U5** Van balk $PQRO.TUVW$ is $PO = 4$ cm, $PQ = 6$ cm en $PT = 4$ cm.
- Teken balk $PQRO.TUVW$.
 - De diagonalen PU en QT snijden elkaar in punt M .
Schrijf de coördinaten van punt M op.
 - Bereken de lengte van lijnstuk MT in één decimaal nauwkeurig.

2.5 Pythagoras in de ruimte

Je leert

- het begrip diagonaalvlak
- de lengte van een lichaamsdiagonaal berekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 21—22—23—24—025—26
- doorlopend: 21—22—23—24—25—26
- uitdagend: 21—22—23—25—26—U6

21 Van de kubus $ABCD.EFGH$ zijn de ribben 3 cm.

241 a In welk grensvlak ligt **grensvlakdiagonaal** BD ?

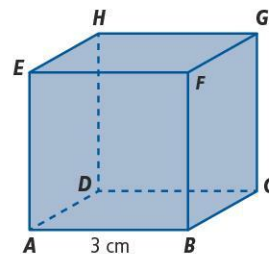
b Welke vorm heeft dit grensvlak?

241 c In welk vlak ligt de **lichaamsdiagonaal** BH ?

d Maak een schets van het grensvlak $ABCD$ en teken diagonaal BD .

e Bereken de lengte van BD .

f Teken het vlak $BDHF$ op ware grootte.



Theorie

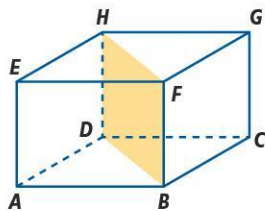
Het vlak waar de lichaamsdiagonaal van een kubus of een balk in ligt, heet het **diagonaalvlak**.

Een diagonaalvlak deelt een kubus of een balk in twee gelijke delen.

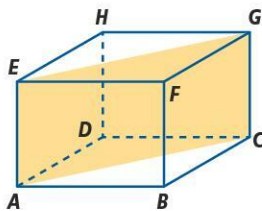
Een kubus en een balk hebben elk zes diagonaalvlakken.

Voorbeeld

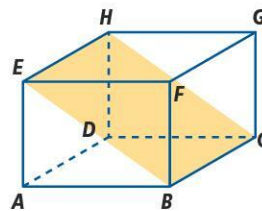
Teken drie diagonaalvlakken van balk $ABCD.EFGH$ en schrijf ze op.



diagonaalvlak $BDHF$



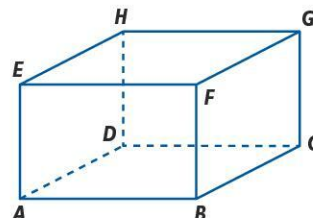
diagonaalvlak $ACGE$

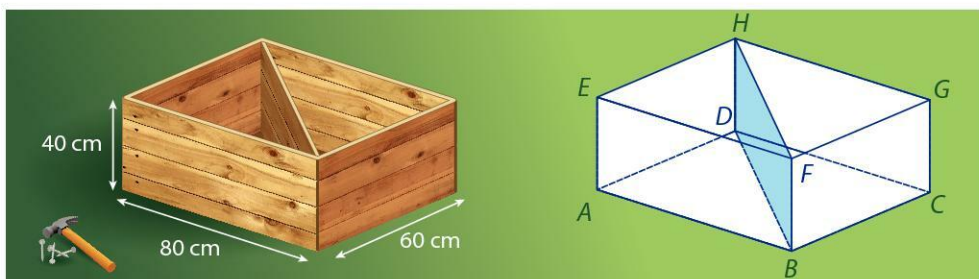


diagonaalvlak $BCHE$

22 Kijk naar de balk in het voorbeeld en hiernaast.

W Schrijf ook de andere drie diagonaalvlakken van de balk op.



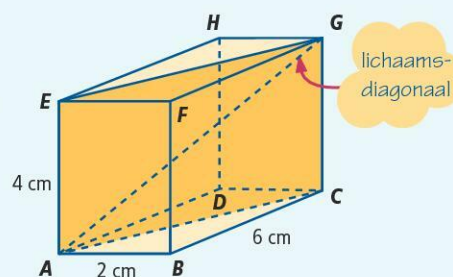


- 23** Een kist is 80 cm lang, 60 cm breed en 40 cm hoog.
In de kist zit een tussenschot. Rechts zie je een schets van de kist, waarbij het tussenschot als diagonaalvlak is getekend.
- Bereken de lengte van het tussenschot.
 - Maak een schets van het tussenschot en teken lichaamsdiagonaal FD in de schets.
 - Bereken de lengte van deze lichaamsdiagonaal.

Aanpak

Hoe bereken je de lengte van een lichaamsdiagonaal?

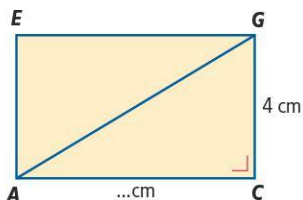
- Zoek een diagonaalvlak waarin de lichaamsdiagonaal ligt en schets dit diagonaalvlak.
- Bereken de onbekende maten van dit diagonaalvlak met de stelling van Pythagoras. Zet de maten bij de schets.
- Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal met de stelling van Pythagoras. Gebruik een rechthoekige driehoek in het diagonaalvlak. Rond het antwoord af op één decimaal.



Voorbeeld

Bereken de lengte van lichaamsdiagonaal AG in de balk.

- Gebruik diagonaalvlak $ACGE$
- Gebruik $\triangle ABC$ om de lengte van AC te berekenen.
- Kies $\triangle ACG$ en bereken de lengte van AG .



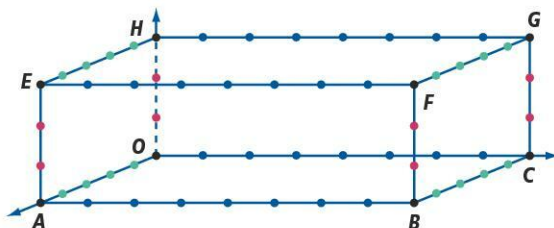
zijde	kwadraat
$AB = 2$	4
$BC = 6$	<u>36</u> +
$AC = \dots$	40

$$\text{Dus } AC = \sqrt{40}$$

zijde	kwadraat
$AC = \sqrt{40}$	40
$CG = 4$	<u>16</u> +
$AG = \dots$	56

$$\text{Dus } AG = \sqrt{56} = 7,48\dots \approx 7,5 \text{ cm}$$

- 24** In balk $ABCO.EFGH$ is $OA = 5$ cm, $OH = 3$ cm en $OC = 8$ cm.
- Schrijf de coördinaten van de punten C en E op.
 - In welk diagonaalvlak ligt ribbe EF ?
 - Maak een schets van dit diagonaalvlak.
 - Bereken de lengte van lichaamsdiagonaal CE .



Ondersteunende route → maak opdracht 025



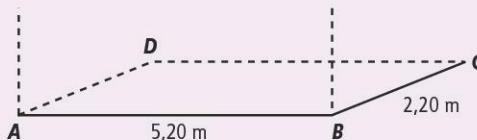
- 25** De afmetingen van de laadruimte van een verhuishwagen zijn 6,30 m bij 2,20 m bij 2,40 m.
- Maak een schets van de laadruimte met letters en de afmetingen erbij.
 - Teken in de schets een lichaamsdiagonaal.
 - Schets een diagonaalvlak waarin deze lichaamsdiagonaal ligt.
 - Bereken de afmetingen van dit diagonaalvlak.
 - Onderzoek met een berekening of de verhuishwagen een paal van acht meter lang kan meenemen.

- 26** Een kist is 150 cm hoog, 3 meter lang en 120 cm breed.
- Maak een schets van een balk met letters en bovenstaande maten.
 - Laat met een berekening zien of de lichaamsdiagonaal groter of kleiner is dan 3,5 meter.



Uitdagende route → maak opdracht U6

Ondersteunende opdrachten



025

W

De afmetingen van de laadruimte van deze verhuishwagen zijn 5,20 m bij 2,20 m bij 2 m.

- Rechts zie je een begin van een schets van de laadruimte. Maak deze schets af.
- Teken in de schets lichaamsdiagonaal AG .
- Schrijf een diagonaalvlak op waarin deze lichaamsdiagonaal ligt.
- Schets dit diagonaalvlak.
- Bereken de onbekende zijde van dit diagonaalvlak. Gebruik de stelling van Pythagoras.
- Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal.
- Past er een paal van 6,20 meter in de verhuishwagen?

Uitdagende opdrachten

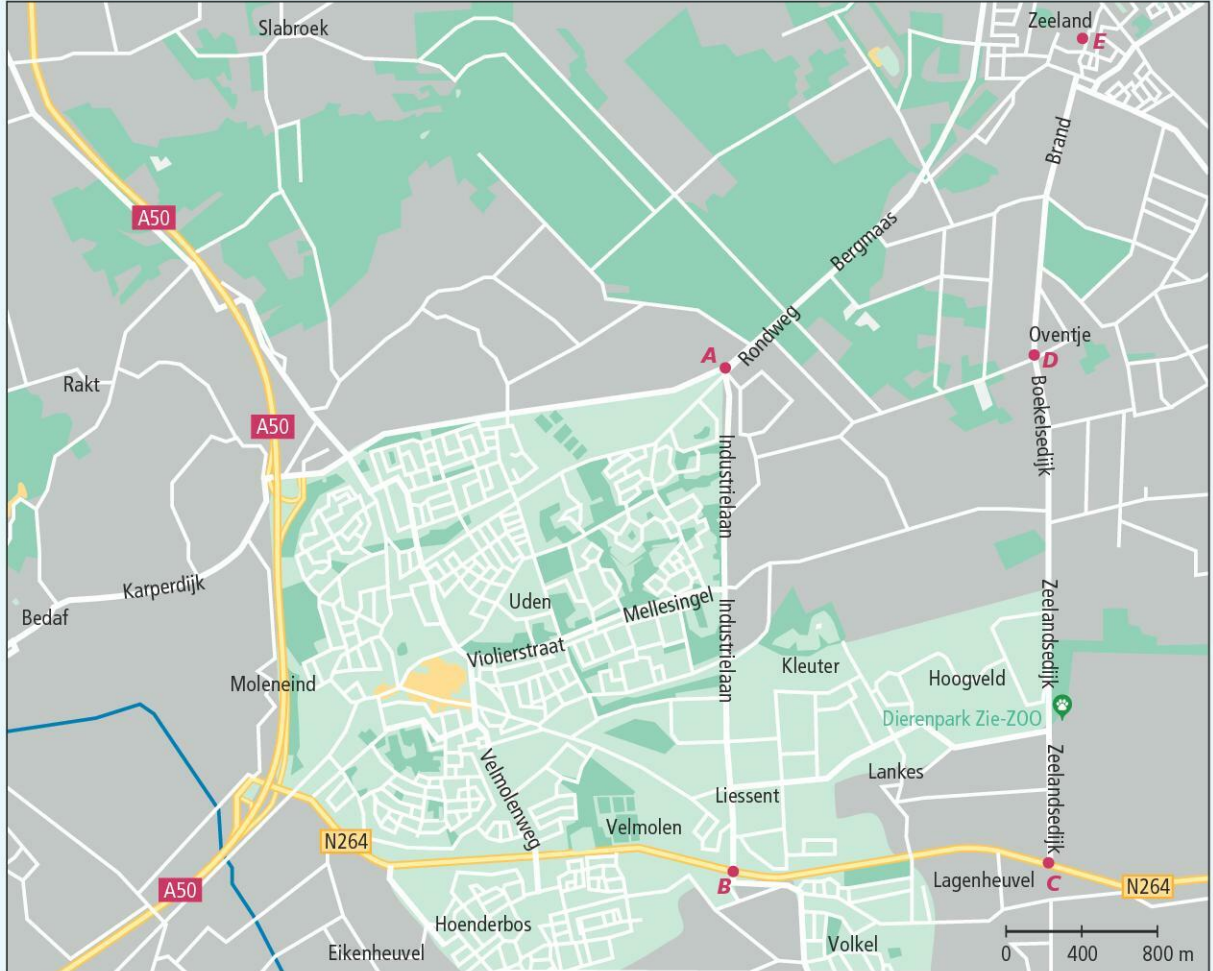
U6

Een lift in een nieuw appartementencomplex moet 105 cm breed en 205 cm lang zijn. Op het gebouw wordt een vlaggenmast geplaatst van 3,15 m. Deze vlaggenmast moet in de lift passen. Bereken hoe hoog de lift dan minimaal moet zijn. Geef je antwoord in hele centimeters.



Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt werken met een schaallijn.



- T1** Je ziet op de kaart een deel van Uden en omgeving.
De schaal van de kaart is 1 : 40 000.
- Bereken de afstand tussen punt A en punt B in werkelijkheid.
Geef je antwoord in meters en in kilometers.
 - Dina woont in Oventje en werkt in dierenpark Zie-Zoo.
Bereken de afstand van Oventje naar dit dierenpark.
Geef je antwoord in kilometers.
 - Daan woont in Zeeland en werkt ook in het dierenpark.
Hoeveel kilometer moet hij meer afleggen naar het dierenpark dan Dina?

Je kunt de plaats van een voorwerp in een bovenaanzicht tekenen.



aanzicht vanuit noordoosten



aanzicht vanuit zuiden

T2 Je ziet twee aanzichten van een eiland. Het bovenaanzicht van het eiland heeft de vorm van een cirkel.

W

- Teken een cirkel met een diameter van 4 cm. Dit is het bovenaanzicht van het eiland.
- Gebruik de zijaanzichten om de molen, de kerktoeren en de tv-mast op de juiste plaats in het bovenaanzicht te tekenen.
- Welke twee bouwwerken liggen het dichtst bij elkaar?
- Teken het zijaanzicht vanuit het westen.

Je kent de begrippen koers en koershoek en je kunt koershoeken meten.



T3 Bas vliegt met een helikopter rechtstreeks van Helsinki naar Jõhvi.

W

- Welke koershoek moet hij dan aanhouden?
- Bereken de afstand *Helsinki – Jõhvi* in kilometers.

Je kunt koershoeken tekenen.



T4 John vertrekt per boot vanuit de haven van Saint Helier (Jersey) onder een koershoek van 240° .

W

- Teken deze koershoek.
- Richting welke stad vaart John?

T5 Gebruik de kaart van opdracht T4.

W

Carla en Tom vertrekken vanuit de haven van Saint-Brieuc onder een koershoek van 35° .
Richting welk eiland varen Carla en Tom?

Je kunt met behulp van koershoeken de plaats op een kaart tekenen.

T6 Gebruik de kaart van opdracht T3.

W

Een schip is onderweg van Kotka naar Tallinn. Om 15:00 uur is de koershoek vanuit Porvoo 140° en vanuit Tallinn is de koershoek 50° .

- Teken op de kaart de plaats waar het schip zich om 15:00 uur bevindt.
- Het schip vaart met een gemiddelde snelheid van 40 km/uur.
Bereken hoe laat het schip in Tallinn aankomt.

Je kunt werken met drie coördinaten.

Je kunt met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aangeven.

T7 **W** Op het kaartje van Groot-Brittannië staan vliegvelden aangegeven.

In de verkeerstoren van Sheffield komt een melding binnen van een vliegtuig in nood.

De coördinaten, gerekend vanaf Liverpool, bij dit vliegtuig zijn (300 km, 50° , 1150 m).

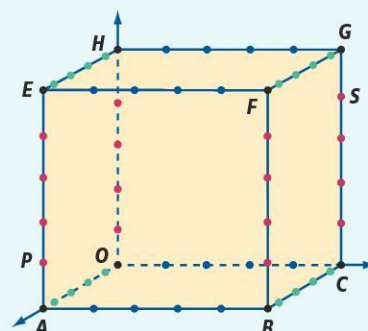
Welk vliegveld komt voor een noodlanding in aanmerking?

Licht je antwoord toe.



T8 De ribben van de kubus zijn 5 cm.

- W**
- Welke coördinaten hebben de punten B en S ?
 - Punt M is het midden van ribbe CG . Schrijf de coördinaten van punt M op.
 - Teken het punt $T(5, 5, 4)$.
 - Bereken de lengte van lijnstuk PT . Rond je antwoord af op één decimaal.



Je kent het begrip diagonaalvlak en je kunt de lengte van een lichaamsdiagonaal berekenen.

T9 Gebruik de kubus uit opdracht T8.

- W**
- Bereken de lengte van grensvlakdiagonaal BG in één decimaal nauwkeurig.
 - Schrijf een diagonaalvlak op waar lichaamsdiagonaal EC in ligt.
 - Bereken de lengte van lichaamsdiagonaal EC .

Vaardigheid

Je kunt werken met een schaallijn.

De schaal van een tekening of plattegrond kan weergegeven worden met een schaallijn. Aan de schaallijn kun je zien welke afstand 1 centimeter op de kaart in werkelijkheid voorstelt.

Voorbeeld

Bereken de afstand tussen het Costa Adeje en Telde.

De afstand op de kaart is 6,7 cm.

1 centimeter op de kaart is in werkelijkheid 20 km.

De afstand *Costa Adeje – Telde* is in werkelijkheid $6,7 \times 20 \text{ km} = 134 \text{ km}$.



- E1 Gebruik de kaart uit het voorbeeld.
Bereken hoeveel kilometer de afstand tussen Puerto de la Cruz en Maspalomas in werkelijkheid is.

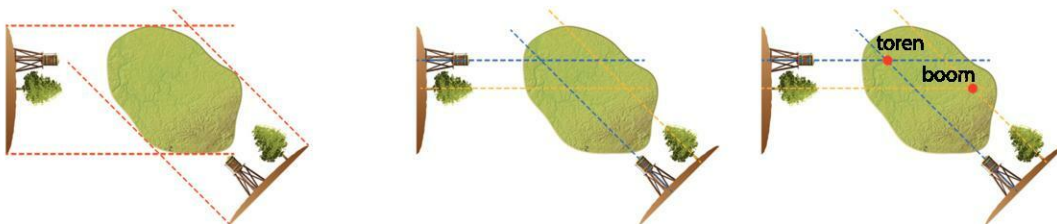
Vaardigheid

Je kunt de plaats van een voorwerp in een bovenaanzicht tekenen.

Met behulp van twee aanzichten kun je de plaats van een voorwerp in het bovenaanzicht vinden. Vanuit de aanzichten teken je hulplijnen die loodrecht op het aanzicht staan. Deze hulplijnen teken je vanuit het midden van een voorwerp. Het snijpunt van de hulplijnen geeft de plaats van het voorwerp in het bovenaanzicht aan.

Voorbeeld

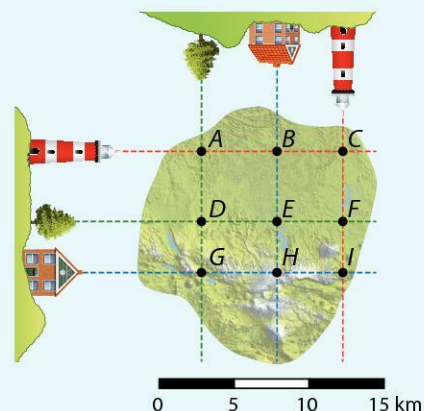
Je ziet links een bovenaanzicht van een eiland met twee zijaanzichten. Bepaal de plaats van de toren en de boom.



E2
W

In een meer ligt een eiland. Op het eiland staan een vuurtoren, een huis en een boom.
Vanuit zowel het noorden als vanuit het westen is een aanzicht van het eiland getekend.

- Geef van de drie getekende voorwerpen de plaats aan waar ze op het eiland staan.
- Bereken de werkelijke afstand tussen de boom en de vuurtoren.
- Teken een aanzicht vanuit het oosten.
- Jimmy kijkt vanuit het zuidoosten naar het eiland. In welke volgorde van links naar rechts ziet hij de vuurtoren, het huis en de boom?



Vaardigheid

Je kent de begrippen koers en koershoek en je kunt koershoeken meten.

Richtingen kun je aangegeven met een koers. Zo zijn noord, oost en zuidwest voorbeelden van koersen.

Een richting kun je nauwkeuriger aangeven met een koershoek.

Een koershoek wordt vanaf de noordpijl in graden gemeten met de wijzers van de klok mee.

Hoe meet je een koershoek tussen twee plaatsen?

- Teken een noordpijl vanuit het vertrekpunt en teken een lijn tussen de twee plaatsen.
- Leg het middelpunt van de kompasroos op de plaats van vertrek. Laat hierbij de noordpijl van je kompasroos naar het noorden wijzen.
- Lees de koershoek af en schrijf deze op.

Voorbeeld

Meet de koershoek vanuit Palma de Mallorca richting Cala D'or.



1



2,3 De koershoek is 115°.

- E3** Naast Australië ligt het eiland Lifou. Jesse en Nance varen met een luchtballon van Huneté naar Xode.
- W**
- Welke koers moet de luchtballon ongeveer varen, zuidoost of zuidwest?
 - Meet de koershoek van Huneté naar Xode.
 - Bereken de werkelijke afstand tussen deze twee plaatsen.
 - De gemiddelde snelheid van de luchtballon tijdens het varen was 12 km per uur. Bereken hoeveel minuten de tocht heeft geduurd. Gebruik de verhoudingstabel.

<i>afstand</i> in km	12	1	...
<i>tijd</i> in minuten	60		...



Vaardigheid

Je kunt koershoeken tekenen.

Hoe teken je een koershoek?

- Teken een noordpijl vanuit de plaats van vertrek.
- Leg de kompasroos met het middelpunt op het startpunt met 0° (N) op de noordpijl. Zet een stip bij de te tekenen koershoek.
- Teken een lijn vanuit het startpunt door deze stip.

Voorbeeld

Teken een koershoek van 118° vanuit Westkapelle.



1 Teken een noordpijl.



2 Zet een stip bij 118° .



3 Teken een lijn door de stip.

E4 Gebruik de kaart uit opdracht E3.

- W**
- Kjell vliegt vanaf Hapetra een koershoek van 95° .
Teken de koershoek.
 - Naar welke plaats is Kjell op weg?

Vaardigheid

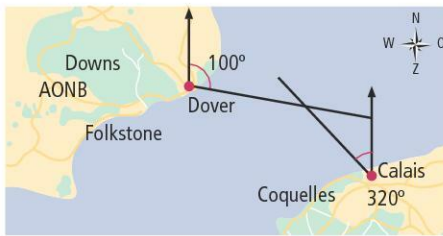
Je kunt met hulp behulp van koershoeken de plaats op een kaart tekenen.

Hoe vind je met hulp van koershoeken de plaats op de kaart?

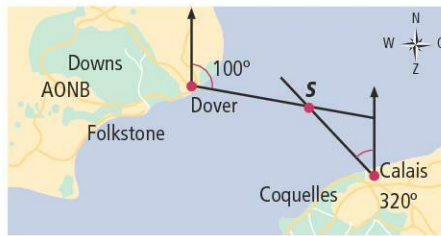
- Teken vanuit plaats A de koershoek.
- Teken vanuit plaats B de koershoek.
- De plaats die je zoekt ligt op het snijpunt van de beide lijnen.

Voorbeeld

De vuurtorenwachter van Dover ziet een schip onder een hoek van 100° .
De vuurtorenwachter van Calais ziet het schip onder een hoek van 320° .
Teken de plaats van het schip (S) op de kaart.



1, 2



3

E5 Vanuit Oulu in Finland wordt een schip in nood waargenomen onder een koershoek van 260° .

W Vanuit Lulea in Zweden wordt het schip waargenomen onder een koershoek van 160° .

- Teken vanuit Oulu de lijn waarlangs het schip gezien wordt.
- Teken ook vanuit Lulea de lijn waarlangs het schip gezien wordt.
- Geef de plaats van het schip met een stip aan.
- Tot welke plaats is de afstand van het schip het kleinst, tot Oulu of tot Lulea?



E6 Voor de kust van Ierland is een schip in nood. Vanuit Corraun is het schip te zien onder een koershoek van 120° .

Vanuit Louisburgh gezien is de koers richting het schip noord.

- Geef met de letter *S* de positie van het schip aan.
- Bereken de afstand tussen het schip en Mulrany.
- Onder welke hoek ziet men het schip vanuit Mulrany?
- Een reddingsboot is met een gemiddelde snelheid van 30 km/uur onderweg naar het schip vanuit Lecanvey. Controleer dat de reddingsboot na ongeveer 12 minuten bij het schip is.



Vaardigheid

Je kunt werken met drie coördinaten.

Een plaats op een kaart kun je aangeven met een afstand en een koershoek.

Je noteert eerst de afstand en dan de koershoek.

In ruimtelijke situaties heb je drie coördinaten nodig. Je noteert dan eerst de afstand, dan de koershoek en als laatste de hoogte.

Voorbeeld

Een vliegtuig vliegt op 8 km afstand van een verkeersstoren op een hoogte van 5 km. De koershoek is 170° .

Geef met drie coördinaten de plaats van het vliegtuig aan.

De plaats van het vliegtuig kun je aangeven met (8 km, 170° , 5 km).

E7 Je ziet een kaartje van de omgeving van vliegveld Rotterdam Airport.

Met de letter *T* is de plaats van de verkeersstoren aangegeven.

Op de radar is een vliegtuig zichtbaar op (12 km, 340° , 1200 m).

- Op welke hoogte vliegt het vliegtuig?
- Hoeveel centimeter is 12 km op het kaartje?
- Teken de plaats op het kaartje waarboven het vliegtuig zich bevindt.



Vaardigheid

Je kunt met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aangeven.

Hoe geef je met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aan?

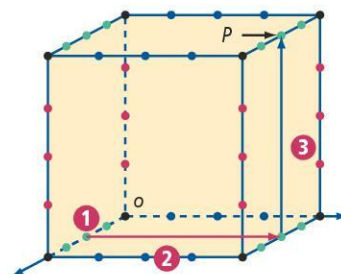
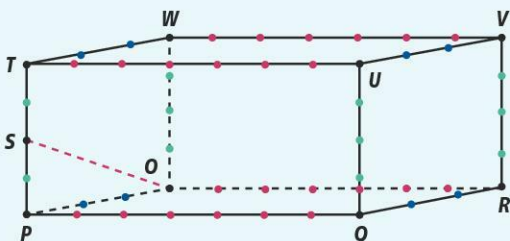
Er is een vaste volgorde om een punt in de ruimte aan te geven.

- 1 Begin in punt O . De eerste coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar voren moet gaan.
- 2 De tweede coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar rechts moet.
- 3 De derde coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar boven moet.

Voorbeeld

Welke drie coördinaten heeft punt P ?

- 1 Vanuit O moet je 2 plaatsen naar voren.
 - 2 Vervolgens ga je 4 plaatsen naar rechts.
 - 3 Daarna ga je 4 plaatsen naar boven.
- De coördinaten van punt P zijn $(2, 4, 4)$.



E8 In balk $PQRO.TUVW$ is $OP = 3$ cm, $PQ = 7$ cm en $PT = 4$ cm.

W

- a Schrijf de coördinaten van de punten U , V en S op.
- b Schrijf ook de coördinaten van punt O op.
- c Teken grensvlak $POWT$ op ware grootte.
- d Bereken de lengte van lijnstuk OS . Gebruik de stelling van Pythagoras en rond je antwoord af op één decimaal.

Vaardigheid
Je kent het begrip diagonaalvlak.

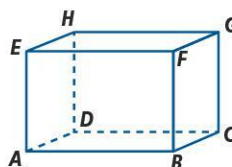
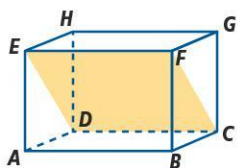
Het vlak waar de lichaamsdiagonaal van een kubus of een balk in ligt, heet het diagonaalvlak.

Een diagonaalvlak deelt een kubus of een balk in twee gelijke delen.

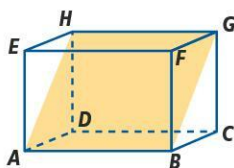
Een kubus en een balk hebben elk zes diagonaalvlakken.

Voorbeeld

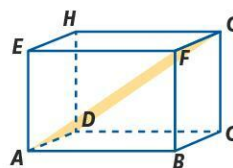
Teken drie diagonaalvlakken van balk $ABCD.EFGH$ en schrijf ze op.



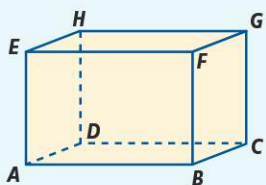
diagonaalvlak $CDEF$



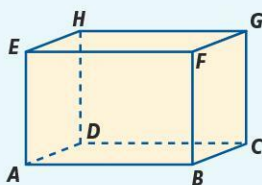
diagonaalvlak $ABGH$



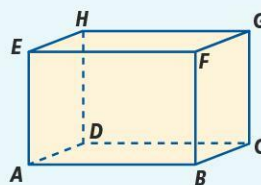
diagonaalvlak $AFGD$



diagonaalvlak ...



diagonaalvlak ...



diagonaalvlak ...

E9 Kijk naar de balken in het voorbeeld.

- W**
- Kleur ook de andere drie diagonaalvlakken van de balk.
 - Schrijf deze drie diagonaalvlakken op.

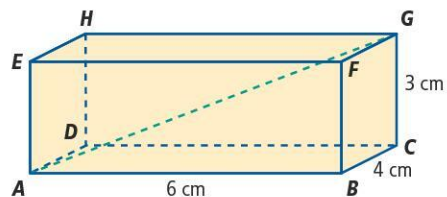
E10 Gebruik de diagonaalvlakken uit het voorbeeld en uit opdracht E9.

- In welk diagonaalvlak ligt ribbe AB ?
- En in welk diagonaalvlak ligt ribbe AD ?
- In welke drie diagonaalvlakken ligt lichaamsdiagonaal DF ?

Je kunt de lengte van een lichaamsdiagonaal berekenen.

Hoe bereken je de lengte van een lichaamsdiagonaal?

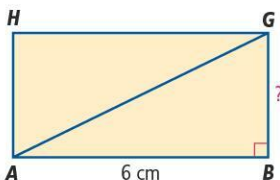
- 1 Zoek een diagonaalvlak waarin de lichaamsdiagonaal ligt en schets dit diagonaalvlak.
- 2 Bereken de onbekende maten van dit diagonaalvlak met de stelling van Pythagoras. Zet de maten bij de schets.
- 3 Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal met de stelling van Pythagoras. Gebruik een rechthoekige driehoek in het diagonaalvlak. Rond het antwoord af op één decimaal.



Voorbeeld

Bereken de lengte van lichaamsdiagonaal AG in de balk.

1



- 2 Gebruik $\triangle BCG$ om de lengte van BG te berekenen.

zijde	kwadraat
$BC = 4$	16
$CG = 3$	9
$BG = \dots$	25 +

Dus $BG = \sqrt{25} = 5$ cm.

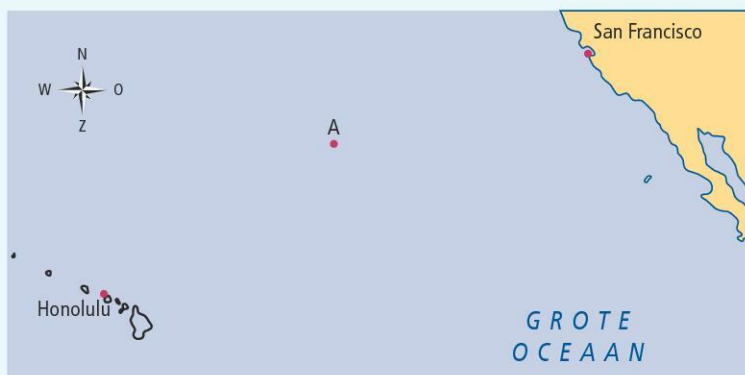
- 3 Kies $\triangle ABG$ en bereken de lengte van AG .

zijde	kwadraat
$AB = 6$	36
$BG = 5$	25
$AG = \dots$	61 +

Dus $AG = \sqrt{61} = 7,81 \dots \approx 7,8$ cm.



- E11** Een goederentrein vervoert verschillende soorten containers. Een van de containersoorten heeft de vorm van een balk. De afmetingen zijn 2,8 m bij 31 dm bij 9,8 m.
- a Maak een schets van de container en zet de maten erbij.
 - b Kleur één van de diagonaalvlakken.
 - c Maak een schets van het gekleurde diagonaalvlak.
 - d Bepaal de maten van dit diagonaalvlak.
 - e Bereken de lengte van de langste paal die nog in de container geplaatst kan worden.



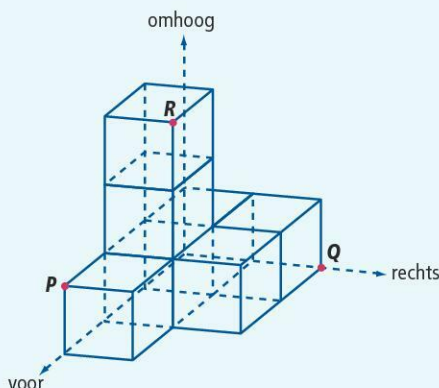
G1 Er wordt in de Grote Oceaan gewerkt aan een waarschuwingssysteem voor vloedgolven. Dit systeem bestaat uit apparaten op de bodem van de oceaan die aardbevingen waarnemen. Boven elk apparaat drijft een boei. De kaart van de Grote Oceaan is op schaal 1 : 60 000 000.

- Bij boei A wordt een aardbeving waargenomen. De vloedgolf die daar ontstaat, verplaatst zich met een gemiddelde snelheid van 350 km/uur. Bereken na hoeveel hele uren deze vloedgolf bij San Francisco is.
- Ergens in de Grote Oceaan ligt boei B. De koershoek vanuit Honolulu is 85° en de koershoek vanuit San Francisco is 225° . Teken de plaats van boei B op de kaart.

G2 Je ziet de route van de langeafstandswandeling Pieterpad.

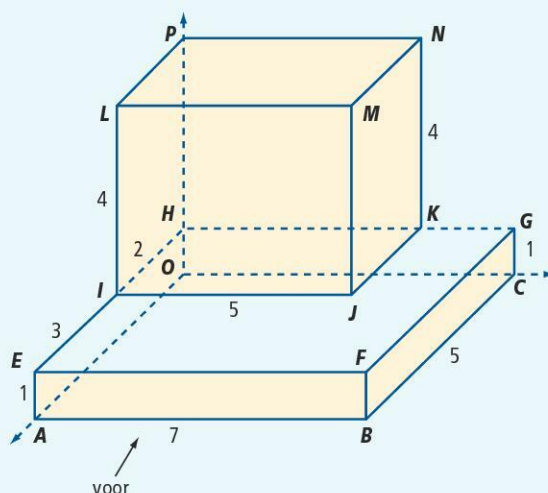
- Piet zegt: 'De afstand van Pieterburen naar de Sint Pietersberg is hemelsbreed meer dan 250 kilometer.' Laat met een berekening zien of Piet gelijk heeft.
- Het Pieterpad is in werkelijkheid 492 km lang. Deze wandelroute is in een reisgids beschreven in 26 dagen. Bereken hoeveel kilometer er per dag gemiddeld gewandeld wordt.
- Joost zegt: 'De koershoek vanaf Pieterburen naar de Sint Pietersberg is ongeveer 190° .' Ben jij het met Joost eens?
- Bram en Toos wandelen de eerste dag van Pieterburen naar Groningen. Dit is een wandeling van 28 km. Hoeveel procent van het Pieterpad hebben Bram en Toos die dag gewandeld?





- G3** Op de foto zie je een bouwwerk van zeven dobbelstenen.
W Rechts is het bouwwerk schematisch getekend.
 De ribben van de dobbelstenen zijn 2 cm.
 De coördinaten van punt P zijn $(6, 0, 2)$.
- Schrijf de coördinaten van de punten Q en R op.
 - Teken het rechter zijaanzicht van het bouwwerk op ware grootte. Zet de letters Q en R op de juiste plaats.
 - In werkelijkheid is de afstand van R naar Q langer dan de afstand in het rechter zijaanzicht.
 Bereken de afstand van R naar Q in werkelijkheid. Rond af op één decimaal.

- G4** Van het bouwwerk zijn de afmetingen in centimeters.
W De coördinaten van punt J zijn $(2, 5, 1)$.
- Schrijf de coördinaten van de punten E , I en L op.
 - Punt T is het midden van lijnstuk JK .
 Welke coördinaten heeft punt T ?
 - De coördinaten van punt S zijn $(5; 3,5; 1)$.
 Teken punt S .
 - Teken het vooraanzicht van dit ruimtelijke figuur op ware grootte.





In dit hoofdstuk leer je

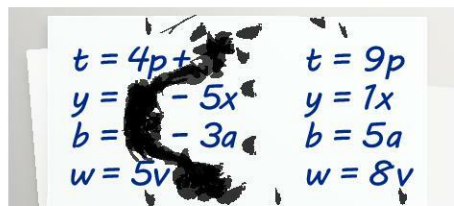
- een somtabel en somformule maken
- een verschiltabel en verschilformule maken
- formules met haakjes anders schrijven
- controleren of formules gelijk zijn
- formules zonder haakjes schrijven
- formules korter schrijven
- formules combineren



V1 Maak de volgende berekeningen.
228 Denk aan de **volgorde** waarin je de **berekeningen** maakt. Schrijf de tussenstappen op.

- a** $-7 \times (4 + 8) = \dots$ **d** $18 - 3 \times (2 - 7) = \dots$
b $(2 - 6) \times 3 + -8 = \dots$ **e** $5 \times -12 - 22 : -2 = \dots$
c $2 \times 4^2 + -5 = \dots$ **f** $(8^2 - 5^2) \times -2 = \dots$

V2 Leonie heeft de vier formules korter geschreven door **gelijksoortige termen** samen te nemen.
237 Helaas is er een vlek op het blaadje gekomen. Welke formules hebben er gestaan?



V3 Schrijf de formules zo mogelijk korter door de gelijksoortige termen samen te nemen.

- a** $p = 7k + 6 + 3k + 9$ **e** $j = 12k + 7 - 11k$
b $r = 8m + 11 - 3$ **f** $d = 9 + 4t - 2g$
c $s = 5r + 10 + 7r$ **g** $w = 15t - 8 - 5t$
d $t = 6n + 14 + n - 9$ **h** $y = 3x - 5x + 11 + 7z$

V4 Een van de volgende drie formules hoort bij de tabel.

- 1** $y = 7 - 4x$
2 $y = 7x - 4$
3 $y = 4x + 7$

x	0	1	2	3	4
y	7	11	15	19	23

233 **a** Maak bij elke **formule** een **tabel**.
b Welke formule hoort bij de gegeven tabel?

1

a	0	1	2	3	4
b	6	9	12	15	18

3

a	0	1	2	3	4
b	2	5	8	11	14

2

a	0	1	2	3	4
b	-6	-4	-2	0	2

4

a	0	1	2	3	4
b	-6	-3	0	3	6

V5 Zoek bij elke tabel de juiste formule.

- A** $3a + 2 = b$ **C** $b = 3(a - 2)$
B $b = (a + 2) \times 3$ **D** $b = 2a - 6$

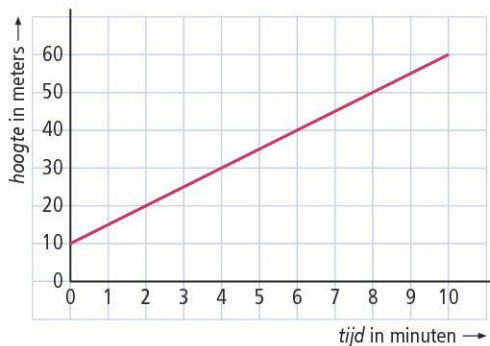
V6 Maak bij elke formule een **pijlenketting**.

233

- a** $p \times 6 + 9 = h$ **e** $(a - 12) \times 3 = b$
b $(5 + a) : 4 = b$ **f** $r = 15 \times (s - 4)$
c $b = 3 + 2 \times a$ **g** $p \times -3 + 8 = h$
d $5 - 4 \times p = h$ **h** $3 \times (r - 4) = s$

V7 Maak bij elke pijlenketting de bijbehorende formule.

- 1** $x \xrightarrow{:4} \dots \xrightarrow{-7} y$
2 $x \xrightarrow{\times 6} \dots \xrightarrow{-9} y$
3 $x \xrightarrow{\times 8} \dots \xrightarrow{+3} y$



V8 De grafiek geeft een verband weer tussen de *tijd* in minuten en de *hoogte* in meters.

a Vul de tabel bij de grafiek verder in.

<i>tijd</i> in minuten	0	1	2	3	4	5	6
<i>hoogte</i> in meters	10	...	...	...	...	...	...

234

b Hoe groot is steeds de **toename**?

235

c Schrijf het **hellingsgetal** bij deze tabel op.

235

d Schrijf ook het **startgetal** op.

234

e Maak de **lineaire formule** af:

$$\text{hoogte} = \dots \times \text{tijd} + \dots$$

V9 Welke **formules** zijn **gelijk**?

238

- A** $b = 0,45t + 12$ **D** $b = -0,45t + 12$
B $-12t + 0,45 = b$ **E** $b = 0,45 - 12t$
C $14 - 12t = b$ **F** $14 + 0,45t = b$

3.1 Som- en verschilformules

Je leert

- een somtabel en somformule maken
- een vershiltabel en verschilformule maken

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—03—4—5—6—07—8—9
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8—9
- uitdagend: 1—2—4—5—6—7—9—U1—U2

- 1 Jory en Wendy sparen samen voor een cruisevakantie. Wendy heeft € 1.000,- op haar spaarrekening staan. Zij spaart elke week € 50,-. Bij het sparen van Wendy hoort de formule $b = 50w + 1000$.
- Leg uit wat de letters b en w in deze formule betekenen.
 - Jory spaart volgens de formule $b = 25w + 1500$. Hoeveel euro spaart Jory elke week?
 - Vul de tabel voor Wendy en voor Jory in.
 - In de onderste rij komt de **som** van de bedragen van Wendy en Jory. Vul ook deze rij in.
 - De cruisevakantie kost € 3.248,-. Hoeveel euro komen ze na zes weken nog tekort?



w	0	1	2	3	4
b (Wendy)	...	...	...	...	...
b (Jory)	...	...	...	...	...
b (totaal)	...	...	...	...	...

- 2 Bij de uitkomsten in de onderste rij van de tabel bij opdracht 1 hoort een formule.
- Welk **startgetal** en welk **hellingsgetal** horen bij de onderste rij?
 - Welke van de drie formules op het kladblaadje hoort bij de onderste rij?

- A** $b = 50w + 2500$
B $b = 75w + 2500$
C $b = 75w + 1500$

Theorie

Als je de uitkomsten van twee formules A en B wilt optellen, kun je gebruik maken van een **somtabel**. In de onderste rij kun je het startgetal en het hellingsgetal voor de **somformule** A + B aflezen.

Voorbeeld

Behrouz en Cindy sparen allebei voor een goed doel. Welke somformule hoort er bij hun spaarplan?

Behrouz $b = 9w + 40$

Cindy $b = 11w + 30$

w	0	1	2	3
b (Behrouz)	40	49	58	67
b (Cindy)	30	41	52	63
b (totaal)	70	90	110	130

startgetal $\xrightarrow{+20}$ $\xrightarrow{+20}$ $\xrightarrow{+20}$ hellingsgetal

De somformule voor Behrouz + Cindy is $b = 20w + 70$.

Ondersteunende route → maak opdracht 03

- 3**
- Maak een somtabel bij de formules **A** en **B**. Kies op de bovenste rij de getallen 0 tot en met 3.
 - Schrijf het hellingsgetal en het startgetal van de onderste rij op.
 - Schrijf de formule voor **A + B** op.

$$\begin{aligned}\mathbf{A} \quad b &= 8a \\ \mathbf{B} \quad b &= 2a + 4\end{aligned}$$

- 4**
- Maak een somtabel bij deze formules.
 - Schrijf de somformule op.
 - Wout zegt: 'Ik kan de somformule maken zonder somtabel. Ik schrijf $b = 5w + 7w + 60$.'
Leg uit hoe hij hier aan komt.
 - Cato zegt: '5w en 7w kun je bij elkaar nemen, want het zijn **gelijksoortige termen**.
De somformule wordt dan $b = 12w + 60$.
Is de somformule dezelfde als bij opdracht 4b?

$$\begin{aligned}\mathbf{Wout} \quad b &= 5w \\ \mathbf{Cato} \quad b &= 7w + 60\end{aligned}$$

237

- 5**
- Vul de tabel voor de formules **A** $p = 8a + 6$ en **B** $p = 3a$ in.
 - Trek in elke kolom de uitkomst van formule B af van de uitkomst van formule A. Zet je antwoorden in de onderste rij.

a	0	1	2	3
p bij formule A	...	...	...	...
p bij formule B	...	...	...	...
p bij A - B	6	...	...	...

Theorie

Bij twee formules A en B kun je een **verschilformule** maken. Bij de verschilformule voor $A - B$ trek je de uitkomsten van formule B af van de uitkomsten van formule A. Hierbij kun je gebruik maken van een **verschiltabel**. In de onderste rij kun je het startgetal en het hellingsgetal van de verschilformule aflezen.

Voorbeeld

Klaas heeft een formule gemaakt bij zijn inkomsten en uitgaven. Welke verschilformule hoort daarbij?

Inkomsten: $b = 150m + 350$
Uitgaven: $b = 70m$

m	0	1	2	3
b (inkomsten)	350	500	650	800
b (uitgaven)	0	70	140	210
b (verschil)	350	430	510	590

startgetal $\xrightarrow{+80}$ $\xrightarrow{+80}$ $\xrightarrow{+80}$ hellingsgetal

De verschilformule voor
inkomsten - uitgaven is
 $b = 80m + 350$.

- 6 Gebruik de formules uit het voorbeeld.
- Hoeveel verdient Klaas in vijf maanden?
 - Hoeveel euro geeft Klaas uit in vijf maanden?
 - Hoeveel euro heeft hij dan over?
 - Controleer je antwoord met de verschilformule.

Ondersteunende route → maak opdracht 07

Anita $b = 10w + 40$

Emily $b = 23w + 60$

Lisa $b = 13w$

Ellen $b = 14w + 50$

- 7 Vier vriendinnen sparen volgens de formules.
- Bereken hoeveel euro het spaarbedrag van Emily na tien weken hoger is dan het spaarbedrag van Lisa.
 - Maak een verschiltabel bij *Emily* – *Lisa*.
 - Schrijf de verschilformule op die hoort bij *Emily* – *Lisa*.
 - Maak een somformule bij de formules van alle vriendinnen samen.
 - De vier vriendinnen willen een dagtrip naar de Keukenhof maken. Hiervoor hebben ze € 330,- nodig. Hoeveel weken moeten ze hiervoor sparen?



- 8
- Maak een verschiltabel $A - B$ bij de formules A en B.
 - Schrijf de verschilformule voor $A - B$ op.
- 9 Farid maakt bij de formules uit opdracht 8 de verschilformule voor $A - B$ zonder een verschiltabel te maken. Hij schrijft $b = 5a + 6 - 8a$ op.
- Leg uit hoe hij hier aan komt.
 - Schrijf de formule korter door de gelijksoortige termen samen te nemen.
 - Krijg je zo dezelfde verschilformule als bij opdracht 8b?

A $b = 5a + 6$

B $b = 8a$

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

Ondersteunende opdrachten

03 Je gaat een somtabel maken bij de volgende formules.

A $b = 6a + 8$

B $b = 4a$

Het getal 0 is voor a in beide formules al ingevuld.

a Vul in de tabel de rijen voor **A** en **B** verder in.

b Zet in de onderste rij de getallen door de twee getallen van **A** en **B** op te tellen.

c Schrijf het startgetal en hellingsgetal op van de onderste rij.

d Vul in. *De somformule is $b = \dots a + \dots$*

a	0	1	2	3
b (A)	8	...	...	...
b (B)	0	...	...	...
b (A + B)	...	...	...	...

Bert $b = 27w + 50$

Marco $b = 24w$

07 Bert en Marco sparen volgens de bovenstaande formules. Hierbij is b het spaarbedrag in euro's en w het aantal weken.

a Bereken hoeveel Bert na drie weken heeft gespaard.

b Bereken hoeveel Marco na drie weken heeft gespaard.

c Bereken het verschil bij drie weken sparen door het bedrag van Marco van het bedrag van Bert af te trekken.

d Vul de tabel verder in.

e Schrijf het startgetal en het hellingsgetal op.

f Vul in. *De verschilformule is $b = \dots w + \dots$*

w	0	1	2	3
b (Bert)	...	...	...	...
b (Marco)	...	...	...	...
b (Bert – Marco)	...	...	...	...

Uitdagende opdrachten

U1 **a** Schrijf de somformule op van $b = 18w + 75$ en $b = 35 + 17w$.

b Controleer je somformule.

U2 Een school heeft voor een klus twee computerdeskundigen, Jan en Wim, ingehuurd. In het kader staat een aantal gegevens die gaan over de betalingen aan deze deskundigen.

- 1 Het uurtarief van Jan is twee keer zo hoog als dat van Wim.
- 2 Wim vraagt 30 euro meer voorrijkosten dan Jan.
- 3 De somformule voor beide deskundigen is $b = 60a + 80$. Hierbij is b het bedrag en a het aantal uren dat is gewerkt.



a Schrijf de formule op die hoort bij Jan.

b Schrijf ook de formule van Wim op.

