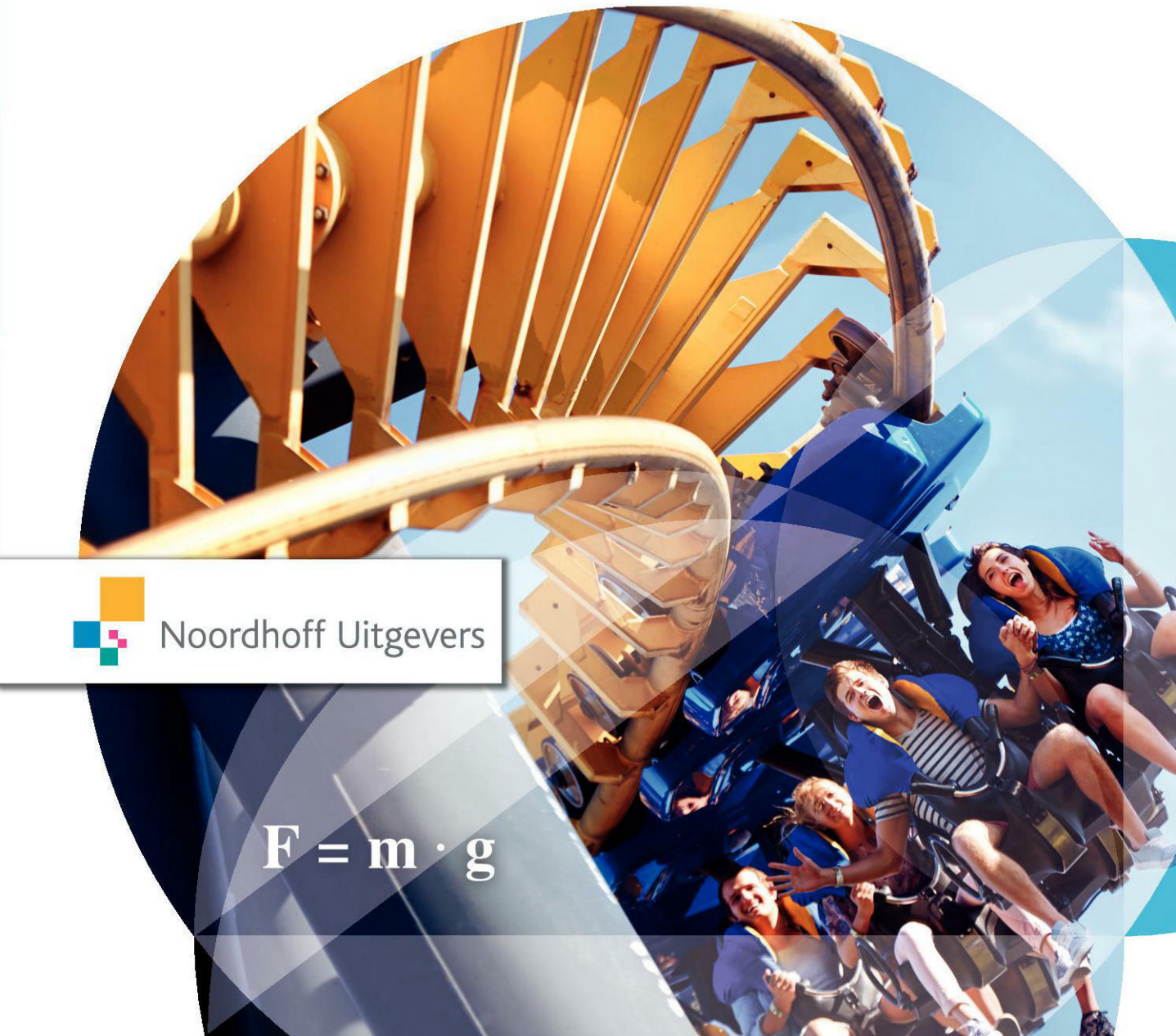
LEERBOEK | WISKUNDE | 12E EDITIE | 3B VMBO-GT

MODERNE WISKUNDE



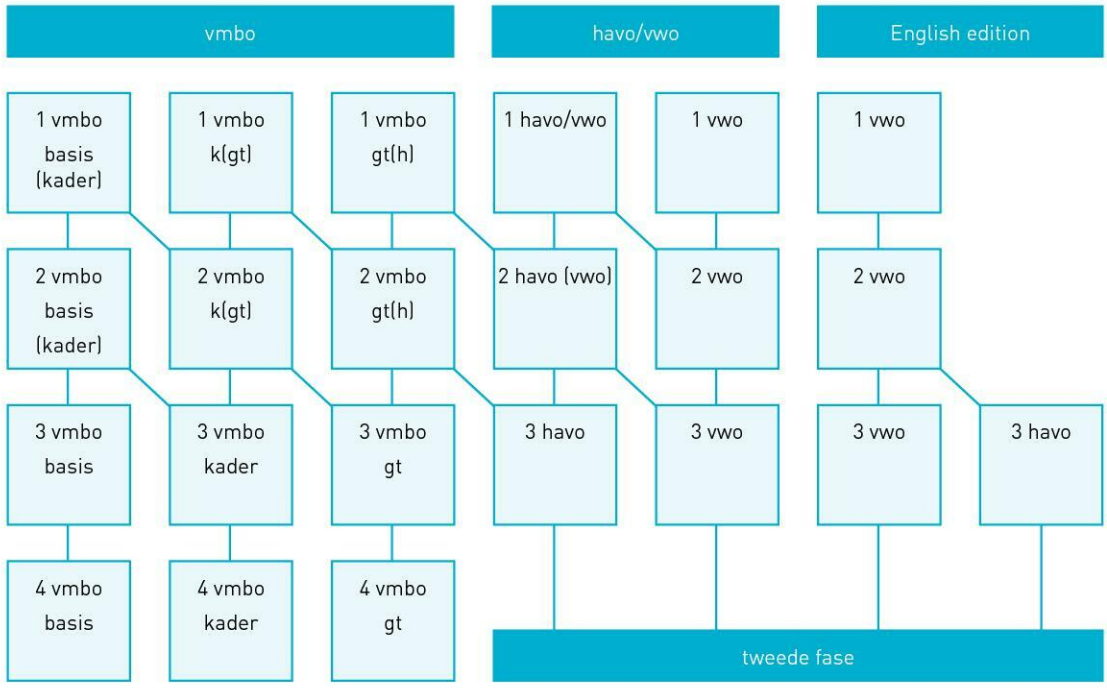
Noordhoff Uitgevers

12e editie

Moderne Wiskunde

3B vmbo-gt

Serieoverzicht Onderbouw



Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontlenen.

MIX
Papier van verantwoorde herkomst
FSC® C118189

0 / 19

© 2019 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsenauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-88509-0

12e editie

Moderne Wiskunde

3B vmbo-gt

Wanda Boele
Ine van Breugel
Ronald Buijs
Maico Burger
Cees de Hoog
Anne van der Horst
Melanie Kos
Gerard Lakeman
Marga van Loef - Combee
Wilma Verkooijen
Sjaak Voet
Bert van der Windt

Noordhoff Uitgevers

Moderne Wiskunde

3B vmbo-gt

7 Vergelijkingen oplossen 6

Voorkennis 8
7.1 Omslagpunt 10
7.2 Voor en na het omslagpunt 14
7.3 Kwadratische vergelijkingen 18
7.4 Inklemmen 22
7.5 Inklemmen met een dubbele tabel 26
Vaardigheden | Test jezelf 30
Samenvatting | Extra oefening 32
Gemengde opdrachten 36

8 Hellingen en tangens 38

Voorkennis 40
8.1 Hoog en laag 42
8.2 Tangens 46
8.3 Tangens en hoeken 50
8.4 Tangens en lengte 54
8.5 Hoeken in ruimtefiguur 58
Vaardigheden | Test jezelf 62
Samenvatting | Extra oefening 64
Gemengde opdrachten 70

9 Meten en redeneren 72

Voorkennis 74
9.1 Driehoeken 76
9.2 Bijzondere lijnen 80
9.3 Vierhoeken 84
9.4 Gelijke hoeken 88
9.5 Hoeken berekenen 92
Vaardigheden | Test jezelf 96
Samenvatting | Extra oefening 98
Gemengde opdrachten 106

Keuzeonderwerpen 3 108
Technische vaardigheden 3 110
Wiskundige Denkactiviteiten 2 114
Puzzelen 2 116

© Noordhoff Uitgevers bv

10 Grafieken 120

Voorkennis 122
10.1 Allerlei grafieken 124
10.2 Somgrafieken 128
10.3 Verschilgrafieken 132
10.4 Frequentie van periodieke grafieken 136
10.5 Amplitude en evenwichtsstand 140
Vaardigheden | Test jezelf 144
Samenvatting | Extra oefening 146
Gemengde opdrachten 152

11 Oppervlakte en inhoud 154

Voorkennis 156
11.1 Oppervlakte kubus, balk en cilinder 158
11.2 Inhoud 162
11.3 Inhoud prisma 166
11.4 Inhoud piramide en kegel 170
11.5 Vergroten 174
Doe-opdrachten 178
Vaardigheden | Test jezelf 180
Samenvatting | Extra oefening 182
Gemengde opdrachten 188

12 Grafen 190

Voorkennis 192
12.1 Kaart en graaf 194
12.2 Tabel en graaf 198
12.3 Gerichte graaf 202
12.4 Een keuze maken 206
12.5 Schattend rekenen 210
Vaardigheden | Test jezelf 214
Samenvatting | Extra oefening 216
Gemengde opdrachten 220

Keuzeonderwerpen 4 222
Technische vaardigheden 4 224
Wiskunde in de praktijk
- Isometrische projectie 228
- Scooters 230
Door elkaar 2 232

Uit deel 1, 2 en 3A 234

Trefwoorden 254

© Noordhoff Uitgevers bv

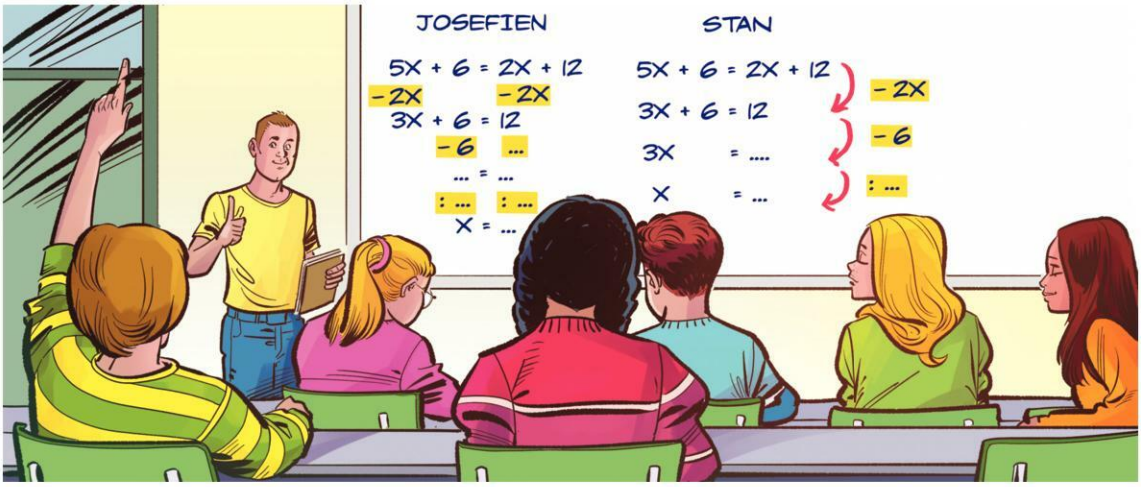
© Noordhoff Uitgevers bv

Vergelijkingen oplossen 7

In dit hoofdstuk leer je

- een omslagpunt aflezen en berekenen
- de betekenis van een omslagpunt geven
- het omslagpunt gebruiken om grafieken voor en na dit omslagpunt te vergelijken
- een kwadratische vergelijking oplossen
- hoeveel oplossingen een kwadratische vergelijking kan hebben
- een vergelijking oplossen met inklemmen
- de eerste coördinaat van een snijpunt van twee grafieken bepalen met inklemmen

© Noordhoff Uitgevers bv



235 V1 234 Josefien en Stan lossen de **vergelijking** $5x + 6 = 2x + 12$ op door **links en rechts hetzelfde** te doen. De manier van opschrijven is bij beiden verschillend.

a Los de vergelijking op beide manieren op.

b Los ook de volgende vergelijkingen op.

1. $8k + 40 = 3k + 60$
2. $5x - 4 = 3x + 8$
3. $6c + 3 = -4c - 2$
4. $3 + 4y = 2y + 8$
5. $m = 4m + 3$

V2 Zwembad 'de Drietip' heeft twee tarieven.
Bij een abonnement kun je de kosten berekenen met de formule $k = 2a + 25$. Hierin is a het aantal keer zwemmen en k de kosten in euro's.
Zonder abonnement betaal je € 7,- per keer.

a Maak de formule voor de kosten zonder abonnement.

b Met welke vergelijking kun je de eerste coördinaat van het **omslagpunt** berekenen? 237

c Bereken met deze vergelijking bij welk aantal keer zwemmen de kosten gelijk zijn.

d Teken de grafieken bij de formules in één assenstelsel. Kies op de horizontale as de getallen 0, 2, 4, 6, 8 en 10.

e Is een abonnement voor of na het omslagpunt het goedkoopst?

© Noordhoff Uitgevers bv

V3 Schilders Antoon en Frieke gebruiken formules om te berekenen hoeveel euro een klant moet betalen.
Antoon gebruikt de formule $b = 36 + 27u$ en Frieke gebruikt de formule $b = 21 + 32u$.
Hierbij is u het aantal uren en b het bedrag in euro's.

a Teken in één assenstelsel de grafieken bij de formules. Laat de horizontale as lopen tot en met zeven uren.
b Los de vergelijking $21 + 32u = 36 + 27u$ op.
c Leg uit wat de betekenis is van de oplossing bij opdracht b.
d Geef het omslagpunt aan in het assenstelsel.
e Welke schilder is na het omslagpunt het duurst?

V4 Vul in en bereken.

a $3^2 = \ldots \times \ldots = \ldots$
b $(-3)^2 = \ldots \times \ldots = \ldots$
c $-3^2 = -3 \times \ldots = \ldots$
d $10^2 = \ldots$
e $-10^2 = \ldots$
f $(-10)^2 = \ldots$

V5 Vul in. Rond, indien nodig, je antwoord af op twee decimalen.

a $\sqrt{9} = 3$, want $3^2 = \ldots$
b $\sqrt{81} = \ldots$ want $\ldots^2 = \ldots$
c $\sqrt{256} = \ldots$ want $\ldots^2 = \ldots$
d $\sqrt{676} = \ldots$
e $\sqrt{0{,}04} = \ldots$
f $\sqrt{1225} = \ldots$

V6 **a** Maak een tabel bij de formule $y = 2x^2 - 8$. Kies voor x de getallen -3 tot en met 3.
236 **b** Laat met behulp van de tabel zien dat hier sprake is van een **kwadratisch verband**.
236 **c** Teken de **parabool** bij de tabel.
d Teken in hetzelfde assenstelsel de grafiek bij de formule $y = -3x - 2$.
e Hoeveel snijpunten hebben de twee grafieken?

© Noordhoff Uitgevers bv

7.1 Omslagpunt

Je leert
- een omslagpunt aflezen en berekenen
- de betekenis van een omslagpunt geven

Leerroutes
- ondersteunend: 1—2—3—4—5—6—07—8—9
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8—9
- uitdagend: 1—2—3—4—5—7—8—9—U1

1 Een schaatsbaan hanteert twee tarieven voor de schaatslessen.
Zonder abonnement: $k = 8{,}25a$ en met abonnement: $k = 36 + 4{,}25a$.
Hierbij is k de kosten in euro's en a het aantal lessen.

a Jiske en Kasper berekenen elk bij hoeveel lessen de formules dezelfde uitkomst geven.
Maak beide berekeningen af.

Jiske

Los op $8{,}25a = 36 + 4{,}25a$

$-4{,}25a \quad -\ldots a$

$4a = \ldots$

$:4 \quad :\ldots$

$a = \ldots$

Oplossing $a = \ldots$

Kasper

Los op $8{,}25a = 36 + 4{,}25a$

$-4{,}25a$

$4a = \ldots$

$:4$

$a = \ldots$

Oplossing $a = \ldots$

b Welke waarde van a vinden Jiske en Kasper?

c Leg uit wat deze gevonden waarde betekent.

235 **2** Los de volgende **vergelijkingen** op door **links en rechts hetzelfde** te doen. Gebruik de manier van opschrijven van Jiske uit opdracht 1.

A $5x + 2 = 3x + 16$

B $4x + 3 = -8x - 21$

C $4 - 3x = 2x - 21$

3 Los ook de vergelijkingen **D**, **E** en **F** op.
Gebruik de manier van opschrijven van Kasper uit opdracht 1.

D $6x + 4 = 3x + 19$

E $4 + 4x = 2x - 31$

F $-4x + 18 = 2x$

© Noordhoff Uitgevers bv

4 Rentcar berekent de huurprijs met de formule $p = 50 + 13a$ en Carpoint met $p = 16a + 38$. Hierbij is p de huurprijs in euro's en a het aantal dagen huur.

a Teken de grafieken van Rentcar en Carpoint in één assenstelsel.

b Lees uit de grafieken af bij hoeveel dagen de prijs bij beide verhuurders gelijk is.

c Welk bedrag hoort bij dit aantal dagen?

237 **d** Schrijf de coördinaten van het **omslagpunt** op.

5 Je kunt de prijzen uit opdracht 4 ook vergelijken door de formules aan elkaar gelijk te stellen.

a Los de bijbehorende vergelijking $50 + 13a = 16a + 38$ op.

b Vind je hetzelfde aantal dagen als in opdracht 4?

c Vul het berekende aantal dagen in beide formules in. Kom je op hetzelfde bedrag uit?

Theorie

Het **omslagpunt** heeft vaak een **betekenis**. In het omslagpunt zijn de uitkomsten van de twee formules aan elkaar gelijk.
Je kunt ook zeggen: de kosten zijn even hoog, de bedrijven zijn even duur, de inhoud is gelijk enzovoort.

Voorbeeld

Tuinder A berekent zijn kosten met de formule $k = 15 + 27t$.
Tuinder B gebruikt de formule $k = 19t + 31$. Hierbij is t de tijd in uren en k de kosten in euro's.
Bij welk aantal uren zijn de kosten van beide tuinders gelijk?

Met de vergelijking $15 + 27t = 19t + 31$ bereken je de eerste coördinaat van het omslagpunt.
Je vindt $t = 2$. Als je $t = 2$ invult in beide formules, vind je $k = 69$.
De coördinaten van het omslagpunt zijn (2, 69).
Het omslagpunt betekent dat bij twee uur werken beide tuinders even duur zijn, ze rekenen dan € 69,- aan kosten.

6 De lengte van twee kaarsen kun je berekenen met de formules $l = 15 - 2{,}5u$ en $l = -3{,}5u + 19$. Hierbij is u het aantal branduren en l de lengte in centimeters.

a Bereken de coördinaten van het omslagpunt door de formules aan elkaar gelijk te stellen.

b Leg de betekenis van het omslagpunt uit.

© Noordhoff Uitgevers bv

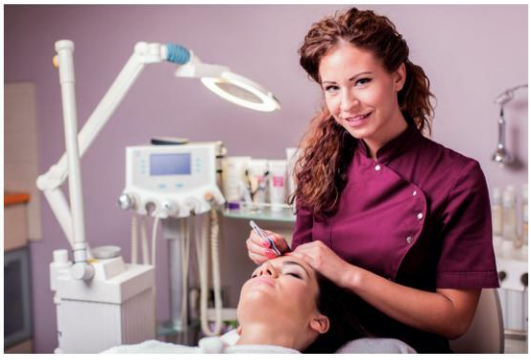
Ondersteunende route → maak opdracht O7

7 Met de inhoud van twee melktanks worden pakken melk gevuld. De hoeveelheid melk in de tanks kun je berekenen met de volgende formules.

Tank A: $inhoud = 10\,000 - 1{,}5p$
Tank B: $inhoud = -0{,}5p + 7500$
Hierbij is *inhoud* in liters en p het aantal gevulde melkpakken.

a Teken de bijbehorende grafieken in één assenstelsel. Kies op de horizontale as een stapgrootte van 1000 liter.
b Lees de coördinaten van het omslagpunt af.
c Stel de vergelijking op waarmee je de eerste coördinaat van het omslagpunt kunt berekenen.
d Los de vergelijking op.
e Heb je dezelfde waarde voor de eerste coördinaat gevonden als in opdracht b?
f Leg de betekenis van het omslagpunt uit.

8 **a** Teken de grafieken van de formules $-2{,}5x - 1 = y$ en $-0{,}5x + 2 = y$ in één assenstelsel.
b Lees de coördinaten van het omslagpunt af.
c Bereken de coördinaten van het omslagpunt.
d Vind je bij opdracht b en opdracht c hetzelfde antwoord?



9 Roos is schoonheidsspecialiste in een salon en berekent haar inkomsten met de formule $i = 22{,}10 + 12{,}25u$. Haar vriendin Cato heeft haar eigen salon en gebruikt de formule $i = 12{,}90u$. Hierbij is i de inkomsten in euro's en u het aantal gewerkte uren.

a Bereken de coördinaten van het omslagpunt.
b Bij hoeveel uren werken verdienen zij evenveel?
c Hoeveel verdienen zij dan?

Uitdagende route → maak opdracht U1

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O7 Bij de groei van twee zonnebloemen horen de formules $h = 5 + 7a$ en $h = 9a + 1$. Hierin is h de hoogte in centimeters en a het aantal dagen.

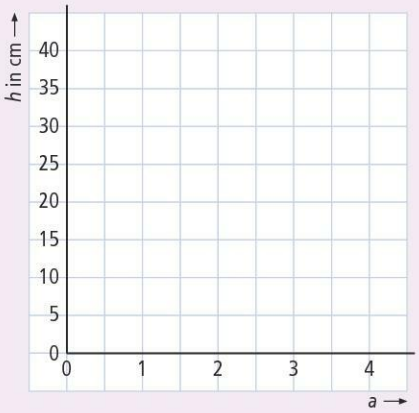
a Teken de grafieken bij de formules in het assenstelsel.

b Lees de coördinaten van het omslagpunt af.

c De waarde van de eerste coördinaat kun je ook berekenen door de vergelijking $5 + 7a = 9a + 1$ op te lossen.
Los deze vergelijking op.

d Heb je dezelfde waarde gevonden voor a als in opdracht b?

e Vul in.
Het omslagpunt van de grafieken betekent dat na … dagen beide zonnebloemen … cm hoog zijn.



Uitdagende opdrachten

	elektrische auto	benzine auto
afschrijving per jaar	€ 3.300,-	€ 2.000,-
brandstof per kilometer	€ 0,04	€ 0,07
onderhoudskosten per jaar	€ 200,-	€ 350,-
wegenbelasting per kwartaal	€ 71,-	€ 142,-

U1 **a** Welke auto is het duurst als je 10 000 km per jaar rijdt?

b Bepaal bij hoeveel kilometer rijden per jaar het omslagpunt ligt tussen een elektrische auto en een benzine auto.

© Noordhoff Uitgevers bv

7.2 Voor en na het omslagpunt

Je leert
- het omslagpunt gebruiken om grafieken voor en na dit omslagpunt te vergelijken

Leerroutes
- ondersteunend: 10—11—12—13—O14—15—O16—17
- doorlopend: 10—11—12—13—14—15—16—17
- uitdagend: 10—12—13—14—16—17—U2—U3

10 Debby wil een nieuwe scooter kopen, maar heeft nog niet genoeg gespaard. Ze leent € 1.250,- van haar ouders en spreekt af dat zij iedere maand € 50,- terugbetaalt.
De formule voor het bedrag b dat ze na een aantal maanden m nog moet betalen is $b = 1250 - 50m$.

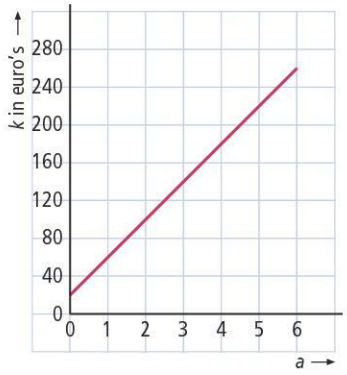
a Teken in een assenstelsel de grafiek bij de formule.
Kies op de horizontale as de maanden 0 tot en met 12.
Kies op de verticale as een stapgrootte van 200.

b Na hoeveel maanden is haar schuld nog € 1.000,-?

c Geef dit punt van € 1.000,- aan op de grafiek.

d Na hoeveel maanden is de schuld van Debby voor het eerst kleiner dan € 1.000,-?

11 W Voor het verhelpen van storingen bij computers rekent Susanne € 20,- voorrijkosten en € 40,- per uur. De kosten kun je berekenen met de formule $k = 40a + 20$. Hierbij is a het aantal uren en k de kosten in euro's.
In het assenstelsel zie je de grafiek bij de formule.



a Hoeveel uren heeft Susanne gewerkt als de kosten € 120,- zijn?

b Teken een punt op de grafiek dat bij € 200,- hoort.

c Bij welke waarden van a zijn de kosten minder dan € 200,-?

12 Daphne maakt buttons, die ze op rommelmarkten verkoopt.
Voor de verkoopplaats betaalt ze € 72,- per seizoen.
Het maken van een button kost € 0,70 per stuk.

a Daphne wil 400 buttons in een seizoen verkopen.
Hoeveel euro bedragen de totale kosten?

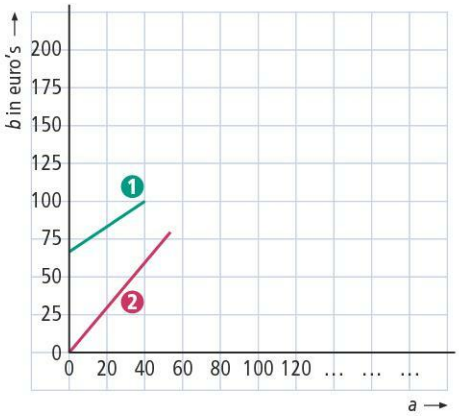
b De verkoopprijs is € 1,50 per button.
Hoeveel euro is de opbrengst bij een verkoop van 400 buttons?

c Daphne berekent de winst door de totale kosten van de opbrengst af te trekken.
Hoeveel euro winst maakt ze als ze in totaal 400 buttons verkoopt?

© Noordhoff Uitgevers bv

13 W

Daphne gebruikt de formule $b = 72 + 0{,}70a$ voor de totale kosten en berekent de opbrengst van de buttons met de formule $b = 1{,}50a$. Hierin is b het bedrag in euro's en a is het aantal buttons. In het assenstelsel zie je het begin van de grafieken die bij de formules horen.



a Welke grafiek hoort bij de formule van de totale kosten? Leg je antwoord uit.

b Teken beide grafieken tot $a = 200$.

c Lees uit de grafiek af bij welk aantal verkochte buttons Daphne geen winst en geen verlies maakt.

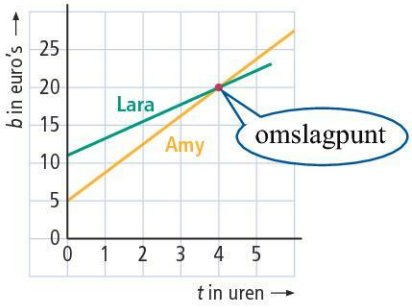
d Vul in.
Vanaf … verkochte buttons maakt Daphne winst.

Theorie

Door het omslagpunt te berekenen weet je wanneer beide formules dezelfde uitkomst geven. Het omslagpunt kun je gebruiken om grafieken voor en na het omslagpunt te vergelijken.

Voorbeeld

Bij de inkomsten van Amy en Lara horen formules.
Amy: $b = 5 + 3{,}75t$
Lara: $b = 11 + 2{,}25t$
Hierbij is b het bedrag in euro's en t het aantal uren.
Wie verdient er na het omslagpunt het meest?



Je kunt het omslagpunt aflezen of berekenen. Hier ligt het omslagpunt bij (4, 20).
Na het omslagpunt ligt de grafiek van Amy boven de grafiek van Lara. Dat betekent dat Amy dan meer verdient dan Lara.

Ondersteunende route → maak opdracht 014

14

André verkoopt oliebollen voor een goed doel.
De formules horen bij zijn totale kosten en opbrengst. Hierbij is a het aantal oliebollen en b het bedrag in euro's.

totale kosten
$b = 25 + 0{,}5a$

opbrengst
$b = 0{,}75a$

a Teken in één assenstelsel de grafieken bij beide formules. Kies op de horizontale as een stapgrootte van 20.

b Bij welk aantal oliebollen ligt het omslagpunt?

c Tot welk aantal verkochte oliebollen heeft André verlies?

© Noordhoff Uitgevers bv

15 **a** Teken de grafieken bij de formules $y = 4x - 5$ en $y = 2{,}5 - 2x$.
b Bereken de coördinaten van het omslagpunt.
c Leg uit waarom je hier de coördinaten van het omslagpunt beter kunt berekenen dan aflezen.
d Welke grafiek geeft de kleinste uitkomsten voor het omslagpunt?

Ondersteunende route → maak opdracht O16

16 Twee regentonnen lopen vol met regenwater. Hierbij horen de volgende formules.
Regenton 1: $h = 40 + 3{,}5t$
Regenton 2: $h = 35 + 4t$
Hierbij is h de hoogte van het water in centimeters en t de tijd in uren.
In welke regenton staat het regenwater het hoogst na het omslagpunt?

17 Uit twee springkastelen wordt de lucht gelaten.
De grafieken horen hierbij. Hierbij is t de tijd in seconden en I de inhoud in m^3.

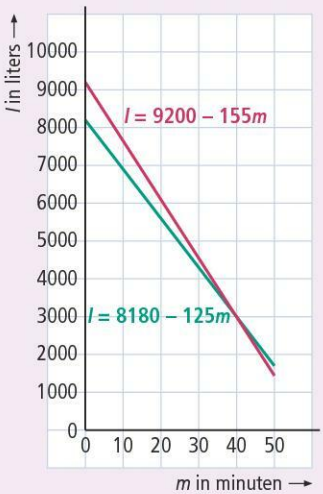
a Lees uit de grafiek af na ongeveer hoeveel seconden er in de springkastelen evenveel lucht zit.
b Bereken de eerste coördinaat van het omslagpunt.
c Zijn je antwoorden bij opdracht a en b hetzelfde?
d Op welke manier vind je het omslagpunt het meest nauwkeurig?
e Welk springkasteel is het eerst leeg? Hoe zie je dat aan de grafieken?

Uitdagende route → maak opdracht U2 en U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O14 Twee vijvers worden leeggepompt. De grafieken horen hierbij.



- **a** Lees uit de grafieken af na ongeveer hoeveel minuten er evenveel water in de vijvers zit.
- **b** Bereken de eerste coördinaat van het omslagpunt door de vergelijking $9200 - 155m = 8180 - 125m$ op te lossen.
- **c** Is het aantal berekende minuten van opdracht b ongeveer gelijk aan je antwoord bij opdracht a?
- **d** In welke vijver zit voor het omslagpunt de kleinste hoeveelheid water? Gebruik de grafiek.

O16 Twee kinderbadjes worden bijgevuld. Hierbij horen de volgende formules.

Badje ❶: $inhoud = 10{,}5t + 135$

Badje ❷: $inhoud = 150 + 9t$

Hierbij is *inhoud* in liters en t de tijd in minuten.

- **a** Bereken de waarde van t van het omslagpunt door de vergelijking $10{,}5t + 135 = 150 + 9t$ op te lossen.
- **b** Na hoeveel minuten is er evenveel liter water in beide kinderbadjes?
- **c** In welk kinderbadje zit het meeste water na het omslagpunt?

Uitdagende opdrachten

U2 Gegeven zijn de formules $y = 1{,}2x - 6{,}7$ en $y = -3{,}9x + 8{,}6$.

- **a** Bereken de coördinaten van het omslagpunt.
- **b** Wordt de eerste coördinaat van het omslagpunt groter of kleiner als het hellingsgetal in beide formules twee keer zo groot wordt?

U3 Beantwoord onderstaande vragen zonder het omslagpunt uit te rekenen. Licht je antwoorden toe.

Wie verdient het meest na het omslagpunt?

inkomsten Carine $= 178{,}50 + 32{,}75t$

inkomsten Jeroen $= 213{,}45 + 29{,}60t$

Hierbij is t de tijd in dagen.

Wie weegt het meest voor het omslagpunt?

$8{,}5 + 3{,}1a =$ *gewicht Spike*

$7{,}2 + 4{,}5a =$ *gewicht Jenna*

Hierbij is a het aantal dagen.

© Noordhoff Uitgevers bv

7.3 Kwadratische vergelijkingen

Je leert
- een kwadratische vergelijking oplossen
- hoeveel oplossingen een kwadratische vergelijking kan hebben

Leerroutes
- ondersteunend: 18—19—020—21—22—023—24
- doorlopend: 18—19—20—21—22—23—24
- uitdagend: 18—20—22—23—24—U4—U5

236 **18** **a** Vul de tabel in bij de **kwadratische formule** $y = x^2 - 2$.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4
y	14	…	…	…	…	…	…	…	14

b Teken de grafiek bij de tabel.

c Bij welke twee waarden van x geldt $x^2 - 2 = 7$?
Kleur de twee bijbehorende punten op de grafiek rood.

d Teken ook de punten waarbij de uitkomst 4 is.

e Lees uit de grafiek af bij ongeveer welke twee x-waarden de uitkomst 4 is.

f Controleer met een berekening of de afgelezen waarden goed zijn.

19 De vergelijking $x^2 = 25$ heeft twee oplossingen, namelijk $x = 5$ en $x = -5$.

a Laat met een berekening zien dat beide oplossingen goed zijn.

b Bij de vergelijking $x^2 = 25$ horen de pijlenketting en de omgekeerde pijlenketting op het kladblaadje.
Vul de omgekeerde pijlenketting verder in.

c Maak ook zo'n omgekeerde pijlenketting bij de vergelijking $x^2 = 49$.

d Welke twee oplossingen vind je?

Los op $x^2 = 25$.

x —kwadrateren→ 25

… —$\sqrt{25}$→ 25

… —$-\sqrt{\ldots}$→ 25

Aanpak

Hoe los je een kwadratische vergelijking op?

1. Maak een pijlenketting.
2. Maak een omgekeerde pijlenketting. Bij x^2 horen twee omgekeerde pijlenkettingen, namelijk $\sqrt{x}$ en $-\sqrt{x}$.
3. Bereken de oplossing(en).
   Rond de oplossing(en) eventueel af.

Voorbeeld

Los de vergelijking $x^2 - 2 = 10$ op. Rond of op twee decimalen.

1 x —kwadrateren→ … —−2→ 10

2 … —$\sqrt{\ldots}$→ 12 —+2→ 10
… —$-\sqrt{\ldots}$→

3 3,46 … —$\sqrt{12}$→ 12 —+2→ 10
−3,46 … —$-\sqrt{12}$→

De oplossingen zijn $x \approx 3{,}46$ en $x \approx -3{,}46$.

© Noordhoff Uitgevers bv

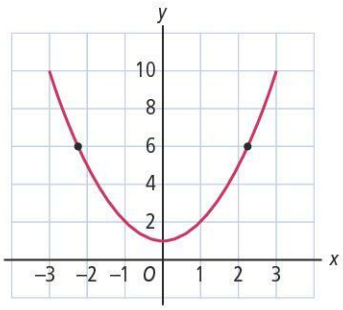
Ondersteunende route → maak opdracht O20

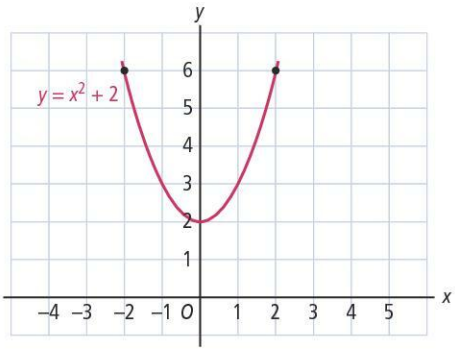
20 **a** Los de vergelijking $x^2 - 2 = 20$ op zoals in het voorbeeld.
b Los ook de volgende vergelijkingen op.

1. $x^2 + 5 = 30$
2. $x^2 - 3 = 46$
3. $x^2 - 10 = 14$
4. $x^2 + 12 = 15$

21 De grafiek hoort bij de kwadratische formule $y = x^2 + 1$.
Voor de twee getekende punten geldt $x^2 + 1 = 6$.

a Los de vergelijking $x^2 + 1 = 6$ op.
b Kloppen je oplossingen met de grafiek?
c Welke vergelijking gebruik je om de x-waarden bij $y = 5$ uit te rekenen?
d Los deze vergelijking op.





22 W In het assenstelsel is de grafiek van de formule $y = x^2 + 2$ getekend. In de grafiek zijn twee punten getekend, waarbij de formule het getal 6 als uitkomst heeft.

a Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 + 2 = 6$?
b Teken een punt in de grafiek waarbij het getal 2 de uitkomst van de formule is.
c Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 + 2 = 2$?
d Kun je punten in de grafiek tekenen waarvoor geldt $y = 1$?
e Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^2 + 2 = 1$ volgens jou? Leg je antwoord uit.

© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

Kwadratische vergelijkingen kunnen nul, één of twee oplossingen hebben.

Voorbeeld 1

Los $x^2 + 3 = 13$ op.

$x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{+3} 13$

$3{,}16\ldots \xleftarrow{\sqrt{\ }} 10 \xleftarrow{-3} 13$

$-3{,}16\ldots \xleftarrow{-\sqrt{\ }} 10$

Er zijn twee oplossingen:
$x \approx 3{,}16$ en $x \approx -3{,}16$.

Voorbeeld 2

Los $x^2 + 3 = 3$ op.

$x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{+3} 3$

$0 \xleftarrow{\sqrt{\ }} 0 \xleftarrow{-3} 3$

$0 \xleftarrow{-\sqrt{\ }} 0$

Er is één oplossing:
$x = 0$.

Voorbeeld 3

Los $x^2 + 3 = 2$ op.

$x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{+3} 2$

$\ldots \xleftarrow{\sqrt{\ }} -1 \xleftarrow{-3} 2$

$\ldots \xleftarrow{-\sqrt{\ }} -1$

Er zijn geen oplossingen, want de wortel uit een negatief getal bestaat niet.

Ondersteunende route → maak opdracht O23

23 Los de vergelijkingen op. Rond zo nodig af op twee decimalen. Sommige vergelijkingen hebben geen oplossing.

a $p^2 + 10 = 19$

b $r^2 + 7 = 7$

c $k^2 + 4 = -1$

d $m^2 - 8 = 13$

e $g^2 - 8 = -8$

f $s^2 - 8 = -9$

24 **a** Bij de vergelijking $6k^2 - 8 = 40$ hoort een pijlenketting met drie pijlen.
Vul de omgekeerde pijlenketting in en bereken, indien mogelijk, de oplossingen van de vergelijking. Rond je antwoorden af op twee decimalen.

b Los op dezelfde manier de volgende vergelijkingen op.

1. $3p^2 + 6 = 9$
2. $4m^2 + 11 = 3$
3. $5n^2 - 3 = -3$
4. $4q^2 + 10 = 35$

$k \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{\times 6} \ldots \xrightarrow{-8} 40$

$\ldots \xleftarrow{\sqrt{\ }} \ldots \xleftarrow{\ } 48 \xleftarrow{+8} 40$

$\ldots \xleftarrow{-\sqrt{\ }} \ldots$

De oplossingen zijn $k = \ldots$ en $k = -\ldots$

Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

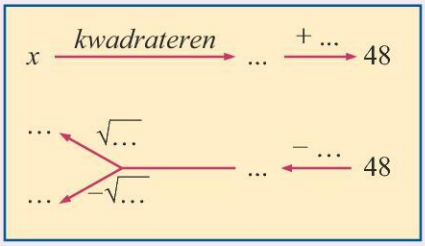
O20 **a** Vul bij de vergelijking $x^2 + 12 = 48$ de pijlenketting en omgekeerde pijlenketting in en bereken de oplossingen.

b Bereken op dezelfde manier de oplossingen van de volgende vergelijkingen.

❶ $x^2 + 8 = 24$

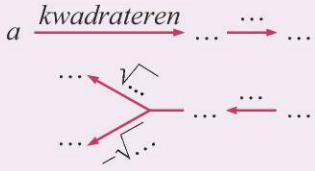
❷ $q^2 - 5 = -1$

❸ $z^2 + 7 = 33$



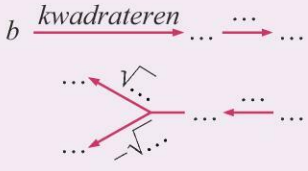
O23 Los elke vergelijking op. Gebruik de pijlenketting en omgekeerde pijlenketting in.
Schrijf ook op hoeveel oplossingen de vergelijking heeft.

❶ Los $a^2 + 13 = 17$ op.



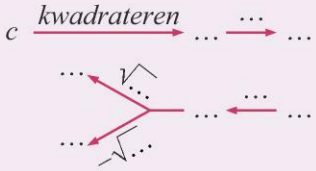
Er zijn … oplossingen:
$a = \ldots$ en $a = \ldots$

❷ Los $b^2 + 6 = 6$ op.



Er is … oplossing:
…

❸ Los $c^2 + 15 = 13$ op.



Er zijn … oplossingen:

Uitdagende opdrachten

U4 Gegeven zijn de formules $y = x^2 - 3$ en $y = -x^2 + 5$.

a Teken de grafieken bij de formules in een assenstelsel.

b Schrijf van de omslagpunten de eerste coördinaat op.

c Maak de vergelijking waarmee je de x-waarden van de twee omslagpunten kunt vinden en los deze op.

d Zijn je antwoorden bij opdracht b en c hetzelfde?

U5 Zodra een pak sinaasappelsap open is, wordt de in het pak aanwezige vitamine C afgebroken.
Hoeveel procent vitamine C er nog in een geopend pak zit, kun je uitrekenen met de formule $p = 100 - 4t^2$.
Hierbij is p het percentage vitamine C en t de tijd in dagen nadat het pak geopend is.

a Bereken na hoeveel dagen er geen vitamine C meer in het pak zit.

b Na hoeveel dagen is de hoeveelheid vitamine C gehalveerd? Rond je antwoord af op één decimaal.

© Noordhoff Uitgevers bv

7.4 Inklemmen

Je leert · een vergelijking oplossen met inklemmen.

Leerroutes
· ondersteunend: 25—26—027—28—29
· doorlopend: 25—26—27—28—29
· uitdagend: 25—26—27—29—U6

25 Sam schopt een bal omhoog.
De hoogte h in meters van de bal na t seconden kun je berekenen met de formule $h = 10t - 2t^2$.

$h = 10t - 2t^2 = 10 \times t - 2 \times t \times t$

a Laat met een berekening zien dat de bal na twee seconden 12 m hoog is.
b Hoe hoog is de bal na drie seconden?
c Vul de tabel bij de formule verder in.

t in seconden	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5	5
h in meters	…	…	…	…	12	…	…	…	…	…	…

d Na hoeveel seconden is de bal op zijn hoogste punt?

26 **a** Teken de grafiek bij de tabel van opdracht 25.
b Lees uit de grafiek af na hoeveel seconden ongeveer de bal een hoogte van 10 meter bereikt.
c Vul de tabel in om je antwoord bij opdracht b nauwkeuriger te bepalen.
d Welke waarde van t ligt het dichtst bij $h = 10$?
e Er is nog een waarde van t die hoort bij $h = 10$.
Welke waarde van t is dat? Gebruik de tabel.

t	1,1	1,2	1,3	1,4	1,5
h	…	…	…	…	…

t	3,5	3,6	3,7	3,8
h	…	…	…	…

© Noordhoff Uitgevers bv

Aanpak

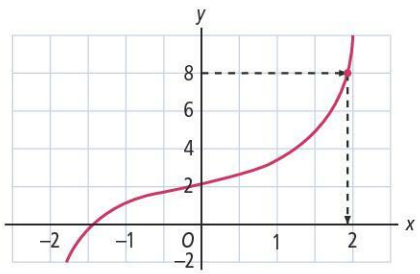
Hoe vind je een oplossing met inklemmen?

1 Teken een horizontale stippellijn naar de grafiek ter hoogte van de uitkomst en teken het snijpunt met de grafiek.
2 Lees op de horizontale as de waarde van de eerste coördinaat van het punt zo nauwkeurig mogelijk af.
3 Maak een tabel met waarden net boven en net onder de afgelezen eerste coördinaat.
4 Vul de tabel in en zoek de waarde van de eerste coördinaat waarbij de uitkomst zo dicht mogelijk bij de tweede coördinaat ligt.

Het oplossen van een vergelijking op deze manier heet inklemmen. De gevonden waarde is de oplossing.

Voorbeeld

De grafiek hoort bij de formule $y = x^3 + 2$.
Welke x-waarde hoort bij $y = 8$?



Je moet de vergelijking $x^3 + 2 = 8$ oplossen.

1 Voor de horizontaal getekende stippellijn geldt $y = 8$.
2 De eerste coördinaat van het getekende punt is ongeveer 1,8.
3

x	1,6	1,7	1,8	1,9
y	6,096…	6,913…	7,832…	8,856…

4 De uitkomst 7,832… ligt het dichtste bij uitkomst 8, dus de oplossing is $x \approx 1{,}8$.

Ondersteunende route → maak opdracht 027

27 De grafiek uit het voorbeeld hoort bij de formule $y = x^3 + 2$.

a Bereken door inklemmen voor welke waarde van x de uitkomst 4 is.
b Bereken de oplossing van de vergelijking $x^3 + 2 = -2$.

© Noordhoff Uitgevers bv

28 Bij een aardbeving kan een vloedgolf ontstaan.
Hoe dieper het water, hoe groter de snelheid van de vloedgolf is. De snelheid van een vloedgolf is te berekenen met de formule $s = \sqrt{(127 \times d)}$.
Hierbij is s de snelheid in kilometer per uur en d de diepte van de zee in meters.

a Vul de tabel bij de formule in.

d in m	0	1000	2000	3000	4000	5000
s in km/u	…	…	…	…	…	…

b Teken de grafiek bij de tabel.

c Bereken voor welke waarde van d de snelheid 750 km/uur is.

d Bereken de oplossing van de vergelijking $\sqrt{(127 \times d)} = 500$.

29 Een windmolen levert elektriciteit. Het vermogen (in kW) hangt af van de windsnelheid (in m/s).
Bij een windmolen hoort de formule
vermogen = 0,09 × *windsnelheid*^{3}.

a Vul de tabel in. Rond je antwoord af op helen.

windsnelheid	4	6	8	10	12	14	16
vermogen	…	…	…	…	…	…	…

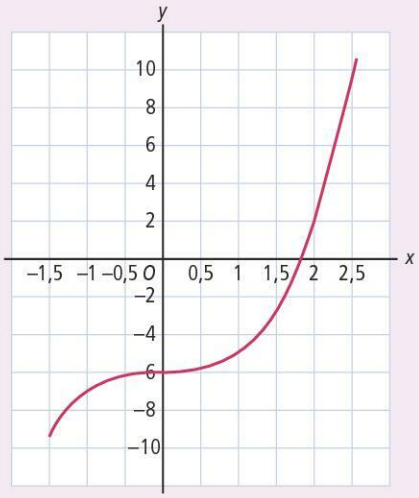
b De windmolen levert op een bepaald moment een vermogen van 100 kW.
Is de windsnelheid dan tussen 10 m/s en 11 m/s of tussen 11 m/s en 12 m/s?

c Bereken, zonder de grafiek te tekenen, de windsnelheid in één decimaal nauwkeurig bij een vermogen van 100 kW.

Uitdagende route → maak opdracht U6

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



O27 W In het assenstelsel is de grafiek van $y = x^3 - 6$ getekend.

a Teken het punt op de grafiek waarbij $y = 10$.

b Welke vergelijking moet je oplossen om de x-waarde van dit punt te berekenen?

c Tussen welke hele waarden van x ligt het punt waarbij $y = 10$?

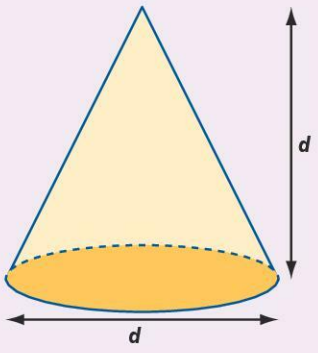
d Bepaal met inklemmen de waarde van x van het snijpunt in één decimaal nauwkeurig. Gebruik de tabel.

e Bepaal op dezelfde manier ook de waarde van x waarbij $y = -3$.

x	2,3	2,4	2,5	2,6
y	…	…	…	…

Uitdagende opdrachten

U6 De inhoud van een kegel waarvan de hoogte even groot is als de diameter van het grondvlak, kun je uitrekenen met de formule $I = 0{,}262d^3$.
Hierbij is I de inhoud van de kegel in cm^3 en d de diameter van het grondvlak in centimeters.
Bepaal de hoogte van zo'n kegel in centimeters als de inhoud 0,5 dm^3 is.



© Noordhoff Uitgevers bv

7.5 Inklemmen met een dubbele tabel

Je leert · de eerste coördinaat van een snijpunt van twee grafieken bepalen met inklemmen

Leerroutes
· ondersteunend: 30—31—32—33—O34—35
· doorlopend: 30—31—32—33—34—35
· uitdagend: 30—31—32—34—35— U7

BRONZUIVER
BRON
WATER
IN HANDIGE KUBUSVORM

30 W

De firma Bronzuiver verkoopt kubusvormige pakken bronwater met ribben van r dm.
Het water kost 10 cent per liter (dm^3). De formule die bij de kosten K in centen van het water hoort is $K = 10 \times r^3$.

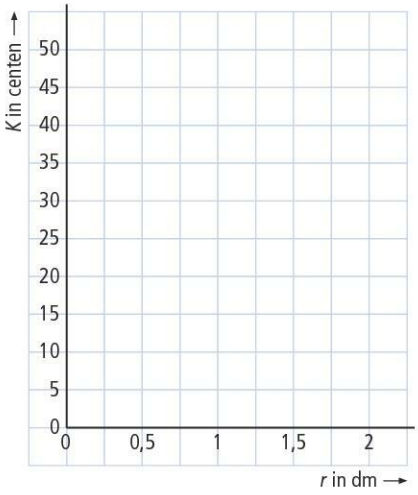
a Vul in de tabel de kosten van het water in.

r in dm	0	0,5	1	1,5	2
K *(water)* in centen	…	…	…	…	…

b De verpakking kost 12 cent per dm^2 karton. Voor de kosten K van de hele verpakking geldt $K = 12 \times r^2$.
Vul de kosten voor de verpakking in de tabel in.

r in dm	0	0,5	1	1,5	2
K *(verpakking)* in centen	…	…	…	…	…

c Teken de grafieken bij beide formules in het assenstelsel.



31

De firma Bronzuiver wil de kosten voor het water en de kosten voor de verpakking vergelijken.

a Lees uit de grafiek van opdracht 30 af bij welke waarde van r het snijpunt van de grafieken ongeveer ligt.

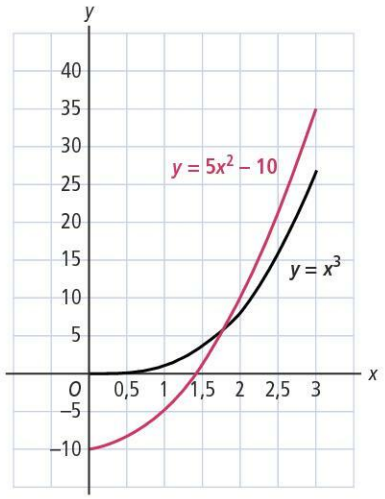
b Vul de dubbele tabel verder in.

r in dm	1	1,1	1,2	1,3	1,4
K *(water)* in centen	10	…	…	…	…
K *(verpakking)* in centen	12	…	…	…	…

c Hoe zie je in de tabel dat de r-waarde van het snijpunt $r \approx 1{,}2$ is?

© Noordhoff Uitgevers bv

32 In het assenstelsel zie je twee grafieken. De zwarte grafiek hoort bij de formule $y = x^3$. De rode grafiek hoort bij de formule $y = 5x^2 - 10$.



a Ongeveer welke x-waarde hoort bij het snijpunt?

b Vul de dubbele tabel verder in.

x	1,6	1,7	1,8	1,9
$y = x^3$	4,096	…	…	…
$y = 5x^2 - 10$	2,8	…	…	…

c Omcirkel bij elke x-waarde steeds het grootste getal van de twee uitkomsten.

d Bij welke x, afgerond op één decimaal, is het verschil van de twee uitkomsten het kleinst?

e Leg uit dat de x-waarde van het snijpunt $x \approx 1{,}8$ is.

Aanpak

Hoe vind je de x-waarde van het snijpunt van twee grafieken?

1 Teken een verticale stippellijn van het snijpunt naar de x-as en schat de waarde van x.

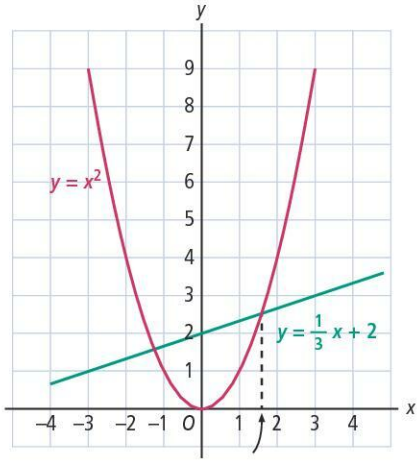
2 Maak een dubbele tabel en kies voor x de waarden net onder en net boven je schatting.

3 Vul de tabel in en omcirkel steeds het grootste getal bij de uitkomsten.

4 Zoek de waarde van x waarbij het verschil tussen de uitkomsten het kleinst is. Deze x-waarde is de oplossing.

Voorbeeld

De grafieken van $y = x^2$ en $y = \frac{1}{3}x + 2$ zijn in één assenstelsel getekend.
Bereken de x-waarde van het rechter snijpunt.



1 schatting $x \approx 1{,}5$

2,3

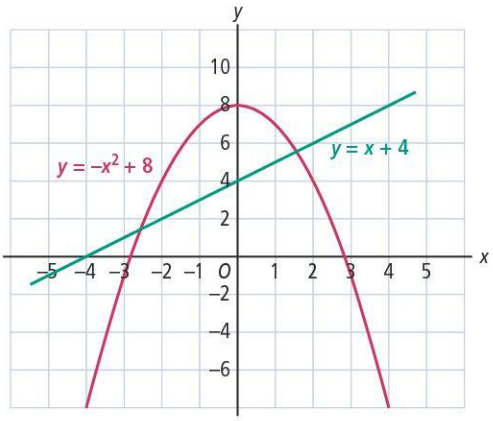
x	1,4	1,5	1,6
$y = x^2$	1,96	2,25	2,56
$y = \frac{1}{3}x + 2$	2,47	2,50	2,53

4 Bij $x = 1{,}5$ en $x = 1{,}6$ verandert de grootste uitkomst van rij.
De x-waarde van het omslagpunt ligt tussen $x = 1{,}5$ en $x = 1{,}6$.
$x = 1{,}5$: het verschil tussen de y-waarden is $2{,}5 - 2{,}25 = 0{,}25$.
$x = 1{,}6$: het verschil tussen de y-waarden is $2{,}56 - 2{,}53 = 0{,}03$.
Bij $x = 1{,}6$ is het verschil tussen de y-waarden het kleinst, dus de oplossing is $x \approx 1{,}6$.

© Noordhoff Uitgevers bv

33 Gebruik de formules uit het voorbeeld op de vorige bladzijde. Bereken de x-waarde van het linker snijpunt. Rond je antwoord af op één decimaal.

Ondersteunende route → maak opdracht O34



34 In het assenstelsel zijn de grafieken van $y = -x^2 + 8$ en $y = x + 4$ getekend.

a Schat de x-waarde van het rechter snijpunt.

b Vul de tabel verder in.

x	1,4	1,5	1,6	1,7	…
$y = -x^2 + 8$	6,04	…	…	…	…
$y = x + 4$	5,4	…	…	…	…

c Welke waarde heeft x, in één decimaal nauwkeurig, bij het rechter snijpunt?

35 Gegeven zijn de formules $y = \sqrt{(x + 4)}$ en $y = 1 - 2x$.

a Vul de tabel in.

x	−4	−3	−2	−1	0	1	2	3	4	5
$y = \sqrt{(x + 4)}$	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
$y = 1 - 2x$	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

b Teken de grafieken bij de tabel in één assenstelsel.

c Schat de x-waarde van het snijpunt.

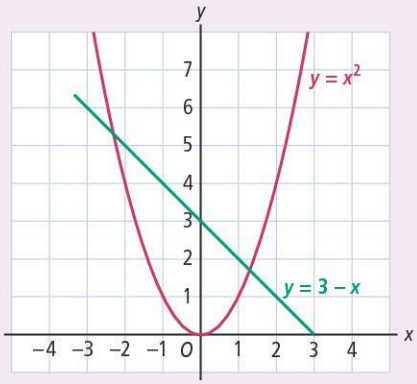
d Maak een dubbele tabel en kies voor x de waarden net onder en net boven je schatting.

e Welke waarde heeft x in het snijpunt? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig,

Uitdagende route → maak opdracht U7

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



O34 W

Deze grafieken horen bij de formules $y = x^2$ en $y = 3 - x$.

a Teken vanuit het rechter snijpunt een stippellijn naar de x-as.

b Bij ongeveer welke waarde van x ligt het snijpunt?

c Vul de tabel verder in.

x	…	…	…	…	…
$y = x^2$	…	…	…	…	…
$y = 3 - x$	…	…	…	…	…

d Welke x-waarde hoort bij het rechter snijpunt? Geef je antwoord in één decimaal nauwkeurig.

Uitdagende opdrachten

U7

De grafieken bij de volgende formules hebben twee snijpunten:

A $y = -0{,}25x^2 + x + 8$

B $y = x^2 - x$

a Bepaal met een dubbele tabel de x-waarden van de snijpunten.

b Bereken de coördinaten van beide snijpunten.

c Tussen welke waarden van x ligt grafiek **A** boven grafiek **B**?

© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt een omslagpunt aflezen en berekenen.
Je kunt de betekenis van een omslagpunt geven.