3.2 Dezelfde formules

Je leert

- formules met haakjes anders schrijven
- controleren of formules gelijk zijn
- formules zonder haakjes schrijven

Leerroutes

- ondersteunend: 10—11—012—13—14—15—16—017—18
- doorlopend: 10—11—12—13—14—15—16—17—18
- uitdagend: 10—12—13—14—16—17—18—U3—U4

- 10 a Maak bij de formules $y = (x + 3) \times 4$ en $4 \times (x + 3) = y$ een tabel. Kies op de bovenste rij de getallen -2 , -1 , 0 , 1 en 2 .

238 b Hoe zie je aan de tabellen dat de **formules gelijk** zijn?

- 11 a Maak bij de formules $z = (m - 2) \times 5$ en $z = 5(m - 2)$ een pijlenketting.

238 b Hoe zie je aan de pijlenkettingen dat de **formules gelijk** zijn?

Theorie

Bij **formules met haakjes** zet je het getal waarmee je vermenigvuldigt meestal vóór de haakjes. Het vermenigvuldigteken mag je dan weglaten.

Voorbeeld

De formule $t = (m + 5) \times 7$ kan ook geschreven worden als $t = 7 \times (m + 5)$.

De formule wordt dan $t = 7(m + 5)$ of $7(m + 5) = t$.

De tabel bij alle drie formules is:

m	-2	-1	0	1	2
t	21	28	35	42	49

De pijlenketting bij alle drie formules is:

$$m \xrightarrow{+5} \dots \xrightarrow{\times 7} t$$

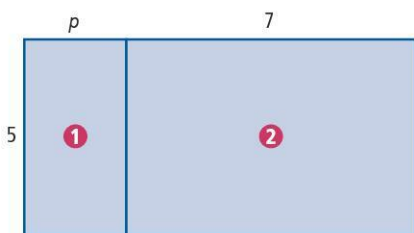
Ondersteunende route → maak opdracht 012

- 12 a Controleer met tabellen of de volgende formules gelijk zijn aan elkaar.

A $s = (r - 3) \times 5$

B $s = 5(r - 3)$

- b Controleer met pijlenkettingen of deze formules gelijk zijn.



- 13** Raïssa en Veroniek berekenen elk de oppervlakte van de hele rechthoek. Veroniek telt de oppervlakten van 1 en 2 bij elkaar op. Raïssa berekent eerst de totale lengte en daarmee de totale oppervlakte.
- Welke formule past bij de manier van Veroniek en welke bij de manier van Raïssa?
A *oppervlakte rechthoek* $= 5 \times (p + 7)$
B *oppervlakte rechthoek* $= 5 \times p + 35$
 - Schrijf beide formules zonder vermenigvuldigtekens.
 - Maak een tabel met in de bovenste rij de getallen 0, 1 en 2. Controleer of je bij beide formules dezelfde uitkomsten krijgt.

Aanpak

Hoe controleer je of twee formules gelijk zijn?

- Maak bij beide formules een tabel. Zet in beide tabellen in de bovenste rij minimaal drie getallen. Gebruik in de tabellen dezelfde getallen.
- Vergelijk de uitkomsten. Als de uitkomsten bij beide formules steeds gelijk zijn, dan zijn de formules gelijk.

Voorbeeld

Zijn de formules **A** $w = 3(f + 7)$ en **B** $w = 3f + 21$ gelijk?

1 tabel bij formule **A**

f	0	1	2
w	21	24	27

tabel bij formule **B**

f	0	1	2
w	21	24	27

- 2 De uitkomsten zijn steeds gelijk, dus de formules **A** en **B** zijn gelijk.

- 14** Laat zien dat de formules $p = 5,5(f + 4)$ en $p = 5,5f + 22$ gelijk zijn.

- 15** Bij de oppervlakte van deze rechthoek hoort de formule $\text{oppervlakte} = 4(z + 2)$.

a Vul de tabel bij de formule in.

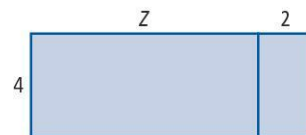
z	0	1	2	3	4
oppervlakte	...	...	...	...	...

b Schrijf het hellingsgetal en het startgetal bij de tabel op.

c Vul de formule in die bij de tabel hoort:

$$\text{oppervlakte} = \dots z + \dots$$

Gebruik het hellingsgetal en het startgetal.



- 16** **a** Maak een tabel bij de formule $\text{oppervlakte} = 3(p + 7)$.
b Schrijf het hellingsgetal en het startgetal bij de tabel op.
c De formule $\text{oppervlakte} = 3(p + 7)$ kun je zonder haakjes schrijven.

Vul in. $\text{oppervlakte} = \dots p + \dots$

Theorie

Een lineaire **formule met haakjes** kun je ook **zonder haakjes** schrijven. Bij de formule met haakjes kun je een tabel maken. Deze tabel kun je gebruiken om de formule zonder haakjes te maken.

Voorbeeld

Schrijf de formule $y = 2(x + 8)$ zonder haakjes.

x	0	1	2	3
y	16	18	20	22

+2

+2

+2

→ Het hellingsgetal is 2.

→ Het startgetal is 16.

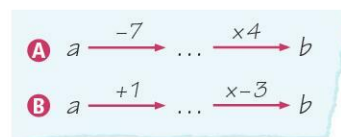
De formule zonder haakjes is

$$y = 2x + 16.$$

Ondersteunende route → maak opdracht 017

- 17** Schrijf de volgende formules zonder haakjes.
- a** $y = 6(x + 5)$ **c** $(x - 4) \times 10 = y$
b $15(x + 3) = y$ **d** $y = 0,5(x - 5)$

- 18** **a** Bij elk van de pijlenkettingen hoort een formule met haakjes. Schrijf die formules op.
b Schrijf de formules zonder haakjes.



Uitdagende route → maak opdracht U3 en U4

Ondersteunende opdrachten

- 012** a Vul bij de formules **A** $s = (r - 5) \times 3$ en **B** $s = 3(r - 5)$ de tabel in.
b Hoe kun je aan de tabellen zien dat de formules **A** en **B** gelijk zijn?
c Maak bij beide formules een pijlenketting.
d Hoe kun je aan de pijlenkettingen zien, dat de twee formules gelijk zijn?

r	0	1	2	3
s	...	...	...	...

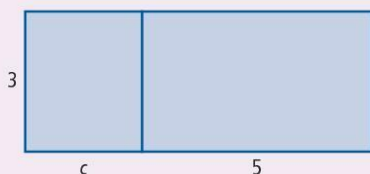
- 017** Om de formule $r = 5(t + 9)$ zonder haakjes te schrijven, maak je een tabel.

t	0	1	2	3
r	...	...	...	...

- a Vul de tabel in.
Gebruik de berekeningen onder de tabel.
b Schrijf het startgetal en het hellingsgetal bij de tabel op.
c Welke formule zonder haakjes hoort er bij deze tabel?

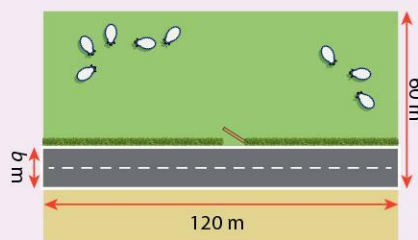
$$\begin{aligned} r &= 5(0 + 9) = \dots \times \dots \\ \dots &= 5(1 + \dots) = \dots \\ \dots &= 5(\dots + \dots) = \dots \\ \dots &= \dots(\dots + \dots) = \dots \end{aligned}$$

Uitdagende opdrachten



- U3** Schrijf bij deze blauwe rechthoek twee formules voor de oppervlakte op: een formule met haakjes en een formule zonder haakjes.

- U4** Ergens in een polder ligt een weiland van 60 meter bij 120 meter. In het weiland wordt een weg aangelegd met een breedte van b meter.
Bedenk een formule voor de overblijvende oppervlakte van dit weiland.



3.3 Formules korter schrijven

Je leert · formules korter schrijven

Leerroutes · ondersteunend: 19–20–21–022–23–24–25–026–27–28
· doorlopend: 19–20–21–22–23–24–25–26–27–28
· uitdagend: 19–20–21–22–24–26–27–28–U5–U6

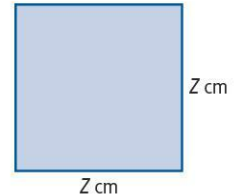
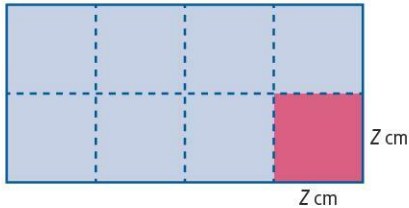
- 19** Het vierkant heeft zijden van z cm.
- a Hoe groot is de oppervlakte als $z = 5$?
 - b En hoe groot is de oppervlakte als $z = 9$?
 - c Met twee van de volgende vier formules kun je de oppervlakte van het vierkant berekenen. Welke twee formules zijn dat?

A *oppervlakte* $= z \times z$

B *oppervlakte* $= 4z$

C *oppervlakte* $= z^2$

D *oppervlakte* $= z + z$



- 20** De rechthoek is verdeeld in een aantal vierkantjes. De zijde van een vierkantje is z cm.
- a Hoe groot is de oppervlakte van één vierkantje?
 - b Uit hoeveel van deze vierkantjes bestaat de rechthoek?
 - c Maak de formule voor het berekenen van de oppervlakte van de rechthoek af.
oppervlakte rechthoek $= \dots \times \dots$
 - d Bereken met de formule de oppervlakte van de rechthoek als $z = 9$ cm.
- 21** Jop zegt: 'De lengte van de rechthoek uit opdracht 20 is gelijk aan $4z$.'
- a Hoe schrijft Jop de breedte van de rechthoek?
 - b Maak de formule voor de oppervlakte af.
oppervlakte $= 4z \times \dots$
 - c Bereken met de formule de oppervlakte van de rechthoek als $z = 9$ cm.
 - d Is je antwoord hetzelfde als je antwoord bij opdracht 20d?

Ondersteunende route → maak opdracht 022

- 22 a Vul de tabellen bij de gegeven formules in.

$oppervlakte = 3z \times 4z$				
z	0	1	2	3
$oppervlakte$	...	...	...	...

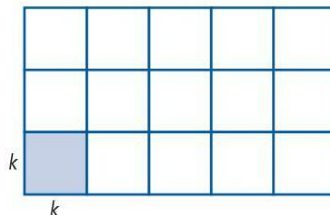
$oppervlakte = 12z^2$				
z	0	1	2	3
$oppervlakte$	...	...	...	...

- b Zijn de formules $oppervlakte = 3z \times 4z$ en $oppervlakte = 12z^2$ gelijk? Leg je antwoord uit.

- 23 a Maak een tabel bij de formule $y = 4x \times 7x$.
 b Maak ook een tabel bij de formule $y = 28x^2$.
 c Leg uit dat de twee formules gelijk zijn.

- 24 De rechthoek bestaat uit 15 vierkante tegels. De tegels hebben zijden van k cm.

- a De lange zijde van de rechthoek is $5k$ cm lang. Hoe lang is de korte zijde van de rechthoek?
 b Schrijf een formule voor de oppervlakte A van de gehele rechthoek op.



Theorie

In de formule $A = 5k \times 3k$ worden $5k$ en $3k$ met elkaar vermenigvuldigd. Je noemt in deze formule $5k$ en $3k$ de factoren. Door deze factoren met elkaar te vermenigvuldigen kun je de **formule korter schrijven**.

Voorbeeld

Schrijf de formule $A = 5k \times 3k$ korter.

$$A = 5 \times k \times 3 \times k$$

$$A = 5 \times 3 \times k \times k$$

$$A = 15k^2$$

- 25 Schrijf de volgende formules korter.

a $k = 10n \times \frac{1}{2}n$

d $y = 7p \times 8p$

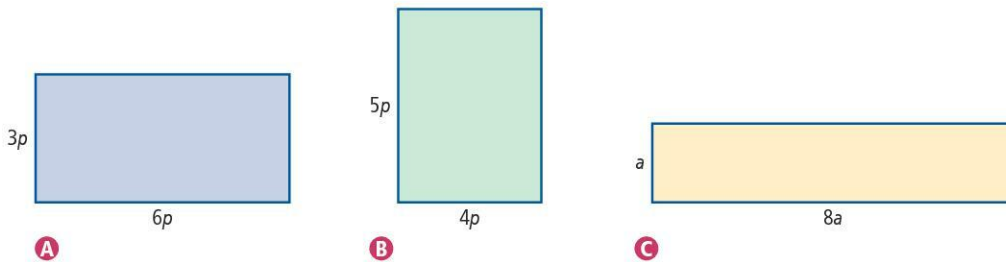
b $A = \frac{1}{2}b \times 14b$

e $9x \times 7x = y$

c $13t \times t = s$

f $H = 40z \times 0,1z$

Ondersteunende route → maak opdracht 026



- 26** Schrijf voor elk van de rechthoeken een zo kort mogelijke formule op voor de oppervlakte.
- 27** Welke fouten zijn er gemaakt bij het korter schrijven van de formules?
Verbeter de fouten.
- a** $y = 3p \times 6p$ wordt $y = 18p$?
 - b** $y = 5q \times 5q$ wordt $y = 10q^2$?
 - c** $y = h \times 8h$ wordt $y = 9h^2$?



- 28** Janet heeft vier plantenbakken waarvan de bodems allemaal even grote vierkanten zijn. De lengte van een zijde van de bodem is z cm.
- a** De hoogste plantenbak is 20 cm hoog.
Bereken de inhoud van de hoogste plantenbak als $z = 4$.
 - b** Schrijf voor deze plantenbak een formule voor de inhoud I in cm^3 op.
 - c** De andere drie plantenbakken zijn 15 cm, 10 cm en 5 cm hoog.
Maak ook voor deze andere drie plantenbakken een formule voor de inhoud.
 - d** Schrijf een formule op waarmee je de inhoud T van de vier plantenbakken samen kunt berekenen.

Uitdagende route → maak opdracht U5 en U6

Ondersteunende opdrachten

022 Gegeven zijn de oppervlakte formules
 $opp = 2z \times 6z$ en $opp = 12z^2$.

- a** Op het kladblaadje zie je het begin van de berekeningen als je 0 en 1 invult. Maak de berekeningen af.
b Vul bij beide formules de tabel in.

z	0	1	2	3
opp	...	...	...	...

- c** Waarom zijn de twee formules gelijk?

Het getal 0 invullen geeft:

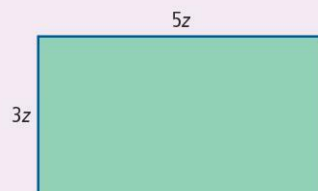
$opp = 2z \times 6z$	$opp = 12z^2$
$opp = 2 \times z \times 6 \times z$	$opp = 12 \times z \times z$
$opp = 2 \times 0 \times 6 \times 0$	$opp = 12 \times 0 \times 0$
$opp = \dots\dots\dots$	$opp = \dots\dots\dots$

Het getal 1 invullen geeft:

$opp = 2z \times 6z$	$opp = 12z^2$
$opp = 2 \times z \times 6 \times z$	$opp = 12 \times z \times z$
$opp = 2 \times 1 \times 6 \times \dots$	$opp = 12 \times 1 \times \dots$
$opp = \dots\dots\dots$	$opp = \dots\dots\dots$

026 Van een rechthoek zijn de afmetingen $5z$ en $3z$.
 Als je de lengte en de breedte met elkaar vermenigvuldigt, vind je voor de oppervlakte de formule
 $oppervlakte = \dots \times \dots$.

- a** Maak deze formule verder af.
b Schrijf deze formule zo kort mogelijk. Gebruik als tussenstap $oppervlakte = \dots \times \dots \times \dots \times \dots$

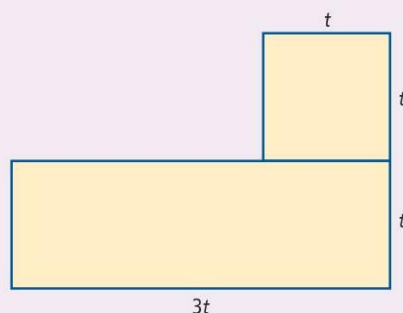


Uitdagende opdrachten

U5 Je ziet acht formules.
 Zoek uit welke formules aan elkaar gelijk zijn.

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| A $p = k \times k$ | E $p = 2k \times k + 3k^2$ |
| B $p = k \times 2k + 3k$ | F $p = 2k \times 3k + k$ |
| C $p = k + 6k^2$ | G $p = 5k^2$ |
| D $p = k^2$ | H $p = 2k^2 + 3k$ |

U6 De gele figuur bestaat uit een vierkant met zijden van t cm en een rechthoek met een zijde van t cm en een zijde van $3t$ cm.
 Geef een formule voor de oppervlakte A van de figuur en schrijf de formule zo kort mogelijk.



3.4 Formules combineren

Je leert • formules combineren

Leerroutes • ondersteunend: 29—30—O31—32—33—34—35—O36
• doorlopend: 29—30—31—32—33—34—35—36
• uitdagend: 30—31—32—34—35—36—U7—U8

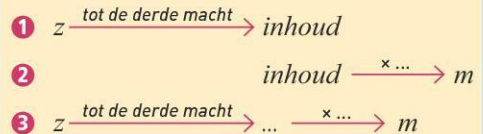
- 29** De houten kubus heeft ribben van z cm.
- a** Met welke formule kun je de inhoud van de kubus uitrekenen? Gebruik z .
- b** De pijlenketting hoort bij de formule. Gebruik deze pijlenketting om de inhoud van een kubus met een zijde van 4 cm uit te rekenen.

$z \xrightarrow{\text{tot de derde macht}} \text{inhoud}$



- 30** De kubus uit opdracht 29 is gemaakt van hout dat $0,6 \text{ gram per cm}^3$ weegt. De massa m van de kubus kun je berekenen met de formule $m = 0,6 \times \text{inhoud}$.

- a** Pijlenketting **2** hoort bij deze formule. Maak deze pijlenketting af.
- b** Pijlenketting **3** laat zien dat je vanuit z in één keer de bijbehorende massa kunt berekenen. Maak deze pijlenketting af.
- c** Schrijf de formule op die bij pijlenketting **3** hoort.
- d** Bereken de massa van een houten kubus met $z = 4$.



Theorie

Soms is het handig om twee **formules** te **combineren** tot één formule. Je vervangt dan de pijlenkettingen van de twee formules door één pijlenketting. Bij de nieuwe pijlenketting kun je een nieuwe formule maken.

Voorbeeld

Combineer de formules $b = 3a$ en $k = b + 10$ tot één formule.

De pijlenkettingen $a \xrightarrow{\times 3} b$ en $b \xrightarrow{+ 10} k$ kun je samenvoegen tot $a \xrightarrow{\times 3} b \xrightarrow{+ 10} k$.

De nieuwe pijlenketting wordt dan $a \xrightarrow{\times 3} \dots \xrightarrow{+ 10} k$.
De formule hierbij is $k = 3a + 10$.

Ondersteunende route → maak opdracht 031



- 31** De ANWB adviseert om bij autorijden een afstand d in meters aan te houden tussen je eigen auto en een voorganger. Daarbij hoort de formule $d = 0,25v$, waarbij v je eigen snelheid is in kilometer per uur en d de afstand in meters. De afstand tussen twee auto's moet minimaal 4 meter zijn.

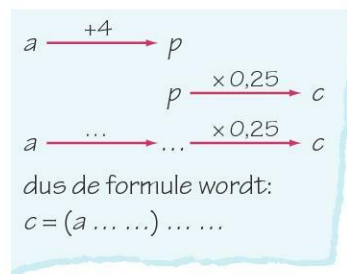
Hoe sneller je rijdt, hoe groter de afstand moet zijn. De afstand a in meters tussen twee auto's kun je berekenen met de formule $a = 4 + d$.

- Maak bij beide formules een pijlenketting.
- Schrijf de pijlenketting op waarmee je beide formules combineert.
- Schrijf de formule op waarmee je meteen kunt berekenen hoe groot de afstand in meters tussen twee auto's moet zijn bij een bepaalde snelheid.
- Bereken met de formule hoeveel meter de afstand tussen de auto's moet zijn wanneer je 60 km per uur rijdt.

- 32** Een leestoets Engels heeft 36 vragen. De docent berekent het aantal behaalde punten p door 4 punten bij het aantal goede antwoorden a op te tellen. De formule die hierbij hoort is $p = a + 4$.

Om het cijfer c te berekenen gebruikt de docent de formule $c = 0,25p$.

- Jon heeft 24 vragen goed. Bereken in twee stappen zijn cijfer.
- Je kunt het cijfer ook met één formule berekenen. Combineer de twee formules tot één formule. Gebruik hierbij de pijlenkettingen.
- Maak een tabel bij de nieuwe formule.
- Gebruik de tabel om de nieuwe formule zonder haakjes te schrijven.

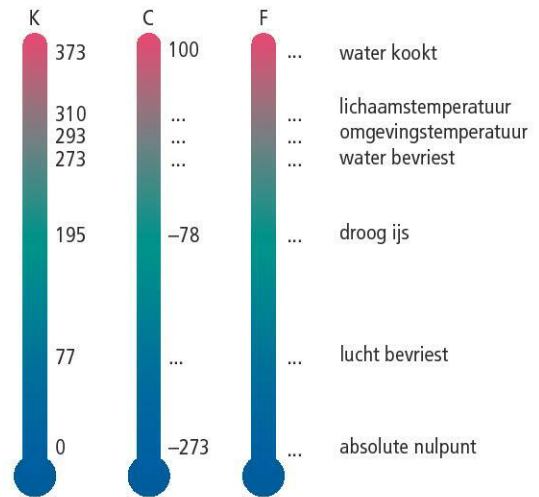


- 33**
- Maak bij elk van de formules $t = p + 7$ en $h = 5t$ een pijlenketting. Schrijf ze onder elkaar zoals bij opdracht 32.
 - Combineer de twee pijlenkettingen tot één pijlenketting.
 - Schrijf de formule op die bij deze pijlenketting hoort.

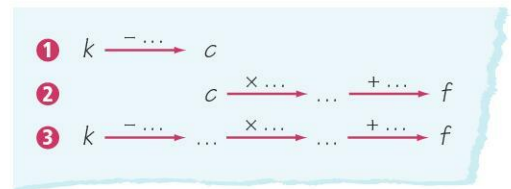
34 **W** Thermometer K geeft de temperatuur in Kelvin aan, thermometer C in graden Celsius en thermometer F in graden Fahrenheit.

Met de formule $k - 273 = c$ kun je elke temperatuur in Kelvin (k) omrekenen naar graden Celsius (c).

- Reken de temperaturen in Kelvin om naar graden Celsius en zet ze op de juiste plaats bij de thermometer.
- Het aantal graden Celsius kun je weer omrekenen naar aantal graden Fahrenheit (f). Hierbij hoort de formule $1,8c + 32 = f$. Vul de thermometer van Fahrenheit in.



- 35**
- Vul pijlenketting 1 in bij de formule die hoort bij het omrekenen van Kelvin (k) naar graden Celsius (c).
 - Maak ook pijlenketting 2 af die hoort bij het omrekenen van graden Celsius naar graden Fahrenheit (f).
 - Pijlenketting 3 is een combinatie van de andere twee. Maak deze pijlenketting af.



Ondersteunende route → maak opdracht 036

- 36** **W**
- Maak de formule die hoort bij het omrekenen van graden Fahrenheit naar Kelvin. Gebruik de pijlenketting uit opdracht 35c.
 - Vul de tabel bij de formule verder in.

<i>Kelvin</i>	0	10	20	30	70	100
<i>graden Fahrenheit</i>	-459,4	...	...	-405,4	...	...

- Gebruik de formules en de thermometers van opdracht 34. Hoeveel graden Celsius hoort bij het absolute nulpunt?
- En hoeveel graden Fahrenheit?
- Vul de tabel verder in.

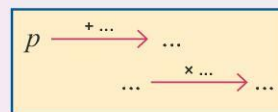
	<i>Kelvin</i>	<i>graden Celsius</i>	<i>graden Fahrenheit</i>
<i>alcohol stolt bij</i>	148	...	...
<i>water kookt bij</i>	373	...	...
<i>goud smelt bij</i>	1337	...	...

- Teken in de thermometers het stolpunt van alcohol.

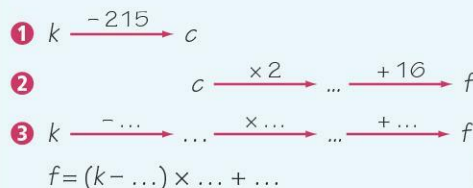
Uitdagende route → maak opdracht U7 en U8

Ondersteunende opdrachten

- 031** Op het kladblaadje zie je de pijlenkettingen van de formules $t = p + 8$ en $h = 4t$.
- Vul de pijlenkettingen verder in.
 - Combineer deze twee pijlenkettingen tot één pijlenketting.
 $p \xrightarrow{\quad} \dots \xrightarrow{\quad} \dots$
 - Maak de formule die bij deze pijlenketting hoort. Begin met $h = \dots$



- 036** Martine heeft pijlenkettingen gemaakt bij de volgende formules: ❶ $k - 215 = c$ en ❷ $2c + 16 = f$
- Vul pijlenketting ❸ in, waarbij je beide pijlenkettingen combineert.
 - Martine heeft ook de formule bij de derde pijlenketting gemaakt.
Vul haar formule verder in.
 - Leg uit waarom zij haakjes heeft gebruikt.



Uitdagende opdrachten

- U7** Uit veiligheidsoverwegingen worden er op drukke plaatsen roadblocks geplaatst. Deze roadblocks, gemaakt van beton, hebben de afmetingen $16z$ cm bij $8z$ cm bij $4z$ cm.
- Maak een formule voor de inhoud van zo'n roadblock in cm^3 .
 - Beton weegt $2,5$ gram per cm^3 . Daarom kun je de massa m van dit blok berekenen met de formule $m = 2,5 \times \text{inhoud}$.
Maak met deze formule en de formule van opdracht a de gecombineerde formule.
 - Voor een roadblock op de foto geldt: $z = 10$.
Bereken de totale massa van de roadblocks op de foto.
Geef je antwoord in kilogrammen.
- U8** Combineer de volgende formules tot één formule.
- $p - 8,75 = q$ en $1,25q + 3,5 = r$
 - $d = 0,75(h - 12)$ en $g = d - 24$



Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt een somtabel en somformule maken.

- T1** Bij Margot komen de loodgieter en de elektriciens in de badkamer werken. De loodgieter berekent zijn kosten met de formule $k = 24t + 30$ en de elektriciens gebruikt de formule $k = 32t + 20$. Hierbij is k de kosten in euro's en t het aantal gewerkte uren.

- Hooveel rekenen de loodgieter en de elektriciens samen voor vijf uren werken?
- Vul de somtabel in die hoort bij de kosten van de loodgieter en de elektriciens.
- Schrijf de somformule op.
- Bereken het bedrag dat aan de elektriciens en de loodgieter samen moet worden betaald als zij ieder zeven uren werken.

t	0	1	2	3
k (loodgieter)	...	...	...	...
k (elektriciens)	...	...	...	...
k (totaal)	...	...	...	...

Je kunt een verschiltabel en verschilformule maken.

- T2** Autorijschool 'Mercator' berekent haar prijzen met de formule $p = 45a + 27$. Autorijschool 'Erasmus' gebruikt de formule $p = 42a + 45$.

In de formules is p de prijs in euro's en a het aantal lessen.

- Hoe groot is het verschil in prijs tussen de beide rijsscholen bij 12 lessen?
- Maak een verschiltabel. Zet autorijschool 'Mercator' boven autorijschool 'Erasmus'.
- Schrijf de verschilformule op die bij deze tabel hoort.



Je kunt formules met haakjes anders schrijven.

- T3**
 - Waarom kun je de formule $z = (m - 2) \times 5$ ook schrijven als $z = 5(m - 2)$. Gebruik bij je uitleg pijlenkettingen.
 - Schrijf de formule zonder haakjes.

Je kunt controleren of formules gelijk zijn.

- T4** De tabel hoort bij de formule $b = -7(6 - a)$.
- Laat met een berekening zien dat bij $a = 2$ de uitkomst $b = -28$ hoort.
 - Vul de tabel in.
 - Welke van de formules hoort ook bij deze formule en tabel?

a	-1	0	1	2
b	...	...	...	...

- ❶ $b = -7(a - 6)$
- ❷ $b = (6 - a) \times -7$
- ❸ $b = (-6 + a) \times -7$

- T5** Welke van de vier formules A, B, C en D zijn gelijk?

A $q = 0,25(2 + t)$	C $q = 0,25(t + 2)$
B $q = 2 + 0,25t$	D $q = 0,25t + 2$

Je kunt formules zonder haakjes schrijven.

- T6** Schrijf de formules zonder haakjes.

a $y = 5(x + 12)$
b $y = (x - 4) \times 13$
c $(m - 9) \times 2 = n$

Je kunt formules korter schrijven.

- T7** Schrijf de formules zo kort mogelijk.

a $p = 7 \times r \times r$
b $c = 0,6b \times 9b$
c $5 \times t \times 4t = h$

Je kunt formules combineren.



- T8** Damesmaten kun je berekenen met de formule $d = 0,5(h - 24)$.
 Hierbij is d de Europese damesmaat en h de omtrek op heuphoogte in centimeters.

- a** Maak een pijlenketting bij deze formule.
b De maten in Groot-Brittannië kun je berekenen met de formule $g = d - 28$.
 Hierbij is g de damesmaat in Groot-Brittannië.
 Maak ook een pijlenketting bij deze formule **2**.
c Maak pijlenketting **3** af.
d Schrijf de formule op, waarmee je in één keer met de heupomtrek de Britse damesmaat kunt berekenen.
e Lies heeft een heupomtrek van 100 cm.
 Laat met de nieuwe formule zien dat zij de Britse damesmaat 10 heeft.

1	$h \xrightarrow{\quad} \dots \xrightarrow{\quad} d$
2	$d \xrightarrow{\quad} g$
3	$h \xrightarrow{\quad} \dots \xrightarrow{\quad} \dots \xrightarrow{\quad} g$

Vaardigheid

Je kunt een somtabel en somformule maken.

Als je de uitkomsten van twee formules A en B wilt optellen, kun je gebruik maken van een somtabel.

In de onderste rij kun je het startgetal en hellingsgetal voor de somformule $A + B$ aflezen.

Voorbeeld

Maak een somformule bij het sparen van Dieter en Gert.

Dieter $b = 11w + 25$

Gert $b = 14w + 17$

(w)	0	1	2	3
b (Dieter)	25	36	47	58
b (Gert)	17	31	45	59
b (totaal)	42	67	92	117

Diagram showing the calculation of the total formula from the individual formulas. Arrows indicate the difference between consecutive values in the 'b (totaal)' row: $67 - 42 = 25$, $92 - 67 = 25$, and $117 - 92 = 25$. The first value, 42, is labeled as the 'startgetal' (starting number). The constant difference, 25, is labeled as the 'hellingsgetal' (slope).

somformule: $b = 25w + 42$

- E1** Hazel en Erik sparen volgens de formules $b = 40m$ en $b = 25m + 120$. Hierbij is b het bedrag dat ze sparen in euro's en m het aantal maanden dat ze sparen.

- Vul de somtabel in.
- Schrijf het hellingsgetal en het startgetal op die horen bij de uitkomsten op de onderste rij.
- Vul in. De somformule is $b = \dots m + \dots$

m	0	1	2	3
b (Hazel)	...	...	...	...
b (Erik)	...	...	...	...
b (totaal)	...	...	...	...

Vaardigheid

Je kunt een vershiltabel en een vershilformule maken.

Bij twee formules A en B kun je ook een vershilformule maken. Bij de vershilformule voor $A - B$ trek je de uitkomsten van formule B af van de uitkomsten van formule A. Hierbij kun je gebruik maken van een vershiltabel. In de onderste rij kun je weer het startgetal en het hellingsgetal aflezen.

Voorbeeld

Maak een vershilformule bij de formules A en B.

A $b = 12w + 34$

B $b = 7w + 21$

w	0	1	2	3
$b = 12w + 34$	34	46	58	70
$b = 7w + 21$	21	28	35	42
b (A - B)	13	18	23	28

Diagram showing the calculation of the difference formula. Arrows indicate the difference between consecutive values in the 'b (A - B)' row: $18 - 13 = 5$, $23 - 18 = 5$, and $28 - 23 = 5$. The first value, 13, is labeled as the 'startgetal' (starting number). The constant difference, 5, is labeled as the 'hellingsgetal' (slope).

vershilformule: $b = 5w + 13$

Kevin	$v = 7t + 25$	t is het aantal uren
Jim	$v = 5t + 20$	v is verdienen in euro's
Nard	$v = 8t$	

E2 Op het kladblaadje zie je van drie vrienden de formules die horen bij hun verdienen.

- Kevin houdt bij hoeveel hij meer verdient dan Jim.
Maak hierbij een verschiltabel. Zet Jim onder Kevin.
- Maak een verschilformule bij *Kevin – Jim*.
- Maak een verschilformule bij 'Nard verdient meer dan Jim'.
- Maak een somformule van alle formules.

Vaardigheid

Je kunt formules met haakjes anders schrijven.

Bij formules met haakjes zet je het getal waarmee je vermenigvuldigt meestal voor de haakjes.

Het vermenigvuldigteken mag je dan weglaten.

Voorbeeld

De formule $t = (m + 3) \times 9$ kan ook geschreven worden als $t = 9 \times (m + 3)$.

De formule wordt dan $t = 9(m + 3)$ of $9(m + 3) = t$.

De tabel bij alle vier formules is:

m	-2	-1	0	1	2
t	9	18	27	36	45

De pijlenketting bij alle drie formules is:



- E3**
- Controleer met tabellen of de formules A en B gelijk zijn.
A $s = (r - 8) \times 6$
B $6(r - 8) = s$
 - Controleer met pijlenkettingen of deze formules gelijk zijn.

Vaardigheid

Je kunt controleren of formules gelijk zijn.

Hoe controleer je of twee formules gelijk zijn?

- 1 Maak bij beide formules een tabel.
Zet in beide tabellen in de bovenste rij minimaal drie getallen. Gebruik in de tabellen dezelfde getallen.
- 2 Vergelijk de uitkomsten. Als de uitkomsten bij beide formules steeds gelijk zijn, dan zijn de formules gelijk.

Voorbeeld

Zijn de formules $y = 4(x + 2)$ en $y = 4x + 8$ gelijk?

- 1 tabel bij $y = 4(x + 2)$ tabel bij $y = 4x + 8$

x	0	1	2
y	8	12	16

x	0	1	2
y	8	12	16

- 2 De uitkomsten zijn steeds gelijk, dus de formules zijn gelijk.

- E4** a Vul de tabel voor de formule $h = -3 \times (k - 2)$ in.
b Welke van de volgende formules horen ook bij deze tabel?

k	-2	-1	0	1	2	3
h	...	...	...	...	...	...

- | | |
|--------------------|--------------------|
| 1 $h = -3(2 - k)$ | 3 $h = k - 5$ |
| 2 $h = -3(k + -2)$ | 4 $h = -3(-2 + k)$ |

Vaardigheid

Je kunt formules zonder haakjes schrijven.

Een formule met haakjes kun je ook zonder haakjes schrijven. Bij de formule met haakjes kun je een tabel maken. Deze tabel kun je gebruiken om de formule zonder haakjes te maken.

Voorbeeld

Schrijf $y = 5(x + 3)$ zonder haakjes.

x	0	1	2	3
y	15	20	25	30

Het hellingsgetal is 5. De formule zonder haakjes is $y = 5x + 15$.
 Het startgetal is 15.

- E5** Schrijf de formules zonder haakjes.
- | | |
|--------------------------|-------------------|
| a $p = 8(k - 6)$ | c $z = 4(y + 1)$ |
| b $m = (t + 3) \times 7$ | d $g = -3(p + 8)$ |

Vaardigheid

Je kunt formules korter schrijven.

In de formule $m = 5n \times 7n$ worden $5n$ en $7n$ met elkaar vermenigvuldigd. Je noemt in deze formule $5n$ en $7n$ de factoren. Door deze factoren met elkaar te vermenigvuldigen kun je de formule korter schrijven.

Voorbeeld

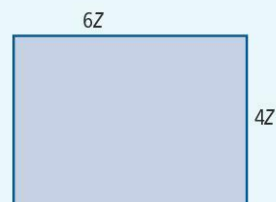
Schrijf de formule $m = 5n \times 7n$ korter.

$$m = 5 \times n \times 7 \times n$$

$$m = 5 \times 7 \times n \times n$$

$$m = 35n^2$$

- E6** Van de rechthoek zijn de afmetingen $6z$ en $4z$.
De oppervlakte van de rechthoek bereken je met de formule $\text{oppervlakte} = 6z \times 4z$.
- Schrijf deze formule zo kort mogelijk.
 - Bereken de oppervlakte van deze rechthoek voor $z = 7$ cm.



Vaardigheid

Je kunt formules combineren.

Soms is het handig om twee formules te combineren tot één formule. Je vervangt dan de pijlenkettingen van de twee formules door één pijlenketting. Bij de nieuwe pijlenketting kun je een nieuwe formule maken.

Voorbeeld

Combineer de formules $b = 6a$ en $k = b - 7$ tot één formule.

De pijlenkettingen $a \xrightarrow{\times 6} b$ en $b \xrightarrow{-7} k$ kun je samenvoegen tot $a \xrightarrow{\times 6} b \xrightarrow{-7} k$.

De nieuwe pijlenketting wordt dan $a \xrightarrow{\times 6} \dots \xrightarrow{-7} k$.

De formule hierbij is $k = 6a - 7$.

- E7** Bij een wiskunde proefwerk zijn 45 punten te halen. De docent berekent de score s met de formule $s = a + 5$.
Om het cijfer c te berekenen, gebruikt de docent de formule $c = s \times 0,2$.
- Bereken in twee stappen het cijfer bij 32 punten.
 - Combineer de twee formules tot één nieuwe formule.
 - Schrijf de nieuwe formule zonder haakjes.
 - Bereken met de nieuwe formule het cijfer bij 32 punten.



- G1** Armin gaat zelfgemaakte armbanden verkopen. De productiekosten k berekent hij met de formule $k = 0,9a + 35$. De verkoopwaarde v berekent hij met $v = 2,5a - 21$. Hierbij zijn v en k in euro's en a is het aantal armbanden. De winst w berekent Armin met de formule $w = v - k$. Armin wil een formule waarmee hij in één keer de winst kan berekenen. Daarvoor gebruikt hij de tabel.
- Vul de tabel verder in.
 - Maak een formule waarmee Armin in één keer de winst kan berekenen.
 - Zoek uit vanaf welk aantal verkochte armbanden Armin winst maakt.

a	0	20	40	60
$v = 2,5a - 21$	...	...	...	...
$k = 0,9a + 35$	...	...	...	...
$w = v - k$	...	...	...	...

- G2** Hiernaast zie je de plattegrond van een zwembad van 10 m bij 17 m. Om het zwembad moet een terras komen dat overal een breedte heeft van b m.
- Om de buitenkant van het terras komt een hek. Hoeveel meter hek is er nodig als $b = 3$?
 - Geef een formule voor de lengte l van het hek in meters.
 - Hoe groot is de oppervlakte van het terras als $b = 3$?
 - De kosten van terrastegels zijn € 30,- per m^2 en de kosten van het hek zijn € 15,- per meter. Bereken de totale kosten voor de aanleg van het terras met hek als $b = 3$.



- G3** Schrijf de formules 1 tot en met 20 korter.
W Bij ieder antwoord hoort een letter. Die kun je hiernaast opzoeken. Vul deze letter in het vakje met het goede nummer in.

1	2	3	4	5	6		
7	8	9	10	11	12		
13	14	15	16	17	18	19	20

- | | |
|------------------------|------------------------------|
| 1 $y = 2x + 3x$ | 11 $y = 4x - 3x$ |
| 2 $y = 5x \times 4x$ | 12 $y = 3x^2 \times 2$ |
| 3 $y = 6x - 5x$ | 13 $y = 20x - 15x$ |
| 4 $y = 10x \times 0,1$ | 14 $y = 5x - x$ |
| 5 $y = 2x \times 4x$ | 15 $y = x - 6x$ |
| 6 $y = 10x - 5x$ | 16 $y = 3x \times 2x$ |
| 7 $y = 10x - 4x$ | 17 $y = 12x - 2x$ |
| 8 $y = 3x \times 3x$ | 18 $y = 5x - 3x$ |
| 9 $y = x \times 6x$ | 19 $y = 2x + 3x - 4x$ |
| 10 $y = 2x \times 10x$ | 20 $y = x \times 7 \times x$ |

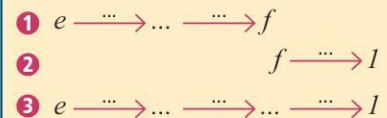
Welke letter?

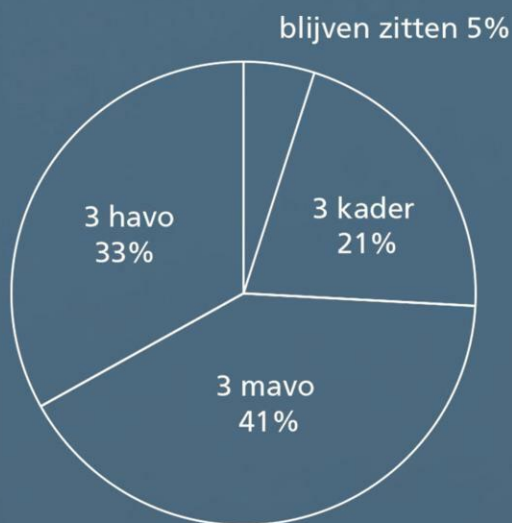
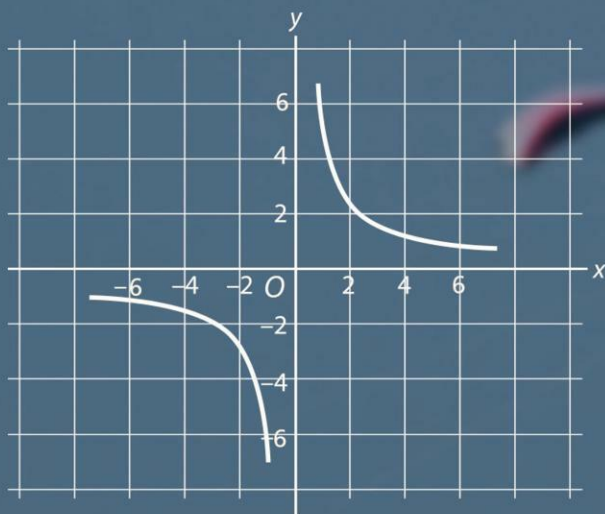
$y = x$	E
$y = 2x$	V
$y = 4x$	C
$y = 5x$	S
$y = -5x$	H
$y = 6x$	K
$y = 10x$	IJ
$y = 9x^2$	O
$y = 6x^2$	R
$y = 8x^2$	D
$y = 7x^2$	N
$y = 20x^2$	T

- G4** Bij het verband tussen Engelse schoenmaten e en Franse schoenmaten f hoort de formule $f = 1,2(e + 12,5)$.
- Maak de pijlenketting bij de formule.
 - De lengte l in centimeters van een schoen die hoort bij een Franse schoenmaat f bereken je met de formule $l = 0,7f$.
Vul de pijlenketting bij deze formule ook in.
 - Combineer de twee pijlenkettingen tot één lange pijlenketting.
 - Vul de tabel bij de lange pijlenketting verder in.

e	0	10	20	30
l in cm	...	...	...	...

- Maak met behulp van de tabel een nieuwe formule die hoort bij het berekenen van de lengte van een schoen waarvan je de Engelse schoenmaat weet.
- Anja heeft schoenen met een Engelse schoenmaat 18. Bereken de lengte van de schoen. Rond af op hele millimeters.





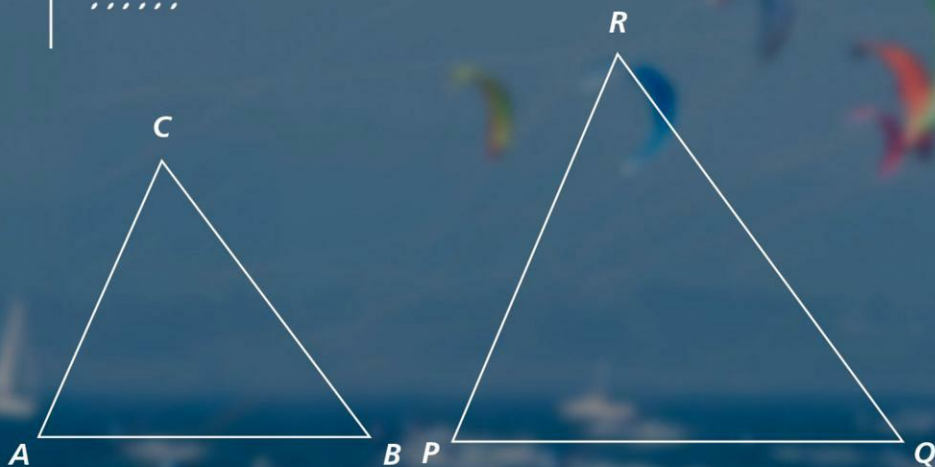
<i>cijfer</i>	<i>turven</i>	<i>frequentie</i>
4	11.	
5	...	
6	...	
7	...	
8	...	
9	...	
10	...	

12%

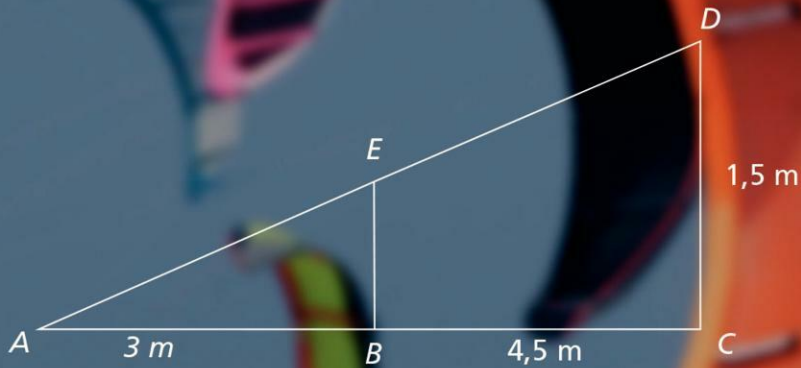
$$m = 5 \times n \times 7 \times n$$

$$m = 5 \times 7 \times n \times n$$

$$m = 35n^2$$



- Technische vaardigheden 1
- Wiskundige denkactiviteiten 1
- Puzzelen 1

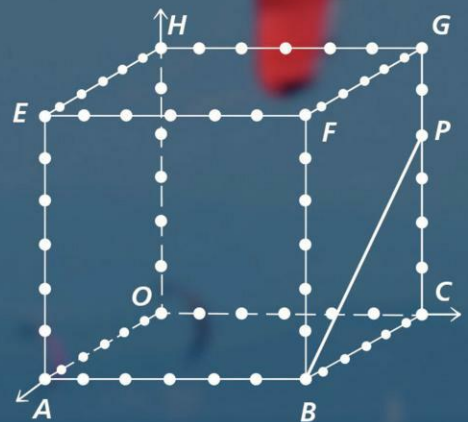


de factor bij 1,3% rente

snelheid in km/uur
reistijd in uren

10	20	30	40	50	60	70	80
...	...	...	...	...	...	...	...

$a \xrightarrow{\times 3} \dots \xrightarrow{+10} k$



Rekenen

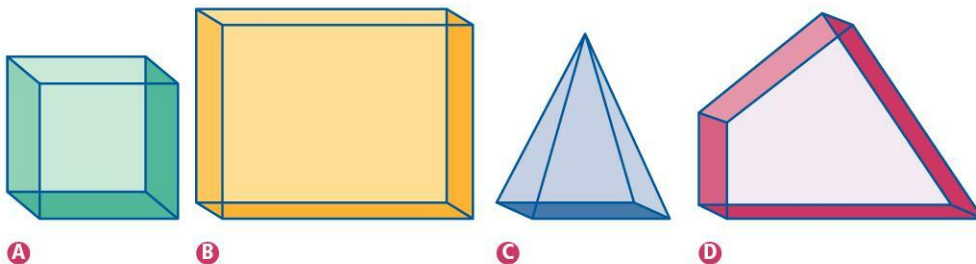
TV1 Bereken.

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a $230 - 55 + 70 = \dots$ | d $12 - (3 + 9) + 21 = \dots$ |
| b $56 + 8 - 24 = \dots$ | e $59 + 19 - 27 + 18 = \dots$ |
| c $44 - 6 + 9 - 3 = \dots$ | f $15 + 2,5 + 6 - 21 = \dots$ |

TV2 Bereken.

- | | |
|---------------------|--------------------------|
| a $-3 + -4 = \dots$ | e $-4 \times -3 = \dots$ |
| b $18 - -5 = \dots$ | f $-15 \times 6 = \dots$ |
| c $-1 - 8 = \dots$ | g $-12 : -4 = \dots$ |
| d $12 + -8 = \dots$ | h $-35 : 7 = \dots$ |

Ruimtefiguren

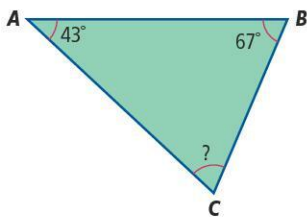
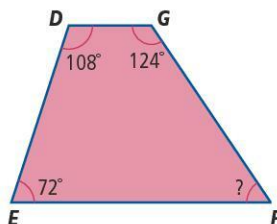


TV3 Van ruimtefiguur A zijn alle ribben 2 cm lang.

- Is ruimtefiguur A een kubus of een balk?
- De ribben van ruimtefiguur A zijn 2 cm.
Teken een uitslag van ruimtefiguur A op ware grootte.
- Welk ruimtefiguur is een prisma?
- Schrijf van alle ruimtefiguren het aantal ribben en het aantal hoekpunten op.

Afstand en hoeken

- TV4
- Teken $\triangle ABC$ met $A(2, 1)$, $B(6, 2)$ en $C(3, 5)$.
 - Meet de afstand van punt A naar zijde BC en schrijf deze op.



- TV5
- Bereken hoek C in $\triangle ABC$.
 - Bereken $\angle F$ in vierhoek EFGH.

- TV6 Teken de volgende hoeken.
- a $\angle P = 90^\circ$ c $\angle R = 124^\circ$
b $\angle Q = 145^\circ$ d $\angle S = 83^\circ$

Pijlenketting, formule en grafiek

- TV7 Maak bij elke pijlenketting een formule.

- a $aantal \xrightarrow{+4} kosten$
b $aantal \xrightarrow{:5} \dots \xrightarrow{-2} kosten$
c $aantal \xrightarrow{\times 4} \dots \xrightarrow{+6} kosten$
d $aantal \xrightarrow{\times 3} \dots \xrightarrow{-4} kosten$

- TV8 Gegeven zijn de formules:

A $y = x^2$

B $y = \frac{5}{x}$

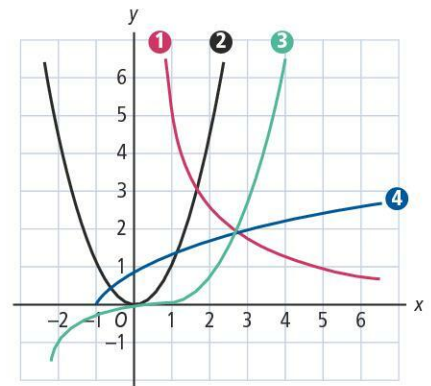
C $y = 0,1x^3$

D $y = \sqrt{(x+1)}$

- a Leg uit waarom je bij formule D voor $x = -2$ geen uitkomst krijgt.
b Bij welke formule krijg je voor $x = 0$ geen uitkomst?
c Vul voor elke formule de tabel in. Rond, indien nodig, af op één decimaal.

x	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...

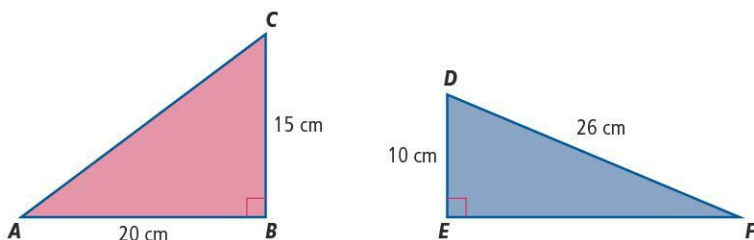
- d Bij elke grafiek hoort één van de formules.
Schrijf van elke grafiek op welke formule erbij hoort.



- TV9 Gina spaart elke week € 15,-. Zij heeft al € 75,- gespaard.
- a Schrijf een formule op die past bij het sparen van Gina.
b Gina spaart voor een Smart TV van € 279,-.
Maak een vergelijking die hierbij past.
c Los de vergelijking op.
d Hoelang moet Gina sparen om de Smart TV te kunnen kopen?

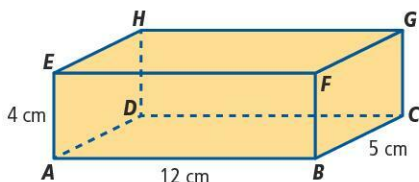


Lengte, omtrek en oppervlakte



- TV10**
- Laat met behulp van de stelling van Pythagoras zien dat de lengte van zijde $AC = 25$ cm.
 - Bereken de omtrek van $\triangle ABC$.
 - Bereken de oppervlakte van $\triangle ABC$.
 - Bereken de omtrek van $\triangle DEF$.
 - Bereken de oppervlakte van $\triangle DEF$.

- TV11**
- Teken in een assenstelsel de volgende punten: $A(0, 1)$, $B(2, -3)$, $C(5, -1)$ en $D(5, 0)$.
 - Teken vierhoek $ABCD$.
 - Bereken door inlijsten de oppervlakte van deze vierhoek.



- TV12**
- Bereken de lengte van grensvlakdiagonaal AC .
 - Kleur in de balk diagonaalvlak $ACGE$.
 - Schets rechthoek $ACGE$. Zet de juiste maten erbij.
 - Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal AG .

W

Procenten

- TV13** Een nieuwe koelkast kost € 320,-.
In de voordeelweek krijg je 15% korting.
Hoeveel kost de koelkast in de voordeelweek?

<i>bedrag in euro's</i>	320		...
<i>procenten</i>	100	1	...

- TV14** In de opruiming koopt Twan een broek.
In plaats van € 59,99 betaalt hij € 39,59.
Bereken hoeveel procent korting hij krijgt.

<i>bedrag in euro's</i>	59,99	...	...
<i>procenten</i>	100	...	...



Rekenen met tijd

- TV15**
- a Joke vertrekt om 8:54 uur met de trein vanuit Den Haag. Zij komt om 11:27 uur aan in Enschede. Bereken hoeveel uren en hoeveel minuten zij onderweg is geweest.
 - b Joke is 5 uur en 34 minuten na aankomst in Enschede weer terug in Den Haag. Hoe laat is het dan?

- TV16**
- Hoeveel minuten zitten er tussen de genoemde tijdstippen?
- a 08:23 uur en 08:54 uur
 - b 10:11 uur en 11:58 uur
 - c 22:12 uur en 00:56 uur
 - d Vier voor tien uur 's morgens en negen over half twaalf 's morgens



Vergroten

- TV17**
- Van de groepsfoto van klas 3C laat de mentor een poster maken.
De foto is 15 cm breed en 10 cm hoog.
De poster wordt 75 cm breed.
- a Bereken de hoogte van de poster.
 - b De poster wordt ingelijst. De gele lijst is 85 cm bij 60 cm. De poster wordt precies in het midden van de lijst geplakt. Hoe breed zijn de gele randen?
 - c Is de oppervlakte van de poster 5 keer, 10 keer of 25 keer de oppervlakte van de foto?



Je wordt in Wiskundige Denkactiviteiten (W.D.A.) uitgedaagd om

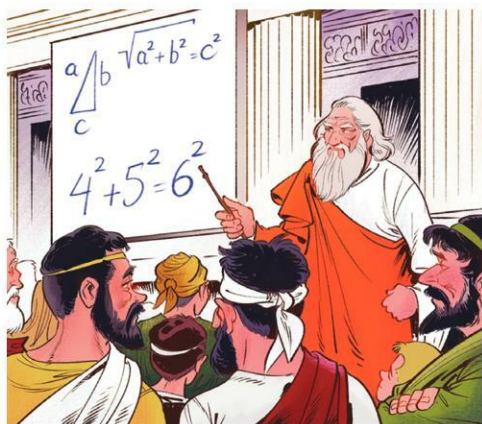
- creatief te denken
- samen aan een probleem te werken
- een oplossing te bedenken
- wiskundige vaardigheden te gebruiken



W.D.A. | Pythagorees drietal

Een Pythagorees drietal bestaat uit drie positieve getallen waarvoor geldt dat het kleinste getal in het kwadraat plus het middelste getal in het kwadraat gelijk is aan het grootste getal in het kwadraat.

De naam komt van de stelling van Pythagoras.



- Laat zien dat de getallen 3, 4 en 5 een Pythagorees drietal is.
- Als je de getallen 3, 4 en 5 met twee vermenigvuldigt, krijg je 6, 8 en 10. De Pythagorese drietallen 3, 4 en 5 en 6, 8 en 10 noem je daarom niet verschillend. Schrijf de kwadraten van de getallen 1 tot en met 20 op en zoek een Pythagorees drietal op dat verschillend, anders is van 3, 4, 5.
- Er is een Pythagorees drietal waarvan 10 het kleinste getal is. De kwadraten van de andere twee getallen verschillen 100. Om welk Pythagorees drietal gaat het hier?



De stad Elburg in Gelderland is bekend vanwege haar middeleeuwse vesting met een bijna rechthoekig stratenplan. Om de vesting ligt een voetpad. Als je stevig doorstapt, kun je in 15 minuten om de vesting heenlopen.

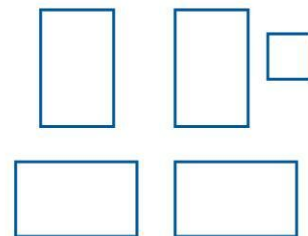
- a De verhouding tussen de lengte en breedte van de vesting is 5 : 7. Bereken hoeveel hectare groot de oppervlakte van de Vesting Elburg ongeveer is.
- b Als je in hetzelfde tempo in 15 minuten om een cirkelvormig meer loopt, is de oppervlakte van dat meer dan groter, kleiner of gelijk aan de oppervlakte van Vesting Elburg? Leg je antwoord uit.

W.D.A. | Regeerakkoord

In het regeerakkoord van 2017 was een van de afspraken dat op scholen les gegeven moet worden over het Wilhelmus en het is de bedoeling dat leerlingen van de basisscholen minstens éénmaal het Rijksmuseum en de Tweede Kamer bezoeken.

In 2016 was het totaal aantal leerlingen in het basisonderwijs 1 528 774. Laat met een berekening zien of alle leerlingen van groep 7 en groep 8 in één jaar de Tweede Kamer kunnen bezoeken.

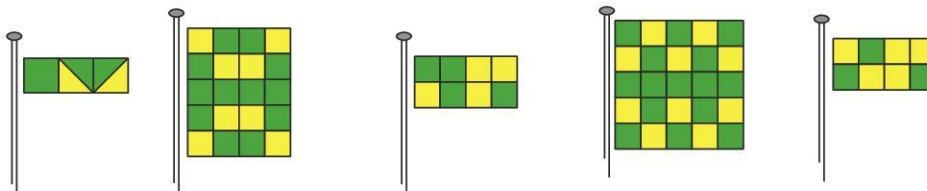
- P1** Je hebt vier rechthoeken en één vierkant.
De zijden van de rechthoeken zijn 5 cm en 8 cm,
het vierkant heeft zijden van 3 cm.
Je maakt van de vijf figuren één figuur.



→ Hoeveel centimeter is de kleinst mogelijke omtrek van de nieuwe figuur?

- A** 50 cm **C** 54 cm
B 52 cm **D** 56 cm

- P2** Je ziet vijf gekleurde vlaggen.

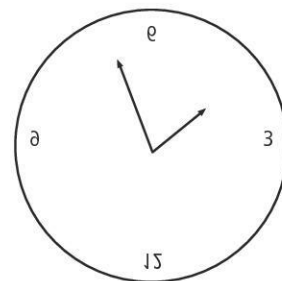


→ Hoeveel van de vlaggen zijn voor $\frac{3}{5}$ deel groen

- A** nul vlaggen **C** twee vlaggen
B één vlag **D** drie vlaggen

- P3** → Hoe laat is het op de klok?

- A** 2:55 uur **C** 7:20 uur
B 3:35 uur **D** 11:10 uur



- P4** Henk gaat een houten kubus schilderen. De grensvlakken die aan elkaar grenzen worden verschillend van kleur.

→ Hoeveel kleuren moet Henk minimaal gebruiken?

- A** twee kleuren **C** vier kleuren
B drie kleuren **D** vijf kleuren

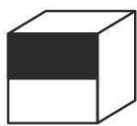
- P5** Gerard rijdt iedere dag naar zijn werk over een afstand van 80 kilometer. De hele weg rijdt hij gemiddeld 100 km/uur. Vandaag heeft hij zich verslapen. Hij rijdt dezelfde route nu met gemiddeld 120 km/uur.

→ Hoeveel minuten duurt de rit nu korter?

- A** 8 minuten **C** 12 minuten
B 10 minuten **D** 14 minuten

- P6** Van de bouwplaat wordt een kubus gevouwen.

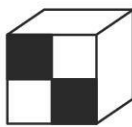
→ Welke kubus kun je maken?



A



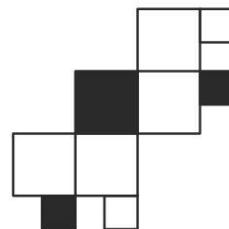
B



C



D



- P7** Een groep kinderen gaat ijsjes eten. Elke jongen eet twee keer zoveel ijsjes als elk meisje. Twee meisjes en drie jongens eten samen 16 ijsjes.

→ Hoeveel ijsjes eten drie meisjes en twee jongens samen?

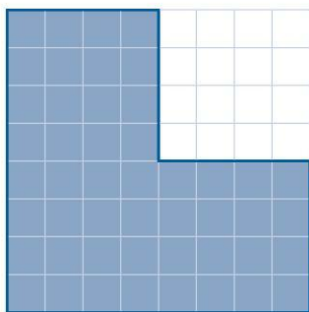
- A** 13 ijsjes **C** 15 ijsjes
B 14 ijsjes **D** 16 ijsjes



- P8** In een vaas staan drie soorten bloemen. De rode bloemen hebben twee blaadjes, de gele bloemen hebben er drie en de witte bloemen hebben vijf blaadjes. In de vaas staan evenveel rode als gele bloemen en er zijn tien witte bloemen meer dan gele bloemen. Samen hebben de bloemen 250 blaadjes.

→ Hoeveel witte bloemen staan er in de vaas?

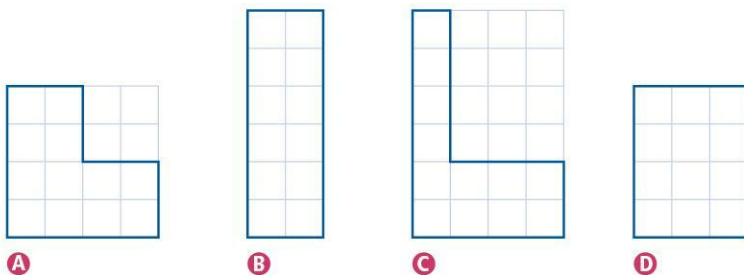
- A** 15 witte bloemen **C** 25 witte bloemen
B 20 witte bloemen **D** 30 witte bloemen



- P9** De blauwe figuur wordt in vier gelijke stukken met dezelfde vorm en dezelfde grootte verdeeld.

W

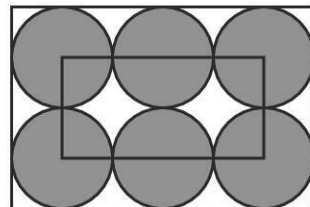
→ Hoe zien deze stukken eruit?



- P10** De zes cirkels passen precies in de grote rechthoek. De omtrek van de kleine rechthoek is 60 cm.

→ Wat is de lengte van de omtrek van de grote rechthoek?

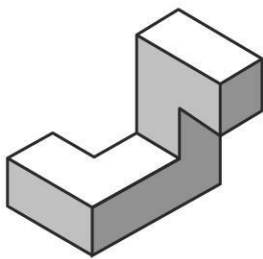
- A** 140 cm **C** 100 cm
B 120 cm **D** 80 cm



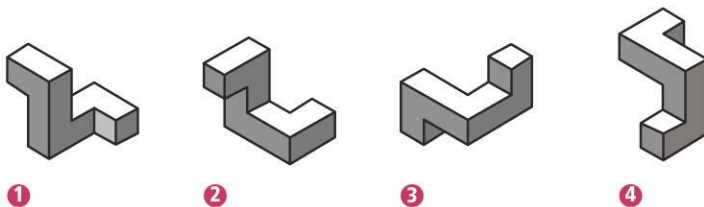
- P11** Nick, zijn moeder en zijn vader zijn alle drie jarig in januari. In mei 2017 was de leeftijd van Nick $\frac{1}{6}$ deel van zijn moeder. In mei 2018 was zijn leeftijd $\frac{1}{6}$ deel van zijn vader.

→ Hoeveel jaar is zijn vader ouder dan zijn moeder?

- A** vijf jaar **C** zeven jaar
B zes jaar **D** acht jaar



P12 Het puzzelstukje wordt gedraaid.



→ Welke figuren krijg je dan?

A 1 en 2

C 2 en 4

B 1 en 3

D 3 en 4

P13 In 2017 won Tom Dumoulin de honderdste editie van de Ronde van Italië. De eerste Ronde van Italië werd in 1909 gereden.

→ Hoe vaak is de Ronde van Italië in de periode 1909 – 2017 NIET doorgegaan?

A zeven keer

C negen keer

B acht keer

D tien keer

P14 → Wat is de waarde van  ?

A 0

C 2

B 1

D 3

$$\begin{aligned} \text{Green Circle} + \text{Green Circle} &= 20 \\ \text{Green Circle} \times \text{Yellow Square} + \text{Yellow Square} &= 44 \\ \text{Green Circle} \times \text{Yellow Square} - \text{Blue Triangle} \times \text{Green Circle} &= \text{Green Circle} \end{aligned}$$

P15 Een rechthoek is in vier kleinere rechthoeken gezaagd. De omtrek van drie van deze kleinere rechthoeken is bekend: 20 cm, 24 cm en 32 cm.

→ Hoe lang is de omtrek van de vierde rechthoek?

A 12 cm

C 14 cm

B 13 cm

D 15 cm

?	20
24	32





In dit hoofdstuk leer je

- aan de hand van een factor aangeven of het totale aantal stijgt of daalt
- de grootte van de stijging of daling berekenen
- steeds hetzelfde percentage erbij of eraf schrijven als een vermenigvuldiging
- vermenigvuldigingen met dezelfde factor korter schrijven
- grote getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven
- kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven als gewone getallen
- kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven
- rekenen met grote getallen

MEGA OPRUIMING

Sportkleding voor volwassenen en kinderen!



09.00 – 16.00 UUR

KORTINGEN
TOT WEL 90%

trainingspakken – jassen – sportbroeken – sportshirts
keeperhandschoenen – kousen – tassen – ballen – sweaters
<https://www.kwd.nl/opruiming>

V1 Carla krijgt in de opruiming 35% korting op een jack van € 80,-.

229 Ze berekent met een **verhoudingstabel** de nieuwe prijs.

- Waarom heeft zij 65 in de tabel ingevuld?
- Bereken hoeveel Carla moet betalen voor het jack.
- Zij koopt ook een trainingspak van € 160,- voor € 60,-. Bereken hoeveel procent korting zij heeft gekregen.
- Op sportsokken is de korting 90%. Carla betaalt nu € 1,95. Bereken de oude prijs. Gebruik handige percentages.

<i>prijs in euro's</i>	80		...
<i>procenten</i>	100	1	65

V2 PostNL verhoogt de posttarieven met 6,4%.

- 229
- Waarom is de nieuwe prijs dan 106,4%?
 - Welke **factor** hoort bij 106,4%?
 - Een postzegel kost voor de prijsverhoging 78 cent. Bereken de nieuwe prijs van een postzegel.
 - Het versturen van een pakket tot 10 kg kost voor de verhoging van de tarieven € 6,95. Bereken hoeveel dit gaat kosten na de verhoging.



V3 In de tabel staat van drie levensmiddelen de oude prijs en met hoeveel procenten de prijs verhoogd wordt. Bereken de nieuwe prijs van de artikelen.

<i>artikel</i>	<i>oude prijs</i>	<i>prijsverhoging</i>
brood	€ 2,29	4%
1,5 L melk	€ 1,09	5,5%
1 kg kaas	€ 8,90	7,2%



Gewijzigde prijzen voor PlayStation®Plus

Vanaf 00.01 uur BST op 31 augustus wijzigen wij onze prijzen voor PlayStation®Plus.

- De prijs op jaarbasis verandert van € 49,99 naar € 59,99 per jaar.
- De prijs op kwartaalbasis verandert van € 19,99 naar € 24,99 per kwartaal.
- De prijs op maandbasis verandert van € 6,99 naar € 7,99 per maand.

- V4** Op 31 augustus verhoogt PlayStationPlus de tarieven.
- a Laat zien dat de prijs op jaarbasis ongeveer 20% stijgt.
 - b Bereken hoeveel procent de prijs stijgt op maandbasis.
Rond af op een heel getal.

- V5** De prijzen van de volgende artikelen zijn allemaal exclusief 21% btw.

230 Bereken de prijzen **inclusief btw**.

- | | |
|----------------|---------|
| a Etui | € 5,75 |
| b Rekenmachine | € 9,95 |
| c Bureau lamp | € 39,50 |

- V6** Schrijf de **wetenschappelijke notatie** als een gewoon getal.

- 231**
- a $5 \times 10^7 = \dots$
 - b $8,3 \times 10^6 = \dots$
 - c $1,09 \times 10^{10} = \dots$

- V7** Bij de foto's van de vervoermiddelen staat hoe zwaar ze zijn.
- a Schrijf van elk vervoermiddel de massa als een gewoon getal.
 - b Welk vervoermiddel is het zwaarst?
 - c Ongeveer hoeveel bussen wegen even veel als één trein?



bus: $1,043 \times 10^4$ kg



trein: $1,4 \times 10^5$ kg



vrachtwagen: $7,5 \times 10^3$ kg

4.1 Procenten en factor

Je leert

- aan de hand van een factor aangeven of het totale aantal stijgt of daalt
- de grootte van de stijging of daling berekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—3—4—05—6—7—08—9—10
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8—9—10
- uitdagend: 1—3—4—5—6—7—8—10—U1—U2

	
NIEUW	SALE!!
Brabo Tribute TC-5	TK Hockey Platinum 1
15% KORTING	-60%

1 Annemijn gaat een nieuwe hockeystick kopen. De Brabo Tribute TC-5 kost € 149,50 zonder de korting.

a Leg uit dat zij 85% moet betalen.

229 b Bereken met een **verhoudingstabel** hoeveel Annemijn moet betalen.

229 c Je kunt het bedrag ook met een **factor** berekenen. Is de factor 0,85 of 1,15?

d Bereken met de factor hoeveel Annemijn moet betalen.

e De TK Hockey Platinum 1 kost € 349,00, maar in de opruiming krijgt ze 60% korting.

Bereken hoeveel Annemijn voor deze stick moet betalen.

prijs in euro's	149,50		...
procenten	...	1	...

2 Christel koopt een nieuwe scooter van € 1.150,- exclusief 21% btw.

230 a Leg uit dat de prijs **inclusief btw** 121% is.

b Kun je de prijs inclusief btw berekenen met factor 1,21 of met factor 0,79?

c Bereken de prijs die Christel moet betalen.



3 Met welke factor moet je vermenigvuldigen bij de volgende veranderingen?

a 10% erbij

c 21% erbij

b 6,4% erbij

d 0,8% erbij

- 4** Met welke factor moet je vermenigvuldigen bij de volgende veranderingen?
- a** 35% eraf **c** 55% eraf
b 21% eraf **d** 2,5% eraf

Theorie

Als de factor groter dan 1 is, dan stijgt het aantal boven de 100%.

Als de factor kleiner dan 1 is, dan daalt het aantal onder de 100%.

Aan de factor kun je ook zien hoeveel procent de stijging of daling is.

Voorbeeld 1

Hoeveel procent stijgt of daalt de prijs als de factor 1,07 is?

$$1,07 \times 100 = 107\%$$

De prijs stijgt met $107\% - 100\% = 7\%$.

Voorbeeld 2

Hoeveel procent stijgt of daalt het aantal als de factor 0,88 is?

$$0,88 \times 100 = 88\%$$

Het aantal daalt met $100\% - 88\% = 12\%$.

Ondersteunende route → maak opdracht 05

- 5** Bereken hoeveel procent erbij komt of eraf gaat als je met de volgende factoren vermenigvuldigt.
- a** 1,12 **c** 1,8
b 1,035 **d** 0,725



- 6** In 2015 telde Nederland 8 854 502 personenauto's. Met deze auto's werd in 2015 in totaal 116 miljard kilometer gereden.
- a** Met de factor 1,013 kun je berekenen hoeveel personenauto's er in 2016 waren.
 Met hoeveel procent is het aantal personenauto's in 2016 gestegen?
- b** Bereken het aantal personenauto's in 2016.
- c** De factor om het aantal gereden kilometers in 2016 te berekenen is 1,022.
 Hoeveel procent is de stijging?
- d** Bereken hoeveel miljard kilometer de personenauto's in 2016 bij elkaar hebben afgelegd.

- 7** In 2016 telde Nederland 63 913 landbouwbedrijven.
Het aantal landbouwbedrijven in 2017 kun je berekenen met de factor 0,87.
- Met hoeveel procent is het aantal landbouwbedrijven gedaald?
 - Bereken het aantal landbouwbedrijven in 2017.
 - In 2016 was het aantal tuinbouwbedrijven 8043.
Met de factor 0,914 kun je het aantal tuinbouwbedrijven in 2017 berekenen.
Hoeveel procent van de tuinbouwbedrijven is in dit jaar gestopt?
 - Bereken hoeveel tuinbouwbedrijven in 2017 gestopt zijn.

Ondersteunende route → maak opdracht 08

- 8** Vul de tabel verder in.

W <i>artikel</i>	<i>oude prijs</i>	<i>factor</i>	<i>prijsverhoging of prijsverlaging?</i>	<i>percentage erbij l eraf</i>	<i>nieuwe prijs</i>
jas	€ 95,-	1,09	prijsverhoging	9% erbij	...
trui	€ 68,-	0,87	...	...	...
broek	€ 75,-	0,63	...	...	...
riem	€ 32,75	1,24	...	...	...
laarzen	€ 135,50	0,94	...	...	...

- 9** Een elektrische gitaar kost € 355,- exclusief 21% btw.
- Met welke factor moet je de prijs vermenigvuldigen?
 - Bereken hoeveel euro je voor de gitaar moet betalen.

- 10** Het aantal grutto's neemt al jaren af. In 2017 werden ongeveer 30 000 broedparen geteld. Het jaar ervoor werden er 31 500 broedparen geteld.
- Met hoeveel procent is het aantal broedparen gedaald?
 - Welke factor hoort bij deze afname?
 - Als de daling zo doorgaat, hoeveel broedparen worden er dan in 2018 verwacht?



Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

Ondersteunende opdrachten

- 05** De prijs van voorwerp **1** wordt met factor 1,12 vermenigvuldigd.
- Is voorwerp **1** in prijs gestegen of gedaald?
 - Met welk getal moet je de factor vermenigvuldigen om het percentage te berekenen?
 - Met hoeveel procent is de prijs van voorwerp **1** gestegen of gedaald?
 - Voorwerp **2** wordt met factor 0,87 vermenigvuldigd. Is dit voorwerp in prijs gestegen of gedaald?
 - Hoeveel procent is er bij voorwerp **2** bijgekomen of vanaf gegaan?
 - Schrijf op hoeveel procent erbij komt of eraf gaat wanneer je vermenigvuldigt met de volgende factoren.
1 1,035 **2** 0,3 **3** 1,02

- 08** Vul de tabel verder in.

W

<i>oude prijs</i>	<i>factor</i>	<i>prijsverhoging of prijsverlaging?</i>	<i>hoeveel procent?</i>	<i>nieuwe prijs</i>
€ 85,-	1,08	prijsverhoging	$1,08 \times 100 = 108$ $108 - 100 = \dots\%$	$1,08 \times € 85,- = \dots$
€ 76,-	0,88	...	$0,88 \times 100 = \dots$ $100 - \dots = \dots\%$	...
€ 44,50	1,24	...	...	...
€ 129,50	0,96	...	...	...

Uitdagende opdrachten

- U1** In een gebied leven 35 000 muizen. In één jaar neemt het aantal muizen met 1575 toe.
- Met welk percentage is het aantal muizen toegenomen?
 - Hoeveel muizen zijn er in dat gebied over drie jaar als de factor gelijk blijft?
- U2** Pim koopt een drumstel van € 765,- exclusief 21% btw. Een half jaar later wil zijn vriend Anton eenzelfde drumstel kopen. Het drumstel wordt nu verkocht met een korting van 21% op de prijs inclusief 21% btw. Bereken hoeveel Anton voor het drumstel moet betalen.



4.2 Hetzelfde percentage erbij of eraf

Je leert

- steeds hetzelfde percentage erbij of eraf schrijven als een vermenigvuldiging
- vermenigvuldigingen met dezelfde factor korter schrijven

Leerroutes

- ondersteunend: 11–12–13–14–015–16–017–18–19
- doorlopend: 11–12–13–14–15–16–17–18–19
- uitdagend: 11–13–14–15–16–18–19–U3–U4

- 11** Danny heeft € 1.000,- op zijn spaarrekening gezet. De bank geeft hem 2% rente. De rente laat hij op dezelfde rekening bijschrijven.
- Waarom staat er in de tabel 102?
 - Laat met een berekening zien dat er na één jaar 1020 euro op zijn rekening staat.
 - Danny berekent hoeveel euro er na twee jaar op zijn rekening staat.
Waarom staat er nu 1020 boven de 100%?
 - Laat met een berekening zien dat na twee jaar € 1.040,40 op zijn rekening staat.
 - Danny berekent hoeveel geld hij na drie jaar op zijn rekening heeft staan.
Welk bedrag moet hij nu boven 100% schrijven?
 - Bereken het bedrag na drie jaar.
 - Waarom krijgt Danny elk jaar meer euro's aan rente?

Na 1 jaar

bedrag in euro's	1000		
procenten	100	1	102

Na 2 jaar

bedrag in euro's	1020		
procenten	100	1	102

Na 3 jaar

bedrag in euro's	...		
procenten	100	1	102

- 12** In elke tabel van opdracht 11 staat 102%.
- Welke factor hoort bij 102%?
 - Danny berekent de bedragen met één tabel.
Vul de tabel verder in.

aantal jaren	0	1	2	3	4
bedrag in euro's	1000	1020	...	...	...
		$\times 1,02$	$\times \dots$	$\times \dots$	$\times \dots$

- Controleer of de uitkomsten hetzelfde zijn als de bedragen in opdracht 11.
- 13** Volgens Danny kun je de bedragen als volgt zonder tabel berekenen.
- na 1 jaar is het bedrag $1000 \times 1,02$
 - na 2 jaar is het bedrag $1000 \times 1,02 \times 1,02$
 - na 3 jaar is het bedrag $1000 \times 1,02 \times 1,02 \times 1,02$
- Laat zien dat de berekeningen juist zijn.
 - Bereken ook het bedrag na zeven jaar.

- 14 Charlotte is gestart met een bedrijfje dat taarten op bestelling maakt.

Het eerste jaar was haar omzet € 2.000,-.

Ze wil de eerste vijf jaar haar omzet met 15% laten groeien.

- Bereken de factor bij 15% groei per jaar.
- Leg uit dat je haar omzet na vijf jaar kunt berekenen met $2000 \times 1,15 \times 1,15 \times 1,15 \times 1,15 \times 1,15$.
- Je kunt de berekening korter schrijven.
Welke berekening is juist, A, B of C?

A $2000 \times 1,15 \times 5$

B $2000 \times 1,15^5$

C $2000 \times 1,7$



Theorie

Als een aantal gedurende een bepaalde periode steeds **met hetzelfde percentage groeit of afneemt**, dan wordt het aantal steeds met dezelfde factor vermenigvuldigd. Het aantal keren dat je met de factor vermenigvuldigt, komt overeen met het aantal perioden.

Je kunt de **vermenigvuldiging korter schrijven** met een macht.

Op de rekenmachine gebruik je voor een macht x^n of $x^{\square}$.

Voorbeeld 1

Je krijgt 1,3% rente over een bedrag van € 4.000,-.

Bereken het bedrag na vijf jaar.

$$\text{factor} = (100 + 1,3) : 100 = 1,013$$

$$\text{bedrag} = 4000 \times 1,013 \times 1,013 \times 1,013 \times 1,013 \times 1,013$$

Korter geschreven is dit: $\text{bedrag} = 4000 \times 1,013^5$

aantal jaren

Het begingetal is
4000 euro

De factor bij
1,3% rente

Het bedrag na vijf jaar is € 4.266,85.

$$4000 \times 1,013^5 \\ 4266,848453$$

Voorbeeld 2

Een auto wordt elk jaar 12% minder waard.

Corné heeft een nieuwe auto van € 16.595,- gekocht.

Bereken de waarde van de auto na zeven jaar.

$$\text{factor} = (100 - 12) : 100 = 0,88$$

De waarde van de auto na zeven jaar is $16595 \times 0,88^7 = € 6.781,97$

$$16595 \times 0,88^7 \\ 6781,971522$$

Ondersteunende route → maak opdracht 015

- 15** Elinor zet een bedrag van € 7.500,- zes jaar bij een bank vast tegen een rentepercentage van 2,3%.
- Schrijf de vermenigvuldiging op waarmee Elinor kan uitrekenen hoeveel er na zes jaar op de rekening zal staan.
 - Bereken het bedrag na zes jaar.
- 16** Isa heeft een ballon opgeblazen tot de inhoud 10 liter is. De ballon loopt langzaam leeg. Elk uur ontsnapt 4% van de inhoud.
- Laat met een berekening zien dat de inhoud na vijf uur ongeveer 8,2 liter is.
 - Bereken de inhoud na zeven uur.



Ondersteunende route → maak opdracht 017

- 17** Vul de tabel verder in.

<i>beginbedrag</i>	<i>erbij of eraf</i>	<i>aantal jaren</i>	<i>berekening</i>	<i>eindbedrag</i>
€ 1.200,-	7% erbij	6	$1200 \times \dots^6$	...
€ 5.000,-	...% ...	...	$\dots \times 1,1^9$	...
€ 8.500,-	4% eraf	...	$\dots \times \dots^3$	...
...	...% ...	...	$6000 \times 1,12^{15}$	...
€ 2.500,-	...% ...	...	$\dots \times 0,92^3$	...

- 18** De aarde telt ongeveer 7,442 miljard inwoners. In de komende 50 jaar wordt een groei van 1,0065% per jaar verwacht.
- Leg uit dat je met de berekening $7,442 \times 1,010065^{10}$ kunt berekenen hoeveel miljard mensen er over tien jaar op aarde wonen. Rond de miljarden af op drie decimalen.
 - De aarde kan voor maximaal 21 miljard mensen voedsel produceren. Is dit aantal over 50 jaar al bereikt?
- 19** Van 2008 tot en met 2016 daalde de prijs van een huis gemiddeld met 4% per jaar. Hielke kocht in 2008 een huis voor € 230.000,-
- Bereken de waarde van het huis in 2016.
 - Na 2016 steeg de waarde van de huizen met gemiddeld 6,9% per jaar. Bereken de waarde van het huis in 2019.



Uitdagende route → maak opdracht U3 en U4

Ondersteunende opdrachten

- 015** Dylano zet een bedrag van 5000 euro voor vier jaar vast bij een bank tegen een rentepercentage van 1,8%.
- Bereken de factor waarmee Dylano moet vermenigvuldigen.
 - Welk begingetal moet hij gebruiken?
 - Vul in.
Dylano kan het bedrag na 4 jaar berekenen met $\dots \times \dots$ ⁴
 - Bereken het bedrag dat Dylano na vier jaar op de bank heeft staan.

- 017** Vul de tabel verder in.

<i>beginbedrag</i>	<i>erbij of eraf</i>	<i>aantal jaren</i>	<i>berekening</i>	<i>eindbedrag</i>
€ 1.000,-	7% erbij factor = $(100 + 7) : 100 = \dots$	3	$1200 \times \dots^3$	€ ...
€ 4.000,-	...% ... factor = $(100 + \dots) : 100 = 1,1$	...	$\dots \times 1,1^9$	€ ...
€ 9.000,-	4% eraf factor = $(100 - 4) : 100 = \dots$	...	$\dots \times \dots^5$	€ ...
€ 12.200,-	10% eraf factor = $(100 - \dots) : 100 = \dots$	6	$12\,200 \times \dots^6$	€ ...

Uitdagende opdrachten

- U3** In 2017 was er een rattenplaag in Amsterdam. Volgens een schatting waren er op 1 april van dat jaar 450 ratten. Zonder maatregelen verwacht men een toename van 20% per maand.
- Bereken hoeveel ratten er zijn op 1 januari 2018 als men niets doet.
 - De overheid besluit in te grijpen. Op dat moment zijn er al 1000 ratten. Men wil dat het aantal elke maand met 25% afneemt.
Bereken na hoeveel maanden het aantal ratten voor het eerst minder dan 100 is.
- U4** In de Biesbosch zijn in 1992 in totaal 44 bevers uitgezet. In 2017 waren er 300 bevers.
Zoek uit hoeveel procent de groei gemiddeld per jaar is.



4.3 Wetenschappelijke notatie van grote getallen

Je leert

- grote getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven

Leerroutes

- ondersteunend: 20—21—22—023—24—25—026—27—28—29
- doorlopend: 20—21—22—23—24—25—26—27—28—29
- uitdagend: 20—21—23—25—26—27—28—29—U5—U6

20 Schrijf de volgende getallen als **macht van 10**.

231

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| a honderd | d tienduizend |
| b honderdduizend | e miljoen |
| c honderdmiljoen | f miljard |

- 21** Het aantal mensen met een baan is in Nederland ongeveer negen miljoen. Zij verdienen gemiddeld € 44.000,- per jaar.
- a** Bereken zonder rekenmachine hoeveel euro de mensen met een baan samen verdienen.
- b** Controleer je antwoord met je rekenmachine.
- Welk antwoord heb jij gevonden 396 000 miljoen of $3,96 \times 10^{11}$?

Theorie

Als de uitkomst van een berekening te groot is voor het venster van je rekenmachine, geeft je rekenmachine de uitkomst in de **wetenschappelijke notatie**. Dit is een getal van 1 tot 10 vermenigvuldigd met een macht van 10.

Voorbeeld 1

Schrijf 35 miljoen in de wetenschappelijke notatie.

$$35\ 000\ 000 = 3,5 \times 10\ 000\ 000 = 3,5 \times 10^7$$

getal vanaf 1 tot 10

macht van 10

Voorbeeld 2

Schrijf $1,34 \times 10^9$ als gewoon getal en schrijf het getal in woorden.

Als gewoon getal: $1,34 \times 1\ 000\ 000\ 000 = 1\ 340\ 000\ 000$

In woorden: *één miljard driehonderdveertig miljoen*

22 Welke van de volgende getallen zijn geschreven in de wetenschappelijke notatie?

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a 8×10^7 | c 13×10^4 |
| b $8,76 \times 10^6$ | d $0,4 \times 10^{11}$ |

Ondersteunende route → maak opdracht 023

23 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a $92\ 000 = 9,2 \times 10\ 000 = 9,2 \times 10^{\dots}$
- b $151\ 000 = 1,51 \times \dots = 1,51 \times 10^{\dots}$
- c $134\ 000\ 000 = 1,34 \times \dots = \dots$
- d 6,3 miljard = ...
- e 17,4 miljoen = ...

24 Schrijf als gewoon getal en schrijf het getal in woorden.

- a $2,25 \times 10^8 = 2,25 \times \dots = \dots$
- b $3,2 \times 10^5 = \dots$
- c $1,8 \times 10^7 = \dots$
- d $8,75 \times 10^9 = \dots$

25 Bereken en schrijf de uitkomsten als gewoon getal en in de wetenschappelijke notatie.

- a $200\ 000 \times 35\ 000 = \dots$
- b $6\ 500\ 000 \times 9\ 000\ 000\ 000 = \dots$
- c $45 \times 10^4 \times 10^4 = \dots$
- d $3\ 000\ 000 \times 10^5 \times 10^2 = \dots$

228 e Het **product** van negen miljoen en 33 000.

228 f De **som** van 19 miljard en 400 miljoen.

Ondersteunende route → maak opdracht 026

26 In 2017 telde India ongeveer 1,324 miljard inwoners. Men verwacht dat de bevolking de komende tien jaar met 0,8% per jaar groeit.

- a Met welke factor wordt het aantal inwoners in India ieder jaar vermenigvuldigd?
- b Bereken het aantal inwoners over een jaar. Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond het eerste getal af op twee decimalen.
- c Bereken hoeveel inwoners India heeft in 2028.



- 27** De aarde draait met een snelheid van 3×10^4 meter per seconde in zijn baan rond de zon.

- a Is 3×10^4 gelijk aan 3 000, 30 000 of 300 000?
- b Leg uit dat 3×10^4 meter gelijk is aan 30 kilometer.
- c Je moet de snelheid van de aarde in kilometer per uur berekenen.

Waarom staat er 3600 in de verhoudingstabel?

<i>afstand</i> in km	30	...
<i>tijd</i> in seconden	1	3600

- d Bereken de snelheid van de aarde in kilometer per uur.
- e Bereken ook de snelheid in kilometer per dag.



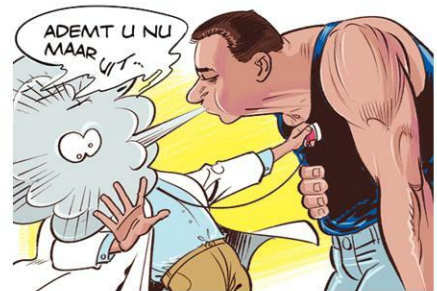
$1 \text{ kB} = 10^3 \text{ bytes}$
 $1 \text{ MB} = 10^6 \text{ bytes}$
 $1 \text{ GB} = 10^9 \text{ bytes}$
 $1 \text{ TB} = 10^{12} \text{ bytes}$

- 28** Harry koopt voor zijn digitale fototoestel een nieuwe SD-kaart van 1 TB.

- a Hoeveel MB is 1 TB?
- b Foto's gebruiken gemiddeld 2,4 MB.
Hoeveel foto's passen er op deze SD-kaart?

- 29** Door het in- en uitademen gaat er veel lucht in en uit de longen. Gemiddeld is dit 0,14 liter per seconde.

- a Reken jouw leeftijd in jaren om in je leeftijd in seconden. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
- b Bereken hoeveel liter lucht in die jaren door jouw longen is gegaan.
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie. Rond het eerste getal af op twee decimalen.



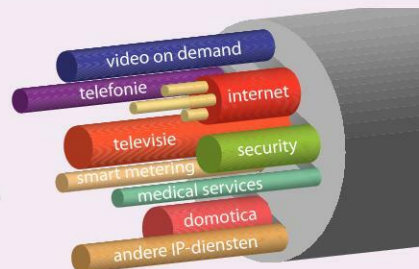
Uitdagende route → maak opdracht U5 en U6

Ondersteunende opdrachten

- 023** Marjolein wil 95 000 000 in de wetenschappelijke notatie schrijven.
- a** Waarom moet ze de komma tussen de cijfers 9 en 5 zetten?
 - b** Met welk getal moet zij 9,5 vermenigvuldigen om 95 000 000 te krijgen?
 - c** Vul in: $95\,000\,000 = 9,5 \times \dots = 9,5 \times 10^{\dots}$
 - d** Als je 134 000 000 in de wetenschappelijke notatie schrijft wordt dit: $1,34 \times \dots = 1,34 \times 10^{\dots}$
Maak de wetenschappelijke notatie af.
- 026** In 2017 telde China ongeveer 1,4 miljard inwoners. Men verwacht dat de bevolking de komende jaren met 0,5% per jaar groeit.
- a** Vul in. *De factor waarmee het aantal mensen wordt vermenigvuldigd is $(100 + \dots) : 100 = \dots$*
 - b** Vul in.
Het aantal inwoners van China in 2019 bereken je met $\dots \times \dots^2$
 - c** Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.
 - d** Bereken hoeveel inwoners China in 2018 heeft.
Rond het eerste getal af op twee decimalen.

Uitdagende opdrachten

- U5** De snelheid van het licht is ongeveer 300 000 000 m/s.
- a** In een filmpje van school-tv wordt gezegd:
‘Het zonlicht doet er acht minuten over om van de zon naar de aarde te komen.’
Hoeveel kilometer is de afstand tussen de zon en de aarde? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
 - b** De snelheid van licht in glasvezel is $\frac{2}{3}$ deel van de snelheid van licht in lucht.
Bereken de snelheid van licht in glasvezel in km/uur.
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
- U6** Eind 2016 woonden er $1,6979 \times 10^7$ mensen in Nederland. Een jaar later was dit aantal gegroeid tot $1,7028 \times 10^7$.
- a** Met hoeveel procent is de bevolking in 2017 gegroeid?
Rond je antwoord af op twee decimalen.
 - b** Stel dat de groei per jaar op dezelfde manier doorgaat.
In welk jaar zijn er voor het eerst meer dan 18 miljoen mensen in Nederland?



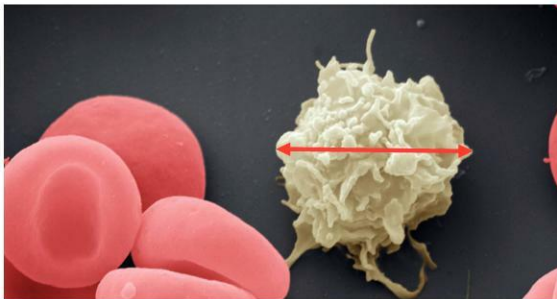
4.4 Wetenschappelijke notatie van kleine getallen

Je leert

- kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven als gewone getallen
- kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven

Leerroutes

- ondersteunend: 30—31—32—33—34—035—36—037—38—39
- doorlopend: 30—31—32—33—34—35—36—37—38—39
- uitdagend: 30—31—32—34—35—37—38—39—U7—U8



- 30** Op de foto zie je een rood en een wit bloedlichaampje.
Op de foto zijn de bloedlichaampjes 10 000 keer vergroot.
- Meet hoeveel centimeter de doorsnede van een wit bloedlichaampje op de foto is.
 - Bereken hoeveel centimeter de doorsnede van het witte bloedlichaampje in werkelijkheid is.
 - Hoeveel centimeter is de doorsnede van het rode bloedlichaampje?
- 31**
- Toets op je rekenmachine in: $1 : 100\,000\,000\,000 =$
 - Het antwoord staat in wetenschappelijke notatie. Schrijf dit getal op.
 - Hoe groot is de exponent van 10 ?
 - Is deze exponent positief of negatief?
- 32**
- Bereken $6,43 : 100$ op je rekenmachine.
 - Bereken $6,43 \times 10^{-2}$.
 - Bereken $6,43 \times 0,01$.
 - Vul in.
Vermenigvuldigen met 0,01 geeft hetzelfde antwoord als vermenigvuldigen met $10^{\dots}$ en delen door ...
- 33**
- Bereken $4,93 : 10\,000$ op je rekenmachine.
 - Vul in.
De vermenigvuldigingen $4,93 \times 10^{\dots}$ en $4,93 \times 0, \dots$ geven hetzelfde antwoord.
 - Vul in.
 $4,93 : 1\,000\,000\,000 = 4,93 \times 10^{\dots} = 4,93 \times 0, \dots$

34 Vul de tabel verder in.

	<i>is gelijk aan</i>	<i>geeft dezelfde uitkomst als</i>
$\times 10^{-1}$	$\times 0,1$	$: 10$
$\times 10^{-2}$	$\times 0,01$	$: \dots$
$\times 10^{-3}$	$\dots$	$\dots$
$\times 10^{-4}$	$\dots$	$\dots$
$\times 10^{-5}$	$\dots$	$\dots$
$\times 10^{-6}$	$\dots$	$\dots$

Theorie

De rekenmachine gaat bij hele kleine getallen tussen 0 en 1 ook over op de wetenschappelijke notatie.

De **exponent** van grondtal 10 is dan **negatief**.

Voorbeeld 1

Schrijf het getal 0,000 000 003 2 in de wetenschappelijke notatie.

$$0,000\ 000\ 003\ 2 = 3,2 : 1\ 000\ 000\ 000 = 3,2 \times 0,000\ 000\ 001 = 3,2 \times 10^{-9}$$

getal vanaf 1 tot 10

macht van 10 met negatieve exponent

Als je deelt door 10^9 , is dit hetzelfde als vermenigvuldigen met 10^{-9} .
De komma schuift dan negen plaatsen naar links.

Voorbeeld 2

Schrijf $3,56 \times 10^{-5}$ als gewoon getal.

Je vermenigvuldigt met 0,000 01, dus je deelt door 100 000.
De komma schuift vijf plaatsen naar links.

$$3,56 \times 10^{-5} = 3,56 \times 0,000\ 01 = 3,56 : 100\ 000 = 0,000\ 0356$$

Ondersteunende route → maak opdracht 035

35 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

a $0,1 = 1 \times 10^{\dots}$

b $0,006 = 6 \times 10^{\dots}$

c $0,000\ 035 = 3,5 \times \dots$

d $0,000\ 000\ 077 = \dots$

e $0,000\ 000\ 000\ 02 = \dots$



- 36** Haar groeit bij de mens ongeveer met een snelheid van $4,2 \times 10^{-2}$ cm per dag.
- Schrijf $4,2 \times 10^{-2}$ als gewoon getal.
 - Bereken hoeveel centimeter haar in 30 dagen groeit.
 - Voor de stichting Haarwensen heeft Wendy 20 cm haar laten afknippen.
Hoeveel maanden zal het duren om die 20 cm weer te laten aangroeien?