T1 Max spaart volgens de formule $b = 125 + 15m$, hierbij is m het aantal maanden en b het bedrag in euro's.
Petra heeft € 80,- op haar spaarrekening staan en spaart elke maand 20 euro.

a Schrijf de formule op die hoort bij het sparen van Petra.
b Teken de grafieken bij de formules.
c Lees de coördinaten van het omslagpunt af.
d Bereken ook de coördinaten van het omslagpunt.
e Leg uit wat het omslagpunt betekent.

Je kunt het omslagpunt gebruiken om grafieken voor en na dit omslagpunt te vergelijken.

T2 De kosten voor het leggen van vloerbedekking kun je berekenen met de formule $k = 25a + 50$. Hierbij is a de oppervlakte in vierkante meter en k de kosten in euro's.

a Teken de grafiek bij de formule.
Kies op de horizontale as de getallen 0 tot en met 25 met een stapgrootte van 5.
b Peter wil niet meer dan € 550,- uitgeven aan het laten leggen van vloerbedekking.
Teken het punt op de grafiek dat bij € 550,- hoort.
c Voor welke waarden van a geeft de formule een uitkomst die gelijk is aan 550?
d Voor welke oppervlakten zijn de kosten meer dan € 550,-?

T3 Gegeven zijn de volgende formules.

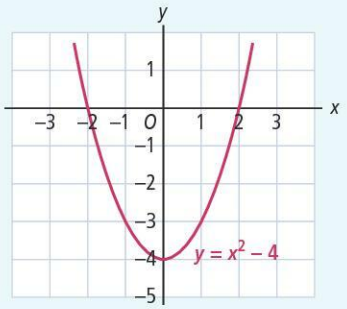
❶ $y = 6 - x$
❷ $y = x + 3$

a Teken in één assenstelsel de grafieken bij de formules.
Neem op de horizontale as de getallen -1 tot en met 7.
b Voor welke waarde van x geven beide formules dezelfde uitkomst?
c Met welke vergelijking kun je deze x-waarde berekenen.
d Los de vergelijking op.
e Voor welke x-waarden zijn de uitkomsten van formule ❶ groter dan de uitkomsten van formule ❷?

© Noordhoff Uitgevers bv

Je kunt een kwadratische vergelijking oplossen.
Je weet hoeveel oplossingen een kwadratische formule kan hebben.

T4 De grafiek hoort bij de formule $y = x^2 - 4$.



a Lees af bij welke twee waarden van x de uitkomst -3 is.

b Los $x^2 - 4 = -4$ op.

c Los ook de volgende twee vergelijkingen op.

1. $x^2 - 4 = 0$
2. $x^2 - 4 = -5$

T5 Los, indien mogelijk, de vergelijkingen op.

a $a^2 - 9 = -5$

b $3b^2 = 15$

c $c^2 - 36 = -37$

d $d^2 + 8 = 8$

e $e^2 - 9 = -7$

f $6f^2 - 10 = 32$

Je kunt een vergelijking oplossen met inklemmen.

T6 Een regelmatig twaalfvlak is een ruimtefiguur die bestaat uit twaalf regelmatige vijfhoeken. Voor de inhoud van deze figuur geldt de formule $I = 7{,}663a^3$, waarbij a de lengte van een ribbe in decimeters is en I de inhoud in dm^3.

a Teken de grafiek bij de formule.
Neem voor a de getallen 0; 0,5; 1; 1,5 en 2.

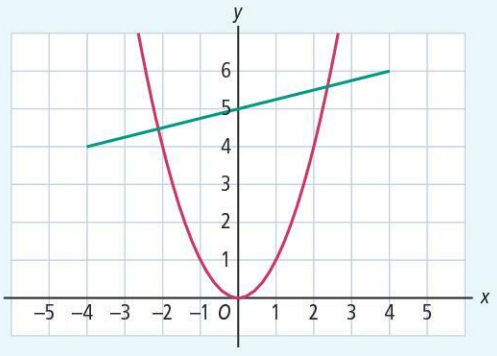
b Van een doos met de vorm van een regelmatig twaalfvlak is de inhoud 20 dm^3.
Teken op de grafiek het punt dat hoort bij $I = 20$.

c Welke vergelijking moet je oplossen om de lengte van een ribbe van deze doos te berekenen?

d Bereken met inklemmen de lengte van een ribbe in één decimaal nauwkeurig.

Je kunt de eerste coördinaat van een snijpunt van twee grafieken bepalen met inklemmen.

T7 De grafieken horen bij de formules $y = x^2$ en $y = \frac{1}{4}x + 5$.
Bereken in één decimaal nauwkeurig de x-waarde van het rechter snijpunt.



x	…	…	…	…	…
$y = x^2$	…	…	…	…	…
$y = \frac{1}{4}x + 5$	…	…	…	…	…

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt een omslagpunt aflezen en berekenen.
Je kunt de betekenis van een omslagpunt geven.
Het omslagpunt heeft vaak een betekenis. In het omslagpunt zijn de twee formules aan elkaar gelijk. Je kunt ook zeggen: de kosten zijn even hoog, de bedrijven zijn even duur, de inhoud is gelijk, enzovoort.

Voorbeeld

Bij het vullen van twee vazen horen de formules $h = 15 + 2t$ en $h = 6 + 3{,}5t$.
Hierbij is h de hoogte van het water in centimeters en t de tijd in seconden.
Bereken de eerste coördinaat van het omslagpunt en leg uit wat het omslagpunt betekent.

Met de vergelijking $15 + 2t = 6 + 3{,}5t$ bereken je de eerste coördinaat van het omslagpunt. Je vindt $t = 6$.
Als je $t = 6$ invult in een van de formules, vind je $h = 27$. De coördinaten van het omslagpunt zijn (6, 27).
Het omslagpunt betekent dat na zes seconden het water in beide vazen even hoog staat, namelijk 27 centimeter hoog.

E1 De formules ❶ en ❷ horen bij het sparen van Max en Tara.

a Teken de grafieken bij de formules in één assenstelsel.
b Bereken de eerste coördinaat van het omslagpunt.
c Controleer je antwoord van opdracht b in de grafiek.
d Leg uit wat het antwoord betekent.

❶ $b = 75m$
❷ $b = 30m + 225$
Hierbij is b het bedrag in euro's en m het aantal maanden.

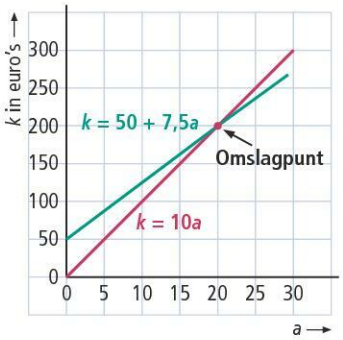
Vaardigheid

Je kunt het omslagpunt gebruiken om grafieken voor en na dit omslagpunt te vergelijken.
Door het omslagpunt te berekenen of af te lezen, weet je wanneer beide formules dezelfde uitkomst geven. Het omslagpunt kun je gebruiken om grafieken voor en na het omslagpunt te vergelijken.

Voorbeeld

Een fitnesscentrum heeft twee tarieven.
A $k = 50 + 7{,}50a$
B $k = 10a$
Hierbij is k de kosten in euro's en a het aantal keren fitness.
Welk tarief is na het omslagpunt het goedkoopst?

Je kunt hier het omslagpunt aflezen. Het omslagpunt ligt bij (20, 200). Na het omslagpunt is de grafiek van tarief A lager dan tarief B. Dat betekent dat na het omlagpunt tarief A goedkoper is dan tarief B.



© Noordhoff Uitgevers bv

E2 Frans vult zijn aquarium van 40 centimeter hoog. Bij de waterhoogte in het aquarium hoort de formule $4 + 2{,}5m = h$. Hierbij is m het aantal minuten van vullen en h de waterhoogte in centimeters.

a Teken in een assenstelsel de grafiek bij de formule. Kies op de horizontale as de getallen 0 tot en met 12.

b Hoe hoog is de waterhoogte als Frans begint met vullen?

c Het aquarium moet gevuld worden tot 8,5 cm onder de rand. Teken het punt op de grafiek dat bij die waterhoogte hoort.

d Tot hoeveel minuten is de waterhoogte te laag?

Vaardigheid

Je kunt een kwadratische vergelijking oplossen.
Je weet hoeveel oplossingen een kwadratische vergelijking kan hebben.

Hoe los je een kwadratische vergelijking op?

1 Maak een pijlenketting.

2 Maak een omgekeerde pijlenketting. Bij x^2 horen twee omgekeerde pijlenkettingen, namelijk $\sqrt{x}$ en $-\sqrt{x}$.

3 Bereken de oplossing(en).
Rond de oplossing(en) indien nodig af.

Een kwadratische vergelijking heeft nul, één of twee oplossingen.

Voorbeeld 1

Los $x^2 - 8 = 12$ op.

$a \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{-8} 12$

$4{,}47\ldots \xleftarrow{\sqrt{20}} 20 \xleftarrow{+8} 12$
$-4{,}47\ldots \xleftarrow{-\sqrt{20}}$

Er zijn twee oplossing:
$x \approx 4{,}47$ en $x \approx -4{,}47$.

Voorbeeld 2

Los $x^2 + 10 = 10$ op.

$x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{+10} 10$

$0 \xleftarrow{\sqrt{0}} 0 \xleftarrow{-10} 10$
$0 \xleftarrow{-\sqrt{0}}$

Er is één oplossing:
$x = 0$.

Voorbeeld 3

Los $x^2 - 6 = -8$ op.

$x \xrightarrow{\text{kwadrateren}} \ldots \xrightarrow{-6} -8$

$- \xleftarrow{\sqrt{\ldots}} -2 \xleftarrow{+6} -8$
$- \xleftarrow{-\sqrt{\ldots}}$

Er is geen oplossing, want de wortel uit een negatief getal bestaat niet.

E3 Los de vergelijkingen op. Rond zo nodig af op twee decimalen.
Sommige vergelijkingen hebben geen oplossing.

a $a^2 + 5 = 50$

b $a^2 + 7 = 19$

c $a^2 - 8 = 17$

d $4a^2 + 12 = 12$

e $3a^2 - 15 = 15$

f $7a^2 + 4 = 0$

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt een vergelijking oplossen met inklemmen.

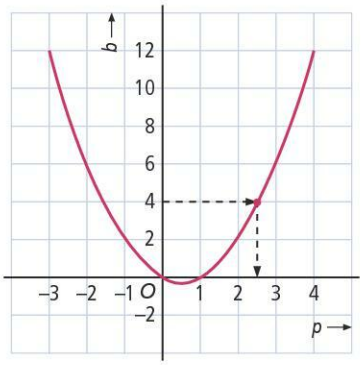
Hoe vind je een oplossing met inklemmen?

1. Teken een horizontale stippellijn naar de grafiek ter hoogte van de uitkomst en teken het snijpunt met de grafiek.
2. Lees op de horizontale as de waarde van de eerste coördinaat van het punt zo nauwkeurig mogelijk af.
3. Maak een tabel met waarden net boven en net onder de afgelezen eerste coördinaat.
4. Vul de tabel in en zoek de waarde van de eerste coördinaat waarbij de uitkomst zo dicht mogelijk bij de tweede coördinaat ligt.

Het op deze manier oplossen van een vergelijking heet inklemmen.
De gevonden waarde is de oplossing.

Voorbeeld

De grafiek hoort bij de formule $b = p^2 - p$.
Welke p-waarde hoort bij het rechter punt als $b = 4$?



Je moet de vergelijking $p^2 - p = 4$ oplossen.

1. Voor de getekende stippellijn geldt $b = 4$.
2. De eerste coördinaat van het rechter punt is ongeveer 2,5.
3.

p	2,5	2,6	2,7
b	3,75	4,16	4,59

4. De uitkomst 4,16 ligt het dichtste bij uitkomst 4, dus de oplossing is $p \approx 2{,}6$.

E4 Gebruik in deze opdracht de formule en grafiek uit het voorbeeld.

a Bereken met inklemmen de waarde van p van het linker punt van de grafiek als $b = 4$. Rond je antwoord af op één decimaal.

b Bereken met inklemmen de twee oplossingen van de vergelijking $p^2 - p = 10$. Gebruik de grafiek uit het voorbeeld.

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

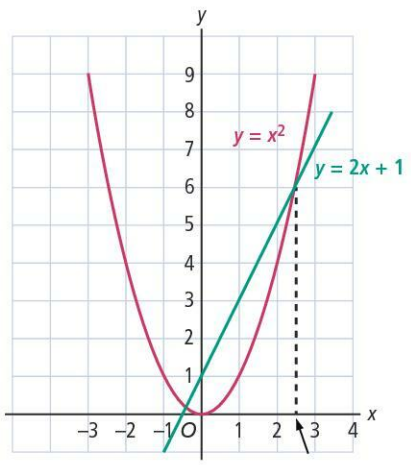
Je kunt de eerste coördinaat van een snijpunt van twee grafieken bepalen met inklemmen.

Hoe vind je de x-waarde van het snijpunt van twee grafieken?

1 Teken een verticale stippellijn van het snijpunt naar de x-as en schat de waarde van x.
2 Maak een dubbele tabel en kies voor x de waarden net onder en net boven je schatting.
3 Vul de tabel in en omcirkel steeds het grootste getal bij de uitkomsten.
4 Zoek de waarde van x waarbij het verschil tussen de uitkomsten het kleinst is. Deze x-waarde is de oplossing.

Voorbeeld

De grafieken van $y = x^2$ en $y = 2x + 1$ zijn in één assenstelsel getekend.
Bereken de x-waarde van het rechter snijpunt.



1 schatting $x \approx 2{,}5$

2,3

x	2,3	2,4	2,5
$y = x^2$	5,29	5,76	6,25
$y = 2x + 1$	5,6	5,8	6,0

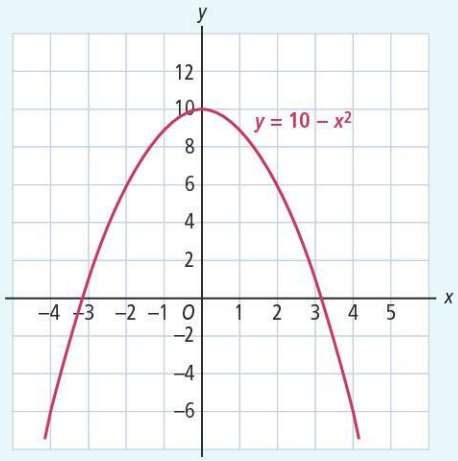
4 Bij $x = 2{,}4$ en $x = 2{,}5$ verandert de grootste uitkomst van rij.
$x = 2{,}4$: het verschil tussen de y-waarden is $5{,}8 - 5{,}76 = 0{,}04$
$x = 2{,}5$: het verschil tussen de y-waarden is $6{,}25 - 6{,}0 = 0{,}25$
Bij $x = 2{,}4$ is het verschil tussen de y-waarden het kleinst, dus de oplossing is $x \approx 2{,}4$.

E5 Gegeven zijn de formules $y = \sqrt{x}$ en $y = x^2 - 8$.

a Maak een dubbele tabel bij de formules. Kies op de bovenste rij van de tabel de getallen van 0 tot en met 5.
b Teken de grafieken bij de tabel in één assenstelsel.
c Schat de x-waarde van het snijpunt.
d Maak een dubbele tabel en kies voor x de waarden net onder en net boven je schatting.
e Welke waarde heeft x, in één decimaal nauwkeurig, bij het snijpunt?

© Noordhoff Uitgevers bv

G1 De grafiek hoort bij de formule $y = 10 - x^2$.



a Los de volgende vergelijkingen op. Geef je antwoorden in één decimaal nauwkeurig.

A $10 - x^2 = 0$

B $10 - x^2 = 10$

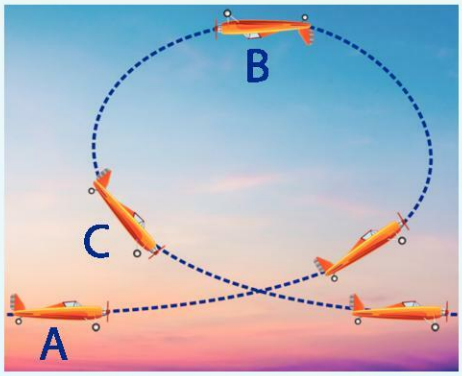
C $10 - x^2 = -6$

D $10 - x^2 = 12$

b Bij welke waarden van x geeft de formule $y = 10 - x^2$ uitkomsten die kleiner zijn dan 0?

c Bij welke waarden van x geeft de formule $y = 10 - x^2$ uitkomsten die groter zijn dan -6?

G2 Dit stuntvliegtuig maakt een looping.
Bij het stijgen (A) hoort de formule $h = 0{,}01a^2 + 100$.
Bij het dalen (C) hoort de formule $h = 0{,}01(a - 500)^2 + 100$.
Hierbij is h de hoogte in meters en a de afstand in meters vanaf het vliegveld.



a Teken de grafieken van A en C in één assenstelsel.
Neem voor a de getallen 0, 100, 200, 300, 400 en 500.

b De looping wordt zichtbaar gemaakt met rook.
Op welke afstand van het vliegveld bevindt zich het snijpunt.

c Op welke hoogte is dit?

d Hoe hoog is de maximale hoogte waarop dit vliegtuig vliegt?

© Noordhoff Uitgevers bv

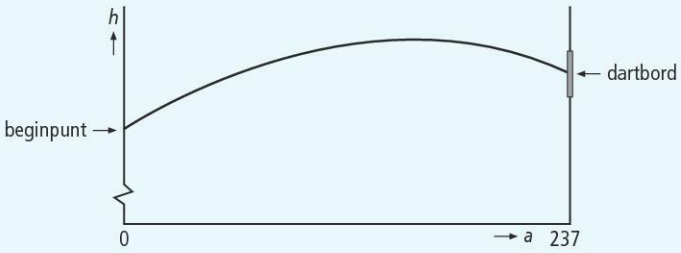
G3 Een parachutiste springt op 3800 m hoogte uit het vliegtuig. Het aantal meters dat de parachutiste aflegt kun je berekenen met de formule $a = 5t^2$. Hierin is a de afgelegde afstand in meters en t de tijd in seconden.
Deze formule geldt tot het moment dat de parachutiste haar parachute opent.

a Bereken t voor $a = 80$.

b Waarom kun je van de twee oplossingen er maar één gebruiken?

c Op 1500 meter hoogte opent de parachutiste haar parachute. Na hoeveel seconden is dit?

d Vanaf het moment dat ze de parachute opent tot aan de landing geldt de formule $a = 5t$.
Bereken hoeveel seconden ze, na haar sprong uit het vliegtuig, landt.



G4 Janna werpt een dartpijl. Je ziet een wiskundig model van de baan van de punt van de dartpijl naar het dartbord. Deze baan is een deel van een parabool. De formule die bij deze baan hoort, is: $h = -0{,}001 \times a^2 + 0{,}3 \times a + 160$.
Hierbij is a de horizontale afstand vanaf het beginpunt in centimeters en h de hoogte van de punt van de dartpijl in centimeters.

a Hoeveel centimeter is de hoogte van het beginpunt?
Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

b Bij het dartbord is $a = 237$. Het midden van het dartbord bevindt zich op een hoogte van 173 cm.
De punt van de dartpijl volgt de baan waar de formule bij hoort.
Komt de punt van deze dartpijl precies in het midden van het dartbord terecht? Leg uit.

c Bepaal met inklemmen hoe groot a is als de pijl 170 cm hoog is.

© Noordhoff Uitgevers bv

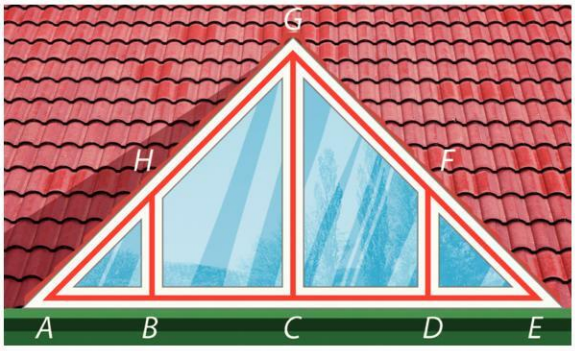
© Noordhoff Uitgevers bv

Hellingen en tangens 8

In dit hoofdstuk leer je

- op een kaart met iso-hoogtelijnen de hoogte aflezen
- een doorsnede van een berg tekenen
- dat het begrip tangens van een hoek een verhouding is
- de tangens gebruiken
- een hoek berekenen met behulp van de tangens
- een rechthoekszijde berekenen met behulp van de tangens
- een hoek in de ruimte berekenen met behulp van de tangens

© Noordhoff Uitgevers bv



249 **V1** In het raamkozijn zijn **rechthoekige driehoeken** te herkennen.

240 **a** Driehoek ACG is zo'n rechthoekige driehoek.
Welke hoek van driehoek ACG is de **rechte hoek**?

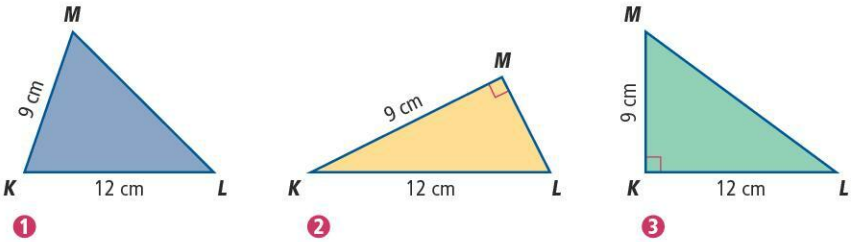
b Driehoek AEG is ook een rechthoekige driehoek.

252 Welke zijde van deze driehoek is de **langste zijde**?

252 **c** Welke zijden van $\triangle AEG$ zijn de **rechthoekszijden**?

d Schrijf nog twee andere rechthoekige driehoeken op.

V2 Van $\triangle ABC$ is $AB = 6$ cm, $BC = 4$ cm en $\angle B = 90°$.
Teken $\triangle ABC$. Begin hierbij met het tekenen van $\angle B$.



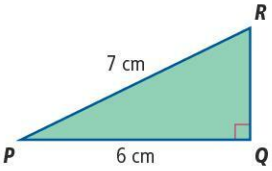
253 **V3** Het schema van de **stelling van Pythagoras** hoort bij één van de drie driehoeken.

a Bij welke driehoek hoort het schema?

b Bereken met het schema de lengte van zijde LM.

zijde	*kwadraat*
$KL = 12$	…
$KM = 9$	… +
$LM = \ldots$	…

V4 Bereken met de stelling van Pythagoras de lengte van zijde RQ.



© Noordhoff Uitgevers bv

V5 Vul op de lege plaatsen het juiste getal in.

a $\frac{15}{3} = \ldots$

b $\frac{10}{20} = \ldots$

c $3 = \frac{6}{\ldots}$

d $2 = \frac{8}{\ldots}$

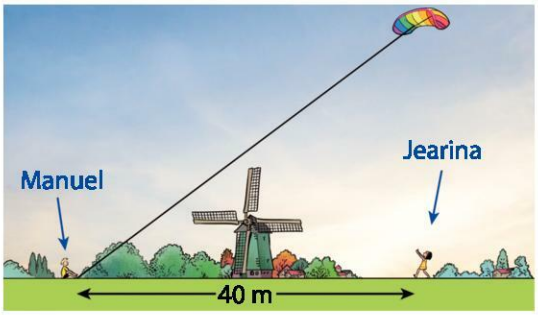
e $4 = \frac{\ldots}{3}$

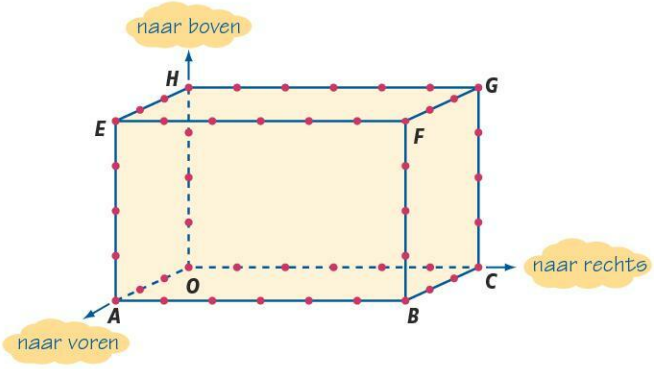
f $3 = \frac{\ldots}{5}$

V6 Jearina en Manuel zijn aan het vliegeren.
Ze gebruiken een touw met een lengte van 50 meter.
Jearina wil weten hoe hoog de vlieger staat.
Zij gaat daarom recht onder de vlieger staan.
De afstand tot Manuel is dan 40 meter.

a Schets de rechthoekige driehoek, zet letters bij de hoekpunten en schrijf de bekende maten bij de zijden.

b Bereken op welke hoogte de vlieger staat.





V7 W 247 246

a Bij welk hoekpunt van balk $ABCO.EFGH$ horen de **drie coördinaten** (3, 6, 4)?

b Vul de coördinaten van de punten B en E in.
$B(\ldots, \ldots, 0)$ en $E(\ldots, \ldots, \ldots)$

c Teken **grensvlak** $ABFE$ met daarin **grensvlakdiagonaal** BE.

d Bereken met de stelling van Pythagoras de lengte van grensvlakdiagonaal BE.

e Teken de punten $Q(0, 6, 3)$ en $R(3, 6, 1)$.

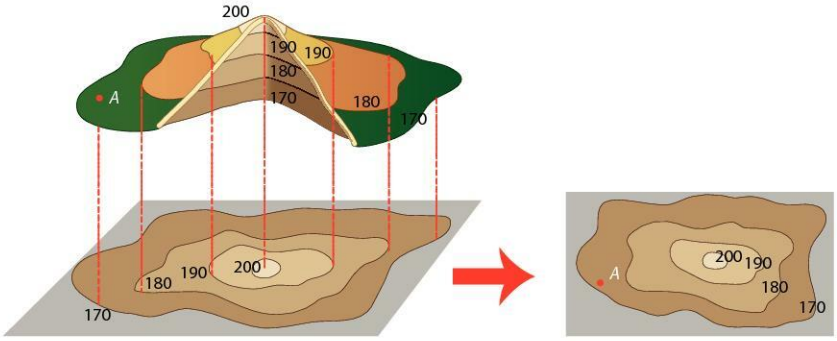
f Bereken de lengte van lijnstuk QR.

© Noordhoff Uitgevers bv

8.1 Hoog en laag

Je leert
- op een kaart met iso-hoogtelijnen de hoogte aflezen
- een doorsnede van een berg tekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 1—2—3—4—5—O6—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—2—3—4—5—6—U1



1 Je ziet hoe er van een berg een kaart met lijnen wordt gemaakt.
Bij elke lijn is de bijbehorende hoogte in meters aangegeven.

a Hoe hoog schat je de heuvel?

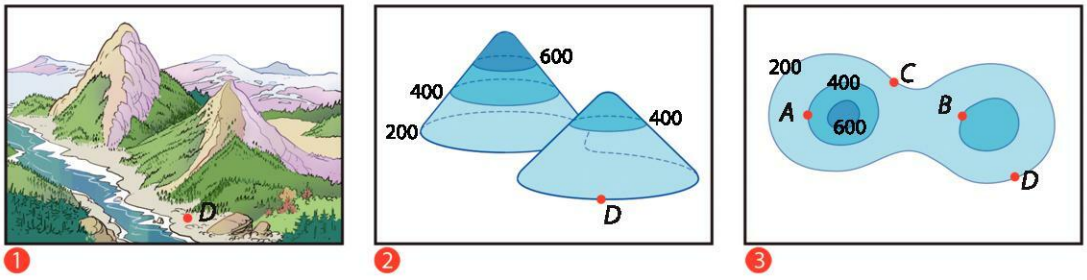
b Schat de hoogte waarop punt A ligt.

Theorie

Op een kaart kun je hoogten aangeven. Met een lijn kun je punten die op dezelfde hoogte liggen met elkaar verbinden. Deze lijnen heten **iso-hoogtelijnen**.

Voorbeeld

Van de bergen op tekening 1 is de schematische tekening 2 gemaakt.
Tekening 3 is het bovenaanzicht van de bergen met iso-hoogtelijnen.
De punten C en D liggen op dezelfde hoogte.



1 2 3

2 Gebruik het bovenaanzicht uit het voorbeeld.
Op welke hoogte liggen de punten A, B, C en D?

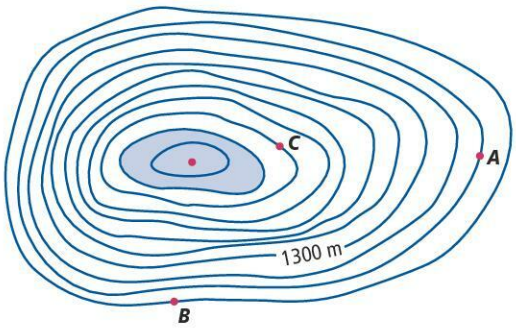
© Noordhoff Uitgevers bv

3 Op de kaart hebben twee opeenvolgende iso-hoogtelijnen een hoogteverschil van 20 meter.

a Op de kaart ligt punt A op 1260 meter. Op welke hoogte liggen de punten B en C?

b Er zijn twee wandelingen rechtstreeks naar de top van de berg: één vanuit A en één vanuit B. Welke wandeling is het langst?

c Waarom kiezen veel wandelaars voor deze wandeling?

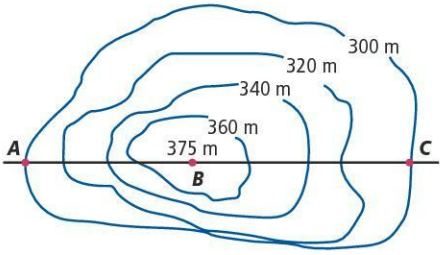


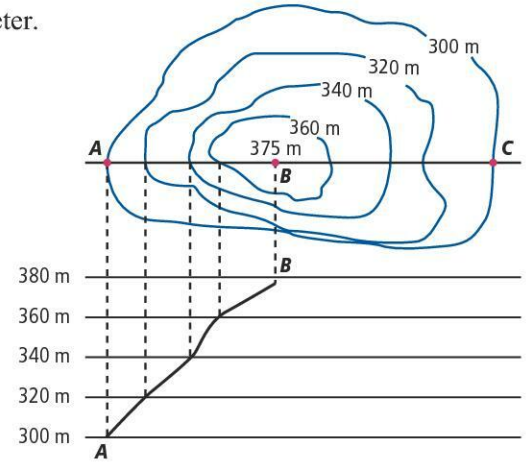
Theorie

Je kunt bij een kaart met iso-hoogtelijnen van een berg de **doorsnede** van de berg tekenen.

Voorbeeld

De top B van de berg ligt op een hoogte van 375 meter. Teken de doorsnede AB van de berg.





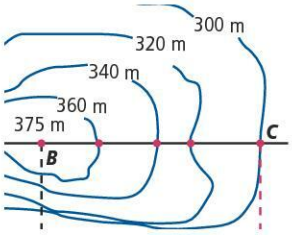
4 W De doorsnede uit het voorbeeld kun je uitbreiden met de doorsnede van punt B naar punt C.

a Teken vanuit punt C een stippellijn naar de lijn van de bijbehorende hoogte van punt C.

b Teken ook vanuit de andere drie punten tussen B en C een stippellijn naar beneden.

c Maak doorsnede BC af.

d Welke helling is steiler, helling AB of helling BC?



© Noordhoff Uitgevers bv

5 W

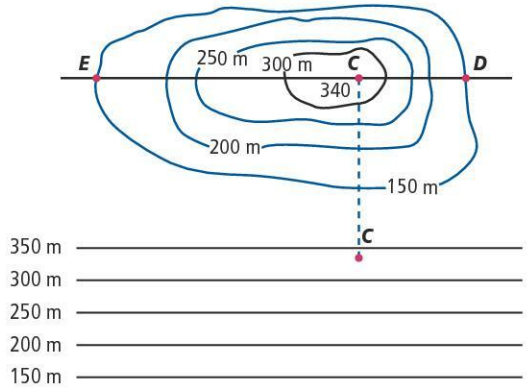
Punt C is de top van de berg en ligt op een hoogte van 340 meter.

a Hoeveel meter is het hoogteverschil tussen twee opeenvolgende iso-hoogtelijnen?

b Teken de doorsnede CD van de berg.

c Teken ook de doorsnede CE.

d Welke helling is steiler, helling CD of helling CE?



Ondersteunende route → maak opdracht 06

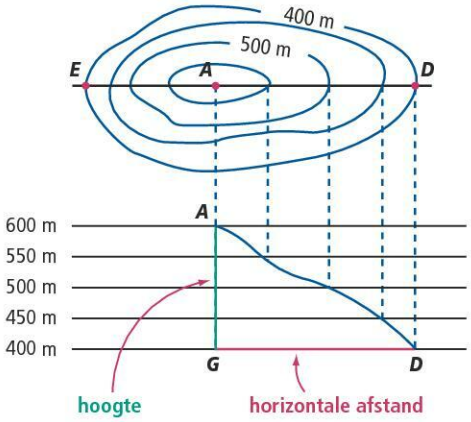
6 W

Van de berg is doorsnede AD getekend. Punt G ligt precies onder top A en ligt op dezelfde hoogte als punt D.
De horizontale afstand GD is 250 meter.

a Hoeveel meter is de hoogte AG?

b Bij een helling kun je de verhouding berekenen tussen de hoogte en de horizontale afstand.
Laat met de verhoudingstabel zien dat de verhouding tussen hoogte AG en de horizontale afstand GD gelijk is aan 4 : 5.

hoogte in m	…	…
horizontale afstand in m	250	5



c Teken de doorsnede EA.

d De horizontale afstand EG is 150 m.
Bereken de verhouding tussen de hoogte AG en de horizontale afstand EG. Schrijf de verhouding met de kleinst mogelijke gehele getallen.

e Welke helling is het steilst, helling AE of helling AD?

hoogte in m	35	…
horizontale afstand in m	50	…

❶

hoogte in m	600	…
horizontale afstand in m	2700	…

❷

7

De verhoudingstabellen ❶ en ❷ horen ieder bij een helling.

a Bereken de verhouding tussen de hoogte en de horizontale afstand met de kleinst mogelijke gehele getallen.

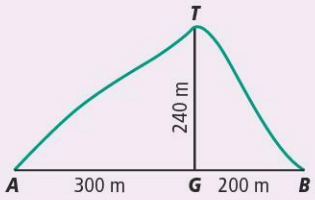
b Welke helling is het steilst?

Uitdagende route → maak opdracht U1

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O6 De tekening is een doorsnede van een berg. De hoogte GT is 240 meter en de horizontale afstand AG is 300 meter.



a Bij een helling kun je de verhouding berekenen tussen de hoogte en de horizontale afstand.
Laat met de verhoudingstabel zien dat bij helling AT de verhouding tussen hoogte GT en de horizontale afstand AG gelijk is aan 4 : 5.

		: …
hoogte in m	240	…
horizontale afstand in m	300	5
		: …

b De horizontale afstand GB is 200 m.
Bereken de verhouding tussen de hoogte GT en de horizontale afstand GB. Gebruik de verhoudingstabel.

		: …
hoogte in m	240	…
horizontale afstand in m	…	…
		: …

c Welke helling is het steilst?

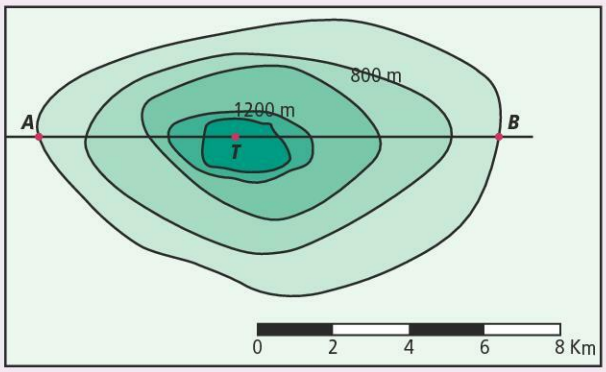
Uitdagende opdrachten

U1 Van een berg is een kaart gemaakt met iso-hoogtelijnen. Punt T is de top van de berg en ligt op een hoogte van 1600 meter.

a Bereken de verhouding tussen de hoogte van de berg en de horizontale afstand tot punt A.

b Een helling van een berg wordt ook weleens in procenten gegeven.
Bereken dit percentage voor helling AT.

c Bereken ook het percentage voor helling BT.

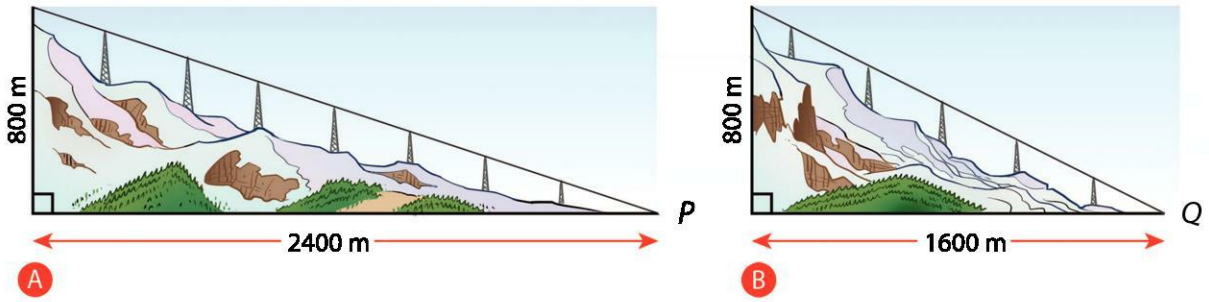


© Noordhoff Uitgevers bv

8.2 Tangens

Je leert
- dat de tangens van een hoek een verhouding is
- de tangens gebruiken

Leerroutes
- ondersteunend: 8—9—10—O11—12—13
- doorlopend: 8—9—10—11—12—13
- uitdagend: 8—9—10—11—13—U2



8 Naar de top van een berg lopen twee kabelbanen.

a De verhouding tussen de hoogte en de horizontale afstand van kabelbaan A is $\frac{1}{3}$. Controleer dit met een berekening.

241 **b** **Meet** bij punt P de **hoek** tussen de kabel en de horizontale afstand.

c Bereken de verhouding tussen de hoogte en horizontale afstand van kabelbaan B. Schrijf de verhouding als een breuk.

d Meet bij punt Q de hoek tussen de kabel en de horizontale lijn.

e Vul in: *hoe groter de breuk, hoe … de helling.*

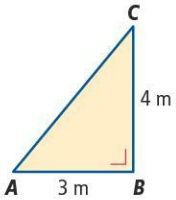
Theorie

De verhouding tussen de hoogte en de horizontale afstand kun je schrijven als $\frac{\textit{hoogte}}{\textit{horizontale afstand}}$.

Deze verhouding heet de **tangens** van de (hellings-)hoek.
tan $\angle A$ spreek je uit als: 'de tangens van hoek A.'

Voorbeeld 1

Schrijf de tangens van $\angle A$ op.

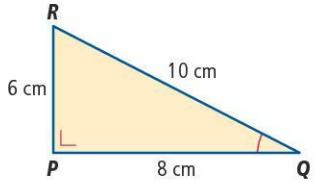


$\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

$\tan \angle A = \frac{4}{3}$

Voorbeeld 2

Schrijf de tangens van $\angle Q$ op.



$\tan \angle Q = \frac{PR}{PQ}$

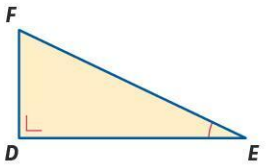
$\tan \angle Q = \frac{6}{8}$

© Noordhoff Uitgevers bv

9 **a** Teken $\triangle DEF$ met $DE = 7$ cm, $DF = 3$ cm en $\angle D = 90^\circ$.

b Vul in.

De verhouding tussen de hoogte en de horizontale afstand is $\frac{3}{\ldots}$*, dus de tangens van* $\angle E$ *is* $\frac{3}{\ldots}$.



10 Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek.

a Welke letter staat bij de rechte hoek?

252 **b** Schrijf de **rechthoekszijden** van de driehoek op.

c Naar welke rechthoekszijde kijkt het poppetje vanuit $\angle C$?

d Welke rechthoekszijde ligt aan $\angle C$ vast?

Theorie

De tangens kun je niet alleen bij hellingen gebruiken, maar in alle rechthoekige driehoeken. Je moet dan wel de goede rechthoekszijden kiezen.

Vanuit $\angle A$ staat de overstaande rechthoekszijde tegenover $\angle A$ en de aanliggende rechthoekszijde ligt aan $\angle A$ vast.

De tangens van hoek A is dan gelijk aan:

$$\tan \angle A = \frac{\textit{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\textit{aanliggende rechthoekszijde van } \angle A}$$

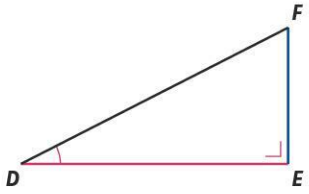
Onthoud de afkorting:

$t = \frac{o}{a}$

Voorbeeld 1

Driehoek DEF is een rechthoekige driehoek. Hoek E is de rechte hoek.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle D$ is blauw gekleurd.
De aanliggende rechthoekszijde van $\angle D$ is rood gekleurd.

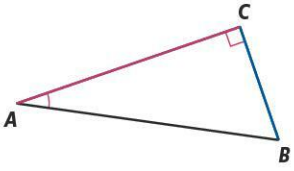
Er geldt: $\tan \angle D = \frac{EF}{DE}$.



Voorbeeld 2

Driehoek ABC is een rechthoekige driehoek. Hoek C is de rechte hoek.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle A$ is blauw gekleurd.
De aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$ is rood gekleurd.

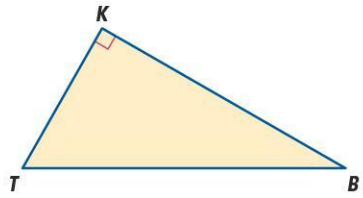
Er geldt: $\tan \angle A = \frac{BC}{AC}$.



© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht O11

11 Bij rechthoekige driehoek TBK is $\angle K$ een rechte hoek.



a Vul in.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle T$ is zijde …
en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle T$ is zijde …

b Vul de namen van de zijden in: $tan\ \angle T = \frac{\dots}{\dots}$

c Vul de namen van de zijden in: $tan\ \angle B = \frac{\dots}{\dots}$

12 De tekening is de zijkant van een dakkapel. De zijkant heeft de vorm van een rechthoekige driehoek.

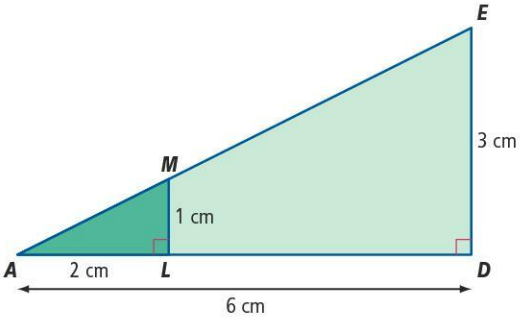
a Vul de zijden in: $\tan \angle C = \frac{\dots}{\dots}$

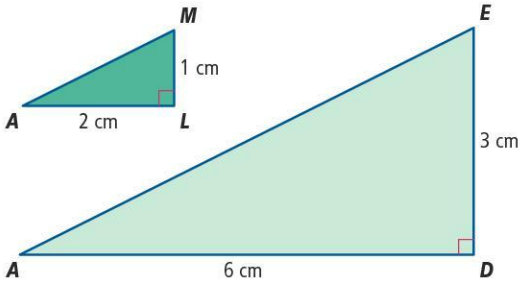
b Vul de lengtes in: $\tan \angle C = \frac{\dots}{\dots}$

c Vul de zijden in: $\tan \angle A = \frac{\dots}{\dots}$

d Vul de lengtes in: $\tan \angle A = \frac{\dots}{\dots}$

13 Driehoek ADE is een vergroting van $\triangle ALM$. De hoeken van $\triangle ALM$ zijn dus gelijk aan de hoeken van $\triangle ADE$.





a Meet hoek A op en vul in: $\angle A = \dots^{o}$

b Vul de juiste zijden in.
Bij $\triangle ALM$ is $tan\ \angle A = \frac{\dots}{\dots}$ en bij $\triangle ADE$ is $tan\ \angle A = \frac{\dots}{\dots}$.

c Vul de juiste lengtes van $\triangle ALM$ in: $tan\ \angle A = \frac{\dots}{\dots}$

d Vul de juiste lengtes van $\triangle ADE$ in: $tan\ \angle A = \frac{\dots}{\dots}$

e Leg uit dat de antwoorden bij c en d gelijk moeten zijn.

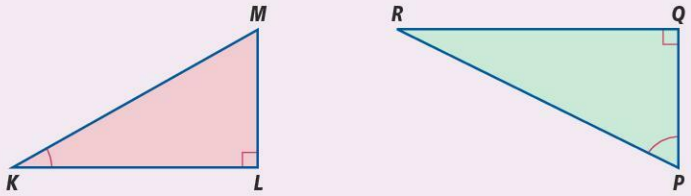
f Vul in.

Bij $tan\ \angle A = \frac{1}{\dots}$ hoort een hoek van …°.

Uitdagende route → maak opdracht U2

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



O11 W De driehoeken KLM en PQR zijn rechthoekige driehoeken.

a Schrijf van elke driehoek de rechte hoek op.

b Schrijf van $\triangle KLM$ de rechthoekszijden op.

c Kleur de overstaande rechthoekszijde van $\angle K$ blauw en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle K$ rood.

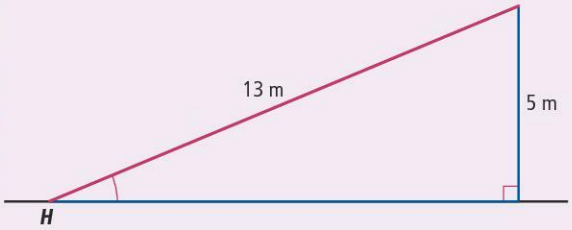
d Vul de namen van de rechthoekszijden in: $tan\ \angle K = \frac{\cdots}{\cdots}$

e Kleur van $\triangle PQR$ de overstaande rechthoekszijde van $\angle P$ blauw en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle P$ rood.

f Vul de rechthoekszijden in: $tan\ \angle P = \frac{\cdots}{\cdots}$

denk aan $t = \frac{o}{a}$

Uitdagende opdrachten



U2 Een carnavalsvereniging organiseert een zeepkistenrace.
De tekening is een zijaanzicht van de helling.
De hoogte van de helling is vijf meter en de lengte van de helling is 13 meter.

a Bereken de tangens van hellingshoek H.

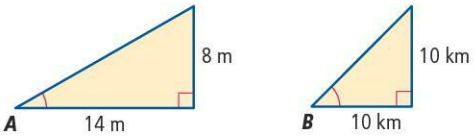
b Bereken het hellingspercentage van deze helling.

© Noordhoff Uitgevers bv

8.3 Tangens en hoeken

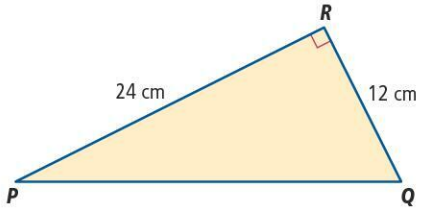
Je leert · een hoek berekenen met behulp van de tangens

Leerroutes
· ondersteunend: 14—15—016—17—18—19—20
· doorlopend: 14—15—16—17—18—19—20
· uitdagend: 14—15—16—17—18—20—U3



14 **a** Meet de grootte van $\angle A$ en $\angle B$.
b Vul in: $\tan \angle A = \frac{\dots}{\dots}$ en $\angle A = \dots^\circ$
c Vul in: $\tan \angle B = \frac{\dots}{\dots}$ en $\angle B = \dots^\circ$

15 In driehoek PQR geldt $\angle R = 90^\circ$.
a Meet en schrijf de grootte van $\angle P$ op.
b Welke zijden moet je op elkaar delen om de tangens van $\angle P$ te krijgen?
c Leg uit dat de tangens van $\angle P$ gelijk is aan de verhouding 12 : 24.
d Met je rekenmachine kun je de grootte van $\angle P$ exact berekenen.
Tik hiervoor in: $\tan^{-1}(12 : 24) =$
Welk antwoord krijg je op het scherm?



$\tan^{-1}$ op je rekenmachine:
Druk op SHIFT of 2nd en daarna op tan.

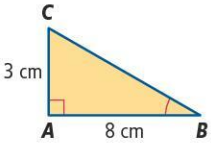
Aanpak

Hoe bereken je een hoek in een rechthoekige driehoek met behulp van de tangens?

1 Schrijf van de tangens van de gevraagde hoek de bijbehorende deling op.
2 Vul de lengte van de zijden in die je op elkaar moet delen.
3 Bereken de gevraagde hoek. Rond je antwoord af op hele graden.

Voorbeeld 1

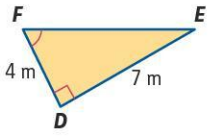
Bereken $\angle B$ van $\triangle ABC$.



1 $\tan \angle B = \frac{AC}{AB}$
2 $\tan \angle B = \frac{3}{8}$
3 $\angle B = \tan^{-1}(3 : 8)$
$\angle B = 20{,}55\dots^\circ$
$\angle B \approx 21^\circ$

Voorbeeld 2

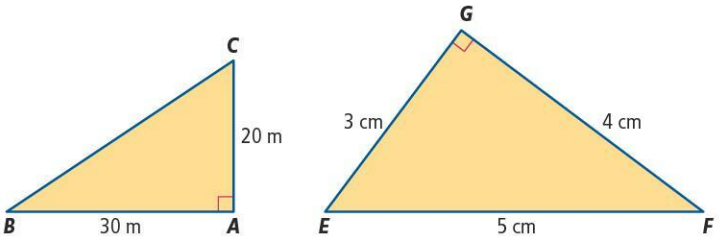
Bereken $\angle F$ van $\triangle DEF$.



1 $\tan \angle F = \frac{DE}{DF}$
2 $\tan \angle F = \frac{7}{4}$
3 $\angle F = \tan^{-1}(7 : 4)$
$\angle F = 60{,}25\dots^\circ$
$\angle F \approx 60^\circ$

© Noordhoff Uitgevers bv

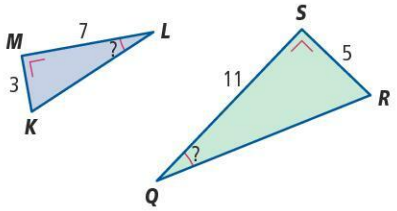
Ondersteunende route → maak opdracht 016



16 Je gaat de grootte van $\angle B$ en $\angle F$ berekenen. Op het kladblaadje is al een begin gemaakt.
Maak deze berekeningen af.

$\tan\angle B = \frac{\dots}{\dots}$ (namen van zijden)	$\tan\angle F = \frac{\dots}{\dots}$ (namen van zijden)
$\tan\angle B = \frac{\dots}{\dots}$ (lengte van zijden)	$\tan\angle F = \frac{\dots}{\dots}$ (lengte van zijden)
$\angle B = \tan^{-1}(\dots : \dots)$	$\dots$
$\angle B \approx \dots^\circ$	$\dots$

17 Van de driehoeken moet je telkens de grootte van de hoek met het vraagteken berekenen.



a Vul in en bereken de grootte van $\angle L$.

$tan\ \angle L = \frac{\dots}{\dots}$

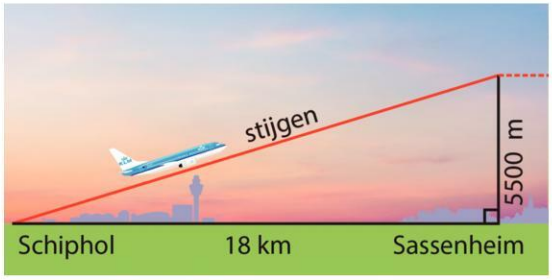
$tan\ \angle L = \frac{\dots}{\dots}$

$\angle L = \tan^{-1}(\dots : \dots)$

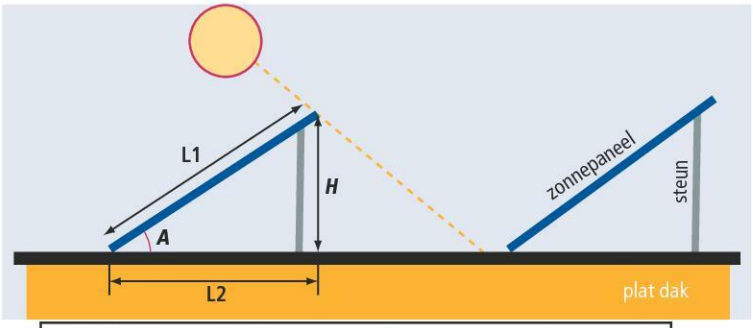
$\angle L \approx \dots^\circ$

b Bereken $\angle Q$.

18 Een piloot stijgt op van Schiphol. Hij gaat pas horizontaal vliegen als hij een hoogte bereikt heeft van 5,5 km. Op dat moment is hij precies boven Sassenheim. De afstand van Schiphol naar Sassenheim is 18 km.
Bereken de hoek waaronder het vliegtuig opstijgt.



© Noordhoff Uitgevers bv



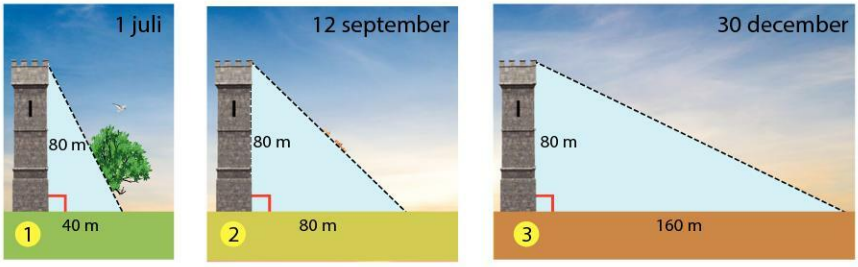
H	Hoogte voor plaatsing zonnepaneel
L1	Lengte zonnepaneel 200 cm
L2	Lengte nodig voor plaatsing 188 cm

19 Hans wil twee zonnepanelen op zijn platte dak laten plaatsen.
Hiervoor heeft hij een tekening van de situatie gemaakt.

253 **a** Bereken hoogte H met de **stelling van Pythagoras**.

b Bereken hellingshoek A waaronder de zonnepanelen worden geplaatst.

c In Nederland is de ideale hoek waaronder een zonnepaneel geplaatst wordt 36°.
Worden de zonnepanelen geplaatst onder deze ideale hoek?



20 In de drie tekeningen zie je een toren met zijn schaduw en een zonnestraal. Op elke tekening is het twee uur 's middags.

a Bereken bij alle drie de grootte van de hoek waarmee de zonnestraal op de grond komt.

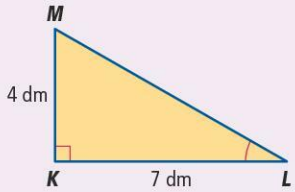
b De schaduwlengte is bij elke volgende tekening steeds twee keer zo lang.
Bereken of de hoek, waarmee de zonnestraal op de grond komt, steeds twee keer zo klein wordt.

Uitdagende route → maak opdracht U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O16 Driehoek KLM is een rechthoekige driehoek.



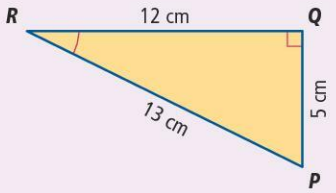
a Vul in voor $\triangle KLM$.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle L$ is zijde …
en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle L$ is zijde … .

b Vul in en bereken $\angle L$. Denk hierbij aan $t = \frac{o}{a}$.

$tan\ \angle L = \frac{\dots}{\dots}$ (namen van zijden)

$tan\ \angle L = \frac{\dots}{\dots}$ (lengte van zijden)

$\angle L = \tan^{-1}(\dots : \dots)$
$\angle L \approx \dots°$



c Vul in voor $\triangle PQR$.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle R$ is zijde …
en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle R$ is zijde … .

d Vul in en bereken $\angle R$.

$tan\ \angle R = \frac{\dots}{\dots}$ (namen van zijden)

$tan\ \angle R = \frac{\dots}{\dots}$ (lengte van zijden)

$\angle R = \tan^{-1}(\dots : \dots)$
$\angle R \approx \dots°$

Uitdagende opdrachten

U3 Tijdens een survivalkamp gaat Björn tokkelen.
Bij tokkelen glijd je langs een strak gespannen kabel vanaf een rots naar beneden.
De kabel waarlangs Björn naar beneden glijdt, begint op 30 meter hoogte en komt 80 meter verder op de grond neer.

a Bereken de hoek die de kabel met de grond maakt.

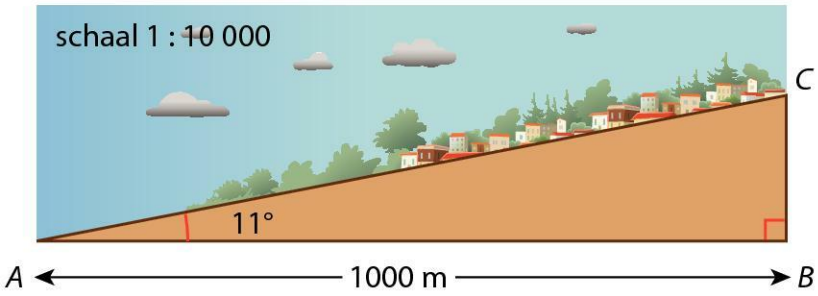
b Een andere kabel begint op 45 meter hoogte en komt 120 meter verder op de grond.
Is deze helling steiler? Leg je antwoord uit.

© Noordhoff Uitgevers bv

8.4 Tangens en lengte

Je leert · een rechthoekszijde berekenen met behulp van de tangens

Leerroutes
· ondersteunend: 21—22—23—O24—25—26—27
· doorlopend: 21—22—23—24—25—26—27
· uitdagend: 21—22—23—24—25—27—U4



21 251
De weg van A naar C loopt overal even steil.
De horizontale afstand AB is 1000 m en $\angle A = 11°$. De tekening is op **schaal** 1 : 10 000.

a Meet de lengte van BC in de tekening en schrijf deze lengte op.
b Bereken de hoogte BC in werkelijkheid. Gebruik de schaal.
c Bereken met behulp van de tangens de grootte van hoek A. Gebruik hierbij de gegeven lengte van zijde AB en de berekende lengte van zijde BC.
d Is de uitkomst van opdracht c ongeveer gelijk aan de gegeven grootte van hoek A?

22
Fatima berekent de hoogte BC uit opdracht 21 met de formule van de tangens. Op het kladblaadje staat een deel van haar berekening.

$\tan\angle A = \frac{BC}{AB}$

$\tan 11° = \frac{BC}{\dots}$

$BC = \dots \times \tan 11°$

$BC = \dots$

denk aan:
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 6 = 3 \times 2$

$\tan 11°$ toets je in als volgt:
tan 11 =.

a Vul de lengte van AB in en bereken de hoogte van BC. Rond je antwoord af op één decimaal.
b Is de uitkomst van opdracht a ongeveer gelijk aan het antwoord uit opdracht 21b?

© Noordhoff Uitgevers bv

1 $\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$
2 $\tan 8° = \frac{30}{AB}$
3 $AB = \frac{\dots}{\tan 8°}$
$AB = \dots$

denk aan
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 3 = \frac{6}{2}$

23 Het fietspad heeft een hellingshoek van 8° en punt C ligt 30 meter hoger dan punt B.
Fatima berekent afstand AB met de tangens. Op het kladblaadje staat een deel van haar berekening.
Vul de berekening verder in en bereken de afstand AB in één decimaal nauwkeurig.

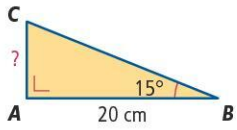
Aanpak

Hoe bereken je de lengte van een rechthoekszijde als je een scherpe hoek en een rechthoekszijde weet?

1 Schrijf van de tangens van de gegeven hoek de bijbehorende verhouding op.
2 Vul de bekende zijde en hoek in.
3 Bereken de lengte van de gevraagde zijde. Bedenk of je moet delen of vermenigvuldigen. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

Voorbeeld 1

Bereken de lengte van AC.



1 $\tan \angle B = \frac{AC}{AB}$

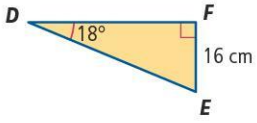
2 $\tan 15° = \frac{AC}{20}$

3 $AC = 20 \times \tan 15°$
$AC \approx 5{,}4$ cm

Denk aan:
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 6 = 3 \times 2$

Voorbeeld 2

Bereken de lengte van DF.



1 $\tan \angle D = \frac{EF}{DF}$

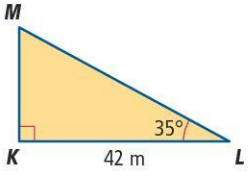
2 $\tan 18° = \frac{16}{DF}$

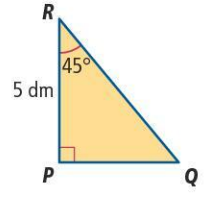
3 $DF = \frac{16}{\tan 18°}$
$DF \approx 49{,}2$ cm

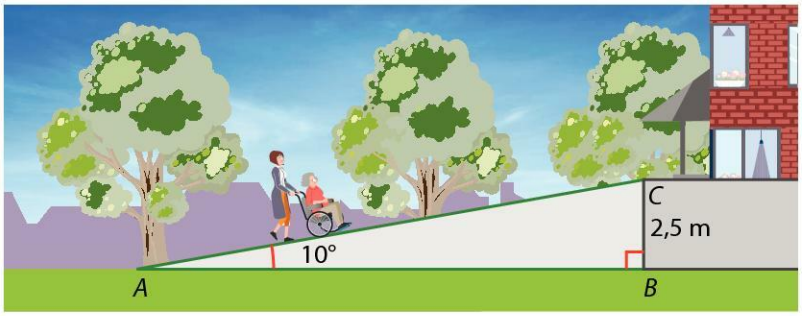
Denk aan:
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 3 = \frac{6}{2}$

Ondersteunende route → maak opdracht 024

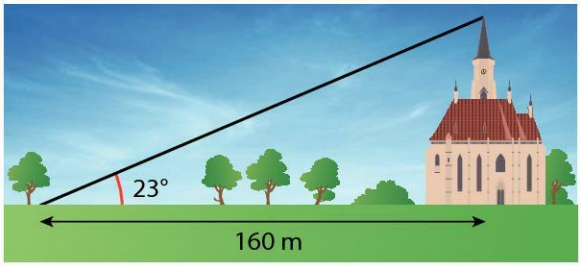
24 Voor $\triangle KLM$ geldt dat $KL = 42$ m en $\angle L = 35°$.
a Bereken de lengte van KM.
b Voor $\triangle PQR$ geldt dat $PR = 5$ dm en $\angle R = 45°$.
Bereken de lengte van PQ.

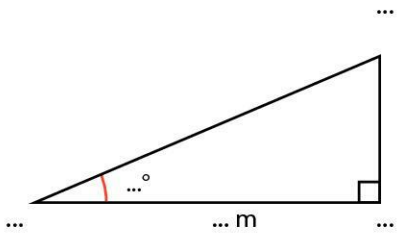






25 Bereken de lengte van rechthoekszijde AB. Rond je antwoord af op twee decimalen.





26 Omar staat 160 meter van de toren af. Hij ziet de top van de toren onder een hoek van 23°.
De rechthoekige driehoek is een schets van de situatie.

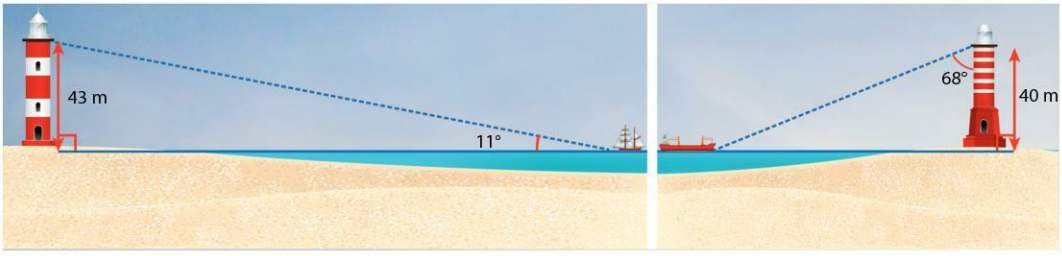
a Schrijf alle gegevens bij de schets.

b Bereken de hoogte van de toren.

27 Bij de vuurtoren in de linker tekening is de afstand tot zeeniveau 43 meter. De schipper van een schip ziet de top van die vuurtoren onder een hoek van 11°.

a Hoe ver is het schip van de vuurtoren af?

b Bij de vuurtoren rechts is de afstand tot zeeniveau 40 meter. De vuurtorenwachter ziet een schip onder een hoek van 68°. Bereken de afstand van dit schip tot de vuurtoren in meters.

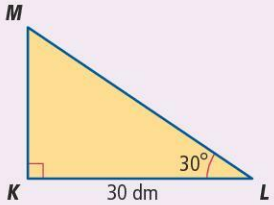


Uitdagende route → maak opdracht U4

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O24 Driehoek KLM is een rechthoekige driehoek.



a Vul in.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle L$ is …
en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle L$ is … .

b Vul de juiste getallen in en bereken de lengte van zijde KM.

$\tan\angle L = \frac{KM}{\dots}$

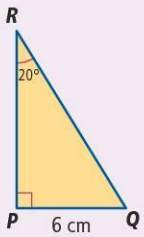
$\tan \dots° = \frac{KM}{\dots}$

$KM = \dots \times \tan \dots°$

$KM \approx \dots$ dm

Denk aan $2 = \frac{6}{3} \rightarrow 6 = 3 \times 2$

c Vul in.
De overstaande rechthoekszijde van $\angle R$ is …
en de aanliggende rechthoekszijde van $\angle R$ is … .



d Vul in en bereken de lengte van zijde PR.

$\tan\angle R = \frac{\dots}{PR}$

$\tan \dots° = \frac{\dots}{PR}$

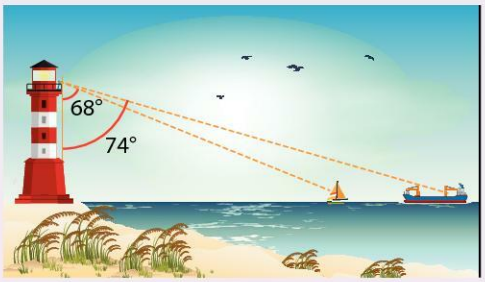
$PR = \frac{\dots}{\tan \dots}$

$PR \approx \dots$ cm

Denk aan $2 = \frac{6}{3} \rightarrow 3 = \frac{6}{2}$

Uitdagende opdrachten

U4 Een vuurtorenwachter staat 40 meter boven zeeniveau. Hij ziet in één richting twee schepen onder hoeken van 68° en 74°.
Hoeveel meter is de afstand tussen de schepen?

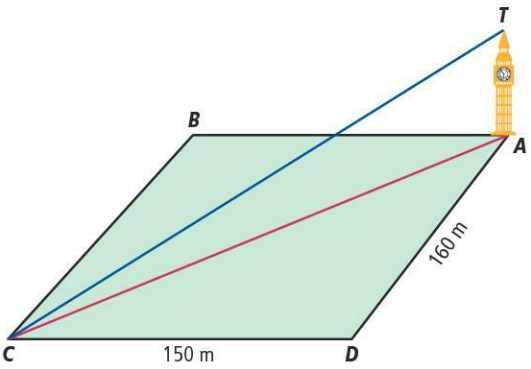


© Noordhoff Uitgevers bv

8.5 Hoeken in ruimtefiguur

Je leert · een hoek in de ruimte berekenen met behulp van de tangens

Leerroutes
· ondersteunend: 28—29—030—31—32—33
· doorlopend: 28—29—30—31—32—33
· uitdagend: 28—29—30—31—32—U5



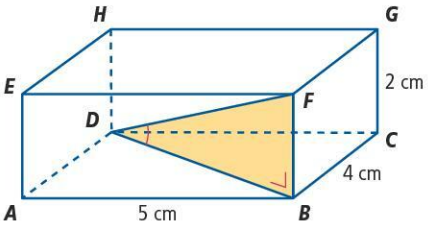
28 Op een hoekpunt van een rechthoekig terrein $ABCD$ staat een toren. Deze toren is 60 meter hoog. T is de top van de toren. De zijden van het terrein zijn 150 meter bij 160 meter.

a Maak een schets van rechthoek $ABCD$ en zet de maten erbij.

b Jip staat in punt C van het terrein.
Bereken hoeveel meter Jip van de toren afstaat. Rond af op één decimaal.

c Schets $\triangle CAT$ en schrijf de bekende maten erbij.

d Bereken de grootte van $\angle C$ met behulp van de tangens.



29 Balk $ABCD.EFGH$ is 5 cm bij 4 cm bij 2 cm.
In de balk is rechthoekige driehoek BDF getekend.

a Schets driehoek BDF en zet de bekende maat erbij.

b Rechthoekszijde BD van $\triangle BDF$ is ook diagonaal van grondvlak $ABCD$.
Bereken de lengte van BD met behulp van de stelling van Pythagoras.

c Bereken de grootte van $\angle D$ in $\triangle BDF$. Gebruik de tangens.

© Noordhoff Uitgevers bv

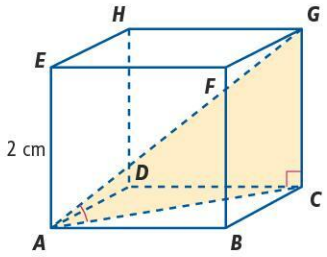
Aanpak

Hoe bereken je een hoek in de ruimte met behulp van de tangens?

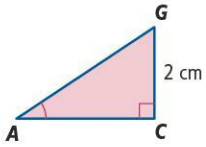
1 Maak een schets van een rechthoekige driehoek waarin de gevraagde hoek ligt. Zet de lengte van de rechthoekszijden erbij. Soms moet je een rechthoekszijde berekenen met de stelling van Pythagoras.
2 Bereken de grootte van de hoek met behulp van de tangens.

Voorbeeld

Van kubus $ABCD.EFGH$ is de ribbe 2 cm.
Bereken $\angle A$ in $\triangle ACG$.



1 Schets van $\triangle ACG$:



Bereken AC met de stelling van Pythagoras.

zijde	*kwadraat*
$AB = 2$	4
$BC = 2$	$4 +$
$AC = \ldots$	8

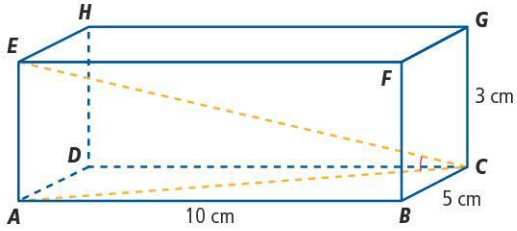
Dus $AC = \sqrt{8}$.

2 $\tan\angle A = \frac{CG}{AC}$

$\tan\angle A = \frac{2}{\sqrt{8}}$

$\angle A = \tan^{-1}(2 : \sqrt{8})$
$\angle A \approx 35°$

Ondersteunende route → maak opdracht 030



30 Balk $ABCD.EFGH$ is 10 cm bij 5 cm bij 3 cm.
Fanny wil de grootte van $\angle C$ in $\triangle ACE$ berekenen.

a Maak een schets van de rechthoekige driehoek waarin $\angle C$ ligt.
b Bereken van $\triangle ABC$ de lengte van AC.
c Bereken de grootte van $\angle C$ in $\triangle ACE$.

© Noordhoff Uitgevers bv

31 W 247

Van kubus $ABCO.EFGH$ zijn de ribben 5 cm.

a Schrijf de **drie coördinaten** van punt P op.

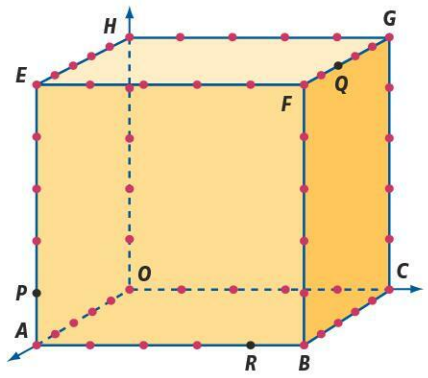
b Teken $\triangle PHE$ op ware grootte.

c Bereken de grootte van $\angle P$ in $\triangle PHE$.

d Bereken de grootte van $\angle Q$ in $\triangle CGQ$.

e Schrijf de coördinaten van punt R op.

f Bereken de grootte van $\angle R$ in de $\triangle ORH$.



32

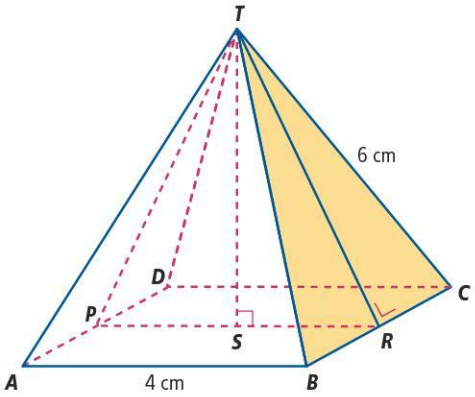
In de piramide is punt P het midden van AD en punt R het midden van BC.

a Maak een schets van driehoek BCT en zet de maten bij de zijden.

b Bereken de lengte van TR.

c Maak een schets van doorsnede PRT en bereken de hoogte TS. Rond af op één decimaal.

d Bereken $\angle R$ in $\triangle SRT$.



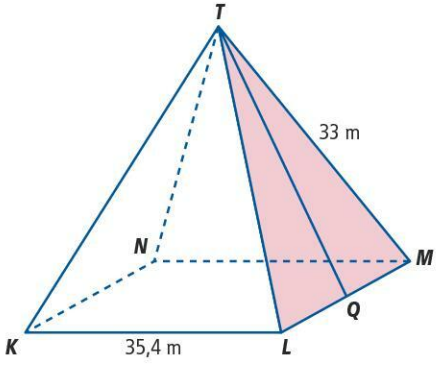
33

De Piramide van het Louvre in Parijs heeft een vierkant grondvlak met zijden van 35,4 meter. De opstaande ribben zijn 33 meter. Punt Q is het midden van ribbe LM.

a Maak een schets van $\triangle LMT$.

b Bereken TQ in meters nauwkeurig.

c Bereken $\angle L$ in $\triangle LMT$.

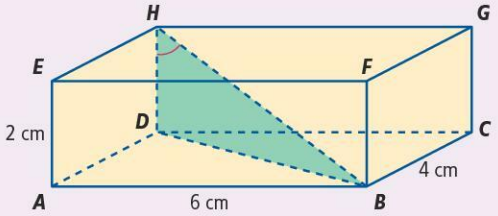


Uitdagende route → maak opdracht U5

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O30 Balk $ABCD.EFGH$ is 6 cm bij 4 cm bij 2 cm.
Daan wil de grootte van $\angle H$ in $\triangle DBH$ berekenen.



a Maak een schets van de rechthoekige driehoek waarin $\angle H$ ligt.

b Bereken de lengte van BD. Gebruik hierbij de stelling van Pythagoras in $\triangle ABD$.

zijde	*kwadraat*
$AB = 6$	…
… = …	… +
BD = …	…

c Schrijf alle maten bij de schets uit opdracht a.

d Vul in en bereken van $\triangle DBH$ de grootte van $\angle H$.

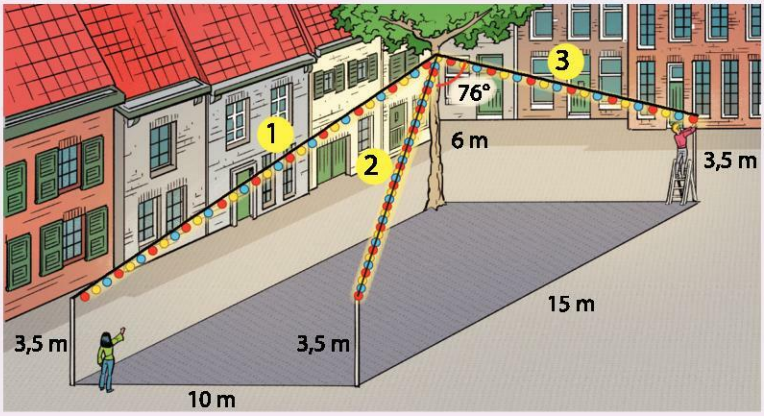
$\tan \angle H = \frac{\dots}{\dots}$ (vul de zijden in)

$\tan \angle H = \frac{\sqrt{52}}{\dots}$ (vul de lengten in)

$\angle H = \tan^{-1}(\dots : \dots)$

$\angle H \approx \dots°$

Uitdagende opdrachten



U5 Bij een rechthoekig grasveldje zijn drie snoeren met lampen aan een boom gehangen. Het grasveld is 15 meter lang en 10 meter breed.
De drie snoeren beginnen bij de boom op een hoogte van 6 meter en eindigen bij palen op een hoogte van 3,5 meter.
Snoer ❸ maakt een hoek van 76° met de boom.
Bereken de hoek die de snoeren ❶ en ❷ met de boom maken.

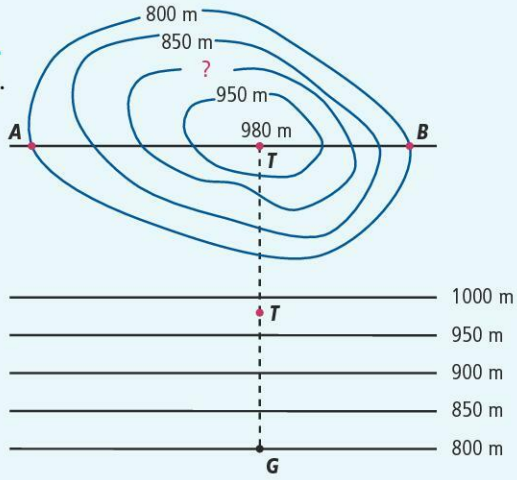
© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt op een kaart met iso-hoogtelijnen de hoogte aflezen en je kunt een doorsnede van een berg tekenen.

T1 W

Op de kaart zijn iso-hoogtelijnen van een berg getekend.



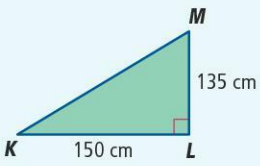
a Bij een iso-hoogtelijn staat een vraagteken. Welke hoogte hoort bij deze iso-hoogtelijn te staan?

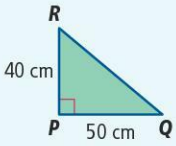
b Teken doorsnede AB van deze berg. De top van de berg is al in de doorsnede getekend.

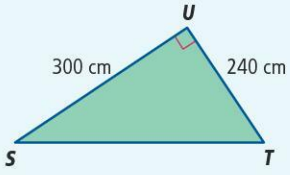
c Onder de top T ligt punt G en ligt op dezelfde hoogte als punt A. De horizontale afstand AG is 3000 meter. Bereken met de verhoudingstabel de verhouding tussen de hoogte GT en de horizontale afstand AG.

hoogte in m	…	…
horizontale afstand in m	3000	…

Je weet dat de tangens van een hoek een verhouding is en je kunt de tangens gebruiken.







T2 W

De drie driehoeken zijn rechthoekige driehoeken.

a Kleur de overstaande rechthoekszijde van hoek K blauw en de aanliggende rechthoekszijde van hoek K rood.

b Schrijf de tangens van hoek K met getallen op.

c Schrijf ook de tangens van hoek Q en hoek S met getallen op.

d Welke hoeken zijn precies even groot? Leg je antwoord uit.

Je kunt een hoek berekenen met behulp van de tangens.

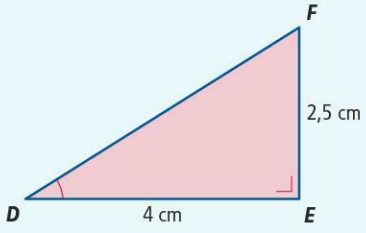
T3

a Welke zijde is de overstaande rechthoekszijde van $\angle D$?

b Welke zijde is de aanliggende rechthoekszijde van $\angle D$?

c Schrijf de tangens van $\angle D$ op.

d Bereken de grootte van $\angle D$.



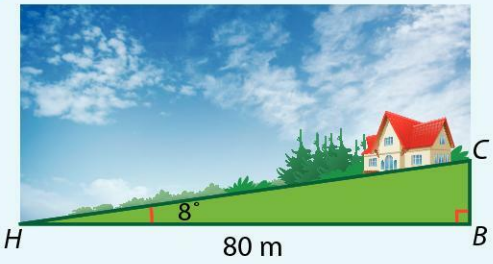
© Noordhoff Uitgevers bv

Je kunt een rechthoekszijde berekenen met behulp van de tangens.

T4 De horizontale afstand van de helling is 80 meter en de hellingshoek is 8°.

a Bereken de hoogte BC.

b Een andere helling heeft een hellingshoek van 12°. De horizontale afstand van bij die helling is 150 m. Bereken de hoogte bij deze helling.



T5 Van een rolstoelhelling mag de hellingshoek niet groter zijn dan 5°.
Het hoogteverschil tussen het begin en het eind van de helling op de foto is 115 centimeter.
Het schuine pad zelf is 13,2 meter lang.
Laat met berekeningen zien of deze helling aan de eis voldoet.

Je kunt een hoek in de ruimte berekenen met behulp van de tangens.

T6 Het draadmodel van de kubus heeft ribben van 4 cm.

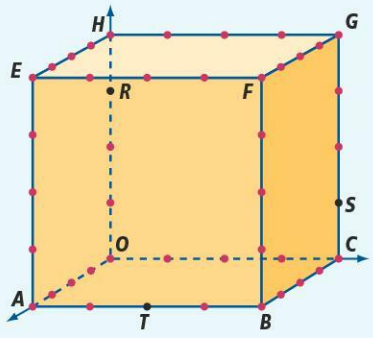
a Schrijf de coördinaten van punt R op.

b Bereken de grootte van $\angle R$ in $\triangle RGH$.

c Welke coördinaten heeft punt S?

d Bereken de grootte van $\angle S$ in $\triangle ACS$.

e Bereken de grootte van $\angle T$ in $\triangle OTR$.



© Noordhoff Uitgevers bv

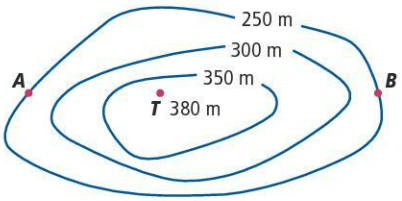
Vaardigheid

Je kunt op een kaart met iso hoogtelijnen de hoogte aflezen en je kunt een doorsnede van een berg tekenen.

Op een kaart kun je hoogten aangeven. Met een lijn kun je punten die op dezelfde hoogte liggen met elkaar verbinden. Deze lijnen heten iso-hoogtelijnen.
Een kaart met iso-hoogtelijnen van een berg kun je gebruiken om een doorsnede van de berg te tekenen.

Voorbeeld

De kaart met iso-hoogtelijnen is een bovenaanzicht van een berg.
Punt T is de top van de berg en ligt op een hoogte van 380 meter.
Op welke hoogte ligt punt A?



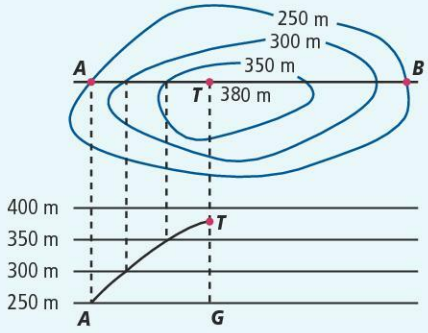
Punt A ligt op een hoogte van 250 meter.

E1 Gebruik het bovenaanzicht uit het voorbeeld.

a Op welke hoogte ligt punt B?

b Bereken het hoogteverschil tussen punt B en punt T.

E2 **W** Van de doorsnede uit het voorbeeld is de doorsnede van AT getekend.



a Teken de doorsnede BT.

b Punt G ligt onder top T en ligt op dezelfde hoogte als punt A.
Hoeveel meter is de hoogte GT?

c De horizontale afstand AG is 520 meter.
Bereken de verhouding tussen hoogte TG en de horizontale afstand AG.
Gebruik de verhoudingstabel en schrijf de verhouding met de kleinst mogelijke gehele getallen.

hoogte in m	…	…
horizontale afstand in m	520	…

d De horizontale afstand BG is 910 meter.
Bereken de verhouding tussen de hoogte TG en de horizontale afstand BG.

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

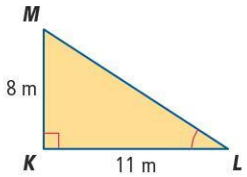
Je weet dat de tangens van een hoek een verhouding is.

De verhouding tussen de hoogte en de horizontale afstand kun je schrijven als $\frac{\textit{hoogte}}{\textit{horizontale afstand}}$.

Deze verhouding heet de tangens van de (hellings-)hoek.
tan $\angle A$ spreek je uit als: 'de tangens van hoek A.'

Voorbeeld 1

Schrijf de tangens van $\angle L$ op.

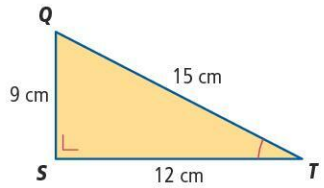


$\tan\angle L = \frac{KM}{KL}$

$\tan\angle L = \frac{8}{11}$

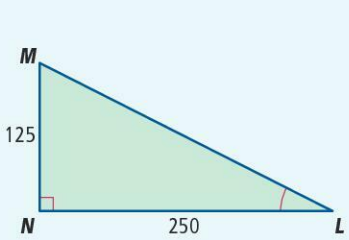
Voorbeeld 2

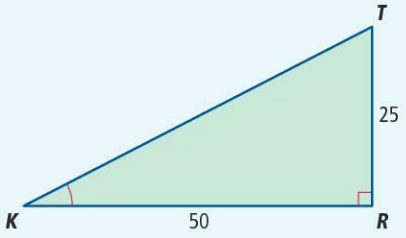
Schrijf de tangens van $\angle T$ op.



$\tan\angle T = \frac{QS}{ST}$

$\tan\angle T = \frac{9}{12}$





E3 **a** Schrijf de tangens van $\angle L$ op met de zijden en met de lengten.

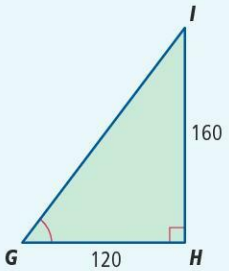
tan $\angle L = \frac{\cdots}{\cdots}$ (met de zijden)

tan $\angle L = \frac{\cdots}{\cdots}$ (met de lengten)

b Schrijf de tangens van $\angle K$ op met de zijden en met de lengten.

E4 **a** Schrijf de tangens van $\angle G$ op met de zijden en met de lengten.

b Schets een rechthoekige driehoek waarvoor geldt: tan $\angle D = \frac{7}{4}$.



© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt de tangens gebruiken.

De tangens kun je niet alleen bij hellingen gebruiken, maar in alle rechthoekige driehoeken. Je moet dan wel de goede rechthoekszijden kiezen.

Vanuit $\angle A$ staat de overstaande rechthoekszijde tegenover $\angle A$ en de aanliggende rechthoekszijde ligt aan $\angle A$ vast.

De tangens van hoek A is dan gelijk aan:

$$\tan \angle A = \frac{\textit{overstaande rechthoekszijde van } \angle A}{\textit{aanliggende rechthoekszijde van } \angle A}$$

Onthoud de afkorting:

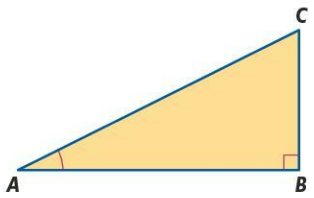
$t = \frac{o}{a}$

Voorbeeld

De overstaande rechthoekszijden van $\angle A$ is zijde BC.

De aanliggende rechthoekszijden van $\angle A$ is zijde AB.

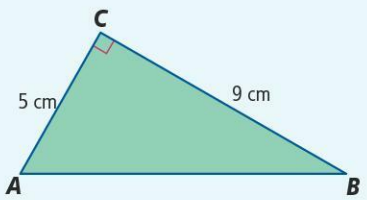
$\tan \angle A = \frac{BC}{AB}$

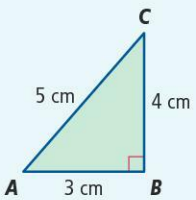


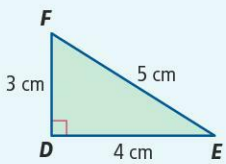
E5 **a** Welke zijde is in $\triangle ABC$ de overstaande rechthoekszijde van $\angle A$?

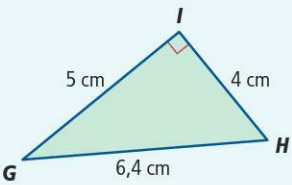
b Welke zijde is de aanliggende rechthoekszijde van $\angle A$?

c Vul in: $\tan \angle A = \frac{\dots}{\dots}$









E6 **W** Van deze rechthoekige driehoeken is de tangens opgeschreven. De bijbehorende hoek ontbreekt echter nog.

Vul de juiste hoek bij de tangens in. Kies uit $\angle A$, $\angle E$ en $\angle G$.

a $\tan \dots = \frac{3}{4}$

b $\tan \dots = \frac{4}{3}$

c $\tan \dots = \frac{4}{5}$

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

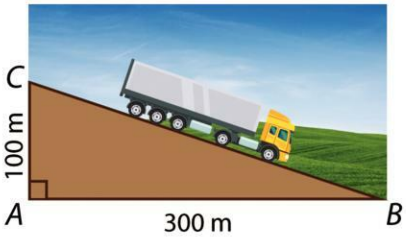
Je kunt een hoek berekenen met behulp van de tangens.

Hoe bereken je een hoek in een rechthoekige driehoek met behulp van de tangens?

1. Schrijf van de tangens van de gevraagde hoek de bijbehorende deling op.
2. Vul de lengte van de zijden in die je op elkaar moet delen.
3. Bereken de gevraagde hoek. Rond je antwoord af op hele graden.

Voorbeeld

Bereken de grootte van hellinghoek B.



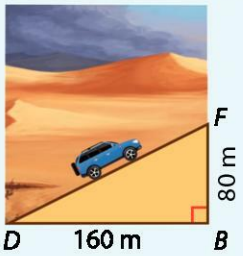
$\tan\angle B = \frac{AC}{AB}$

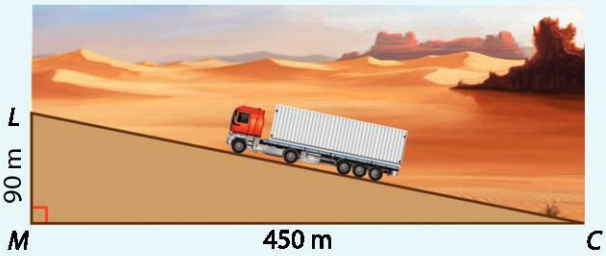
$\tan\angle B = \frac{100}{300}$

$\angle B = \tan^{-1}(100 : 300)$

$\angle B = 18{,}43\ldots°$

$\angle B \approx 18°$





E7 **a** Vul in en bereken de grootte van hellingshoek D.

$tan\ \angle D = \frac{\ldots}{\ldots}$ (namen van zijden)

$tan\ \angle D = \frac{\ldots}{\ldots}$ (lengte van zijden)

$\angle D = \tan^{-1}(\ldots : \ldots)$

$\angle D \approx \ldots°$

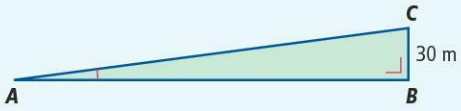
Met je rekenmachine krijg je $\tan^{-1}$ door op SHIFT of 2nd en daarna op tan te drukken.

b Bereken de grootte van hellingshoek C.

E8 Bij rechthoekige driehoek ABC is $AC = 225$ m.

a Bereken met de stelling van Pythagoras de horizontale afstand AB.

b Bereken $\angle A$.



Vaardigheid

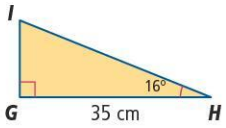
Je kunt een rechthoekszijde berekenen met behulp van de tangens.

Hoe bereken je de lengte van een rechthoekszijde als je een scherpe hoek en een rechthoekszijde weet?

1 Schrijf van de tangens van de gegeven hoek de bijbehorende verhouding op.
2 Vul de bekende zijde en hoek in.
3 Bereken de lengte van de gevraagde zijde. Bedenk of je moet delen of vermenigvuldigen. Rond af op één decimaal nauwkeurig.

Voorbeeld 1

Bereken de lengte van zijde GI.



1 $\tan\angle H = \frac{GI}{GH}$

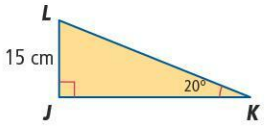
2 $\tan 16° = \frac{GI}{35}$

3 $GI = 35 \times \tan 16°$
$GI \approx 10{,}0$ cm

Denk aan
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 6 = 3 \times 2$

Voorbeeld 2

Bereken de lengte van zijde JK.



1 $\tan\angle K = \frac{JL}{JK}$

2 $\tan 20° = \frac{15}{JK}$

3 $JK = \frac{15}{\tan 20°}$

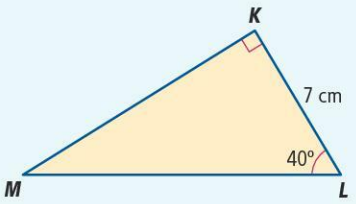
$JK \approx 41{,}2$ cm

Denk aan
$2 = \frac{6}{3} \rightarrow 3 = \frac{6}{2}$

E9

a Voor $\triangle KLM$ geldt dat $KL = 7$ cm en $\angle L = 40°$.
Bereken de lengte van KM.

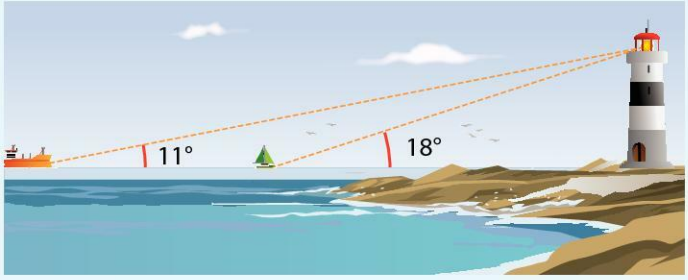
b Voor $\triangle PQR$ geldt dat $PR = 35$ dm, $\angle P = 90°$ en $\angle R = 28°$.
Schets de driehoek en bereken de lengte van PQ.



E10 Vanaf een zeilboot ziet Josje de vuurtoren onder een hoek van 18°. Zij weet dat de afstand tot de vuurtoren 100 meter is.

a Hoe hoog is volgens de gegevens van Josje de vuurtoren?

b De schipper van het vrachtschip ziet de vuurtoren onder een hoek van 11°.
Bereken hoe ver de schipper dan van de vuurtoren af is.



© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt een hoek in de ruimte berekenen met behulp van de tangens.

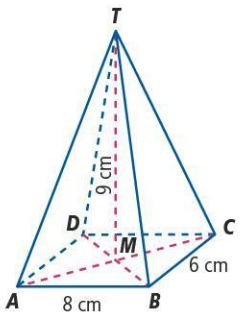
Hoe bereken je een hoek in de ruimte met behulp van de tangens?

1 Maak een schets van een rechthoekige driehoek waarin de hoek ligt. Zet de lengte van de rechthoekszijden erbij. Soms moet je een rechthoekszijde berekenen met de stelling van Pythagoras.

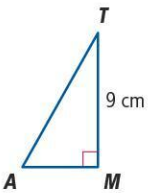
2 Bereken de grootte van de hoek met behulp van de tangens.

Voorbeeld

Van piramide $ABCD.T$ is het grondvlak $ABCD$ een rechthoek.
De hoogte van de piramide is 9 cm.
Bereken $\angle A$ in $\triangle AMT$.



1 Schets van $\triangle AMT$:



Zijde AM is de helft van diagonaal AC.
Bereken AC met de stelling van Pythagoras.

zijde	*kwadraat*
$AB = 8$	64
$BC = 6$	36 +
$AC = \ldots$	100

$AC = \sqrt{100} = 10$ cm, dus $AM = 10 : 2 = 5$ cm.

2 $\tan\angle A = \frac{TM}{AM}$

$\tan\angle A = \frac{9}{5}$

$\angle A = \tan^{-1}(9 : 5)$
$\angle A \approx 61°$

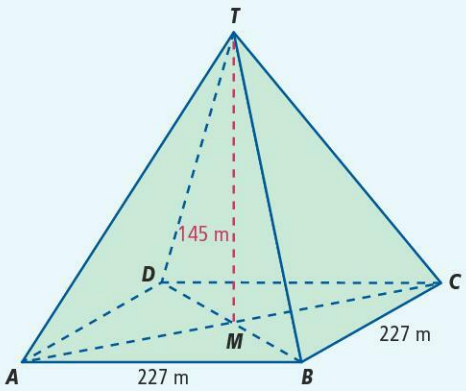
E11 Een van de piramides van Gizeh heeft een vierkant grondvlak met een zijde van 227 meter.
De hoogte van de piramide is 145 meter.

a Schets $\triangle BMT$. Zet de bekende maat erbij.

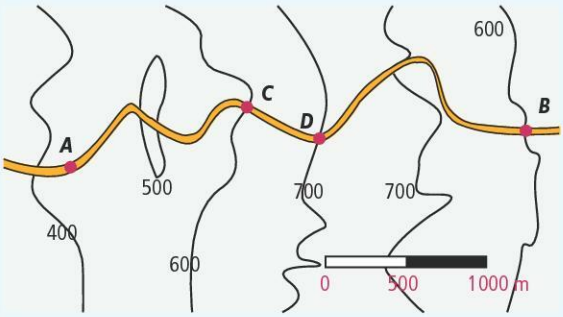
b Lijnstuk BD is een diagonaal van het grondvlak. Bereken de lengte van BD en de lengte van BM.

c Bereken de grootte van $\angle B$ in $\triangle BMT$.

d Hoe groot is $\angle T$ in $\triangle BMT$?



© Noordhoff Uitgevers bv



G1 **W** De kaart met iso-hoogtelijnen hoort bij een wandelgebied. De hoogtes zijn in meters. Floris en Benjamin wandelen van punt A naar punt B. Punt A ligt op 425 meter hoogte.

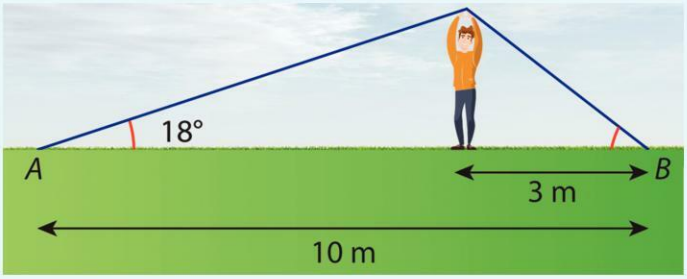
a Bereken hoeveel meter punt B hoger ligt dan punt A.

b Geef met een kruisje op de kaart aan waar het hoogste punt van de wandeling kan liggen.

c De wandeling is 4,3 kilometer lang.
Hemelsbreed is de afstand AB korter.
Meet op de kaart de afstand en bereken hoeveel kilometer de afstand hemelsbreed is.

d Het steilste stuk van de wandeling ligt tussen de punten C en D en is overal even steil.
De driehoek hoort bij dit steile stuk.
Schrijf bij deze driehoek de horizontale afstand en de hoogte.

e Bereken hellingshoek C.



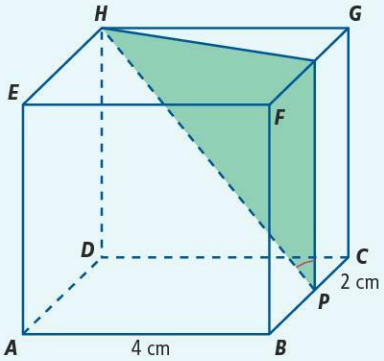
G2 Tussen punt A en punt B is een elastisch touw strak gespannen. Bart gaat op drie meter van punt B staan en tilt het touw op.

a Bereken hoeveel centimeter Bart het touw optilt.

b Hoe groot is $\angle B$?

c Bereken hoeveel centimeter het touw is uitgerekt.

© Noordhoff Uitgevers bv



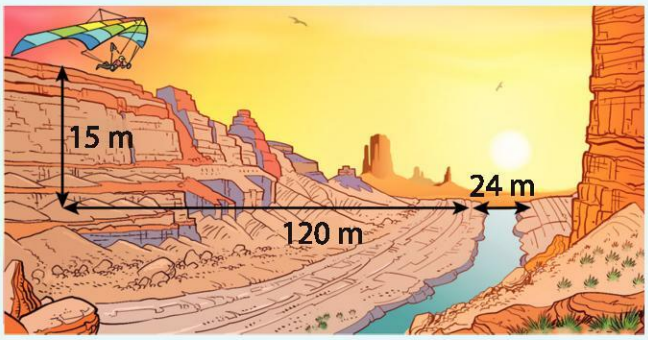
G3 Van kubus $ABCD.EFGH$ zijn de ribben 4 cm. Punt P is het midden van BC.
Bereken de lengte van PH. Geef je antwoord in millimeters.

G4 Een sportvliegtuig vertrekt van de landingsbaan onder een hellingshoek van 15°.

a Bereken de afgelegde horizontale afstand als het sportvliegtuig een hoogte heeft bereikt van 315 meter.

b Even later vertrekt een tweede sportvliegtuig onder een hellingshoek van 18°.
Bereken de hoogte van dit sportvliegtuig na een horizontale afstand van 1000 meter.

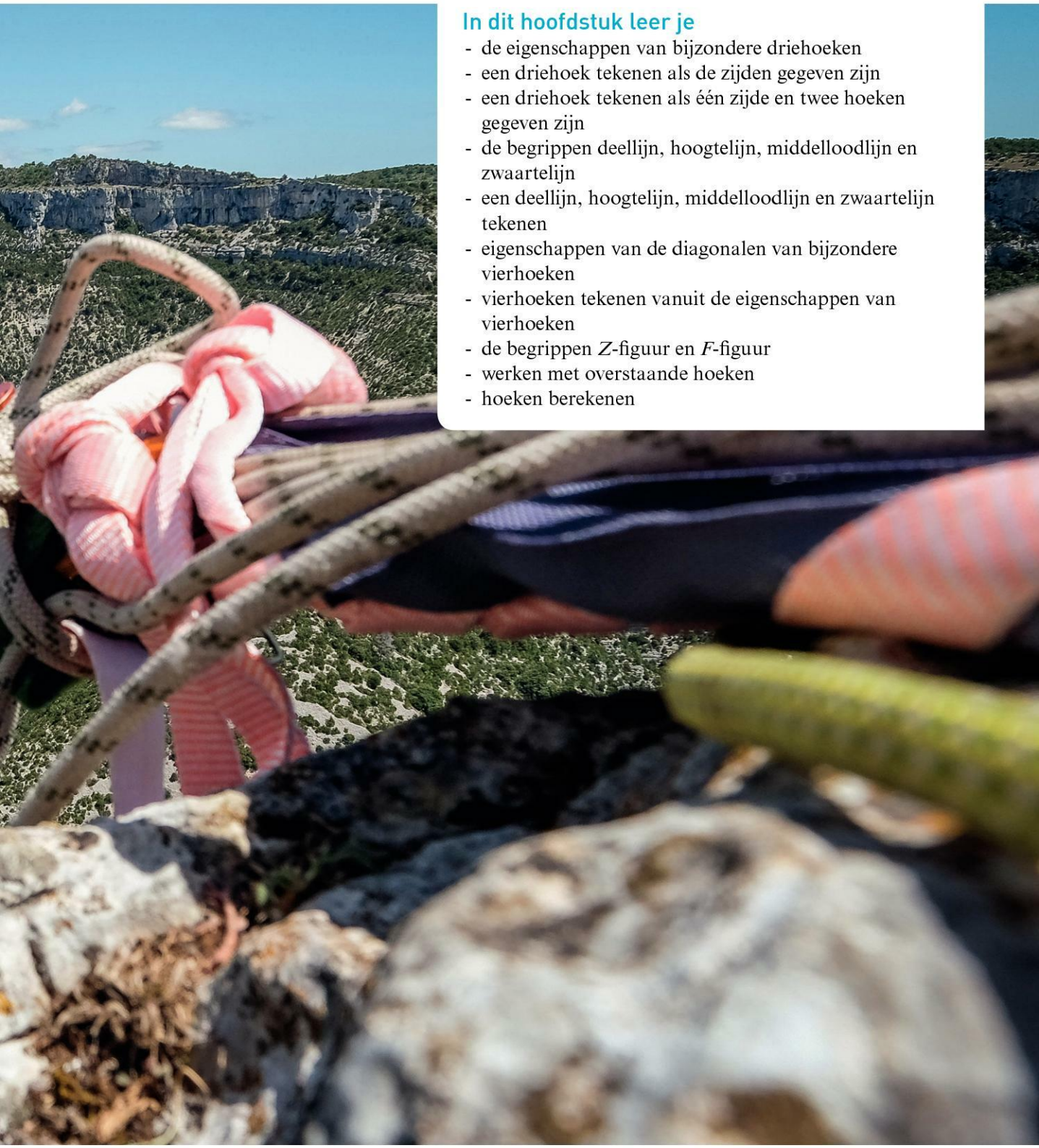
G5 Jim springt met een hangglider van een rots.
De rots is 15 meter hoog. De afstand van de voet van de rots tot de rivier is 120 meter. De rivier is 24 meter breed.
Jim daalt onder een vaste hoek van 6° met de grond.
Maakt Jim een droge landing?



© Noordhoff Uitgevers bv

© Noordhoff Uitgevers bv

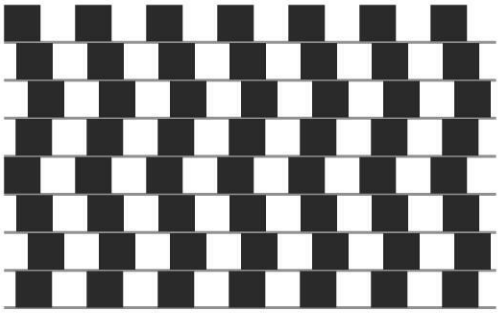
Meten en redeneren 9

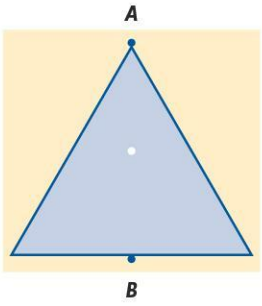


In dit hoofdstuk leer je

- de eigenschappen van bijzondere driehoeken
- een driehoek tekenen als de zijden gegeven zijn
- een driehoek tekenen als één zijde en twee hoeken gegeven zijn
- de begrippen deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn
- een deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn tekenen
- eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken
- vierhoeken tekenen vanuit de eigenschappen van vierhoeken
- de begrippen Z-figuur en F-figuur
- werken met overstaande hoeken
- hoeken berekenen

© Noordhoff Uitgevers bv





V1 **a** Beantwoord de volgende twee vragen zonder gebruik te maken van liniaal of geodriehoek.

> vraag I : Zijn in het linker plaatje de horizontale lijnen evenwijdig?
> vraag II: Is in het rechterplaatje de afstand van de witte stip tot punt A gelijk aan de afstand van de witte stip tot punt B?

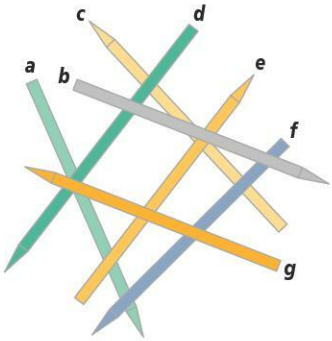
b Controleer met behulp van liniaal of geodriehoek je antwoorden bij opdracht a. Verbeter ze indien nodig.

V2 Zeven gekleurde spijkers liggen op de grond.

241 W **a** Welke spijkers liggen **evenwijdig** aan elkaar?

240 **b** Welke spijkers liggen **loodrecht** op elkaar?

241 **c** **Meet** de **hoeken** die de spijkers g en f met elkaar maken.

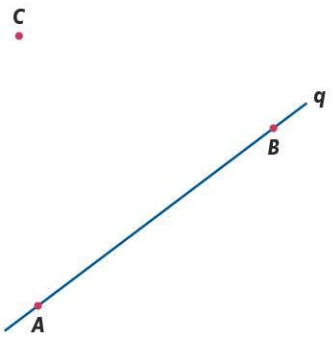


V3 De punten A en B liggen op lijn q.

W **a** Teken door punt C een lijn evenwijdig aan lijn q.

b Teken lijnstuk BC en teken door punt A een lijn evenwijdig aan lijnstuk BC.

c Schrijf de naam van de vierhoek op die je nu ziet.



V4 Gebruik de tekening uit opdracht V3.

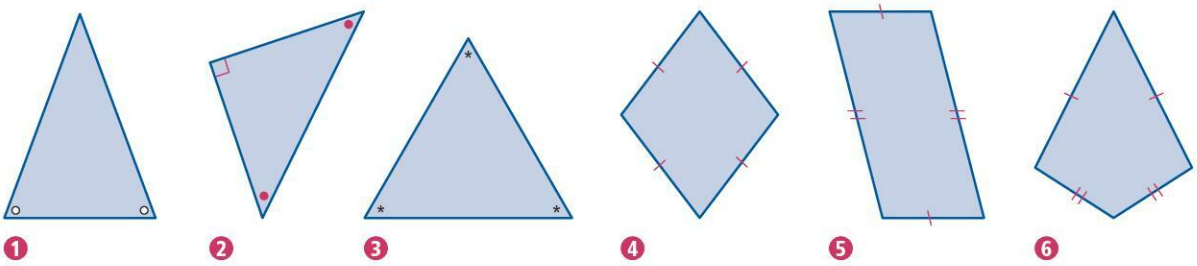
W **a** Teken vanuit punt C een lijnstuk loodrecht op lijn q.

b Teken driehoek ABC.

250 **c** Meet van $\triangle ABC$ de lengte van AB en de **bijbehorende hoogte** vanuit hoekpunt C. Zet de lengten in de tekening.

250 **d** Bereken de **oppervlakte** van **driehoek** ABC in cm^2.

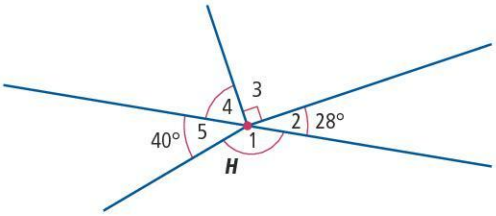
© Noordhoff Uitgevers bv

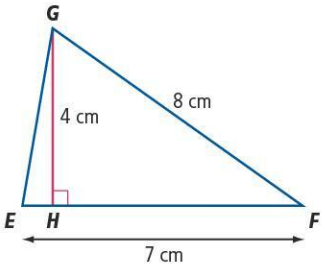


V5
248 **a** Welke bijzondere driehoeken en vierhoeken zijn hier getekend?
248 **b** Schrijf van de figuren het aantal **symmetrieassen** op.
248 **c** Welke figuren zijn **draaisymmetrisch**?
d Bereken van elke draaisymmetrische figuur de kleinste draaihoek.

V6 Deze opdracht gaat over de figuren uit opdracht V5.
249 **a** Hoeveel graden zijn de **hoeken** van een **driehoek samen**?
b Hoe groot is elke hoek van driehoek ❷?
c Hoe groot is elke hoek van driehoek ❸?
250 **d** Hoe groot zijn de **hoeken** van een **vierhoek samen**?
e Van vierhoek ❹ is één hoek 74°.
Bereken de grootte van de andere hoeken.

V7 Bij punt H zijn vijf hoeken getekend.
240 **a** Welke hoek is een **rechte hoek**?
240 **b** Welke drie hoeken vormen samen een **gestrekte hoek**?
c Bereken de grootte van $\angle H_4$.
240 **d** Welke hoeken vormen samen een **volle hoek**?
e Hoeveel graden is een volle hoek?





V8 **a** Schrijf de bijbehorende hoogte van zijde EF op.
b Bereken de oppervlakte van de driehoek.

© Noordhoff Uitgevers bv

9.1 Driehoeken

Je leert
- de eigenschappen van bijzondere driehoeken
- een driehoek tekenen als de zijden gegeven zijn
- een driehoek tekenen als één zijde en twee hoeken gegeven zijn

Leerroutes
- ondersteunend: 1—2—3—04– 5—6—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—2—4—5—6—7—U1

1 249 W

Je ziet twee driehoeken.

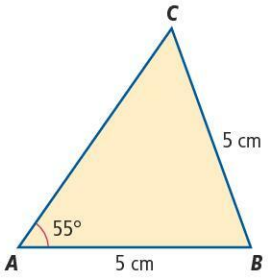
a Is $\triangle ABC$ een **rechthoekige**, een **gelijkbenige** of een **gelijkzijdige driehoek**?

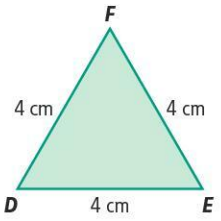
248

b Teken de **symmetrieas** in $\triangle ABC$.

c Teken de symmetrieassen in $\triangle DEF$.

d Welke bijzondere driehoek is $\triangle DEF$?

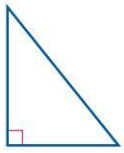


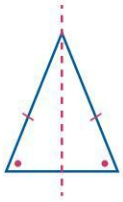


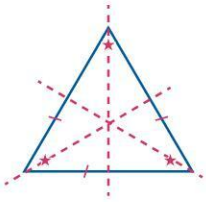
Theorie

Aan de hand van de **eigenschappen van een driehoek** kun je nagaan of een driehoek een bijzondere driehoek is.

Voorbeeld







rechthoekige driehoek	*gelijkbenige driehoek*	*gelijkzijdige driehoek*
	één symmetrieas	drie symmetrieassen
één hoek van 90°	twee gelijke hoeken	hoeken zijn 60°
	twee zijden even lang	zijden even lang

2

W 240

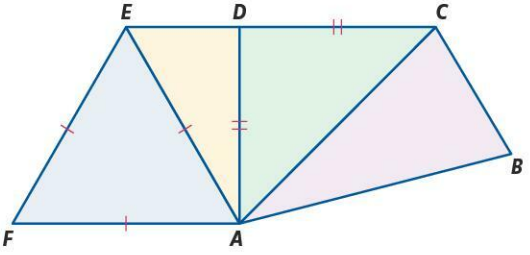
In de tekening zie je bijzondere driehoeken.

a Geef met het tekentje van de rechte hoek aan welke **hoeken recht** zijn.

b Teken in de driehoeken de symmetrieassen.

c Bij enkele driehoeken zijn hoeken even groot. Zet in de hoeken die even groot zijn een zelfde tekentje.

d Welke bijzondere driehoeken komen in de tekening voor?



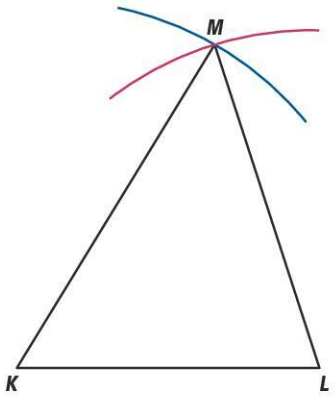
© Noordhoff Uitgevers bv

3 Lianne heeft met behulp van haar passer driehoek KLM getekend. Van driehoek KLM is $KL = 4$ cm, $KM = 5$ cm en $LM = 4{,}5$ cm.

a In welk punt heeft zij haar passer gezet om de blauwe cirkelboog te kunnen tekenen?

b En in welk punt om de rode cirkelboog te tekenen?

c Teken met behulp van een passer driehoek KLM.



Aanpak

Hoe teken je een driehoek als de lengte van de zijden gegeven zijn?

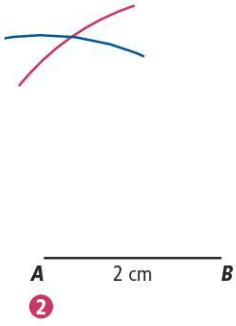
1 Teken één zijde van de driehoek. Zet letters erbij.

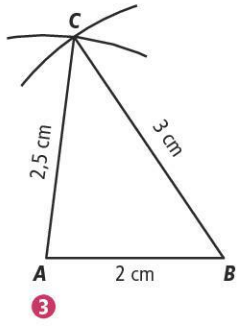
2 Bepaal het derde hoekpunt van de driehoek met twee cirkelbogen.

3 Zet de juiste letter bij het derde hoekpunt en teken de twee andere zijden van de driehoek.

Voorbeeld

Van driehoek ABC is $AB = 2$ cm, $AC = 2{,}5$ cm en $BC = 3$ cm.
Teken $\triangle ABC$.