Ondersteunende route → maak opdracht O37

- 37** De getallen staan in wetenschappelijke notatie. Schrijf de getallen als een gewoon getal.
- $2,6 \times 10^{-5} = \dots$
 - $4,8 \times 10^{-8} = \dots$
 - $5,698 \times 10^{-9} = \dots$
 - $4,57 \times 10^{-12} = \dots$



- 38** Van een aantal dieren is de lengte gegeven.
W Schrijf de lengten uit in meters en in millimeters.

dier	lengte in m	lengte in m	lengte in mm
faraomier	3×10^{-3}	...	...
wesp	$1,5 \times 10^{-2}$	...	...
kleinste vis	$7,9 \times 10^{-3}$	...	...
kleinste kameleon	$2,9 \times 10^{-2}$	...	...

- 39** Gras kan bij de juiste weersomstandigheden wel 10 cm per week groeien.
- Laat zien dat een week 604 800 seconden duurt.
 - Bereken hoeveel centimeter gras in een seconde groeit.
Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.
Rond het eerste getal af op twee decimalen.

Uitdagende route → maak opdracht U7 en U8

Ondersteunende opdrachten

035 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a $0,0015 = 1,5 : 1000 = 1,5 \times 0,001 = 1,5 \times 10^{-3}$
- b $0,000\ 083 = 8,3 : 100\ 000 = 8,3 \times \dots = 8,3 \times 10^{-5}$
- c $0,000\ 95 = 9,5 : \dots = 9,5 \times \dots = \dots \times 10^{-4}$
- d $0,000\ 000\ 007 = \dots : \dots = \dots \times \dots = \dots$
- e $0,000\ 000\ 026 = \dots$

037 Schrijf de getallen als een gewoon getal.

- a $8,9 \times 10^{-7} = 8,9 \times 0,000\ 000\ 1 = 8,9 : 10\ 000\ 000 = 0,...$
- b $6,15 \times 10^{-8} = 6,15 \times \dots = 6,15 : \dots = \dots$
- c $1,698 \times 10^{-9} = \dots \times \dots = 1,698 : \dots = \dots$
- d $8,47 \times 10^{-12} = \dots \times \dots = \dots : \dots = \dots$

Als je deelt door 10 000 000, dan deel je door 10^7 . De komma schuift dan zeven plaatsen naar links.

Uitdagende opdrachten



$$\begin{aligned} 1 \text{ micrometer} &= \frac{1}{1000} \text{ mm} \\ 1 \text{ nanometer} &= \frac{1}{1000} \text{ micrometer} \\ 1 \text{ picometer} &= \frac{1}{1000} \text{ nanometer} \\ 1 \text{ femtometer} &= \frac{1}{1000} \text{ picometer} \end{aligned}$$

U7 Hele kleine voorwerpen kunnen gemeten worden in micrometer. Eén micrometer is gelijk aan 1×10^{-6} meter.

- a Op de foto zie je een omhulde RFID-chip. Deze kan onderhuids aangebracht worden en kan meer informatie bevatten dan alle pasjes in je portemonnee.
Een RFID-chip is 20 micrometer groot.
Bereken de grootte van de chip in millimeters.
- b Van een bepaalde stof zijn de atoomkernen 15 femtometer groot.
Schrijf dit getal in meters in de wetenschappelijke notatie.

U8 Vingernagels groeien ongeveer $1,35 \times 10^{-6}$ mm per seconde.

- a Bereken hoeveel millimeter vingernagels per week groeien.
- b Teennagels groeien ongeveer 19 millimeter per jaar.
Je knipt je teennagels als deze 1,5 mm gegroeid zijn
en je vingernagels als deze 0,25 cm gegroeid zijn.
Moet je eerder je teennagels of je vingernagels knippen?
- c Hoeveel dagen scheelt dat?

4.5 Rekenen met de wetenschappelijke notatie

Je leert • rekenen met grote getallen

Leerroutes • ondersteunend: 40—041—42—043—44—45
• doorlopend: 40—41—42—43—44—45
• uitdagend: 40—41—44—45—U9—U10



40 Het IJsselmeer bevat $6,05 \times 10^{12}$ liter zoet water.

240

- a** **Reken** de hoeveel zoet water in het IJsselmeer **om naar m^3** .
- b** Op aarde is de voorraad zoet water $3,5 \times 10^{19}$ liter.
Is dat meer of minder dan 1 000 000 keer zoveel als de inhoud van het IJsselmeer? Leg je antwoord uit.
- c** Een inwoner van Nederland gebruikt ongeveer 125 liter zoet water per dag. Nederland telt 17,2 miljoen inwoners.
Bereken hoeveel liter zoet water de inwoners van Nederland totaal per jaar gebruiken.
- d** Hoeveel jaar kun je vanuit het IJsselmeer alle inwoners van Nederland voorzien van zoet water? Rond je antwoord af op een heel getal.

Theorie

Wanneer een getal wordt gevolgd door het woord **miljoen**, betekent dit dat het getal vermenigvuldigd wordt met 10^6 .

Wanneer een getal gevolgd wordt door het woord **miljard**, betekent dit dat het getal vermenigvuldigd wordt met 10^9 .

Bij het woord **biljoen** wordt er vermenigvuldigd met 10^{12} .

Voorbeeld 1

Schrijf 17,2 miljoen in de wetenschappelijke notatie.

17,2 miljoen is $17,2 \times 10^6$.

In de wetenschappelijke notatie: $1,72 \times 10^7$

Voorbeeld 2

Schrijf $6,5 \times 10^9$ als gewoon getal en in woorden.

Als gewoon getal: 6 500 000 000

In woorden: zeseneenhalf miljard of
zes miljard vijfhonderd miljoen

Ondersteunende route → maak opdracht 041

41
W

Vul in.

	<i>als gewoon getal</i>	<i>in de wetenschappelijke notatie</i>
45,6 miljoen	...	...
32 biljoen	...	...
...	...	$7,7 \times 10^7$
...	...	9×10^{10}



- 42** Een half miljard mensen wereldwijd gebruikt crème van het merk Nivea. In 2017 woonden er 7,6 miljard mensen op de wereld.
- Schrijf een half miljard als gewoon getal en in de wetenschappelijke notatie.
 - Hoeveel procent van de mensen op de wereld gebruikte in 2017 Nivea-crème?
 - Je zou alle tot nu toe verkochte blikjes Nivea-crème naast elkaar kunnen leggen. De lengte van deze rij is dan gelijk aan de afstand van de aarde tot de maan. De afstand van de aarde tot de maan is 384 000 kilometer. De diameter van één blikje is 9 cm. Bereken hoeveel blikjes er zijn verkocht. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Ondersteunende route → maak opdracht 043

43

240

In yoghurt zitten 2×10^7 bacteriën per **milliliter**.

- Hoeveel bacteriën zitten er in een pak van 0,5 liter? Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
- Schrijf je antwoord als gewoon getal en in woorden.
- Bereken hoeveel bacteriën er in een emmer yoghurt van 650 mL zitten. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.



- 44** Bij een volwassen man stroomt zes liter bloed door zijn bloedvaten. In één cm^3 zitten vijf miljard rode bloedcellen.
- Bereken hoeveel rode bloedcellen er in zes liter bloed zitten. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
 - Het aantal bloedplaatjes is 300 000 000 per milliliter. Bereken het aantal bloedplaatjes in zes liter bloed. Schrijf je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
 - Bij een mens is de verhouding tussen het aantal witte en rode bloedcellen 1 : 700. Bereken hoeveel witte bloedcellen in zes liter bloed voorkomen.



- 45** In 2018 waren de inkomsten van de overheid ongeveer 8 miljard euro meer dan de uitgaven.
- Hoeveel biljetten van 100 euro is 8 miljard euro? Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.
 - Op de foto zie je een doos papier. In elke doos zitten vijf pakken van 500 vellen papier. De doos is 25 cm hoog.
Eén vel papier is net zo dik als een biljet van 100 euro. Stel dat je van die biljetten van 100 euro uit opdracht a één stapel maakt.
Hoe hoog zal deze stapel ongeveer worden?
Maak een berekening en kies uit:
 - > zo hoog als de Maastoren in Rotterdam (165 m)
 - > zo hoog als de Mercury City Tower in Moskou (339 m)
 - > zo hoog als de Burj Khalifa in Dubai (828 meter)
 - > hoger dan de Mont Blanc (4807 meter)



Uitdagende route → maak opdracht U9 en U10

Ondersteunende opdrachten

041

W

Vul verder in.

		als gewoon getal	in de wetenschappelijke notatie
12,3 miljoen	$12,3 \times 1\,000\,000$	12 300 000	$1,23 \times 10^7$
16 biljoen	$16 \times 1\,000\,000\,000\,000$	...	$1,6 \times 10^{13}$
...	$7,7 \times 10\,000\,000$	...	$7,7 \times 10^7$
...	$9 \times \dots$	...	9×10^8

043

Op een smartphone leven ongeveer $1,7 \times 10^6$ bacteriën per cm^2 .

- Betekent $1,7 \times 10^6$ dat je 1,7 moet vermenigvuldigen met 1 miljoen of met 1 miljard?
- Schrijf $1,7 \times 10^6$ als gewoon getal.
- Een scherm van een smartphone is 83 cm^2 . Met welke vermenigvuldiging kun je uitrekenen hoeveel bacteriën er op een scherm leven?
- Bereken hoeveel bacteriën er op een scherm leven. Schrijf je antwoord op in de wetenschappelijke notatie.

Uitdagende opdrachten

Opbrengst turbines



Turbine van 4 MW:
6,6 miljoen kWh



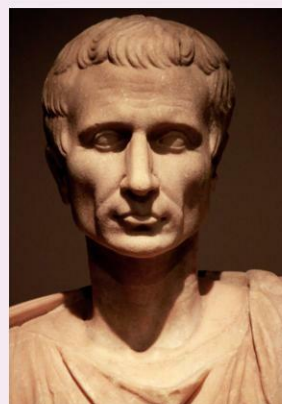
Turbine van 8 MW:
17,6 miljoen kWh

U9

In Nederland gebruikt een huishouden gemiddeld 3500 kWh per jaar. Nederland heeft 7,6 miljoen huishoudens. Als je turbines van 4 MW vervangt door turbines van 8 MW, heb je veel minder turbines nodig voor het leveren van elektriciteit aan alle huishoudens in Nederland. Bereken hoeveel turbines er minder nodig zijn.

U10

Wetenschappers hebben uitgerekend dat 1 op de 2×10^{13} luchtdeeltjes in de atmosfeer van de aarde in de longen van Julius Caesar is geweest. In jouw longen zitten op dit moment ongeveer $9,6 \times 10^{22}$ luchtdeeltjes. Bereken hoeveel van de luchtdeeltjes in jouw longen ook in de longen van Julius Caesar zijn geweest.



Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt aan de hand van een factor aangeven of het totale aantal stijgt of daalt en je kunt de grootte van de stijging of daling berekenen.

T1 Schrijf op of er bij de volgende factoren sprake is van een stijging of een daling en hoeveel procent dit is.

- | | |
|----------------|----------------|
| a 1,42 | c 0,81 |
| b 1,025 | d 0,945 |

T2 Hans koopt de fotocamera Canon EOS 750D van € 832,-.

- a** Met de factor 0,81 kan hij de nieuwe prijs uitrekenen. Is de prijs gestegen of gedaald?
- b** Hoeveel euro moet Hans betalen?
- c** Een extra accu kost € 74,- exclusief 21% btw. Bereken hoeveel hij voor de accu moet betalen.



Je kunt steeds hetzelfde percentage erbij of eraf schrijven als een vermenigvuldiging en je kunt vermenigvuldigingen met dezelfde factor korter schrijven.

T3 Gillian heeft een bedrag op een spaarrekening gezet. De rente wordt op dezelfde rekening bijgeschreven.

Ze berekent het bedrag na een aantal jaren met de vermenigvuldiging $550 \times 1,015 \times 1,015 \times 1,015 \times 1,015 \times 1,015$.

- a** Welk bedrag heeft zij op de rekening gezet?
- b** Hoeveel procent rente krijgt Gillian?
- c** Hoeveel jaar heeft het geld op de rekening gestaan?
- d** Schrijf de vermenigvuldiging korter en bereken de uitkomst.

T4 In 2016 leefden er in Brazilië ongeveer 205,8 miljoen mensen. De bevolking neemt elk jaar met 1,2% toe.

- a** Met welke factor wordt het aantal inwoners van Brazilië ieder jaar vermenigvuldigd?
- b** Hoeveel inwoners telt Brazilië over tien jaar?
- c** Laat zien dat de bevolking van Brazilië in 50 jaar niet verdubbeld is.



Je kunt grote getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

T5 Schrijf in de wetenschappelijke notatie.

- | | |
|---|-------------------------------|
| a 7 430 000 = $7,43 \times 10^{\dots}$ | c 67 400 000 000 = ... |
| b 8,2 miljoen = ... | d 192,3 miljard = ... |

Je kunt kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven als gewone getallen.

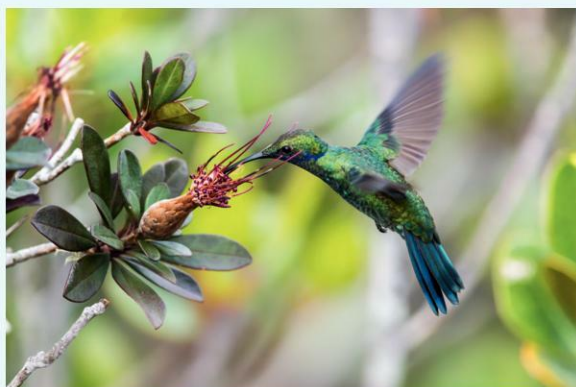
T6 De volgende getallen staan in de wetenschappelijke notatie. Schrijf ze als gewone getallen.

- a $8,06 \times 10^{-3} = \dots$ c $5,47 \times 10^{-10} = \dots$
b $1,11 \times 10^{-7} = \dots$ d $4 \times 10^{-5} = \dots$

Je kunt kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

T7 Schrijf de getallen in de wetenschappelijke notatie.

- a 0,000 004 8 = ... c 0,000 075 = ...
b 0,000 000 000 006 = ... d 0,000 007 819 = ...



T8 In de tabel staat het gewicht van een aantal dieren. Schrijf de gewichten als gewoon getal.

W

dier	gewicht in kg	gewicht in kg
honingbij	$2,3 \times 10^{-4}$	...
kolibrie	2×10^{-3}	...
kraai	$4,5 \times 10^{-1}$	...
vlieg	$1,8 \times 10^{-5}$	...

Je kunt rekenen met grote getallen.

T9 Op 6 augustus 2012 landde de Curiosity op Mars. In 254 dagen werd de afstand van $5,67 \times 10^8$ km afgelegd.

- a Bereken met welke snelheid in kilometer per uur de Curiosity de afstand heeft afgelegd.
b Het signaal van de geslaagde landing bereikte na 14 minuten de aarde.
Bereken de snelheid van dit signaal in km/uur.



Vaardigheid

Je kunt aan de hand van een factor aangeven of het totale aantal stijgt of daalt en je kunt de grootte van de stijging of daling berekenen.

Als de factor groter dan 1 is, dan stijgt het aantal boven de 100%.

Als de factor kleiner dan 1 is, dan daalt het aantal onder de 100%.

Aan de factor kun je ook zien hoeveel procent de stijging of daling is.

Voorbeeld 1

Hoeveel procent stijgt of daalt de prijs als de factor 1,12 is?

$$1,12 \times 100 = 112\%$$

De prijs stijgt met $112\% - 100\% = 12\%$.

Voorbeeld 2

Hoeveel procent stijgt of daalt het aantal als de factor 0,65 is?

$$0,65 \times 100 = 65\%$$

Het aantal daalt met $100\% - 65\% = 35\%$.

E1 Vul het juiste woord en percentage in.

a De factor is 1,7, de prijs stijgt met ...%.

c De factor is 0,83, het aantal daalt met ...%.

b De factor is 1,97, het aantal ... met ... %.

d De factor is 0,08, de prijs ... met ... %.

Vaardigheid

Je kunt steeds hetzelfde percentage erbij of eraf schrijven als een vermenigvuldiging en je kunt de vermenigvuldigingen met dezelfde factor korter schrijven.

Als een aantal gedurende een bepaalde periode steeds met hetzelfde percentage groeit of afneemt, dan wordt het aantal steeds met dezelfde factor vermenigvuldigd. Het aantal keren dat je met de factor vermenigvuldigt komt overeen met het aantal perioden.

Je kunt de vermenigvuldiging korter schrijven met een macht.

Op de rekenmachine gebruik je voor een macht $\wedge$ of $x^\square$.

Voorbeeld 1

Je krijgt 2% rente over een bedrag van € 5.500,-. Bereken het bedrag na drie jaar.

$$factor = (100 + 2) : 100 = 1,02$$

$$bedrag = 5500 \times 1,02 \times 1,02 \times 1,02 = 5500 \times 1,02^3 = € 5836,64$$

Het begingetal is 5500 euro

De factor bij 2% rente

Voorbeeld 2

Een laptop wordt elk jaar 20% minder waard.

Corné heeft een nieuwe laptop van € 595,- gekocht.

Bereken de waarde van de laptop na drie jaar.

$$factor = (100 - 20) : 100 = 0,8$$

De waarde van de laptop na drie jaar is $595 \times 0,8^3 = € 304,64$.

- E2** Meneer Richardson heeft zijn huis verkocht. Van de opbrengst zet hij vijftigduizend euro gedurende tien jaar vast op een rekening tegen een rente van 3,5%.
- Met welke factor wordt het bedrag van € 50.000,- elk jaar vermenigvuldigd?
 - Hoeveel euro staat er over vijf jaar op de rekening?
- E3** Michelle koopt een camper van € 56.000,-. Elk jaar wordt de camper 8% minder waard,
- Leg uit dat de factor 0,92 is.
 - Bereken de waarde van de camper na vier jaar.
 - Bereken na hoeveel jaar de camper minder dan de helft waard is.
- E4** In een meer is 40 liter gif geloosd. De hoeveelheid wordt afgebroken met 2% per uur.
- Met welke factor kun je de hoeveelheid gif na een uur berekenen?
 - Hoeveel liter gif is er twee uren na de lozing nog aanwezig?
 - Laat zien dat de hoeveelheid gif na 34 uur ongeveer gehalveerd is.
 - Zwemmen in het meer is veilig als er nog maximaal vier liter van het gif over is.
Laat zien dat dit bijna vijf dagen duurt.

Vaardigheid

Je kunt grote getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

Als de uitkomst van een berekening te groot is voor het venster van je rekenmachine, geeft je rekenmachine de uitkomst in de wetenschappelijke notatie. Dit is een getal van 1 tot 10 vermenigvuldigd met een macht van 10.

Voorbeeld 1

Schrijf 13,2 miljard in de wetenschappelijke notatie.

$$13,2 \text{ miljard} = 13\,200\,000\,000 = 1,32 \times 10^{10}$$

getal vanaf 1 tot 10

macht van 10

Voorbeeld 2

Schrijf $2,25 \times 10^7$ als gewoon getal en schrijf het getal in woorden.

Als gewoon getal: $2,25 \times 10\,000\,000 = 22\,500\,000$

In woorden: *tweëntwintig miljoen vijfhonderdduizend*

- E5** Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.
- a 34 700 000 000
 - b 54 miljoen
 - c 212 000 000
 - d 5 miljard
- E6** De snelheid van het licht is ongeveer 300 000 000 m/s.
- a Schrijf het getal 300 000 000 in de wetenschappelijke notatie.
 - b Hoeveel kilometer is 300 000 000 meter? Schrijf het antwoord in de wetenschappelijke notatie.

Vaardigheid

Je kunt kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven als gewone getallen en je kunt kleine getallen in de wetenschappelijke notatie schrijven.

De rekenmachine gaat bij hele kleine getallen tussen 0 en 1 over op de wetenschappelijke notatie. De exponent van grondtal 10 is negatief.

Voorbeeld 1

Schrijf het getal 0,000 000 456 in de wetenschappelijke notatie.

$$0,000\ 000\ 456 = 4,56 : 10\ 000\ 000 = 4,56 \times 0,000\ 000\ 1 = 4,56 \times 10^{-7}$$

getal vanaf 1 tot 10

macht van 10 met negatieve exponent

Als je deelt door 10^7 , is dit hetzelfde als vermenigvuldigen met 10^{-7} .
De komma schuift dan zeven plaatsen naar links.

Voorbeeld 2

Schrijf $8,12 \times 10^{-6}$ als gewoon getal.

Je deelt door 1 000 000, dus je vermenigvuldigt met 0,000 001.
De komma schuift zes plaatsen naar links.

$$8,12 \times 10^{-6} = 8,12 \times 0,000\ 001 = 8,12 : 1\ 000\ 000 = 0,000\ 00812$$

- E7** Schrijf de volgende getallen in wetenschappelijke notatie.
- a $0,000\ 8 = 8 \times 10^{-4}$
 - b $0,000\ 045 = \dots$
 - c $0,000\ 000\ 009\ 45 = \dots$
 - d $0,000\ 000\ 67 = \dots$

E8 Schrijf als gewoon getal.

a $6,028 \times 10^{-3} = \dots$

b $8,01 \times 10^{-7} = \dots$

c $9,9 \times 10^{-5} = \dots$

d $1 \times 10^{-9} = \dots$

Vaardigheid

Je kunt rekenen met grote getallen.

Wanneer een getal gevolgd door het woord miljoen, betekent dit dat er vermenigvuldigd wordt met 10^6 .

Wanneer een getal gevolgd door het woord miljard, betekent dit dat het getal vermenigvuldigd moet worden met 10^9 .

Bij het woord biljoen wordt er vermenigvuldigd met 10^{12} .

Voorbeeld 1

Schrijf 89,6 biljoen in wetenschappelijke notatie.

89,6 biljoen is $89,6 \times 10^{12}$.

In wetenschappelijke notatie: $8,96 \times 10^{13}$

Voorbeeld 2

Schrijf $4,25 \times 10^{10}$ als gewoon getal en in woorden.

Als gewoon getal: 42 500 000 000

In woorden: *tweeënveertigeneenhalf miljard of tweeënveertig miljard vijfhonderd miljoen*

E9 Vul de tabel verder in.

W

getal	als gewoon getal	in de wetenschappelijke notatie
45,6 biljoen	...	...
67 miljard	...	...
...	...	$4,06 \times 10^8$
...	...	2×10^{11}

E10 Een windmolenpark in Noord-Holland levert per jaar $7,5 \times 10^7$ kWh aan energie.

Er geldt: 1 kWh = 3,6 megajoules = 3,6 miljoen joule.

a Bereken hoeveel megajoules het windmolenpark per jaar levert. Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.

b Eén zonnepaneel levert per jaar gemiddeld 400 kWh. Hoeveel zonnepanelen leveren evenveel energie als het windmolenpark in Noord-Holland?



- G1** Op 1 januari 2016 zette Fleur € 1.200,- op een spaarrekening. In het eerste jaar kreeg zij € 19,20 rente.
- Hoeveel procent rente gaf de bank haar?
 - Het tweede jaar gaf de bank één procent meer rente dan in het eerste jaar.
Bereken het bedrag op haar rekening op 1 januari 2018.

- G2** Tom heeft tien jaar geleden een bedrag op een rekening gezet tegen 6% rente. Hij liet de rente op zijn rekening bijschrijven. Na tien jaar staat er € 1.313,14 op zijn rekening.
- Bereken het bedrag dat na negen jaar op zijn rekening stond.
 - Bereken het bedrag dat hij tien jaar geleden heeft vastgezet op zijn rekening.

- G3** In één liter zand zitten $1,1 \times 10^8$ zandkorrels.
- Bereken het aantal zandkorrels in een zandvorm van 800 cm^3 . Gebruik $1 \text{ liter} = 1000 \text{ cm}^3$.

<i>aantal zandkorrels</i>	$1,1 \times 10^8$		...
<i>inhoud in cm^3</i>	...	1	800

- Een zandkasteel bestaat uit acht emmers van 12 liter zand.
Bereken het aantal zandkorrels in het zandkasteel.
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie.



- G4** Op veel drogisterijartikelen zit een winst van 100%. Dat betekent dat de drogist boven op zijn inkoopprijs eerst een winst rekent van 100%. Daarna berekent hij over het hele bedrag nog eens 21% btw.

- Reken na dat een lippenstift met een inkoopprijs van twee euro in de winkel verkocht wordt voor € 4,84.
- Een fles parfum kost bij de drogist € 66,55.
Bereken hoeveel de drogist voor de parfum heeft betaald.



- G5**
- Bij een jaarlijkse rente van 3% verdubbelt het beginbedrag in ongeveer 25 jaar.
Laat met een berekening zien dat dit klopt.
 - Jos wil dat zijn beginbedrag over 15 jaar is verdubbeld.
Bereken in één decimaal hoeveel procent rente hij minimaal moet krijgen.



- G6** Als windturbines draaien, maken ze geluid. Het geluidsniveau wordt aangegeven in dB (decibel). Het geluidsniveau van een windturbine met een hoogte van 150 meter is 95 dB. Elke hectometer (= 100 meter) dat je verder van de windturbine afstaat, daalt het geluidsniveau met 17%.
- Laat met een berekening zien dat op 400 meter afstand het geluidsniveau 45 dB is.
 - Je kunt rustig slapen als het geluidsniveau 23 dB of minder is. Welke afstand is minimaal nodig om rustig te kunnen slapen? Geef je antwoord afgerond op honderdtallen.
- G7** In de tabel staat informatie over de planeten in ons zonnestelsel.
- Welke planeet heeft de kleinste straal?
 - Schrijf de planeten op in volgorde van klein naar groot.
 - Als je de planeten in volgorde van hun massa zou zetten, krijg je een andere volgorde. Welke planeten zijn dan verwisseld?
 - Welke planeet staat bijna tien keer zo ver van de zon af als de aarde?

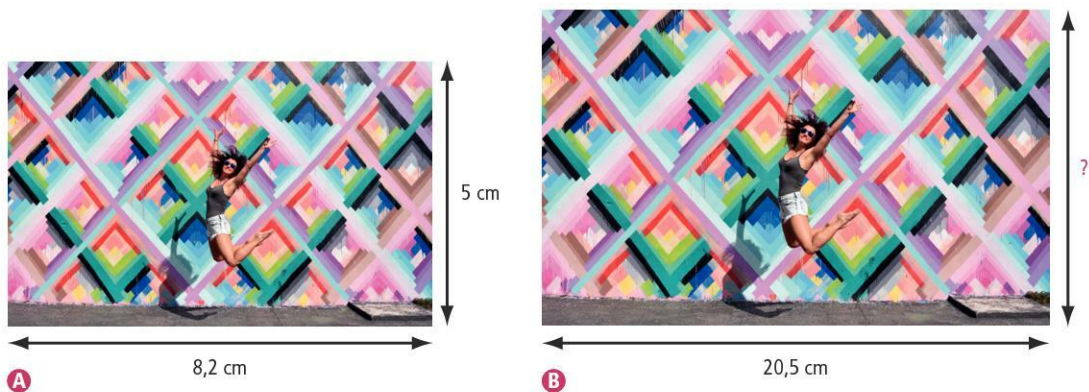
<i>planeet</i>	<i>straal in m</i>	<i>massa in kg</i>	<i>afstand tot de zon in m</i>
Mercurius	$2,42 \times 10^6$	$3,3 \times 10^{23}$	$5,79 \times 10^{10}$
Venus	$6,085 \times 10^6$	$4,869 \times 10^{24}$	$1,082 \times 10^{11}$
Aarde	$6,378 \times 10^6$	$5,978 \times 10^{24}$	$1,469 \times 10^{11}$
Mars	$3,375 \times 10^6$	$6,42 \times 10^{23}$	$2,279 \times 10^{11}$
Jupiter	$7,14 \times 10^7$	$1,9 \times 10^{27}$	$7,78 \times 10^{11}$
Saturnus	$6,04 \times 10^7$	$5,69 \times 10^{26}$	$1,43 \times 10^{12}$
Uranus	$2,36 \times 10^7$	$8,686 \times 10^{25}$	$2,869 \times 10^{12}$
Neptunus	$2,23 \times 10^7$	$1,025 \times 10^{26}$	$4,498 \times 10^{13}$



In dit hoofdstuk leer je

- dat je zonnestralen tekent als evenwijdige lijnen
- de schaduw, veroorzaakt door de zon, tekenen
- de schaduw, veroorzaakt door een lichtbron, tekenen
- de begrippen gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden
- de eigenschappen van gelijkvormige figuren
- rekenen met de factor in gelijkvormige figuren
- gelijkvormige figuren in dezelfde stand tekenen





V1 Foto B is een **vergroting** van foto A.

243 a Vul de ontbrekende breedte in de pijlenketting in.

breedte foto A $\xrightarrow{\times \dots}$ breedte foto B
8,2 cm ... cm

244 b Bereken de **factor** van de vergroting.

c Bereken de hoogte van foto B.

V2 Anouk heeft een fotolijst van 13,5 cm bij 18 cm. Anouk wil de skifoto zo vergroten dat deze precies in de lijst past.

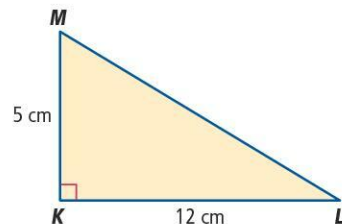
a Met welk getal moet je de lengte en breedte vermenigvuldigen zo dat de foto precies in de fotolijst past?

b Anouk laat een poster van de foto maken. De poster wordt 54 cm hoog. Bereken hoe breed de poster wordt.



V3 a Bereken met de **stelling van Pythagoras** de lengte van zijde LM .

243 b Johan maakt een vergroting $\triangle PQR$ van $\triangle KLM$. Hij gebruikt factor 2,5. Bereken de lengte van alle zijden van $\triangle PQR$.



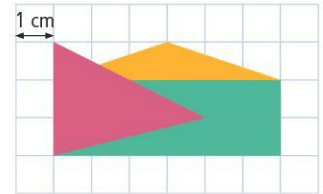
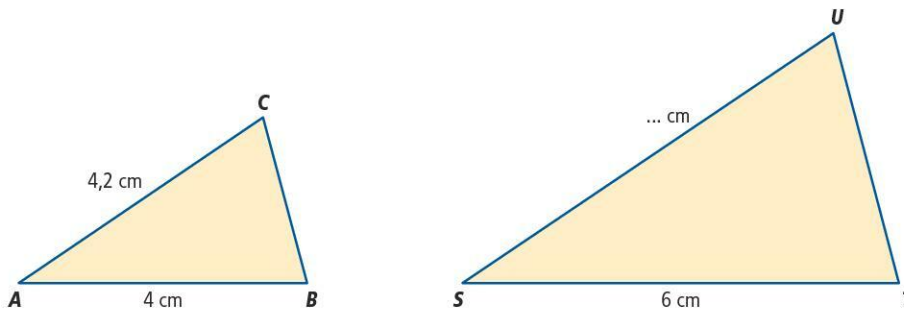
- V4 De afmetingen van rechthoek $ABCD$ zijn 14 cm bij 9 cm. Vierhoek $EFGH$ ontstaat door rechthoek $ABCD$ te vergroten met factor 0,5.

244

- Is de vergroting groter of kleiner dan het origineel?
- Teken rechthoek $EFGH$ op ware grootte.

- V5 De tekening bestaat uit drie verschillende figuren.

- Teken de vergroting van de tekening waarbij de zijden twee keer zo lang worden.
- Vul *groter dan*, *kleiner dan* of *even groot als* in.
De hoeken van de vergroting zijn ... de hoeken van het origineel.



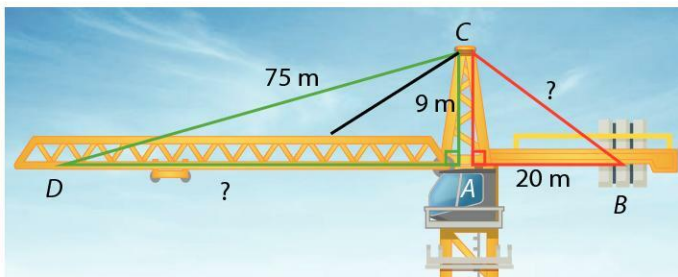
- V6 a Meet alle hoeken van $\triangle ABC$.

W

- Driehoek STU is een vergroting van driehoek ABC .
Hoe groot zijn de hoeken van $\triangle STU$?
- Vul de pijlenketting in en bereken de factor.
- Bereken de lengte van zijde SU .

origineel $\xrightarrow{\times \dots}$ vergroting
 $AB = \dots \text{ cm}$ $ST = \dots \text{ cm}$

- V7 In de hijskraan zijn twee rechthoekige driehoeken gekleurd. $CD = 75 \text{ m}$, $AC = 9 \text{ m}$ en $AB = 20 \text{ m}$. Bereken met de stelling van Pythagoras de afstanden AD en BC . Rond je antwoorden af op twee decimalen.



5.1 Schaduwen

Je leert

- dat je zonnestralen tekent als evenwijdige lijnen
- de schaduw, veroorzaakt door zonlicht, tekenen
- de schaduw, veroorzaakt door een lichtbron, tekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—3—4—05—6—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—2—3—4—6—7—U1



- 1 Je ziet een dopper op twee manieren verlicht door een lamp.
Is de schaduw langer of korter als de lamp hoger staat?
- 2
 - a Je staat op een zonnige dag op straat. Je ziet je eigen schaduw.
Verandert de lengte van jouw schaduw als je gaat lopen?
 - b Je loopt 's avonds door een met lantaarns verlichte straat.
Hoe verandert de lengte van jouw schaduw als je loopt?

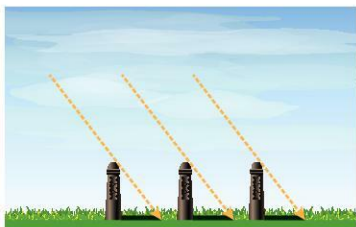
Theorie

Omdat de afstand tussen de aarde en de zon erg groot is, teken je **zonnestralen als evenwijdige lijnen**.

Bij een lichtbron (bijvoorbeeld een lamp) teken je de lichtstralen vanuit de lichtbron. Deze lichtstralen lopen niet evenwijdig.

Voorbeeld

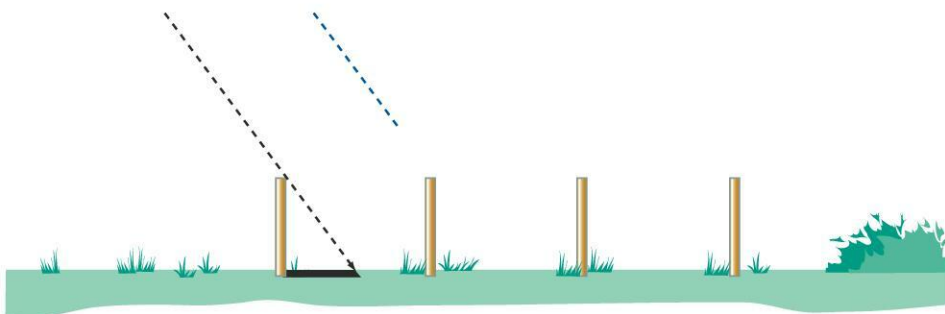
Zijn schaduwlengten bij de gelijke paaltjes even groot?



Omdat de zonnestralen evenwijdige lijnen zijn, zijn de schaduwlengten even groot.



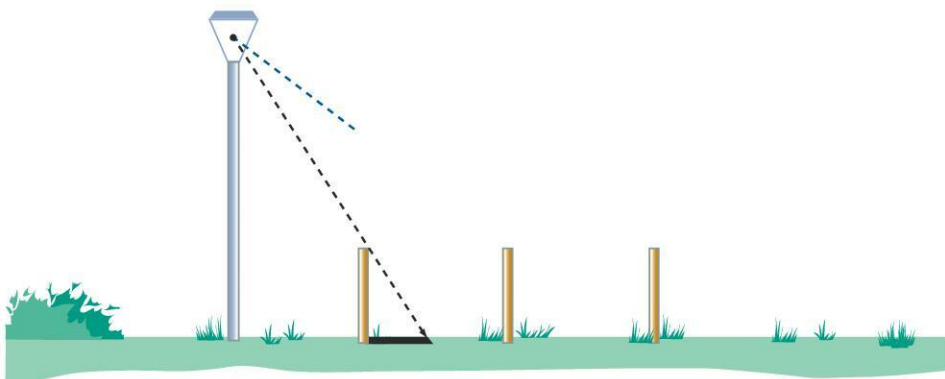
De lichtstralen zijn geen evenwijdige lijnen, dus de schaduwlengten zijn niet even groot.



3 Overdag ontstaan de schaduwen van de paaltjes door zonlicht.

W Er is al één schaduw getekend.

- a Teken de schaduwen van de andere paaltjes met behulp van evenwijdige lijnen.
- b De paaltjes zijn allemaal even hoog.
Zijn de lengten van de schaduwen even lang?



4 Het licht van de lantaarnpaal schijnt over de paaltjes.

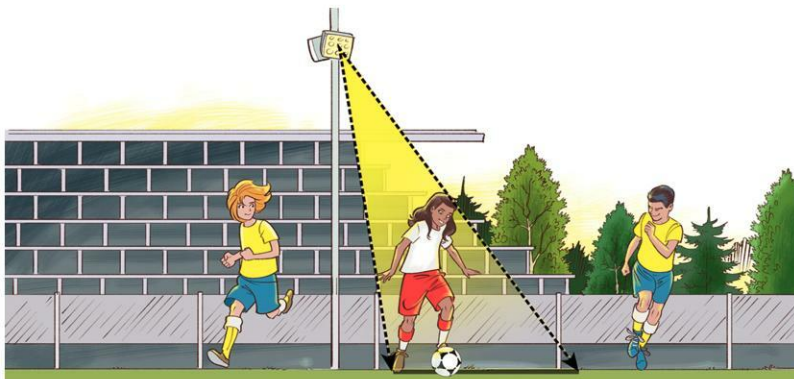
W De schaduw van één paaltje is al getekend.

- a Teken de schaduw van de andere paaltjes.
- b De paaltjes zijn allemaal even hoog.
Meet de lengte van de drie schaduwen.
- c Vul *korter* of *langer* in.
Hoe verder het paaltje van de lichtbron staat, hoe ... de schaduwlengthe.

Ondersteunende route → maak opdracht 05



- 5** Drie kinderen spelen op een zonnige dag schaduwtikkertje op het grasveld. Eén schaduw is al getekend. Teken de schaduw van de andere kinderen.



- 6** De jongens voetballen 's avonds bij het licht van de lantaarnpaal. Teken de schaduw van de drie jongens.

- 7** Van de linker boom is de schaduw getekend.
- Teken de zonnestralen die zorgen voor de schaduw van de linker boom.
 - Teken de schaduw van de andere twee bomen.



Uitdagende route → maak opdracht U1

Ondersteunende opdrachten

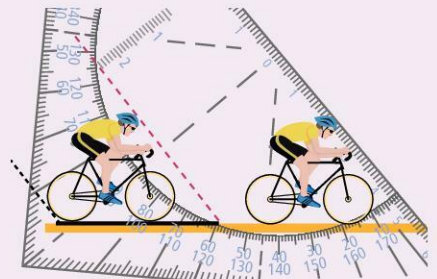


05

W

Drie vrienden fietsen in de zon. Op de grond ontstaan schaduwen. Er is al één schaduw getekend.

- Leg je geodriehoek zo op de rechter zonnestraal dat een evenwijdige lijn gelijk loopt met de zonnestraal. Zorg ervoor dat de rand van je geodriehoek precies over de wielrenner valt.
- Teken een stippellijn langs je geodriehoek evenwijdig aan de zonnestraal.
- Teken de schaduw van de tweede wielrenner.
- Teken op dezelfde manier de schaduw van de derde wielrenner.



Uitdagende opdrachten

U1

W

Door een raam van de slaapkamer valt licht naar binnen. Teken zo nauwkeurig mogelijk de lantaarnpaal met de lamp.



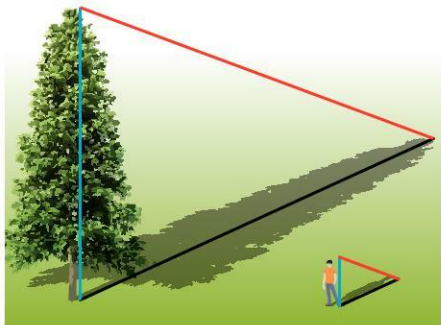
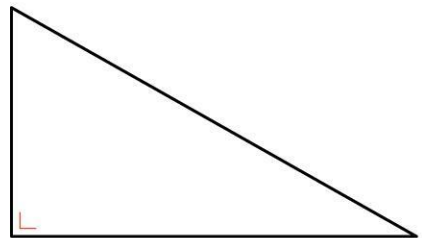
5.2 Gelijkvormigheid

Je leert

- de begrippen gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden
- eigenschappen van gelijkvormige figuren

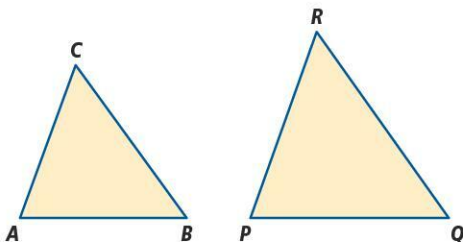
Leerroutes

- ondersteunend: 8—9—10—11—12—013—14
- doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14
- uitdagend: 8—9—10—12—13—14—U2



- 8** Daan staat in een weiland naast een boom. Zowel bij de boom als bij Daan zie je de schaduw.

- W**
- Leg uit of de schaduwen zijn ontstaan door zonlicht of door het licht van een lantaarnpaal.
 - De twee rechthoekige driehoeken horen bij de boom en bij Daan. Geef de zijden in de driehoeken dezelfde kleur als in de tekening.
 - Schrijf bij de juiste zijde in de schets:
 - schaduw Daan
 - schaduw boom
 - Meet de hoeken van de driehoeken en zet in de gelijke hoeken gelijke tekens.



- 9** Driehoek PQR is een **vergroting** van driehoek ABC .

- W**
- Meet de hoeken van de driehoeken en zet in de hoeken die even groot zijn gelijke tekenjes.
 - Zijde AB wordt na vergroten zijde PQ .
Welke andere zijden horen ook bij elkaar na vergroten?

243

Theorie

Bij vergroten zijn het origineel en het beeld **gelijkvormige figuren**.

De hoeken die bij het vergroten bij elkaar horen heten

overeenkomstige hoeken.

De zijden die bij het vergroten bij elkaar horen heten

overeenkomstige zijden.

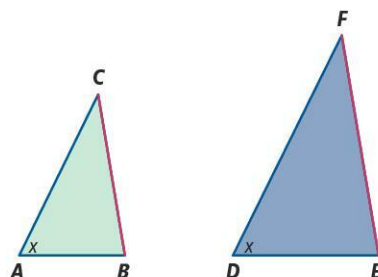
Voorbeeld

Driehoek DEF is een vergroting van driehoek ABC .

Noem een paar overeenkomstige hoeken en noem een paar overeenkomstige zijden.

De hoeken A en D zijn overeenkomstige hoeken.

De zijden BC en EF zijn overeenkomstige zijden.

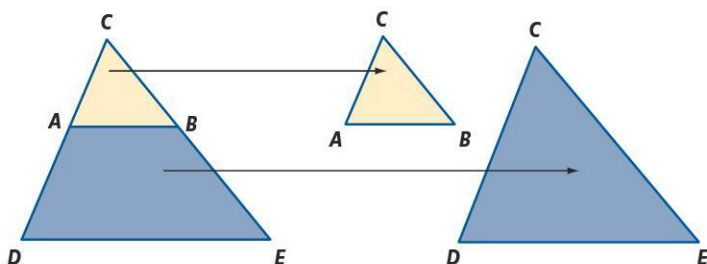


10 Deze opdracht gaat over de driehoeken in het voorbeeld.

- Welke hoek is de overeenkomstige hoek van hoek C ?
- Welk paar overeenkomstige hoeken is er nog meer?
- Schrijf alle paren overeenkomstige zijden op.

Twee gelijkvormige driehoeken kunnen in elkaar getekend zijn.

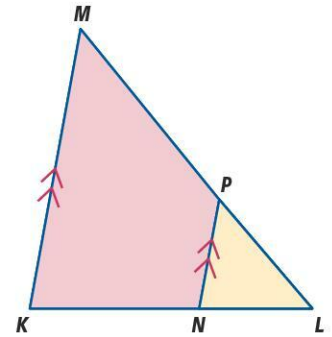
Om te zien welke zijden en hoeken overeenkomstig zijn, is het handig een schets van de driehoeken naast elkaar te tekenen.



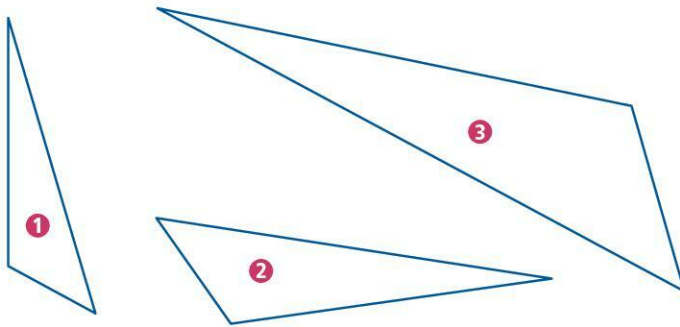
11 De driehoeken ABC en DEC zijn gelijkvormig.

- Welke zijde van $\triangle DEC$ is de overeenkomstige zijde van zijde AB ?
- Schrijf ook de andere overeenkomstige zijden op.
- Schrijf de overeenkomstige hoeken van de twee driehoeken op.

- 12** De tekening bestaat uit twee gelijkvormige driehoeken.
- Schets de twee driehoeken naast elkaar.
 - Welke driehoeken zijn gelijkvormig?
 - Schrijf de overeenkomstige zijden op.
 - Zet in de overeenkomstige hoeken hetzelfde teken.

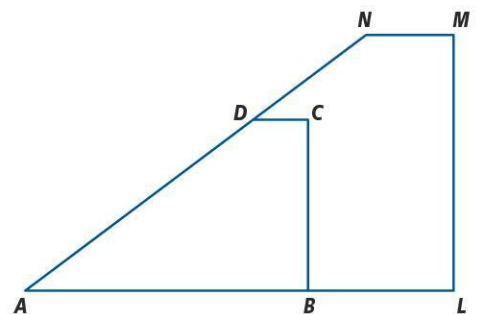


Ondersteunende route → maak opdracht 013



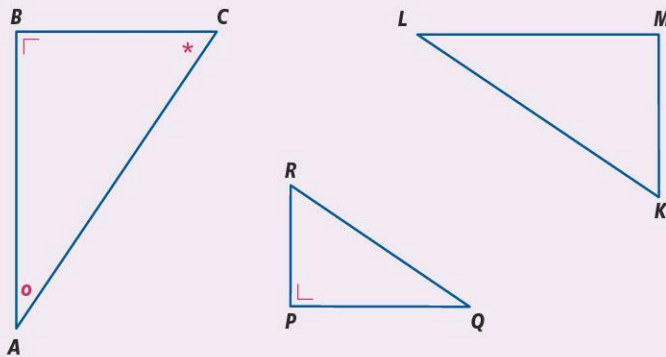
- 13** De driehoeken 1, 2 en 3 zijn gelijkvormig.
W Zet in de overeenkomstige hoeken gelijke symbolen en geef de overeenkomstige zijden dezelfde kleur.

- 14** Vierhoek $ALMN$ is een vergroting van vierhoek $ABCD$.
- Schets de twee vierhoeken naast elkaar.
 - Schrijf de overeenkomstige hoeken op.
 - Welke zijden zijn overeenkomstige zijden?



Uitdagende route → maak opdracht U2

Ondersteunende opdrachten

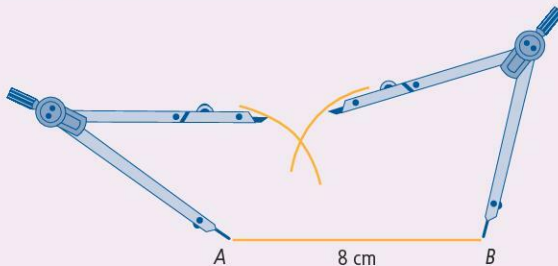


O13 De driehoeken zijn gelijkvormig.

W

- Hoek B in $\triangle ABC$ is 90° .
Welke hoeken van de andere twee driehoeken zijn ook 90° ?
- Zet in de overeenkomstige hoeken hetzelfde teken.
- Welke zijden van de $\triangle PQR$ en $\triangle KLM$ zijn de overeenkomstige zijden van zijde AC ?
Geef deze zijden dezelfde kleur.
- Geef ook de andere overeenkomstige zijden dezelfde kleur.