Ondersteunende route → maak opdracht 04

4 Van $\triangle DEF$ is $DE = 7$ cm, $DF = 4$ cm en $EF = 5$ cm.

a Teken deze driehoek.

240 **b** Schrijf van elke hoek op of deze **scherp**, recht of **stomp** is.

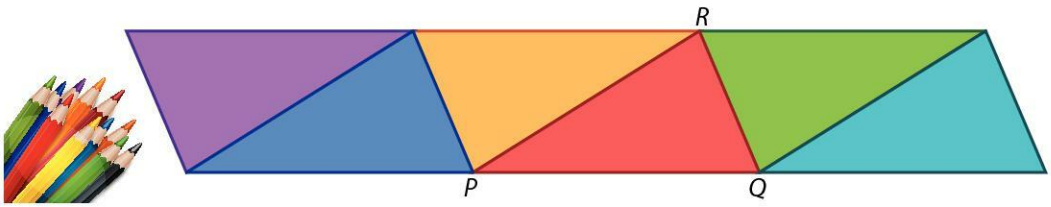
5 Van $\triangle KLM$ is $KL = KM = 6$ cm en $LM = 4$ cm.

a Teken deze driehoek.

b Schrijf de naam op van deze driehoek?

c Welke hoeken van deze driehoek zijn even groot?

© Noordhoff Uitgevers bv

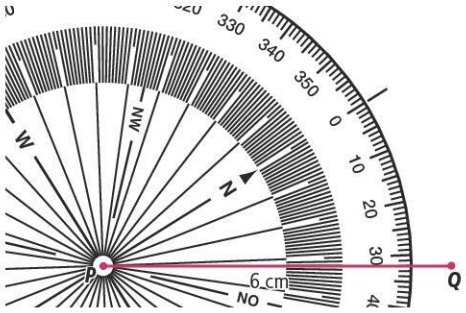


6 De tekening bestaat uit zes driehoeken die even groot zijn. Bij de rode driehoek staan de letters P, Q en R.
Voor $\triangle PQR$ geldt: $PQ = 6$ cm, $\angle P = 32°$ en $\angle Q = 67°$.
Fenna is begonnen met het tekenen van $\triangle PQR$. Zijde PQ heeft ze al getekend en ze heeft een begin gemaakt met het tekenen van $\angle P$.

a Teken zijde PQ.

242 **b** Teken $\angle P$ en $\angle Q$.

c Maak de tekening van $\triangle PQR$ af.



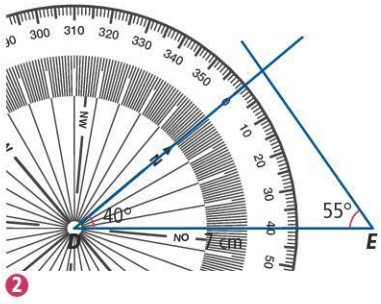
Aanpak

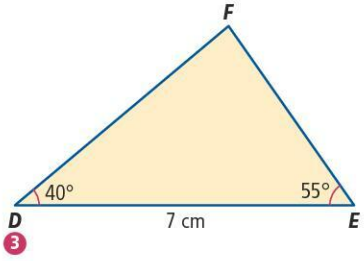
Hoe teken je een driehoek als de lengte van één zijde en twee hoeken gegeven zijn?

1. Teken het lijnstuk waarvan je de lengte weet.
2. Teken de twee hoeken. Het snijpunt van de twee lijnen is het derde hoekpunt.
3. Teken de twee andere zijden van de driehoek.

Voorbeeld

Van $\triangle DEF$ is $DE = 7$ cm, $\angle D = 40°$ en $\angle E = 55°$.
Teken $\triangle DEF$.





7 Van $\triangle KLM$ is $KL = 5$ cm, $\angle K = 52°$ en $\angle L = 35°$.

a Teken lijnstuk KL.

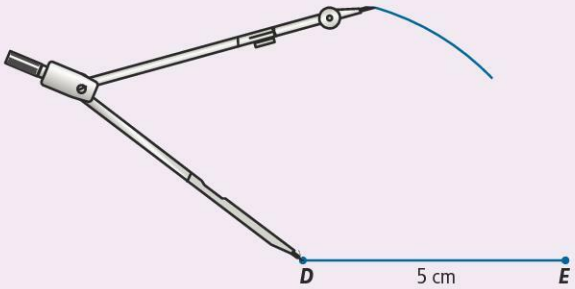
b Teken de hoeken K en L.

c Maak de tekening van $\triangle KLM$ af.

Uitdagende route → maak opdracht U1

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



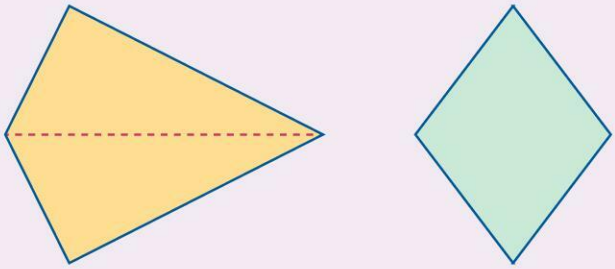
O4 Van $\triangle DEF$ is $DE = 5$ cm, $DF = 5{,}5$ cm en $EF = 6$ cm.

- **a** Teken lijnstuk DE.
- **b** Zet je passerpunt in punt D en teken de cirkelboog. Zorg dat de afstand tussen de passerpunten 5,5 cm is.
- **c** Teken de cirkelboog die hoort bij zijde EF.
- **d** Schrijf bij het snijpunt van de twee cirkelbogen de letter F.
- **e** Maak de tekening van $\triangle DEF$ af.

240

- **f** Zijn de hoeken van deze driehoek recht, **scherp** of **stomp**?

Uitdagende opdrachten



U1 Een vlieger heeft zijden van 3 cm en 5 cm. De getekende diagonaal van de vlieger is 7 cm lang.

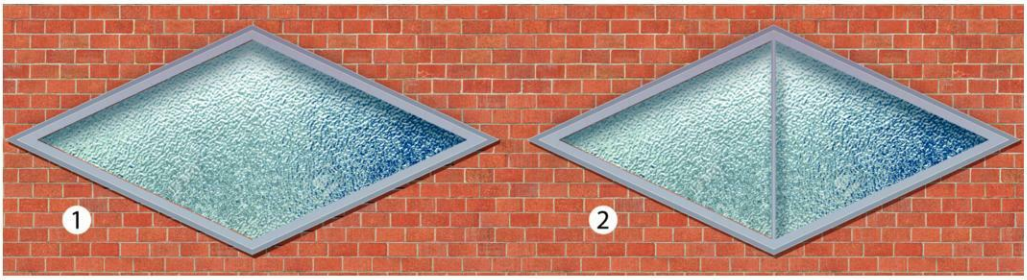
- **a** Teken de vlieger.
- **b** Een ruit heeft zijden van 5 cm en twee hoeken van 70°. Teken de ruit.

© Noordhoff Uitgevers bv

9.2 Bijzondere lijnen

Je leert
- de begrippen deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn
- een deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn tekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 8—09—10—11—12—13—14—15—16
- doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14—15—16
- uitdagend: 8—9—11—12—13—14—15—16—U2



8 De vorm en de grootte van deze twee ramen zijn gelijk.
In raam 2 zit een verticale houten spijl.

241 **a** **Meet** de bovenste **hoek** van raam 1.

b Is de spijl in raam 2 een symmetrieas van het raam?

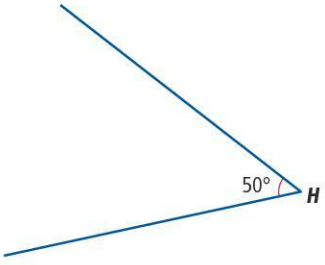
c Deelt de spijl hoeken in raam 2 in twee even grote hoeken?

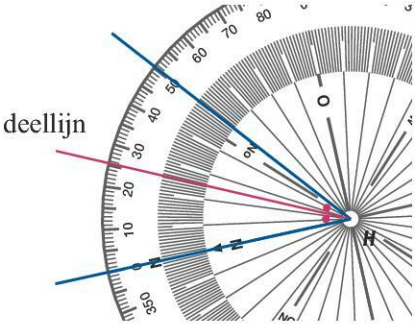
Theorie

Een lijn die een hoek in twee even grote hoeken verdeelt is een **deellijn**.
In de twee even grote hoeken worden vaak gelijke tekentjes gezet.

Voorbeeld

Teken de deellijn van $\angle H$.





De twee hoeken zijn elk $50° : 2 = 25°$.

Ondersteunende route → maak opdracht 09

9 Van $\triangle ABC$ is $\angle A = 64°$, $AB = 5$ cm en $AC = 6$ cm.

a Teken $\triangle ABC$.

b Teken de deellijn van $\angle A$.

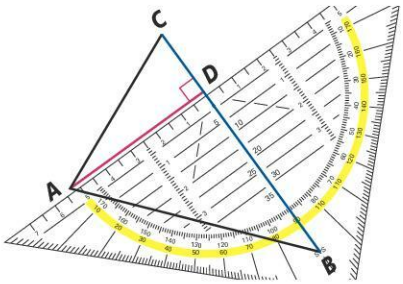
c Teken ook de deellijnen van $\angle B$ en $\angle C$.

© Noordhoff Uitgevers bv

10 W In driehoek ABC is vanuit hoekpunt A de bijbehorende hoogte van zijde BC getekend.

a Teken vanuit hoekpunt C de bijbehorende hoogte van zijde AB. Gebruik je geodriehoek.

b Teken ook de bijbehorende hoogte op zijde AC.

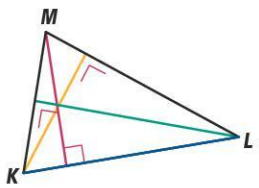


Theorie

Bij elke zijde van een driehoek kun je de bijbehorende hoogte tekenen. Deze hoogte heet **hoogtelijn**. Een hoogtelijn teken je vanuit een hoekpunt en staat loodrecht op de overstaande zijde.

Voorbeeld

In $\triangle KLM$ zijn de drie hoogtelijnen getekend.



11

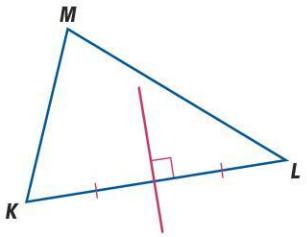
a Teken $\triangle PQR$ met $PQ = 10{,}5$ cm, $PR = 10$ cm en $QR = 6{,}5$ cm.

b Teken de drie hoogtelijnen.

c Meet de lengte van de hoogtelijn op zijde PQ.

250 **d** Bereken de **oppervlakte van $\triangle PQR$** in cm^2.

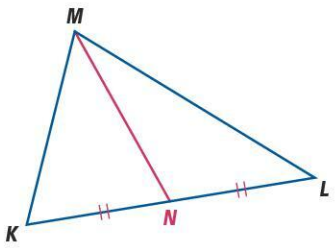
12 W De rode lijn gaat door het midden van zijde KL en staat loodrecht op zijde KL.
Teken een lijn die door het midden van zijde KM gaat en er loodrecht op staat. Gebruik je geodriehoek.



13 W Hier zie je nogmaals driehoek KLM uit opdracht 12.
Het rode lijnstuk MN gaat vanuit hoekpunt M naar het midden van zijde KL.

a Teken ook vanuit de andere twee hoekpunten zo'n lijnstuk.

b Snijden de drie getekende lijnstukken elkaar in één punt?



© Noordhoff Uitgevers bv

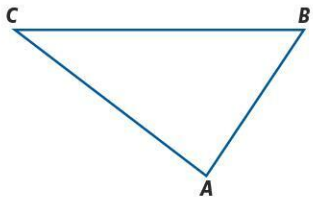
Theorie

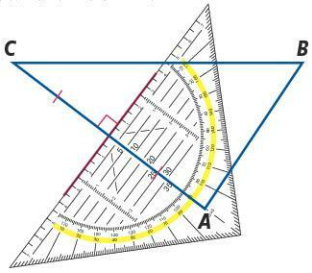
De lijn die door het midden van een lijnstuk gaat en er loodrecht op staat, heet een **middelloodlijn**.
Bepaal het midden van het lijnstuk en teken in dat midden met een geodriehoek een lijn loodrecht op het lijnstuk.

Het lijnstuk in een driehoek dat een hoekpunt verbindt met het midden van de overstaande zijde heet een **zwaartelijn** uit dat hoekpunt.
Bepaal het midden van de overstaande zijde van een hoekpunt en teken vanuit het hoekpunt een lijnstuk naar dat midden.

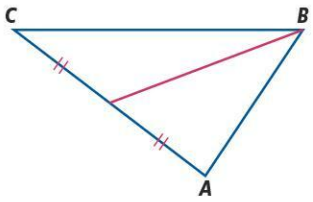
Voorbeeld

Teken in $\triangle ABC$ de middelloodlijn van zijde AC.
Teken in $\triangle ABC$ de zwaartlijn BD vanuit hoek B.





middelloodlijn van zijde AC

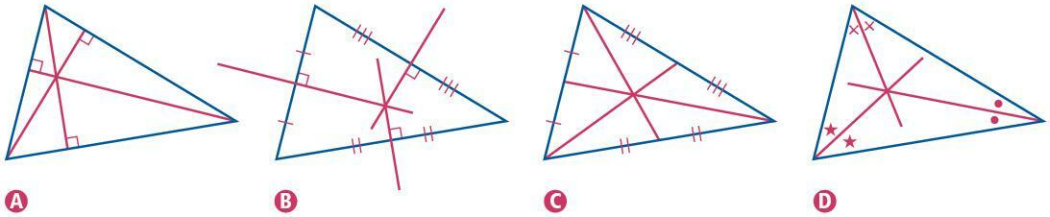


zwaartelijn vanuit hoekpunt B

14 W
a Teken in $\triangle ABC$ uit het voorbeeld ook de middelloodlijnen van de zijden AB en BC.
b Teken in $\triangle ABC$ ook de andere twee zwaartelijnen.

15
a Teken in een assenstelsel $\triangle DEF$ met $D(2, 1)$, $E(6, 3)$ en $F(4, 9)$.
b Teken de drie zwaartelijnen.

16 Schrijf van elke driehoek op welke bijzondere lijnen erin getekend zijn.



Uitdagende route → maak opdracht U2

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O9 W

Van $\triangle ABC$ is $\angle A = 60°$. Je gaat de deellijn van $\angle A$ tekenen.

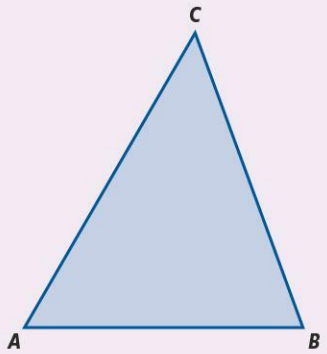
a Bereken de grootte van elke hoek die ontstaat bij het tekenen van de deellijn van $\angle A$.

b Teken de deellijn van $\angle A$. Gebruik je geodriehoek.

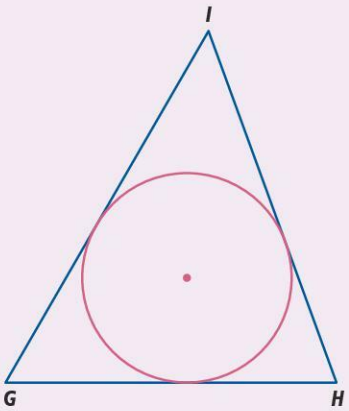
c Meet de grootte van $\angle B$.

d Teken de deellijn van $\angle B$.

e Teken ook de deellijn van $\angle C$.



Uitdagende opdrachten



U2

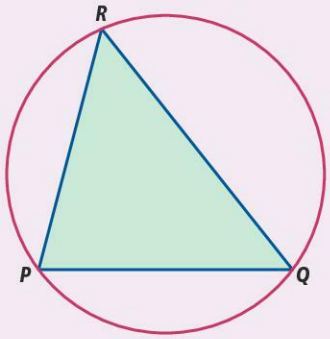
De getekende cirkel raakt de zijden van de driehoek.
Zo'n cirkel wordt ook wel ingeschreven cirkel genoemd.

a Teken $\triangle GHI$ met $\angle G = 60°$, $\angle H = 70°$ en $GH = 6$ cm.

b Het snijpunt van de deellijnen is het middelpunt van de ingeschreven cirkel.
Teken de ingeschreven cirkel van deze driehoek.

c Hoe groot is de straal van deze cirkel in millimeters?

d Van driehoek PQR is de omgeschreven cirkel getekend. Deze cirkel gaat precies door de hoekpunten van de driehoek.
Zoek uit met welk soort bijzondere lijn je het middelpunt van deze omgeschreven cirkel kunt vinden.

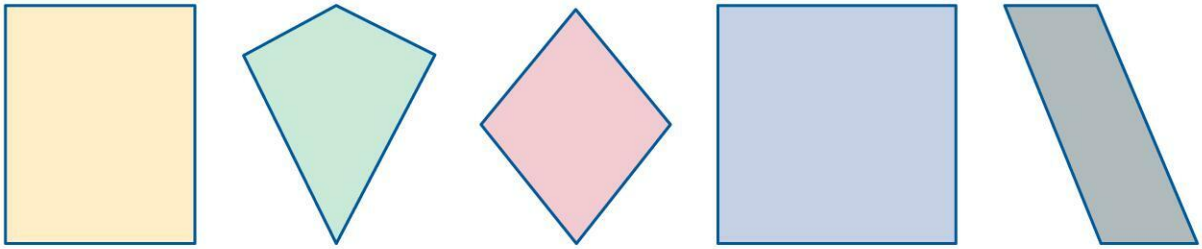


© Noordhoff Uitgevers bv

9.3 Vierhoeken

Je leert
- de eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken
- vierhoeken tekenen vanuit eigenschappen van vierhoeken

Leerroutes
- ondersteunend: 17—18—019—20—21—22—23
- doorlopend 17—18—19—20—21—22—23
- uitdagend: 17—18—19—20—22—23—U3



17 W De vijf figuren hebben allemaal de vorm van een vierhoek.

a Schrijf van elke vierhoek de naam op.

b Teken de diagonalen in de vierhoeken.

c Bij welke vierhoeken zijn de diagonalen even lang?

d Bij welke vierhoeken staan de diagonalen loodrecht op elkaar?

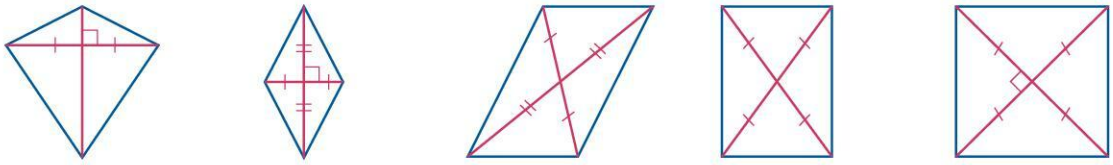
e Bij welke vierhoeken delen de diagonalen elkaar middendoor?

f Bij welke vierhoek wordt maar één diagonaal middendoor gedeeld?

Theorie

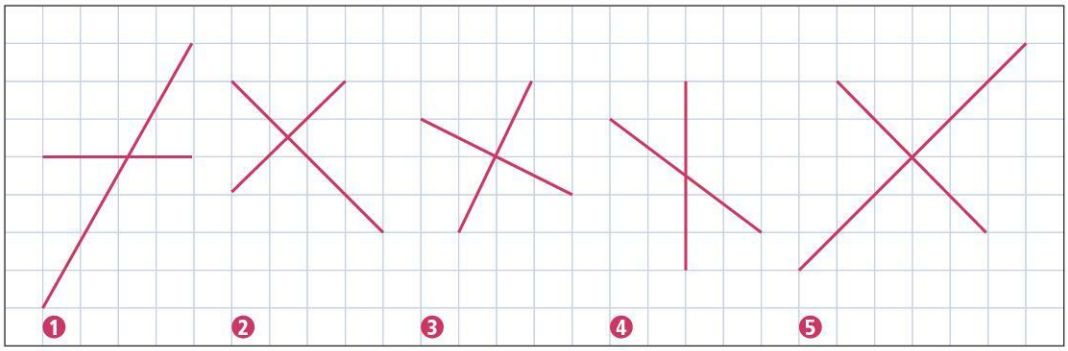
In vierhoeken kun je diagonalen tekenen. Met behulp van de eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken kun je nagaan hoe de vierhoek heet en kun je de vierhoek tekenen.

Voorbeeld



vlieger	ruit	parallellogram	rechthoek	vierkant
			de diagonalen zijn even lang	de diagonalen zijn even lang
de diagonalen staan loodrecht op elkaar	de diagonalen staan loodrecht op elkaar			de diagonalen staan loodrecht op elkaar
	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor

© Noordhoff Uitgevers bv



18 W

De rode lijnen zijn diagonalen van vierhoeken.

a Vul in de tabel *waar* of *niet waar* in.

nummer van de vierhoek	1	2	3	4	5
de diagonalen zijn even lang	…	….	…	…	…
de diagonalen staan loodrecht op elkaar	…	…	…	…	…
de diagonalen delen elkaar middendoor	…	…	…	…	…

b Welke vierhoeken horen bij de getekende diagonalen?

c Teken de vierhoeken.

d Controleer je antwoorden van opdracht b.

Ondersteunende route → maak opdracht 019

19

Van een parallellogram $KLMN$ zijn de diagonalen $KM = 4$ cm en $LN = 6$ cm. De hoek tussen de diagonalen is 40°.

a Maak een schets van parallellogram $KLMN$ met daarin de diagonalen. Schrijf de gegevens erbij.

b Welke eigenschap hebben de diagonalen van een parallellogram?

c Teken diagonaal KM op ware grootte.

d Teken diagonaal LN.

e Maak de tekening van parallellogram $KLMN$ af.

20

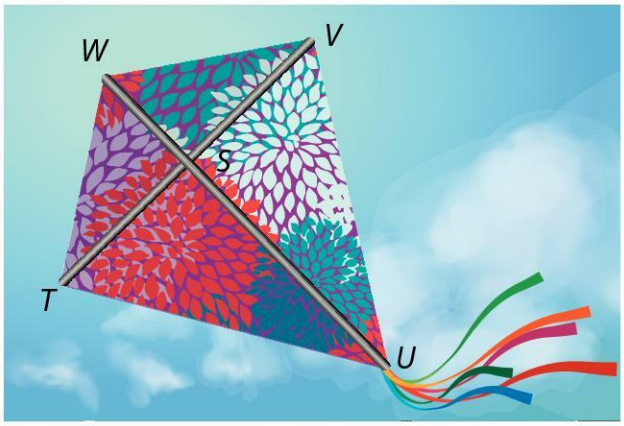
Van een vierhoek $ABCD$ zijn de diagonalen 5 cm lang en delen elkaar middendoor. De diagonalen maken een hoek van 100°.

a Maak een schets van de vierhoek. Teken ook de diagonalen.

b Teken vierhoek $ABCD$. Begin met de diagonalen.

c Welke bijzondere vierhoek is vierhoek $ABCD$?

© Noordhoff Uitgevers bv



21 Van vlieger $TUVW$ is diagonaal UW de symmetrieas.
De diagonalen TV en UW snijden elkaar in punt S.
$TV = 60$ cm, $UW = 70$ cm en $WS = 20$ cm.

a Maak een schets van vlieger $KLMN$ en teken daarin ook de diagonalen. Schrijf de gegevens op de juiste plaats in de schets.

b Vul *wel* of *niet* in.
De diagonalen van een vlieger staan … loodrecht op elkaar.

c Teken vlieger $TUVW$ op ware grootte. Begin met diagonaal UW.

251 **d** Bereken de **oppervlakte van vlieger $TUVW$** in cm^2.

22 **a** Teken twee verschillende vliegers met diagonalen van 6,4 cm en 3,2 cm.

b Teken twee verschillende rechthoeken waarvan de diagonalen 6 cm zijn.

23 Van een ruit $ABCD$ zijn de diagonalen $AC = 6$ cm en $BD = 4$ cm.

a Teken ruit $ABCD$.

251 **b** Bereken de **oppervlakte van ruit $ABCD$** in cm^2.

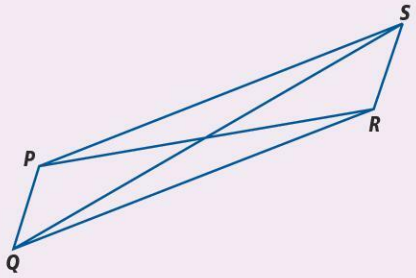
253 **c** Bereken met de **stelling van Pythagoras** de lengte van de zijden van ruit $ABCD$. Rond af op één decimaal.

244 **d** Bereken de **omtrek** van ruit $ABCD$ in hele centimeters nauwkeurig.

Uitdagende route → maak opdracht U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



O19 Vierhoek $PQRS$ is een schets van een parallellogram.
De diagonaal $PR = 7$ cm en de diagonaal $QS = 9$ cm.
De hoek tussen de diagonalen is 20°.

a Schrijf de gegevens op de juiste plaats in de schets.

b Welke eigenschap hoort bij een parallellogram, I, II of III?

I De diagonalen zijn even lang.

II De diagonalen staan loodrecht op elkaar.

III De diagonalen delen elkaar middendoor.

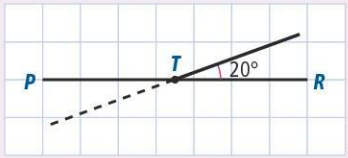
c Teken diagonaal PR.

d Punt T is het midden van lijnstuk PR.
Teken punt T.

e Teken $\angle T = 20°$.

f Teken diagonaal QS.

g Teken parallellogram $PQRS$.

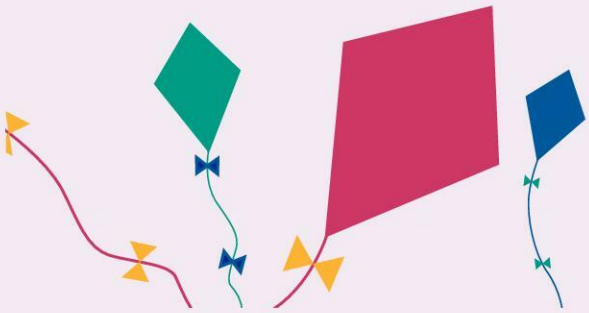


Uitdagende opdrachten

U3 Een vlieger heeft diagonalen van 5 cm en 4 cm. Een van de hoeken van de vlieger is 60°.

a Teken een vlieger die aan deze voorwaarden voldoet.

b Bereken de oppervlakte van de vlieger.

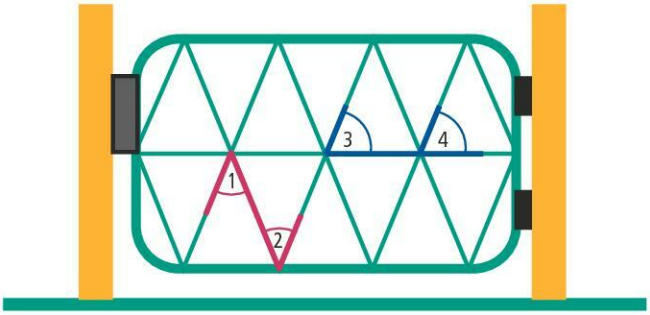


© Noordhoff Uitgevers bv

9.4 Gelijke hoeken

Je leert
- de begrippen *Z*-figuur en *F*-figuur
- werken met overstaande hoeken

Leerroutes
- ondersteunend: 24—25—026—27—028—29
- doorlopend: 24—25—26—27—28—29
- uitdagend: 24—26—28—29—U4—U5



24 W Het toegangshek bestaat uit ijzeren buizen die hoeken met elkaar maken. Een deel van de buizen is rood en blauw gekleurd.

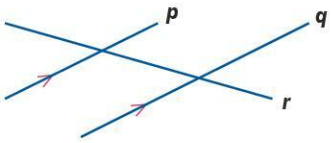
a Meet de grootte van hoek 1.
b Meet ook de grootte van hoek 2.
c Wat valt je op?
d Meet ook de hoeken 3 en 4.
e Zijn de hoeken 3 en 4 even groot?

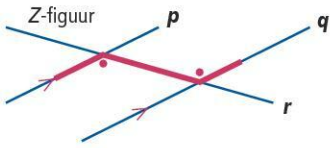
Theorie

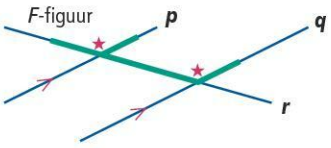
In een tekening met twee evenwijdige lijnen die gesneden worden door een derde lijn kun je *Z*-figuren en *F*-figuren herkennen.
In een *Z*-figuur en in een *F*-figuur zijn altijd twee hoeken even groot.
In hoeken die even groot zijn zet je hetzelfde tekentje.

Voorbeeld

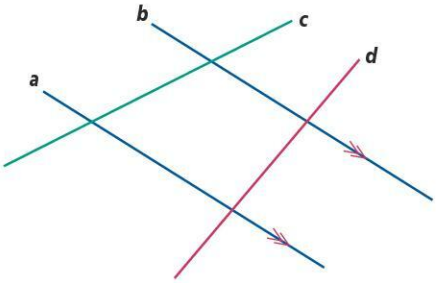
De evenwijdige lijnen p en q worden gesneden door lijn r.
Kleur met rood een *Z*-figuur en kleur met groen een *F*-figuur. Geef met tekentjes aan welke hoeken even groot zijn.







© Noordhoff Uitgevers bv



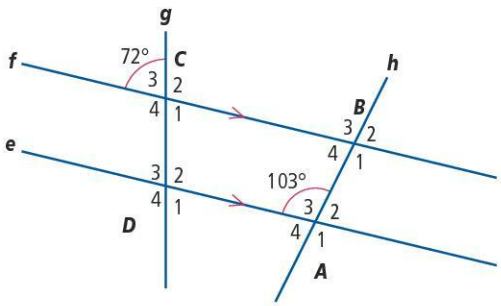
25 W De evenwijdige lijnen a en b worden gesneden door de lijnen c en d.

- **a** Teken met rood een Z-figuur en zet gelijke tekens in de gelijke hoeken van het Z-figuur.
- **b** Teken met blauw een F-figuur en zet gelijke tekens in de gelijke hoeken van het F-figuur.

Ondersteunende route → maak opdracht 026

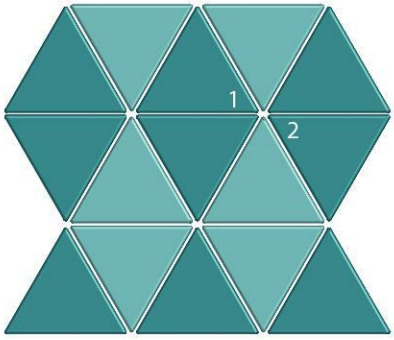
26 W De lijnen g en h snijden de evenwijdige lijnen e en f. Er geldt: $\angle A_3$ is 103° en $\angle C_3 = 72°$.

- **a** Hoe groot is $\angle B_3$? Leg uit of je gebruik hebt gemaakt van een Z-figuur of van een F-figuur.
- **b** Welke hoek vormt samen met $\angle C_4$ een **gestrekte hoek?** 240
- **c** Bereken $\angle C_4$.
- **d** Hoe groot zijn $\angle D_3$ en $\angle D_4$? Licht je antwoorden toe.



27 W Een vloer bestaat uit lichtblauwe en donkerblauwe tegels.

- **a** Welke bijzondere driehoek herken je in de tegels?
- **b** Hoeveel graden zijn de hoeken van zo'n driehoek?
- **c** Teken een Z-figuur waarvan hoek 1 één van de twee hoeken in de Z-figuur is.
- **d** Teken nog een Z-figuur, maar zorg nu dat hoek 2 één van de twee hoeken in de figuur is.
- **e** Hoe noem je de hoeken 1 en 2 ook wel?



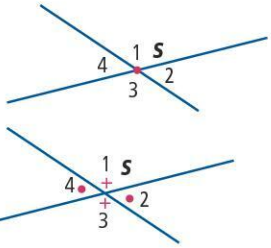
© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

Bij snijdende lijnen heb je bij het snijpunt overstaande hoeken.
Overstaande hoeken zijn even groot.

Voorbeeld

De twee lijnen snijden elkaar in punt S.
Welke hoek is de overstaande hoek van $\angle S_1$?
Welke twee andere hoeken zijn ook overstaande hoeken?

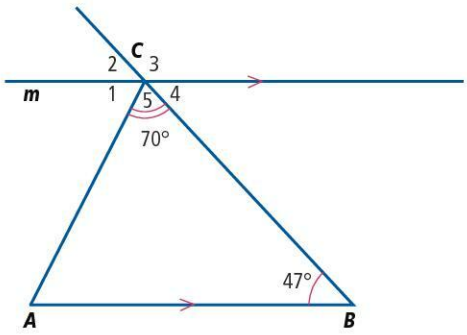


De overstaande hoek van $\angle S_1$ is $\angle S_3$, dus $\angle S_1 = \angle S_3$.
De twee andere overstaande hoeken zijn $\angle S_2$ en $\angle S_4$.
Dus $\angle S_2$ is even groot als $\angle S_4$.

Ondersteunende route → maak opdracht 028

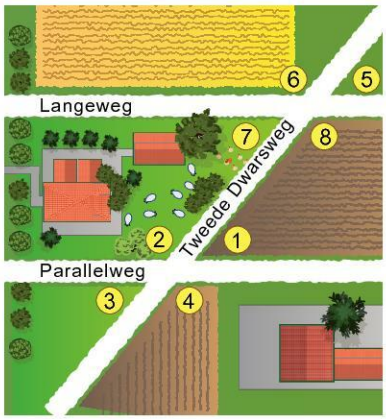
28 Lijn m is evenwijdig aan zijde AB van $\triangle ABC$.

a Welke hoeken zijn overstaande hoeken?
b Met welke hoek vormt $\angle C_4$ een Z-figuur?
c Hoeveel graden is $\angle C_4$?
d Hoeveel graden is $\angle C_2$?
e Bereken $\angle C_1$ en $\angle A$.



29 Op de plattegrond zie je drie wegen, waarvan Langeweg en Parallelweg evenwijdig lopen.

a Stel dat hoek ❶ 50° is.
Hoe groot zijn dan de zeven andere hoeken?
b Hoe verandert de grootte van de hoeken ❷, ❸ en ❻ als hoek ❶ vijf graden groter wordt?



Uitdagende route → maak opdracht U4 en U5

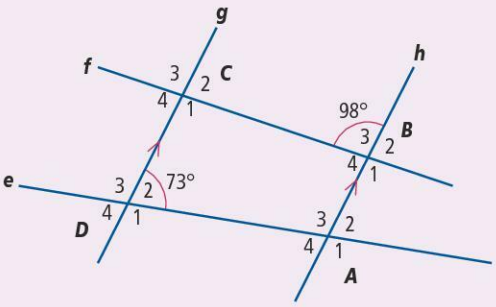
© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O26 W

De lijnen e en f snijden de evenwijdige lijnen g en h.

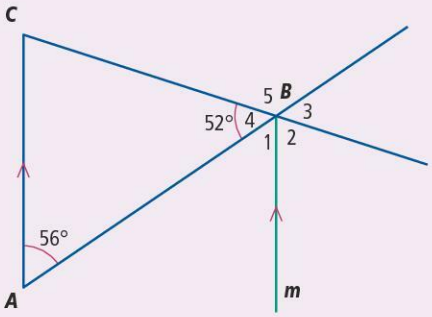
a Zit $\angle D_2$ met $\angle A_3$ of met $\angle A_4$ in een Z-figuur?
b Teken deze Z-figuur.
c Hoe groot is de andere hoek in deze Z-figuur?
d Zit $\angle B_2$ met $\angle A_3$ of met $\angle C_2$ in een F-figuur?
e Teken deze F-figuur,
f Hoe groot is $\angle B_1$?



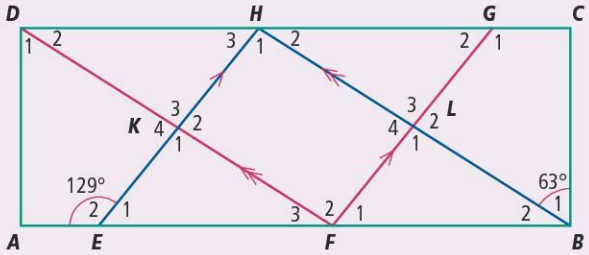
O28

Lijn m is evenwijdig aan zijde AC van $\triangle ABC$.

a Welke hoek is de overstaande hoek van $\angle B_4$?
b Hoe groot zijn deze twee overstaande hoeken?
c Met welke hoek vormt $\angle A$ een Z-figuur?
d Hoe groot is deze hoek?
e Met welke hoek vormt $\angle B_5$ een gestrekte hoek?
f Bereken de grootte van $\angle B_5$.



Uitdagende opdrachten

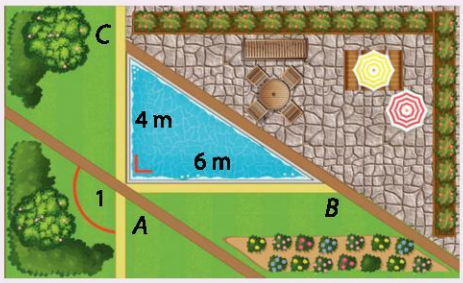


U4

Bereken de grootte van de hoeken van vierhoek $FLHK$.

U5

Viola gaat haar tuin opnieuw inrichten. Er komt een vijver in de tuin die de vorm heeft van een rechthoekige driehoek. De rechthoekszijden zijn $AB = 6$ m en $AC = 4$ m.
De twee gele en twee bruine strepen zijn paden.
De bruine paden zijn evenwijdig aan elkaar.
Bereken de grootte van hoek A_1.
Tip: bereken eerst $\angle B$ of $\angle C$ met de tangens.



© Noordhoff Uitgevers bv

9.5 Hoeken berekenen

Je leert · hoeken berekenen

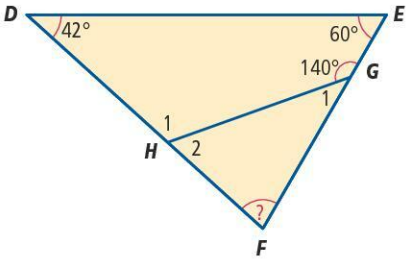
Leerroutes
· ondersteunend: 30—31—32—33—O34—35—O36—37
· doorlopend: 30—31—32—33—34—35—36—37
· uitdagend: 31—32—33—34—36—37—U6—U7

30 Dit behangpatroon bestaat uit ruiten. Iedere ruit in het patroon heeft twee hoeken van 50°.

250 **a** Hoeveel graden is de **som van de hoeken van een vierhoek**?

b Bereken de grootte van de andere hoeken van de ruit.

31 Joris heeft een vlieger getekend. Een van de hoeken is 80° en een van de hoeken is 50°.
Bereken de grootte van de twee andere hoeken van de vlieger.



32 Van $\triangle DEF$ is $\angle D = 42°$ en $\angle E = 60°$.

a Waarom zijn er in deze tekening geen F-figuren of Z-figuren te zien?

b Bereken $\angle F$.

c Lijnstuk GH verdeelt $\triangle DEF$ in een driehoek en een vierhoek. In vierhoek $HGED$ is $\angle G = 140°$.
Bereken $\angle G_1$.

d Bereken ook $\angle H_2$.

© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

Bij het berekenen van hoeken kun je verschillende regels gebruiken, zoals

1 De som van de hoeken van een driehoek is 180°.
2 De som van de hoeken van een vierhoek is 360°.
3 Een rechte hoek is 90°.
4 Een gestrekte hoek is 180°.
5 Een volle hoek is 360°.

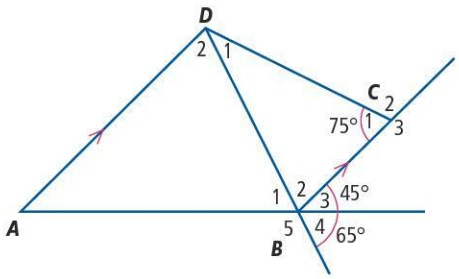
Verder kun je gebruik maken van

- *F*-figuren en *Z*-figuren bij evenwijdige lijnen
- overstaande hoeken bij snijdende lijnen
- symmetrie in sommige figuren
- eigenschappen van bijzondere driehoeken en vierhoeken

Schrijf bij de berekeningen altijd op welke regel je gebruikt.

Voorbeeld

De lijnstukken AD en BC evenwijdig. Verder geldt:
$\angle B_4 = 65°$, $\angle B_3 = 45°$ en $\angle C_1 = 75°$.
Bereken de grootte van $\angle D_1$.



Door eerst $\angle B_2$ te berekenen, kun je met de hoeken van $\triangle DEF$ hoek D_1 berekenen.
$\angle B_2 + \angle B_3 + \angle B_4 = 180°$ (een gestrekte hoek)
$\angle B_2 = 180° - 45° - 65° = 70°$
$\angle D_1 + \angle C_1 + \angle B_2 = 180°$ (de som van de hoeken van een driehoek)
Dus $\angle D_1 = 180° - 75° - 70° = 35°$.

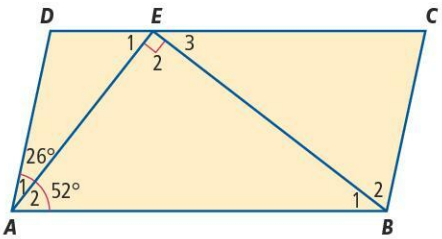
33 Gebruik in deze opdracht de tekening uit het voorbeeld.

a Met welke hoek zit $\angle A$ in een *F*-figuur?
b Hoe groot is $\angle A$?
c Bereken $\angle D_2$.

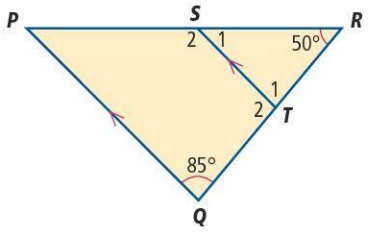
Ondersteunende route → maak opdracht 034

34 Van parallellogram $ABCD$ is $\angle A_1 = 26°$, $\angle A_2 = 52°$ en $\angle E_2 = 90°$.

a Hoe groot is $\angle E_1$?
b Bereken $\angle E_3$.
c Bereken ook $\angle B_1$ en $\angle C$.



© Noordhoff Uitgevers bv



35 In $\triangle PQR$ is lijnstuk ST evenwijdig aan lijnstuk PQ.

a Bereken de grootte van $\angle P$ in $\triangle PQR$.

b Bereken de grootte van $\angle S_1$.

c Bereken de grootte van $\angle T_2$.

Ondersteunende route → maak opdracht O36

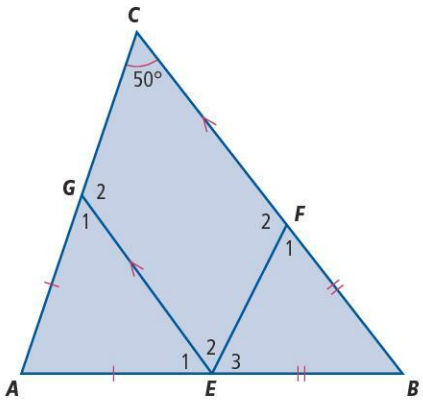
36 **a** Welke driehoeken zijn gelijkbenige driehoeken?

W **b** $\angle C = 50°$.
Hoe groot is $\angle G_1$?

c Bereken $\angle A$.

d Schrijf de bekende hoeken in de tekening en bereken $\angle B$.

e In $\triangle ABC$ zie je vierhoek $EFCG$.
Bereken de hoeken $\angle G_2$, $\angle E_2$ en $\angle F_2$.



37 Figuur $ABCDEF$ bestaat uit zes gelijkzijdige driehoeken.

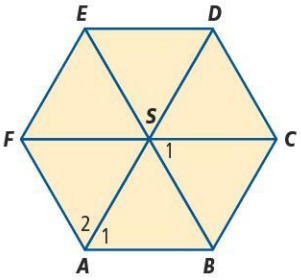
a Hoeveel graden zijn de zes hoeken rondom punt S samen?

b Hoeveel graden is $\angle S_1$?

c Hoeveel graden is elk van de hoeken van $\triangle ABS$?

d Bereken de grootte van $\angle A$.

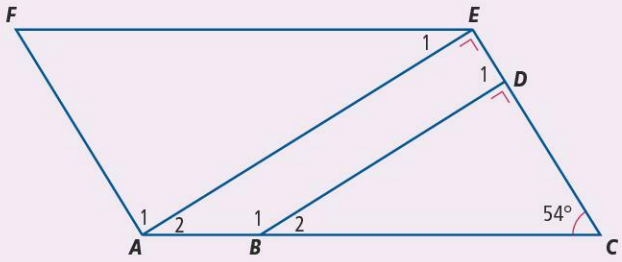
e Hoeveel graden is de som van de zes hoeken van zeshoek $ABCDEF$?



Uitdagende route → maak opdracht U6 en U7

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

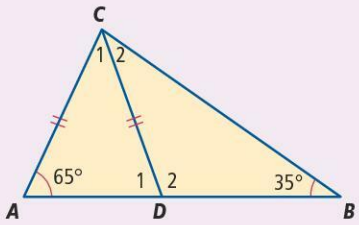


O34 Vierhoek $ACEF$ is een parallellogram en $\triangle ACE$ is een rechthoekige driehoek met $\angle C = 54°$.
Lijnstuk BD is evenwijdig aan lijnstuk AE.

- **a** Hoeveel graden zijn de hoeken van $\triangle BCD$ samen.
- **b** Laat met een berekening zien dat geldt: $\angle B_2 = 36°$.
- **c** Leg uit dat $\angle A_2$ even groot is als $\angle B_2$.
- **d** Hoe groot is $\angle B_1$?

O36 Van $\triangle ABC$ is $\angle A = 65°$ en $\angle B = 35°$. Lijnstuk CD is zó getekend dat $AC = DC$.

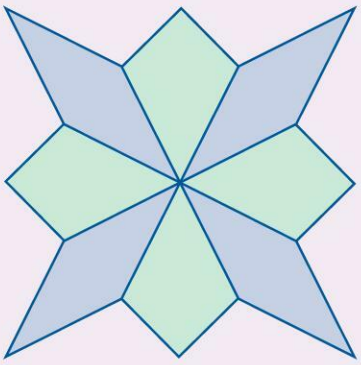
- **a** Bereken $\angle D_1$. Schrijf op welke regels je gebruikt.
- **b** Waarom is $\angle D_2 = 115°$?
- **c** Bereken $\angle C$.



Uitdagende opdrachten

U6 De figuur bestaat uit vier ruiten en vier vliegers.
De ruiten hebben scherpe hoeken van 36°. De vliegers hebben één rechte hoek.

- **a** Bereken de grootte van de andere hoeken van de ruit.
- **b** Bereken de grootte van de andere hoeken van de vlieger.



U7 Carin legt een volle hoek vol met acht gelijkbenige driehoeken.
Bereken de hoeken van de gelijkbenige driehoek.

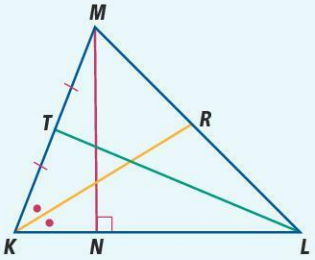
© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kent de eigenschappen van bijzondere driehoeken en je kunt een driehoek tekenen als de zijden gegeven zijn of als één zijde en twee hoeken gegeven zijn.

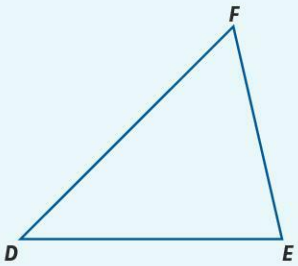
T1
a Teken $\triangle ABC$ met $AB = 6$ cm, $AC = 5$ cm en $BC = 6$ cm.
b Teken driehoek KLM met zijden van 5 cm.
c Hoe groot zijn de hoeken van $\triangle KLM$?
d Teken $\triangle PQR$ met $PQ = 6$ cm, $\angle P = 40°$ en $\angle Q = 50°$.
e Welke van de getekende driehoeken zijn bijzondere driehoeken? Leg je antwoord uit.

Je kent de begrippen deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn en je kunt een deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn tekenen.



T2 In driehoek KLM zie je de lijnstukken LT, MN en KR. Schrijf van elk lijnstuk de naam op.

T3 W
a Teken de deellijn van $\angle D$.
b Teken de middelloodlijn van zijde DE.
c Teken vanuit hoekpunt E de hoogtelijn op zijde DF.



Je kent eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken en je kunt vierhoeken tekenen vanuit eigenschappen van de vierhoeken.

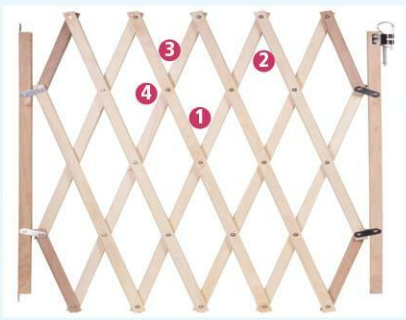
T4 Van vierhoek $ABCD$ zijn de diagonalen 6 cm en 5 cm. De diagonalen delen elkaar middendoor onder een hoek van 40°.
a Schrijf de naam op van deze vierhoek.
b Teken vierhoek $ABCD$.

© Noordhoff Uitgevers bv

T5 Twee diagonalen van vierhoek $KLMN$ zijn 6 cm en 3 cm.
De diagonalen snijden elkaar loodrecht.
Eén diagonaal is de symmetrieas van de vierhoek.

a Welke bijzondere vierhoek is vierhoek $KLMN$?
b Teken vierhoek $KLMN$.
c Bereken de oppervlakte van deze vierhoek in cm^2.

Je kent de begrippen *Z*-figuur en *F*-figuur en je kunt werken met overstaande hoeken.

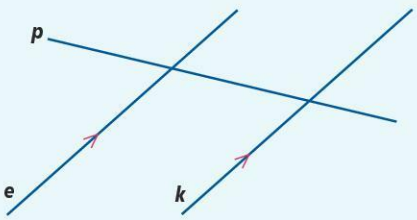


T6 Rianne koopt traphekjes. Links zijn deze hekjes nog ingeklapt.
Rechts is zo'n hekje uit elkaar getrokken. Hierdoor is een patroon van evenwijdige latten ontstaan.

a Passen de hoeken 1 en 2 in een *F*-figuur of in een *Z*-figuur?
b Hoe zit dat met de hoeken 1 en 3?
c Rianne rekt het rekje uit waardoor hoek 1 groter wordt.
Wordt hoek 2 dan groter of kleiner?

T7 W Lijn e en lijn k zijn evenwijdige lijnen. Lijn p snijdt de lijnen e en k.

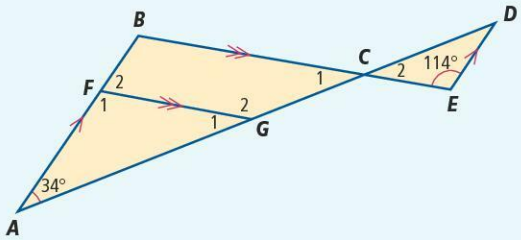
a Kleur met rood een *F*-figuur en zet in de twee even grote hoeken van deze *F*-figuur een rondje.
b Kleur met groen een *Z*- figuur en teken in de twee even grote hoeken van deze *Z*-figuur een kruisje.
c Zet een sterretje in twee overstaande hoeken.



Je kunt hoeken berekenen.

T8 In de tekening is $\angle A = 34°$ en $\angle E = 114°$.
Lijnstuk AB is evenwijdig aan lijnstuk DE.
Lijnstuk FG is evenwijdig aan lijnstuk BC.

a Waarom is $\angle D$ even groot als $\angle A$?
b Hoe groot zijn $\angle B$ en $\angle F_1$?
c Bereken $\angle F_2$.
d Bereken $\angle C_1$.



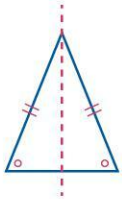
© Noordhoff Uitgevers bv

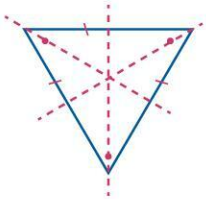
Vaardigheid

Je kent de eigenschappen van bijzondere driehoeken.

Aan de hand van de eigenschappen van een driehoek kun je nagaan of een driehoek een bijzondere driehoek is.

Voorbeeld





rechthoekige driehoek	*gelijkbenige driehoek*	*gelijkzijdige driehoek*
	één symmetrieas	drie symmetrieassen
één hoek van 90°	twee gelijke hoeken	hoeken zijn 60°
	twee zijden even lang	zijden even lang

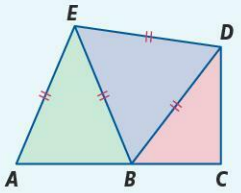
E1 **W**

In de tekening kun je bijzondere driehoeken herkennen.

a Geef met het rechthoektekentje de rechte hoek in het figuur aan.

b Schrijf de namen van de bijzondere driehoeken op.

c Zet in gelijke hoeken gelijke tekentjes.



Vaardigheid

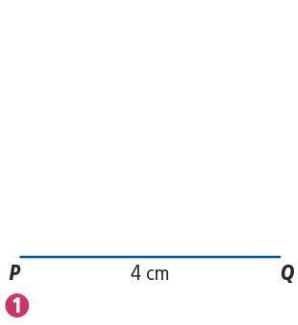
Je kunt een driehoek tekenen als de zijden gegeven zijn.

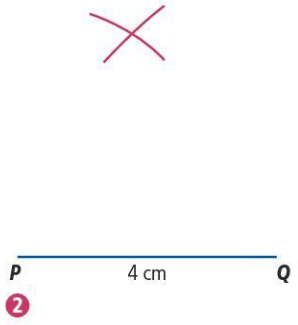
Hoe teken je een driehoek als de lengte van de zijden gegeven zijn?

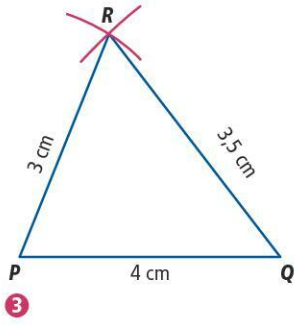
1. Teken één zijde van de driehoek. Zet letters erbij.
2. Bepaal het derde hoekpunt van de driehoek met twee cirkelbogen.
3. Zet de juiste letter bij het derde hoekpunt en teken de twee andere zijden van de driehoek.

Voorbeeld

Teken $\triangle PQR$ met $PQ = 4$ cm, $PR = 3$ cm en $QR = 3{,}5$ cm.







© Noordhoff Uitgevers bv

E2 Van $\triangle KLM$ is $KL = 3$ cm, $KM = 4$ cm en $LM = 4{,}5$ cm.

a Teken zijde KL.

b Teken $\triangle KLM$.

c Van driehoek STU is $ST = SU = 5$ cm en $TU = 3{,}5$ cm.
Teken $\triangle STU$.

d Welke bijzondere driehoek is $\triangle STU$?

Vaardigheid

Je kunt een driehoek tekenen als één zijde en twee hoeken gegeven zijn.

Hoe teken je een driehoek als de grootte van één zijde en twee hoeken gegeven zijn?

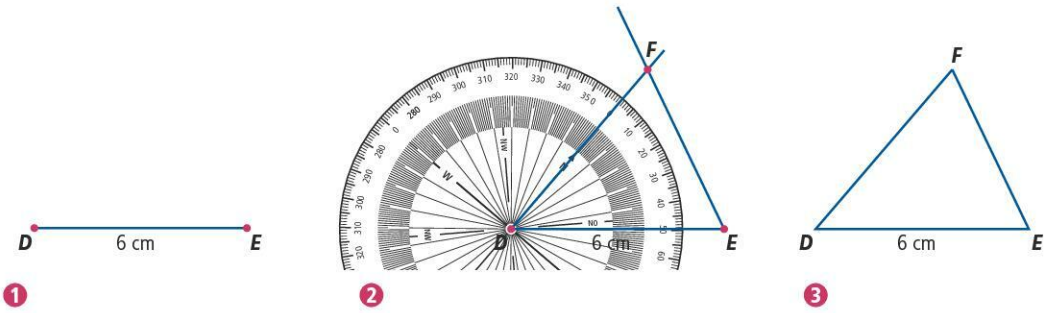
1 Teken het lijnstuk waarvan je de lengte weet.

2 Teken de twee hoeken. Het snijpunt van de twee lijnen is het derde hoekpunt.

3 Teken de twee andere zijden van de driehoek.

Voorbeeld

Van $\triangle DEF$ is $DE = 6$ cm, $\angle D = 50°$ en $\angle E = 65°$.
Teken $\triangle DEF$.



E3 Van $\triangle ABC$ is $AB = 4{,}5$ cm, $\angle A = 70°$ en $\angle B = 45°$.

a Teken lijnstuk AB.

b Teken de hoeken A en B.

c Maak de tekening van $\triangle ABC$ af.

d Teken $\triangle DEF$ met $DE = 5$ cm, $\angle D = 40°$ en $\angle E = 90°$.

e Welke bijzondere driehoek is $\triangle DEF$?

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kent de begrippen deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn en je kunt een deellijn, hoogtelijn, middelloodlijn en zwaartelijn tekenen.

Een lijn die een hoek in twee even grote hoeken verdeelt is een deellijn.
In de twee even grote hoeken worden vaak gelijke tekentjes gezet.

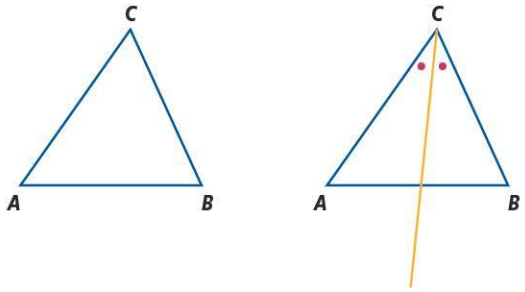
Bij elke zijde van een driehoek kun je de bijbehorende hoogte tekenen. Deze hoogte heet hoogtelijn. Een hoogtelijn teken je vanuit een hoekpunt en staat altijd loodrecht op de overstaande zijde.

De lijn die door het midden van een lijnstuk gaat en er loodrecht op staat, heet een middelloodlijn.

Het lijnstuk in een driehoek dat een hoekpunt verbindt met het midden van de overstaande zijde heet een zwaartelijn.