Uitdagende opdrachten

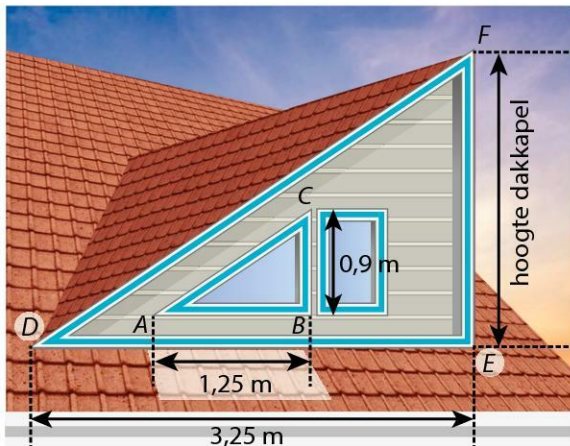


U2 Van $\triangle ABC$ is $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm en $AC = 4$ cm.

- Teken driehoek ABC .
- Driehoek EFG is gelijkvormig met driehoek ABC .
 $EF = 7,5$ cm, $FG = 10$ cm en $EG = 5$ cm.
Teken driehoek EFG .
- Welke zijde is de overeenkomstige zijde van EG ?

5.3 Rekenen met gelijkvormigheid

- Je leert** • rekenen met de factor in gelijkvormige figuren
- Leerroutes** • ondersteunend: 15—16—17—18—19—20—21
 • doorlopend: 15—16—17—18—19—20—21
 • uitdagend: 15—16—17—18—20—21—U3



- 15** Bart wil de hoogte van zijn dakkapel weten. De voorkant en het raam van de dakkapel vormen twee gelijkvormige driehoeken.
- Welke driehoek is gelijkvormig met driehoek ABC ?
 - Schets de twee driehoeken naast elkaar. Schrijf de lengtematen erbij.
 - Bereken de **factor** met de pijlenketting.

244

$\text{lengtemaat in } \triangle ABC \xrightarrow{\times \dots} \text{lengtemaat in } \triangle DEF$
 $AB = \dots \text{ m} \qquad \dots = \dots \text{ m}$

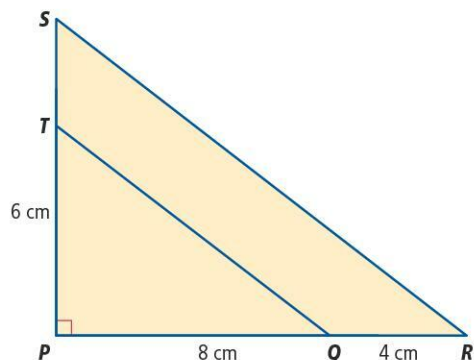
- Welke zijde van driehoek ABC heeft Bart nodig om de hoogte van de dakkapel te berekenen?
- Bereken met de pijlenketting de hoogte EF van de dakkapel.

- 16**
- Welke driehoek is gelijkvormig met driehoek PQT ?
 - Schets de driehoeken naast elkaar en zet de bekende maten erbij.
 - Bereken TQ met behulp van de **stelling van Pythagoras**.
 - Van welke driehoek zijn nu de meeste maten bekend?
 - Bereken de factor. Gebruik de pijlenketting.

243

$\dots \text{ cm} \xrightarrow{\times \dots} \dots \text{ cm}$

- Bereken de lengte van zijde RS .



Aanpak

Hoe reken je met de factor?

- 1 Maak een pijlenketting bij de gelijkvormige driehoeken. Zet de driehoek waarvan de meeste lengtematen bekend zijn vóór de pijl.
- 2 Bereken de gevraagde zijde. Gebruik hierbij de pijlenketting.

Voorbeeld

Driehoek ABC en driehoek DEF zijn gelijkvormig.
Bereken van $\triangle DEF$ de lengte van EF .

- 1 Van $\triangle ABC$ weet je de meeste lengtematen.

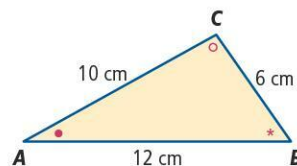
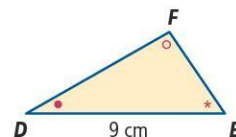
$$\begin{array}{ccc} \text{lengtemaat in } \triangle ABC & \xrightarrow{\times \dots} & \text{lengtemaat in } \triangle DEF \\ AB = 12 \text{ cm} & & DE = 9 \text{ cm} \end{array}$$

De factor is $9 : 12 = 0,75$.

- 2 De zijden BC en EF zijn overeenkomstige zijden.

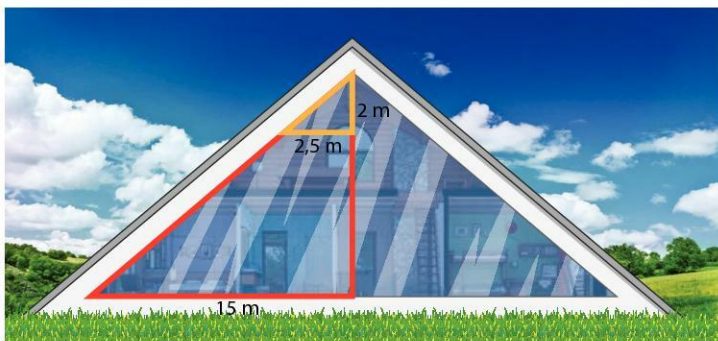
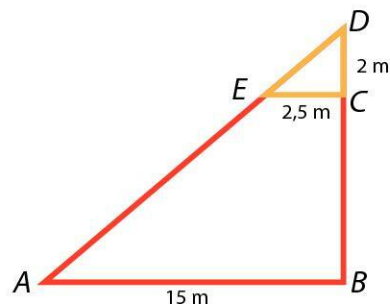
$$BC = 6 \text{ cm} \xrightarrow{\times 0,75} EF = \dots \text{ cm}$$

$$EF = 6 \times 0,75 = 4,5 \text{ cm}$$

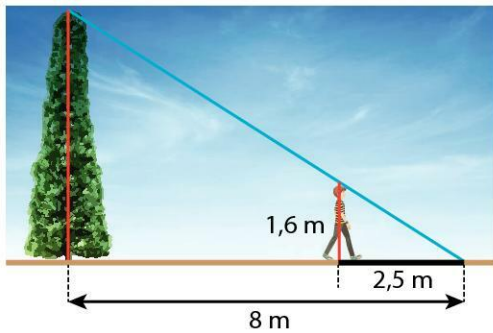


- 17 Bereken de lengte van zijde DF van $\triangle DEF$ uit het voorbeeld.

Ondersteunende route → maak opdracht 018



- 18 Hier zie je het vooraanzicht van het huis van Juan Ramos.
 - a Schets de twee gelijkvormige driehoeken naast elkaar.
 - b Maak de pijlenketting bij de vergroting.
 - c Bereken de hoogte van het raam.



- 19** Maaïke loopt in de schaduw van de boom. Het einde van de schaduw van de boom valt samen met het einde van de schaduw van Maaïke.

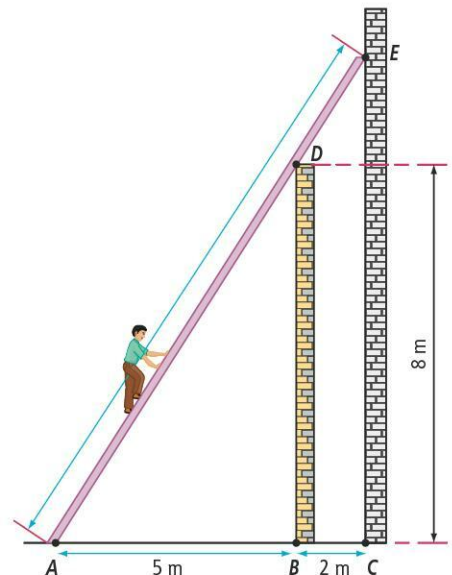
Maaïke wil de hoogte van de boom berekenen.

- Schets de twee gelijkvormige driehoeken naast elkaar.
- Maak de pijlenketting bij de vergroting.
- Bereken de hoogte van de boom.

- 20** Een ladder rust op punt D van een muur van 8 m hoog. De ladder raakt de hoogste muur in het punt E .

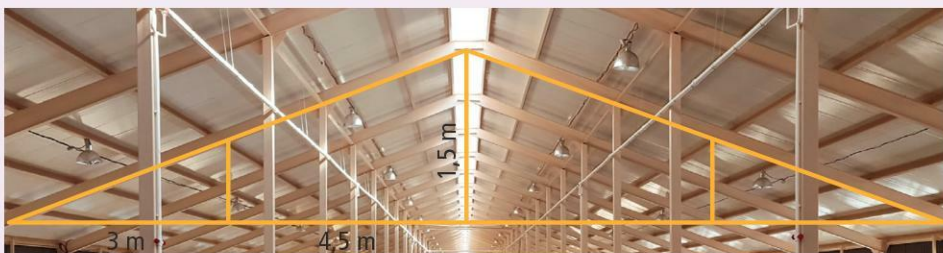
- Schets de twee gelijkvormige driehoeken naast elkaar.
- Maak de pijlenketting bij de vergroting.
- Bereken hoe hoog de ladder tegen de hoogste muur komt.

- 21**
 - Bereken de lengte van deel AD van de ladder. Gebruik de stelling van Pythagoras.
 - Bereken de totale lengte van de ladder.



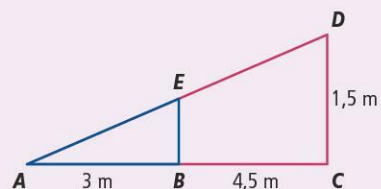
Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten



018 Op de foto zie je het bovenste deel van een dak van een werkplaats. Van het linkerdeel van het dak is een tekening gemaakt.

- Welke twee driehoeken zijn gelijkvormig?
- Teken de twee driehoeken naast elkaar. Schrijf de bekende lengtematen erbij.
- Van welke driehoek zijn de meeste lengtematen bekend?
- Van welke overeenkomstige zijden zijn de lengtematen bekend?
- Zet de bekende lengtematen in de pijlenketting en bereken met de pijlenketting de factor.

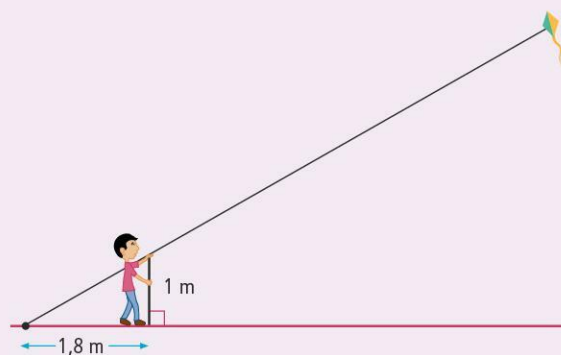


lengtemaat in $\triangle \dots \xrightarrow{\times \dots} \text{lengtemaat in } \triangle \dots$
zijde $\dots = \dots \text{ m}$ zijde $\dots = \dots \text{ m}$

- Welke zijde is de overeenkomstige zijde van zijde CD ?
- Bereken de lengte van deze zijde.

Uitdagende opdrachten

- U3** Pascal heeft zijn vliegertouw aan een ring in de grond bevestigd. Hierdoor is nog 15 meter vliegertouw beschikbaar. Pascal heeft het touw op 1 meter hoogte vast. Hij staat dan 1,8 meter van de bevestiging af. Bereken hoe hoog de vlieger van Pascal in de lucht staat.



5.4 Teken in dezelfde stand

Je leert • gelijkvormige figuren in dezelfde stand tekenen

Leerroutes • ondersteunend: 22—23—024—25—26—27—28
 • doorlopend: 22—23—24—25—26—27—28
 • uitdagend: 22—23—24—25—27—28—U4



22 Deze opklapkruk bestaat uit twee gelijkvormige driehoeken.

W Deze twee driehoeken zijn ook in een schets weergegeven.

- Teken de twee driehoeken van de schets, knip ze uit en plak ze in dezelfde stand in je schrift.
- Zet in de overeenkomstige hoeken hetzelfde teken.
- Welke zijde is de overeenkomstige zijde van zijde AB ?
- Bereken de factor van de vergroting.

$$AB = 75 \text{ cm} \xrightarrow{\times \dots} \dots = \dots \text{ cm}$$

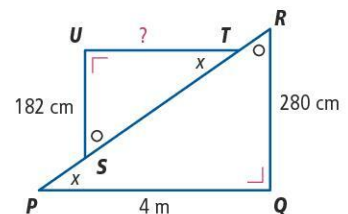
Theorie

Gelijkvormige driehoeken staan niet altijd in dezelfde stand.

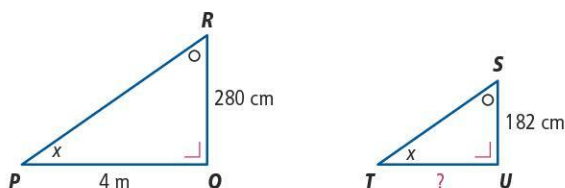
Om te kunnen rekenen, teken je de driehoeken eerst **in dezelfde stand** naast elkaar.

Voorbeeld

Driehoek STU is een vergroting van driehoek PQR .
 Bereken de lengte van zijde TU .



Driehoeken in dezelfde stand getekend.

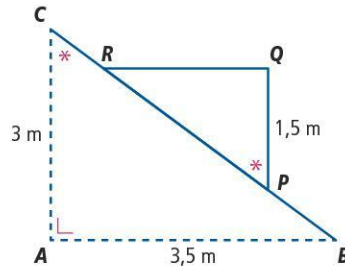


$$QR = 280 \text{ cm} \xrightarrow{\times \dots} US = 182 \text{ cm}$$

De factor is $182 : 280 = 0,65$.

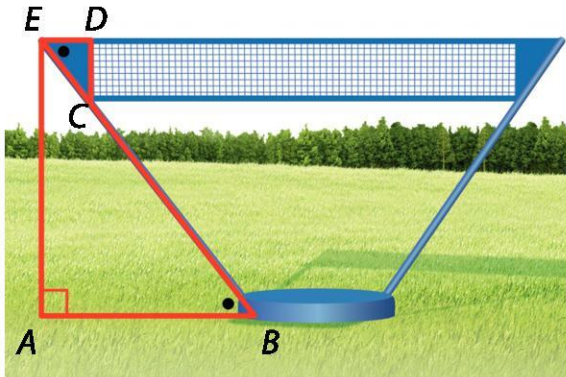
$$PQ = 4 \text{ m} \xrightarrow{\times 0,65} TU = \dots \text{ m}$$

De lengte van TU is $4 \times 0,65 = 2,6$ meter.

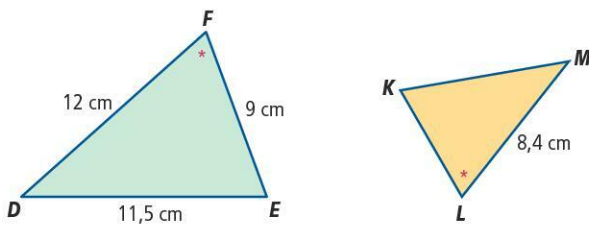


- 23** Van de zijkant van het dakkapel is een schets gemaakt.
- Schets $\triangle ABC$ en $\triangle PQR$ in dezelfde stand.
 - Bereken de factor van de vergroting.
 - Bereken de lengte van QR van de dakkapel.
 - Bereken ook de lengten van BC en PR .

Ondersteunende route → maak opdracht 024

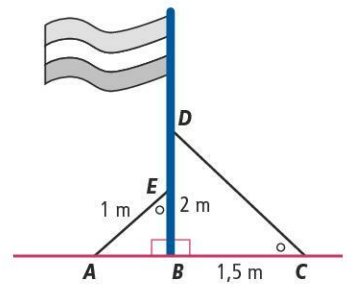


- 24** Jamal en Badr hebben een badmintonspel gekocht. Het spel bestaat uit een net, twee stangen en een voetstuk. In het net is $\triangle CDE$ een vergroting van $\triangle ABE$.
 $AB = 1,2$ m, $AE = 1,8$ m en $DE = 30$ cm
- Schets de driehoeken in dezelfde stand.
 - Bereken de factor bij de vergroting.
 - Bereken de breedte CD van het badmintonnet. Geef je antwoord in centimeters nauwkeurig.
 - Bereken de lengte van de stangen.

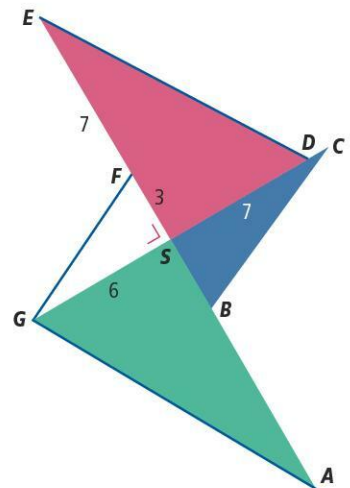


- 25** Driehoek KLM is een vergroting van driehoek DEF .
- Schrijf de overeenkomstige hoek van hoek D op.
 - Schets de driehoeken in dezelfde stand.
 - Bereken de lengte van KM . Rond je antwoord af op één decimaal.

- 26** Driehoek AEB is een vergroting van driehoek BCD .
- Schets de driehoeken naast elkaar in dezelfde stand. Schrijf de letters en bekende maten erbij.
 - Bereken met de stelling van Pythagoras de lengte van CD .
 - Welke zijde is de overeenkomstige zijde van AE ?
 - Bereken de factor bij de vergroting.



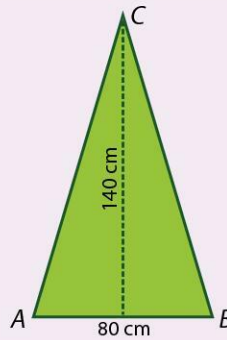
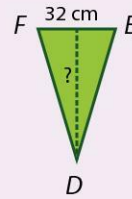
- 27** Iris heeft een logo ontworpen. Het logo bestaat uit vier gelijkvormige driehoeken. $CS = 7$ cm, $GS = 6$ cm, $EF = 7$ cm en $FS = 3$ cm.
- Driehoek SDE is een vergroting van driehoek GSF . Welke hoek van $\triangle SDE$ is de overeenkomstige hoek van hoek G ?
 - Teken $\triangle SDE$ en $\triangle GSF$ in dezelfde stand.
 - Bereken de lengte van lijnstuk SD .



- 28** Driehoek AGS is ook een vergroting van $\triangle GSF$.
- Schrijf de overeenkomstige hoeken van de twee driehoeken op.
 - Teken $\triangle AGS$ en $\triangle GSF$ in dezelfde stand.
 - Bereken de lengte van lijnstukken AS en AG .

Uitdagende route → maak opdracht U4

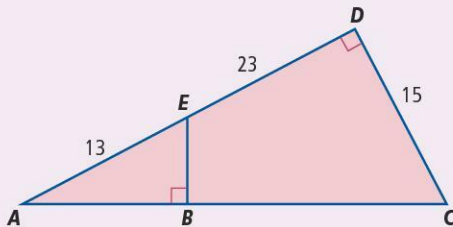
Ondersteunende opdrachten



- 024** De kerstboom rechts kun je op de kop ophangen. Deze kerstboom is een vergroting van de gewone kerstboom. Van beide kerstbomen zie je een schets.
- Schets de driehoeken naast elkaar in dezelfde stand. Schrijf de letters en bekende maten erbij.
 - Bereken met de pijlenketting de factor bij de vergroting.
 - Bereken de hoogte van de op te hangen kerstboom. Gebruik hierbij de factor.

$$\dots \text{ cm} \xrightarrow{\times \dots} \dots \text{ cm}$$

Uitdagende opdrachten



- U4** Driehoek ABE en driehoek ACD zijn gelijkvormig.
- Bereken de lengte van BE en AB .
 - Bereken ook de lengte van BC .

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je weet dat je zonnestralen tekent als evenwijdige lijnen.

Je kunt de schaduw, veroorzaakt door zonlicht, tekenen.

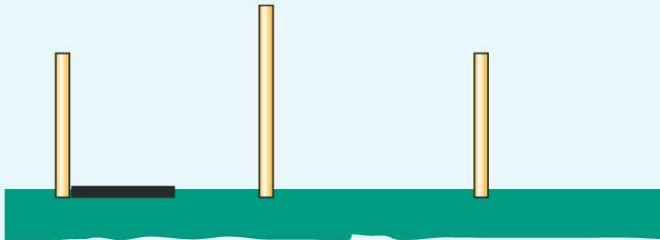
Je kunt de schaduw, veroorzaakt door een lichtbron, tekenen.



T1 In tekening 1 schijnt de zon. Er zijn twee zonnestralen getekend.

W

- Teken de schaduwen van de paaltjes in tekening 1.
- Tekening 2 is 's nachts.
Teken de schaduw van de inbreker bij dit licht van de straatlantaarn.
- Teken ook de schaduwen van de paaltjes.



T2 In een veld staan drie paaltjes. Door de zon ontstaan schaduwen van de

W

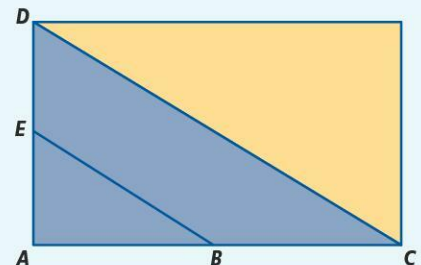
- paaltjes. Van het linker paaltje is de schaduw al getekend.
Teken de schaduw bij de andere paaltjes.

Je kent de begrippen gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden.

Je kent eigenschappen van gelijkvormige figuren.

T3 In de vlag loopt CD evenwijdig aan BE .

- Schets de twee blauwe driehoeken naast elkaar.
- Zet in de overeenkomstige hoeken gelijke tekentjes.
- Geef de overeenkomstige zijden dezelfde kleur.

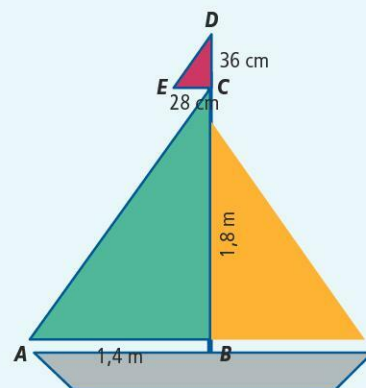


Je kunt rekenen met de factor in gelijkvormige figuren.

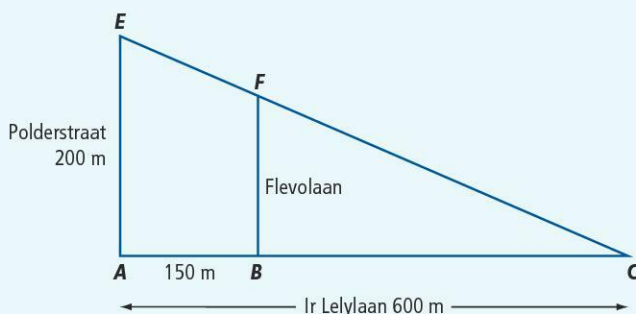
- T4** Het vlaggetje is een vergroting van het linker zeil. Dit zeil is 1,4 meter lang en 1,8 meter hoog.

Het vlaggetje is 28 cm lang en 36 cm hoog.

- Teken de gelijkvormige driehoeken naast elkaar. Schrijf de letters en de bekende maten in centimeters in de tekening erbij.
- Zet in de overeenkomstige hoeken gelijke tekens.
- Bereken de factor bij de vergroting.



- T5** In de schematische tekening zijn een aantal straten van Almere getekend. De Ir. Lelylaan is in totaal 600 m lang en de Polderstraat is 200 m lang. De Polderstraat en de Flevolaan lopen evenwijdig. De straten liggen 150 m uit elkaar.

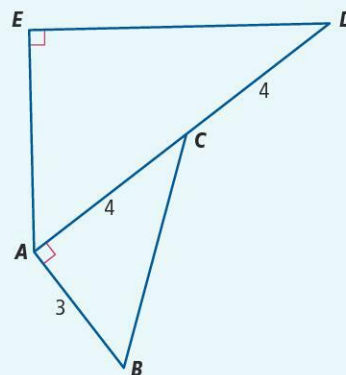


- Welke twee driehoeken zijn gelijkvormig?
- Bereken de lengte van de Flevolaan.

Je kunt gelijkvormige figuren in dezelfde stand tekenen.

- T6** Driehoek ADE is een vergroting van driehoek ABC . $AC = CD = 4$ cm en $AB = 3$ cm.

- Schets de driehoeken in dezelfde stand. Schrijf de letters en bekende maten erbij.
- Bereken de lengte van zijde BC .
- Bereken de factor van de vergroting.
- Bereken de lengte van AE .



Vaardigheid

Je weet dat je zonnestralen tekent als evenwijdige lijnen.

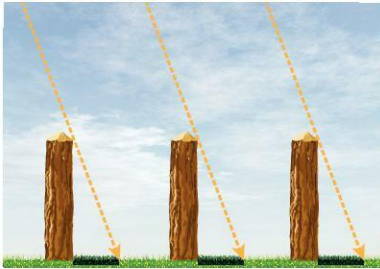
Je kunt de schaduw, veroorzaakt door zonlicht, tekenen.

Je kunt de schaduw, veroorzaakt door een lichtbron, tekenen.

Omdat de afstand tussen de aarde en de zon erg groot is, teken je zonnestralen als evenwijdige lijnen.

Bij een lichtbron (bijvoorbeeld een lamp) teken je de lichtstralen vanuit de lichtbron. Deze lichtstralen lopen niet evenwijdig.

Voorbeeld



Omdat de zonnestralen evenwijdige lijnen zijn, zijn de schaduwlengten even groot.

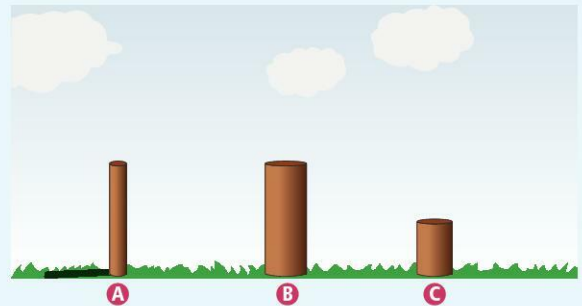


De lichtstralen zijn geen evenwijdige lijnen, dus de schaduwlengten zijn niet even groot.

E1
W

In een gazon staan drie paaltjes. Door de zon ontstaan schaduwen. Bij één paaltje is de schaduw getekend.

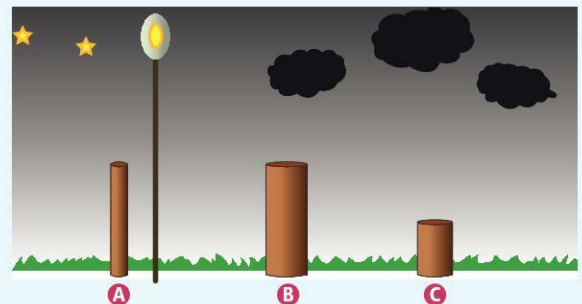
- a Teken de zonnestraal die bij paaltje A hoort.
- b Teken bij de andere paaltjes ook de schaduw.
- c Van welke paaltjes is de schaduw even lang?



E2
W

De gemeente heeft tussen de paaltjes een straatlantaarn geplaatst. In het donker ontstaan schaduwen door de straatlantaarn.

- a Teken de lichtstraal die bij paaltje A hoort en teken de schaduw.
- b Teken ook de schaduw van de twee andere paaltjes.



Vaardigheid

Je kent de begrippen gelijkvormige figuren, overeenkomstige hoeken en overeenkomstige zijden.

Je kent eigenschappen van gelijkvormige figuren.

Bij vergroten zijn het origineel en het beeld gelijkvormige figuren.

De hoeken die bij het vergroten bij elkaar horen, heten overeenkomstige hoeken.

De zijden die bij het vergroten bij elkaar horen, heten overeenkomstige zijden.

Twee gelijkvormige driehoeken kunnen in elkaar getekend zijn.

Om te zien welke zijden en hoeken overeenkomstig zijn, is het handig een schets van de driehoeken naast elkaar te tekenen.

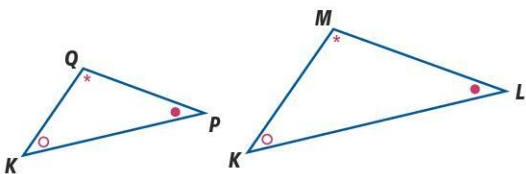
Voorbeeld

Driehoek KLM is een vergroting van driehoek KPQ .

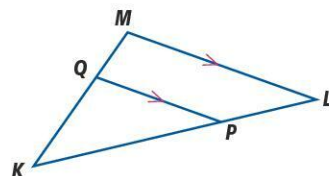
Teken de driehoeken naast elkaar.

Zet in de overeenkomstige hoeken gelijke tekenjes en noem een paar overeenkomstige zijden.

De driehoeken staan naast elkaar en in de overeenkomstige hoeken staan gelijke tekenjes.



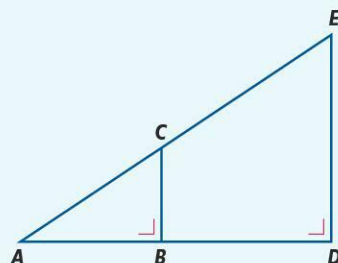
De zijden KL en KP zijn overeenkomstige zijden.



E3 In de tekening komen twee gelijkvormige driehoeken voor.

W

- Schets de twee gelijkvormige driehoeken naast elkaar. Schrijf de letters erbij.
- Welke zijde is de overeenkomstige zijde van BC ?
- Schrijf ook de andere overeenkomstige zijden op.
- Zet in overeenkomstige hoeken gelijke tekens.



Vaardigheid

Je kunt rekenen met de factor in gelijkvormige figuren.

Hoe reken je met de factor?

- 1 Maak een pijlenketting bij de driehoeken.
Zet de driehoek waarvan de meeste lengtematen bekend zijn vóór de pijl.
- 2 Bereken de gevraagde zijde. Gebruik hierbij de pijlenketting.

Voorbeeld

Bereken van $\triangle GHI$ de lengte van zijde GH .

- 1 Van $\triangle DEF$ weet je de meeste lengtematen.

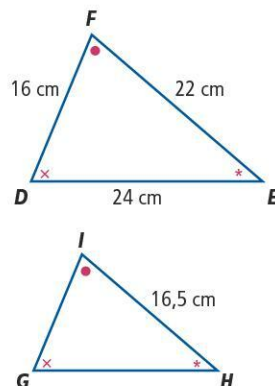
$$\begin{array}{ccc} \text{lengtematen in } \triangle DEF & \xrightarrow{\times \dots} & \text{lengtematen in } \triangle GHI \\ EF = 22 \text{ cm} & & HI = 16,5 \text{ cm} \end{array}$$

De factor is $16,5 : 22 = 0,75$.

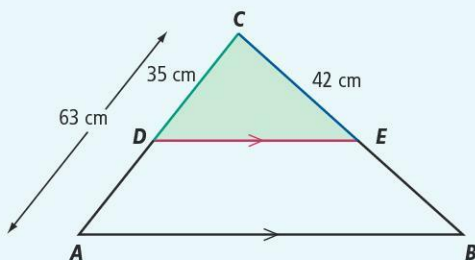
- 2 De zijden DE en GH zijn overeenkomstige zijden.

$$DE = 24 \text{ cm} \xrightarrow{\times 0,75} GH = \dots \text{ cm}$$

$$GH = 24 \times 0,75 = 18 \text{ cm}$$



- E4** Bereken van $\triangle GHI$ uit het voorbeeld de lengte van zijde GI .

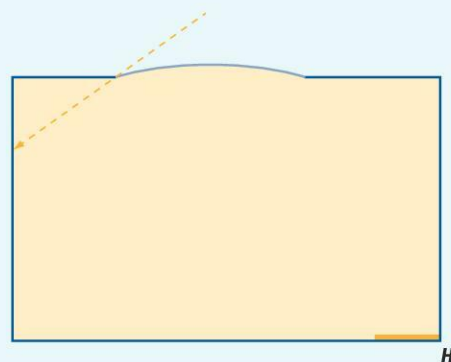
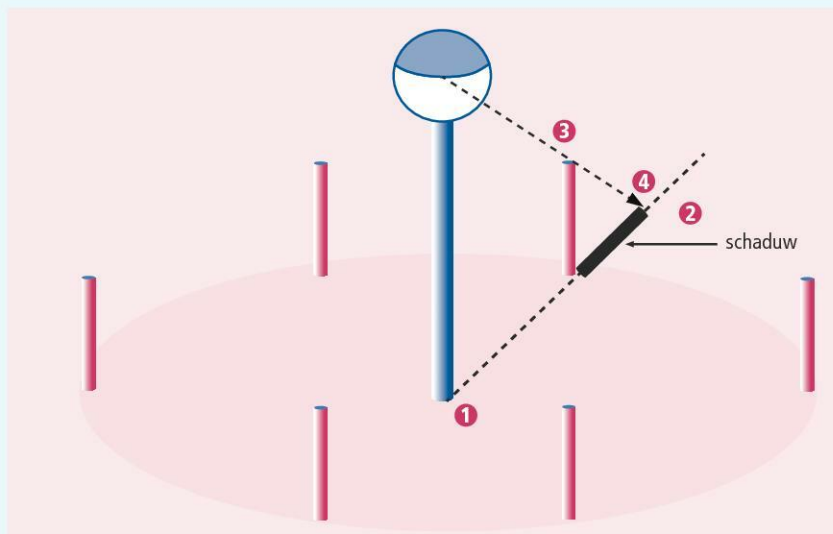


- E5** Driehoek ABC is een vergroting van driehoek DEC . Lijnstuk DE is evenwijdig aan lijnstuk AB .
- a Teken $\triangle DEC$ en $\triangle ABC$ naast elkaar.
 - b Bereken de factor bij deze vergroting. Gebruik de pijlenketting.
 - c Bereken de lengte van BC .

$$\begin{array}{ccc} \text{lengtemaat} & \xrightarrow{\times \dots} & \text{lengtemaat} \\ \text{in } \triangle DEC & & \text{in } \triangle ABC \\ CD = \dots \text{ cm} & & \dots = \dots \text{ cm} \end{array}$$

G1 De caravan van Annemie heeft een lichtkoepel.
W In de ochtend valt het zonlicht door de lichtkoepel op een zijwand van de caravan. Eén zonnestraal is getekend.

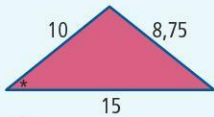
- a** Geef met een rode kleur het deel van de wand aan waar het zonlicht op valt.
- b** Later in de middag schijnt het zonlicht op een deel van de vloer en op een deel van de rechter zijwand bij hoekpunt *H*. Het deel van de vloer waar het zonlicht op valt is al getekend. Kleur het deel van de zijwand waar het zonlicht op valt.



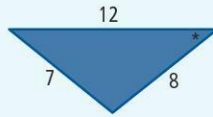
G2 In het park staat een lantaarnpaal midden in een rond bloemperk.
W Om het perkje staat een aantal paaltjes. 's Avonds is de schaduw van de paaltjes goed te zien.

Teken de schaduwen van de paaltjes als volgt.

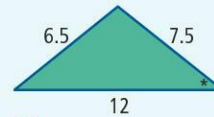
- 1** Teken een lijn van de voet van de lantaarnpaal naar de voet van een paaltje.
- 2** Teken deze lijn een stukje door.
- 3** Teken een lijn van de lamp naar de bovenkant van het paaltje.
- 4** Teken deze lijn net zo lang door tot je de eerste lijn snijdt. Het snijpunt is het eind van de schaduw.



1

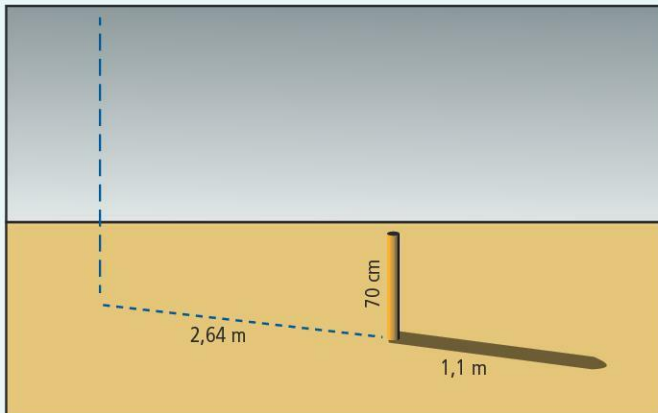


2



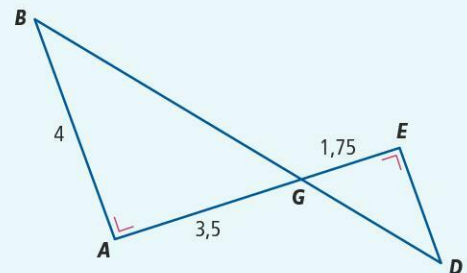
3

- G3** Van de drie driehoeken zijn twee driehoeken gelijkvormig. De hoeken met een kruisje zijn even groot. Laat met berekeningen zien welke driehoeken gelijkvormig zijn.



- G4** Een straatlantaarn zorgt voor schaduw van een paaltje. Het paaltje is 70 cm lang en de lengte van de schaduw is 1,10 meter. De afstand van de straatlantaarn tot het paaltje is 2,64 meter.
- Geef met een kruisje op de lantaarnpaal de juiste plaats van de verlichting aan.
 - Schets de twee driehoeken bij deze situatie.
 - Bereken de hoogte van de verlichting van de lantaarnpaal.

- G5** De figuur bestaat uit twee gelijkvormige driehoeken. De lengtematen zijn in centimeters.
- Bereken de lengte van zijde GD .
 - Bereken ook de lengte van lijnstuk BD . Rond je antwoord zonodig af op één decimaal.





In dit hoofdstuk leer je

- werken met stapeldiagrammen
- of een schatting betrouwbaar is
- bepalen of een diagram misleidend is
- gegevens uit meerdere diagrammen en tabellen combineren
- de spreidingsbreedte berekenen
- de mediaan berekenen
- het eerste kwartiel en het derde kwartiel berekenen





- V1** Van 20 kogelstoters zijn de resultaten genoteerd.
De afstand is in centimeters.
- 400 430 450 455 460 480 500 500 530 600
610 630 650 700 715 720 740 825 1010 1025
- Bereken het verschil tussen de grootste en de kleinste afstand.
 - Welke afstand is de **modus**?
 - Bereken de **gemiddelde** afstand.
 - Vul in de tabel de **frequenties** bij de **klassen** in.
 - Welke klasse is de **modale klasse**?

<i>klasse</i>	<i>frequentie</i>
400 – 500	...
500 – 600	...
600 – 700	...
700 – 800	...
800 – 900	...
900 – 1000	...
1000 – 1100	...

Uur	Maandag t/m Vrijdag buiten de vakanties	Maandag t/m Vrijdag in de vakanties	Zaterdag	Zon- en Feestdagen
04				
05				
06	21 37	21		
07	01 21 51	01 21 51	44	
08	21 51	21	44	
09	21 51	21	44	46
10	21 51	21	44	46
11	21 51	21	44	46
12	21 51	21	44	46

- V2** De busdienstregeling van Leeuwarden naar Harlingen is verwerkt in een **steelbladdiagram**.
- Welke getallen worden gebruikt als steel?
 - Hoeveel bussen vertrekken voor 12:00 uur op een doordeweekse dag buiten de vakanties naar Harlingen?
 - Hoeveel bussen vertrekken er voor 12:00 uur op zaterdag minder dan op een dag in de vakanties?

- V3 Voor een werkstuk biologie zijn in klas 3A de volgende cijfers gehaald.

7 7 8 7 5 6 5
4 8 9 6 6 7 6
5 8 9 7 7 7 6
6 5 5 4 9 6 7

- a Vul de frequentietabel verder in.
b Bereken het gemiddelde van de cijfers.
c Welk cijfer is de modus?
d Bereken **hoeveel procent** van de leerlingen een acht of hoger heeft gehaald. Rond af op één decimaal.

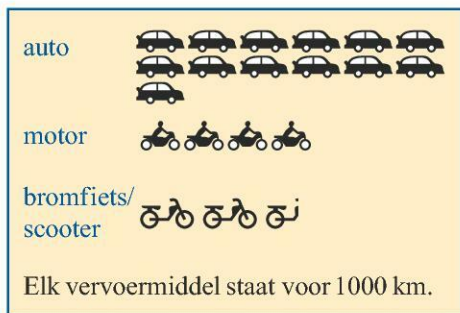
229

- V4 In het beelddiagram zie je van een aantal voertuigen hoeveel kilometer gemiddeld per jaar per voertuig werd afgelegd.

- a Hoeveel kilometer rijdt iemand met een motor gemiddeld per jaar?
b Hoeveel kilometer rijdt een automobilist gemiddeld per jaar meer dan een motorrijder?
c Maak bij deze gegevens een **staafdiagram**.

245

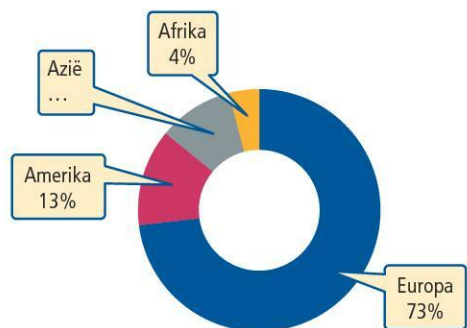
cijfer	turven	frequentie
4	//	...
5	...	...
6	...	...
7	...	...
8	...	...
9	...	...
10	...	...



- V5 In 2016 verwerkten de Nederlandse luchthavens in totaal 70,2 miljoen passagiers. Van alle reizigers werd vastgelegd waar zij vandaan kwamen of waar zij naar toe gingen. De gegevens staan in het cirkeldiagram.

- a Hoeveel procent zijn alle **sectoren** samen?
b Bereken hoeveel procent bij de sector *Azië* hoort.
c Bereken hoeveel reizigers van Afrika kwamen of naar Afrika toegingen.

245



6.1 Stapeldiagrammen

Je leert

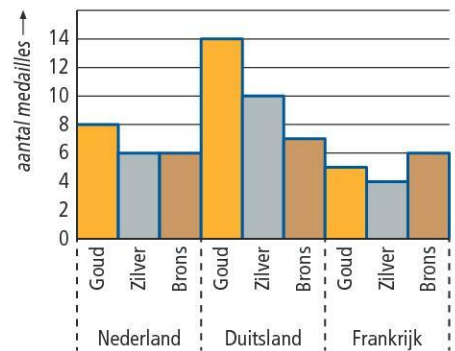
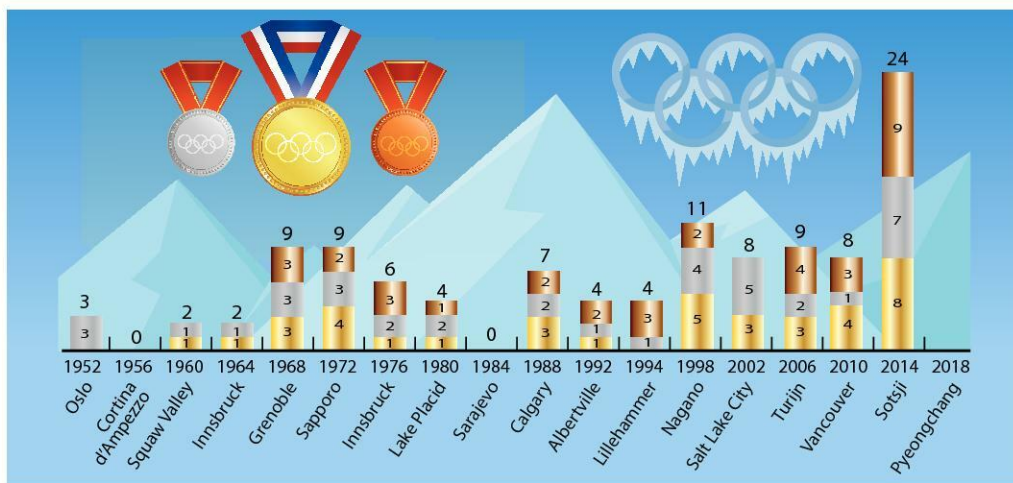
- werken met stapeldiagrammen

Leerroutes

- ondersteunend: 1—2—03—4—5—6
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6
- uitdagend: 1—2—4—5—6—U1

- 1 In het staafdiagram zie je de gewonnen medailles van Nederland, Duitsland en Frankrijk op de Olympische winterspelen in Pyeongchang.

- Bereken het totaal aantal gewonnen medailles per land.
- Welke twee landen hadden evenveel medailles van een bepaalde kleur?
- Hoeveel gouden medailles heeft Duitsland meer gewonnen dan Frankrijk?



- 2 Dit diagram laat zien hoeveel medailles Nederland tot de Olympische Winterspelen in Pyeongchang heeft gehaald.

- Nederland behaalde op de Olympische Winterspelen in Pyeongchang acht gouden, zes zilveren en zes bronzen medailles.

Teken dit resultaat in het staafdiagram.

- In welk jaar werden de meeste gouden medailles behaald?
- Hoeveel medailles werden in Sotsji meer behaald dan in Calgary?
- Hoeveel **procent** van de medailles in Nagano waren zilver?
- Hoeveel gouden medailles behaalde Nederland vanaf 1952

gemiddeld per winterspelen?

229

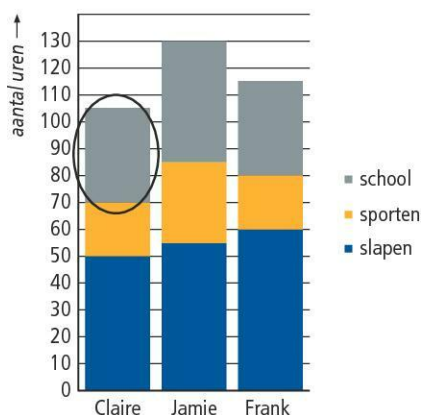
246

Theorie

Vaak worden meerdere gegevens in één staaf van een staafdiagram geplaatst. Je krijgt dan een **stapeldiagram**. Stapeldiagrammen kun je horizontaal en verticaal tekenen.

Voorbeeld 1

Hoeveel uren per week besteedt Claire aan school?



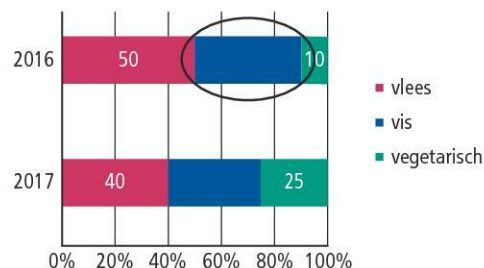
Totaal besteed: 105 uren

Slapen + sport: 70 uren

Claire besteedt per week $105 - 70 = 35$ uren aan school.

Voorbeeld 2

Hoeveel procent van de bestelde gerechten in 2016 was een visgerecht?



vlees + vis: 90%

vlees: 50%

In 2016 was $90\% - 50\% = 40\%$ van de bestelde gerechten een visgerecht.

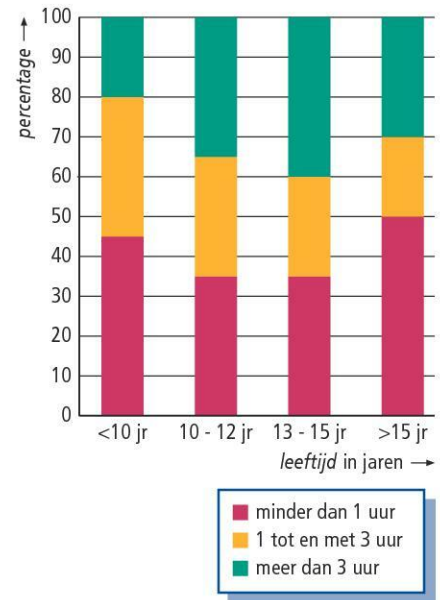
Ondersteunende route → maak opdracht 03

- 3 Gebruik het stapeldiagram uit voorbeeld 1.
 - a Hoeveel uren per week slaapt Claire?
 - b Hoeveel uur sport Frank minder dan Jamie?
- 4 Gebruik het stapeldiagram uit voorbeeld 2.
 - a Van welk soort gerecht is het percentage in 2017 meer dan het dubbele van het percentage in 2016?
 - b In de tabel staan de percentages voor de jaren 2018, 2019 en 2020.
Bereken de ontbrekende percentages.
 - c Verwerk de gegevens uit de tabel in een stapeldiagram.

jaar	vlees	vis	vegetarisch
2018	35%	35%	...
2019	30%	...	35%
2020	...	40%	35%

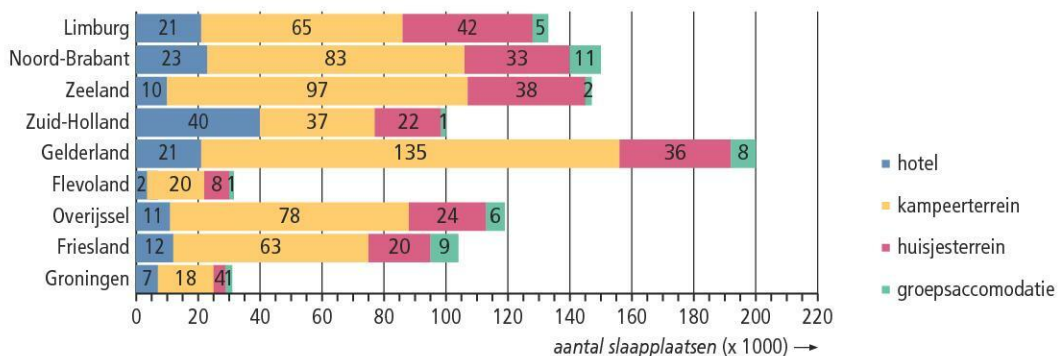
- 5 In een onderzoek onder jongeren is gevraagd hoeveel uren ze per week sporten. De resultaten zijn in het stapeldiagram af te lezen.