Voorbeeld 1

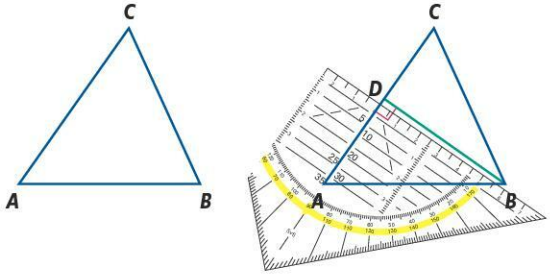
Teken de deellijn van $\angle C$.



Leg je kompasroos op hoek C.
$\angle C = 60°$.
De twee hoeken zijn $60° : 2 = 30°$.

Voorbeeld 2

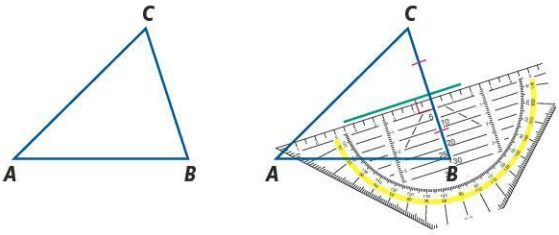
Teken in $\triangle ABC$ de hoogtelijn vanuit hoekpunt B.



Leg je geodriehoek met de nullijn op zijde AC en zorg ervoor dat de geodriehoek tegen punt B ligt.

Voorbeeld 3

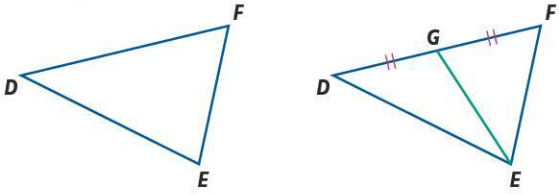
Teken de middelloodlijn van zijde BC.



Bepaal eerst het midden van lijnstuk BC.

Voorbeeld 4

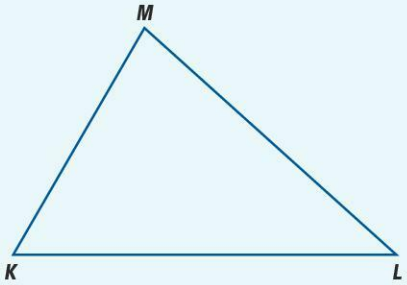
Teken in $\triangle DEF$ de zwaartelijn EG vanuit hoekpunt E.



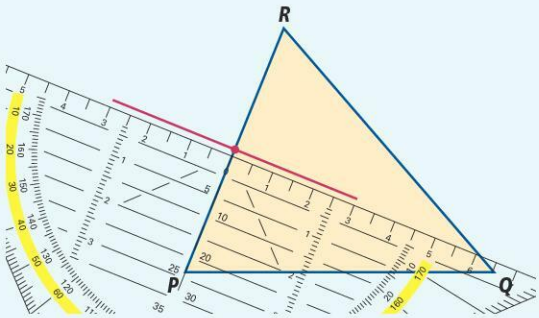
Bepaal eerst het midden van lijnstuk DF.

© Noordhoff Uitgevers bv

E4 **a** Teken in $\triangle KLM$ de deellijn van $\angle K$.
W **b** Teken ook de deellijn van $\angle L$ en van $\angle M$.



E5 Van driehoek DEF is $DE = 4$ cm, $\angle D = 55°$ en $\angle E = 80°$.
a Maak een schets van de driehoek. Zet de bekende gegevens op de juiste plaats.
b Teken $\triangle DEF$. Begin met zijde DE.
c Teken de hoogtelijnen vanuit de hoekpunten D, E en F.
d Meet de lengte van de hoogtelijn vanuit $\angle F$.
e Bereken de oppervlakte van $\triangle DEF$ in cm^2.



E6 In $\triangle PQR$ is de rode lijn de middelloodlijn van zijde PR.
W **a** Bepaal het midden van zijde PQ en zet daar een stip.
b Teken de middelloodlijn van zijde PQ.
c Teken ook de middelloodlijn van zijde QR.

E7 **a** Teken een gelijkbenige driehoek $\triangle FGH$ met $FG = 9$ cm en $FH = GH = 7$ cm.
b Teken de middelloodlijn van zijde FH.
c Teken de zwaartelijn vanuit $\angle G$.
d Teken de deellijn vanuit $\angle F$.

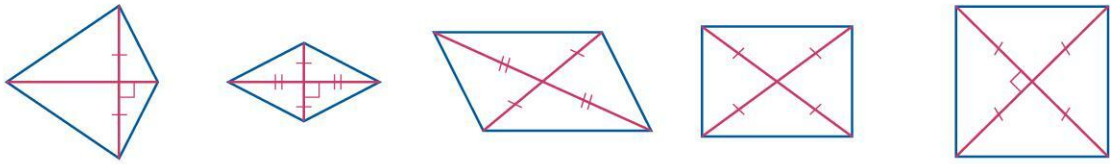
© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

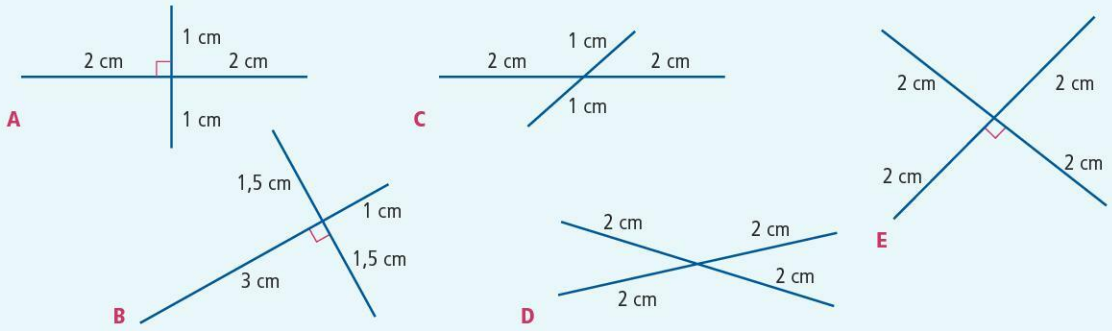
Je kent eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken en je kunt de vierhoeken tekenen vanuit eigenschappen van de vierhoeken.

In vierhoeken kun je diagonalen tekenen. Met behulp van de eigenschappen van de diagonalen van bijzondere vierhoeken kun je nagaan hoe de vierhoek heet en kun je de vierhoek tekenen.

Voorbeeld



vlieger	*ruit*	*parallellogram*	*rechthoek*	*vierkant*
			de diagonalen zijn even lang	de diagonalen zijn even lang
de diagonalen staan loodrecht op elkaar	de diagonalen staan loodrecht op elkaar			de diagonalen staan loodrecht op elkaar
	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor	de diagonalen delen elkaar middendoor



E8 W Van vijf verschillende vierhoeken zijn de diagonalen getekend.

a Van welke van deze vierhoeken staan de diagonalen loodrecht op elkaar?

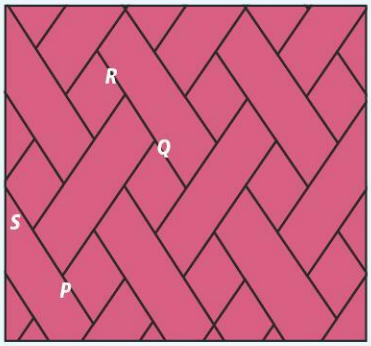
b Schrijf van elke vierhoek de naam op.

c Teken de vierhoeken.

d Controleer je antwoorden van opdracht b met behulp van je getekende vierhoeken.

© Noordhoff Uitgevers bv

E9 Van parallellogram $PQRS$ is $PR = 6$ cm en $QS = 3$ cm. De hoek tussen de diagonalen is 50°.



a Vul *wel* of *niet* in.
De diagonalen van een parallellogram delen elkaar … middendoor.

b Maak een schets van parallellogram $PQRS$ en teken daarin ook de diagonalen. Schrijf de gegevens op de juiste plaats in de schets.

c Teken diagonaal PQ op ware grootte.

d Teken diagonaal QS op de juiste plaats.

e Teken parallellogram $PQRS$.

E10 Van vlieger $ABCD$ is diagonaal BD de symmetrieas. Diagonaal $AC = 4$ cm en diagonaal $BD = 7$ cm.

a Vul *wel* of *niet* in.
De diagonalen van een vlieger staan … loodrecht op elkaar.

b Maak een schets van vlieger $ABCD$ en teken daarin de diagonalen. Schrijf de gegevens op de juiste plaats in de schets.

c Teken diagonaal AC op ware grootte

d Teken diagonaal BD op de juiste plaats.

e Teken vlieger $ABCD$.

f Bereken de oppervlakte van vlieger $ABCD$ in cm^2.

© Noordhoff Uitgevers bv

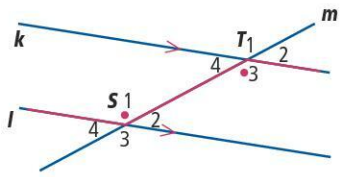
Vaardigheid

Je kent de begrippen *Z*-figuur en *F*-figuur en je kunt werken met overstaande hoeken.

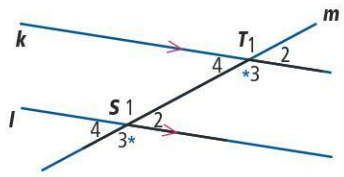
In een tekening met twee evenwijdige lijnen die gesneden worden door een derde lijn kun je *Z*-figuren en *F*-figuren herkennen.
In een *Z*-figuur en in een *F*-figuur zijn altijd twee hoeken even groot.

Bij snijdende lijnen heb je bij het snijpunt overstaande hoeken.
Overstaande hoeken zijn even groot.
In hoeken die even groot zijn zet je meestal hetzelfde tekentje.

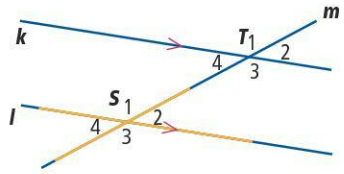
Voorbeeld



$\angle T_3$ en $\angle S_1$ zijn even groot, want het zijn de twee hoeken in een *Z*-figuur.



$\angle S_3$ en $\angle T_3$ zijn even groot, want het zijn de twee hoeken in een *F*-figuur.



$\angle S_3$ en $\angle S_1$ zijn even groot, want het zijn overstaande hoeken.

E11 **W**

Je ziet een foto van een schaarlamp.

a Hoek 1 is één van de twee hoeken in een *Z*-figuur. Kleur deze *Z*-figuur in de foto?

b Welke andere hoek zit in deze *Z*-figuur?

c Kleur een *F*-figuur in de foto en zet tekens in de hoeken die even groot zijn.

d Welke hoek is de overstaande hoek van hoek 8?

© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt hoeken berekenen.

Bij het berekenen van hoeken kun je verschillende regels gebruiken, zoals

1. De som van de hoeken van een driehoek is 180°.
2. De som van de hoeken van een vierhoek is 360°.
3. Een rechte hoek is 90°.
4. Een gestrekte hoek is 180°.
5. Een volle hoek is 360°.

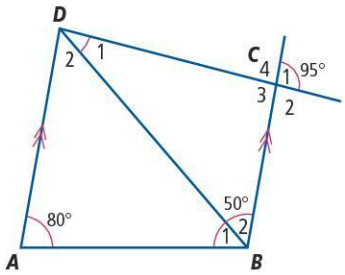
Verder kun je gebruik maken van

- *F*-figuren en *Z*-figuren bij evenwijdige lijnen
- overstaande hoeken bij snijdende lijnen
- symmetrie in sommige figuren
- eigenschappen van bijzondere driehoeken en vierhoeken

Schrijf bij de berekeningen altijd op welke regel je gebruikt.

Voorbeeld

In de tekening is lijnstuk AD evenwijdig aan lijnstuk BC.
$\angle A = 80°$, $\angle B_2 = 50°$ en $\angle C_1 = 95°$.
Bereken de grootte van $\angle B_1$.



$\angle B_2$ en $\angle D_2$ zijn de twee hoeken in een *Z*-figuur,
dus $\angle D_2 = \angle B_2 = 50°$.
$\angle A + \angle B_1 + \angle D_2 = 180°$ (som van de hoeken van een driehoek)
$\angle B_1 = 180° - 80° - 50° = 50°$

E12 Bereken $\angle D_1$ in de tekening van het voorbeeld.

E13 W In de figuur is CE evenwijdig aan AF.
$CE = DE$, dus $\triangle CDE$ is een gelijkbenige driehoek. Verder is $\angle A = 108°$ en $\angle F = 28°$.

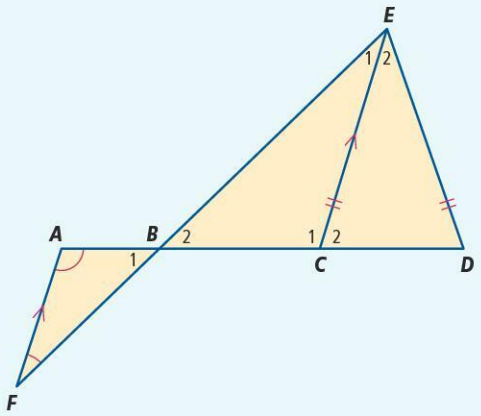
a Bij welk punt heb je te maken met overstaande hoeken, bij punt B, bij punt C of bij punt E?

b Welke twee hoeken vormen samen een gestrekte hoek?

c Met welke hoek vormt $\angle A$ een *Z*-figuur? Hoe groot zijn de twee hoeken in deze *Z*-figuur?

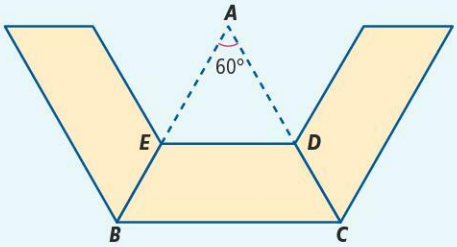
d Bereken $\angle D$.

e Bereken $\angle B_2$.



© Noordhoff Uitgevers bv

G1 **W** De boombank bestaat uit zes gelijke delen. De binnen- en buitenrand van de boombank hebben de vorm van een regelmatige zeshoek.

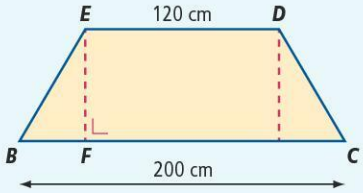


a In het bovenaanzicht zijn drie van de zes bankdelen getekend.
Teken het bovenaanzicht verder af.

b Laat met een berekening zien dat $\angle A$ inderdaad 60° is.

c Hoe groot zijn de hoeken van vierhoek $BCDE$?

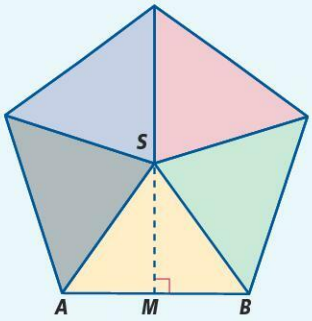
d Van vierhoek $BCDE$ is $BC = 200$ cm en $DE = 120$ cm.
Leg uit dat $BF = 40$ cm.



e Laat met een berekening zien dat $EF \approx 69{,}3$ cm is.

f Bereken de totale oppervlakte van de zes zitgedeelten.

G2 De driehoeken in het figuur zijn precies even groot.



a Bereken de grootte van de hoeken bij punt S.

b Bereken van $\triangle ABS$ de hoeken A en B.

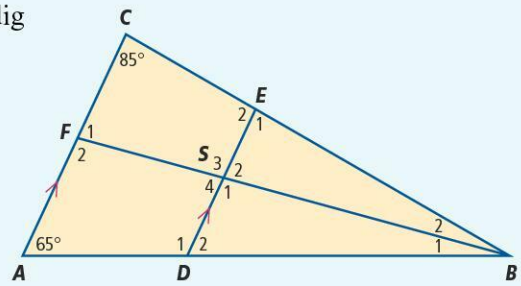
c De zijden van de regelmatige vijfhoek zijn 6 cm.
Laat met een berekening zien dat de hoogte SM in $\triangle ABS$ afgerond 4,1 cm is.

d Bereken de oppervlakte van het figuur in cm^2.

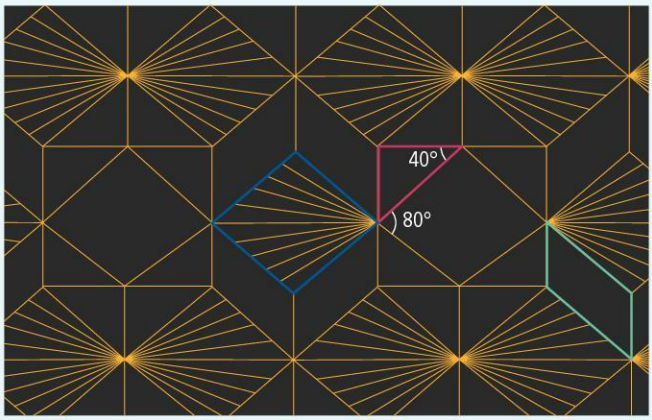
© Noordhoff Uitgevers bv

G3 **a** Teken een assenstelsel met daarin de punten $A(0, 2)$, $B(2, 1)$, $C(6, 3)$, $D(4, 4)$, $E(1, 4)$, $F(4, 5)$ en $G(4, 7)$.
b Verbind punt A met punt C en verbind punt B met D.
c AC en BD zijn de diagonalen van een vierhoek.
Schrijf de naam van vierhoek $ABCD$ op.
d Bereken de oppervlakte van de vierhoek $ABCD$.
e De punten E, F en G zijn hoekpunten van vlieger $EFGH$
Teken de vlieger $EFGH$.
f Bereken de oppervlakte van de vlieger.

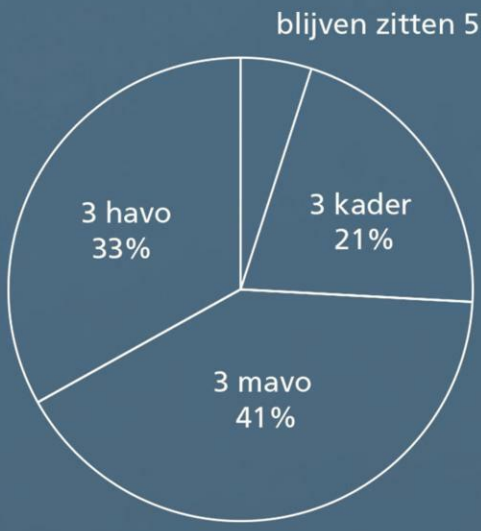
G4 In $\triangle ABC$ is $\angle A = 65°$ en $\angle C = 85°$. Lijn DE is evenwijdig aan zijde AC. Lijnstuk BF is de deellijn van $\angle B$.
a Hoe groot is $\angle D_2$?
b Welke hoeken zijn overstaande hoeken van elkaar?
c Hoe groot is $\angle S_2$?

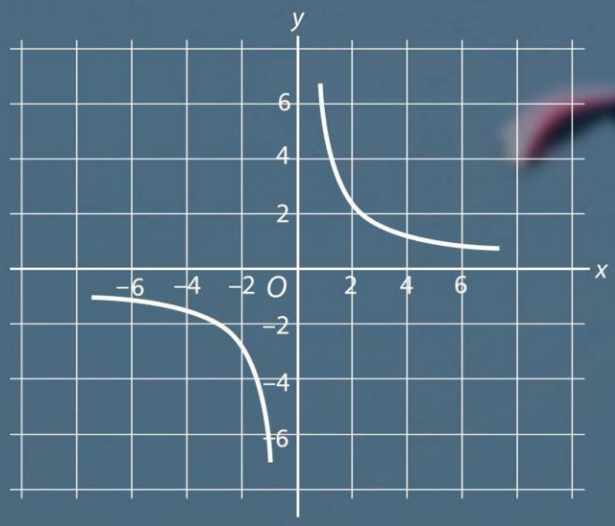


G5 Het patroon op dit behang bestaat uit verschillende vlakke figuren.
a Welke bijzondere driehoek herken je in de rode driehoek?
b Bereken alle hoeken van de rode driehoek.
c Welke bijzondere vierhoek herken je in de groene figuur?
d Bereken de grootte van de hoeken van de groene figuur.
e Het blauwe figuur is een ruit.
Bereken de grootte van de hoeken van de ruit.



© Noordhoff Uitgevers bv





cijfer	turven	frequentie
4	11	.....
5	...	.....
6	...	.....
7	...	.....
8	...	.....
9	...	.....
10	...	.....

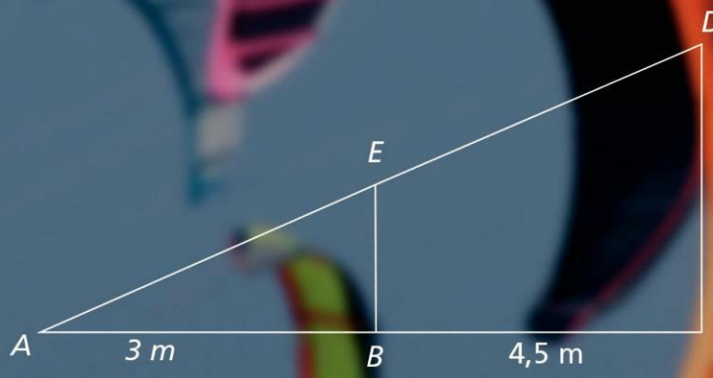
12%

$m = 5 \times n \times 7 \times n$
$m = 5 \times 7 \times n \times n$
$m = 35n^2$

© Noordhoff Uitgevers bv

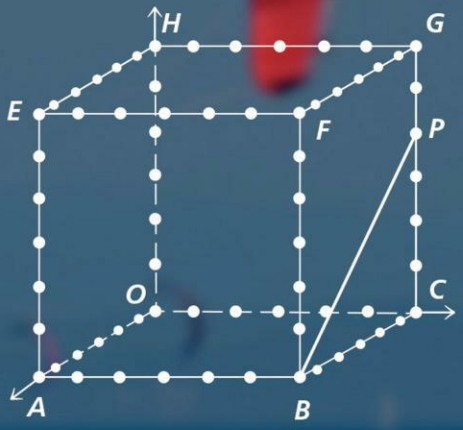
Keuzeonderwerpen 3

- Technische vaardigheden 3
- Wiskundige denkactiviteiten 2
- Puzzelen 2



de factor bij 1,3% rente

snelheid in km/uur	10	20	30	40	50	60	70	80
reistijd in uren	...	...	...	...	...	...	...	...



© Noordhoff Uitgevers bv

Statistiek

TV1 Van 24 kinderen is de lengte in centimeters gemeten.
Het resultaat is in een steelbladdiagram gezet.

lengte in cm

13	9	9			
14	2	2	3	8	
15	3	4	6	7	8
16	0	0	4	8	8
17	0	1	1	1	6
18	0	1	1		

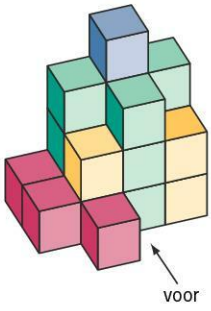
a Welke lengte is de modus?
b Bereken de gemiddelde lengte.
c Bereken de mediaan en de spreidingsbreedte.
d Maak een frequentietabel met een klassenindeling.
Gebruik als laagste klasse 135 − 140 cm.
e Teken een staafdiagram bij de klassenindeling.

TV2 De docent lichamelijke opvoeding heeft in een klas van 25 leerlingen een onderzoekje gedaan naar de meest favoriete sporten.
Voetbal werd door 36% gekozen en zwemmen als tweede met 28%. Verder vulde $\frac{1}{5}$ deel van de klas basketbal in.
De rest koos voor hockey.

a Hoeveel leerlingen kozen voor hockey?
b Van de gegevens wordt een cirkeldiagram gemaakt.
Bereken de sectorhoek '*zwemmen*'.
c Teken het cirkeldiagram.

Aanzichten

TV3 Het bouwwerk is gemaakt van kubussen met ribben van 1 cm.
De kubussen die op elkaar staan hebben dezelfde kleur.



a Uit hoeveel kubussen bestaat dit bouwwerk?
b Teken het rechterzijaanzicht van dit bouwwerk in de juiste kleuren.
c Teken een bovenaanzicht in de juiste kleuren.
d Je kunt er zeven blokjes bijzetten zonder dat het bovenaanzicht en het rechterzijaanzicht veranderen.
Welke kleur hebben deze blokjes?

Driehoeken en bijzondere lijnen

TV4 **a** Teken $\triangle ABC$ met $AB = 6$ cm, $\angle A = 60°$ en $\angle B = 70°$.
b Teken de deellijn van $\angle A$.
c Teken de hoogtelijn vanuit $\angle B$ op zijde AC.

TV5 **a** Teken $\triangle DEF$ met zijde $DE = 5$ cm, $DF = 6$ cm en $EF = 5{,}5$ cm.
b Teken de middelloodlijn van zijde DF.
c Teken de zwaartelijn vanuit hoekpunt D op zijde EF.

© Noordhoff Uitgevers bv

Formules

TV6 Gegeven is de formule $x \times y = -12$.

a Waarom kun je bij $x = 0$ geen waarde voor y vinden?

b Maak een tabel. Kies voor x de getallen van -6 tot en met 6.

c Teken de grafiek bij de tabel.

d Bij welk soort verband horen de formule en de grafiek?

TV7 Zoek uit welke van de onderstaande formules gelijk zijn. Gebruik een tabel.

I $y = 4x \times 5x$

II $y = 12x^2$

III $y = 5x + 45$

IV $y = 3x \times 4x$

V $y = (x + 9) \times 5$

VI $y = 10x \times 2x$

x	0	1	2	3
…	…	…	…	…

TV8 Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $h = 23m + 2n - 14m + 4n$

b $h = 12r - 10 - 4r - 5c$

c $h = 6a - b - 4b + 3$

d $h = 4a^2 - 5a + 8$

TV9 De ijsdikte kan berekend worden met de formule $\textit{ijsdikte} = \sqrt{(18 \times \textit{aantal dagen} + 36)}$.
Hierbij is de *ijsdikte* in centimeters en het *aantal dagen* is het aantal dagen dat het vriest nadat het ijs al 6 cm dik is.

a Laat zien dat twee dagen later de ijsdikte afgerond 8,5 cm is.

b Vul de tabel in.

aantal dagen	0	1	2	3	4	5	6
ijsdikte in cm	…	…	8,5	…	…	…	…

c Teken de grafiek bij de tabel.

Schaal

TV10 Bij een bosbrand is veel bos verloren gegaan. Op een kaart is het gebied 4 cm bij 4,8 cm. De schaal van deze kaart is 1 : 100 000.

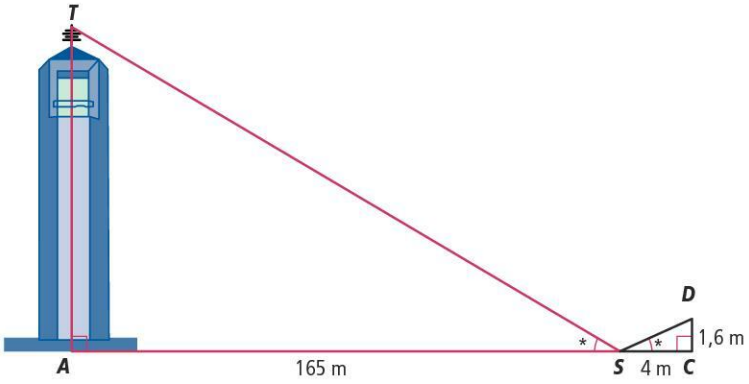
a Hoeveel kilometer is 1 cm op de kaart in werkelijkheid?

b Bereken de afmetingen van dit gebied in kilometers.

c Hoeveel vierkante kilometer bos is er verloren gegaan?

© Noordhoff Uitgevers bv

Gelijkvormigheid



TV11 Met behulp van spiegel S kun je de hoogte van de toren meten. Je moet zo gaan staan, dat je de top T van de toren in de spiegel kunt zien. Gegeven zijn verder: ooghoogte (CD), jouw afstand tot de spiegel (SC), de afstand van de toren tot de spiegel (AS) en $\triangle AST$ is gelijkvormig aan $\triangle SCD$.

a Teken de driehoeken naast elkaar in dezelfde stand en zet de maten erbij.

b Bereken de factor van de vergroting.

c Bereken de hoogte AT van de toren in meters.

Maten omrekenen

TV12 Vul in.

a 0,8 m = … dm

b 2 m = … cm

c 123 mm = … cm

d 615 cm = … dm

e 0,62 km = … m

f 83,9 hm = … m

TV13 Vul in.

a 0,008 km^2 = … m^2

b 15 m^2 = … dm^2

c 200 cm^2 = … dm^2

d 18 000 mm^2 = … dm^2

e 86 dm^2 = … cm^2

f 1120 cm^2 = … m^2

TV14 Vul in.

a 8 liter = … dL

b 12 dL = … liter

c 900 cL = … dL

d 5460 mL = … liter

e 81 dL = … mL

f 14 dm^3 = … liter

© Noordhoff Uitgevers bv

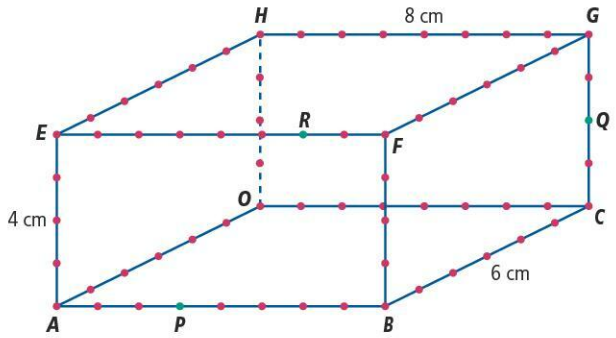
Rekenen in de ruimte

TV15 Van een balk $ABCO.EFGH$ is $AB = 8$ cm, $AO = 6$ cm en $AE = 4$ cm.
Op ribbe AB ligt punt P zodat $AP = 3$ cm.
Op ribbe EF ligt punt R zodat $RF = 2$ cm.
Punt Q is het midden van ribbe CG.

a Schrijf de coördinaten van P, Q en R op.

b Bereken op één decimaal nauwkeurig, de lengte van CP.

c Bereken de lengte van PQ. Rond je antwoord af op één decimaal.



Rekenen

TV16 Vul steeds het ontbrekende getal in.

a $6 \times \ldots = 96$

b $-122 + \ldots = 1150$

c $\ldots \times -22 = 88$

d $3 \times -17 + \ldots \times -17 = -221$

e $51 - \ldots = -199$

f $0{,}5 \times \ldots = -20$

TV17 Bereken.

a $\frac{2}{3}$ deel van 960 euro

b $\frac{3}{5}$ deel van 1225 km

c $\frac{7}{9}$ deel van 1809 liter

d $\frac{5}{8}$ deel van 432 kg

TV18 Bereken. Schrijf de tussenstappen op.

a $-4 \times -5 + 12 = \ldots$

b $3^2 + 2 \times -9 = \ldots$

c $-13 + 5 \times -2^2 + \sqrt{324} = \ldots$

d $28 \times -2 + 2 \times -2 = \ldots$

e $(-4)^2 \times 5 = \ldots$

f $(\sqrt{144} \times \sqrt{25}) : 2 = \ldots$

Procenten

TV19

a In de reclame kost cola geen € 1,05 maar € 0,89.
Bereken hoeveel procent korting je krijgt. Rond af op één decimaal.

b Een bedrijfswagen kost € 23.000,- inclusief 21% btw.
Bereken hoeveel deze auto exclusief btw kost.

c Een hotelkamer met bad kost 15% meer dan een hotelkamer met douche. Marvin betaalt voor een hotelkamer met bad € 80,- per nacht.
Bereken hoeveel euro een hotelkamer met douche per nacht kost.

© Noordhoff Uitgevers bv

Je wordt in Wiskundige Denkactiviteiten (W.D.A.) uitgedaagd om

- creatief te denken
- samen aan een probleem te werken
- een oplossing te bedenken
- wiskundige vaardigheden te gebruiken

W.D.A. | Toernooischema

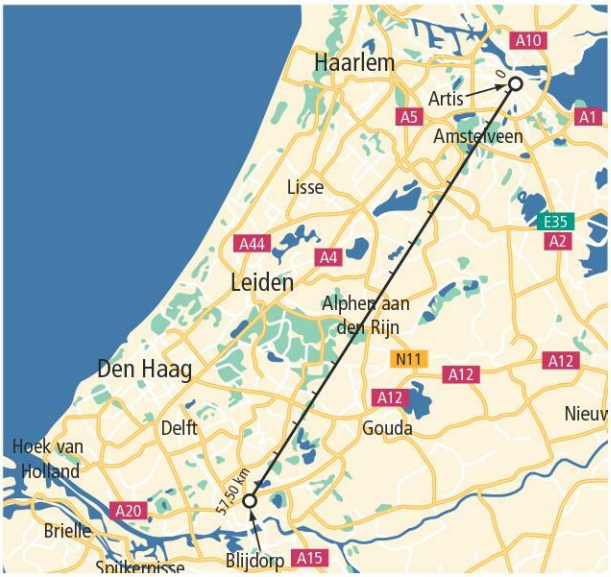
In het zwembad waar Feline werkt, wordt een ééndaags waterpolotoernooi gehouden.
Er doen 32 teams mee en elk team speelt ten minste drie wedstrijden. Het toernooi start 's morgens om kwart over acht en 's middags om kwart over drie moet de winnaar van het toernooi bekend zijn. Er kunnen maximaal vier wedstrijden tegelijkertijd worden gespeeld.

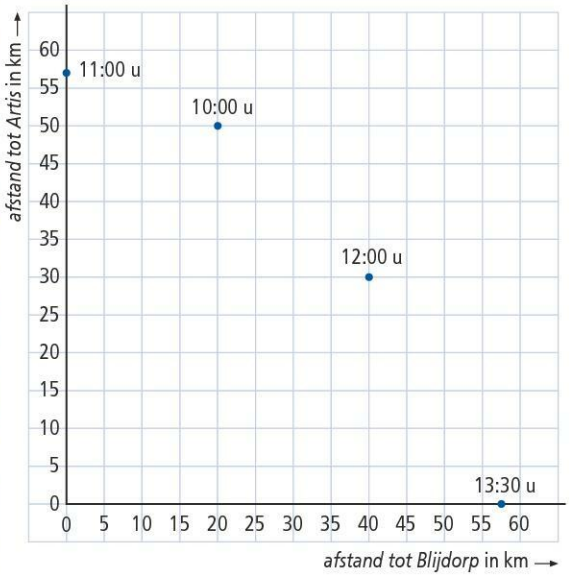
a Deel de ploegen in poules in.

b Maak een wedstrijdschema waarin, na de poulewedstrijden, een kwartfinale, een halve finale en een finale voorkomen.

c Maak een tijdschema waarin staat hoe laat elke wedstrijd begint en in welk veld gespeeld wordt.

© Noordhoff Uitgevers bv





W.D.A. | Plaats bepalen

De afstand van Artis in Amsterdam naar Blijdorp in Rotterdam is hemelsbreed 57,5 kilometer. In het assenstelsel zie je vier tijdstippen waar Robbert was ten opzichte van Artis en Blijdorp.

W

a Om 10:00 uur is Robbert 20 km van Blijdorp en 50 km van Artis.
Teken op de kaart de twee punten waar Robbert kan zijn.

b Op welke plek is Robbert om 11:00 uur?

c Teken een mogelijke route op de kaart.

W.D.A. | Hoeveel glas?

Bedenk drie manieren om te bepalen uit hoeveel cm^3 glas een cilindervormige vaas bestaat.

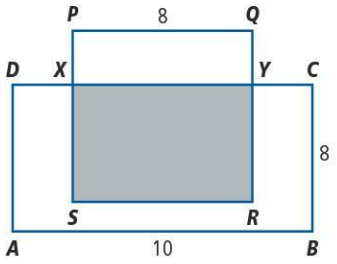
© Noordhoff Uitgevers bv

P1 Karin heeft een snoer met gele, rode, witte, groene en blauwe lampjes. De lampjes zitten in deze regelmatige volgorde aan één snoer. Het snoer begint met een geel lampje en eindigt met een blauw lampje.
Karin telt alleen de gele en witte lampjes, dat zijn samen 24 lampjes.

→ Hoeveel lampjes telt het hele snoer?

A 54 lampjes
B 55 lampjes
C 60 lampjes
D 61 lampjes

P2 *ABCD* is een rechthoek van 8 cm bij 10 cm.
PQRS is een vierkant met zijden van 8 cm.
De oppervlakte van het grijze gebied is de helft van de oppervlakte van rechthoek *ABCD*.



→ Hoe lang is *PX*?

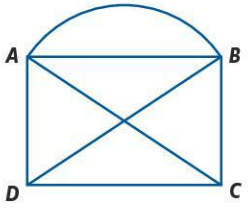
A 1 cm
B 3 cm
C 5 cm
D 7 cm

P3 Uit de rij getallen 17, 13, 5, 10, 14, 9, 12 en 16 worden twee getallen geschrapt. Het gemiddelde verandert daardoor niet.

→ Welke twee getallen zijn geschrapt?

A 10 en 14
B 12 en 10
C 16 en 9
D 17 en 12

P4 Je wilt het huisje in één keer tekenen zonder je potlood van het papier af te halen. Ook mag je een lijn niet twee keer tekenen.

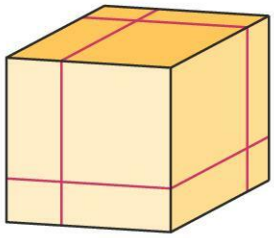


→ In welke punt moet je dan beginnen?

A Punt A
B Punt B
C Punt C
D Punt D

© Noordhoff Uitgevers bv

P5 Dani maakt van één kubus met ribben van 4 cm acht kleinere balken. Dit doet hij door de kubus drie keer door te zagen.



→ Wat is de oppervlakte van de grensvlakken van de acht balken samen?

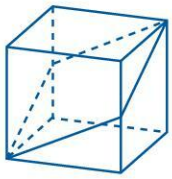
A 96 cm^2
B 112 cm^2
C 144 cm^2
D 192 cm^2

P6 In de schuur van de bouwspeeltuin staan fietsen en skelters. Elke fiets heeft twee wielen en elke skelter heeft drie wielen.
In totaal zijn er 22 sturen en 72 wielen.

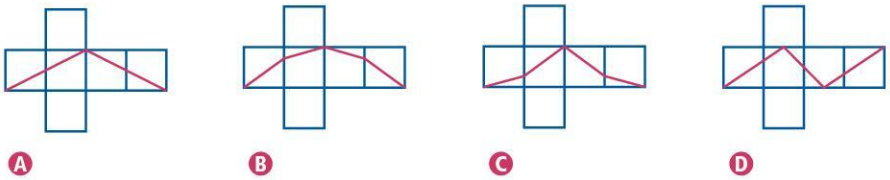
→ Hoeveel fietsen en skelters staan er in de schuur?

A 14 fietsen en 8 skelters
B 12 fietsen en 10 skelters
C 10 fietsen en 12 skelters
D 8 fietsen en 14 skelters.

P7 Op de zijvlakken van een kubus worden vier lijnen getekend, zoals in de figuur.
Hierna wordt de kubus opengevouwen.



→ Welke uitslag kun je dan krijgen?



P8 De gemiddelde leeftijd van 21 leerlingen en hun docent is 15 jaar.
Zonder de docent is de gemiddelde leeftijd van de leerlingen 14 jaar.

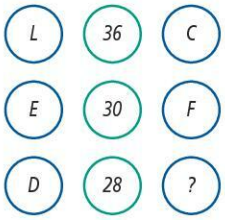
→ Hoe oud is de docent?

A 34 jaar
B 35 jaar
C 36 jaar
D 37 jaar

© Noordhoff Uitgevers bv

P9 → Welke letter hoort op de plaats van het vraagteken?

A letter F
B letter G
C letter H
D letter I



P10 Een slak zit in een put van 4,5 m diep. Per dag klimt de slak 5,5 cm omhoog, maar 's nachts zakt hij weer 1 cm naar beneden.

→ Hoeveel dagen doet de slak erover om uit de put te komen?

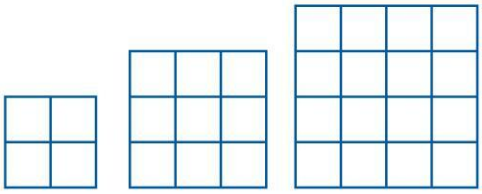
A 10 dagen
B 100 dagen
C 82 dagen
D 450 dagen

P11 Deze stapel bestaat uit driehoekvormige lagen met houten knikkers.

→ Hoeveel knikkers bevat een stapel met acht lagen?

A 88 knikkers
B 99 knikkers
C 91 knikkers
D 120 knikkers

P12 Het eerste figuur heet een 2×2 vierkant. Er zitten vijf vierkanten in. Een 3×3 vierkant heeft 14 vierkanten.

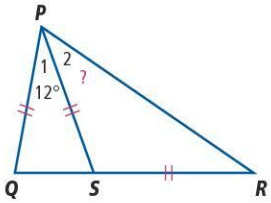


→ Hoeveel vierkanten zitten er in een 4×4 vierkant?

A 26 vierkanten
B 28 vierkanten
C 30 vierkanten
D 32 vierkanten

© Noordhoff Uitgevers bv

P13 In driehoek PQR ligt S op zijde QR en $\angle P_1 = 12°$.



→ Hoe groot is $\angle P_2$?

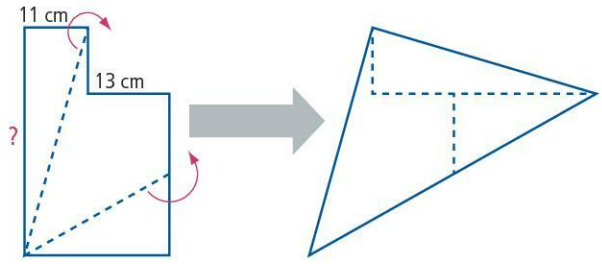
A 30° **C** 42°
B 36° **D** 48°

P14 Op een ruilmarkt worden de munten geruild volgens de prijslijst hiernaast. Flip gaat naar de markt met een aantal botjes. Hij wil naar huis gaan met een schild, een daalder en een duit.

→ Hoeveel botjes moet hij dan minstens meenemen naar de markt?

A 14 botjes **C** 16 botjes
B 18 botjes **D** 20 botjes

P15 De figuur bestaat uit twee rechthoeken. De lengte van twee horizontale zijden is erbij gezet: 11 cm en 13 cm.
De figuur wordt in drie stukken gesneden en daarna worden de stukken ineengeschoven tot een driehoek.



→ Hoe lang is de zijde met het vraagteken?

A 11 cm **C** 13 cm
B 24 cm **D** 37 cm

© Noordhoff Uitgevers bv

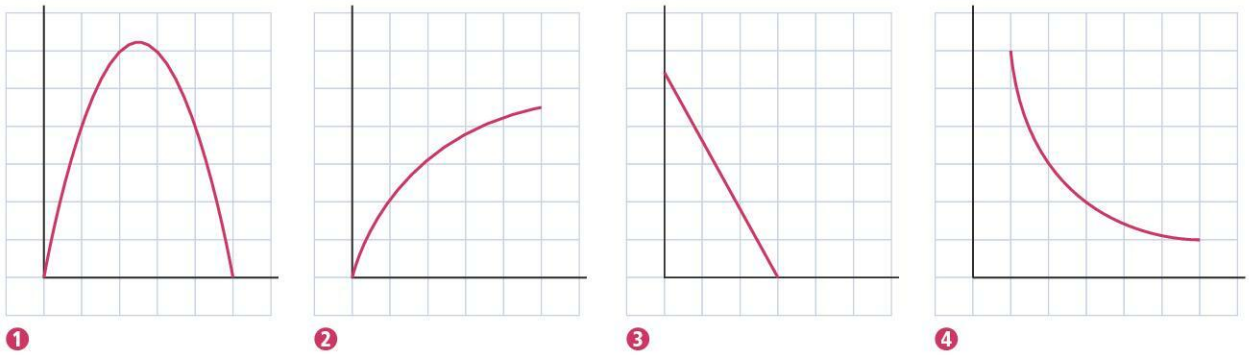
© Noordhoff Uitgevers bv

Grafieken 10

In dit hoofdstuk leer je

- puntengrafieken aflezen en tekenen
- grafieken met horizontale lijnstukken aflezen en tekenen
- somgrafieken tekenen
- verschilgrafieken tekenen
- de frequentie van een periodieke grafiek berekenen
- periodieke grafieken tekenen
- de evenwichtsstand berekenen
- de amplitude berekenen

© Noordhoff Uitgevers bv



V1 Bij elk van de getekende grafieken past één van de volgende tabellen.

A

tijd in uren	0	6	12	18
lengte kaars in cm	24	16	8	0

B

hoogte verkeersdrempel in cm	5	10	15	30
snelheid in km/uur	30	15	10	5

C

tijd in seconden	1	3	5	7	9
hoogte pijl in m	45	105	125	105	45

D

hoogte toren in meters	10	20	30	40	50
afstand uitzicht in km	11,4	16,1	19,7	22,8	25,5

a Bij welke tabel hoort grafiek 1?
b Schrijf op bij welke tabellen de andere grafieken horen.

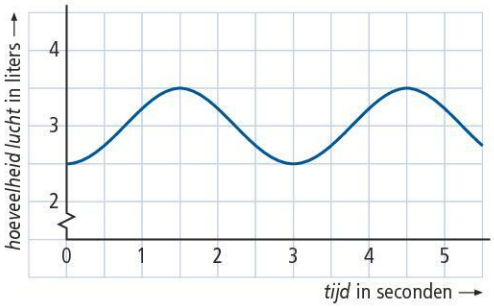
V2 Gebruik de grafieken uit opdracht V1.
238 Schrijf van elke grafiek op welk **verband** erbij hoort.
239 Kies uit: *lineair verband*, *kwadratisch verband*, *omgekeerd evenredig verband* en *wortelverband*.

V3 In een speelhal worden kaartjes verkocht waarop je een tegoed kunt zetten. Per spel gaat er € 0,40 van je tegoed af. Bij het tegoed van Ralf hoort de formule $T = 6 - 0{,}4a$. Hierbij is a het aantal spellen en T het tegoed in euro's.

a Vul de tabel in bij de formule.
b Teken de grafiek bij de tabel.
c Na hoeveel spellen is het tegoed op?

a	0	2	4	6	8	10
T in euro's	6	…	…	…	…	…

© Noordhoff Uitgevers bv



V4 Door inademen en uitademen verandert de hoeveelheid lucht in je longen. De grafiek laat zien hoe deze hoeveelheid lucht bij een volwassen persoon verandert.

a Ademt deze persoon direct na 1,5 seconden in of uit?

b Na het uitademen bevindt zich altijd nog een hoeveelheid lucht in de longen. Hoeveel is dat bij deze persoon?

238 **c** Hoeveel seconden is de **periode** van zijn ademhaling?

V5 Nick heeft € 75,- op zijn spaarrekening staan. Hij spaart elke maand € 10,-. Hierbij hoort de formule $b = 75 + 10m$. Anouk heeft nog niets op haar spaarrekening staan. Zij spaart elke maand € 25,-. Bij het sparen van Anouk hoort de formule $b = 25m$.
Bij beide formules is b het bedrag op de spaarrekening in euro's en m het aantal maanden.

m	0	1	2	3
b in euro's (Nick)	…	…	…	…
b in euro's (Anouk)	…	…	…	…
b in euro's (totaal)	…	…	…	…

238 **a** Vul de **somtabel** in bij het sparen van Nick en Anouk.

238 **b** Schrijf **de somformule** op.

V6 De rode kaars is 42 cm lang en wordt bij het branden ieder uur drie centimeter korter.
De blauwe kaars is 35 cm lang en wordt bij het branden ieder uur vijf centimeter korter.

239 **a** Vul de **verschiltabel** in. Zet in de onderste rij het verschil *lengte rode kaars – lengte blauwe kaars*.

t in uren	0	1	2	3
l in cm (rode kaars)	42	…	…	…
l in cm (blauwe kaars)	35	…	…	…
verschil in lengte in cm	7	…	…	…

239 **b** Schrijf de **verschilformule** bij de twee kaarsen op.

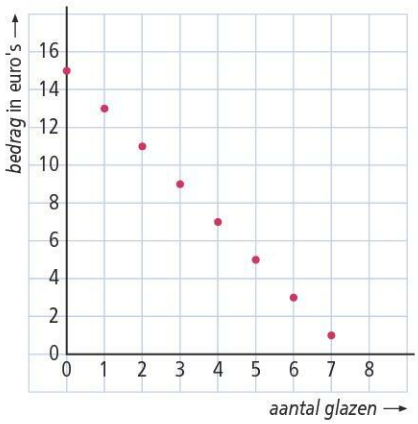
© Noordhoff Uitgevers bv

10.1 Allerlei grafieken

Je leert
- puntengrafieken aflezen en tekenen
- grafieken met horizontale lijnstukken aflezen en tekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 1—2—3—4—05—6—07—8
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7—8
- uitdagend: 1—3—4—5—7—8—U1—U2

1 Daan gaat naar de disco. Hij heeft € 15,- meegenomen.
In de disco kost frisdrank € 2,- per glas.
Het bedrag dat Daan nog over heeft, is te berekenen met de formule $b = 15 - 2a$.
Hierbij is b het overgebleven bedrag in euro's en a het aantal gekochte glazen frisdrank.
De grafiek hoort bij de formule.

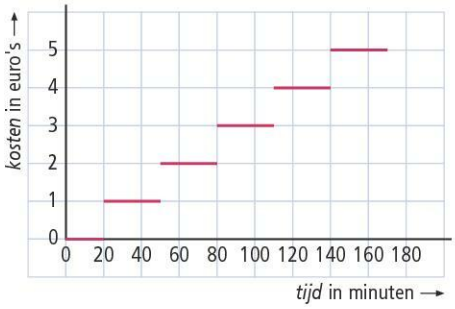


a Hoeveel glazen frisdrank heeft Daan gekocht als hij nog zeven euro over heeft?
b Hoeveel glazen frisdrank kan Daan maximaal kopen?
c Hoeveel geld houdt Daan over?

2 Wouter gaat regelmatig schaatsen op een kunstijsbaan.
Hij betaalt per keer zes euro. Zijn totale kosten zijn te berekenen met de formule $k = 6a$. Hierbij is k de kosten in euro's en a het aantal keer schaatsen.

a Maak een tabel bij de formule. Neem voor a de getallen 0 tot en met 6.
b Leg uit waarom de totale kosten niet uit kunnen komen op € 22,50?
c Wouter wil een grafiek bij de tabel tekenen.
Waarom bestaat deze grafiek uit punten en niet uit een lijn?
d Teken de grafiek bij de tabel.

Parkeertarief
Eerste 20 min. gratis.
Daarna elke 30 minuten of deel daarvan: € 1,-.



3 Het parkeertarief geldt voor parkeren van een auto bij een ziekenhuis. In de grafiek kun je de kosten voor het parkeren aflezen.

a Hoeveel euro betaal je voor 15 minuten parkeren?
b En hoeveel betaal je voor 55 minuten parkeren?
c Waarom bestaat de grafiek uit horizontale lijnstukjes?

© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

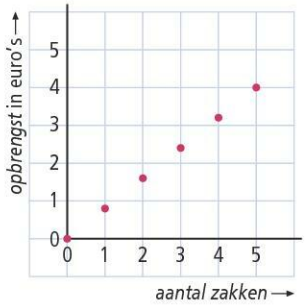
Grafieken zijn niet altijd rechte of gebogen lijnen.
Voorbeelden van andere soorten grafieken zijn een **puntengrafiek** en een **grafiek met horizontale lijnstukken.**
Als de waarden tussen de punten in een grafiek geen betekenis hebben, wordt vaak een puntengrafiek getekend.
Als de waarde tussen de punten in een grafiek hetzelfde blijft, wordt een grafiek met horizontale lijnstukken getekend.

Voorbeeld 1

Een bioscoop berekent de opbrengst van de verkoop van zakken chips met de formule *opbrengst* = *aantal zakken* × 0,80.
Teken een grafiek bij de formule.

aantal zakken	0	1	2	3	4	5
opbrengst in euro's	0	0,80	1,60	2,40	3,20	4

Omdat de waarden tussen de punten uit de tabel geen betekenis hebben, wordt een puntengrafiek getekend.

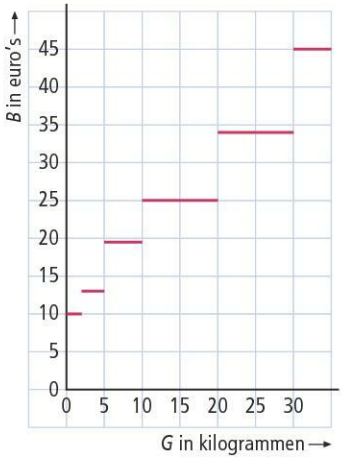


Voorbeeld 2

In de tabel zie je de tarieven voor het versturen van een pakket binnen Europa. Hierbij is B het bedrag in euro's en G het gewicht in kilogrammen.

G in kilogrammen	< 2	$2 - 5$	$5 - 10$	$10 - 20$	$20 - 30$	> 30
B in euro's	10	13	19,50	25	34	45

Teken de grafiek.



4 Chantal wil twee pakketten versturen. Hiervoor gebruikt zij de grafiek uit voorbeeld 2. Het ene pakket weegt drie kilogram en het andere acht kilogram.

a Schrijf het tarief van ieder pakket op.

b De pakketten moeten naar hetzelfde adres.
Hoeveel euro betaalt Chantal minder als ze de inhoud samenvoegt tot één pakket?

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht O5

5 Mirna gaat regelmatig een uurtje bowlen. Per uur betaalt zij twintig euro. Haar totale kosten zijn te berekenen met de formule $k = 20a$.
Hierbij is k de kosten in euro's en a het aantal keer bowlen.

a Maak een tabel bij de formule. Neem voor a de getallen 0 tot en met 10.
b Leg uit waarom de totale kosten niet uit kunnen komen op € 175,-.
c Waarom hoort bij deze tabel eigenlijk een puntengrafiek?
d Teken de grafiek bij de tabel.

6 Geef aan of bij de volgende situaties een puntengrafiek hoort.
A Jos koopt tubes tandpasta. Elke tube kost € 2,25.
B Mart heeft een boompje geplant. Elke maand meet hij hoe hoog het boompje is.
C Evi tankt benzine. Een liter benzine kost € 1,55.
D Anja bestelt in een restaurant frisdrank. Frisdrank kost € 2,40 per glas.

Ondersteunende route → maak opdracht O7

7 Bij 'Sundreams' betaal je € 7,50 per tien minuten of een gedeelte daarvan, voor het gebruiken van een infraroodcabine.
a Mathilde wil 15 minuten onder de infraroodcabine. Hoeveel moet zij hiervoor betalen?
b Sem gebruikt de infraroodcabine 25 minuten. Hoeveel moet Sem betalen?
c Teken een grafiek die bij het huren van de infraroodcabine past.

8 Marleen heeft € 10,- van haar oma gekregen. Ze trakteert elk van haar vriendinnen op een ijsje van € 1,50.
Het bedrag dat Marleen nog over heeft is te berekenen met de formule $b = 10 - 1{,}5a$.
Hierbij is b het overgebleven bedrag in euro's en a het aantal gekochte ijsjes.

a Maak een tabel bij de formule. Neem voor a de getallen 0 tot en met 7.
b Teken de grafiek bij de tabel.
c Hoeveel ijsjes kan Marleen kopen?

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O5 Bart gaat een aantal keer in de botsauto's.
Per keer betaalt hij € 2,50. Het totale bedrag berekent hij met $b = 2{,}50a$. Hierbij is b het bedrag in euro's en a het aantal ritten in de botsauto.

a Hoeveel betaalt Bart als hij drie keer in de botsauto gaat?
b Vul de tabel verder in.
c Waarom kan het totale bedrag b nooit € 18,- zijn?
d Bij de tabel hoort een puntengrafiek. Teken de grafiek.

a	0	1	2	3	4	5	6
bedrag in euro's	0	…	…	7,50	10	…	…

O7 Bij een sportschool kun je gebruik maken van een stoombad. Voor iedere tien minuten of een gedeelte daarvan, betaal je vijf euro.

a Silke gebruikt het stoombad 15 minuten. Waarom moet zij dan tien euro betalen?
b Rianne neemt een stoombad voor 30 minuten. Hoeveel moet Rianne hiervoor betalen, 15 euro of 20 euro?
c Vul de tabel verder in.
d Bij de kosten hoort een grafiek die uit horizontale lijnstukken bestaat. Teken de grafiek.

aantal minuten	0	5	10	15	20	25	30	35
kosten in euro's	0	…	…	10	…	…	…	…

Uitdagende opdrachten

Q-park	**De Garage**	**Het Plein**
€ 4,- per uur of voor een deel van een uur.	€ 0,07 per minuut	€ 2,20 per half uur of voor een deel van een half uur, met een maximum van € 22,-.

U1 Maaike wil haar auto in een parkeergarage zetten. Ze kan kiezen uit drie parkeergarages.

a Hoe hoog zijn de parkeerkosten bij elke garage als Maaike haar auto twee uur wil parkeren?
b Maaike parkeert van 10 uur tot 13:45 uur. Bij welke parkeergarage is zij het goedkoopst uit?

U2 Gegeven is de formule $K = 15 + 3{,}25a$.
Bedenk zelf een situatie waarbij de grafiek bij deze formule een puntengrafiek is en teken de grafiek.

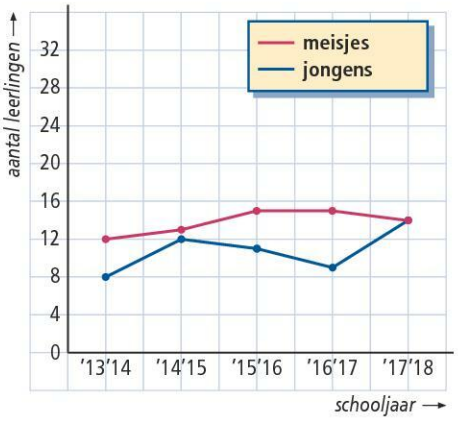
© Noordhoff Uitgevers bv

Je leert · somgrafieken tekenen

Leerroutes · ondersteunend: 9—10—011—12—13
· doorlopend: 9—10—11—12—13
· uitdagend: 9—10—11—13—U3

9 W

Meneer Harmsen is elk jaar mentor van een derde klas vmbo-gt. In de grafiek zie je het aantal leerlingen dat elk jaar in zijn mentorklas zit.



a Hoeveel leerlingen zaten er in het schooljaar 2013-2014 in zijn mentorklas?

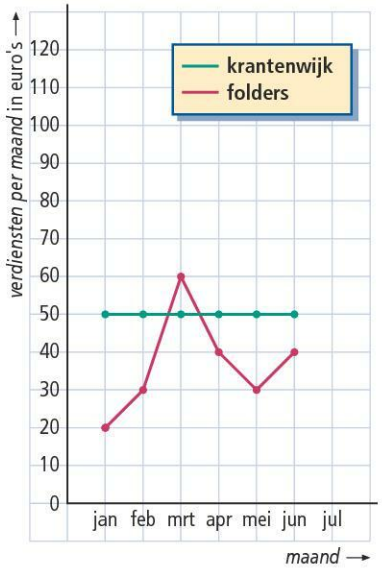
238 **b** De **somtabel** hoort bij de grafiek.
Vul de somtabel verder in.

schooljaar	'13/'14	'14/'15	'15/'16	'16/'17	'17/'18
jongens	8	12	11	…	…
meisjes	12	13	…	…	…
totaal	…	…	…	…	…

c Teken van elk schooljaar het totaal in het assenstelsel en teken een lijn door de punten.

10 W

Annika bezorgt kranten en folders. In de grafiek zie je hoeveel zij daarmee verdient.



a Met de bezorging van kranten verdient zij een vast bedrag. Hoe zie je dat in de grafiek?

b Annika wil een grafiek van haar totale verdiensten maken. Zij maakt daarvoor eerst een somtabel.
Vul de tabel verder in.

maand	*jan*	*feb*	*mrt*	*apr*	*mei*	*jun*
verdiensten (kranten) in euro's	50	…	…	…	…	…
verdiensten (folders) in euro's	20	…	…	…	…	…
totale verdiensten in euro's	70	…	…	…	…	…

c Teken in het assenstelsel de grafiek die bij haar totale verdiensten hoort.

© Noordhoff Uitgevers bv

Aanpak

Hoe teken je een somgrafiek?

1 Zet de gegevens uit de grafiek in een tabel.
2 Tel de uitkomsten uit de somtabel bij elkaar op.
3 Teken de bijbehorende somgrafiek in hetzelfde assenstelsel.
Gebruik een andere kleur.

Voorbeeld

In de grafiek is de winst van René en Ger per maand weergegeven.
Teken de somgrafiek.

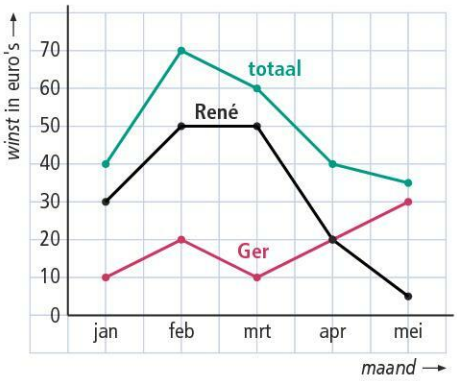
1

maand	*jan*	*feb*	*mrt*	*apr*	*mei*
winst René in euro's	30	50	50	20	5
winst Ger in euro's	10	20	10	20	30

2

maand	*jan*	*feb*	*mrt*	*apr*	*mei*
winst René in euro's	30	50	50	20	5
winst Ger in euro's	10	20	10	20	30
winst totaal in euro's	40	70	60	40	35

3



Ondersteunende route → maak opdracht 011

11 Samir en Jeroen doen samen mee aan een sponsorloop.
Samir verdient € 10,- en € 0,50 per rondje.
Jeroen rekent met de formule $b = 0{,}70a + 10$ het bedrag dat hij verdient.
Hierbij is b het bedrag in euro's en a het aantal rondjes.

a Maak een formule bij het bedrag dat Samir verdient.
b Vul de somtabel in.

a	0	1	2	3	4	5	6
b *(Samir)* in euro's	…	…	…	…	…	…	…
b *(Jeroen)* in euro's	…	…	…	…	…	…	…
b *(totaal)* in euro's	…	…	…	…	…	…	…

c Teken in één assenstelsel de bijbehorende grafieken.
d Schrijf de somformule op.

© Noordhoff Uitgevers bv

12 Op een plaats waar campers mogen staan, worden de kosten berekend met de formule $k = 30d + 10$. Hierbij is k de kosten in euro's en d het aantal dagen.

a Hoeveel kost het als een camper vier dagen op een camperplaats staat?

b De camper kan ook worden aangesloten op elektriciteit. Je betaalt hiervoor € 5,- aansluitkosten en € 4,- per dag. Welke formule past bij het gebruik van elektriciteit?

c Vul de somtabel verder in.

d	0	1	2	3	4
k *(camperplaats)* in euro's	…	…	…	…	…
k *(elektriciteit)* in euro's	…	…	…	…	…
k *(totaal)* in euro's	…	…	…	…	…

d Teken in een assenstelsel de grafieken voor de kosten van een camperplaats, het gebruik van elektriciteit en de totale kosten.

e Schrijf de somformule op waarmee je de totale kosten kunt berekenen.

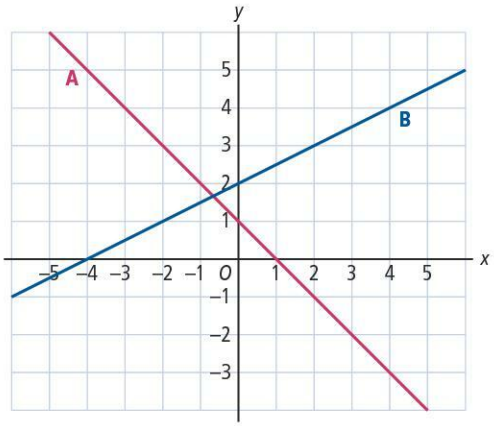
W 13 235 In het assenstelsel zijn de grafieken A en B getekend.

a Schrijf de **formules bij de grafieken** A en B op.

b Maak een somtabel voor A, B en het totaal.

c Teken de somgrafiek met een andere kleur in het assenstelsel.

d Schrijf de bijbehorende somformule op.



Uitdagende route → maak opdracht U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O11 Eva en Marjan doen mee aan een sponsorsteptocht.
Eva verdient een vast bedrag van € 7,- en € 1,- per rondje.
Marjan kan haar verdiensten berekenen met de formule $b = 2a + 10$. Hierbij is b het bedrag in euro's en a het aantal rondjes.

a Hoeveel verdient Eva als ze twee rondjes stept?
b Hoeveel verdient Marjan als ze vier rondjes stept?
c Eva en Marjan willen weten hoeveel ze samen verdienen.
Vul de somtabel verder in.

aantal rondjes	0	1	2	3	4	5
bedrag (Eva) in euro's	7	…	…	…	…	…
bedrag (Marjan) in euro's	10	…	…	…	…	…
totaal (Eva + Marjan) in euro's	17	…	…	…	…	…

d Teken een assenstelstel. Gebruik op de verticale as een zaagtand en een stapgrootte van twee euro.
e Teken de grafieken voor de bedragen van Eva en Marjan en het totaalbedrag in het assenstelsel.
f Met welke formule kan Eva haar verdiensten berekenen?
g Schrijf de somformule van *Eva* + *Marjan* op.

Uitdagende opdrachten

U3 Na een brandoefening worden de watertanks in de brandweerwagens weer gevuld.
De volgende formules passen hierbij.
Wagen A: $I = 350t + 100$
Wagen B: $I = 400t + 700$
Wagen C: $I = 500t + 250$
Hierbij is I de inhoud in liters en t de tijd in uren.

a Bepaal de somformule waarmee je de totale inhoud van die wagens kunt berekenen.
b Een brandweerwagen kan maximaal 1500 liter water meenemen.
Zijn alle wagens even snel vol?
c Teken de grafieken van de wagens en de somgrafiek in één assenstelsel.

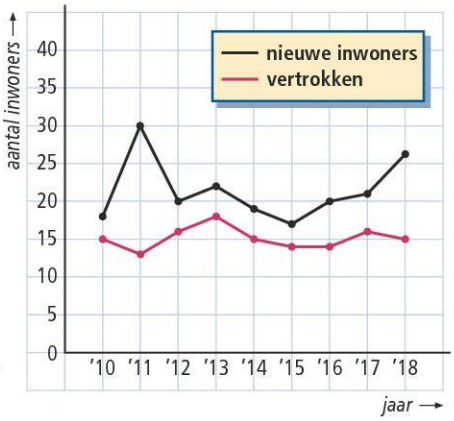
© Noordhoff Uitgevers bv

10.3 Verschilgrafieken

Je leert · verschilgrafieken tekenen

Leerroutes · ondersteunend: 14—15—16—017—18
· doorlopend: 14—15—16—17—18
· uitdagend: 14—16—17—18—U4

14 W In de gemeente Driesloten wordt elk jaar bijgehouden hoeveel nieuwe inwoners er binnen de gemeente komen wonen en hoeveel er vertrekken.



a In de grafiek zie je dat er 18 nieuwe inwoners bij kwamen in 2010.
Hoeveel inwoners vertrokken er in dat jaar?

b Met hoeveel is het totaal aantal inwoners in de gemeente Driesloten in 2010 toegenomen?

239 **c** Vul de **verschiltabel** verder in.

jaar	'10	'11	'12	'13	'14	'15	'16	'17	'18
nieuw	18	30	…	…	…	…	…	…	…
vertrokken	15	…	…	…	…	…	…	…	…
verschil	3	…	…	…	…	…	…	…	…

d Teken de grafiek bij de rij *verschil*.

Aanpak

Hoe teken je een verschilgrafiek?

1 Zet de gegevens uit de grafiek in een tabel.
2 Trek de uitkomsten uit de verschiltabel van elkaar af.
3 Teken de bijbehorende verschilgrafiek in hetzelfde assenstelsel. Gebruik een andere kleur.

Voorbeeld

In het assenstelsel staan de grafieken A en B getekend.
Teken de verschilgrafiek voor A − B.

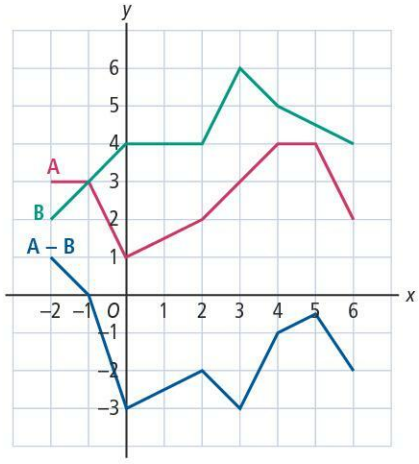
1

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y (A)	3	3	1	1,5	2	3	4	4	2
y (B)	2	3	4	4	4	6	5	4,5	4

2

x	−2	−1	0	1	2	3	4	5	6
y (A)	3	3	1	1,5	2	3	4	4	2
y (B)	2	3	4	4	4	6	5	4,5	4
A − B	1	0	−3	−2,5	−2	−3	−1	−0,5	−2

3



© Noordhoff Uitgevers bv

15 **a** Joey en Jim hebben in een tabel bijgehouden hoeveel ze per maand verdiend hebben.
Vul de verschiltabel verder in.

maand	*mei*	*jun*	*jul*	*aug*	*sep*
verdiensten Joey in euro's	100	80	90	80	60
verdiensten Jim in euro's	50	70	60	60	70
verschil Joey – Jim in euro's	…	…	…	…	…

b Teken een assenstelsel en teken daarin de drie grafieken die bij de tabel horen.

c Krijg je dezelfde verschilgrafiek wanneer je in de tabel Jim boven Joey zet en onderin *Jim – Joey*? Leg je antwoord uit.

16 W De grafieken laten zien hoeveel fietsen er bij een station worden gestolen en hoeveel er worden teruggevonden.

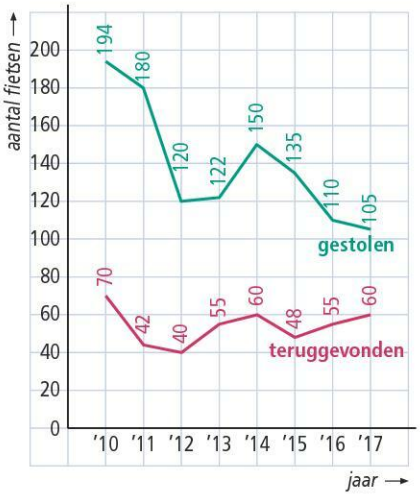
a Vul de verschiltabel in tot en met 2017.

jaar	'10	'11	'12	…	…
gestolen	194	…	…	…	…
teruggevonden	70	…	…	…	…
verschil	124	…	…	…	…

b Teken de verschilgrafiek.

c Welke informatie kun je uit de verschilgrafiek aflezen?

d Als je de somgrafiek tekent tel je sommige fietsen dubbel. Leg uit hoe dit komt.



Ondersteunende route → maak opdracht O17

17 Daan verdient € 5,- per uur. Hij krijgt een reisvergoeding van € 8,- per dag. Hij berekent zijn verdiensten met de formule *verdiensten* = 8 + 5 × *tijd*.
Joy verdient € 6,60 per uur. Zij krijgt geen reisvergoeding. Zij berekent haar verdiensten met de formule *verdiensten* = 6,60 × *tijd*. Hierbij is *verdiensten* in euro's en *tijd* in uren.

a Daan en Joy werken beiden zes uren per dag. Bereken hoeveel euro Joy meer verdient dan Daan.

b Vul de verschiltabel in.

tijd in uren	0	1	2	3	4	5	6
verdiensten (Daan) in euro's	…	…	…	…	…	…	…
verdiensten (Joy) in euro's	…	…	…	…	…	…	…
verschil (Daan – Joy) in euro's	…	…	…	…	…	…	…

c Schrijf de verschilformule op.

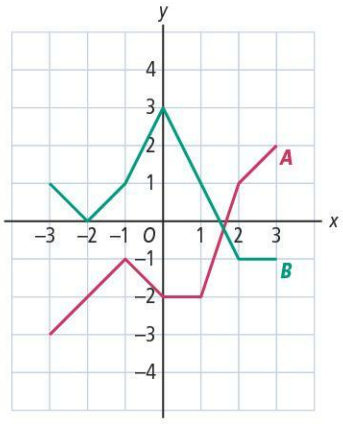
d Teken een assenstelsel en teken daarin de drie grafieken bij de tabel.

e Bij hoeveel uren werken zijn de verdiensten van Daan en Joy gelijk.

f Hoe zie je dat aan de verschilgrafiek?

18 In het assenstelsel staan de grafieken A en B getekend.

W



a Maak een verschiltabel voor A – B. Zet A dus boven B.

b Teken de verschilgrafiek voor A – B en zet er A – B bij.

c Maak nog een verschiltabel voor B – A.

d Teken ook deze verschilgrafiek in hetzelfde assenstelsel en zet er B – A bij.

e Zijn de grafieken van A – B en B – A hetzelfde?

Uitdagende route → maak opdracht U4

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O17 Klusbedrijf Dijkstra berekent geen voorrijkosten en berekent de kosten met de formule $k = 400d$.
Klusbedrijf Hoeksma berekent wel voorrijkosten. De kosten worden berekend met de formule $k = 350d + 150$. Hierbij is k de kosten in euro's en d de tijd in dagen.

a Bereken voor ieder bedrijf de kosten bij een klus van twee dagen.

b Vul de verschiltabel verder in.

d in dagen	0	1	2	3	4	5
k (Dijkstra) in euro's	…	…	…	…	…	…
k (Hoeksma) in euro's	…	…	…	…	…	…
verschil (Dijkstra – Hoeksma) in euro's	…	…	…	…	…	…

c Teken een assenstelsel. Teken de verticale as van −200 tot en met 2000. Gebruik stapgrootte 200.

d Teken van beide bedrijven de grafiek.

e Teken de verschilgrafiek in hetzelfde assenstelsel.

f Maak de verschilformule $k = \ldots d - \ldots$ verder af.

Uitdagende opdrachten

x	0	1	2	3	4	5	6
y (A)	7	1	3	−8	2	−4	0
y (B)	…	…	…	…	…	…	…
verschil (A – B)	3	−9	−2	1	6	−1	5

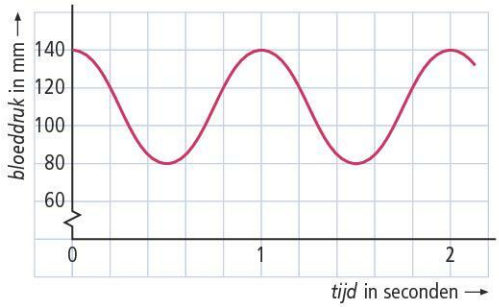
U4 Je ziet hier de verschiltabel van A en B.
Teken de verschilgrafiek B – A.

© Noordhoff Uitgevers bv

10.4 Frequentie van periodieke grafieken

Je leert
- de frequentie van een periodieke grafiek berekenen
- periodieke grafieken tekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 19—20—21—022—23—24—25
- doorlopend: 19—20—21—22—23—24—25
- uitdagend: 19—20—22—23—24—25—U5



W 19 Deze **periodieke grafiek** laat zien hoe de bloeddruk van Kardo verandert onder invloed van zijn hartslag.
- **a** Schrijf de maximale en minimale gemeten bloeddruk op.
- **b** Kleur één **periode**.
- **c** Hoeveel seconden duurt een periode?
- **d** Hoeveel perioden komen in een minuut voor?

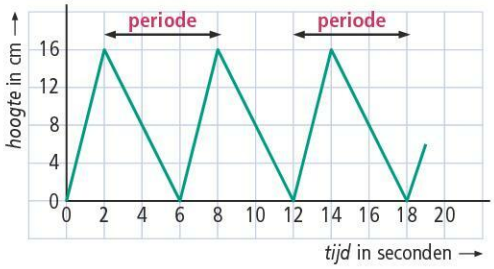
Theorie

Het aantal keren dat een periode in een bepaalde tijd herhaald wordt, heet de **frequentie** van de grafiek.

Voorbeeld

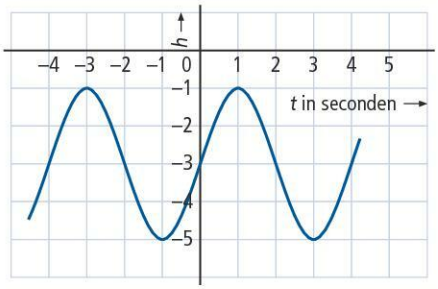
Bereken de frequentie per minuut en per uur.

De periode van de grafiek is zes seconden.
De periode komt in één minuut
60 : 6 = 10 keer voor.
De frequentie per minuut is dus 10.
De frequentie per uur is 3600 : 6 = 600.



20 Gebruik de grafiek in opdracht 19.
- **a** Bereken de frequentie per kwartier.
- **b** Bereken de frequentie per uur.

© Noordhoff Uitgevers bv



21 Dit is een periodieke grafiek.

a Hoelang duurt een periode?

b Bereken de frequentie per minuut.

Ondersteunende route → maak opdracht 022

22 In de tabel zie je hoeveel liter lucht er tijdens één inademing en één uitademing in de longen van Jack zit.
Op *tijd* = 0 begint Jack met inademen.

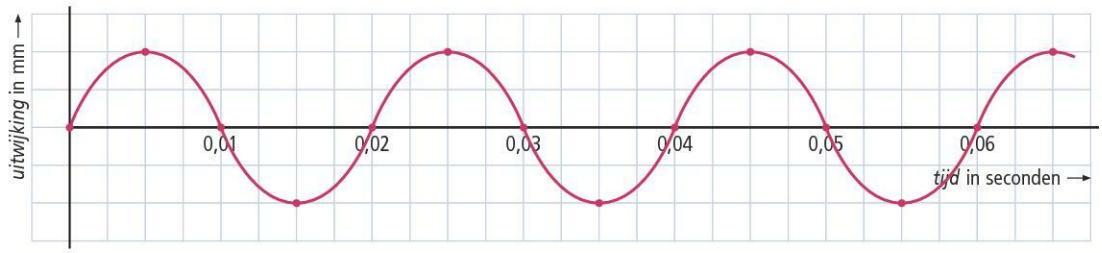
tijd in seconden	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5
hoeveelheid lucht in liters	2,5	2,7	3,2	3,5	3,2	2,7	2,5	2,7

a Hoeveel liter lucht zit er in de longen van Jack als hij begint met uitademen?

b Bij het in- en uitademen hoort een periodieke grafiek. Hoeveel seconden is de periode van de grafiek?

c Bereken de frequentie van in- en uitademen per minuut.

d Teken een grafiek van drie keer in en uitademen.



23 In de grafiek is het trillen van een snaar getekend.

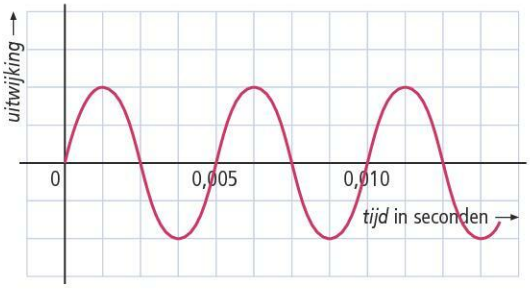
a Hoelang duurt de periode van één trilling?

b Bereken de frequentie per seconde.

c Hoeveel keer trilt de snaar per minuut?

© Noordhoff Uitgevers bv

24 Geluid hoor je omdat er lucht in trilling wordt gebracht.
De in trilling gebrachte lucht komt tegen je trommelvlies en zo hoor je geluid.
In de grafiek staat de trilling van een stemvork.



a Hoelang duurt één periode van deze trilling?
b Bereken hoeveel keer de stemvork in één seconde trilt.

25 In de tabel zie je op welke hoogtes een bakje van een reuzenrad zich tijdens de eerste ronde bevindt.

tijd in seconden	0	30	60	90	120	150	180	210	240	270	300	330	360
hoogte in meters	2	3,5	7	12	17	20,5	22	20,5	17	12	7	3,5	2

a Elk tweede rondje draait het reuzenrad met een snelheid die drie keer de snelheid van de eerste ronde is.
Vul de tabel verder in.

tijd in seconden	360	370	380	390	400	…	…	…	…	…	…	…	…
hoogte in meters	2	3,5	7	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…

b Hoelang duurt één periode?
c Hoe groot is de frequentie per uur?
d Het reuzenrad draait van 10:00 uur tot 16:40 uur.
Hoeveel rondjes draait het reuzenrad in deze periode?

Uitdagende route → maak opdracht U5

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

tijd in seconden	0	1	2	3	4	5	6	7	8
hoogte in centimeters	105	60	15	60	105	60	15	60	105

O22 In de tabel zie je de hoogte van Brians voeten tijdens het trampoline springen. Het hoogste punt is 105 centimeter boven de grond en het laagste punt bevindt zich op 15 centimeter hoogte.

a Na hoeveel seconden zijn Brians voeten op het laagste punt?

b Teken een assenstelsel. Neem voor *tijd* 0 tot en met 12 seconden en voor *hoogte* 0 tot en met 110 centimeter.

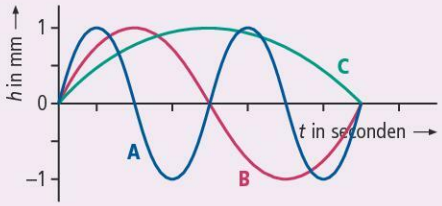
c Hoelang duurt één periode?

d Hoe vaak springt Brian per minuut?

e Teken de periodieke grafiek bij de tabel.

f Teken een extra periode.

Uitdagende opdrachten



U5 W Getekend zijn de drie periodieke grafieken A, B en C.

a Welke van de grafieken A, B en C heeft de hoogste frequentie? Leg je antwoord uit.

b Als de frequentie van grafiek A 15 per minuut zou zijn, welke getallen moeten dan op de horizontale as bij de streepjes staan?

c Als de frequentie van grafiek B 225 per uur zou zijn, welke getallen moeten dan op de horizontale as bij de streepjes staan?

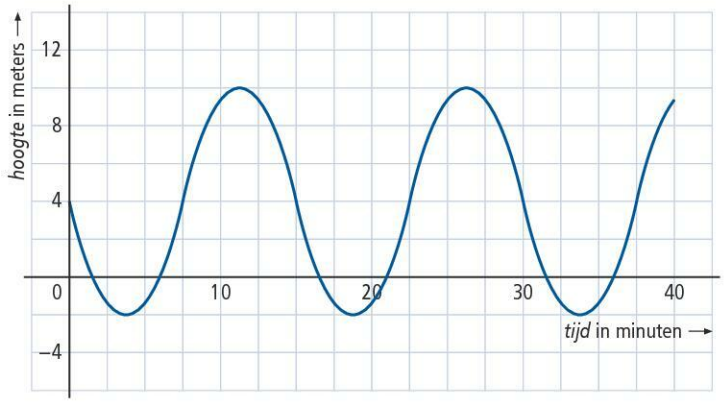
d Bepaal van grafiek C de frequentie per uur als van grafiek B de frequentie 225 per uur is.

© Noordhoff Uitgevers bv

10.5 Amplitude en evenwichtsstand

Je leert
- de evenwichtsstand berekenen
- de amplitude berekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 26—27—028—29—30—31
- doorlopend: 26—27—28—29—30—31
- uitdagend: 26—27—29—30—31—U6



26 De grafiek is periodiek.
- **a** Hoelang duurt één periode?
- **b** Bereken de frequentie per uur.
- **c** Schrijf de maximale en de minimale hoogte op.
- **d** Bereken de gemiddelde hoogte.

Theorie

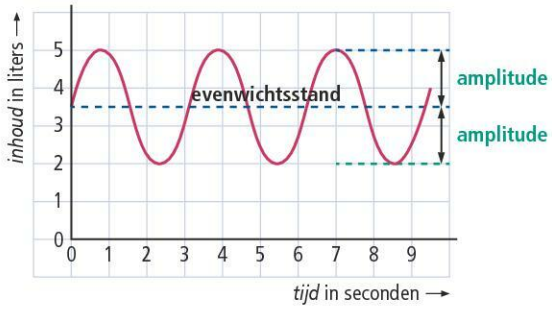
Het gemiddelde van de hoogste waarde, het maximum, en de laagste waarde, het minimum, bij een periodieke grafiek heet de evenwichtsstand.
De grootste uitwijking van de grafiek ten opzichte van deze evenwichtsstand heet de amplitude.

Voorbeeld

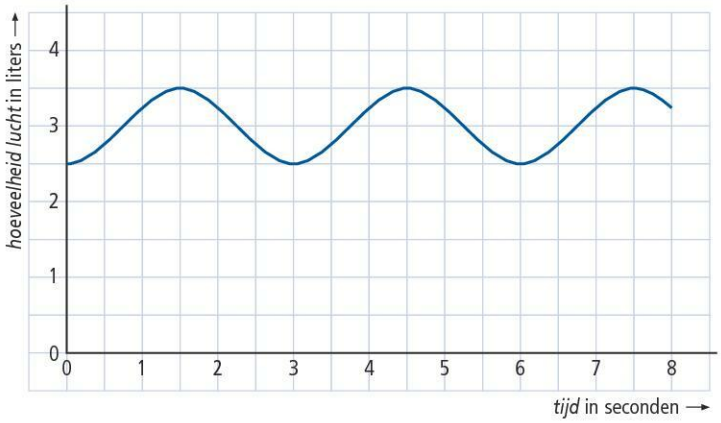
Bereken de evenwichtsstand en de amplitude.

In de periodieke grafiek is de grootste inhoud 5 liter. De kleinste inhoud is 2 liter. De gemiddelde inhoud is $(5 + 2) : 2 = 3{,}5$ liter.
Dus de evenwichtsstand is 3,5 liter.

$5 - 3{,}5 = 1{,}5$ en $3{,}5 - 2 = 1{,}5$, dus de amplitude is 1,5 liter.



© Noordhoff Uitgevers bv



27 W

De grafiek laat zien hoe de hoeveelheid lucht in de longen van een persoon verandert tijdens het in- en uitademen.

a Hoeveel seconden is de periode van de ademhaling?

b Bereken de frequentie per minuut.

c Teken de evenwichtsstand in de grafiek.

d Bereken de amplitude van de grafiek.

Ondersteunende route → maak opdracht 028

28 W

Janine gaat met haar ouders skiën in Duitsland. Met een skilift gaat zij naar de top van een berg op ongeveer 1350 meter hoogte. De grafiek hoort bij deze skilift.

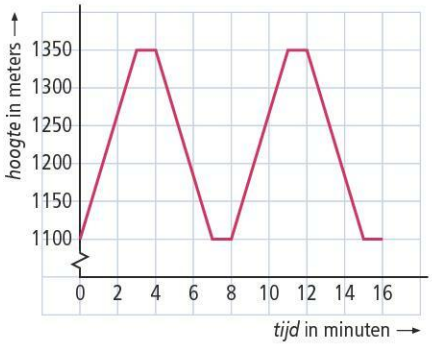
a Hoelang duurt één periode?

b Hoeveel tijd is er beschikbaar voor in- en uitstappen?

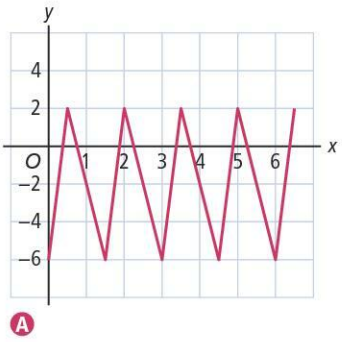
c Maak de grafiek één periode langer.

d Teken de evenwichtsstand.

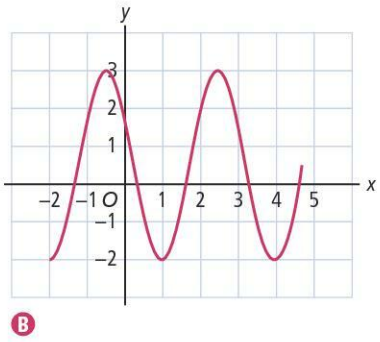
e Bereken de amplitude van de grafiek.



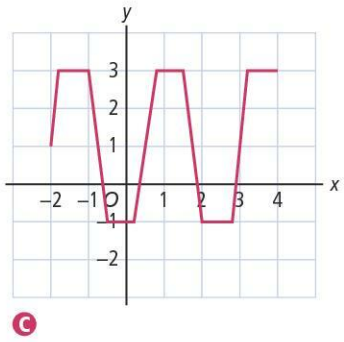
© Noordhoff Uitgevers bv



A



B



C

29 W De grafieken A, B en C zijn periodieke grafieken.

a Bepaal van elke grafiek de periode.

b Bereken en teken van elke grafiek de evenwichtsstand.

c Bereken van elke grafiek de amplitude.

30 In de tabel zie je op welke hoogtes een bakje van een reuzenrad zich tijdens een ronde bevindt.

tijd in seconden	0	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120
hoogte in meters	2	3,5	7	12	17	20,5	22	20,5	17	12	7	3,5	2

a Op welke hoogte begint het bakje boven de grond?

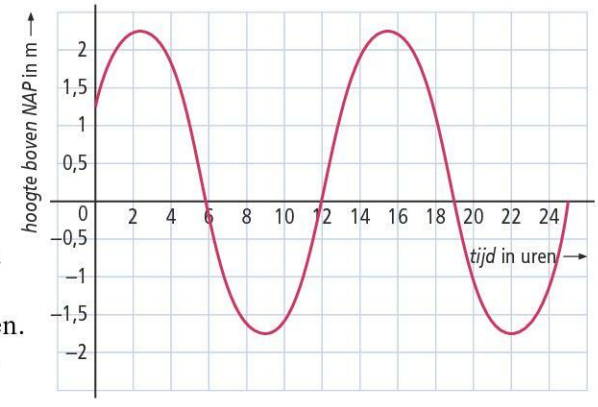
b Teken de periodieke grafiek bij deze tabel.

c Hoe groot is de frequentie per 10 minuten?

d Teken de evenwichtsstand.

e Bereken de amplitude.

31 W In de grafiek kun je de waterhoogte aflezen die op een dag in mei op het wad wordt verwacht. Je kunt over het wad lopen als de waterhoogte lager is dan −0,5 meter NAP.



a Hoe laat kun je op die dag 's morgens het vroegst het wad op?

b Teken de evenwichtsstand.

c Die dag wordt er sterke oostenwind verwacht. Hierdoor zal de waterstand die dag een halve meter lager zijn dan in de grafiek is aangegeven. Teken de grafiek die de verwachte waterstand weergeeft.

d Bereken het verschil tussen de amplitudes van beide grafieken.

Uitdagende route → maak opdracht U6

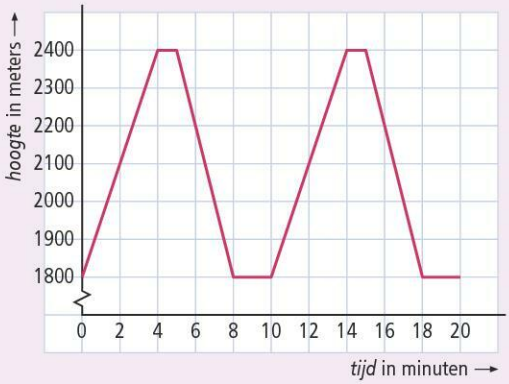
© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O28 W

Harm gaat skiën in Frankrijk. Met een skilift gaat hij naar de top van een berg op ongeveer 2400 meter hoogte.
De grafiek hoort bij deze skilift.

a Leg uit dat één periode tien minuten duurt.
b Hoeveel tijd is er beneden beschikbaar om in en uit te stappen?
c Verleng de horizontale as tot 40 minuten en maak de grafiek twee perioden langer.
d Hoe groot is het hoogteverschil tussen de ingang van de lift en de top van de berg?
e Teken de evenwichtsstand.
f Bereken de amplitude van de grafiek.



Uitdagende opdrachten

U6

Op volle snelheid draait dit reuzenrad in één minuut één keer rond. De diameter van het reuzenrad is 40 meter.
De laagste stand van de cabine is 2,5 meter boven de grond.

a Na hoeveel seconden heeft cabine A een kwart rondje afgelegd?
b Hoe hoog is cabine A na een kwart rondje?
c Hoe hoog is de cabine na 150 seconden en na 225 seconden?

© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt puntgrafieken aflezen en tekenen en je kunt grafieken met horizontale lijnstukken aflezen en tekenen.

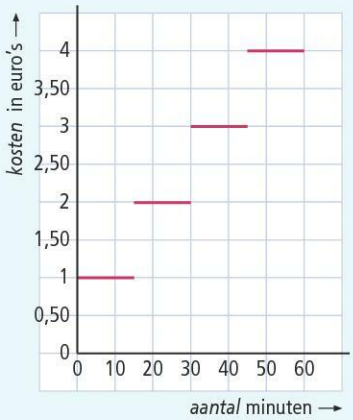
T1 **W**

In een parkeergarage kost elke 15 minuten of een deel daarvan € 1,-. In de grafiek kun je de kosten aflezen.

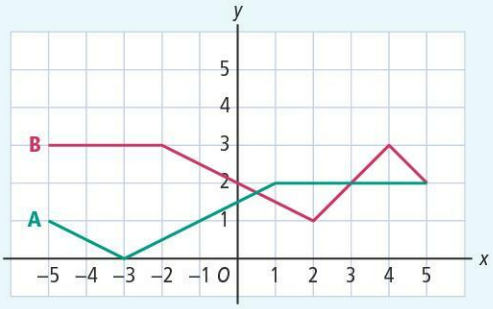
a Hoeveel betaal je voor 25 minuten parkeren?

b Waarom bestaat de grafiek uit horizontale lijnstukken?

c Het tarief van € 1,- wordt verhoogd naar € 1,50 voor elke 30 minuten of een deel daarvan.
Teken de grafiek voor het nieuwe tarief in het assenstelsel.



Je kunt somgrafieken tekenen.



T2 **W**

a Maak een somtabel bij de grafieken A en B.

b Teken de somgrafiek in het assenstelsel.

Je kunt verschilgrafieken tekenen.

T3 **W**

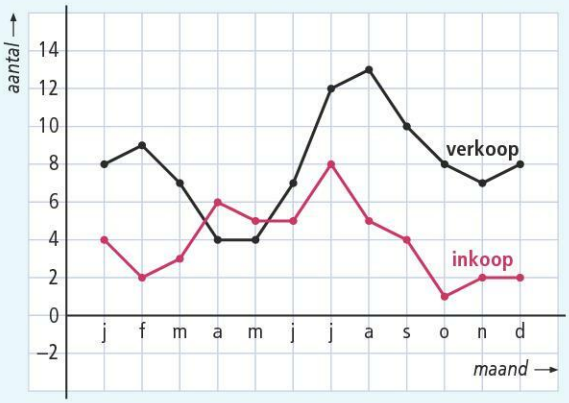
Een handelaar in scooters houdt per maand bij hoeveel scooters er ingekocht en verkocht worden. De resultaten over 2017 staan in het assenstelsel weergegeven.

a In welke maand was het verschil tussen de inkoop en de verkoop het grootst?

b Maak een verschiltabel bij de grafieken.
Zet de verkoop boven de inkoop.

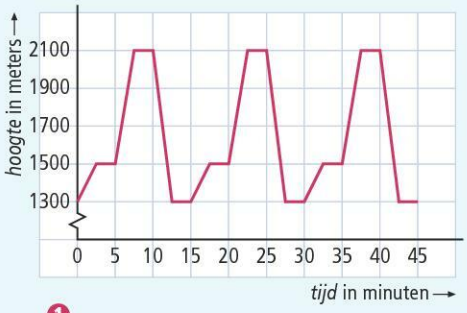
c Teken de verschilgrafiek in het assenstelsel.

d Welke gegevens kun je aflezen uit de verschilgrafiek?

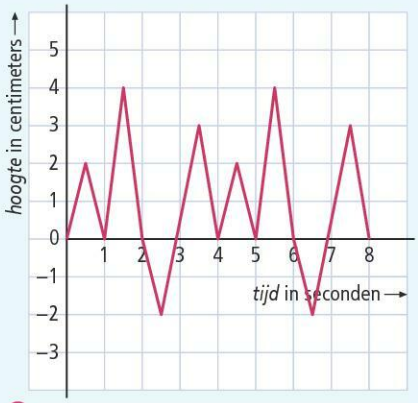


© Noordhoff Uitgevers bv

Je kunt de frequentie van een periodieke grafiek berekenen.



❶



❷

T4 Je ziet twee periodieke grafieken.

- **a** Schrijf de periode van grafiek ❶ op.
- **b** Bereken van grafiek ❶ de frequentie per uur.
- **c** Bereken ook van grafiek ❶ de frequentie per dag.
- **d** Bereken van grafiek ❷ de frequentie per minuut.

Je kunt periodieke grafieken tekenen.

T5 In een aquarium moet de watertemperatuur altijd goed zijn afgesteld. In de tabel staat de temperatuur op een tijdstip weergegeven.

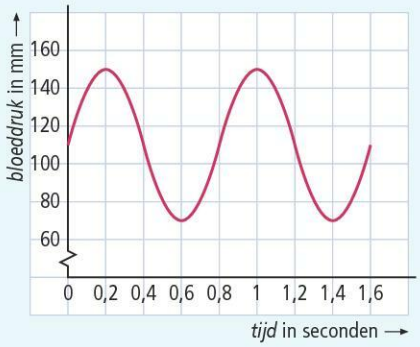
tijd in uren	7:00	7:30	8:00	8:30	9:00	9:30	10:00
temperatuur in °C	21	21,5	22	21,5	21	21,5	22

- **a** Teken een assenstelsel. Neem voor *tijd* 7:00 uur tot en met 13:00 uur.
- **b** De grafiek bij de tabel is periodiek. Teken de grafiek in het assenstelsel.

Je kunt de evenwichtsstand berekenen en je kunt de amplitude berekenen.

T6 In de grafiek zie je hoe de bloeddruk van iemand verandert onder invloed van de hartslag.

- **a** Bepaal de periode van deze grafiek.
- **b** Bereken de evenwichtsstand.
- **c** Bereken de amplitude.



© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

Je kunt puntengrafieken aflezen en tekenen en je kunt grafieken met horizontale lijnstukken aflezen en tekenen.

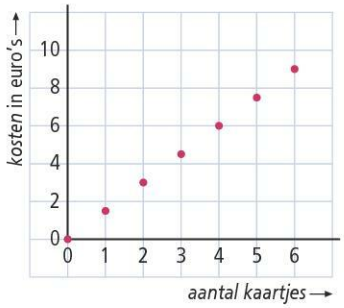
Grafieken zijn niet altijd rechte of gebogen lijnen.
Voorbeelden van andere soorten grafieken zijn een puntengrafiek en een grafiek met horizontale lijnstukken.
Als de waarden tussen de punten in een grafiek geen betekenis hebben, wordt vaak een puntengrafiek getekend.
Als de waarde tussen de punten in een grafiek hetzelfde blijft, wordt een grafiek met horizontale lijnstukken getekend.

Voorbeeld 1

De prijs van entreekaartjes is te berekenen met de formule *kosten* = *aantal kaartjes* × 1,50.
Teken een grafiek bij de formule.

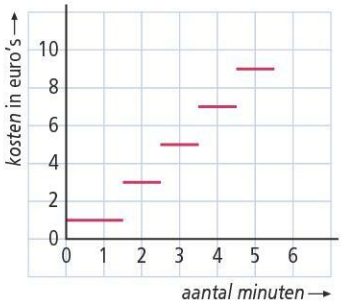
aantal kaartjes	0	1	2	3	4
kosten in euro's	0	1,50	3	4,50	6

Omdat de waarden tussen de punten uit de tabel geen betekenis hebben, wordt een puntengrafiek getekend.



Voorbeeld 2

In de grafiek gaat het over de kosten bij het aantal belminuten.
De eerste 1,5 minuten kost één euro. Daarna betaal je voor elke minuut twee euro.
Teken de grafiek.



E1 Willemien verkoopt op een fancy fair zelfgemaakte kaarten voor € 2,- per stuk. Aan materiaal is zij € 14,- kwijt.
Met de formule $w = 2k - 14$ kan zij haar winst berekenen.
Hierbij is w de winst in euro's en k het aantal verkochte kaarten.

a Vul de tabel verder in.

k	0	1	2	3	4	5
w in euro's	−14	…	…	…	…	…

b Waarom kun je voor k geen 1,5 nemen?

c Bij de tabel hoort een puntengrafiek.
Waarom is het tekenen van een rechte lijn door deze punten eigenlijk niet goed?

© Noordhoff Uitgevers bv

E2 W Vlijtige liesjes zijn bloeiende planten. Ze worden in de supermarkt per tray van zes stuks verkocht. Een tray kost € 3,50.

a Germa heeft vijftien plantjes nodig.
Hoeveel euro moet zij hiervoor betalen?

b Een tuincentrum verkoopt vlijtige liesjes in trays van tien stuks voor € 4,50 per tray.
Teken de grafiek voor het tuincentrum in het assenstelsel.

Vaardigheid

Je kunt somgrafieken tekenen.

Hoe teken je een somgrafiek?

1 Zet de gegevens uit de grafiek in een tabel.
2 Tel de uitkomsten uit de somtabel bij elkaar op.
3 Teken de bijbehorende somgrafiek in hetzelfde assenstelsel. Gebruik een andere kleur.

Voorbeeld

In het assenstelsel zijn de verdiensten van Maria en Cees weergegeven.
Teken de somgrafiek (*Maria* + *Cees*).

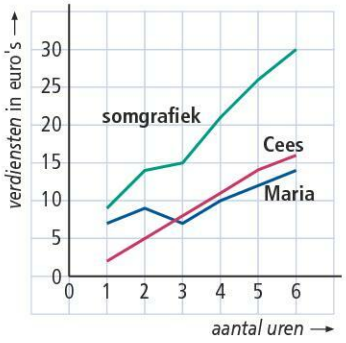
1

aantal uren	1	2	3	4	5	6
verdiensten (*Maria*) in euro's	7	9	7	10	12	14
verdiensten (*Cees*) in euro's	2	5	8	11	14	16

2

aantal uren	1	2	3	4	5	6
verdiensten (*Maria*) in euro's	7	9	7	10	12	14
verdiensten (*Cees*) in euro's	2	5	8	11	14	16
verdiensten (*totaal*) in euro's	9	14	15	21	26	30

3

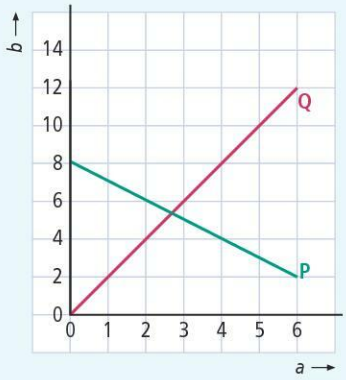


E3 **W**

In het assenstelsel zie je de grafieken P en Q.

a Vul de somtabel voor P + Q verder in.

a	0	1	2	3	4	5	6
b (*grafiek* P)	8	…	…	…	…	…	…
b (*grafiek* Q)	0	…	…	…	…	…	…
b (P + Q)	8	…	…	…	…	…	…



b Teken de somgrafiek met een andere kleur in het assenstelsel.

c Schrijf de bijbehorende somformule op.

Vaardigheid

Je kunt verschilgrafieken tekenen.

Hoe teken je een verschilgrafiek?

1 Zet de gegevens uit de grafiek in een tabel.
2 Trek de uitkomsten uit de verschiltabel van elkaar af.
3 Teken de bijbehorende verschilgrafiek in hetzelfde assenstelsel. Gebruik een andere kleur.

Voorbeeld

In het assenstelsel zijn de verdiensten van Maria en Cees weergegeven.
Teken de verschilgrafiek voor *Cees* − *Maria*.

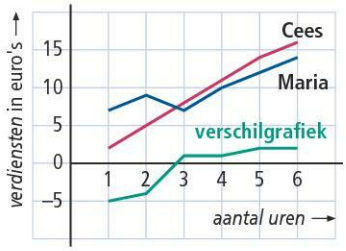
1

aantal uren	1	2	3	4	5	6
verdiensten (*Cees*) in euro's	2	5	8	11	14	16
verdiensten (*Maria*) in euro's	7	9	7	10	12	14

2

aantal uren	1	2	3	4	5	6
verdiensten (*Cees*) in euro's	2	5	8	11	14	16
verdiensten (*Maria*) in euro's	7	9	7	10	12	14
verschil (*Cees* - *Maria*) in euro's	−5	−4	1	1	2	2

3



E4 **W**

a Maak de verschiltabel van *Maria* – *Cees* uit het voorbeeld.

b Teken de verschilgrafiek van *Maria* – *Cees*.

© Noordhoff Uitgevers bv

E5 De fiets van Ewout is stuk. Voor de reparatie van zijn fiets kan hij terecht bij twee fietsenzaken.
Bij 'Make It' kost een reparatie € 10,- per kwartier.
'Fietsplezier' berekent de kosten met de formule $b = 15 + 7{,}5k$.
Hierbij is b het reparatiebedrag in euro's en k de tijd in kwartieren.

a Vul de verschiltabel voor '*Make It – Fietsplezier*' in.

k in kwartieren	0	1	2	3	4	5	6
b *(Make It)* in euro's	0	10	…	…	…	…	…
b *(Fietsplezier)* in euro's	15	…	…	…	…	…	…
verschil (M – F) in euro's	−15	…	…	…	…	…	…

b Teken de drie grafieken die bij de tabel horen met verschillende kleuren in één assenstelsel.

c Bij hoeveel kwartier zijn de kosten van beide zaken gelijk?

d Hoe zie je dit in de verschilgrafiek?

Vaardigheid

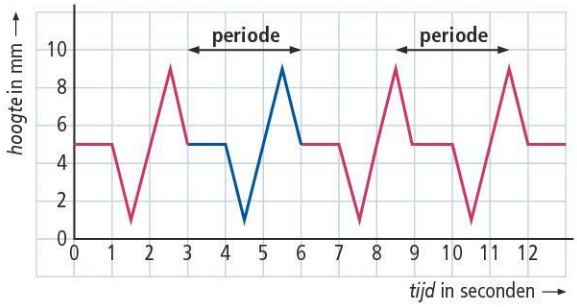
Je kunt de frequentie van een periodieke grafiek berekenen en je kunt periodieke grafieken tekenen.

Het aantal keren dat een periode in een bepaalde tijd herhaald wordt, heet de frequentie van de grafiek.

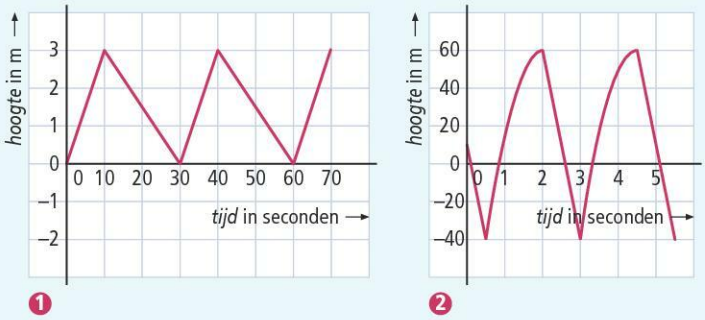
Voorbeeld

Schrijf op hoelang één periode duurt en bereken de frequentie per minuut en per uur.

De periode van de grafiek is drie seconden.
De periode komt in één minuut 60 : 3 = 20 keer voor, dus de frequentie per minuut is 20.
De frequentie per uur is 60 × 20 = 1200.



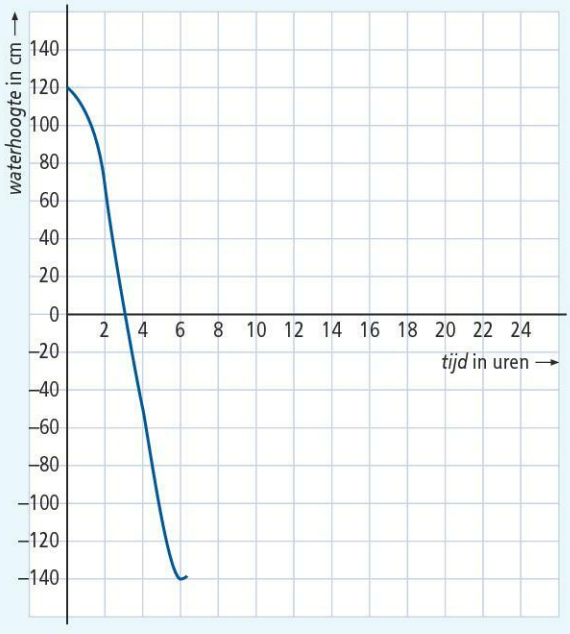
© Noordhoff Uitgevers bv



E6
a Bepaal van beide periodieke grafieken de periode.
b Bereken van periodieke grafiek 1 de frequentie per minuut en per uur.
c Bereken van periodieke grafiek 2 de frequentie per dag.

E7 **W**
a Maak grafiek 1 uit opdracht E6 twee perioden langer.
b Maak grafiek 2 één periode langer.

E8 **W**
In Delfzijl is op een dag de waterhoogte van het zeewater bijgehouden. Op tijdstip 0:00 uur werd de hoogste stand van 120 cm boven NAP bereikt. Om 6:00 uur werd de laagste stand van −140 cm bereikt.
Hiernaast zie je het begin van de periodieke grafiek bij deze situatie.
a Op welk tijdstip is de waterhoogte 80 cm?
b Zes uur na de laagste stand werd de hoogste stand weer bereikt.
Maak de grafiek af tot de hoogste stand.
c Hoeveel uren zit er tussen twee opeenvolgende tijdstippen van hoogwater?
d Teken de grafiek verder zodat de waterhoogte gedurende 24 uren zichtbaar is.



© Noordhoff Uitgevers bv

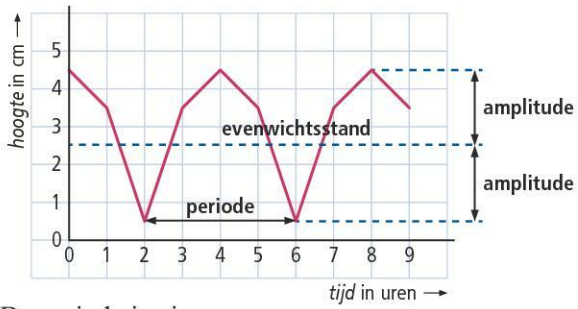
Vaardigheid

Je kunt de evenwichtsstand berekenen en je kunt de amplitude berekenen.

Het gemiddelde van de hoogste waarde, het maximum, en de laagste waarde, het minimum, bij een periodieke grafiek heet de evenwichtsstand.
De grootste uitwijking van de grafiek ten opzichte van deze evenwichtsstand heet de amplitude.

Voorbeeld

Bereken de evenwichtsstand en de amplitude.



De periode is vier uren.
Het maximum is 4,5 cm en het minimum is 0,5 cm, dus de eventwichtsstand is $(4{,}5 + 0{,}5) : 2 = 2{,}5$ cm.
De amplitude is $4{,}5 - 2{,}5 = 2$ cm.

E9 Lex gaat een grafiek tekenen die laat zien hoe zijn bloeddruk verandert onder invloed van zijn hartslag.
Hij heeft de volgende gegevens:

- De periode van de grafiek is 1,20 seconde
- De hoogste waarde van zijn bloeddruk is 170 mm.
- De laagste waarde van zijn bloeddruk is 90 mm.

a Teken een periodieke grafiek van de bloeddruk van Lex. Neem voor *tijd* de waarden 0 tot en met 6 seconden.
b Teken de evenwichtsstand.
c Bereken de amplitude van de grafiek.

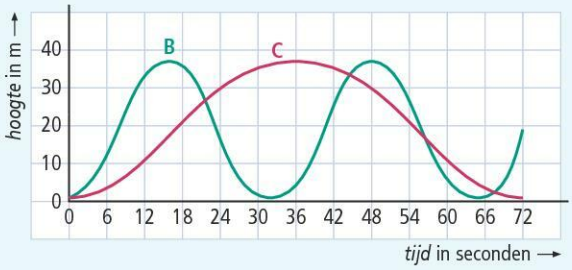
© Noordhoff Uitgevers bv

G1 Op een kermis staat een reuzenrad met een straal van 18 meter. De instaphoogte van een bakje is 1 meter boven de grond.

a Bereken hoe hoog bakje A boven de grond is als het rad 180° heeft gedraaid.

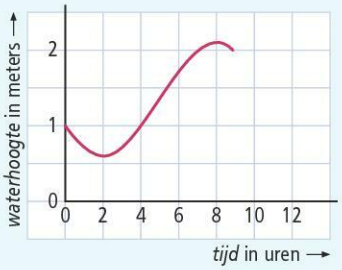
b De grafiek hoort bij de hoogte van bakje A. Hoeveel seconden duurt één rondje?

c De exploitant laat na 22:00 uur het rad sneller draaien. Welke grafiek hoort bij het sneller draaien van het rad, grafiek B of grafiek C? Leg je antwoord uit.



d Bereken hoeveel keer zo snel de exploitant het rad laat draaien.

G2 **W** De grafiek hoort bij de waterhoogte van de Waddenzee. gemeten bij West-Terschelling.



a Hoeveel tijd zit er tussen eb en vloed?

b Schrijf de periode van de grafiek op.

c Teken de grafiek verder zodat de waterhoogte gedurende 24 uur zichtbaar is.

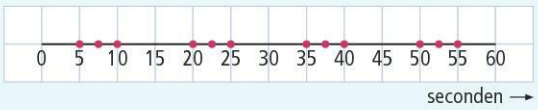
© Noordhoff Uitgevers bv

G3 Op een school wordt het aantal leerlingen dat wiskunde kiest en voor het eindexamen met wiskunde slaagt bijgehouden. In de tabel zie je de gegevens van de leerlingen van die school die de Theoretische Leerweg volgen.

	2013	2014	2015	2016	2017
meisjes met wiskunde	32	28	35	33	28
jongens met wiskunde	41	43	39	35	27
meisjes met wiskunde geslaagd	28	28	33	31	27
jongens met wiskunde geslaagd	40	37	38	33	26

a Teken de somgrafiek van de jongens en meisjes die wiskunde hebben gekozen.
b Teken in hetzelfde assenstelsel de somgrafiek van de jongens en meisjes die met wiskunde zijn geslaagd.
c Teken de verschilgrafiek *kiezen – slagen* voor zowel de jongens als de meisjes.
d Welke gegevens kun je uit deze verschilgrafieken aflezen?

G4 Een vuurtoren zendt 's nachts lichtsignalen uit. Iedere vuurtoren heeft een ander patroon van lichtsignalen. De vuurtoren op Ameland geeft in één periode drie lichtsignalen. Het patroon van de lichtsignalen van de vuurtoren van Ameland ziet er als volgt uit.