- Welke betekenis heeft '<10jr' bij de horizontale as?
- Welke betekenis heeft het gele deel in dit stapeldiagram?
- Kijk naar de staaf 'ouder dan 15 jaar'. Hoeveel procent van deze jongeren sport minder dan één uur per week?
- Hoeveel procent van de jongeren 10 – 12 jr sport één tot en met drie uren per week?
- In welke leeftijdsgroep zitten de jongeren die gemiddeld de meeste tijd per week sporten? Leg je antwoord uit.
- Aan het onderzoek deden 1850 kinderen jonger dan 10 jaar mee. Hoeveel van deze groep sport meer dan drie uren per week?



- 6 In onderstaand stapeldiagram kun je van een aantal provincies zien hoeveel slaapplaatsen er voor toeristen zijn.

- Welke van deze provincies heeft de meeste slaapplaatsen in hotels?
- Hoeveel slaapplaatsen zijn er op huisjesterreinen in Flevoland?
- Heeft Zeeland naar verhouding meer slaapplaatsen op kampeerterreinen dan Gelderland? Licht je antwoord toe.
- Groningen heeft 30 000 slaapplaatsen. Hoeveel procent van deze slaapplaatsen is in een hotel? Rond je antwoord af op een geheel getal.

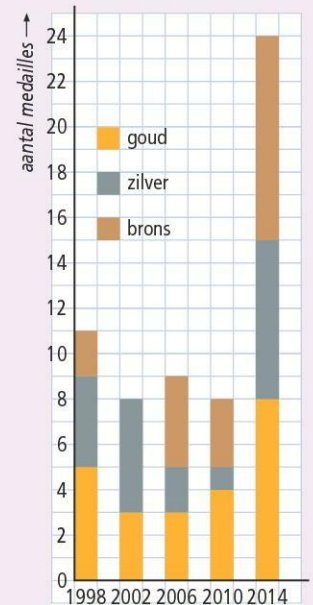


Uitdagende route → maak opdracht U1

Ondersteunende opdrachten

03 Dit stapeldiagram laat zien hoeveel medailles Nederland tijdens de Olympische Winterspelen van 1998 tot en met 2014 heeft behaald.

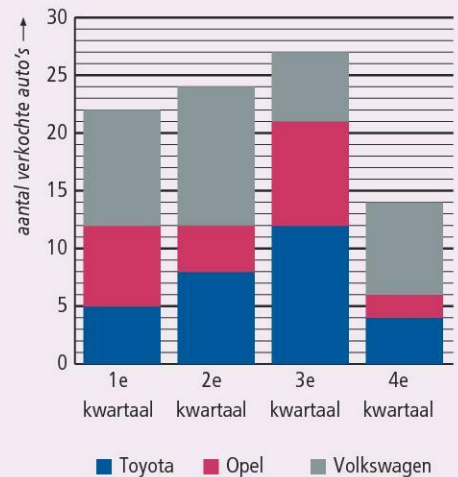
- In welk jaar werden de meeste gouden medailles behaald?
- Hoeveel medailles werden in 2014 in totaal behaald?
- Hoeveel zilveren medailles werden in 1998 behaald?
- Hoeveel bronzen medailles werden in 2014 meer behaald dan in 2010?
- Hoeveel medailles werden er op deze vijf Olympische Winterspelen gemiddeld behaald?



Uitdagende opdrachten

U1 In dit diagram zie je van drie automerken het aantal verkochte auto's per kwartaal.

- Hoeveel procent van de verkochte auto's in het eerste kwartaal was een Opel?
- Bepaal met hoeveel procent de verkoop van Volkswagens in het tweede kwartaal lager of hoger ligt in vergelijking met het eerste kwartaal.
- Bij welk automerk is in het vierde kwartaal de procentuele daling van verkochte auto's het grootst?



6.2 Diagrammen

Je leert

- of een schatting betrouwbaar is
- bepalen of een diagram misleidend is

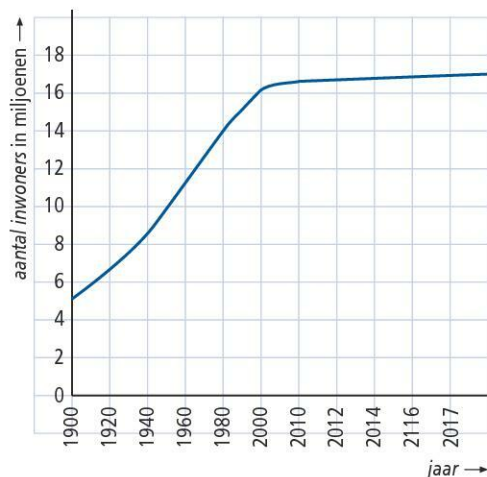
Leerroutes

- ondersteunend: 7—8—09—10—11
- doorlopend: 7—8—9—10—11
- uitdagend: 7—8—9—10—U2

<i>jaar</i>	1900	1920	1940	1960	1980	2000	2010	2012	2014	2016	2017
<i>aantal inwoners in miljoenen</i>	5,10	6,75	8,83	11,42	14,09	15,86	16,58	16,73	16,83	16,98	17,08

7 In de tabel is het aantal inwoners van Nederland op 1 januari van het jaar in miljoenen weergegeven. Cindy heeft het lijndiagram hierbij gemaakt.

- Het lijkt alsof de bevolking nauwelijks toeneemt. Dat komt door een fout op één van de assen. Welke fout heeft Cindy gemaakt?
- Teken de gegevens van de tabel in een goed assenstelsel.
- Als de groei van de bevolking zo doorgaat, hoeveel inwoners verwacht je dan in 2024?



8 Door nachtvorst en koud voorjaarsweer is de appeloogst in 2017 fors kleiner dan in voorgaande jaren.

- Teken een lijndiagram bij de tabel.
- Is het aflezen van het aantal kilogram appels in 2016 betrouwbaar? Leg je antwoord uit.
- Hoeveel miljoen kilogram appels verwacht je in 2018? Leg uit of jouw schatting wel betrouwbaar is.

<i>jaar</i>	2014	2015	2016	2017
<i>aantal kg × 1 miljoen</i>	314	330	...	223

Theorie

In een tabel kun je precieze waarden aflezen.

Met een lijndiagram kun je soms een schatting geven van **tussenliggende waarden** die niet in de tabel staan. Als het verloop in een lijndiagram regelmatig is, kun je een schatting maken die **betrouwbaar** is.

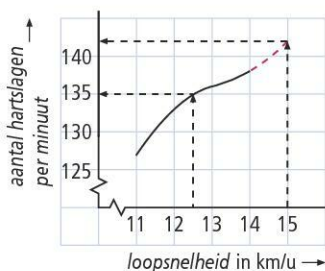
Voorbeeld 1

Hoeveel hartslagen per minuut verwacht je bij de loopsnelheden van 12,5 km/u en 15 km/u?

Bij 12,5 km/u is het aantal hartslagen per minuut ongeveer 135.

Bij 15 km/u is het aantal hartslagen per minuut ongeveer 142. Hiervoor is de grafiek langer gemaakt.

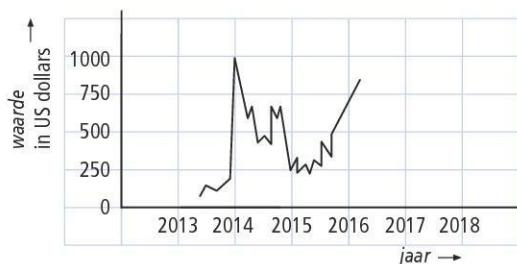
Omdat de grafiek regelmatig is, zijn de afgelezen waarden betrouwbare schattingen.



Voorbeeld 2

Kun je een betrouwbare schatting geven van de waarde van een bitcoin in 2018?

Omdat de grafiek erg onregelmatig is, is een betrouwbare schatting niet te geven.



Ondersteunende route → maak opdracht 09

jaar	1800	1850	1900	1950	2000	2010	2015	2016	2017
aantal mensen ($\times 1$ miljard)	1	1,3	1,7	2,5	6	6,8	7,3	7,4	7,5

- 9 In de tabel zie je de groei van de wereldbevolking van 1800 tot en met 2017.

- Teken een lijndiagram bij de tabel.
- Geef een schatting van de wereldbevolking in 2013.
- Claire zegt: 'Het aantal inwoners in 2025 is ongeveer 11 miljard'. Louise zegt: 'Dat kun je helemaal niet weten'. Met wie ben jij het eens? Leg je antwoord uit.



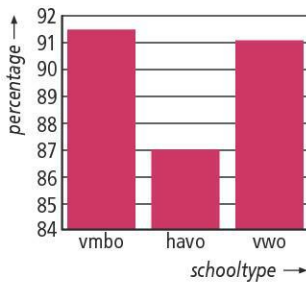
Theorie

Een diagram kan **misleidend** zijn.

Door bijvoorbeeld een verticale as foutief in te delen, kun je de suggestie wekken dat een stijging veel sneller of een daling veel langzamer gaat.

Voorbeeld 1

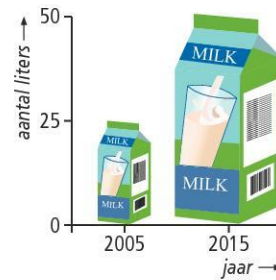
Welke fout is er gemaakt in het staafdiagram?



De verticale as begint niet bij nul. Daardoor lijkt er een groot verschil te zijn in slagingspercentage tussen vmbo en havo.

Voorbeeld 2

Waarom is dit diagram misleidend?



Het aantal liters is in 10 jaar verdubbeld. Bij 2015 is het pak twee keer zo lang, maar ook twee keer zo breed. Daardoor lijkt het aantal liters meer dan verdubbeld.

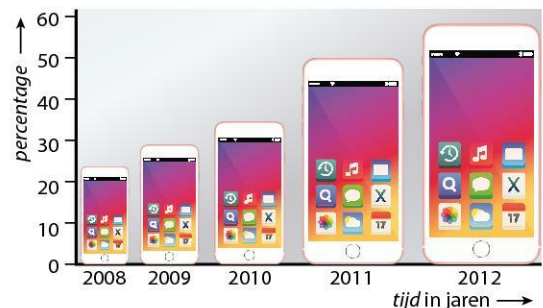


- 10 a In 2013 werd in het NOS journaal deze grafiek getoond.

Welk nieuws probeerde de NOS te verduidelijken?

- b Welke fout is er bij dit lijndiagram gemaakt?

- 11 Het beelddiagram gaat over de toename van de verkoop van het aantal mobiele telefoons. Welke fout is hier gemaakt?



Uitdagende route → maak opdracht U2

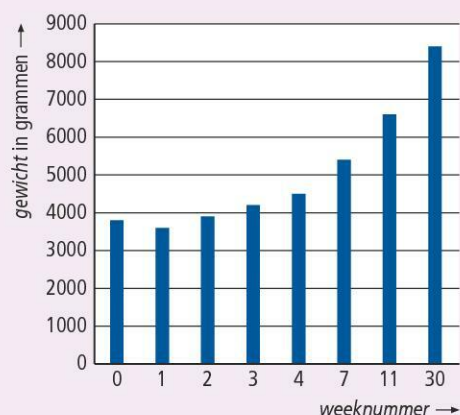
Ondersteunende opdrachten

- 09** In de tabel zie je de groei van de bevolking van Den Haag van 1850 tot en met 2017.

jaar	1850	1900	1950	2000	2010	2015	2016	2017
aantal mensen ($\times 1000$)	72	206	559	441	489	516	520	525

- Laat zien dat het aantal inwoners van Den Haag in de periode 2000 – 2017 met 84 000 is toegenomen.
- Teken een lijndiagram bij de tabel. Neem op de horizontale as een stapgrootte 50 jaar en op de verticale as een stapgrootte van 100 000.
- Geef een schatting van het aantal inwoners in 2013.
- Kan in 2020 het aantal inwoners van Den Haag 540 000 zijn? Leg je antwoord uit.

Uitdagende opdrachten



week	gewicht in grammen
0	3800
1	3600
2	3900
3	4200
4	4500
7	5400
11	6600
30	8400

- U2** Op het consultatiebureau wordt het gewicht van baby's bijgehouden. Je ziet hier de resultaten bij een aantal weken na de geboorte.
- Waarom is dit staafdiagram misleidend?
 - Bedenk een verhaal wat met dit diagram verduidelijkt moet worden.
 - Geef een betrouwbare schatting voor week 15.
 - Kun je een betrouwbare schatting geven voor week 52? Waarom wel of waarom niet?



6.3 Diagrammen en tabellen combineren

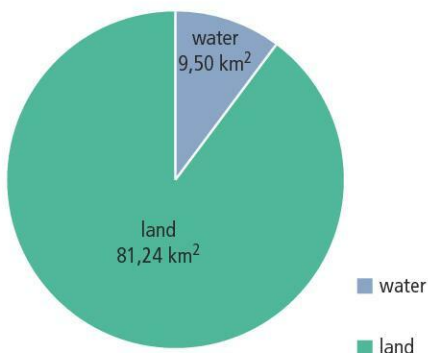
Je leert

- gegevens uit meerdere diagrammen en/of tabellen combineren

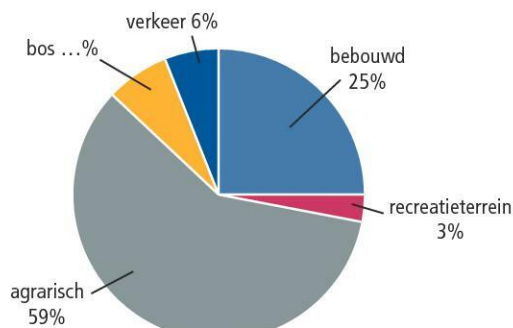
Leerroutes

- ondersteunend: 12—13—014—15—16—17
- doorlopend: 12—13—14—15—16—17
- uitdagend: 12—13—14—15—16—U3

Oppervlakte Westland



Verdeling sector 'Land'



- 12 Het linker cirkeldiagram gaat over de verdeling van de oppervlakte van Westland. Van de sector 'land' kun je het gebruik in het rechter cirkeldiagram aflezen.

- Hoeveel procent van het land is bos?
- Hoeveel km² is in gebruik als recreatieterrein?
- In het Westland wonen 105 000 mensen. Deze wonen in het bebouwde gebied.
Bereken hoeveel vierkante meter bebouwd gebied elke inwoner gemiddeld heeft.



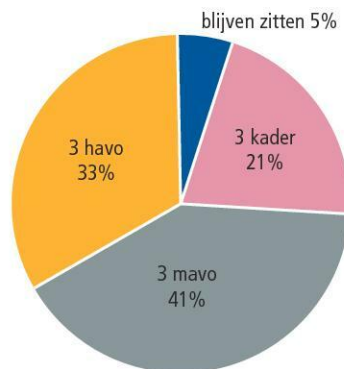
Soms staan in opdrachten meerdere tabellen en/of diagrammen. Kijk goed welke tabel of welk diagram je moet gebruiken voor het beantwoorden van de vraag. Soms moet je ze zelfs combineren.

Amstelland college

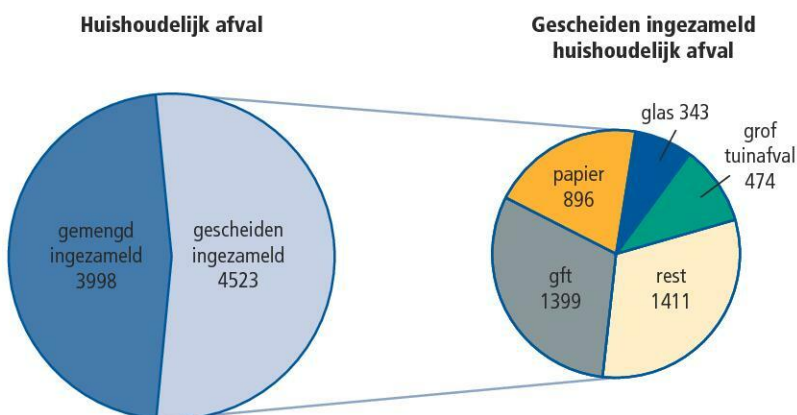
jaar	aantal leerlingen in klas 2
2016	234
2017	266

- 13 Het cirkeldiagram gaat over de bevordering van klas 2 naar klas 3 in het jaar 2016. De percentages zijn afgerond.

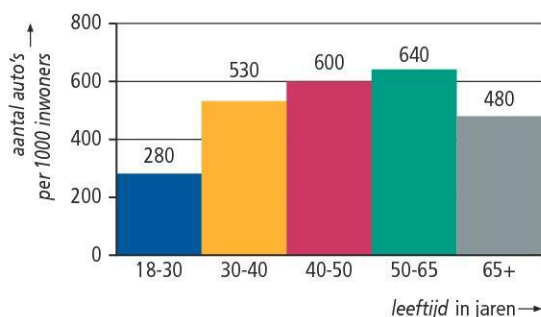
- Hoeveel tweedeklassers werden bevorderd naar 3 havo?
- Bereken hoeveel tweedeklassers zijn blijven zitten.
- In 2017 werden 98 leerlingen bevorderd naar 3 havo.
Hoeveel procent is dat hoger dan in 2016?



Ondersteunende route → maak opdracht 014

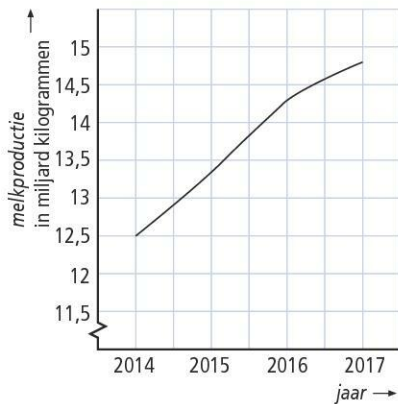
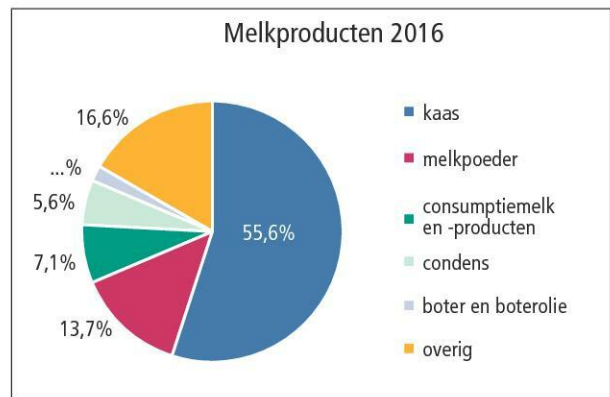


- 14** In de cirkeldiagrammen zijn de hoeveelheden in miljoenen kilogrammen.
- Hoeveel miljoen kilogram huishoudelijk afval is ingezameld?
 - Hoeveel procent van het gescheiden ingezamelde afval was papier?
 - Bereken hoeveel procent van de totale hoeveelheid afval glas is.
 - Nederland telt 17,8 miljoen inwoners.
Bereken hoeveel kilogram huishoudelijk afval een Nederlander gemiddeld produceert.

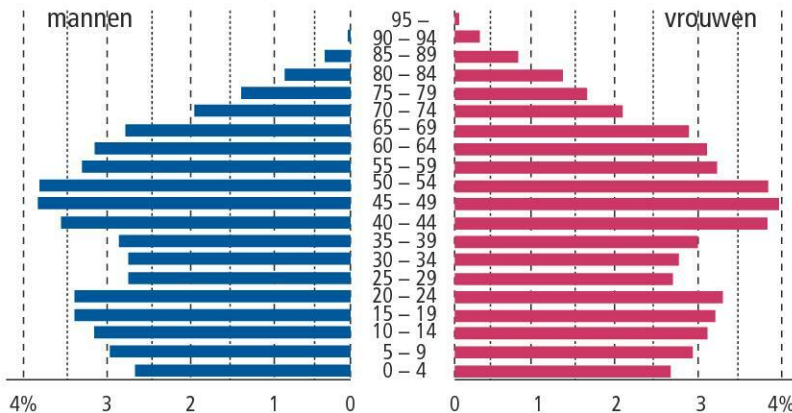


leeftijdsklasse	aantal Nederlanders
0 – 18 jaar	3,2 miljoen
18 – 30 jaar	2,7 miljoen
30 – 40 jaar	2,9 miljoen
40 – 50 jaar	2,4 miljoen
50 – 65 jaar	3,5 miljoen
65 + jaar	3,1 miljoen

- 15** Het staafdiagram laat het aantal auto's per 1000 inwoners van een bepaalde leeftijdsklasse zien.
- In de tabel zie je het aantal Nederlanders per leeftijdsklasse.
- Laat zien dat de leeftijdsklasse 40 – 50 jaar 1 440 000 auto's in bezit heeft.
 - Heeft de leeftijdsklasse met de meeste Nederlanders ook de meeste auto's in bezit? Leg je antwoord uit.



- 16 Het lijndiagram gaat over de melkproductie in de afgelopen jaren en het cirkeldiagram gaat over de melkverwerking in 2016.
- Hoeveel kilogram melk was er in 2016 beschikbaar?
 - Bereken hoeveel miljard kilogram melk werd gebruikt om kaas te maken.
 - Hoeveel kilogram melk werd gebruikt voor boter en boterolie?

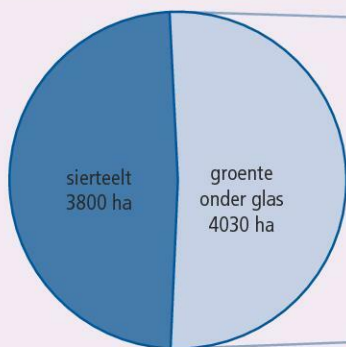


- 17 De bevolkingspiramide is van de gemeente Westland.
- Leg uit dat de leeftijdsklasse 0 – 4 jaar 5,3% groot is.
 - Laat met een berekening zien dat de gemeente Westland iets minder dan 100 000 inwoners telde. Gebruik ook de tabel.
 - Bereken het aantal inwoners in de modale klasse bij de vrouwen.

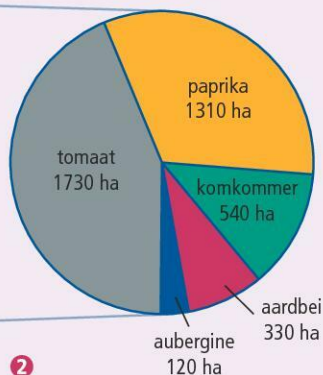
leeftijds- klasse	aantal mannen	aantal vrouwen
0 – 4 jaar	2793	2526
> 94 jaar	25	105

Uitdagende route → maak opdracht U3

Ondersteunende opdrachten



1



2

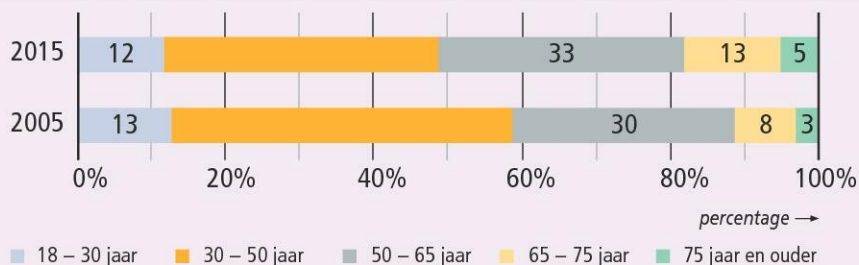
014 In cirkeldiagram 1 is aangegeven hoeveel hectare in Nederland gebruikt wordt voor glastuinbouw.

Cirkeldiagram 2 gaat over de samenstelling van de oppervlakte van sector 'groente onder glas'.

- Bereken hoeveel hectare gebruikt werd voor sierteelt en glasgroente samen. Gebruik cirkeldiagram 1.
- Hoeveel hectare werd gebruikt voor tomatenteelt? Kijk in het tweede cirkeldiagram.
- Hoeveel procent van de oppervlakte van de totale glastuinbouw wordt gebruikt voor het telen van komkommers? Gebruik de verhoudingstabel en het antwoord van opdracht a.

hectare	...	1	540
procenten	100		...

Uitdagende opdrachten



- U3** Het stapeldiagram gaat over het totaal aantal kilometers gereden door bestuurders van personenauto's in 2005 en 2015 in Nederland. In 2005 ging het om totaal 97 miljard kilometer. De groep automobilisten van personenauto's van 30 tot en met 50 jaar reed in 2005 evenveel kilometers als in 2015. Bereken hoeveel miljard kilometer in 2015 werd gereden.

6.4 Spreidingsbreedte en mediaan

Je leert

- de spreidingsbreedte berekenen
- de mediaan berekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 18—19—20—021—022—23—24
- doorlopend: 18—19—20—21—22—23—24
- uitdagend: 18—19—21—22—24—U4—U5

maand	jan	feb	mrt	apr	mei	jun	jul	aug	sep	okt	nov	dec
Brest	6	6	8	9	12	15	16	17	16	13	9	8
New York	0	1	4	10	15	20	24	23	19	14	8	2

18 In de tabel staan de gemiddelde maandtemperaturen in graden Celsius in de steden Brest en New York.

- Bereken voor beide steden het verschil tussen de laagste en de hoogste gemiddelde maandtemperatuur.
- Bereken voor beide plaatsen het gemiddelde van de twaalf gemiddelde maandtemperaturen.
- Ivo zegt: 'Het in opdracht b berekende gemiddelde geeft een aardig beeld voor de temperatuur in Brest, maar niet voor New York.' Ben jij het met Ivo eens? Licht je antwoord toe.

Theorie

De **spreidingsbreedte** is het verschil tussen het grootste en het kleinste waarnemingsgetal.

Voorbeeld 1

Bereken de spreidingsbreedte van de volgende getallen.

4, 4, 6, 7, 7, 9, 9, 13, 16, 16

De spreidingsbreedte is $16 - 4 = 12$.

Voorbeeld 2

Bereken de spreidingsbreedte van de waarnemingen in de tabel.

leeftijd in jaren	13	14	15	16	17
frequentie	2	12	16	11	11

De spreidingsbreedte is $17 - 13 = 4$ jaar.

19 Van 25 leerlingen uit klas 3D zijn de gewichten in kilogrammen gegeven.

- Bereken de spreidingsbreedte.
- Bereken het gemiddelde van deze gewichten.
- Er komen drie nieuwe leerlingen in klas 3D. Hun gewichten zijn 40 kg, 60 kg en 78 kg. Welk getal verandert hierdoor, de spreidingsbreedte, het gemiddelde of beide? Leg je antwoord uit.

gewichten in kg

48 46 48 49 49 49 50
52 54 54 55 55 56 57
57 57 57 58 59 60 60
61 61 70 68

- 20** Elf leerlingen maken een toets met 50 vragen. Van elke leerling is het aantal fouten opgeschreven.

247

- Bepaal de **modus**, de spreidingsbreedte en het gemiddelde.
- Vind je de toets goed of slecht gemaakt door dit groepje leerlingen? Gebruik de woorden modus en gemiddelde.
- Schrijf het middelste getal van de rij getallen op.
- Waarom geeft dit getal beter aan hoe de toets gemaakt is?

Aantal fouten in de toets:

0	0	1	2	2	3	3
4	4	5	42			

Theorie

Van een rij waarnemingen, die op volgorde van klein naar groot staat, heet de middelste waarneming de **mediaan**.

In een rij met een even aantal waarnemingen is er geen middelste waarneming. In zo'n geval is de mediaan het gemiddelde van de middelste twee waarnemingen.

Om de mediaan te vinden, moet je de waarnemingen altijd eerst op volgorde van grootte zetten.

Voorbeeld 1

Geef de mediaan van de rij getallen:

1 3 5 9 3 8 7

Zet de rij getallen op volgorde van grootte:

1 3 3 5 7 8 9

De mediaan is 5.

Voorbeeld 2

Bereken de mediaan van deze acht getallen:

2 2 3 6 7 8 9 9

De getallen staan op volgorde van grootte.

De rij bestaat uit een even aantal getallen, dus je hebt de twee middelste getallen nodig.

De mediaan is $(6 + 7) : 2 = 6,5$.

Ondersteunende route → maak opdracht 021

- 21** Bepaal de mediaan bij de volgende rijen getallen.

a 2 2 5 5 7 7 7 9 10 12

b 1 7 8 40 12 16 11

Ondersteunende route → maak opdracht 022

- 22** De gemeten snelheden bij een snelheidscontrole zijn in een steelbladdiagram verwerkt.

- Bereken de spreidingsbreedte.
- Welke snelheid is de modus?
- Bereken de mediaan.
- In de krant stond de volgende dag dat meer dan een kwart van de automobilisten harder dan de toegestane snelheid van 120 km/u reed. Laat met een berekening zien of dit klopt.

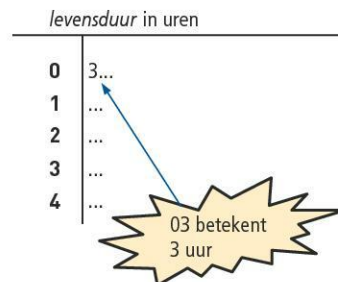
snelheid in kilometers per uur

7	5	8			
8	3	7	9		
9	0	0	4	6	
10	1	5	5	7	8
11	2	2	2	4	6
12	0	3	3	7	
13	3	5			
14	2				

- 23** Een onderzoeker heeft 20 batterijen getest op de levensduur in uren. De resultaten staan op het kladblaadje.

3 7 37 18 34 4 42
 33 34 6 37 42 29 39
 40 35 41 6 40 6

- Verwerk deze resultaten in een steelbladdiagram. Zet daarbij de getallen per blad op volgorde van grootte.
- Bepaal de spreidingsbreedte, het gemiddelde, de mediaan en de modus.
- Hoeveel batterijen hebben een levensduur die korter is dan het gemiddelde?
- En bij hoeveel is de levensduur korter dan de mediaan?
- Welke van de vier getallen van opdracht b geeft het beste de levensduur van een batterij aan? Leg je antwoord uit.



- 24** De uitslag van de Kangoeroewedstrijd in klas 3A staat in een frequentietabel.
- Welk aantal punten is de modus?
 - Bereken de spreidingsbreedte.
 - Bereken de mediaan.
 - Bereken het **gemiddeld** aantal punten. Rond je antwoord af op één decimaal.
 - Van hoeveel leerlingen wijkt het aantal punten meer dan 15% af van het gemiddelde?

aantal punten	frequentie
66	2
70	9
75	7
76	3
88	4
103	2
111	1

Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

247

Ondersteunende opdrachten

- 021**
- Zet de waarnemingen van rij A op volgorde.
 - De hoeveelste waarneming is de middelste bij rij A?
 - Bepaal de mediaan van rij A.
 - Zet de waarnemingen van rij B op volgorde.
 - Er is een even aantal waarnemingen. Kleur de middelste twee waarnemingen rood.
 - Bereken de mediaan van rij B.

Rij A

12 12 18 9 7 11 13 17 20

Rij B

13 14 15 11 10 8 12 7 19 21

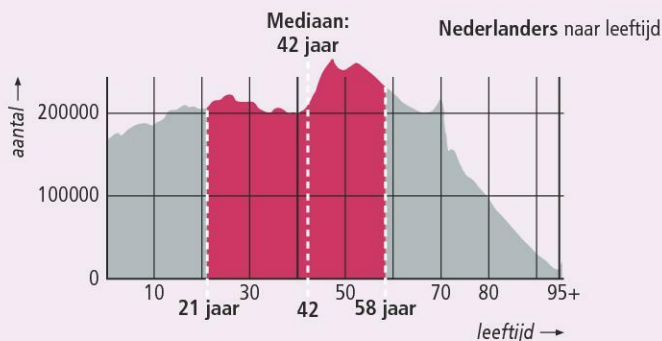
- 022**
- De gewichten van de spelers van een rugbyteam zijn in een steelbladdiagram gezet.
- Hoeveel kilogram weegt de lichtste speler?
 - En hoeveel kilogram weegt de zwaarste speler?
 - Bereken de spreidingsbreedte.
 - Welk gewicht is de modus?
 - Er zijn 22 spelers gewogen. De mediaan is het gemiddelde van de twee middelste gewichten. Laat zien dat de mediaan 96 kg is.

gewicht in kilogrammen

6	7	9		
7	3	8	9	
8	0	1	6	
9	1	3	5	7
10	0	2	2	2
11	1	3	7	
12	3	4		
13	2			

Uitdagende opdrachten

- U4**
- Een groep van acht leerlingen heeft een toets gemaakt. Het cijfer voor de toets is een geheel getal. De mediaan van de acht cijfers was 6,5, de modus 6 en het gemiddelde 6,75. Nadat de twee zieke leerlingen de toets hebben ingehaald is de modus 6, de mediaan 7 en het gemiddelde 7. Welke cijfers kunnen de twee leerlingen hebben gehaald?



- U5**
- In december 2017 telde Nederland 17 080 900 inwoners. Waarom kun je met het diagram niet berekenen hoeveel van deze Nederlanders jonger waren dan 42 jaar?

6.5 Kwartielen

Je leert

- het eerste en derde kwartiel berekenen

Leerroutes

- ondersteunend: 25—26—027—28—029—30—31—32—33
- doorlopend: 25—26—27—28—29—30—31—32—33
- uitdagend: 26—27—29—30—31—32—33—U6—U7

- 25** Tamara heeft een week lang elke dag bijgehouden hoeveel minuten ze met haar hond gelopen heeft.

15 25 30 40 10 45 30

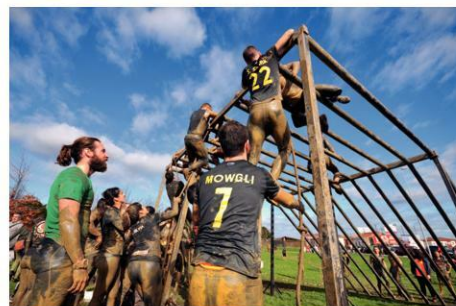
- Hoeveel minuten heeft Tamara gemiddeld per dag met haar hond gelopen?
- Schrijf de modus op.
- Volgens Tamara is de mediaan 40 minuten. Leg uit welke fout ze maakt.
- Bereken de mediaan.

- 26** Aan een survivalrun doen twintig deelnemers mee. De tijd van de deelnemers wordt in seconden opgeschreven.

25, 30, 31, 34, 35, 37, 37, 38, 40, 40

41, 41, 43, 43, 44, 45, 45, 45, 46, 46

- Hoeveel seconden is de spreidingsbreedte?
- Hoe groot is de mediaan?
- Laat met een berekening zien dat van de eerste helft van de tijden de mediaan 36 seconden is.
- Laat ook met een berekening zien dat, van de tweede helft van de tijden, de mediaan 44,5 seconden is.



Theorie

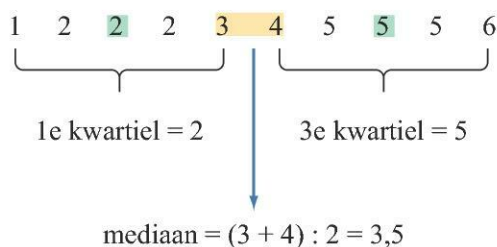
De mediaan verdeelt een rij waarnemingsgetallen, die op volgorde van grootte staan, in twee delen. Elk deel bestaat uit 50% van de waarnemingen. De mediaan van de eerste helft heet **1e kwartiel**.

De mediaan van de tweede helft heet **3e kwartiel**.

Het 1e kwartiel, de mediaan en het 3e kwartiel verdelen een rij waarnemingsgetallen in vier groepen van elk 25% van de waarnemingen.

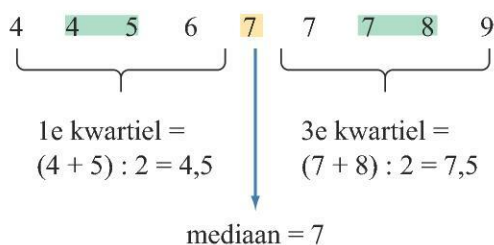
Voorbeeld 1

Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel van de rij getallen.



Voorbeeld 2

Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel van de rij getallen.



Ondersteunende route → maak opdracht 027

- 27** Bereken bij elke rij de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.

a 3 3 4 6 6 7 7 8 9 11

b 48 21 54 34 22 22 52 26 45 46 34 46 50 50 52 25

Aanpak

Hoe bereken je de kwartielen?

- 1 Bereken de mediaan.
- 2 Verdeel de waarnemingen in twee even grote groepen.
Laat hiervoor bij een oneven aantal waarnemingen de mediaan weg.
- 3 Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.

Voorbeeld 1

Bereken de kwartielen van de rij getallen:

2 3 4 4 6 6 8 8 9 10 11 12

- 1 De mediaan is $(6 + 8) : 2 = 7$.

2 2 3 4 4 6 6 8 8 9 10 11 12

- 3 Het 1e kwartiel is $(4 + 4) : 2 = 4$. Het 3e kwartiel is $(9 + 10) : 2 = 9,5$.

Voorbeeld 2

Bereken de kwartielen.

gewicht in kilogrammen

3	8	8	9
4	0	1	1
5	2	3	4

- 1 De mediaan is 41 kg.

2 38 38 39 40 41 41 44 52 53 54 54

- 3 Het 1e kwartiel is 39 kg. Het 3e kwartiel is 53 kg.

- 28** Bij een groep mensen horen de volgende leeftijden in jaren.

31 72 48 14 21 20 18 27 45 64 69

- a Bereken de mediaan van deze leeftijden.
- b Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.

Ondersteunende route → maak opdracht 029

- 29** In het steelbladdiagram staan gemeten sneeuwhoogten. Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.

sneeuwhoogte in centimeters

1	1	3	8		
2	3	3	8	9	9
3	0	1	2	6	
4	4	8			
5	5	6			

- 30** Van vijftien voetballers van een voetbalteam is de lengte gemeten. De resultaten staan in een steelbladdiagram.
- Bereken de spreidingsbreedte.
 - Bereken het 1e en het 3e kwartiel.
 - Hoeveel procent van de waarnemingen is groter dan het 3e kwartiel?

lengte in cm

14	9	9	9		
15	0	2	3	6	9
16	2	4	5	7	8
17	3	5			



- 31** Van drie merken LED-lampen is getest na hoeveel branduren de lampen kapot gingen.
- Bereken van alle drie merken de kwartielen.
 - Bij alle drie merken staat op de verpakking dat de lampen 20 000 branduren meegaan. Bij welk merk liggen de kwartielen het dichtst bij 20 000 branduren?
 - Welk merk vind jij het meest betrouwbaar? Leg je antwoord uit.
 - Bereken van alle drie merken het gemiddelde.
 - Is de keuze die je bij opdracht c maakte nog steeds de beste keuze? Leg je antwoord uit.

LEDlicht	BrightLicht	Twinkellicht
10 000	16 000	4000
12 000	17 000	8000
16 000	18 000	9000
17 000	20 000	13 000
20 000	20 000	17 000
25 000	22 000	21 000
26 000	25 000	24 000
27 000	26 000	31 000
34 000	28 000	35 000

- 32** In een wijk werd het aantal kinderen per gezin geteld. De resultaten staan in een frequentietabel.
- Welk aantal kinderen per gezin is de modus?
 - Bereken het gemiddeld aantal kinderen per gezin.
 - Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.
 - Er komt één gezin bij. Welke getallen gaan in elk geval veranderen? Kies uit modus, mediaan, 1e kwartiel, 3e kwartiel en gemiddelde.

<i>aantal kinderen</i>	<i>frequentie</i>
0	15
1	19
2	16
3	10
4	5
5	2
6	1

Uitdagende route → maak opdracht U6 en U7

Ondersteunende opdrachten

12

12

13

14

18

18

19

22

- 027** a Kleur de middelste twee getallen en bereken de mediaan.
W b Verdeel de rij getallen in twee even grote groepen.
 c Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.
 d Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel van de volgende rij getallen:
 12 3 4 9 3 8 3 5 5 6 6 7 8 12

- 029** In dit steelbladdiagram staan 15 waarnemingen. De laagste waarneming is een regenval van 1 mm.
W a Kleur het middelste getal geel.
 b Bepaal de mediaan.
 c Het 1e kwartiel is de middelste waarneming van de eerste zeven waarnemingen. Bepaal het 1e kwartiel.
 d Bepaal ook het 3e kwartiel. Dit is de middelste waarneming van de tweede helft.

regenval in millimeters

0	1	2	7	9	
1	0	1	6	8	9
2	0	1	2	6	
3	3	4			

Uitdagende opdrachten



- U6** Je ziet hier het aantal online aankopen van Pim van het afgelopen jaar. Bereken het verschil tussen de mediaan en het gemiddelde.
- U7** Alle 20 leerlingen van een klas hebben een toets gemaakt. De laagste score is 23 punten. De spreidingsbreedte is 15 punten, de mediaan 28 punten, het 1e kwartiel 25 punten en het 3e kwartiel 34 punten. Laat zien dat het gemiddelde van de twintig scores minimaal 28,25 punten is.



In de volgende opdrachten ga je aan de slag met het houden van een peiling. Een peiling is een vorm van onderzoek waarbij je gegevens verzamelt door het stellen van vragen aan een groep mensen.

Je moet wel goede vragen stellen, anders krijg je antwoorden die niet betrouwbaar zijn. De antwoorden ga je verwerken en je probeert hieruit één of meer conclusies te trekken.

Wij willen voor school onderzoeken hoe leerlingen denken over huiswerk.
Wil je de volgende vragen beantwoorden?

1. Hoe heet je?
2. Ben je een jongen of een meisje?
3. Krijg je veel huiswerk op?
4. Heb jij ook een hekel aan huiswerk maken?
5. Hoeveel keer per week maak je je huiswerk niet?

Bedankt voor je medewerking.

- D1**
- a** Een groep leerlingen heeft de vragenlijst hierboven bedacht. Welk doel hebben deze leerlingen?
 - b** Waarom is het belangrijk vraag 2 te stellen?
 - c** Welke vraag is voor het onderzoek niet interessant?
 - d** Waarom is ‘veel huiswerk’ niet voor iedereen hetzelfde?
 - e** In vraag 4 is de mening van de vragensteller verwerkt. Welke mening is dat?

Het maken van een goede vragenlijst vraagt aandacht. Zo vraag je niet naar de naam en moet je voorkomen dat je sturende vragen stelt. Zo heeft niet iedereen hetzelfde gevoel bij ‘veel’ huiswerk in de sturende vraag ‘Krijg je veel huiswerk op?’. Een meer neutrale vraag zou zijn: ‘Hoeveel uren per week besteed je aan huiswerk?’

- D2**
- Verander de volgende sturende vragen zo dat ze niet meer sturend zijn.
- 1** Ben jij ook zo’n aardig kind dat altijd zijn broertje of zusje helpt bij het maken van huiswerk?
 - 2** Mag jij ook van je ouders thuisblijven als je een werkstuk niet op tijd af hebt gekregen?
 - 3** Moet er niet iets gedaan worden aan de hoeveelheid proefwerken?



In een vragenlijst kunnen verschillende soorten vragen voorkomen, bijvoorbeeld een open vraag waarvan het antwoord een getal is. Je kunt ook meerkeuzevragen gebruiken, waarbij je één antwoord of meer dan één antwoord kunt aangeven. Zorg ervoor dat de vragen kort en bondig zijn, niet sturend en dat je de antwoorden kunt verwerken in diagrammen en/of tabellen.

Voorbeeld

Wij doen een onderzoek naar het gebruik van sociale media.

Wil je alle vragen beantwoorden?

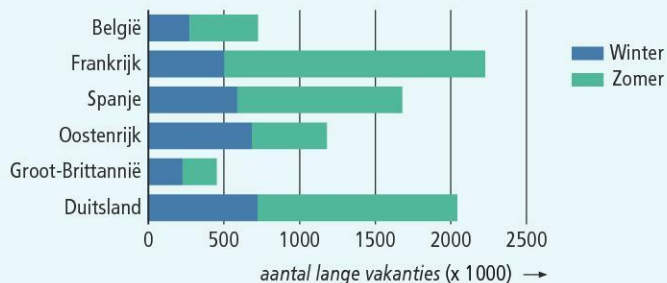
- 1 Kruis aan: ☐ Jongen ☐ Meisje
- 2 Welke sociale media gebruik jij? Je mag meerdere antwoorden aankruisen.
☐ WhatsApp ☐ Instagram ☐ YouTube ☐ Snapchat ☐ anders, nl.
- 3 Welke sociale media gebruik jij het meest? Kruis één antwoord aan.
☐ WhatsApp ☐ Instagram ☐ YouTube ☐ Snapchat ☐ anders, nl.
- 4 Hoeveel uren besteed jij per dag aan sociale media? uur.

- D3
 - a Verdeel de klas in groepen van drie of vier leerlingen.
 - b Kies met je groep een onderwerp voor de peiling. Maak een keuze uit: huiswerk, vrienden, vrije tijd, gebruik van je mobiel, werk (baantje), vakanties, sport.
- D4
 - a Maak een vragenlijst met zeven vragen. Begin met de vraag uit het voorbeeld. Gebruik verschillende vraagvormen.
 - b Maak een blad met zeven vragen. Zorg voor een inleiding op jullie onderwerp en bedank de invuller voor zijn medewerking.
 - c Maak kopieën van jullie blad en laat ze door alle klasgenoten invullen.
- D5 Verwerk de antwoorden in verschillende diagrammen en/of tabellen. Laat bij minimaal twee vragen zien hoe jongens en hoe meisjes hebben geantwoord. Alle tekeningen kun je zelf maken of maak gebruik van een programma zoals Excel of Geogebra. Maak van de diagrammen en berekeningen een poster of een digitale presentatie.
- D6 Trek conclusies uit de resultaten en presenteer de resultaten van jullie peiling. Laat de diagrammen en berekeningen zien. Geef antwoord op de vraag van het onderzoek.

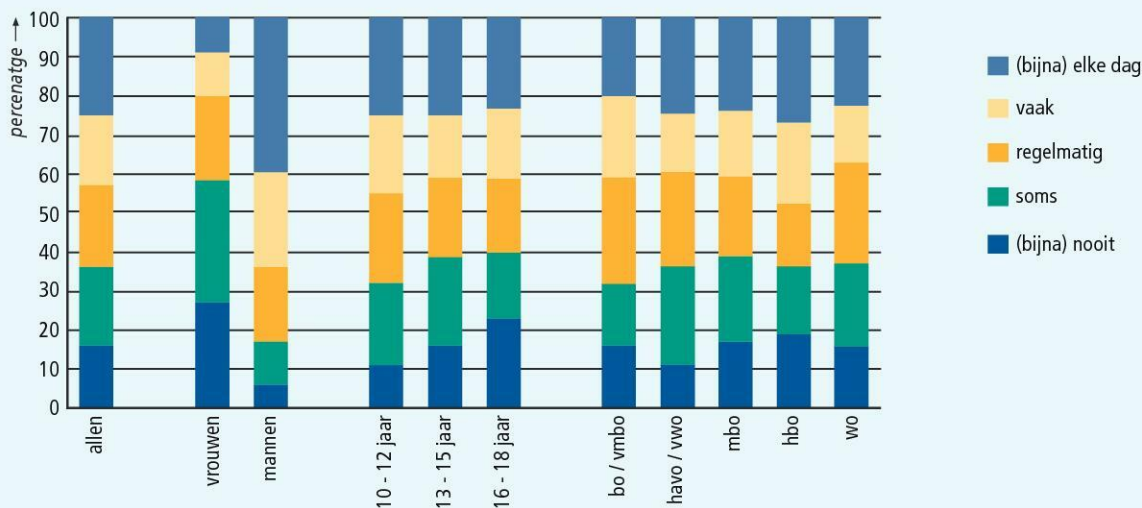


Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt werken met stapeldiagrammen.



- T1** Het stapeldiagram gaat over het aantal lange vakanties naar het buitenland.
- Hoeveel lange vakanties zijn er in de zomer naar Frankrijk?
 - Hoeveel lange vakanties zijn er in de winter naar België?
 - Bereken het verschil in het aantal lange vakanties in de zomer naar Frankrijk en naar Duitsland.



- T2** Het stapeldiagram gaat over gamen onder 10 tot en met 18-jarigen.
- Hoeveel procent van de groep 16 – 18 jaar gamet vaak?
 - Hoeveel procent van de jongeren op het mbo gamet soms?
 - Toon aan dat de conclusie ‘Mannen gamen vaker dan vrouwen.’ een juiste conclusie is.
 - De groep 10 – 12 jaar telt 575 000 jongeren.
Bereken hoeveel jongeren uit deze groep ‘vaak’ of ‘bijna elke dag’ gamen.

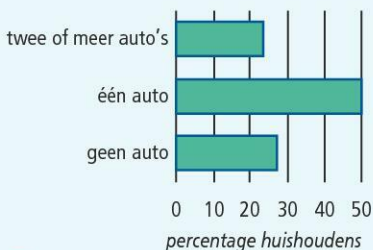
Je kunt bepalen of een schatting betrouwbaar is.

- T3** In de tabel zie je de leerlingen aantallen van een school. De cijfers gaan over de periode 2005 – 2017.

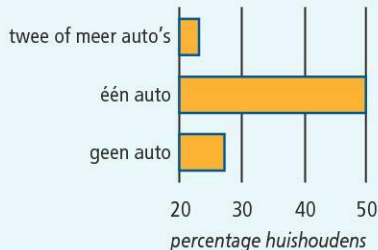
jaar	2005	2006	2007	2013	2015	2017
aantal	265	412	565	1023	1333	1450

- Teken een lijndiagram bij de tabel. Gebruik op de verticale as een stapgrootte van 200.
- Schat het aantal leerlingen in 2010.
- De directie verwacht dat de school tot en met 2021 net zo snel groeit als tussen 2007 en 2013. Hoeveel leerlingen verwacht men dan in 2021? Leg je antwoord uit.
- Leg uit of de schattingen in opdracht b en c betrouwbaar zijn.

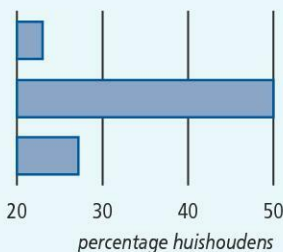
Je kunt bepalen of een diagram misleidend is.



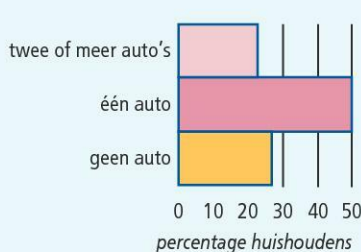
A



C



B

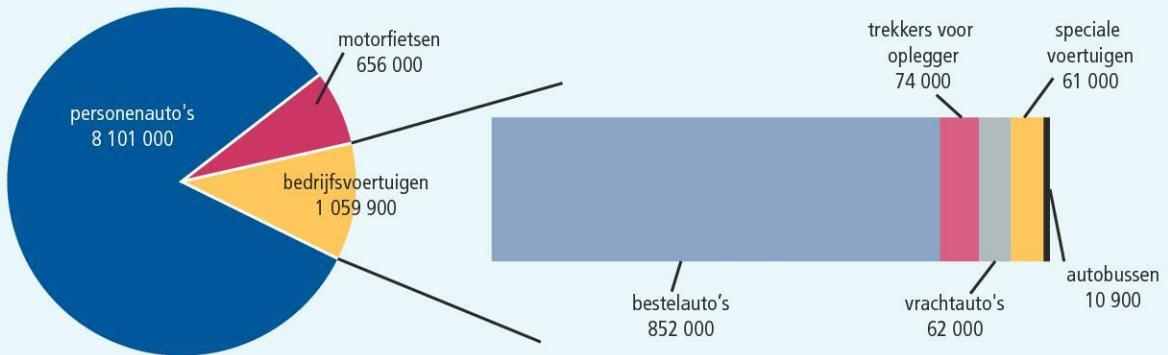


D

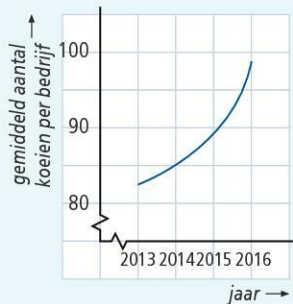
- T4** De staafdiagrammen gaan over het aantal auto's per huishouden. Schrijf van elk diagram op of deze wel of niet misleidend is. Licht je antwoorden toe.

Je kunt gegevens uit meerdere diagrammen en /of tabellen combineren.

Motorvoertuigen, 1 jan 2016



- T5** Het cirkeldiagram gaat over het totale motorvoertuigenpark op 1 januari 2016.
 Het staafdiagram gaat over de bedrijfsvoertuigen uit het cirkeldiagram.
- Bereken het totaal aantal motorvoertuigen op 1 januari 2016.
 - Laat met een berekening zien dat het percentage bestelauto's minder dan 9% van het totaal aantal motorvoertuigen is.
 - Hoeveel procent van alle bedrijfsvoertuigen zijn autobussen?
 - In 2016 is het aantal motorfietsen 5% meer dan het jaar ervoor. Bereken het aantal motorfietsen op 1 januari 2015.



jaar	aantal bedrijven met koeien
2013	18 665
2014	18 581
2015	18 265
2016	17 909

- T6** Het lijndiagram gaat over het gemiddeld aantal koeien per bedrijf in Nederland.
 De tabel gaat over het aantal bedrijven met koeien in Nederland.
- Hoeveel koeien waren er in 2013 gemiddeld per bedrijf?
 - Bereken het aantal koeien in 2014.
 - Laat met een berekening zien dat Nederland in 2016 meer koeien telde dan in 2015.

Je kunt de spreidingsbreedte berekenen en je kunt de mediaan berekenen.

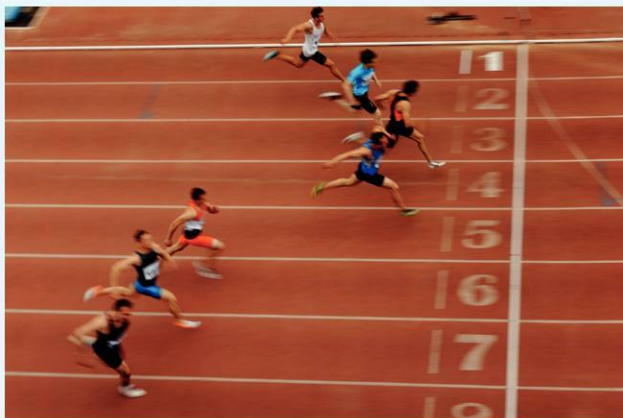
49 53 56 56 60 61 65 66 66 67
68 70 70 70 70 73 73 75 76 76

- T7** Twintig baby's van een half jaar oud zijn gemeten. Je ziet hun lengten in centimeters.
- Welke lengte is de modus?
 - Bereken het gemiddelde van deze lengten.
 - Bereken de spreidingsbreedte.
 - Bereken de mediaan.
 - Er wordt nog een baby gemeten. De lengte van deze baby verandert het gemiddelde niet. Veranderen hierdoor wel de mediaan en de modus? Leg je antwoord uit.



Je kunt het eerste kwartiel en derde kwartiel berekenen.

- T8** Bereken van de volgende rijen de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.
- 4 4 5 7 7 8 8 9 10 10
 - 24 47 51 35 57 59 47 56 68 64 60 31 56



- T9** Van 25 atleten staat de tijd op de 400 meter in hele seconden in een steelbladdiagram.
- Bepaal de mediaan.
 - Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.
 - Maak een frequentietabel bij een klassenindeling. Neem 45 – 50 seconden als laagste klasse.
 - In welke klasse ligt de mediaan?

400 m tijd in hele seconden

4	6	7	7	8	8	9	9	
5	0	0	1	3	4	5	5	8
6	0	0	1	1	1	2	3	5
7	0	0						

Vaardigheid

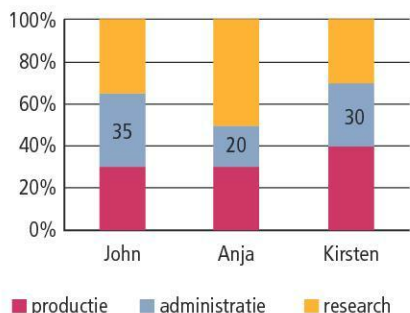
Je kunt werken met stapeldiagrammen.

Vaak worden meerdere gegevens in één staaf van een staafdiagram geplaatst. Je krijgt dan een stapeldiagram.

Stapeldiagrammen kunnen horizontaal en verticaal getekend worden.

Voorbeeld 1

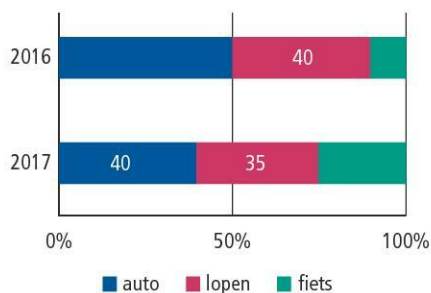
Wie van de collega's besteedt relatief de meeste tijd aan administratief werk?



Bij John is het paarse gedeelte het grootst, dus John besteedt procentueel de meeste tijd aan administratief werk.

Voorbeeld 2

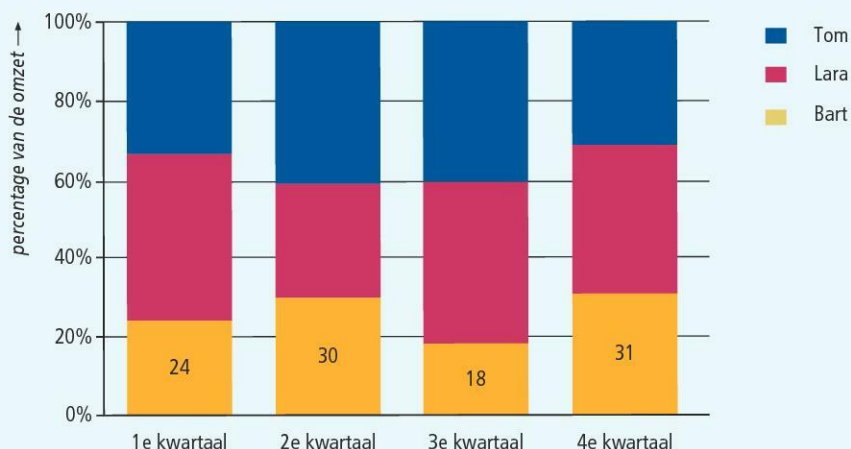
Hoeveel procent van de werknemers ging in 2017 op de fiets naar het werk?



$$100\% - 40\% - 35\% = 25\%$$

Dus 25% van de werknemers ging in 2017 op de fiets naar het werk.

- E1**
- Bekijk het stapeldiagram uit voorbeeld 1.
Hoeveel procent van haar tijd besteedt Anja aan research?
 - John en Kirsten werken 40 uur per week.
Hoeveel uren besteedt Kirsten minder aan administratie dan John?
- E2**
- Gebruik het stapeldiagram uit voorbeeld 2.
- In 2016 telde het bedrijf 530 werknemers. In 2017 had dit bedrijf 560 werknemers.
- Hoeveel werknemers gingen in 2016 op de fiets naar hun werk?
 - In 2016 gingen meer werknemers lopend naar hun werk dan in 2017.
Bereken het verschil in aantal werknemers dat lopend naar het werk ging.



- E3** In het stapeldiagram zie je per kwartaal hoeveel procent van de omzet door elke verkoper behaald is.
- Wie heeft in het eerste kwartaal de meeste omzet behaald?
 - In het derde kwartaal was de totale omzet € 340.000,-.
Bereken hoeveel omzet Lara in het derde kwartaal heeft behaald.
 - De totale jaaromzet is 1,2 miljoen euro.
Waarom kun je niet uitrekenen hoeveel euro van deze jaaromzet door Tom is behaald?

Vaardigheid

Je kunt bepalen of een schatting betrouwbaar is

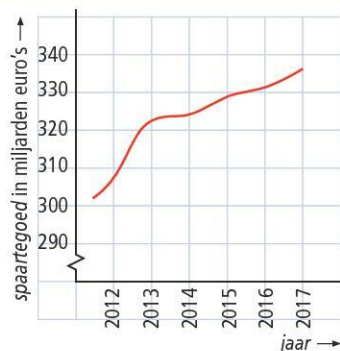
In een tabel kun je precieze waarden aflezen. Met een lijndiagram kun je soms een schatting geven van tussenliggende waarden die niet in de tabel staan. Als het verloop in een lijndiagram regelmatig is, kun je een schatting maken die betrouwbaar is.

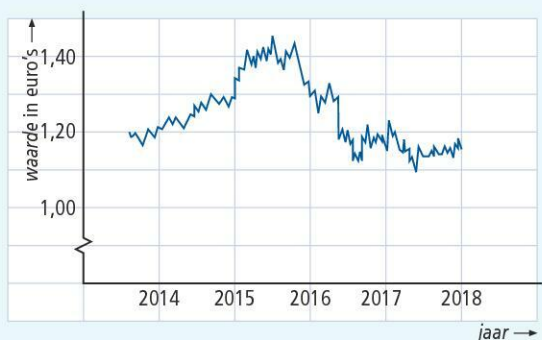
Voorbeeld

In dit lijndiagram is het totale spaartegoed van alle Nederlanders bij elkaar weergegeven. Kun je een betrouwbare schatting van het spaartegoed in 2019 geven?

De grafiek is de laatste jaren regelmatig. Je kunt verwachten dat in 2019 het tegoed weer iets toeneemt.

In 2019 zal het tegoed ongeveer 343 miljard euro zijn.





- E4** In dit diagram is de waarde in euro's van één Britse pond weergegeven. Leg uit of je een betrouwbare schatting van de waarde in euro's van 1 Britse pond in 2019 kunt geven.

jaar	1990	1995	2000	2005	2010	2015	2017
aantal inwoners in miljoenen	9,97	10,10	10,25	10,48	10,90	11,27	11,44

- E5** In de tabel zie je de groei van de bevolking van België van 1990 tot 2017.
- Laat zien dat in de periode 2000 – 2017 het aantal inwoners van België met 1 190 000 toeneemt.
 - Bereken met hoeveel procent de bevolking van België in de periode 1990 – 2017 is gegroeid.
 - Teken een lijndiagram bij de tabel.
 - Geef een schatting van het aantal inwoners in 2013.
 - Waarom kan dit een betrouwbare schatting zijn?

Vaardigheid

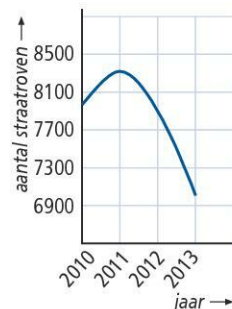
Je kunt bepalen of een diagram misleidend is.

Een diagram kan misleidend zijn. Door bijvoorbeeld een verticale as foutief in te delen, kun je de suggestie wekken dat een stijging veel sneller of een daling veel langzamer gaat.

Voorbeeld

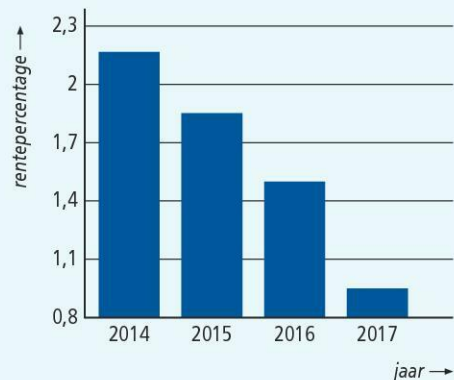
In een verkiezingscampagne gebruikte een politieke partij dit lijndiagram. Het gaat over het aantal straatroven in Nederland. Waarom is deze grafiek misleidend?

Op de verticale as is geen zaagtand gebruikt. Hierdoor lijkt het alsof het aantal straatroven na 2011 erg snel daalt.



E6 Het staafdiagram gaat over de hoogste rentepercentage op spaargeld.

- Welke fout is er bij dit staafdiagram gemaakt?
- Waarom maakt iemand het staafdiagram op deze manier?



Vaardigheid

Je kunt gegevens uit meerdere diagrammen en/of tabellen combineren.

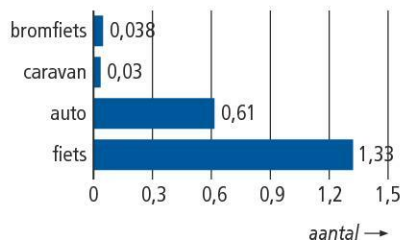
Soms staan in opdrachten meerdere tabellen en/of diagrammen.

Kijk goed welke tabel of diagram je moet gebruiken voor het beantwoorden van de vraag. Soms moet je ze zelfs combineren.

Voorbeeld

jaar	2015	2016	2017
aantal inwoners in Nederland in miljoenen	16,94	17,02	17,20

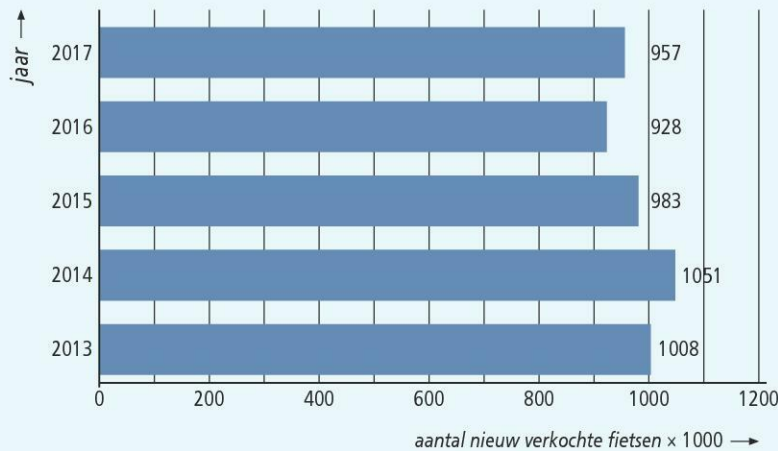
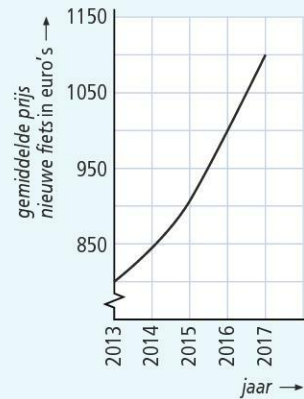
In de tabel staat het aantal Nederlanders. Het staafdiagram toont het gemiddeld aantal vervoermiddelen per Nederlander. Bereken hoeveel fietsen er in 2016 in Nederland waren.



In de tabel kun je aflezen dat Nederland 17,02 miljoen inwoners had in 2016. Uit het staafdiagram kun je aflezen dat in 2016 elke Nederlander gemiddeld 1,33 fietsen had. $17,02 \text{ miljoen} \times 1,33 \approx 22,64 \text{ miljoen}$, dus Nederland telde in 2016 ongeveer 22,64 miljoen fietsen.

E7 Gebruik de gegevens uit het voorbeeld.

- Bereken het aantal caravans in 2016 in Nederland.
- Bereken ook het aantal auto's.



- E8** Je ziet hier het aantal verkochte fietsen en de gemiddelde prijs van een fiets van 2013 tot en met 2017.
- Hoeveel nieuwe fietsen zijn er in 2014 verkocht?
 - Schrijf de gemiddelde prijs van een nieuwe fiets in 2014 op.
 - Hoeveel euro is er in 2014 aan nieuwe fietsen besteed?
 - Is er in 2013 voor meer of minder geld aan nieuwe fietsen besteed dan in 2016?

Vaardigheid

Je kunt de spreidingsbreedte berekenen.

De spreidingsbreedte is het verschil tussen het grootste en het kleinste waarnemingsgetal.

Voorbeeld 1

Bereken de spreidingsbreedte van de volgende getallen.

4, 4, 6, 7, 7, 9, 9, 13, 16, 16

De spreidingsbreedte is $16 - 4 = 12$.

Voorbeeld 2

Bereken de spreidingsbreedte.

<i>leeftijd in jaren</i>	13	14	15	16	17
<i>frequentie</i>	2	12	16	11	11

De spreidingsbreedte is $17 - 13 = 4$ jaar.

<i>tijd in minuten</i>	10	20	30	40
<i>hoogte in meters</i>	550	630	740	860

- E9** Bereken de spreidingsbreedte van de waarnemingsgetallen uit de tabel.

Je kunt een mediaan berekenen en je kunt het eerste en derde kwartiel berekenen.

Van een rij getallen, die op volgorde van klein naar groot staat, heet het middelste getal de mediaan.

In een rij met een even aantal waarnemingen is er geen middelste waarneming. In zo'n geval is de mediaan het gemiddelde van de middelste twee waarnemingen.

Om de mediaan te vinden, moet je de waarnemingen altijd eerst op volgorde van grootte zetten.

De mediaan verdeelt een rij waarnemingsgetallen, die op volgorde van grootte staan, in twee delen. Elk deel bestaat uit 50% van de waarnemingen.

De mediaan van de eerste helft heet 1e kwartiel. De mediaan van de tweede helft heet 3e kwartiel.

Het 1e kwartiel, de mediaan en het 3e kwartiel verdelen een rij waarnemingsgetallen in vier groepen van elk 25% van de waarnemingen.

Hoe bereken je de kwartielen?

- 1 Bereken de mediaan.
- 2 Verdeel de waarnemingen in twee even grote groepen.
Laat hiervoor bij een oneven aantal waarnemingen de mediaan weg.
- 3 Bereken het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.

Voorbeeld 1

Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel van de rij getallen.

7 1 2 3 5 6 6 4 3

- 1 Eerst op volgorde zetten.

1 2 2 3 3 4 5 6 6 7

De mediaan is $(3 + 4) : 2 = 3,5$.

2

3 1e kwartiel = 2 3e kwartiel = 6

Voorbeeld 2

Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel van de rij getallen.

4 4 5 6 7 7 7 8 9

- 1 De getallen staan op volgorde.

4 4 5 6 7 7 7 8 9

De mediaan is 7.

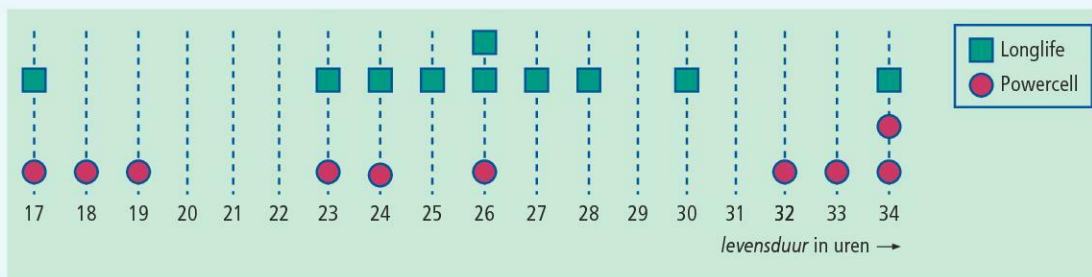
2

3 1e kwartiel = $(4 + 5) : 2 = 4,5$ 3e kwartiel = $(7 + 8) : 2 = 7,5$

E10 Bereken de mediaan, het 1e kwartiel en 3e kwartiel van de rijen waarnemingen.

a 5, 7, 2, 4, 12, 4, 5, 7, 9, 6, 3

b 4, 2, 5, 4, 3, 7, 6, 9, 2, 2, 1, 1

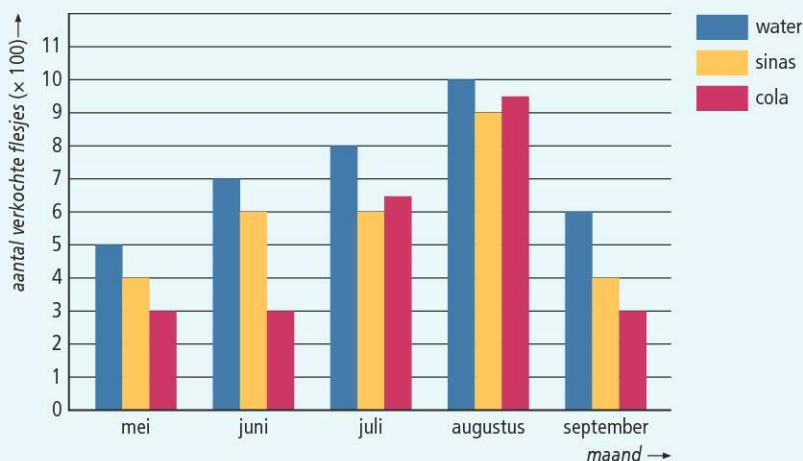


- G1** Bij een consumententest wordt van twee soorten batterijen, Longlife en Powercell, de levensduur in uren gemeten. De resultaten van het onderzoek zie je in het diagram.
- Van beide merken van tien batterijen is de levensduur gemeten.
Hoe kun je dat in het diagram aflezen?
 - Drie batterijen hebben een levensduur van 26 uur.
Hoeveel daarvan zijn van het merk Longlife?
 - Hoeveel batterijen hebben een langere levensduur dan 29 uur?
 - Bereken van elk type batterij de gemiddelde levensduur.



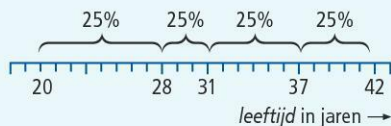
<i>hartslag voor wedstrijd</i>		<i>hartslag na wedstrijd</i>
8 3 2	5	9
6 6 4 1 0	6	7 8
9 2	7	4 5 5
3	8	4 4 9
	9	2 5

- G2** In het steelbladdiagram zie je de gemeten hartslag van de spelers van een voetbalteam. De hartslag is vóór en ná de wedstrijd gemeten.
- Welke hartslag voor de wedstrijd is de modus? En welke na de wedstrijd?
 - Bereken het verschil tussen de gemiddelde hartslag van beide meetmomenten.
 - Bepaal van beide meetmomenten de mediaan.
 - Na de wedstrijd hebben de meeste spelers een hogere hartslag.
Welke waarde geeft dit het beste weer, het gemiddelde of de mediaan?



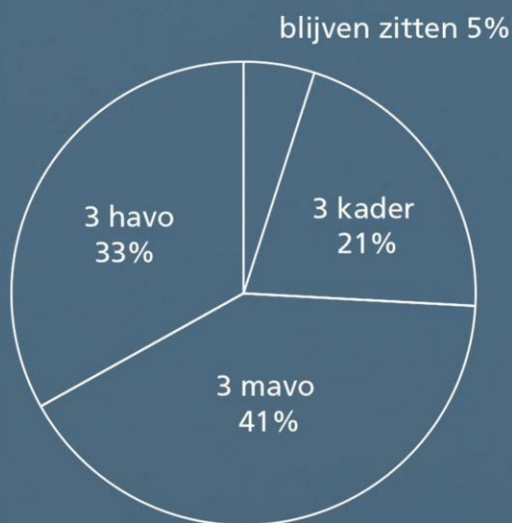
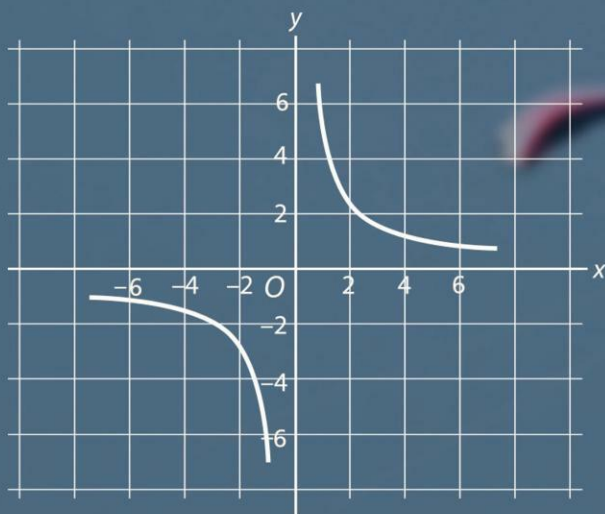
G3 Het diagram gaat over de totale verkoop van flesjes drinken in pretpark Walibi.

- Hoeveel flesjes water werden er in totaal verkocht in deze vijf maanden?
- In september neemt de verkoop sterk af. Bereken welk soort drinken procentueel het meest afneemt ten opzichte van augustus.
- Kun je een betrouwbare schatting geven voor het aantal verkochte flesjes in april? Leg je antwoord uit.



G4 Deze getallenlijn hoort bij een serie waarnemingen vanaf 20 jaar tot en met 42 jaar.

- Bepaal de mediaan, het 1e kwartiel en het 3e kwartiel.
- Hoeveel procent van de waarnemingen ligt tussen het 1e kwartiel en de grootste waarneming?
- De rij waarnemingen waar deze getallenlijn bij hoort bestaat uit twaalf gehele getallen. De eerste drie waarnemingen zijn de getallen 20, 28 en 28. Laat zien dat het gemiddelde van deze twaalf getallen, afgerond op één decimaal, maximaal 32,7 is.



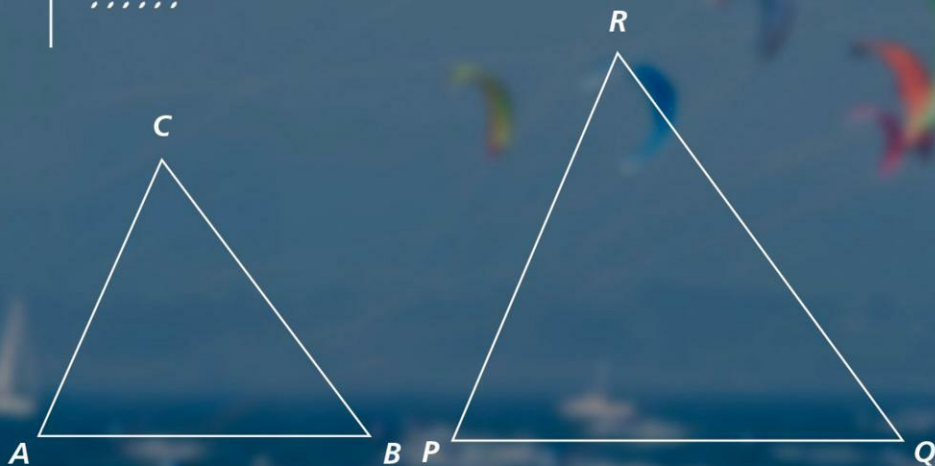
<i>cijfer</i>	<i>turven</i>	<i>frequentie</i>
4	1.	
5	...	
6	...	
7	...	
8	...	
9	...	
10	...	

12%

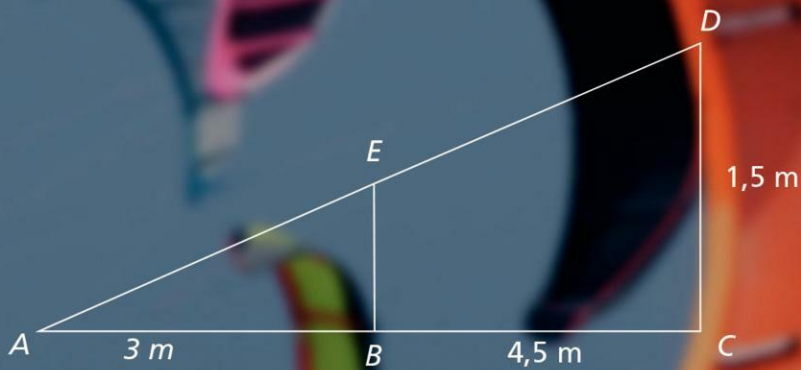
$$m = 5 \times n \times 7 \times n$$

$$m = 5 \times 7 \times n \times n$$

$$m = 35n^2$$



- Technische vaardigheden 2
- Wiskunde in de praktijk
- Door elkaar 1

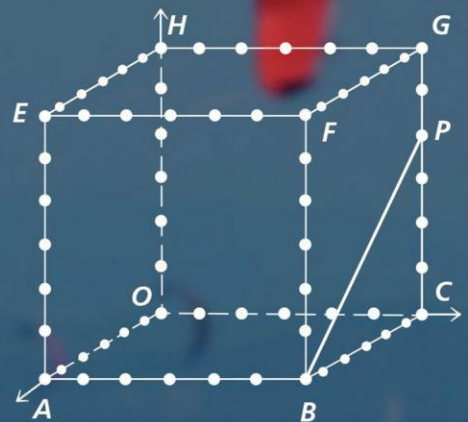


de factor bij 1,3% rente

snelheid in km/uur
reistijd in uren

10	20	30	40	50	60	70	80
...	...	...	...	...	...	...	...

$$a \xrightarrow{\times 3} \dots \xrightarrow{+10} k$$



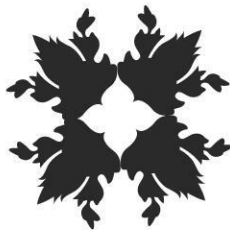
Symmetrie



A



B



C



D

- TV1** **W**
- Teken in de figuren die lijnsymmetrisch zijn alle symmetrieassen.
 - Bereken van de draaisymmetrische figuren de kleinste draaihoek.

Formules en vergelijkingen

- TV2** Rinske heeft geld geleend en in april heeft zij nog € 640,- schuld. Zij betaalt elke maand hetzelfde bedrag terug. Haar schuld berekent zij met de formule $640 - 80 \times t = s$. Hierbij is s de resterende schuld en t de tijd in maanden. De maand april geeft zij aan met $t = 0$.

- Hoeveel euro betaalt Rinske elke maand terug?
- Vul de tabel verder in.

t in maanden	-4	-2	0	2	4	6	8
s in euro's	...	...	640	...	...	...	...

- Teken de grafiek bij de tabel.
- In welke maand heeft Rinske haar schulden afbetaald?

- TV3** **W**
- Van een lineaire formule is het startgetal 10 en het hellingsgetal 2. Vul de formule in: $y = \dots \times x + \dots$

- Vul de tabel verder in.

startgetal	hellingsgetal	formule
16	3	$a = \dots + \dots \times b$
7	2	$y = \dots \times x + \dots$
-5	...	$\dots + 8 \times k = m$

- TV4** Maak bij de formules een pijlenketting.

- $y = 7(x - 5)$
- $m = (n + 2) \times 3$

... $\xrightarrow{\dots}$... $\xrightarrow{\dots}$...

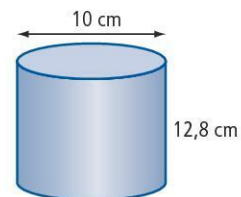
Cirkel en cilinder

TV5 Vul de tabel verder in. Rond zo nodig af op één decimaal.

straal cirkel	diameter van de cirkel	omtrek cirkel	oppervlakte cirkel
8 cm	...	...	... cm ²
...	20 m	...	...
6,2 dm	...	...	...

TV6 De cilinder heeft een diameter van 10 cm en een hoogte van 12,8 cm.

- Bereken de inhoud in hele kubieke centimeters.
- Heeft de cilinder afgerond een inhoud van één liter of van tien liter? Leg je antwoord uit.



Koersen en koershoeken

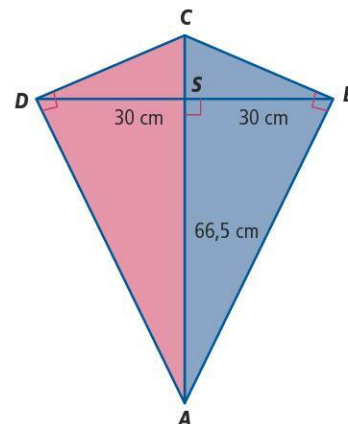


TV7 In de baai van Antalya ligt een schip voor anker. Naar het schip vanuit Antalya is de koershoek 150°. Vanuit Alanya is de koers west.

- W**
- Teken op de kaart de plaats van het schip. Geef de plaats van het schip aan met de letter S.
 - Vanuit Side vertrekt een boot met toeristen naar het schip. Welke koershoek moet de boot aanhouden om bij het schip te komen?
 - De snelheid van de boot vanuit Side is 20 km/uur. Bereken hoeveel minuten het duurt voordat de boot met toeristen bij het schip is.

De stelling van Pythagoras

- TV8** Freek maakt een vlieger. Hij gebruikt latjes van 80 cm en 60 cm. Voor de buitenrand $ABCD$ gebruikt hij een koord.
- Bereken hoeveel centimeter koord Freek minstens nodig heeft.
 - Bereken de oppervlakte van de vlieger.



- TV9**
- Teken een kubus $ABCD.EFGH$ met ribben van 6 cm.
 - Bereken de lengte van grensvlakdiagonaal BE . Rond af op één decimaal.
 - Teken diagonaalvlak $BCHE$ op ware grootte.

Procenten en btw

- TV10** Op een spaarrekening wordt € 2.000,- gezet tegen een jaarlijkse rente van 5%.
- Bereken het spaarbedrag na één jaar.
 - Met de berekening $2000 \times \dots^5$ kun je het spaarbedrag na vijf jaar berekenen.
Vul de berekening verder in.
 - Bereken de grootte van het spaarbedrag na vijf jaar.
 - Op een andere spaarrekening wordt € 1.500,- gezet tegen een rente van 4,5%.
Schijf de berekening op waarmee je het spaarbedrag na tien jaar kunt berekenen.
 - Hoe groot is het spaarbedrag na tien jaar?

- TV11** Een winkelier verkoopt in de maand juli voor een bedrag van € 120.000,- inclusief 21% btw. Het btw-bedrag moet de winkelier afdragen aan de belastingdienst. Bereken hoeveel euro de winkelier die maand aan de belastingdienst moet afdragen.



Lineaire en kwadratische formules

- TV12** Gegeven zijn de formules $y = -x - 1$ en $y = 5 - x^2$.
- Van welke formule is de grafiek een parabool?
 - Maak bij beide formules een tabel. Kies voor x de getallen -3 tot en met 3 .
 - Teken de grafieken bij de tabel.
 - Schrijf de coördinaten van de snijpunten van de twee grafieken op.

Rekenen

- TV13** Bereken. Vereenvoudig het antwoord, indien mogelijk.

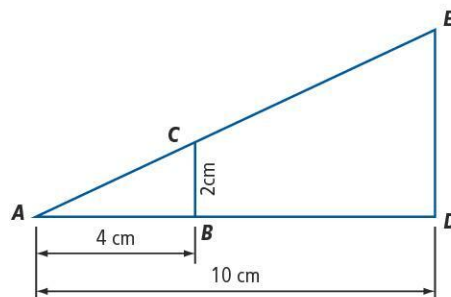
a $\frac{1}{6} + \frac{1}{6} = \dots$	e $\frac{5}{8} - \frac{3}{8} = \dots$
b $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \dots$	f $\frac{13}{17} - \frac{11}{17} = \dots$
c $\frac{4}{7} + \frac{6}{7} = \dots$	g $\frac{5}{12} - \frac{1}{12} = \dots$
d $1\frac{7}{8} + \frac{5}{8} = \dots$	h $1\frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \dots$

- TV14** Bij COOP kost gesneden kaas € 3,20 per 200 gram.
- Bereken met een verhoudingstabel de prijs van 700 gram.
 - Hoeveel gram kun je kopen voor € 7,50?



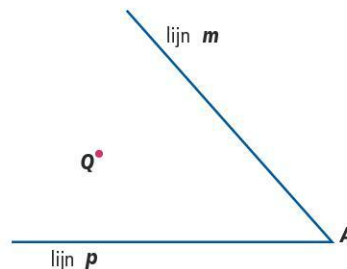
Gelijkvormigheid

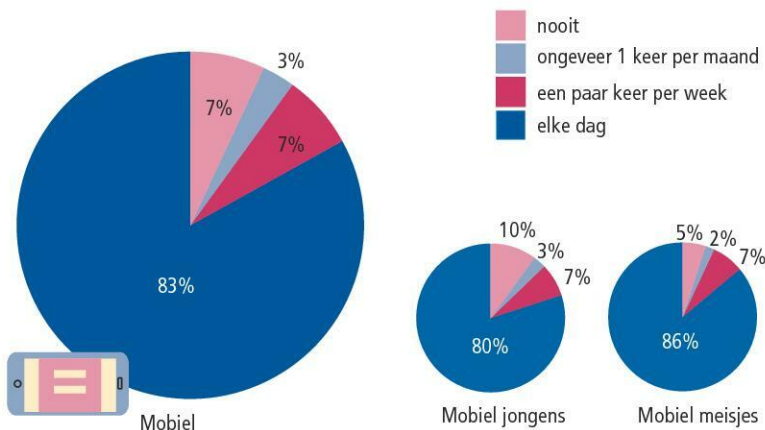
- TV15** Driehoek ABC is gelijkvormig aan driehoek ADE .
- Teken de driehoeken naast elkaar.
 - Bereken de factor bij de vergroting.
 - Bereken de lengte van zijde DE .



Evenwijdig en loodrecht

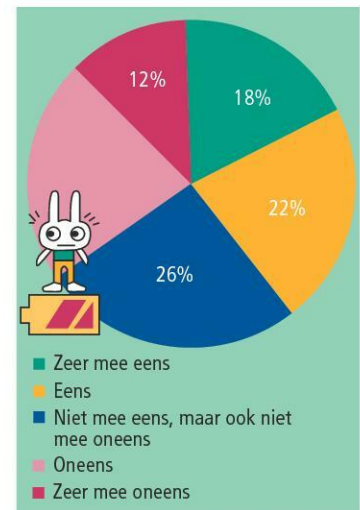
- TV16** **W**
- Meet de grootte van hoek A en schrijf die op.
 - Teken een lijn evenwijdig aan lijn p .
 - Teken een lijn loodrecht op lijn p .
 - Teken een lijn evenwijdig aan lijn m .
 - Teken en meet de afstand van punt Q tot lijn m .



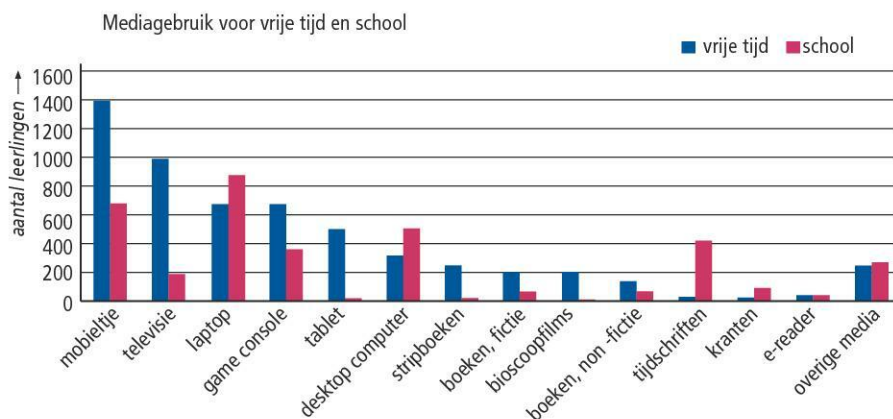


In 2015 is er een onderzoek gehouden onder 10 tot 18-jarigen. Daarbij werd onderzocht hoe jongeren media gebruiken – in het bijzonder digitale media – om te leren en te ontdekken. Hoe zetten ze tablets, smartphones en laptops in voor school en hobby's? De gegevens zijn verwerkt in allerlei diagrammen.

- 1 Het linker cirkeldiagram laat zien hoe vaak de jongeren hun mobiel gebruiken op school.
Er deden 1741 leerlingen mee aan het onderzoek.
 - a Hoeveel leerlingen gebruiken geen mobiel op school?
 - b Hoeveel leerlingen gebruiken de mobiel elke dag op school?
 - c Aan het onderzoek deden 823 meisjes mee.
Zijn er meer jongens of meer meisjes die elke dag hun mobiel gebruiken?



- 2 Bij het onderzoek werden ook een aantal stellingen aan de jongeren voorgelegd. Een van de stellingen luidde:
Ik ben doodongelukkig als de batterij van mijn laptop of mobieltje opeens leeg is en er geen stopcontact in de buurt is om op te laden.
De resultaten zijn verwerkt in het cirkeldiagram.
Het percentage van 'Oneens' is weggefallen.
 - a Hoeveel leerlingen waren het 'Oneens' met deze stelling?
 - b Bereken het verschil in het aantal leerlingen dat het er 'Zeer mee eens' is en 'Zeer mee oneens'.



3 Jongeren maken op allerlei momenten gebruik van media, in hun vrije tijd maar ook op school. Bij het onderzoek werd aan de jongeren ook gevraagd welke media ze voor welk doeleinde gebruikten.

- Welke media werden meer gebruikt voor school dan in de vrije tijd?
- Bij welk medium is het verschil in gebruik tussen school en vrije tijd het grootst?
- Bereken voor dit medium hoeveel het verschil is.

4 In de tabel kun je aflezen hoeveel mobiele data er in een jaar in Nederland werden gebruikt.

- Teken een lijndiagram bij de tabel. Kies op de verticale as een stapgrootte van 20 miljoen Gb.
- De gegevens van 2012 ontbreken. Geef een schatting van het aantal Gigabyte dat in dat jaar werd gebruikt.
- Geef ook een schatting voor het gebruik van 2017.
- Kun je ook schatten hoeveel Gigabyte er in 2030 zal worden gebruikt? Leg je antwoord uit.

jaar	verbruik in miljoen Gb
2010	8
2011	14
2012	
2013	35
2014	70
2015	120
2016	200



Een drone is een onbemand luchtvaartuig. Met behulp van een afstandsbediening kan een drone vanaf de grond worden bestuurd, maar soms ook zelfstandig vliegen volgens een voorgeprogrammeerde route. Een Portugees bedrijf heeft op 24 december 2017 een duurrecord neergezet door een drone maar liefst vier uur en veertig minuten achtereen te laten vliegen.

- 1** De gemiddelde snelheid van de drone waarmee het duurrecord is gehaald is 50 km/uur, de topsnelheid bedraagt 80 km/uur.
 - a** Bereken de afstand die de drone heeft gevlogen als het record met de gemiddelde snelheid is behaald. Rond af op een geheel aantal kilometers.
 - b** Bereken hoeveel kilometer deze drone meer af kan leggen wanneer met topsnelheid wordt gevlogen.

- 2** Deze drone is inzetbaar tussen de $-10\text{ }^{\circ}\text{C}$ en $45\text{ }^{\circ}\text{C}$. Wanneer je hoger in de lucht komt neemt de temperatuur af. Hierbij hoort de formule $T = 15 - 6,5 \times h$. Hierbij is T de temperatuur in $^{\circ}\text{C}$ en h de hoogte in kilometers. De startwaarde 15 is de gemiddelde temperatuur op zeeniveau. Bereken op welke hoogte deze drone maximaal kan vliegen. Rond je antwoord zinvol af op honderden meters.





- 3 In 2017 kreeg vliegveld Eelde als eerste vliegveld in Europa toestemming om met drones te gaan vliegen. De drones zullen onder andere worden ingezet om medicijnen naar Schiermonnikoog te vliegen.
 - a Meet de afstand tussen Eelde en Schiermonnikoog op de kaart in hele centimeters.
 - b Bereken de werkelijke afstand in kilometers.
- 4 Bereken in minuten nauwkeurig hoelang een drone die vertrekt vanaf Eelde met een topsnelheid van 80 km per uur over het bezorgen van medicijnen op Schiermonnikoog zal doen.
- 5 De drone die de medicijnen vervoert weegt 13,5 kg. Hij kan daarnaast nog 2,5 kg vervoeren.
In een doosje medicijnen zitten 50 tabletten.
Elke tablet weegt 600 mg. Het gewicht van de verpakking is 17 gram.
 - a Hoeveel gram weegt één vol doosje tabletten?
 - b Bij een medicijnvlucht met deze drone worden 15 doosjes van dit medicijn vervoerd.
Bereken het totale gewicht van de drone bij die vlucht in kilogrammen.
 - c Bereken hoeveel doosjes van dit medicijn maximaal kan worden vervoerd door deze drone.



Parasolmieren

Parasolmieren knippen stukjes blad af met hun kaken en dragen deze als een soort parasol naar hun ondergrondse nest.

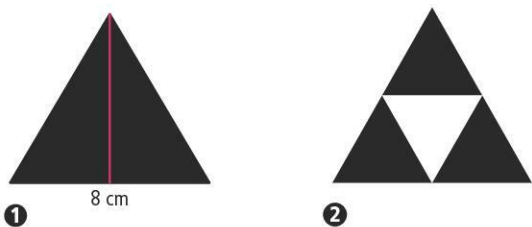


- 1 Parasolmieren kunnen wel vijftig keer hun eigen lichaamsgewicht tillen. Het blad op de foto weegt 265 milligram.
Bereken het gewicht van de mier als dit blad het maximale gewicht heeft dat de mier kan tillen.
- 2 Stel dat een Aziatische olifant van 4700 kilogram ook vijftig keer zijn eigen lichaamsgewicht zou kunnen tillen.
Hoeveel van deze blaadjes kan hij dan in één keer tillen?
Geef je antwoord in de wetenschappelijke notatie, afgerond op één decimaal.
- 3 De parasolmieren halen hun bladeren soms wel 120 meter verderop. Zij lopen deze afstand op één dag 14 keer en dat terwijl ze zelf maar 9 millimeter lang zijn.
Bereken hoeveel keer een mier dan zijn eigen lengte loopt.
- 4 Bereken hoeveel hele kilometer per dag een volwassen man van 1,78 meter naar zijn werk zou moeten lopen wanneer hij net zoveel keer als de parasolmier zijn lengte zou lopen.



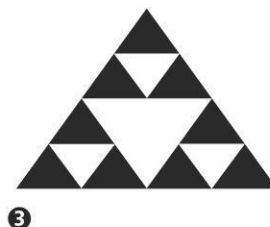
De driehoek van Sierpinski

De driehoek van Sierpinski is een fractal. Een fractal is een geometrisch figuur met oneindig veel herhalingen.



- 5 Figuur 1 is een gelijkzijdige driehoek met een zijde van 8 cm. De hoogtelijn is met rood aangegeven.
Bereken de oppervlakte van deze driehoek.
- 6 Figuur 2 is dezelfde driehoek als figuur 1. De driehoek is nu verdeeld in vier gelijke stukken door de middens van de zijden met elkaar te verbinden.
Bereken de oppervlakte van het zwart gekleurde deel.