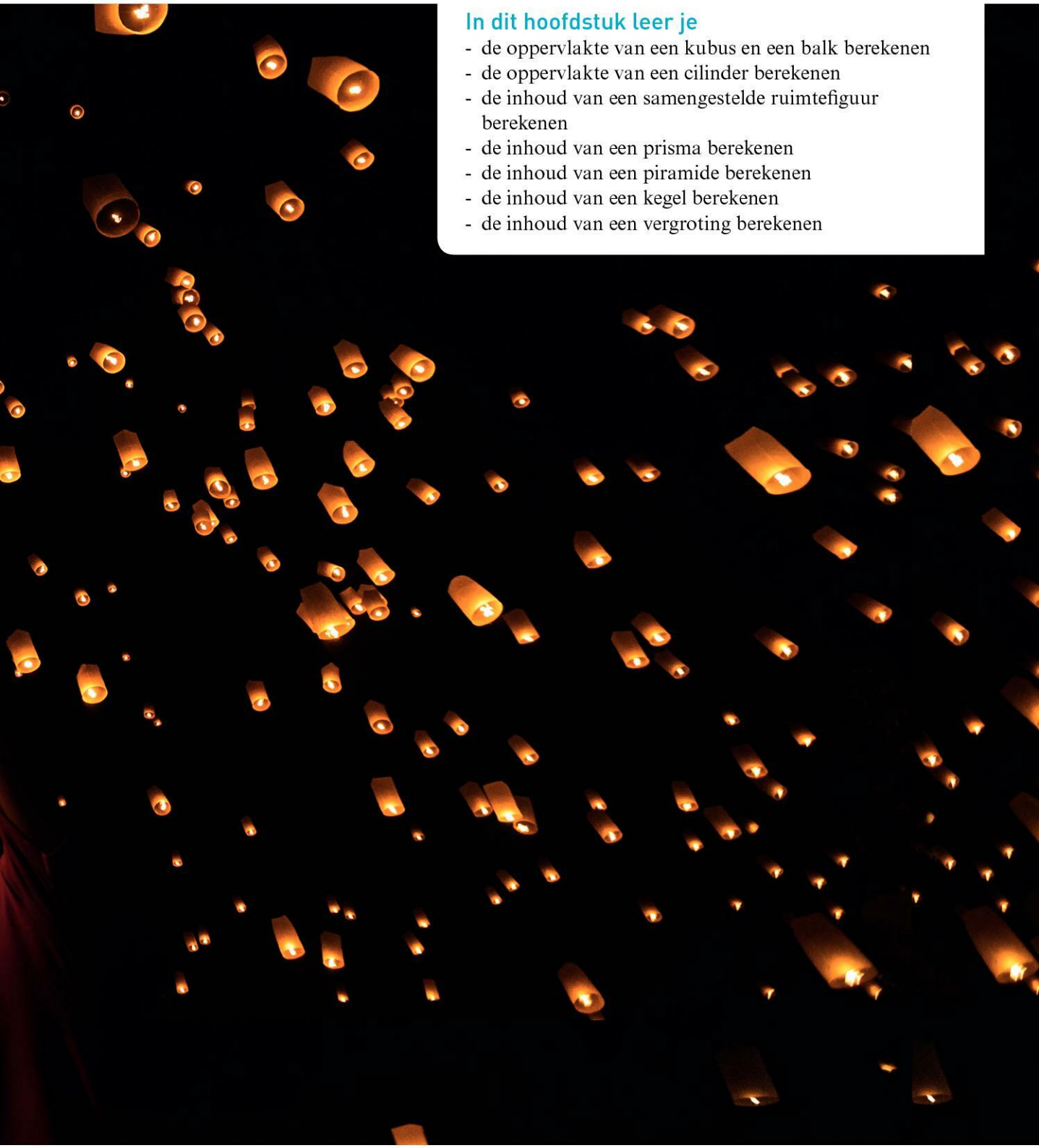


a Hoeveel perioden zijn er weergegeven?
b Hoelang duurt een periode?
c Vuurtoren De Lange Jaap in Huisduinen geeft vier lichtsignalen in 20 seconden.
Teken twee mogelijke perioden van de lichtsignalen van deze vuurtoren.

© Noordhoff Uitgevers bv

© Noordhoff Uitgevers bv

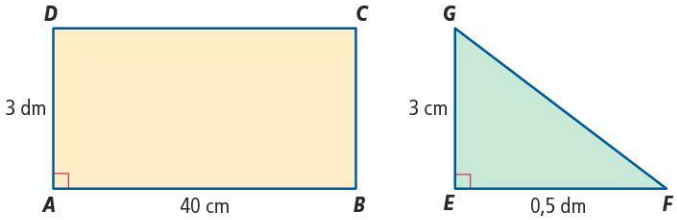
Oppervlakte en inhoud 11



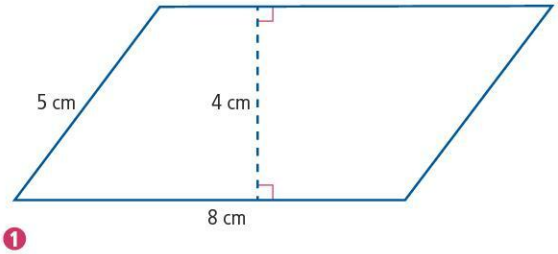
In dit hoofdstuk leer je

- de oppervlakte van een kubus en een balk berekenen
- de oppervlakte van een cilinder berekenen
- de inhoud van een samengestelde ruimtefiguur berekenen
- de inhoud van een prisma berekenen
- de inhoud van een piramide berekenen
- de inhoud van een kegel berekenen
- de inhoud van een vergroting berekenen

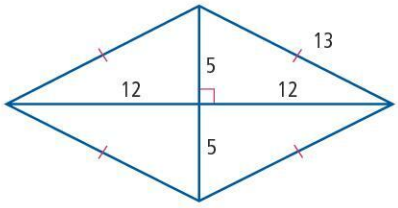
© Noordhoff Uitgevers bv



V1 250
a Bereken de oppervlakte van rechthoek $ABCD$ in dm^2.
b Met welke formule kun je de **oppervlakte van een driehoek** berekenen?
c Bereken de oppervlakte van $\triangle EFG$ in dm^2.



1



2

V2
a Schrijf de namen van de figuren 1 en 2 op.
b Bereken de oppervlakte van de figuren.

240 **V3**
De **diameter** van het middengedeelte van de rotonde is 12 meter.
240 **a** Hoeveel meter is de **straal** van het middengedeelte van de rotonde?
245 **b** Bereken de **oppervlakte** van het middengedeelte van de rotonde in m^2.

V4 **Reken om** en vul in.
242
a 3,8 cm = … mm
b 458 mm = … dm
c 34 m = … cm
d 0,28 km = … m
e 0,555 m = … mm

© Noordhoff Uitgevers bv

V5 Vul in.

a $5\ dm^2 = \ldots\ cm^2$
b $165\ cm^2 = \ldots\ dm^2$
c $0{,}06\ km^2 = \ldots\ m^2$
d $7000\ m^2 = \ldots\ km^2$
e $4500\ mm^2 = \ldots\ dm^2$
f $6{,}50\ hm^2 = \ldots\ m^2$

maat	*lengte* in m	*breedte* in m	*hoogte* in m
10ft container	2,991	2,438	2,591
20ft container	6,058	2,438	2,591
30ft container	9,120	2,440	2,350
40ft container	12,192	2,438	2,591

V6 Zeecontainers heb je in verschillende maten.
Veel voorkomende maten zijn 20 foot (20ft) en 40 foot (40ft).

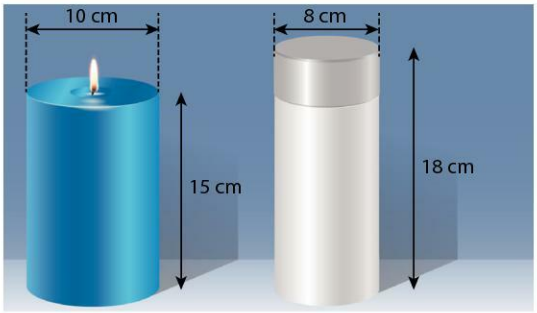
a Welke ruimtefiguur herken jij in een zeecontainer?
b Bereken de inhoud van een 40ft container in hele m^3.
243 **c** Hoeveel **kuub** is de inhoud van een 20ft container?

243 **V7** **Reken om** en vul in.

a $4\ cm^3 = \ldots\ mm^3$
b $0{,}3\ m^3 = \ldots\ dm^3$
c $500\ 000\ cm^3 = \ldots\ m^3$
d $1\ 000\ 000\ mm^3 = \ldots\ dm^3$
e $0{,}0007\ m^3 = \ldots\ cm^3$
f $450\ dm^3 = \ldots\ m^3$

246 **V8**

a Met welke formule kun je de **inhoud van een cilinder** uitrekenen?
b Bereken de inhoud van de kaars in hele cm^3.
c Bereken de inhoud van het blik. Rond je antwoord af op hele liters.



243 **V9** **Reken de inhoudsmaten om.**

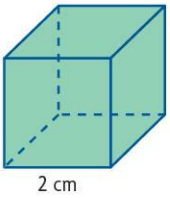
a $45\ dm^3 = \ldots$ liter
b $0{,}7\ m^3 = \ldots$ liter
c $2500\ cm^3 = \ldots$ liter
d $200\ cL = \ldots$ liter
e $200\ mL = \ldots$ liter
f $30{,}5\ dL = \ldots$ liter

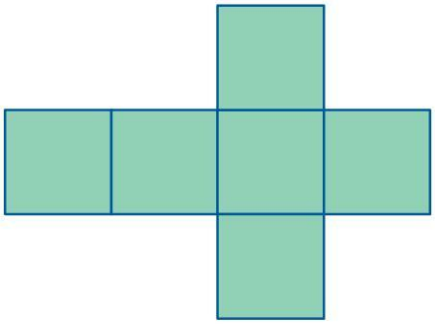
© Noordhoff Uitgevers bv

11.1 Oppervlakte kubus, balk en cilinder

Je leert
- de oppervlakte van een kubus en een balk berekenen
- de oppervlakte van een cilinder berekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 1—2—3—O4—5—O6—7
- doorlopend: 1—2—3—4—5—6—7
- uitdagend: 1—2—4—5—7—U1—U2





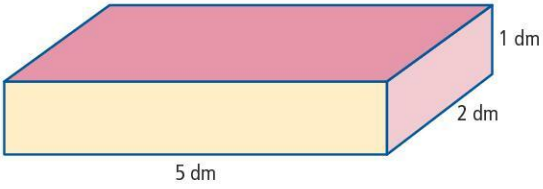
247 246 **1** Van de kubus is een **uitslag** getekend.

a Welke vorm hebben de **grensvlakken** van de kubus?

b Hoeveel grensvlakken heeft een kubus?

c Bereken de oppervlakte van één grensvlak.

d Hoeveel cm^2 is de oppervlakte van alle grensvlakken van de kubus samen?



2 Van de doos is een uitslag getekend.

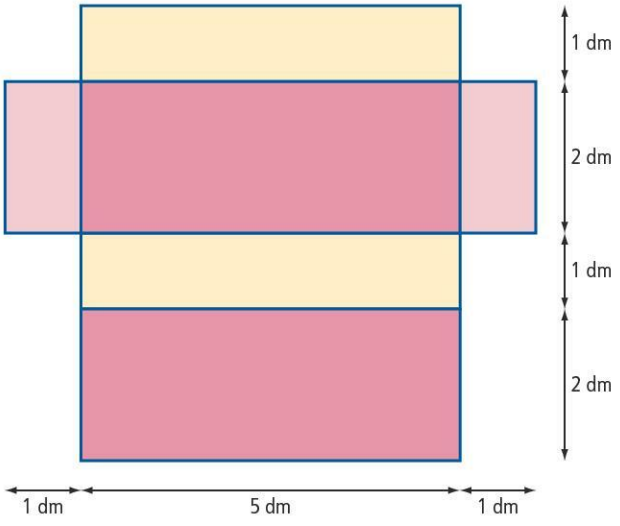
a Welke ruimtefiguur herken je in de doos?

b Hoeveel grensvlakken met verschillende afmetingen heeft de doos?

c Bereken de oppervlakte van het voorvlak.

d Bereken ook de oppervlakte van de bodem en van een zijvlak.

e Bereken de oppervlakte van alle grensvlakken samen.



© Noordhoff Uitgevers bv

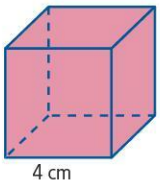
Aanpak

Hoe bereken je de oppervlakte van een kubus of een balk?

1 Bereken de oppervlakte van de verschillende grensvlakken.
2 Bereken de totale oppervlakte.

Voorbeeld 1

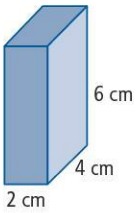
Bereken de oppervlakte van de kubus.



1 *opp. grensvlak* $= 4 \times 4 = 16$ cm^2
2 *opp. kubus* $= 6 \times 16 = 96$ cm^2

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van de balk.



1 *opp. voorvlak* $= 2 \times 6 = 12$ cm^2
opp. zijvlak $= 4 \times 6 = 24$ cm^2
opp. bodem $= 2 \times 4 = 24$ cm^2

2 *opp. balk* $= 2 \times 12 + 2 \times 24 + 2 \times 8$
opp. balk $= 88$ cm^2

3 Timo heeft een kubusvormige speelgoedkist met ribben van 50 cm.
Bereken de totale oppervlakte van de speelgoedkist.

Ondersteunende route → maak opdracht 04

4 Deze opbergbox is 69 cm lang, 55 cm breed en 19 cm hoog. De opbergbox is aan de bovenkant en zijkanten met stof bekleed.
Bereken hoeveel cm^2 van de opbergbox is bekleed.

5 Van de cilinder is een uitslag getekend.

245

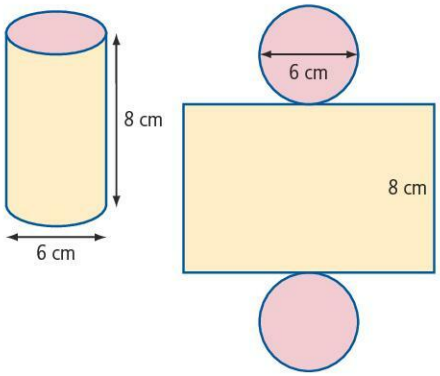
a Bereken de **omtrek van één van de cirkels**, afgerond op twee decimalen.

b De lengte van de rechthoek is gelijk aan de omtrek van de cirkel.
Bereken de oppervlakte van de rechthoek.

245

c Bereken de **oppervlakte van een cirkel**. Rond af op één decimaal.

d Bereken de oppervlakte van de twee cirkels en de rechthoek samen. Rond je antwoord af op hele cm^2.



© Noordhoff Uitgevers bv

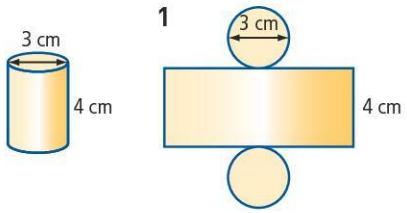
Aanpak

Hoe bereken je de oppervlakte van een cilinder?

1 Maak een schets van de uitslag. Schrijf de maten erbij.
2 Bereken de lengte van de rechthoek. De lengte van de rechthoek is gelijk aan de omtrek van de cirkel.
3 Bereken de oppervlakte van de rechthoek.
4 Bereken de oppervlakte van de cirkel.
5 Bereken de totale oppervlakte van de cirkels en de rechthoek. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de oppervlakte van de cilinder.



2 *omtrek cirkel* $= 3 \times \pi = 9{,}42\ldots$ cm
3 *opp. rechthoek* $= 9{,}42\ldots \times 4 = 37{,}69\ldots$ cm^2
4 De straal van de cirkel is $3 : 2 = 1{,}5$ cm.
opp. cirkel $= 1{,}5 \times 1{,}5 \times \pi = 7{,}06\ldots$ cm^2
5 *opp. cilinder* $= 2 \times 7{,}06\ldots + 37{,}69\ldots = 51{,}83\ldots$ cm^2
De oppervlakte van de cilinder is ongeveer 51,8 cm^2.

Ondersteunende route → maak opdracht O6

6 Van een cilinder is de hoogte 25 cm en de diameter is 8 cm.
a Maak een schets van de uitslag van de cilinder.
b Bereken de oppervlakte van de cilinder.

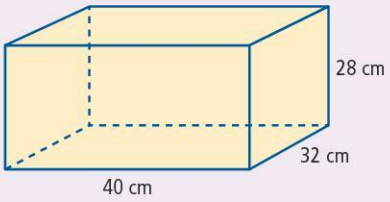
7 Er moet een blik gemaakt worden voor een nieuw soort frisdrank. Het moet een blik worden in de vorm van een balk of in de vorm van een cilinder. Er zijn twee ontwerpen gemaakt, blik A en blik B. Het blik waar het minste materiaal voor nodig is wordt uiteindelijk gemaakt.
Voor welk blik zal er gekozen worden? Leg uit hoe je aan je antwoord komt.

Uitdagende route → maak opdracht U1 en U2

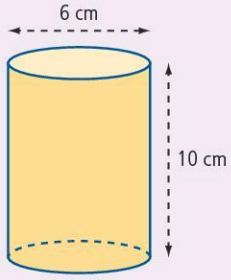
© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O4 **a** Hoeveel grensvlakken met verschillende afmetingen heeft de balk?
b Bereken de oppervlakte van het voorvlak.
c Welk grensvlak is net zo groot als het voorvlak?
d Bereken de oppervlakte van een zijvlak en de bodem.
e Hoeveel cm^2 is de totale oppervlakte van de balk?

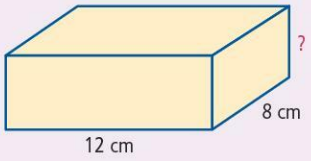


O6 Het blik ananasschijven heeft een diameter van 6 cm en een hoogte van 10 cm. Om het blik zit een papieren wikkel.
a Op de tweede foto is de wikkel van het blik gehaald. Welke vorm heeft de papieren wikkel?
b Maak een schets van de uitslag van het blik.
c Bereken de lengte van de wikkel.
d Bereken de oppervlakte van de wikkel.
e Bereken de oppervlakte van een cirkel.
f Hoeveel blik is er nodig om het blik te maken?



Uitdagende opdrachten

U1 De oppervlakte van de balk is 392 cm^2.
Bereken de hoogte van de balk.



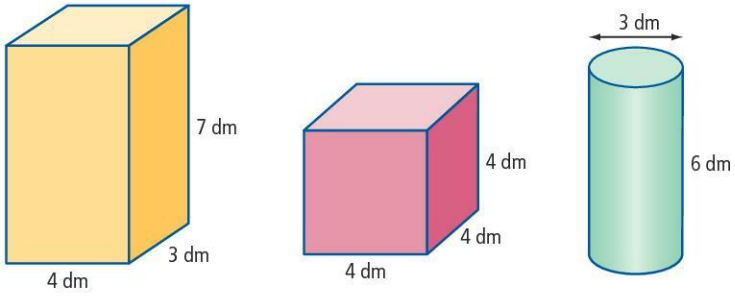
U2 Daan heeft een groene cilinder met een diameter van 18 cm en een hoogte van 36 cm.
Hij wil een cilinder maken waarvan de diameter twee keer zo groot is, maar de hoogte de helft is van de hoogte van de groene cilinder.
Heeft deze cilinder dezelfde oppervlakte als de groene cilinder?

© Noordhoff Uitgevers bv

11.2 Inhoud

Je leert · de inhoud van een samengestelde ruimtefiguur berekenen

Leerroutes
· ondersteunend: 8—9—10—11—12—013—14
· doorlopend: 8—9—10—11—12—13—14
· uitdagend: 8—9—10—11—12—14—U3



246 **8** Bereken de **inhoud** van de balk, de kubus en de **cilinder**.
Rond, indien nodig, je antwoord af op één decimaal.

9 Een supermarkt verkoopt herbruikbare dozen en inklapbare kratten om boodschappen in te vervoeren.
De maten van de doos zijn: 51 cm bij 32 cm bij 40 cm.
De maten van het krat zijn: 46 cm bij 38 cm bij 30 cm.

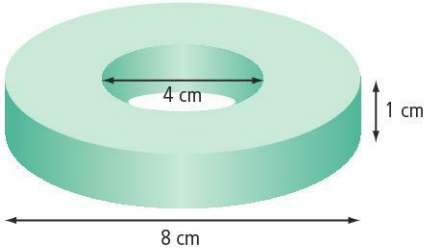
a Bereken de inhoud van de doos en het krat in cm^3.
243 **b** Hoeveel **liter** is de inhoud van de doos groter dan de inhoud van het krat?

10 Michiel is bezig om in zijn tuin een gat te gegraven voor een trampoline.
Het gat heeft een diameter van 3,10 m en wordt 90 cm diep.

a Bereken hoeveel m^3 aarde Michiel moet uitgraven.
b Met de kruiwagen kan Michiel 80 liter aarde per keer wegbrengen.
Hoe vaak moet Michiel lopen om de aarde weg te brengen?

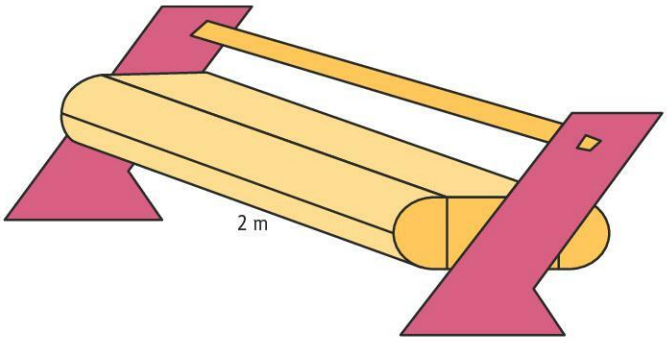
© Noordhoff Uitgevers bv

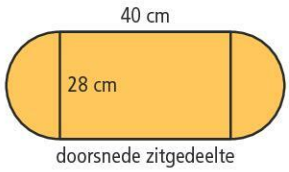
11 De metalen ring heeft een dikte van 1 cm en een diameter van 8 cm.
Het gat heeft een diameter van 4 cm.



a Welke ruimtefiguur herken je in de ring?
b Beschrijf hoe je kunt uitrekenen hoeveel metaal er nodig is om de ring te maken.
c Bereken hoeveel cm^3 metaal er nodig is om de ring te maken. Rond af op één decimaal.
d Hoeveel ringen kun je maken uit één liter vloeibaar metaal?

Een samengestelde ruimtefiguur is een combinatie van verschillende wiskundige ruimtefiguren.
De inhoud van een samengestelde ruimtefiguur kun je op twee manieren bepalen.
Bij manier 1 splits je de figuur op in twee of meer delen en tel je de inhouden van de afzonderlijke delen bij elkaar op.
Bij manier 2 vul je het bouwwerk aan tot een wiskundige ruimtefiguur en bepaal je eerst de totale inhoud en daarna trek je het toegevoegde deel eraf.





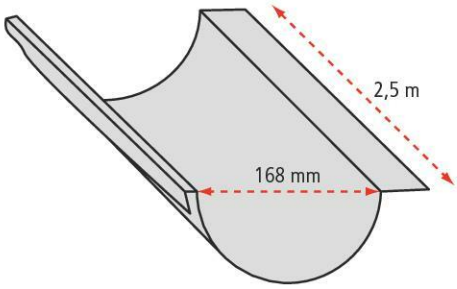
doorsnede zitgedeelte

12 De houten bank bestaat uit verschillende onderdelen.
Naast de bank staat een schets van de doorsnede van het zitgedeelte. Het zitgedeelte is twee meter lang.

a Welke ruimtefiguren herken je in het zitgedeelte van de houten bank?
b Bereken van elk deel van het zitgedeelte de inhoud in dm^3. Rond zo nodig af op twee decimalen.
c Uit hoeveel dm^3 hout bestaat het zitgedeelte van de houten bank?

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht O13



13 De diameter van de afgebeelde dakgoot is 168 mm.
Deze dakgoot is samengesteld uit drie stukken met elk een lengte van 2,5 meter. Naast de foto zie je een doorsnede van zo'n stuk.
Bereken de maximale inhoud van de hele dakgoot.

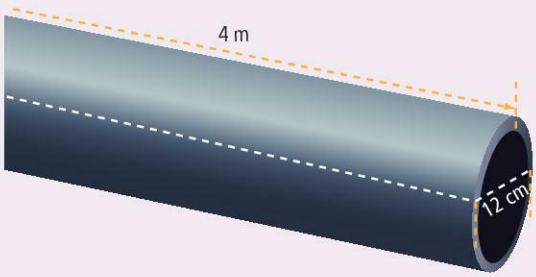
251 **14** Het model van de tankauto is op **schaal** 1 : 43.
De tank van het model heeft de vorm van een cilinder met een lengte van 27 cm en een diameter van 5,5 cm.

a Hoe lang is de tank in werkelijkheid? Geef je antwoord in meters.
b Bereken de diameter van de tank in werkelijkheid.
c Bereken de inhoud van de tank van de echte tankauto. Rond je antwoord af op hele liters.
d Automobilisten tanken per tankbeurt gemiddeld 30 liter benzine. Hoeveel tankbeurten van 30 liter kun je uit een volle tankauto halen?

Uitdagende route → maak opdracht U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



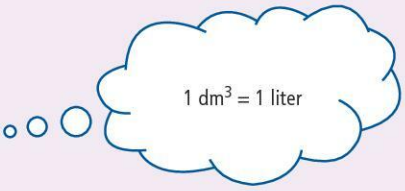
O13 Simon wil voor het afvoeren van het water van zijn terras een afvoergoot maken. Hiervoor zaagt hij de afvoerbuis langs de rode lijn doormidden. Deze afvoerbuis is vier meter lang. Hij heeft een lengte van vier meter nodig.

a Welke ruimtefiguur herken je in de afvoerbuis?

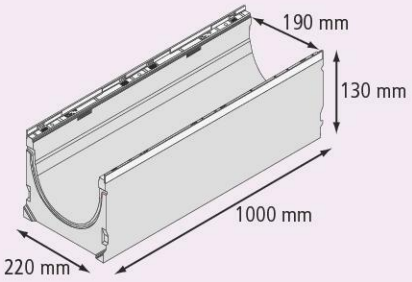
b De diameter van de binnenkant van de afvoerbuis is 12 cm. Hoeveel centimeter is de straal van de binnenkant?

c Bereken hoeveel liter water er in vier meter van deze afvoerbuis past. Rond je antwoord af op hele liters.

d Hoeveel liter water kan er in de afvoergoot voordat deze zal overstromen?



Uitdagende opdrachten



U3 Voor het afvoeren van water uit de tuin kun je betonnen afvoergoten gebruiken. De maten van één goot zijn $1000 \times 220 \times 130$ mm ($l \times b \times h$).
De inwendige diameter van de afgebeelde goot is 190 mm.
Bereken hoeveel liter beton er nodig is voor het maken van één betonnen goot. Rond je antwoord af op één decimaal.

© Noordhoff Uitgevers bv

11.3 Inhoud prisma

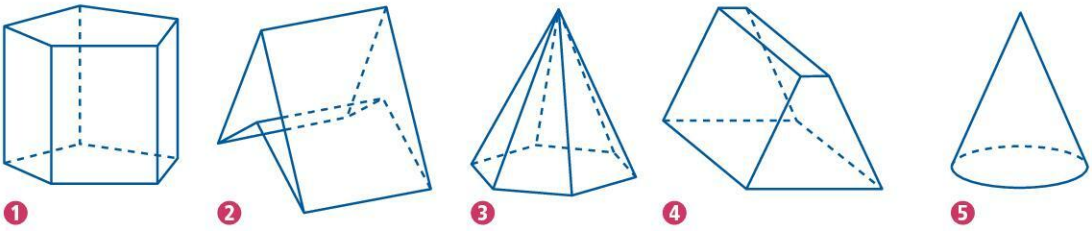
Je leert · de inhoud van een prisma berekenen

Leerroutes
· ondersteunend: 15—16—17—18—19—020—21
· doorlopend: 15—16—17—18—19—20—21
· uitdagend: 15—17—18—19—20—21—U4

248 **15** De cake op de foto heeft de vorm van een **prisma**. De cake wordt steeds op dezelfde manier doorgesneden.

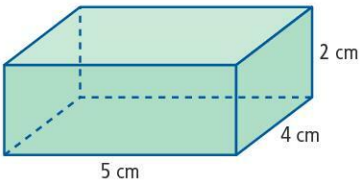
a Schets de vorm van het snijvlak.

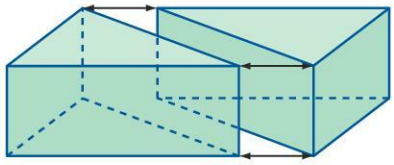
b Zijn de vormen van de snijvlakken gelijk?



16 a Schrijf op welke figuren een prisma zijn.

W **b** Kleur in elk prisma de bodem rood.





17 De balk wordt in twee even grote prisma's verdeeld.

a Bereken de inhoud van de balk.

b Hoe groot is de inhoud van één prisma?

c Hoe groot is de oppervlakte van de bodem van één prisma?

d Laat zien dat je de inhoud ook kunt berekenen door de oppervlakte van de bodem te vermenigvuldigen met de hoogte.

© Noordhoff Uitgevers bv

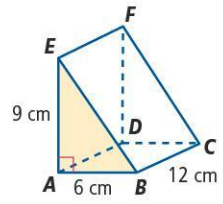
Aanpak

Hoe bereken je de inhoud van het prisma?

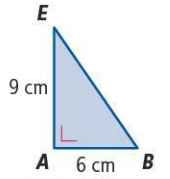
1 Zoek de bodem van het prisma en maak hiervan een schets.
2 Bereken de oppervlakte van de bodem.
3 Bepaal de hoogte van het prisma.
4 Bereken de inhoud van het prisma met de formule
inhoud prisma = *oppervlakte bodem* × *hoogte*.

Voorbeeld

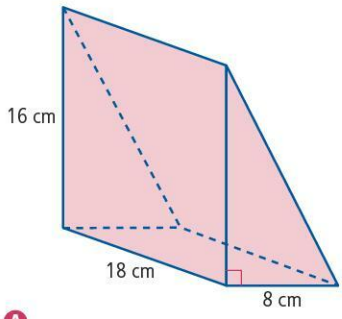
Bereken de inhoud van het prisma.



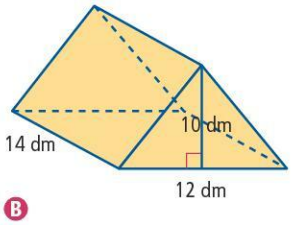
1 Driehoek ABE is de bodem.
2 *opp.* $\triangle ABE = 6 \times 9 : 2 = 27$ cm^2
3 De hoogte is 12 cm.
4 *inhoud prisma* $= 27 \times 12 = 324$ cm^3



bodem prisma



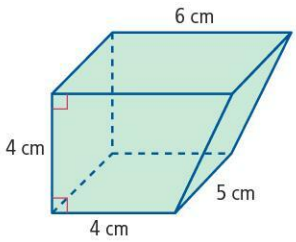
A



B

18 **a** Maak van elk prisma een schets van de bodem.
b Bereken van de prisma's de oppervlakte van de bodem.
c Schrijf de hoogte van prisma A en prisma B op.
d Bereken van beide prisma's de inhoud in cm^3.

19 Dit is een blok van een houten blokkendoos.
a Waarom heeft dit blok de vorm van een prisma?
b Maak een schets van de bodem van het blok.
c Bereken de oppervlakte van de bodem.
d Bereken de inhoud van het blok in cm^3.



Ondersteunende route → maak opdracht 020

© Noordhoff Uitgevers bv

20 Bereken de inhoud van de partytent in m^3.

21 De stellage van een fruituitstalling heeft de vorm van een prisma.

a Schets de bodem van het prisma.

b Bereken de oppervlakte van de bodem.

c Bereken de inhoud van het onderstel van de fruitstalling. Rond je antwoord af op een geheel aantal m^3.

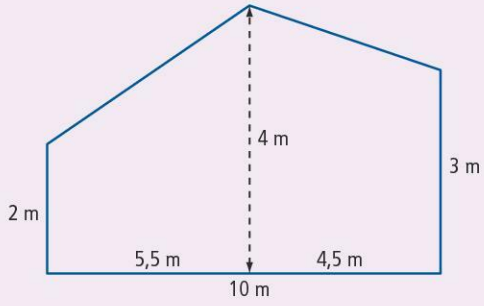
Uitdagende route → maak opdracht U4

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O20
a Waarom heeft de tent de vorm van een prisma?
b Maak een schets van de bodem van de tent.
c Bereken de oppervlakte van de bodem van de tent.
d Hoe hoog is dit prisma?
e Bereken de inhoud van de tent in m^3.

Uitdagende opdrachten



U4
Naast de foto staat een schets van de zijkant van de schuur. De schuur is 7 meter lang.
Voor de verzekering is het nodig de inhoud te weten.
a Bereken de oppervlakte van de bodem van het prisma in m^2.
b Bereken de inhoud van de schuur.

© Noordhoff Uitgevers bv

11.4 Inhoud piramide en kegel

Je leert
- de inhoud van een piramide berekenen
- de inhoud van een kegel berekenen

Leerroutes
- ondersteunend: 22—23—024—25—26—27
- doorlopend: 22—23—24—25—26—27
- uitdagend: 22—23—24—26—27—U5

22 Anouska heeft een kubus en een piramide. De ruimtefiguren hebben dezelfde bodem en dezelfde hoogte.
Ze vult de piramide met gekleurd water en giet de piramide leeg in de kubus.

a Hoe vaak denk je dat Anouska zo'n gevulde piramide kan leeggieten in de kubus?

b Hoeveel keer groter is de inhoud van de kubus dan de inhoud van de piramide?

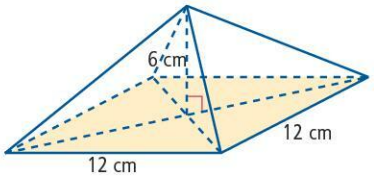
Aanpak

Hoe bereken je de inhoud van een piramide?

1 Bereken de oppervlakte van de bodem.
2 Bepaal de hoogte van de piramide.
3 Bereken de inhoud van de piramide met de formule
inhoud piramide $= \frac{1}{3} \times$ *oppervlakte bodem* $\times$ *hoogte* of
inhoud piramide = *oppervlakte bodem* $\times$ *hoogte* : 3.
Rond je antwoord zo nodig af op één decimaal.

Voorbeeld

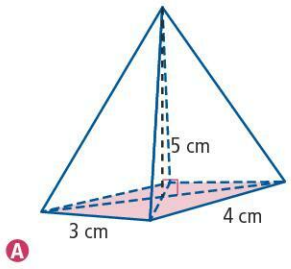
Bereken de inhoud van de piramide.

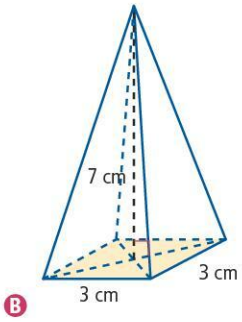


1 *opp. bodem* $= 12 \times 12 = 144$ cm^2
2 De hoogte is 6 cm.
3 *inhoud piramide* $= \frac{1}{3} \times 144 \times 6 = 288$ cm^3
of
inhoud piramide $= 144 \times 6 : 3 = 288$ cm^3

© Noordhoff Uitgevers bv

23 **a** Bereken de oppervlakte van de bodem van piramide A.
b Hoe hoog is piramide A?
c Bereken de inhoud van piramide A.
d Bereken ook de inhoud van piramide B.

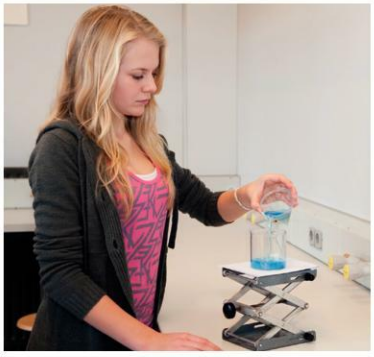




Ondersteunende route → maak opdracht 024

24 De begane grond van dit huis is een vierkant met zijden van 11 m. De vloer boven is een vierkant met zijden van 12 m. De hoogte van de begane grond is 2,9 meter en de hoogte van het dak is 5,6 m. De totale hoogte van het huis is 8,5 meter.
a Welke twee ruimtefiguren herken jij in het huis?
b Bereken de inhoud van de begane grond in m^3.
c Bereken de inhoud van de bovenverdieping.
d Bereken de totale inhoud van de woning in m^3.

25 Anouska heeft een cilinder en een kegel waarvan de bodems dezelfde oppervlakte hebben. Ze kan precies drie keer een volle kegel leeggieten in de cilinder.
a Door welk getal moet Anouska de inhoud van de cilinder delen om de inhoud van de kegel te krijgen?
b Het hoeveelste deel van de cilinder is de inhoud van de kegel?



© Noordhoff Uitgevers bv

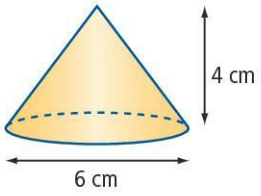
Aanpak

Hoe bereken je de inhoud van een kegel?

1 Bereken de oppervlakte van de bodem.
2 Bepaal de hoogte van de kegel.
3 Bereken de inhoud van de kegel met de formule
inhoud kegel = $\frac{1}{3}$ × *oppervlakte bodem* × *hoogte*
of
inhoud kegel = *oppervlakte bodem* × *hoogte* : 3
Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de inhoud van de kegel.



1 De straal van de bodem is 6 : 2 = 3 cm.
opp. bodem = 3 × 3 × π = 28,27… cm^2
2 De hoogte is 4 cm.
3 *inhoud kegel* = $\frac{1}{3}$ × 28,27… × 4 = 37,69… cm^3
of
inhoud piramide = 28,27… × 4 : 3 = 37,69… cm^3
De inhoud is ongeveer 37,7 cm^3.

26 Van de kegelvormige kaars heeft de bodem een diameter van 20 cm en is de hoogte 35 cm.

a Bereken de oppervlakte van de bodem.
b Hoeveel cm^3 kaarsvet is er nodig voor het maken van de kaars? Rond je antwoord af op één decimaal.

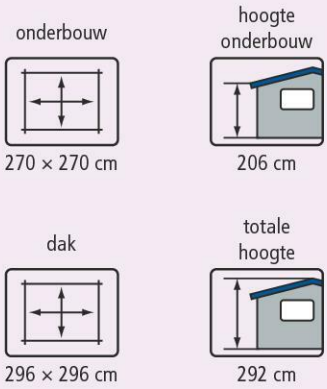
27 Je ziet een koffiekan die de vorm van een kegel heeft.

a Bereken de inhoud van de kegel in cm^3.
b In de kegelvormige deksel zit geen koffie. De hoogte van het deksel is 5 cm. en de diameter is 3 cm.
Bereken de inhoud van het kegelvormig deel van het deksel in cm^3.
c Volgens de fabrikant kan er 1,4 liter in deze koffiekan.
Laat met een berekening zien of dat klopt.

Uitdagende route → maak opdracht U5

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



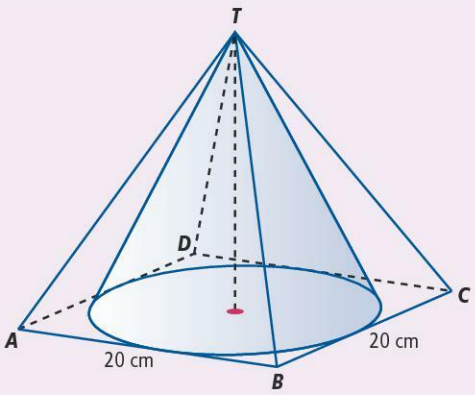
O24 Dit tuinhuis bestaat uit een onderbouw en een dak. De vorm van de onderbouw is een balk.

- **a** Welke wiskundige ruimtefiguur herken je in het dak?
- **b** Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van de bodem van de onderbouw 7,29 m^2 is.
- **c** Bereken de inhoud van de onderbouw in m^3.
- **d** Laat met een berekening zien dat de oppervlakte van de bodem van het dak afgerond 8,76 m^2 is.
- **e** Hoeveel centimeter hoog is het dak, 86 cm of 96 cm?
- **f** Bereken de inhoud van het dak in m^3.
- **g** Bereken de totale inhoud van het tuinhuis in m^3.

Uitdagende opdrachten

U5 In de figuur zie je een piramide met daarin een kegel die precies in de piramide past. De piramide past weer precies in een kubus.

- **a** Hoeveel centimeter is de hoogte van de piramide en de kegel?
- **b** Bereken de inhoud van de piramide.
- **c** Hoeveel procent van de piramide wordt door de kegel in beslag genomen? Rond af op één decimaal.



© Noordhoff Uitgevers bv

11.5 Vergroten

Je leert · de inhoud van een vergroting berekenen

Leerroutes
· ondersteunend: 28—29—30—31—32—33—034—35
· doorlopend: 28—29—30—31—32—33—34—35
· uitdagend: 28—29—30—32—33—34—35—U6

28 De foto met de baby heeft afmetingen van 4,5 cm bij 3,5 cm.

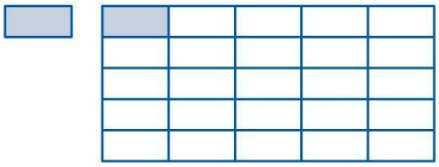
a Bereken de oppervlakte van de foto.

252 **b** De foto wordt vergroot met **factor** 3.
Bereken de afmetingen van de vergroting.

c Bereken de oppervlakte van de vergroting.

d Hoeveel keer past de oppervlakte van de foto in de oppervlakte van de vergroting?

Met een factor geef je aan hoeveel keer een figuur vergroot wordt. Als de factor 5 is, worden alle lengten 5 keer zo groot. De omtrek van de vergroting wordt dan ook 5 keer zo groot. De oppervlakte van de vergroting wordt dan 5 × 5 = 25 keer zo groot. Je kunt ook zeggen dat de oppervlakte dan 5^2 keer zo groot wordt.
Algemeen geldt: als de lengte met een factor wordt vergroot, wordt de oppervlakte met het kwadraat van de factor vergroot.



29 Van de foto wordt een vergroting gemaakt. De breedte van de vergroting is 54 cm.

a Meet de breedte van de foto en schrijf dit op.

b Bereken de factor.

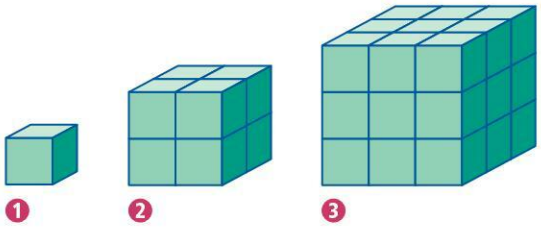
c Hoe hoog wordt de vergroting?

d Hoeveel keer is de oppervlakte van de vergroting groter dan de oppervlakte van de foto?

30 In Madurodam wordt gewerkt met de schaal 1 : 25.
Een kunstwerk heeft in Madurodam een oppervlakte van 50 cm^2.
Bereken de oppervlakte van het kunstwerk in werkelijkheid.
Geef je antwoord in m^2.

© Noordhoff Uitgevers bv

31 De kubussen zijn opgebouwd uit kubusjes waarvan de ribbe 1 cm is.



- **a** Hoeveel cm^3 is de inhoud van kubus 1?
- **b** Kubus 2 is een vergroting van kubus 1. Bereken de vergrotingsfactor.
- **c** Hoeveel cm^3 is de inhoud van kubus 2?
- **d** Kubus 3 is ook een vergroting van kubus 1. Bereken de vergrotingsfactor.
- **e** Bereken de inhoud van kubus 3 in cm^3.

32 Een balk is 50 cm lang, 7 cm breed en 5 cm hoog.

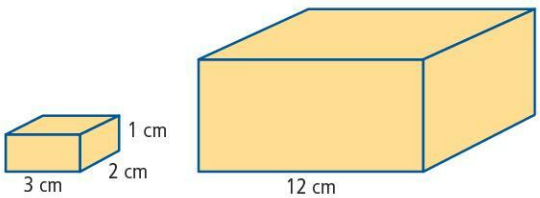
- **a** Bereken de inhoud van de balk in cm^3.
- **b** De balk wordt vergroot met factor 4. Bereken de afmetingen van de vergroting.
- **c** Hoeveel keer is de inhoud van de vergroting groter dan de inhoud van de gegeven balk?

Theorie

Als je een ruimtefiguur vergroot met factor 5, worden alle lengten 5 keer zo groot.
De inhoud van de ruimtefiguur wordt dan $5 \times 5 \times 5$ zo groot.
Je kunt ook zeggen dat de inhoud dan 5^3 keer zo groot wordt.

Voorbeeld

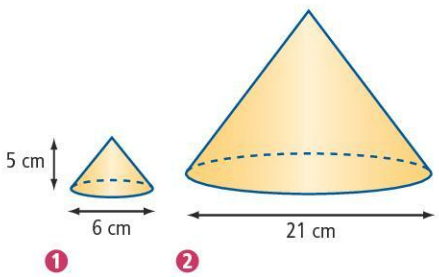
De grote balk is een vergroting van de kleine balk.
Hoeveel keer is de inhoud van de grote balk groter dan de inhoud van de kleine balk?



De factor is $12 : 3 = 4$.
De inhoud is $4^3 = 64$ keer zo groot.

33 Kegel 2 is een vergroting van kegel 1.

- **a** Bereken de factor.
- **b** Bereken de inhoud van kegel 1.
- **c** Bereken de inhoud van kegel 2 in hele cm^3 nauwkeurig.



Ondersteunende route → maak opdracht 034

© Noordhoff Uitgevers bv

34 Een fabrikant van koffiekopjes maakt kopjes met een inhoud van 60 milliliter.
Als reclamestunt laat hij een kopje maken dat zeven keer zo groot is.

a Bereken de inhoud van de vergroting in milliliters.

b Hoeveel liter is de inhoud van de vergroting?

35 De blikken verf zijn allemaal vergrotingen van elkaar.
In blik ❶ kan 1 liter verf. Het blik heeft een diameter van 11 cm en is 11,5 cm hoog. Voor het maken van zo'n blik is 588 cm^2 blik nodig.
Van blik ❷ is de diameter 16,5 cm.

a Bereken de factor bij de vergroting van blik ❶ naar blik ❷.

b Hoeveel liter verf past er in blik ❷?

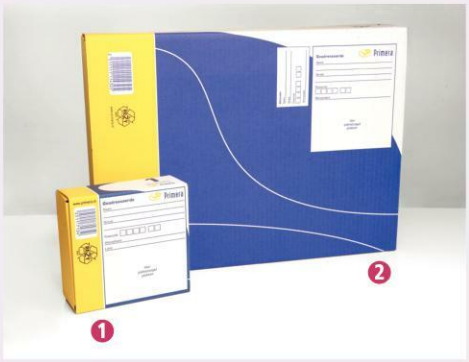
c De afmetingen van blik ❸ zijn de helft van die van blik ❶.
Hoeveel cm^2 blik is er nodig voor het maken van blik ❸?

d Bereken hoeveel milliliter verf er in dit kleinere blik past.

Uitdagende route → maak opdracht U6

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

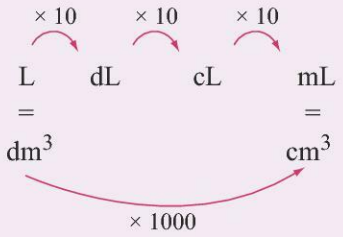


O34 Op het postkantoor kun je dozen kopen die vergrotingen zijn van elkaar.

a Doos 2 is een vergroting van doos 1. De bijbehorende factor is 3.
Met welk getal moet je de inhoud van doos 1 vermenigvuldigen om de inhoud van doos 2 te krijgen, met 3, 9 of 27?

b De inhoud van doos 1 is 2400 cm^3.
Bereken de inhoud van doos 2.

c Reken de inhoud van doos 2 om naar liters.



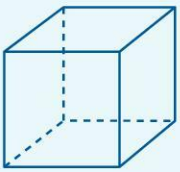
Uitdagende opdrachten

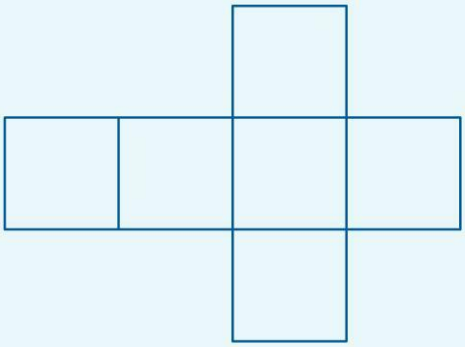
U6 Een kegelvormig ijsje heeft een hoogte van 15 cm.
De straal van de bodem is 3 cm.
Volgens de fabrikant zit er 14 centiliter ijs in.

a Controleer met een berekening of de fabrikant gelijk heeft.

b De fabrikant denkt dat als de lengtematen met 1,2 vermenigvuldigd worden, er twee keer zoveel ijs in past.
Laat met een berekening zien of dit klopt.

© Noordhoff Uitgevers bv

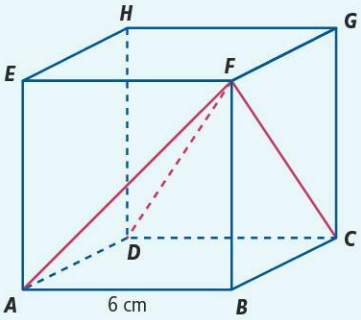




D1 **a** Teken op stevig papier een uitslag van een kubus met ribben van 6 cm.

247 **b** Maak van de uitslag een **bouwplaat** door er plakranden aan te maken.

c Knip de bouwplaat uit en plak de kubus in elkaar.



D2 Als je vanuit grensvlak $ABCD$ lijnen naar hoekpunt F trekt, ontstaat er een scheve piramide.

a Bereken de lengte van CF met de stelling van Pythagoras.

b Teken op stevig papier vierkant $ABCD$ met zijden van 6 cm.

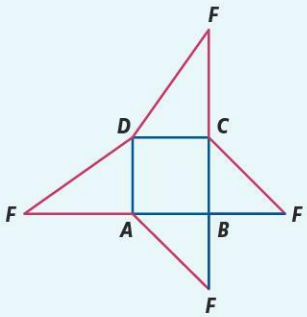
c Teken de uitslag van piramide $ABCD.F$.

D3 **a** Maak van de uitslag van de piramide een bouwplaat.

b Knip de bouwplaat uit en plak de piramide in elkaar.

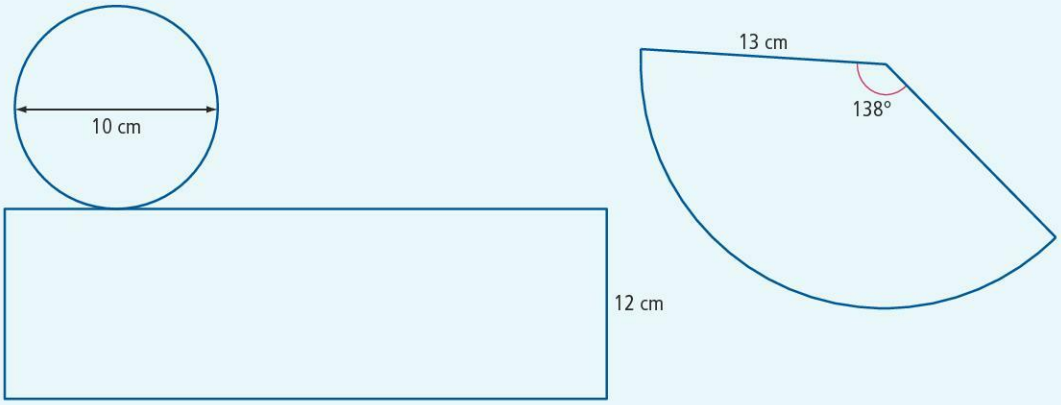
D4 **a** Hoeveel van de piramides uit opdracht D3 heb je nodig om de kubus uit opdracht D1 te maken?

b Controleer of je antwoord op opdracht a klopt.

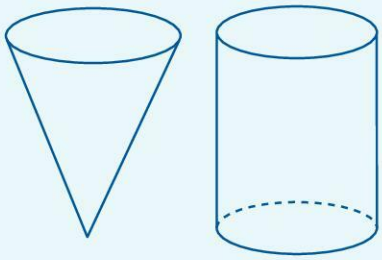


© Noordhoff Uitgevers bv

D5 **a** Bereken de inhoud van de kubus uit opdracht D1.
b Het hoeveelste deel van de kubus is gelijk aan de inhoud van piramide $ABCD.F$?
c Met welke formule kun je de inhoud van de piramide berekenen?



D6 **a** Teken de uitslag van de cilinder zonder bovenkant op stevig papier.
b Maak van de uitslag een bouwplaat en plak de cilinder zonder bovenkant in elkaar.
c Maak ook van de uitslag van de kegel een bouwplaat en maak de kegel.

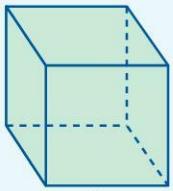


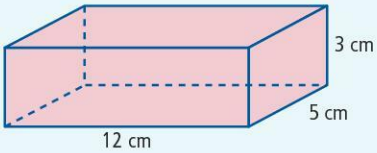
D7 **a** Vul de kegel tot de rand bijvoorbeeld met speelzand.
b Leeg de kegel in de cilinder.
c Hoeveel keer kun je een volle kegel legen in de cilinder?
d Het hoeveelste deel van de cilinder is de inhoud van de kegel?
e Klopt dit met de formule voor de inhoud van de kegel?

© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

Je kunt de oppervlakte van een kubus en een balk berekenen.





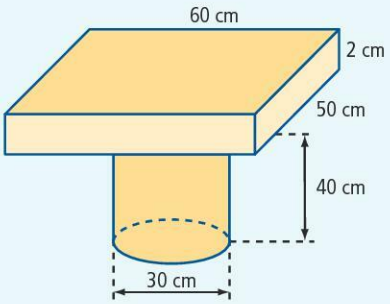
T1 **a** Bereken de oppervlakte van de kubus.
b Bereken de oppervlakte van de balk.

Je kunt de oppervlakte van een cilinder berekenen.

T2 De diameter van een blikje cassis is 5 cm en de hoogte is 13 cm.
Bereken hoeveel cm^2 blik er minimaal nodig is om het blikje te maken.

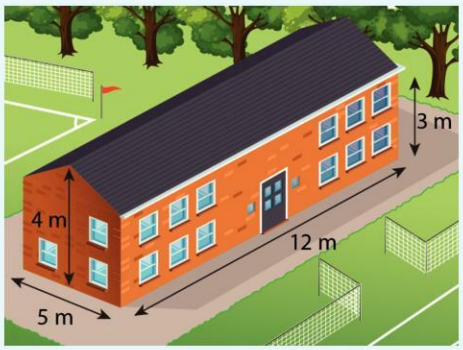
Je kunt de inhoud van een samengestelde ruimtefiguur berekenen.

T3 Dit bijzettafeltje is gemaakt van hout.
Bereken hoeveel cm^3 hout er nodig was om dit bijzettafeltje te maken. Rond af op een geheel getal.



Je kunt de inhoud van een prisma berekenen.

T4 Dit is de kantine van een sportvereniging.
De kantine heeft de vorm van een prisma.
Bereken de inhoud van de kantine in m^3.



© Noordhoff Uitgevers bv

Je kunt de inhoud van een piramide berekenen.

T**5** Dit is de piramide van Cheops in Egypte. De piramide is 139 meter hoog en heeft een bodem van 230 m bij 230 m. Bereken de inhoud van de piramide in hele m^3.

Je kunt de inhoud van een kegel berekenen.

T**6** Voor het afzetten van een speelterrein worden pylonen gebruikt die gevuld zijn met cement.
De diameter van de bodem is 20 cm en de hoogte is 50 cm.
Bereken hoeveel liter cement er nodig is voor één zo'n pylon.

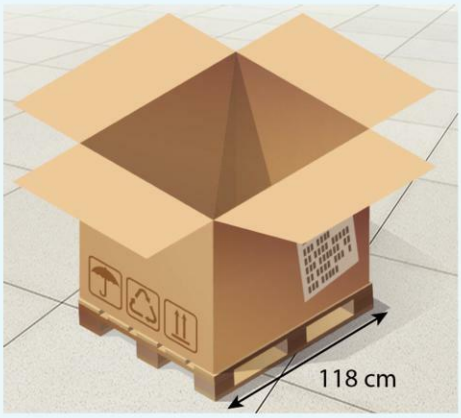
Je kunt de inhoud van een vergroting berekenen.

T**7** De Dozenhal verkoopt dozen in allerlei maten.
Van de kleinste doos is de lengte 14,75 cm, de breedte 9,75 cm en de hoogte 13,25 cm.
De doos op de pallet is een vergroting van die kleine doos.

a De lengte van de doos op de pallet is 118 cm. Bereken de factor van de vergroting.

b Hoeveel kleine dozen passen er in de doos op de pallet?

c Bereken de inhoud van de doos op de pallet in m^3. Rond af op één decimaal.



© Noordhoff Uitgevers bv

Vaardigheid

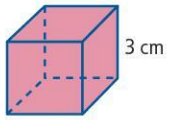
Je kunt de oppervlakte van een kubus en een balk berekenen.

Hoe bereken je de oppervlakte van een kubus of een balk?

1 Bereken de oppervlakte van de verschillende grensvlakken.
2 Bereken de totale oppervlakte.

Voorbeeld 1

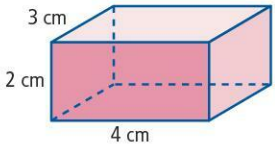
Bereken de oppervlakte van de kubus.



1 *opp. grensvlak* = $3 \times 3 = 9$ cm^2
2 *opp. kubus* = $6 \times 9 = 54$ cm^2

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van de balk.



1 *opp. voorvlak* = $2 \times 4 = 8$ cm^2
opp. zijvlak = $2 \times 3 = 6$ cm^2
opp. bodem = $4 \times 3 = 12$ cm^2
2 *opp. balk* = $2 \times 8 + 2 \times 6 + 2 \times 12 = 52$ cm^2

E1 Een zeecontainer heeft de vorm van een balk.
Van een 20ft zeecontainer zijn de buitenmaten 2,4 m, 2,45 m en 6 m.
Bereken de oppervlakte van de container.

Vaardigheid

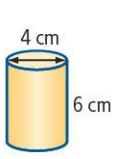
Je kunt de oppervlakte van een cilinder berekenen.

Hoe bereken je de oppervlakte van een cilinder?

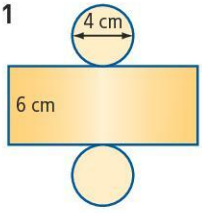
1 Maak een schets van de uitslag. Schrijf de maten erbij.
2 Bereken de lengte van de rechthoek. De lengte van de rechthoek is gelijk aan de omtrek van de cirkel.
3 Bereken de oppervlakte van de rechthoek.
4 Bereken de oppervlakte van de cirkel.
5 Bereken de totale oppervlakte van de cirkels en de rechthoek. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de oppervlakte van de cilinder.



1



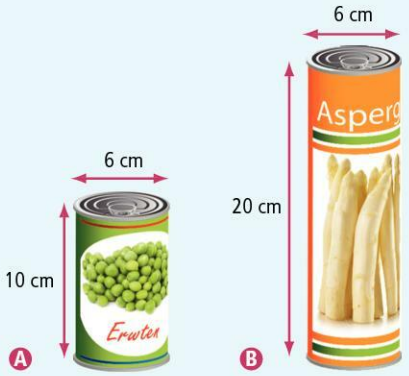
2 *omtrek cirkel* = $4 \times \pi = 12{,}56\ldots$ cm
3 *opp. rechthoek* = $12{,}56\ldots \times 6 = 75{,}39\ldots$ cm^2
4 *straal* = $4 : 2 = 2$ cm
opp. cirkel = $2 \times 2 \times \pi = 12{,}56\ldots$ cm^2
5 *opp. cilinder* = $2 \times 12{,}56\ldots + 75{,}39\ldots = 100{,}52\ldots$ cm^2
De oppervlakte van de cilinder is ongeveer 100,5 cm^2.