- 7 In figuur 3 zijn de buitenste drie driehoeken weer in vier gelijke delen verdeeld.
Bereken de oppervlakte van het zwart gekleurde deel.
- 8 Bij de oppervlakte van het zwart gekleurde deel van de driehoek van Sierpinski hoort een formule.
 $\text{oppervlakte} = \text{oppervlakte driehoek } 1 \times 0,75^{\text{nummer figuur} - 1}$
Laat met de figuren 1 tot en met 3 zien dat deze formule klopt.
- 9 Leg uit waar het getal 0,75 in de formule vandaan komt.
- 10 Wat gebeurt er met de oppervlakte van het gekleurde deel van de driehoek van Sierpinski als het nummer van de driehoek heel groot wordt? Tip: Vul een paar grote getallen voor nummer figuur in.



Olympische Winterspelen Pyeongchang
De Olympische Winterspelen in Pyeongchang waren voor Nederland succesvol.
Door Nederland werden in totaal 20 medailles behaald.

Plaats	Land	NOC	1 Goud	2 Zilver	3 Brons
1	Noorwegen	NOR	14	14	11
2	Duitsland	GER	14	10	7
3	Canada	CAN	11	8	10
4	Verenigde Staten	USA	9	8	6
5	Nederland	NED	8	6	6

- 11 In totaal werden er 103 gouden, 102 zilveren en 102 bronzen medailles uitgereikt.
Bereken per soort hoeveel procent hiervan naar Nederland ging.
- 12 Verwerk de gegevens uit de tabel in een stapeldiagram.
- 13 Naast de mooie plak en de eer keert het NOC*NSF de sporters ook prijzengeld uit. Als een sporter meerdere medailles wint van eenzelfde kleur, krijgt hij voor de eerste medaille het volledige prijzengeld uitgekeerd, voor de tweede medaille $\frac{2}{3}$ deel en voor een eventuele volgende nog maar $\frac{1}{3}$ deel.
Kjeld Nuis won goud op de 1000 m en op de 1500 m langebaanschaatsen.
Bereken hoeveel euro hij daarmee verdiend heeft.

Gouden medaille	€ 25.500,-
Zilveren medaille	€ 19.125,-
Bronzen medaille	€ 12.750,-



Rekenen

Som, product, verschil en quotiënt

Als je twee getallen bij elkaar optelt, noem je de uitkomst de som.

Als je twee getallen van elkaar aftrekt, noem je de uitkomst het verschil.

Als je twee getallen met elkaar vermenigvuldigt, noem je de uitkomst het product.

Als je twee getallen door elkaar deelt, noem je de uitkomst het quotiënt.

Voorbeeld

De som van 12 en 3 is $12 + 3 = 15$.

Het verschil van 12 en 3 is $12 - 3 = 9$.

Het product van 12 en 3 is $12 \times 3 = 36$.

Het quotiënt van 12 en 3 is $12 : 3 = 4$.

Hoe is de volgorde waarin je berekeningen moet uitvoeren?

- 1 Reken uit wat tussen haakjes staat.
- 2 Ga vermenigvuldigen en delen van links naar rechts.
- 3 Ga optellen en aftrekken van links naar rechts.

Voorbeeld

1 $15 + 3 \times (6 + 2) =$

2 $15 + \underbrace{3 \times 8} =$

3 $15 + 24 = 39$

Hoe rond je decimale getallen af op één decimaal?

Je kunt decimale getallen afronden.

- 1 Zet een stippellijn na de eerste decimaal.
- 2 Kijk naar de tweede decimaal,
 - Is dit cijfer een 5 of meer?
Maak dan het cijfer voor de stippellijn 1 groter.
Je laat de cijfers achter de lijn weg.
 - Is de tweede decimaal een 4 of minder?
Verander het getal voor de stippellijn niet.
Laat alle cijfers achter de stippellijn weg.

Bij afronden gebruik je het teken $\approx$. Dit tekenje betekent 'is ongeveer gelijk aan'.

Voorbeelden

Rond 1,7542 af op één decimaal.

1 $1,7 \mid 542$

2 $1,8$

Dus $1,7542 \approx 1,8$

Rond 1,7542 af op twee decimalen.

1 $1,75 \mid 42$

2 $1,75$

Dus $1,7542 \approx 1,75$

Rekenen met een verhoudingstabel

Een tabel waarin je met verhoudingen werkt, noem je een verhoudingstabel.

Bij een verhoudingstabel staan bij de pijltjes bij de onderste rij steeds dezelfde vermenigvuldigingen of delingen als bij de pijltjes bij de bovenste rij.

Voorbeeld

Notenmix kost € 3,80 per 200 gram.
Bereken hoeveel euro 120 gram notenmix kost.

	$\div 20$	$\times 12$	
gewicht in grammen	200	10	120
prijs in centen	380	19	228
	$\div 20$	$\times 12$	

Dus 120 gram notenmix kost € 2,28.

Percentage, decimaal getal en factor

Een percentage kun je schrijven als een breuk waarvan de noemer 100 is. Deze breuk kun je weer schrijven als decimaal getal.

Een percentage kun je dus schrijven als decimaal getal. Dit decimale getal kun je gebruiken om een aantal bij een gegeven percentage te berekenen.

Voorbeeld 1

Bereken 32% van 620.

32% betekent $\frac{32}{100}$

$32 : 100 = 0,32$

32% van 620 is $0,32 \times 620 = 198,4$

Voorbeeld 2

Bereken 108% van 425.

108% betekent $\frac{108}{100}$

$108 : 100 = 1,08$

108% van 425 is $1,08 \times 425 = 459$

Als het aantal stijgt van 100% naar 125%, dan wordt het percentage $125 : 100 = 1,25$ keer zo groot. Het getal 1,25 is de factor waarmee je vermenigvuldigt als je van 100% naar 125% gaat.

Als het aantal daalt van 100% naar 60%, dan wordt het percentage $60 : 100 = 0,6$ keer zo groot. Het getal 0,6 is de factor waarmee je vermenigvuldigt als je van 100% naar 60% gaat.

Voorbeeld 1

Een artikel van € 55,- wordt 11% duurder.

De prijs stijgt van 100% naar 111%.

De factor is $111 : 100 = 1,11$.

De nieuwe prijs wordt $1,11 \times € 55,- = € 61,05$.

Voorbeeld 2

Een artikel van € 64,50 wordt 16% goedkoper.

De prijs daalt van 100% naar 84%.

De factor is $84 : 100 = 0,84$.

De nieuwe prijs wordt $0,84 \times € 64,50 = € 54,18$.

Procent, percentage en handige percentages

Procent betekent 'per honderd'. Het totaal is honderd procent.

Eén procent betekent dat je het totaal deelt door 100.

Je schrijft 1%. 1% is dus $\frac{1}{100}$ deel van het totaal.

30% betekent $\frac{30}{100}$ deel van het totaal. Je zegt ook

wel 'het percentage is 30%'.

Handige percentages als 10%, 20%, 25% en 50% kun je zonder verhoudingstabel rekenen.

Het totale aantal is 100%.

50% → deel het totale aantal door 2

25% → deel het totale aantal door 4

20% → deel het totale aantal door 5

10% → deel het totale aantal door 10

Inclusief btw

Prijzen zijn meestal inclusief btw. De btw is een belasting die door de consument betaald wordt. De prijs zonder btw is altijd 100%.

Bij 21% btw betaalt de consument $100\% + 21\% = 121\%$.

De btw is een voorbeeld van een prijsverhoging. Ook bij andere prijsverhogingen is de nieuwe prijs hoger dan 100%.

Voorbeeld 1

Een tv kost € 720,- zonder btw. Er komt 21% btw bij.

Bereken de prijs inclusief btw.

De consument betaalt $100\% + 21\% = 121\%$.

		$: 100$	$\times 121$	
bedrag in euro's	720			871,20
procenten	100	1	121	
		$: 100$	$\times 121$	

De tv kost € 871,20 inclusief btw.

Voorbeeld 2

Een tas kost € 58,-. De prijs wordt met 3,5% verhoogd.

Bereken de nieuwe prijs.

De consument betaalt $100\% + 3,5\% = 103,5\%$.

bedrag in euro's	58		...
procenten	100	1	103,5

$$58 : 100 \times 103,5 = 60,03$$

De nieuwe prijs is € 60,03.

Wetenschappelijke notatie, macht van 10

5×10^4 is de wetenschappelijke notatie van het getal 50 000.
Bij de wetenschappelijke notatie gebruik je een macht van 10.
Het getal dat met de macht van 10 wordt vermenigvuldigd is een getal tussen de 1 en de 10.

Voorbeeld

Schrijf de wetenschappelijke notaties $3,5 \times 10^4$ en 8×10^6 als gewoon getal.

$3,5 \times 10^4$ is als gewoon getal $3,5 \times 10\,000 = 35\,000$

8×10^6 is als gewoon getal $8 \times 1\,000\,000 = 8\,000\,000$

Macht, grondtal, exponent

Herhaald vermenigvuldigen met eenzelfde getal kun je korter schrijven.

Je kunt $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$ schrijven als 2^5 .

2^5 is een macht en spreek je uit als 'twee tot de macht vijf', of korter 'twee tot de vijfde'.

In 2^5 is het getal 2 het grondtal en het getal 5 de exponent.

Voorbeeld 1

Schrijf $5 \times 5 \times 5 \times 5$ korter.

$$5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$$

Voorbeeld 2

Bereken 4^6 en 7^3 .

$$4^6 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 4096$$

$$7^3 = 7 \times 7 \times 7 = 343$$

Algebra

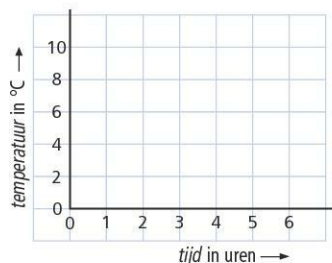
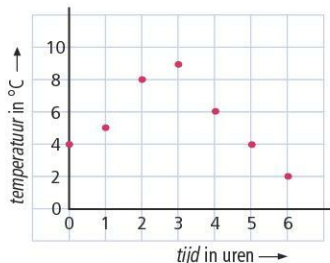
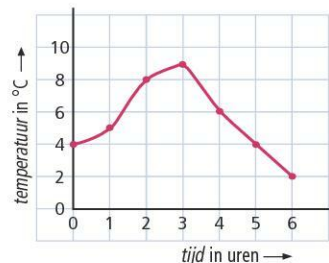
Hoe teken je een grafiek bij een tabel?

- 1 Teken een assenstelsel. Zet de woorden van de onderste rij bij de verticale as. Zet de woorden uit de bovenste rij van de tabel bij de horizontale as.
- 2 Teken de punten uit de tabel in het assenstelsel.
- 3 Teken de grafiek door een vloeiende lijn door de punten te tekenen.

Voorbeeld

Teken een grafiek bij de tabel.

<i>tijd</i> in uren	0	1	2	3	4	5	6
<i>temperatuur</i> in °C	4	5	8	9	6	4	2



Coördinaten x -coördinaat, y -coördinaat

De plaats van getekende punten in een assenstelsel kun je aangeven met twee getallen. De getallen heten coördinaten.

De eerste coördinaat, de x -coördinaat, lees je af bij de horizontale as.

De tweede coördinaat, de y -coördinaat, lees je af bij de verticale as.

Voorbeeld

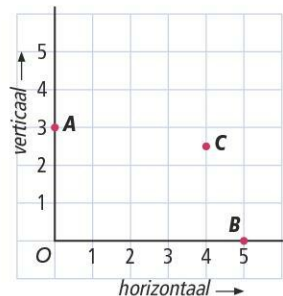
Schrijf de coördinaten op van de punten A , B , C en de oorsprong.

$A(0, 3)$, de eerste coördinaat is nul, punt A ligt op de verticale as.

$B(5, 0)$, de tweede coördinaat is nul, Pun B ligt op de horizontale as.

$C(4; 2,5)$, punt C is geen roosterpunt.

$O(0, 0)$, de oorsprong is het snijpunt van de assen.



Zaagtand en stapgrootte bij grafieken

Aan het begin van de horizontale as of verticale as wordt soms een zigzaglijntje gebruikt om te voorkomen dat er een groot leeg deel in het assenstelsel ontstaat.

Dit zigzaglijntje noem je een zaagtand.

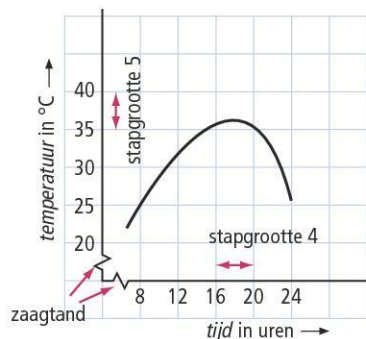
Als je langs de assen getallen zet dan moet je de getallen steeds met een gelijke hoeveelheid laten toenemen. Zo'n hoeveelheid heet stapgrootte.

De stapgrootte op de horizontale as hoeft niet gelijk te zijn aan de stapgrootte op de verticale as.

Voorbeeld

De grafiek gaat over de temperatuur op een heel hete zomerdag.

Op beide assen is een zaagtand gebruikt.



Hoe maak je een pijlenketting bij een formule?

- 1 Zet de letter die bij het IN-getal staat vooraan bij de pijlenketting.
Zet de letter die hoort bij het UIT-getal achteraan.
- 2 Zet boven elke pijl de juiste bewerking.

Voorbeeld 1

Maak een pijlenketting bij de formule $7 \times k = p$.

1 IN-getal UIT-getal

$k \longrightarrow p$

2 IN-getal UIT-getal

$k \xrightarrow{\times 7} p$

Voorbeeld 2

Maak een pijlenketting bij de formule $s \times 8 + 5 = b$.

1 IN-getal UIT-getal

$s \longrightarrow \dots \longrightarrow b$

2 IN-getal UIT-getal

$s \xrightarrow{\times 8} \dots \xrightarrow{+ 5} b$

Hoe reken je met een formule?

- 1 Vul het IN-getal in.
- 2 Bereken het UIT-getal met de formule
- 3 Schrijf je antwoord op.

Formule en tabel

Bij een formule kun je een tabel maken. De getallen die je invult (IN-getal) in de formule zet je in de bovenste rij in de tabel, de uitkomsten (UIT-getal) van de formule op de onderste rij.

Voorbeeld

De heer Anderson werkt aan een bouwproject.

De kosten berekent hij met de formule $\text{aantal uur} \times 40 + 50 = \text{kosten}$.

Bereken met de formule de kosten van een project van 30 uur.

IN-getal UIT-getal

$\text{aantal uur} \times 40 + 50 = \text{kosten}$

1 30 $\times 40 + 50 = \text{kosten}$

2 $1200 + 50 = 1250$

3 De kosten zijn € 1.250,-.

Lineaire grafiek en lineaire formule

Als in een tabel in de bovenste rij opeenvolgende hele getallen staan en in de onderste rij de toename steeds hetzelfde is, dan is de bijbehorende grafiek een rechte lijn.

Zo'n grafiek heet een lineaire grafiek.

Een formule waarvan de grafiek een rechte lijn is, noem je een lineaire formule.

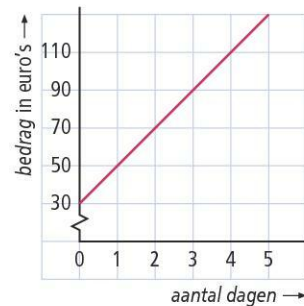
Voorbeeld 1

Is de formule $\text{bedrag} = 20 \times \text{aantal dagen} + 30$ een lineaire formule?

De tabel hoort bij de formule.

<i>aantal dagen</i>	0	1	2	3	4
<i>bedrag in euro's</i>	30	50	70	90	110
toename		+ 20	+ 20	+ 20	+ 20

In de bovenste rij staan opeenvolgende getallen en de toename is steeds hetzelfde, dus de bijbehorende grafiek is lineair.



De grafiek is een rechte lijn, dus de bijbehorende formule is een lineaire formule.

Hoe onderzoek je of een formule een lineaire formule is?

- 1 Maak een tabel bij de formule.
Gebruik in de bovenste rij opeenvolgende hele getallen.
- 2 Schrijf van de getallen in de onderste rij van de tabel de toenames op,
- 3 Kijk naar de toenames. Als de toenames steeds hetzelfde zijn, dan is de formule een lineaire formule.

Voorbeeld

Is de formule $m = 35 \times a + 15$ een lineaire formule?

1	<i>a</i>	0	1	2	3	4
	<i>m</i>	15	50	85	120	155
2	toename		+ 35	+ 35	+ 35	+ 35

- 3 In de bovenste rij staan opeenvolgende getallen en de toename is steeds hetzelfde, dus de formule is een lineaire formule.

Startgetal en hellingsgetal

Als je bij de lineaire formule een tabel maakt met in de bovenste rij opeenvolgende gehele getallen, dan zie je dat de toename in de onderste rij steeds hetzelfde is. Die toename noem je het hellingsgetal van de lineaire formule.

Het getal dat in de tabel onder het getal 0 staat heet het startgetal.

Voorbeeld 1

Geef het startgetal en het hellingsgetal aan in de formule $k = 6 - 2,5 \times a$.

a	-1	0	1	2	3
k	8,5	6	3,5	1	-1,5

toename $-2,5$ $-2,5$ $-2,5$ $-2,5$

Het hellingsgetal is $-2,5$.

In de formule wordt het hellingsgetal met a vermenigvuldigd: $k = 6 - 2,5 \times a$

Het startgetal is 6. Het startgetal komt ook in de formule voor: $k = 6 - 2,5 \times a$

Voorbeeld 2

Geef het startgetal en het hellingsgetal aan in de formule $k = 4 \times a - 1,5$.

a	-1	0	1	2	3
k	-5,5	-1,5	2,5	6,5	10,5

toename $+4$ $+4$ $+4$ $+4$

Het hellingsgetal is 4.

In de formule wordt het hellingsgetal met a vermenigvuldigd: $k = 4 \times a - 1,5$

Het startgetal is $-1,5$. Het startgetal komt ook in de formule voor: $k = 4 \times a - 1,5$

Hoe maak je een formule bij een lineaire grafiek?

- 1 Lees het startgetal af.
- 2 Bepaal het hellingsgetal.
Het hellingsgetal is de toename als je 1 naar rechts gaat.

- 3 Schrijf de formule op.

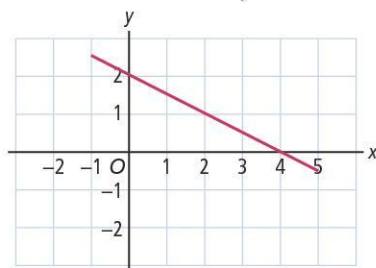
Een lineaire formule heeft de vorm:

$$y = \text{startgetal} + \text{hellingsgetal} \times x \quad \text{of} \quad y = \text{hellingsgetal} \times x + \text{startgetal}$$

- 4 Controleer je formule met een voorbeeld.

Voorbeeld

Maak een formule bij de lineaire grafiek.



- 1 Het startgetal is 2.
- 2 Als x met 2 toeneemt, dan neemt y met 1 af.
Als x met 1 toeneemt, dan neemt y af met 0,5.
Dus het hellingsgetal is $-0,5$.
- 3 De formule is $y = 2 - 0,5 \times x$ of $y = -0,5 \times x + 2$.
- 4 Voor $x = 4$ vind je $y = 2 - 0,5 \times 4 = 0$. **klopt**

Tabel bij kwadratisch verband, kwadratische formule

Als bij een tabel het verschil in de toenamen steeds hetzelfde is, is er sprake van een kwadratisch verband.
De bijbehorende formule heet een kwadratische formule.

Voorbeeld

De tabel hoort bij de formule $y = -\frac{1}{2} \times x \times x + 8$.
Deze formule kun je ook schrijven als $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.
Ga na of dit een kwadratische formule is.

x	-1	0	1	2	3	4
y	7,5	8	7,5	6	3,5	0

toenamen: +0,5 -0,5 -1,5 -2,5 -3,5

verschil tussen de toenamen: -1 -1 -1 -1

Het verschil tussen de toenamen is steeds hetzelfde, dus de formule is een kwadratische formule.

Kwadratisch verband en grafiek, parabool

Bij een kwadratische formule is de grafiek een gebogen lijn.
De grafiek van een kwadratisch verband heet een parabool.
Als je een negatief getal invult in een kwadratische formule, moet je haakjes gebruiken.

Voorbeeld

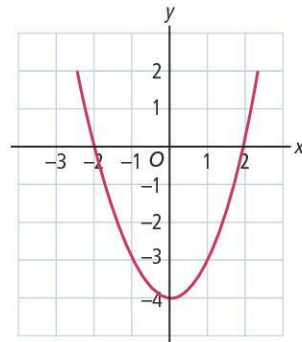
De parabool hoort bij de formule $y = x^2 - 4$.
Als je voor x een negatief getal invult gebruik je haakjes.

$x = -2$ invullen geeft:

$$y = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$x = -1$ invullen geeft:

$$y = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$



Wortelverband en wortelformule

In wortelformules kun je niet alle getallen invullen.

De wortel uit een negatief getal bestaat niet.

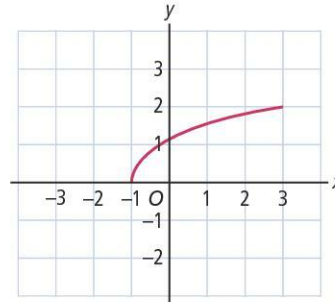
Als je getallen voor x invult, dan moet er onder het wortelteken nul of een positief getal komen te staan.

Voorbeeld

De formule $y = \sqrt{x+1}$ noem je een wortelformule omdat er onder het wortelteken een letter staat.

De getallen kleiner dan -1 mag je niet invullen voor x omdat er dan onder het wortelteken geen nul of een positief getal komt te staan.

De grafiek hoort bij deze wortelformule.



Gelijksoortige termen en formules korter schrijven

In de formule $6 \times a + 3 \times a = t$ heten $6 \times a$ en $3 \times a$ gelijksoortige termen.

Gelijksoortige termen kun je bij elkaar nemen.

Wanneer de termen niet gelijksoortig zijn, kun je ze niet bij elkaar nemen.

De formule kan dan niet korter geschreven worden.

Formules kun je nog korter schrijven door het vermenigvuldigteken tussen het getal en de letter weg te laten.

Voorbeeld

❶ $4 \times k + 2 \times k = p$

❷ $9f + 4f + 7h - 8 = j$

Schrijf de formules ❶ en ❷ zo kort mogelijk.

❶ $4 \times k$ en $2 \times k$ zijn gelijksoortige termen, dus dit wordt $6 \times k = p$ of $6k = p$.

❷ $9f$ en $4f$ zijn gelijksoortige termen, dus de formule wordt $13f + 7h - 8 = j$.

Formules anders schrijven

De formule $k \times 0,7 + 3 = m$ kan ook worden geschreven als $m = k \times 0,7 + 3$.

Voorbeeld

$z \times 6 + 9 = k$ is hetzelfde als $k = z \times 6 + 9$

$p \times 7,5 - 14 = f$ is hetzelfde als $f = p \times 7,5 - 14$

$5 \times (k + 7) = m$ is hetzelfde als $m = 5 \times (k + 7)$

Formules met een aftrekking anders schrijven

Bij formules met een aftrekking kun je niet direct zien welke pijlenketting erbij hoort.

Door eerst de aftrekking als optelling te schrijven kun je gemakkelijker zien welke pijlenketting er bij hoort.

Vergeet hierbij de volgorde van bewerkingen niet.

Voorbeeld

$9 - 4 \times s = h$ kun je ook schrijven als
 $9 + -4 \times s = h$ of als $h = -4 \times s + 9$.

Hierbij hoort de pijlenketting

$$s \xrightarrow{\times -4} \dots \xrightarrow{+9} h$$

Voorbeeld

$12 - 7 \times p = q$ kun je ook schrijven als
 $12 + -7 \times p = q$ of als $q = -7 \times p + 12$.

Hierbij hoort de pijlenketting

$$p \xrightarrow{\times -7} \dots \xrightarrow{+12} q$$

Gelijke formules

Formules kunnen gelijk zijn terwijl ze op verschillende manieren geschreven zijn.

Je kunt controleren of formules gelijk zijn door bij de formules tabellen of pijlenkettingen te maken.

Vind je dezelfde tabel, dan zijn de formules gelijk.

Vind je dezelfde pijlenketting, dan zijn de formules ook gelijk.

Voorbeeld

De formule $p = 12 - 4 \times z$ is gelijk aan de formule $-4 \times z + 12 = p$.

De tabel bij beide formules is:

z	0	1	2	3
p	12	8	4	0

De pijlenketting bij beide formules is:

$$z \xrightarrow{\times -4} \dots \xrightarrow{+12} p$$

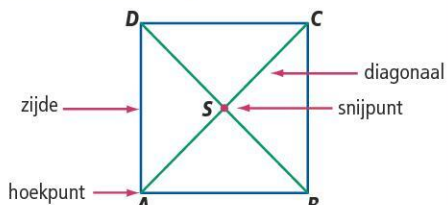
Meetkunde

Hoekpunten, zijden, diagonalen en het snijpunt van de diagonalen

De randen van een figuur noem je zijden. De hoeken van een figuur noem je hoekpunten. Een hoekpunt geef je aan met een hoofdletter.

Een lijnstuk dat twee niet-aangrenzende hoekpunten met elkaar verbindt, heet een diagonaal.

Voorbeeld



Soorten hoeken

Een rechte hoek is 90° .

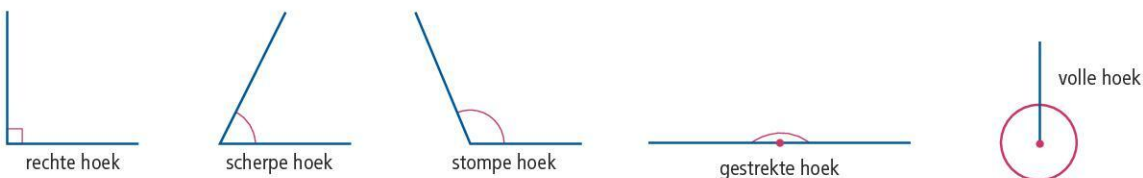
Een scherpe hoek is kleiner dan een rechte hoek en ligt tussen 0° en 90° .

Een stompe hoek is groter dan een rechte hoek en ligt tussen 90° en 180° .

Een gestrekte hoek is een hoek van 180° .

Een volle hoek is een hoek van 360° .

Voorbeelden

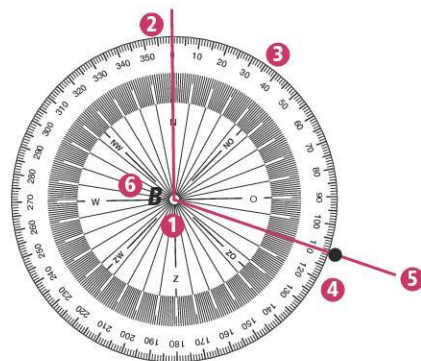


Hoe teken je een hoek met een kompasroos?

- 1 Teken een punt waar het hoekpunt moet komen.
- 2 Teken één been vanuit het punt.
- 3 Leg de kompasroos met het middelpunt op het punt en laat de lijn met 0° (N) samenvallen met het getekende been.
- 4 Zet een stipje bij het aantal graden.
- 5 Teken een been door het stipje met het punt te verbinden.
- 6 Schrijf de hoofdletter bij de hoek.

Voorbeeld

Teken $\angle B = 110^\circ$.



Inhoudsmaten omrekenen

Bij het omrekenen van inhoudsmaten m^3 , dm^3 , liter, cm^3 en milliliter kun je deze schema's gebruiken.



Voorbeeld 1

$$34 \text{ dm}^3 = \dots \text{ cm}^3$$

Kijk naar dm^3 en ga dan naar cm^3 .

Je gaat één stap naar rechts, dus $\times 1000$.

$$34 \times 1000 = 34\,000$$

$$\text{Dus } 34 \text{ dm}^3 = 34\,000 \text{ cm}^3.$$

Voorbeeld 2

$$34\,000 \text{ liter} = \dots \text{ m}^3$$

Kijk naar liter en maak eerst de stap naar dm^3 .

$$34\,000 \text{ liter} = 34\,000 \text{ dm}^3$$

Ga dan van dm^3 naar m^3 .

Je gaat één stap naar links, dus $: 1000$.

$$34\,000 : 1000 = 34$$

$$\text{Dus } 34\,000 \text{ liter} = 34 \text{ m}^3.$$

Ruimtefiguren, ribben, hoekpunten en grensvlak

Figuren die ruimte innemen noem je ruimtefiguren.

Een balk, kubus, piramide, bol, cilinder en kegel zijn voorbeelden van wiskundige ruimtefiguren.

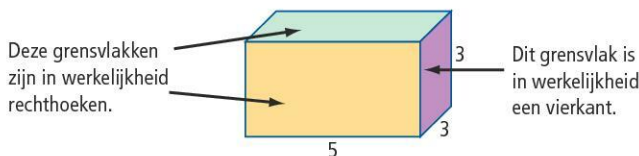
De vlakken van een ruimtefiguur noem je grensvlakken.

Welke vorm een grensvlak heeft, hangt af van de ruimtefiguur waar het om gaat.

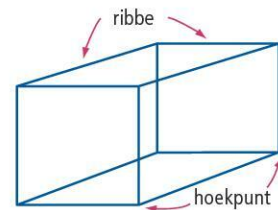
De randen waar grensvlakken bij elkaar komen noem je ribben.

De punten waar de ribben bij elkaar komen noem je hoekpunten.

Voorbeeld



Een balk heeft zes grensvlakken.



Grensvlakdiagonaal

De diagonaal in een grensvlak noemt men een grensvlakdiagonaal.
Elke kubus en balk heeft twaalf grensvlakdiagonalen.

Lichaamsdiagonaal

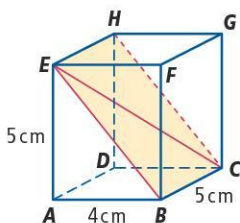
Een lijnstuk dat dwars door een balk of kubus loopt en twee hoekpunten met elkaar verbindt, heet een lichaamsdiagonaal.
Elke kubus en balk heeft vier lichaamsdiagonalen.

Hoe bereken je de lengte van een lichaamsdiagonaal?

- 1 Zoek een doorsnede waar de lichaamsdiagonaal in ligt.
- 2 Bereken de lengte van de grensvlakdiagonaal van de doorsnede. Gebruik de stelling van Pythagoras.
- 3 Maak een schets van de doorsnede met daarin de lichaamsdiagonaal en zet de maten erbij.
- 4 Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal. Gebruik de stelling van Pythagoras.

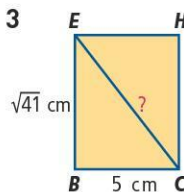
Voorbeeld

Bereken de lengte van de lichaamsdiagonaal EC in één decimaal nauwkeurig.



- 1 Gebruik doorsnede $BCHE$.
- 2 Bereken EB in grensvlak $ABFE$.

zijde	kwadraat
$AB = 4$	16
$EA = 5$	$\frac{25}{+}$
$EB = \dots$	41
$EB = \sqrt{41}$	



- 4 Kies driehoek BCE .
Bereken EC .

zijde	kwadraat
$EB = \sqrt{41}$	41
$BC = 5$	$\frac{25}{+}$
$EC = \dots$	66

Dus $EC = \sqrt{66} = 8,12\dots$
 $\approx 8,1 \text{ cm}$.

Lijnsymmetrische figuren en symmetrieas

Een figuur wordt lijnsymmetrisch genoemd als deze uit twee helften bestaat die elkaars spiegelbeeld zijn. Dit kan gecontroleerd worden met een spiegeltje of door de figuur dubbel te vouwen.

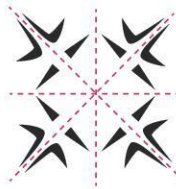
De lijn waar je een spiegeltje op moet zetten of de vouwlijn in een lijnsymmetrische figuur heet symmetrieas.

Sommige figuren hebben meer dan één symmetrieas.

Voorbeeld



Deze figuur heeft één symmetrieas.



Deze figuur heeft vier symmetrieassen.

Rechthoekige, gelijkbenige en gelijkzijdige driehoeken

Een driehoek waarvan één van de hoeken recht is, dus 90° , heet een rechthoekige driehoek.

Een gelijkbenige driehoek heeft twee gelijke zijden.

In een gelijkbenige driehoek zijn twee hoeken even groot

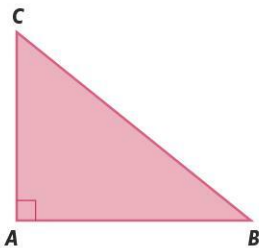
Een gelijkbenige driehoek heeft één symmetrieas.

Een gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden.

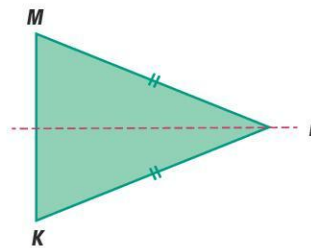
In een gelijkzijdige driehoek zijn de hoeken allemaal even groot, namelijk 60° .

Een gelijkzijdige driehoek heeft drie symmetrieassen.

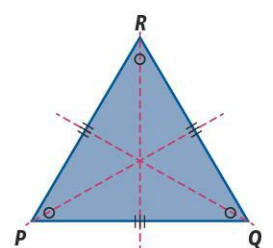
Voorbeeld



rechthoekige driehoek



gelijkbenige driehoek



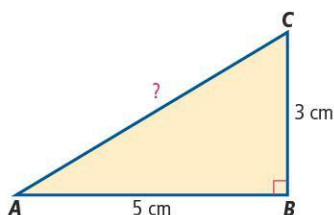
gelijkzijdige driehoek

Hoe bereken je de lengte van de langste zijde met de stelling van Pythagoras?

- 1 Maak een schema en vul het linker gedeelte in.
Schrijf altijd de langste zijde onderaan.
- 2 Bereken de kwadraten van de rechthoekszijden en tel ze op.
- 3 Bereken de lengte van de langste zijde.
Schrijf onder of naast het schema het antwoord. Rond zo nodig je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de lengte van zijde AC .



zijde	kwadraat
$BC = 3$	...
$AB = 5$	...
$AC = ?$	... +

zijde	kwadraat
$BC = 3$	9
$AB = 5$	25
$AC = ?$	34 +

3 $AC = \sqrt{34}$
 $AC \approx 5,8 \text{ cm}$

Vergroten, vergrotingsfactor en factor

Bij het vergroten van een figuur worden alle lengten met hetzelfde getal vermenigvuldigd.

Bij vergroten blijft de vorm van de figuur hetzelfde.

Ook de hoeken blijven bij vergroten even groot.

Het getal waarmee je alle lengtematen van een figuur vermenigvuldigt, noem je de vergrotingsfactor of factor.

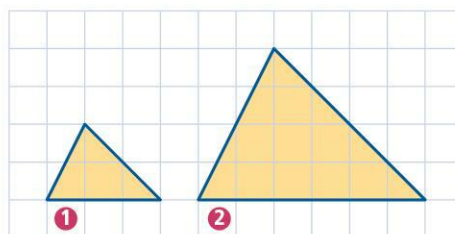
Voorbeeld

Is driehoek 2 een vergroting van driehoek 1?

De zijden van driehoek 2 zijn twee keer zo groot als de zijden van driehoek 1.

De hoeken zijn bij het vergroten gelijk gebleven.

Driehoek 2 is een vergroting van driehoek 1.

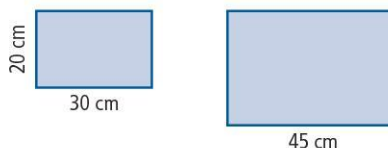


Hoe bereken je de factor bij een vergroting?

- 1 Teken een pijlenketting en schrijf de maten op de juiste plaats in de pijlenketting. De maten staan altijd in dezelfde eenheid.
- 2 Bereken de factor. Deel hiervoor het getal achter de pijl door het getal voor de pijl.

Voorbeeld

De rechter vloertegel is een vergroting van de linker vloertegel. Bereken de vergrotingsfactor.



- 1 $30 \text{ cm} \xrightarrow{\times \dots} 45 \text{ cm}$
- 2 De factor is $45 : 30 = 1,5$.

Origineel en beeld

Het figuur dat je vergroot heet origineel en de vergroting heet beeld.

Als je het origineel met een factor groter dan 1 vermenigvuldigt, dan wordt de figuur groter.

Als je het origineel met een factor tussen de 0 en de 1 vermenigvuldigt, dan wordt de figuur kleiner. Dit wordt ook vergroten genoemd, ook al wordt de figuur kleiner.

Schaal

Een model van een voorwerp is vaak op schaal gemaakt.

De schaal geeft de factor aan tussen het model en het voorwerp.

Bij berekeningen met schaal kun je een pijlenketting gebruiken.

Boven de pijl staat een vermenigvuldiging. Het getal waarmee vermenigvuldigd wordt, noem je de factor of vergrotingsfactor.

Voor en achter de pijl staat dezelfde lengtemaat.

Voorbeeld 1

Een model van een auto is 20 cm lang en is gemaakt op schaal 1 : 25.
Hoe lang is de auto in werkelijkheid in meters?

Bij de schaal 1 : 25 is de factor 25.
 $\text{schaalmodel} \xrightarrow{\times 25} \text{werkelijkheid}$
 20 cm 500 cm
 500 cm = 5 m
 In werkelijkheid is de auto 5 m lang.

Voorbeeld 2

Een gebouw van 24 meter breed wordt nagetekend op schaal 1 : 300. Hoe breed is het gebouw op de tekening in centimeters?

Bij de schaal 1 : 300 is de factor 300.
 $\text{schaalmodel} \xrightarrow{\times 300} \text{werkelijkheid}$
 0,08 m 24 m
 0,08 m = 8 cm
 Het gebouw is op de tekening 8 cm breed.

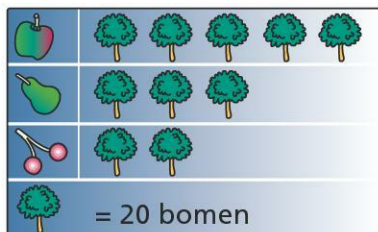
Statistiek

Beeld en staafdiagrammen

In een beelddiagram worden de aantallen aangegeven door een afbeelding.

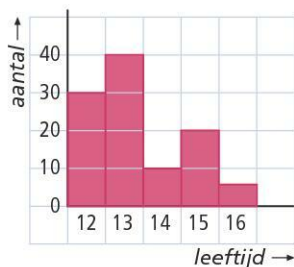
In een staafdiagram geeft de lengte van een staaf het aantal aan.

Voorbeeld 1



In dit beelddiagram kun je zien dat in de fruitgaard 60 perenbomen staan.

Voorbeeld 2



In dit staafdiagram kun je aflezen hoeveel personen een bepaalde leeftijd hebben.

Sector en sectorhoek

De delen waarin je een cirkeldiagram verdeelt, noem je sectoren.

Elke sector heeft een hoek bij het middelpunt.

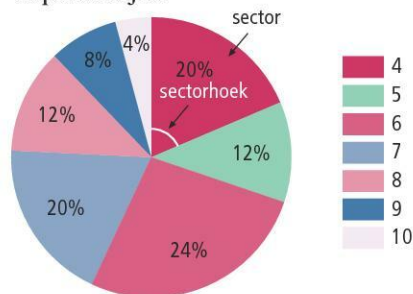
Deze hoek heet sectorhoek.

De sectorhoeken bij het middelpunt zijn samen altijd 360° .

Het hele cirkeldiagram komt overeen met 100%.

Voorbeeld

Percentage leerlingen met een bepaald cijfer



Turftabel en steelbladdiagram

Om van veel getallen een beter overzicht te krijgen, is het soms handig een turftabel te maken.

Om gegevens overzichtelijk op te schrijven, kun je een steelbladdiagram gebruiken. Boven het steelbladdiagram staat waar de gegevens over gaan.

De getallen links van de streep vormen de steel. de getallen rechts van de streep zijn de bladeren. Komt een getal twee of meer keer voor, dan wordt dit ook twee of meer keer opgeschreven.

Door de bladeren van klein naar groot op te schrijven wordt een steelbladdiagram overzichtelijker.

Voorbeeld 1

maat	turven	aantal
38	/	6
39		5
40		3
41		4

De turftabel is gebruikt om uit te zoeken hoeveel mensen een bepaalde schoenmaat hebben.

Voorbeeld 2

proefwerkcijfers	
5	0 1 4 8
6	0 5 5 5
7	1 1 3 4 4 7
8	4 5 8

In het steelbladdiagram staan proefwerk cijfers. Het laagste cijfer op het proefwerk is een 5,0.

Hoe bereken je het gemiddelde van een rij getallen?

- 1 Tel het aantal getallen.
- 2 Tel alle getallen van de rij bij elkaar op.
- 3 Deel de som van de getallen door het aantal getallen.

Voorbeeld 1

Bereken het gemiddelde van 4, 1, 2 en 3.

- 1 $4 + 1 + 2 + 3 = 10$
- 2 Er zijn vier getallen.
- 3 Het gemiddelde is $10 : 4 = 2\frac{1}{2}$.

Voorbeeld 2

Bereken het gemiddelde van 5, 7, 8, 10 en 4, waarbij de cijfers 7 en 8 twee keer tellen.

- 1 Er zijn zeven getallen.
- 2 De som van de getallen is $5 + 2 \times 7 + 2 \times 8 + 10 + 4 = 49$.
- 3 Het gemiddelde is $49 : 7 = 7$.

Frequentie, frequentietabel en modus

Het aantal keren dat een waarde voorkomt, heet de frequentie van de waarde. Een tabel, waarin frequenties staan, heet een frequentietabel.

Een waarneming die het meest voorkomt, noem je de modus.

Wanneer geen enkel getal het meeste voorkomt, is er geen modus.

Voorbeeld

De frequentietabel gaat over de hoogte van het zakgeld per week.

Bepaal de modus en bereken de gemiddelde leeftijd.

<i>zakgeld</i>	<i>frequentie</i>
€ 5,-	6 → $6 \times € 5,- = € 30,-$
€ 7,50	12 → $12 \times € 7,50 = € 90,-$
€ 10,-	7 → $7 \times € 10,- = € 70,-$
	<hr/> 25 + totaal $€ 190,-$

De modus is € 7,50, want dit bedrag heeft de hoogste frequentie.

Het gemiddelde is $€ 190,- : 25 = € 7,60$ per week.

Klassen, klassenbreedte en modale klasse

Om een goed overzicht te krijgen, kun je getallen die dicht bij elkaar liggen in één groep samennemen. Zo'n groep heet een klasse.

Een indeling in klassen heet een klassenindeling.

Bij een indeling in klassen moeten de klassen allemaal dezelfde breedte hebben. Dit heet de klassenbreedte.

De klassenbreedte loopt altijd van ... tot

De klasse die het meest voorkomt, heet de modale klasse.

Voorbeeld

Proefwerkcijfers

5,1 5,3 5,8 6,1 6,3 6,4 6,9 7,0 7,2 7,6
7,7 7,7 7,8 8,1 8,6 8,8 9,3 9,5 9,6 9,7

Klassenindeling

<i>klasse</i>	5 – 6	6 – 7	7 – 8	8 – 9	9 – 10
<i>frequentie</i>	3	4	6	3	4

Modale klasse: vanaf 7 tot 8

Klassenbreedte: elke klasse heeft een breedte van 1.

- A** afronden 228
assenstelsel 232
- B** beeld 244
beelddiagram 245
bergparabool 33
betrouwbare schatting 209
bovenaanzicht 68
btw 230
- C** combineren tabellen en diagrammen 211
coördinaten 232
- D** dalparabool 33
derdemachtsformule 34, 35
dezelfde formules 102
diagonaal 239
diagonaalvlak 74
diagrammen combineren 211
drie coördinaten 72
- E** evenwijdige lijnen 172
exponent 231
- F** factor en percentage 144, 229
factor bij vergroten 174, 243, 244
formule anders schrijven 237
formule bij lineaire grafiek 235
formule en tabel 233
formule met aftrekking 238
formules combineren 103
formules korter schrijven 103, 237
formules met haakjes 101
formule zonder haakjes schrijven 102
frequentie 247
frequentietabel 247
- G** gelijkbenige driehoek 242
gelijke formules 102, 238
gelijksoortige termen 237
gelijkvormige figuren 173, 175
gelijkzijdige driehoek 242
gemiddelde 246
- gestrekte hoek 237
grafiek bij tabel 232
grafiek derdemachtsformule 35
grensvlak 240
grensvlakdiagonaal 241
grondtal 213
grote getallen 147
- H** handige percentages 230
hellingsgetal 235
hoek tekenen 239
hoekpunt 239, 240
horizontale lijn 32
- I** inclusief btw 230
inhoudsmaten 240
inhoudsmaten omrekenen 240
- K** klasse 247
klassenbreedte 247
koers 69
koershoek 69
koershoek meten 69
koershoek tekenen 70
kwadratische formule 236
kwadratisch verband 236
kwartielen 213
- L** langste zijde berekenen 243
lengte lichaamsdiagonaal berekenen 75, 241
lichaamsdiagonaal 74
lichtbron en schaduw 172
lijnsymmetrie 242
lineaire formule 234, 235
lineaire grafiek 234
liter 240
- M** macht 231
macht van 10 145, 231
mediaan 213
misleidend diagram 210
modale klasse 247
modus 247

O omgekeerd evenredig verband 36, 37
oorsprong 232
origineel 244
overeenkomstige hoeken 173
overeenkomstige zijden 173

P parabool 33, 34, 236
percentage 229, 230
percentage boven 100% 144, 230
percentage en decimaal getal 229
percentage en factor 144, 229
percentage eraf 144
percentage erbij 144
pijlenketting en formule 233
plaatsbepalen in bovenaanzicht 68
plaatsbepalen met koershoeken 71
plaats in de ruimte 72, 73
procenten 230
product 228
puntengrafiek 32
punt in de ruimte 73

Q quotiënt 228

R rechte hoek 239
rechthoekige driehoek 242
rekenen met een formule 233
rekenen met grote getallen 147
ribbe 240
ruimtefiguur 240

S scherpe hoek 239
schaal 68, 244
schaallijn 68
schaduw 172
schatting 209
sector 245
sectorhoek 245
snijpunt 239
som 228

somformule 100
sometabel 100
spreidingsbreedte 212
staafdiagram 245
stapeldiagram 208
stapgrootte 233
startgetal 235
steelbladdiagram 246
stelling van Pythagoras 243
stompe hoek 239
symmetrieas 34, 242

T tabel en formule 233
toename 234
top van een parabool 34
turftabel 246

V vergroten 243
vergrotingsfactor 243, 244
verhoudingstabel 229
verschil 228
verschilformule 100
verschiltabel 100
verschil tussen de toenames 236
verticale lijn 32
volgorde bij berekenen 228
volle hoek 239

W wetenschappelijke notatie 145, 146, 231
wortelformule 35, 237
wortelverband 237

X x -coördinaat 232

Y y -coördinaat 232

Z zaagtand 233
zijde 239
zonnestralen en schaduw 172

Ontwerp omslag G2K, Groningen/Amsterdam

Fotografie omslag Getty Fotosearch

Ontwerp binnenwerk Paul Kooi, G2K, Groningen/Amsterdam

Illustraties Peter Fitzverploegh, Utrecht

Technisch tekenwerk Integra Software Services, India

Beeldresearch Daliz, Den HaagFoto's:

Fotoverantwoording

Anadolu Agency/ Getty Images, Londen: p. 6-7

Shutterstock, New York: p. 8, 17, 20, 22, 23, 24, 28, 29, 30, 38, 62o, 63, 75, 82, 85, 94, 99, 104, 111, 115, 121, 124, 125, 127, 128b, 129, 131, 132b, 139o, 141, 142, 143, 149, 150-151, 152o, 165, 167, 200, 207, 214, 224, 226

Alamy/ Image Select, Wassenaar: p. 11, 147, 186, 198

iStockphoto/ Getty Images, Londen: p. 14, 78-79, 105, 109, 122, 148, 152b, 225

Dave de Bruin/ Daliz, Den Haag: p. 18, 42, 77, 154, 221

Rijkdienst voor Cultureel Erfgoed, Den Haag: p. 39

Depositphotos, San Francisco: p. 40-41

Thomas Schlijper/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 62b

Belinda van Dam/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 84, 118-119

Frank Hoekzema/ Nationale Beeldbank, Den Haag: p. 95

Event Rental Equipment, Andijk: p. 97

Arthur Vriend Fotografie/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 98

Shutterstock/ Daliz, Den Haag: p. 106-107, 216-217

Piet den Blanken/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 111b

Peter Hilz/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 123

Robin Utrecht/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 128o

San Disk/ Daliz, Den Haag: p. 132

Sciencephoto/ ANP, Den Haag: p. 134

Stichting Haarwensen, Mijdrecht: p. 136b

Dreamstime, San Francisco: p. 136o

Biohax International: p. 137

Siebe Swart/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 138

Nivea/ Beiersdorf Global AG, Hamburg: p. 139b

Double A International Network, Rotterdam: p. 140

Olaf Kraak/ ANP, Den Haag: p. 178-179

Joyce van Belkom/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 180

Kippa/ ANP, Den Haag: p. 188

W4 Kangoeroe, Nijmegen: p. 196

Pim Ras/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 227



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.

Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.

Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.



Noordhoff Uitgevers



ISBN 978-90-01-88508-3



9 789001 885083