© Noordhoff Uitgevers bv

E2 Groenten in blik zijn in verschillende afmetingen te krijgen.

a Bereken van elk van de twee blikjes de oppervlakte.

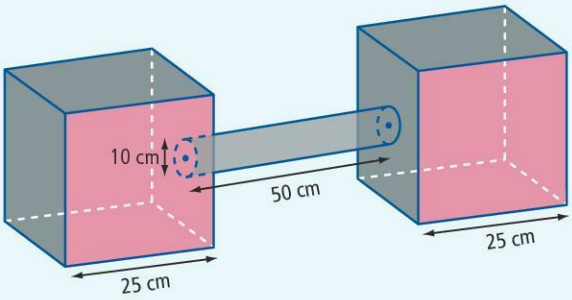
b In blikje B kan tweemaal zoveel als in blikje A.
Is de oppervlakte van blikje B ook twee keer zo groot als de oppervlakte van blikje A? Schrijf je berekeningen op.



Vaardigheid

Je kunt de inhoud van een samengestelde ruimtefiguur berekenen.

Een samengestelde ruimtefiguur is een combinatie van verschillende wiskundige ruimtefiguren.
De inhoud van een samengestelde ruimtefiguur kun je op twee manieren bepalen.
Bij manier 1 splits je de figuur op in twee of meer delen en tel je de inhouden van de afzonderlijke delen bij elkaar op.
Bij manier 2 vul je het bouwwerk aan tot een wiskundige ruimtefiguur en bepaal je eerst de totale inhoud en daarna trek je het toegevoegde deel eraf.



E3 Joris heeft als surprise zelf een halter gemaakt van twee kubussen en een ronde buis.

a Bereken de inhoud van de twee kubussen samen in cm^3.

b Bereken de inhoud van de cilinder in cm^3.

c Bereken de totale inhoud van de halter in cm^3.

d Hoeveel liter is de inhoud? Rond af op hele liters.

© Noordhoff Uitgevers bv

E4 Bij bushaltes en op treinperrons staan deze zogenaamde LiN afvalbakken.

a Welke twee wiskundige ruimtefiguren herken jij in de afvalbak?

b Bereken de inhoud van de ruimtefiguren.

c De producent beweert dat er 50 liter afval in de bak past. Leg uit of je het hiermee eens bent.

Vaardigheid

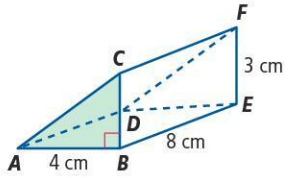
Je kunt de inhoud van een prisma berekenen.

Hoe bereken je de inhoud van het prisma?

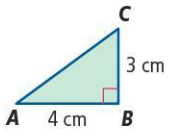
1. Zoek de bodem van het prisma en maak hiervan een schets.
2. Bereken de oppervlakte van de bodem.
3. Bepaal de hoogte van het prisma.
4. Bereken de inhoud van het prisma met de formule *inhoud prisma* = *oppervlakte bodem* × *hoogte*.

Voorbeeld

Bereken de inhoud van het prisma.



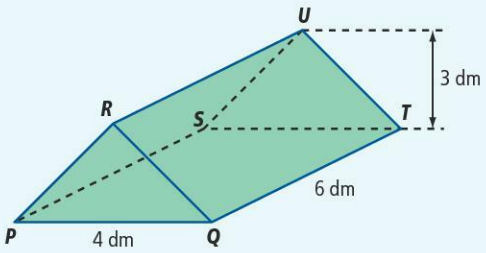
1. Driehoek ABC is de bodem.
2. *opp.* $\triangle ABC = 4 \times 3 : 2 = 6$ cm^2
3. De hoogte is 8 cm.
4. *inhoud prisma* $= 6 \times 8 = 48$ cm^3



E5 **a** Maak een schets van de bodem van het prisma.

b Bereken de oppervlakte van de bodem.

c Bereken de inhoud van het prisma.



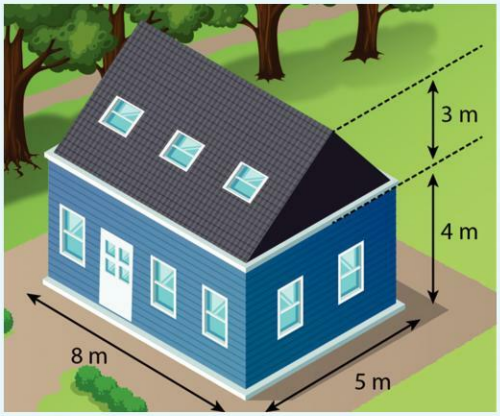
© Noordhoff Uitgevers bv

E6 Deze schuur had eerst een plat dak. De schuur had toen de vorm van een balk. Later is er een puntdak op gemaakt om meer bergruimte te krijgen.

a Hoeveel m^3 was de inhoud van de schuur toen deze nog een plat dak had?

b Bereken de inhoud van het puntdak.

c Hoeveel m^3 is de totale bergruimte van de schuur?



Vaardigheid

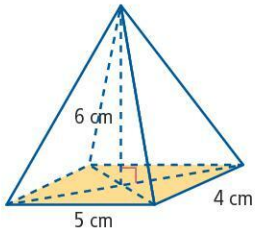
Je kunt de inhoud van een piramide en een kegel berekenen.

Hoe bereken je de inhoud van een piramide en een kegel?

1 Bereken de oppervlakte van de bodem.
2 Bepaal de hoogte van de piramide of kegel.
3 Bereken de inhoud van de piramide of kegel met de formule
inhoud = $\frac{1}{3}$ × *oppervlakte bodem* × *hoogte*
of *inhoud* = *oppervlakte bodem* × *hoogte* : 3.
Rond je antwoord zo nodig af op één decimaal.

Voorbeeld 1

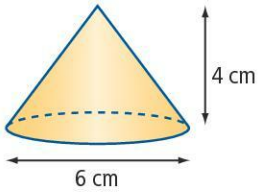
Bereken de inhoud van de piramide.



1 *opp. bodem* = $5 \times 4 = 20$ cm^2
2 De hoogte is 6 cm.
3 *inhoud piramide* = $\frac{1}{3} \times 20 \times 6 = 40$ cm^3
of
inhoud piramide = $20 \times 6 : 3 = 40$ cm^3

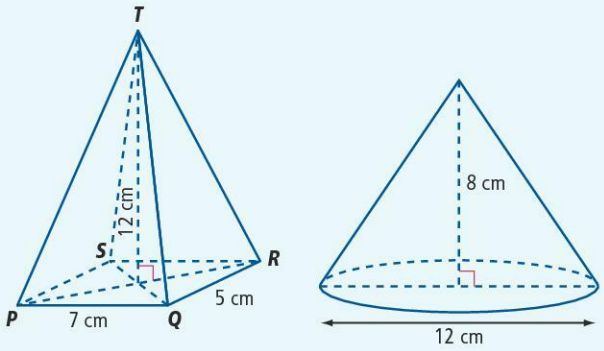
Voorbeeld 2

Bereken de inhoud van de kegel.



1 De straal van de bodem is $6 : 2 = 3$ cm.
opp. bodem = $3 \times 3 \times \pi = 28{,}27\ldots$ cm^2
2 De hoogte is 4 cm.
3 *inhoud kegel* = $\frac{1}{3} \times 28{,}27\ldots \times 4 = 37{,}69\ldots$ cm^3
of
inhoud piramide = $28{,}27\ldots \times 4 : 3 = 37{,}69\ldots$ cm^3
De inhoud is ongeveer 37,7 cm^3.

© Noordhoff Uitgevers bv



E7 Bereken de inhoud van de piramide en kegel in cm^3.

E8 De toren heeft een totale hoogte van 38 m en een diameter van 17 m. Het puntdak heeft een hoogte van 10 m.

a Welke twee wiskundige ruimtefiguren herken jij in de toren?

b Bereken de inhoud van het onderste gedeelte van de toren in m^3.

c Bereken de inhoud van het puntdak in m^3.

d Bereken de totale inhoud van de toren in hele m^3.

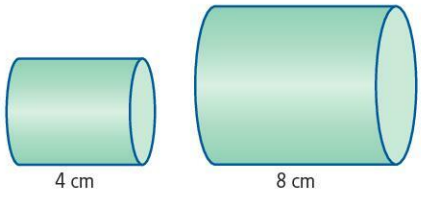
Vaardigheid

Je kunt de inhoud van een vergroting berekenen.

Met een factor geef je aan hoeveel keer een figuur vergroot wordt.
Als de factor 4 is, worden alle lengten 4 keer zo groot.
De oppervlakte van de vergroting wordt dan $4 \times 4 = 16$ keer zo groot.
Je kunt ook zeggen dat de oppervlakte dan 4^2 keer zo groot wordt.
De inhoud van de ruimtefiguur wordt dan $4 \times 4 \times 4$ zo groot.
Je kunt ook zeggen dat de inhoud dan 4^3 keer zo groot wordt.

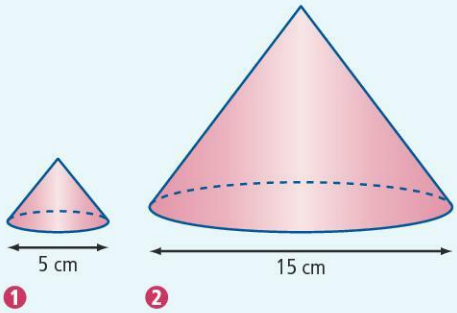
Voorbeeld

De grote cilinder is een vergroting van de kleine cilinder.
Hoeveel keer is de inhoud van de grote cilinder groter dan de inhoud van de kleine cilinder?



De factor is $8 : 4 = 2$.
De inhoud is dus $2^3 = 8$ keer zo groot.

© Noordhoff Uitgevers bv



E9 Kegel 2 is een vergroting van kegel 1.

a Bereken de factor waarmee je kegel 1 moet vermenigvuldigen om kegel 2 te krijgen.

b De inhoud van kegel 1 is 26 cm^3.
Bereken de inhoud van kegel 2.

E10 Een fabrikant van koffiekopjes maakt kopjes met een inhoud van 16 cm^3. Hij laat een vergroting maken met factor 8. Deze vergroting komt bij de receptie te staan.

a Bereken de inhoud van de vergroting in cm^3.

b Hoeveel liter is de inhoud van de vergroting?

E11

a Bereken de oppervlakte van doos 1 in cm^2.

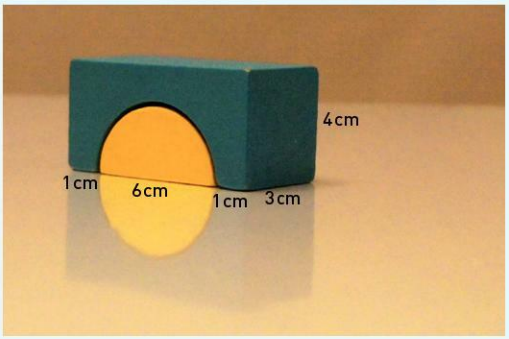
b Doos 2 is een vergroting van doos 1.
Bereken de factor van de vergroting.

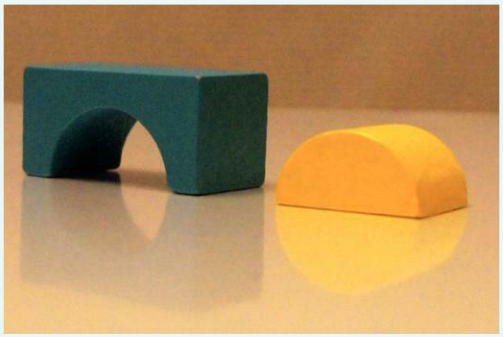
c Bereken de oppervlakte van doos 2 in cm^2.

d Doos 3 is ook een vergroting van doos 1.
Bereken de factor.

e Bereken de inhoud van doos 3.

© Noordhoff Uitgevers bv





G1 Je ziet twee blokken van beukenhout.

a Bereken de inhoud van het gele blokje.

b Bereken de inhoud van het blauwe blokje.

c De massa van beukenhout is 0,7 g/cm^3.
Laat met een berekening zien dat de massa van een blauw blokje ongeveer 38 gram is.

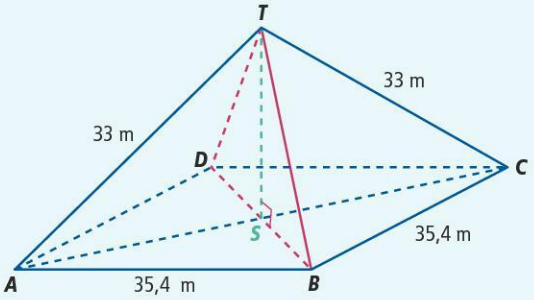
G2 Op de foto zie je de glazen piramide bij museum Het Louvre in Parijs.
De piramide heeft een grondvlak van 35,4 m bij 35,4 m en de opstaande ribben zijn 33 m.

a Bereken de lengte van diagonaal BD.

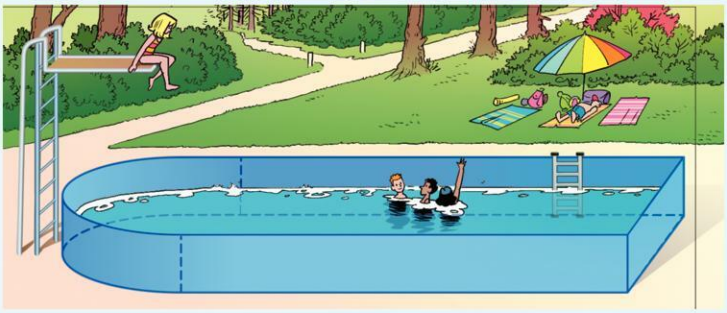
b Maak een schets van de rode driehoek BDT uit de tekening.

c Bereken de hoogte TS van de piramide.

d Hoeveel m^3 is de inhoud van de piramide?
Rond je antwoord af op een geheel getal.



© Noordhoff Uitgevers bv

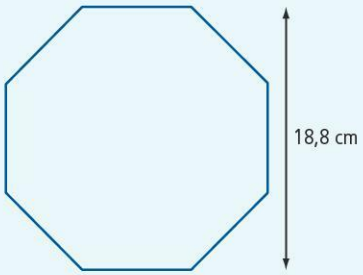


G3 Het zwembad op een camping is overal 1,4 m diep.
Het bovenaanzicht van het zwembad kun je verdelen in een rechthoek en een halve cirkel.
Het zwembad is 39 meter lang en 14 meter breed.
Bereken de inhoud van het zwembad in m^3.

G4 Droste chocolaatjes worden onder andere verpakt in een doosje dat je op de foto ziet.
De Droste doosjes hebben een hoogte van 3,3 cm. De deksel en de bodem hebben de vorm van een regelmatige achthoek en zijn 18,8 cm breed.
In de fabriek worden ze verpakt in balkvormige dozen.
De binnenmaten van de dozen zijn 75,2 cm bij 37,6 cm bij 19,8 cm ($l \times b \times h$).

a Bereken hoeveel Droste doosjes maximaal in zo'n doos passen.

b In één achthoekig Droste doosje zit 225 gram chocolade. Deze doosjes zijn ook in een grotere verpakking verkrijgbaar. Deze grotere verpakking is 1,5 keer zo groot. Bereken hoeveel gram chocolade ongeveer in deze grotere achthoekige Droste doos zit.



© Noordhoff Uitgevers bv

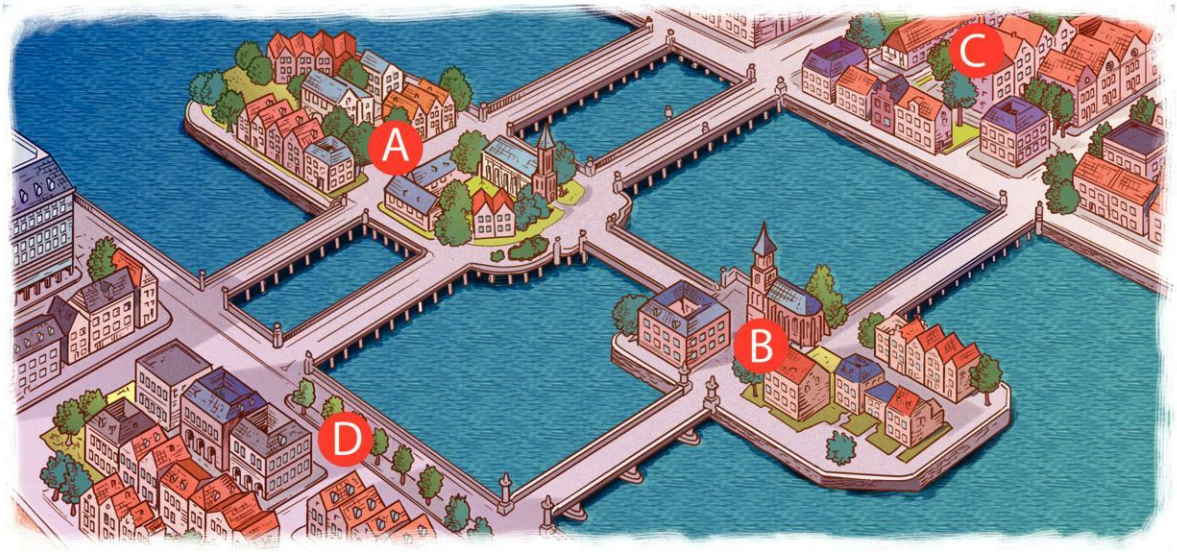
© Noordhoff Uitgevers bv

Grafen 12

In dit hoofdstuk leer je

- de begrippen graaf, knooppunt en weg
- werken met een afstandstabel
- werken met een gerichte graaf
- schattend rekenen
- aannames maken

© Noordhoff Uitgevers bv



V1 W

De tekening is een deel van de vroegere stad Koningsbergen in het toenmalige Oost Pruisen. Tegenwoordig heet de stad Kaliningrad. In deze stad worden de stadswijken A, B, C en D door zeven bruggen met elkaar verbonden.
Veel wandelaars probeerden in één wandeling elke brug precies één keer over te lopen. Dit is nooit iemand gelukt.

a Laat zien dat je in één wandeling wel zes bruggen één keer en één brug twee keer over kunt lopen.

b Teken een achtste brug waardoor je in één wandeling wel alle acht de bruggen één keer kunt nemen.

c Tussen welke twee stadswijken kun je deze achtste brug tekenen?

V2

Je ziet een deel van de tramlijn van de regio Rotterdam. De tramlijnen 21 en 24 rijden op dit traject.

a Hoeveel stations liggen er tussen station Schiedam Centrum en station Nieuwland?

b Welk tramnummer heeft Woudhoek als eindbestemming?

c Jarre gaat van station Parkweg naar station De Loper. Hij zit in tram 21 naar Woudhoek. Bij welk station moet hij uiterlijk overstappen?

d Op deze kaart is de route van Bachplein naar Schiedam Centrum een rechte lijn. Denk je dat dit in werkelijkheid ook zo is?

© Noordhoff Uitgevers bv

1 Een volwassen persoon is ongeveer ... meter lang.

2 Je wandelt ongeveer ... km per uur.

3 Een stap van een volwassene is ongeveer ... cm.

4 Je fietst ongeveer ... km per uur.

5 Een verdieping van een gebouw is ongeveer ... m hoog.

6 Een deur is ongeveer ... meter hoog.

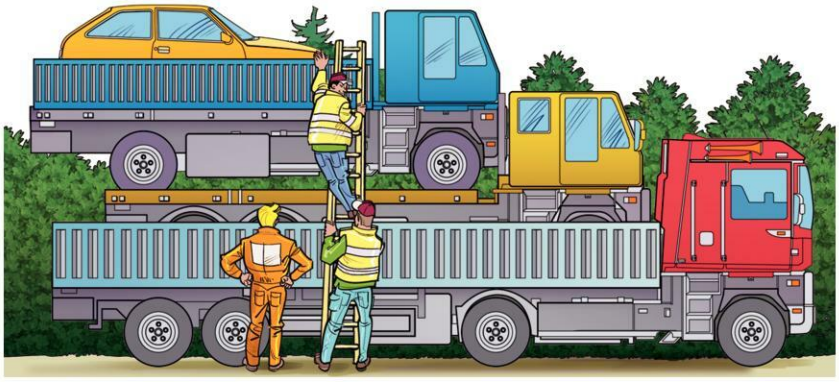
244 V3 **a** Vul **de handige maten** in.
b Uit hoeveel etages bestaat een gebouw van 35 meter hoog?

V4 **a** Pieter loopt drie kilometer.
Hoeveel stappen heeft Pieter ongeveer gezet?
b Bereken hoeveel minuten Pieter gelopen heeft.
c Hoe lang zou hij ongeveer over deze afstand doen op de fiets?

242 V5 **Reken om.**

a 2 km = … m
b 1500 cm = … m
c 0,2 km = … m
d 400 000 cm = … m
e 85 hm = … km
f 2300 m = … km

V6 Kan deze combinatie onder een viaduct door van 4,2 meter hoog?
Leg je antwoord uit.

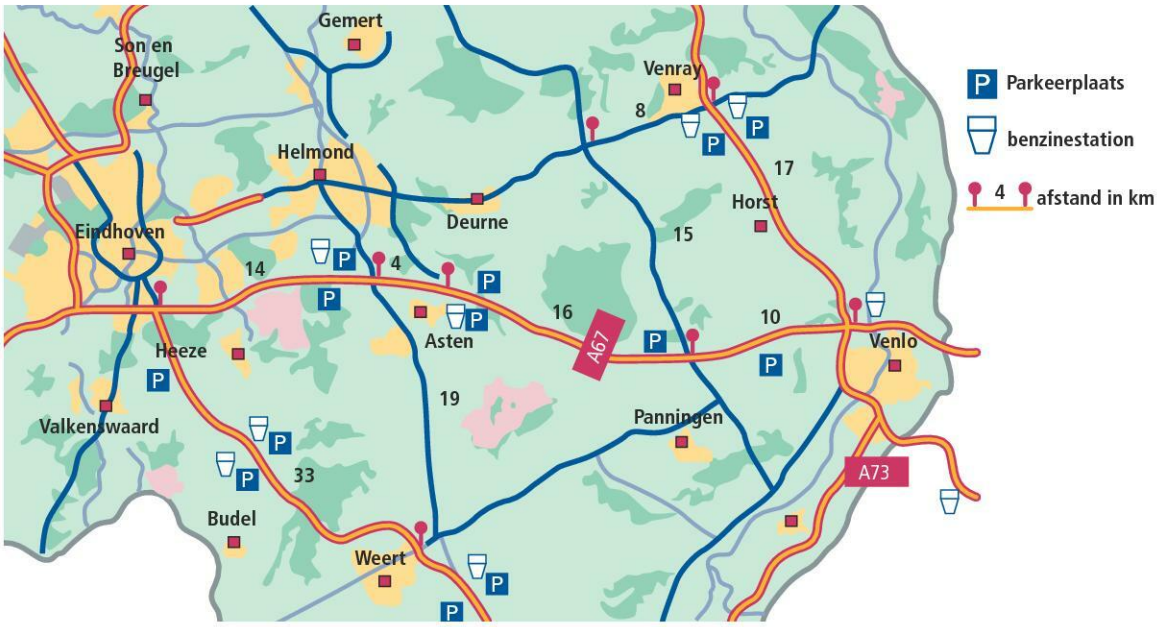


© Noordhoff Uitgevers bv

12.1 Kaart en graaf

Je leert · de begrippen graaf, knooppunt en weg

Leerroutes · ondersteunend: 1—2—03—4—5—6
· doorlopend: 1—2—3—4—5—6
· uitdagend: 1—2—3—5—6—U1



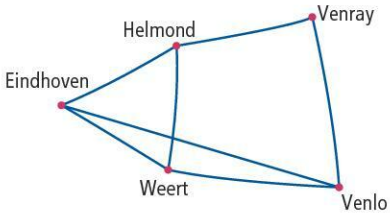
1 Op de autokaart staat veel informatie voor een automobilist.

a De naam van de snelweg van Eindhoven naar Venlo bestaat uit een letter en een nummer.
Hoe heet deze weg?

b Hoeveel parkeerplaatsen zijn er langs deze weg tussen Eindhoven en Venlo aangegeven?

c Naast de snelweg zie je figuurtjes die eruitzien als een rode speld (📍). Tussen twee van die figuurtjes staat een getal. Dit getal geeft de lengte in kilometers van het stuk weg tussen die figuurtjes aan.
Hoeveel kilometer ongeveer is de autoreis van Eindhoven naar Venlo?

2 Deze figuur is een vereenvoudiging van de autokaart boven opdracht 1.



a Hoeveel plaatsen staan er in deze vereenvoudigde kaart?

b Hoeveel verbindingen zijn erin getekend?

c Is deze tekening op schaal getekend?
Leg je antwoord uit.

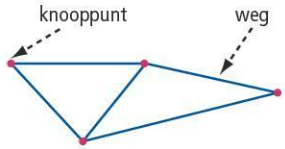
© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

Een **graaf** is een tekening die bestaat uit een aantal **knooppunten** die met elkaar verbonden worden door lijnen. Deze verbindingslijnen heten **wegen**. Een graaf is geen schaaltekening, dus de lengte van een weg in een graaf zegt niets over de werkelijke afstand.

Voorbeeld 1

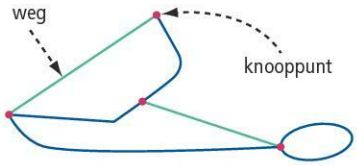
Hoeveel knooppunten en wegen heeft deze graaf?



Deze graaf heeft vier knooppunten en vijf wegen.

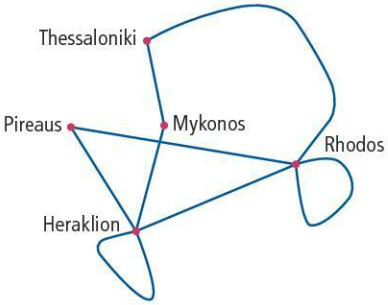
Voorbeeld 2

Hoeveel knooppunten en wegen heeft deze graaf?



Deze graaf heeft vier knooppunten en zes wegen.

Ondersteunende route → maak opdracht 03



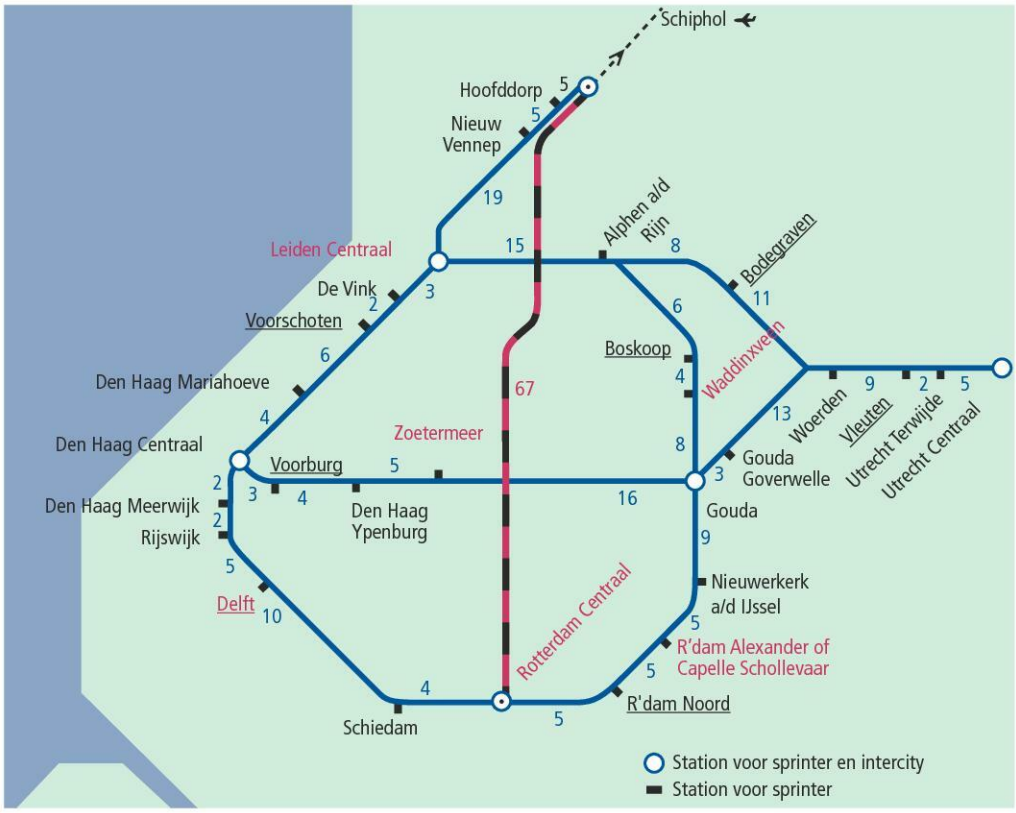
3 Deze graaf gaat over vaarroutes in Griekenland.

- **a** Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?
- **b** Hoeveel wegen heeft de graaf?
- **c** In de graaf zijn twee vaarroutes getekend die beginnen en eindigen bij dezelfde plaats zonder een andere plaats te bezoeken. Bij welke twee plaatsen gebeurt dit?
- **d** Is hier sprake van een rondvaartboot of een veerdienst?
- **e** Vanuit welke plaatsen zijn vier wegen getekend?

4

- **a** Teken een graaf met vier knooppunten en zes wegen.
- **b** Teken ook een graaf met vier knooppunten en zeven wegen. Laat één weg bij hetzelfde knooppunt beginnen en eindigen.

© Noordhoff Uitgevers bv



5 Op deze kaart zie je een deel van de treinstations in Zuid-Holland. De getallen geven de afstand tussen de treinstations aan in kilometers.

a Robin gaat met de trein van Leiden Centraal naar Den Haag Centraal.
Langs welke treinstations komt de trein dan allemaal?

b Bereken de afstand die Robin heeft afgelegd.

c Sacha gaat met de trein van Rotterdam Centraal naar Zoetermeer.
Welke route is de kortste route?

6 Van de spoorkaart uit opdracht 5 wordt een graaf gemaakt waar alleen de intercitystations in staan.

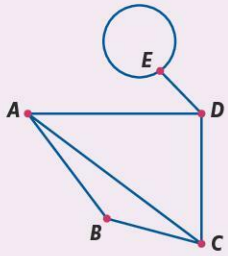
a Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?

b Teken de graaf die bij de intercitystations hoort. Vermeld de afstanden tussen de stations in de graaf.

Uitdagende route → maak opdracht U1

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



O3 Emily heeft een graaf getekend.

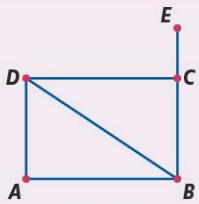
a Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?

b Hoeveel wegen heeft deze graaf?

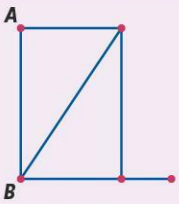
c Zijn de knooppunten A en C met een weg verbonden?

d Bij één knooppunt is een weg getekend die er begint en eindigt.
Bij welk knooppunt is dit?

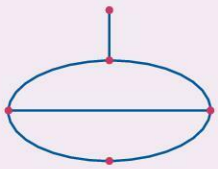
Uitdagende opdrachten



Graaf 1



Graaf 2


Graaf 3

U1 W Grafen kunnen er verschillend uitzien, maar toch hetzelfde zijn. Graaf 2 is hetzelfde als graaf 1, maar dan een kwartslag gedraaid.

a Punt A in graaf 2 komt overeen met punt A in graaf 1.
Zet de rest van de letters in graaf 2 op de goede plaats.

b Graaf 3 heeft een andere vorm, maar is ook gelijk aan graaf 1.
Zet de letters A, B, C, D en E op de juiste plaats in graaf 3.

c Teken zelf nog een andere graaf die gelijk is aan graaf 1.
Zet de letters erbij.

© Noordhoff Uitgevers bv

12.2 Tabel en graaf

Je leert · werken met een afstandstabel

Leerroutes · ondersteunend: 7—8—09—10—11
· doorlopend: 7—8—9—10—11
· uitdagend: 7—9—10—11—U2

7 W In de graaf kun je de afstanden tussen een aantal steden aflezen. De afstanden zijn in kilometers.

a Uit hoeveel knooppunten en wegen bestaat de graaf?

b In de tabel is de kortste afstand van Haarlem naar Den Helder al ingevuld.
Controleer dat dit klopt.

	HA	DH	AM	AL	LS
HA	–	64	…	…	…
DH	…	–	…	…	…
AM	…	…	–	…	…
AL	…	…	…	–	…
LS	…	…	…	…	–

c Vul in de tabel steeds de kortste afstand in.

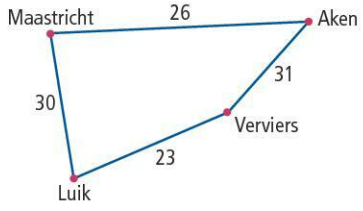
d Waarom staat elke afstand twee keer in de tabel?

Theorie

In een **afstandstabel** staan de kortste afstanden.
Op de diagonaal van linksboven naar rechtsonder zet je streepjes omdat de afstand dan nul is.

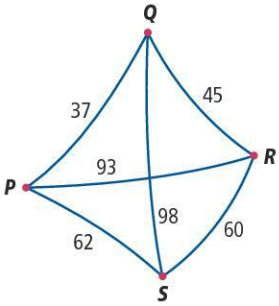
Voorbeeld

Maak een afstandstabel bij de graaf.



van \ naar	M	A	L	V
M	–	26	30	53
A	26	–	54	31
L	30	54	–	23
V	53	31	23	–

© Noordhoff Uitgevers bv

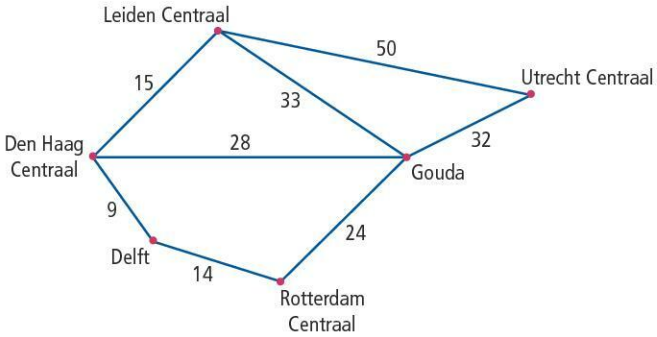


van \ naar	P	Q	R	S
P	–	…	82	…
Q	…	–	…	…
R	…	…	–	…
S	…	…	…	–

8 W

Vul de afstandstabel bij de graaf verder in.

Ondersteunende route → maak opdracht 09



9 W

Van de spoorkaart van Zuid-Holland is een graaf gemaakt. De afstanden tussen de stations zijn in kilometers.

a Hoeveel kilometer is de kortste route van Leiden Centraal naar Rotterdam Centraal?

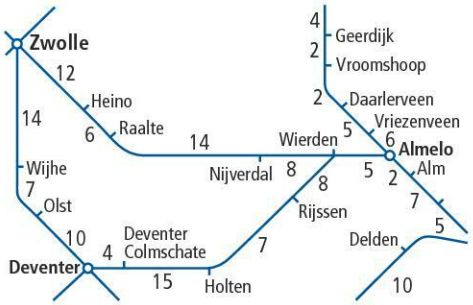
b Erik zegt: 'Ik vul de afstandstabel alleen onder de streepjes in. Dan kan ik ook alle afstanden uit de tabel aflezen.'
Laat zien welke afstandstabel Erik dan krijgt.

c Leg uit dat je in deze tabel alle afstanden af kunt lezen.

d Bepaal de afstand van Utrecht Centraal naar Rotterdam Centraal.

van \ naar	DH	LC	GO	RC	UC
DH	–	…	…	…	…
LC	15	–	…	…	…
GO	…	…	–	…	…
RC	…	…	…	–	…
UC	…	…	…	…	–

© Noordhoff Uitgevers bv



naar

van	Zwolle	Wierden	Almelo	Deventer
Zwolle	–	40	…	…
Wierden	…	–	…	…
Almelo	…	…	–	…
Deventer	…	…	…	–

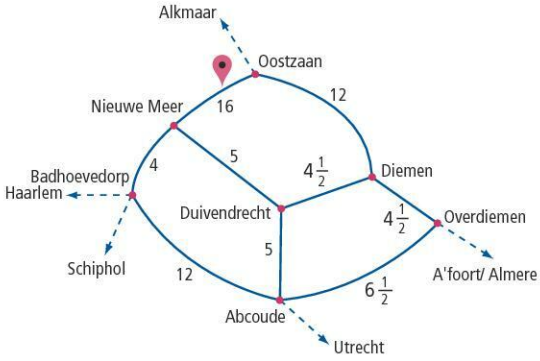
10 W

Op de spoorkaart staan de afstanden tussen de stations.

a Vul de afstandstabel van de graaf verder in.

b Tussen Holten en Rijssen staat een defecte trein.
Er kunnen daardoor geen treinen rijden op dit traject.
Joris moet van Deventer naar Almelo reizen.
Via welk treinstation moet hij omreizen?

c Bereken hoeveel kilometer Joris om moet reizen.



11 W

Naast de kaart van Amsterdam zie je een graaf met de hoofdwegen rondom Amsterdam.

a Hoeveel kilometer is de kortste afstand tussen Overdiemen en Badhoevedorp?

b Vul de afstandstabel bij deze graaf verder in.

c Jorien moet van Oostzaan naar Schiphol. Omdat bij de Coentunnel (zie) een file staat, besluit zij via Diemen, Duivendrecht en Abcoude te rijden.
Hoeveel kilometer moet Jorien omrijden?

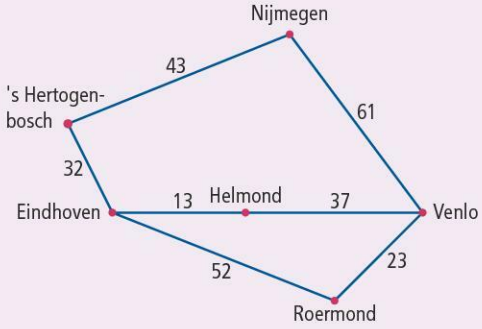
naar

van	Oo	Di	Ov	Ab	Du	Ni	Ba
Oo	–	12	…	…	…	…	…
Di	…	–	…	…	…	…	…
…	…	…	–	…	…	…	…
…	…	…	…	–	…	…	…
	…	…	…	…	–	…	…
	…	…	…	…	…	–	…
	…	…	…	…	…	…	–

Uitdagende route → maak opdracht U2

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten



naar

van	's-H	N	E	R	V	H
's-H	–	…	…	…	…	…
N	43	–	…	…	…	…
E	…	…	–	…	…	…
R	…	…	…	–	…	…
V	…	…	…	…	–	…
H	…	…	…	…	…	–

O9 W Van de spoorkaart rondom Helmond is een graaf gemaakt.
De afstanden tussen de stations zijn in kilometers.

a Hoeveel kilometer is de kortste route van Nijmegen naar Helmond?

b Vul in de afstandstabel het blauwe gedeelte in.

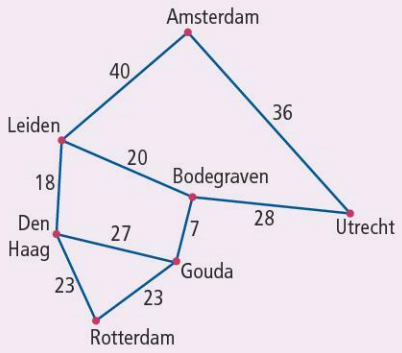
c Lees de afstand van Eindhoven naar Nijmegen af.

d Waarom weet je nu ook de afstand tussen Nijmegen en Eindhoven?

e Lees de afstand van Nijmegen naar Roermond af en schrijf die op.

Uitdagende opdrachten

U2 Van een deel van het snelwegnetwerk in de randstad is een graaf gemaakt.
Op alle wegen is de maximumsnelheid 120 km/uur, behalve op de weg tussen Bodegraven en Leiden.
Daar geldt een maximumsnelheid van 100 km/uur.



a Timo wil de snelste route van Gouda naar Leiden nemen. Moet hij dan via Den Haag of via Bodegraven rijden? Leg je antwoord uit.

b Joy gaat met de auto van Rotterdam naar Amsterdam. Op haar telefoon ziet ze dat er tussen Den Haag en Leiden 10 minuten vertraging is door file. Hoe moet Joy rijden om het snelst in Amsterdam te zijn? Laat zien hoe je aan je antwoord komt.

© Noordhoff Uitgevers bv

12.3 Gerichte graaf

Je leert · werken met een gerichte graaf

Leerroutes
· ondersteunend: 12—13—14—O15—16
· doorlopend: 12—13—14—15—16
· uitdagend: 12—13—14—16—U3

12 W Je ziet een stuk van de kaart van de grachtengordel van Amsterdam.
In het centrum hebben veel straten eenrichtingsverkeer.

a Hoe is een eenrichtingsweg in de plattegrond aangegeven?

b Schrijf twee straten met eenrichtingsverkeer op.

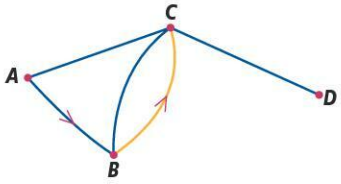
c Sanne moet van plaats 1 naar plaats 2.
Teken een mogelijke route.

Theorie

Een graaf waarin eenrichtingswegen voorkomen, heet een **gerichte graaf**.
Een gerichte graaf herken je aan de pijltjes in de wegen.

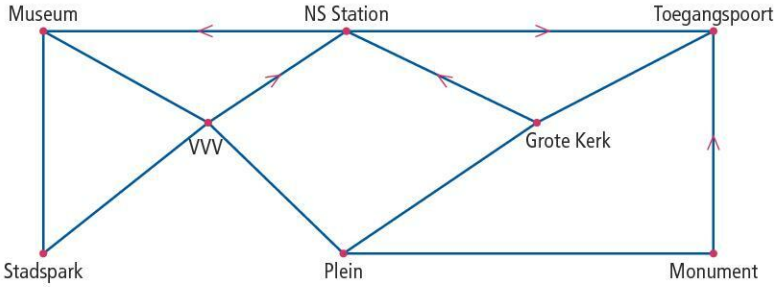
Voorbeeld

Waarom is dit een gerichte graaf?



Dit is een gerichte graaf omdat je wel van A naar B, maar niet van B naar A kunt. Verder kun je via de oranje weg wel van B naar C maar niet van C naar B.

© Noordhoff Uitgevers bv



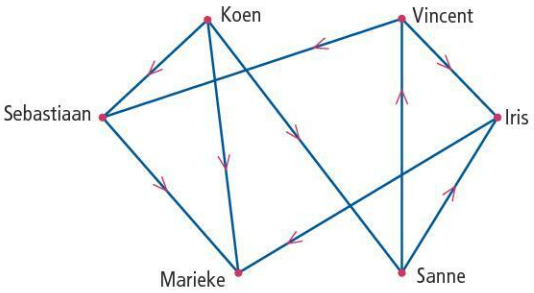
13 W

In de graaf staan een paar belangrijke bezienswaardigheden van een stad. Een pijltje betekent dat er eenrichtingsverkeer geldt in die straat.

a In hoeveel wegen geldt geen eenrichtingsverkeer?

b Je fietst van de Grote Kerk naar het Stadspark. Kleur in de graaf twee routes van drie wegen. Gebruik verschillende kleuren.

c Carolien wil van het NS Station naar het Monument. Schrijf twee verschillende routes op waaruit zij kan kiezen.



14

Zes vrienden gaan tafeltennissen. Ze spelen allemaal één keer tegen elkaar. In de graaf staat de tussenstand. De pijltjes wijzen naar de verliezer van de partij.

a Je ziet dat Marieke tegen Sebastiaan heeft gespeeld. Wie heeft die wedstrijd gewonnen?

b Hoeveel wedstrijden zijn er tot nu toe gespeeld?

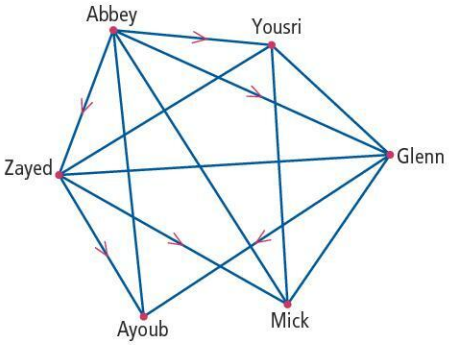
c Hoeveel wedstrijden moeten er in totaal worden gespeeld? Leg je antwoord uit.

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht O15

15 In de graaf is van een paar vrienden weergegeven of ze elkaar op Instagram volgen. De pijl van Abbey naar Yousri betekent dat Abbey Yousri wel volgt, maar Yousri volgt Abbey niet. Een weg zonder pijl betekent dat beide personen elkaar volgen.

a Wordt Ayoub gevolgd door Glenn?
b Wie worden er gevolgd door Yousri?
c Welke persoon heeft de minste volgers?
d Wie volgt de meeste mensen?
e Is er een persoon die iedereen die hem of haar volgt, die personen zelf ook volgt?



16 Op een school is een competitie van damesvoetbal opgezet. De resultaten zijn in een tabel bijgehouden.
Achter team A staan onder B 3 punten. Dit betekent dat team A van team B heeft gewonnen. Daarom staan achter team B 0 punten onder team A.

a Heeft team C van team D gewonnen?
b Welk team heeft de meeste wedstrijden gewonnen?
c Teken een gerichte graaf die bij de tabel past. Zorg dat elk pijltje naar het verliezende team wijst.
d Welk team heeft gewonnen?
e Hoe kun je aan de graaf zien welk team gewonnen heeft?

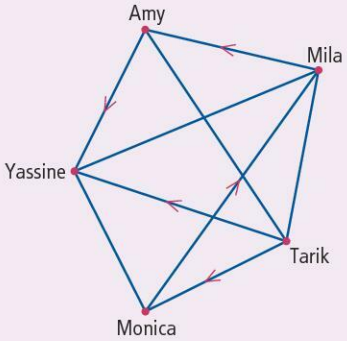
	A	B	C	D	E	F	*totaal*
A	–	3	1	0	1	1	…
B	0	–	1	1	3	0	…
C	1	1	–	0	3	0	…
D	3	1	3	–	0	3	…
E	1	0	0	3	–	1	…
F	1	3	3	0	1	–	…

Uitdagende route → maak opdracht U3

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

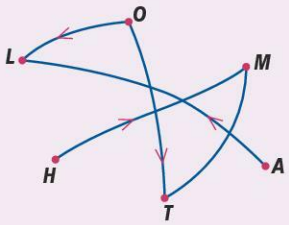
O15 In de graaf zie je een paar klasgenoten staan.
Een pijl van Amy naar Yassine betekent dat Amy het telefoonnummer van Yassine in haar telefoon heeft staan, maar andersom niet. Een weg zonder pijl betekent dat beide personen elkaars telefoonnummer hebben.



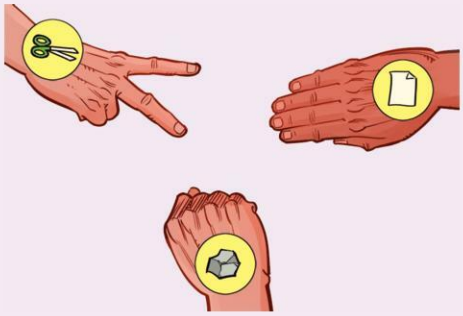
a Heeft Tarik het telefoonnummer van Monica?
b Van wie heeft Amy het telefoonnummer in haar telefoon opgeslagen?
c Van hoeveel klasgenoten heeft Mila het nummer in zijn telefoon staan?
d Heeft Mila meer of minder nummers in haar telefoon opgeslagen dan Monica?
e Wie heeft van iedereen het telefoonnummer van de andere vier klasgenoten opgeslagen?

Uitdagende opdrachten

	L	*O*	*M*	*A*	*T*	*H*
Liam	–	0	…	0	…	…
Olivia	3	–	…	…	3	…
Milou	…	…	–	…	1	…
Ava	3	…	…	–	…	1
Thom	…	0	1	…	–	…
Hugo	…	…	…	1	...	–



U3 **W** Zes vrienden spelen steen, papier, schaar. Steeds spelen twee vrienden tegen elkaar. Als je wint krijg je 3 punten, bij gelijk spel ieder één punt en als je verliest krijg je geen punten. Ze houden de score bij in een tabel.
Na afloop worden de punten geteld.
Ava heeft gewonnen met 13 punten. Liam eindigt als laatste met 3 punten, maar heeft nooit gewonnen.
Thom en Milou hebben allebei 5 punten. Olivia heeft 6 punten.
Maak de gerichte graaf af en bereken hoeveel punten Hugo heeft gehaald.

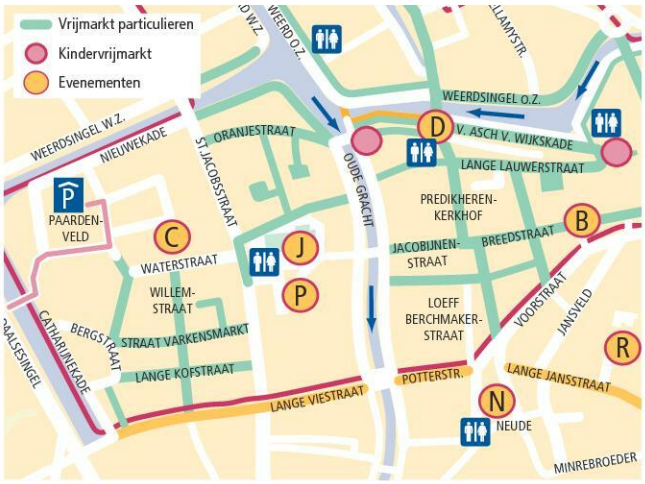


© Noordhoff Uitgevers bv

12.4 Een keuze maken

Je leert · schattend rekenen

Leerroutes
· ondersteunend: 17—18—19—O20—21
· doorlopend: 17—18—19—20—21
· uitdagend: 17—19—20—21—U4



17 Op de kaart zie je een deel van de binnenstad van Utrecht.
Op Koningsdag zijn er allerlei evenementen in de stad. Ook is er een Vrijmarkt. De straten waar de Vrijmarkt is toegestaan, zijn groen gekleurd.

a Emre staat in de Breedstraat bij evenement B en moet naar het toilet. Zal hij naar het toilet bij D of bij N gaan?

b Van evenement N naar evenement J is het 450 meter lopen. Door de drukte doet Hugo hier een kwartier over.
Bereken hoe snel Hugo gemiddeld loopt. Geef je antwoord in kilometers per uur.

afstand in meters	450	…	…
tijd in minuten	15	…	…

18 Maartje en haar vriendin Simone verkopen smoothies op de vrijmarkt.
Ze hebben 20 liter aardbei-limoensmoothie klaargemaakt. Ze rekenen € 1,25 per smoothie.
Maartje en Simone willen weten hoeveel ze kunnen verdienen.

a Hoeveel bekertjes denk je dat ze uit één liter smoothie kunnen halen?

b Hoeveel smoothies verwacht je dat ze tijdens de vrijmarkt zullen verkopen?

c De vader van Simone sponsort de inkopen voor de smoothie.
Hoeveel denk je dat Maartje en Simone verdienen als ze alle smoothies verkopen?

© Noordhoff Uitgevers bv

Theorie

Om een goede schatting te kunnen maken, moet je eerst bedenken welke gegevens je nodig hebt. Gegevens krijg je door jezelf eerst enkele vragen te stellen en daar een antwoord op te geven.

Voorbeeld

Hannah loopt de volgende route: Oranjestraat – Oude Gracht – Potterstraat – Voorstraat. Welke van de volgende vragen moet Hannah beantwoorden om te schatten hoelang zij over de route zal doen? De kaart staat boven opdracht 17.

1 Hoeveel kilometer is de route?
2 Wat was het weer op deze dag?
3 Met welke snelheid kan Hannah de route lopen?
4 Hoe snel fietst Hannan?

Op de vragen **1** en **3** moet Hannah een antwoord hebben om te berekenen hoelang zij ongeveer over de route zal doen.

19 De ROPARUN is een estafettehardloopwedstrijd. In 2018 werd in Hamburg gestart, met Rotterdam als finishplaats. Op de kaart en in de graaf staat aangegeven door welke plaatsen men loopt. Als team moet je uiterlijk om 17:00 uur in Rotterdam aankomen.

a Op welke twee van de onderstaande vragen heb je antwoord nodig om de starttijd te berekenen?

1 Hoeveel kilometer is de route?
2 Met welke gemiddelde snelheid lopen de renners?
3 Hoe laat passeren de renners de grens met Nederland?
4 In welke plaatsen kun je rusten?

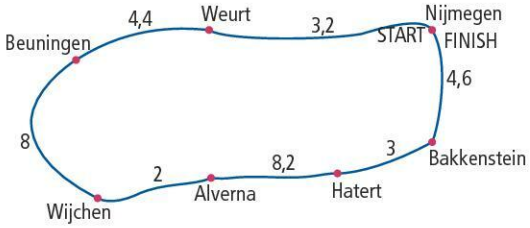
b Maak met de antwoorden op de vragen een schatting van het tijdstip waarop het laatst vertrekkende team moet vertrekken uit Hamburg.

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht O20

Nijmeegse Vierdaagse dag 2

Nijmegen - De tweede dag van de Nijmeegse Vierdaagse staat bekend als de 'dag van Wijchen'. Bekijk hieronder de route voor de afstand van 30 km. De route leidt de wandelaars vanuit Nijmegen via Beuningen en Wijchen. Op deze dag is de totale afstand 30,4 km.



20 De Nijmeegse Vierdaagse loopt op de tweede dag een route door Wijchen. De lopers starten in Nijmegen en lopen dan richting Weurt. De route eindigt 30,4 km later in Nijmegen.

a Op welke van de vier vragen moet je antwoord hebben om de wandeltijd te kunnen schatten?

b Bedenk zelf een antwoord op deze vraag.

c Hoelang is de wandeltijd op deze dag ongeveer?

1 Hoeveel mensen doen er mee?
2 Hoe laat starten de wandelaars?
3 Hoeveel toeschouwers staan er langs de route?
4 Met welke gemiddelde snelheid lopen de wandelaars?

21 Bij de Nijmeegse Vierdaagse hebben de verschillende afstanden een verschillende starttijd. Voor de afstand van 30 km kun je starten tussen 06:45 en 07:15 uur of tussen 07:30 en 08:00 uur. Je moet uiterlijk om 17:00 uur bij de finish zijn.

a Joep is om 07:00 uur gestart en loopt de route van 30 km zonder een pauze te nemen.
Bereken hoe snel Joep gemiddeld moet lopen om precies om 17:00 uur te finishen. Geef je antwoord in km/uur.

b Een groep militairen loopt de route van 50 km. De starttijd voor die afstand is tussen 04:00 en 04:30 uur. Militairen lopen in marstempo, dat is sneller dan een normaal looptempo.
Bereken hoe laat de militairen waarschijnlijk bij de finish zijn.

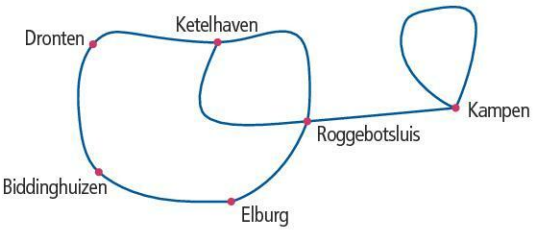
Uitdagende route → maak opdracht U4

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

Flevotour start in binnenstad

Kampen - Voor de 46e keer klinkt zaterdag in Kampen het startschot voor de Flevotour, een wielerklassieker voor nieuwelingen en junioren. Om 14.00 uur gaan de junioren beginnen aan hun 120 kilometer door de provincie Flevoland.



O20 De Flevotour kent de volgende route: Kampen (start), Roggebotsluis, Ketelhaven, Dronten, Biddinghuizen, Elburg, Roggebotsluis, Ketelhaven, Roggebotsluis, Kampen, Kampen (finish).

a Hoe lang is de Flevotour?

b Op welke twee van de vier vragen wil de organisatie een antwoord weten om de finishtijd te kunnen schatten?

c Bedenk zelf een antwoord op deze twee vragen.

d Hoe laat ongeveer wordt de finish verwacht? Leg uit.

1 Hoeveel renners doen er mee?
2 Hoe laat starten de renners?
3 Hoeveel bezoekers staan langs de weg?
4 Met welke gemiddelde snelheid fietsen de renners?

Uitdagende opdrachten

U4 De triatlon is een Olympische sport die uit drie onderdelen bestaat. Voor zowel de mannen als vrouwen bestaat een triatlon uit 1,5 km zwemmen, 40 km wielrennen en 10 km hardlopen.
Bij de Olympische Spelen van 2016 was de Brit Alistair Brownlee de snelste met een tijd van 01:45:01 uur.
Bereken voor elk van de drie onderdelen hoelang hij er ongeveer over deed.

© Noordhoff Uitgevers bv

12.5 Schattend rekenen

Je leert · aannames maken

Leerroutes
· ondersteunend: 22—023—24—25—26
· doorlopend: 22—23—24—25—26
· uitdagend: 22—24—25—26—U5

22 Het Pieterpad is een wandelroute van 492 km van het Groningse Pieterburen naar de Limburgse St. Pietersberg. Deze route is opgedeeld in 26 etappes.
In de graaf staan de etappes en de lengte van elke etappe in kilometers.

a De eerste etappe *Pieterburen – Winsum* is 11 km lang.
Leg uit hoeveel uren je ongeveer over deze afstand loopt.
b Waarom kun je niet het hele Pieterpad in één dag lopen?
c Maarten wil weten in hoeveel dagen hij het hele Pieterpad kan lopen.
Welke twee van de volgende vier vragen moet hij dan voor zichzelf beantwoorden?
❶ Hoeveel kilometer kan ik per uur lopen?
❷ Heb ik genoeg vrije dagen?
❸ Hoeveel uren per dag kan ik lopen?
❹ Waar kun je overnachten?
d Beantwoord de twee gekozen vragen.
e In ongeveer hoeveel dagen kan hij het hele Pieterpad lopen?

Theorie

Soms moet je een schatting maken waarbij je niet altijd handige maten kunt gebruiken. Je moet dan één of meerdere **aannames** maken.
Doordat niet iedereen dezelfde aanname gebruikt, zijn er verschillende antwoorden mogelijk.

Voorbeeld

Daan loopt een tocht van 100 km. In hoeveel dagen kan hij deze tocht lopen?

Gebruik als handige maat → lopen: 6 km/uur
Gebruik de aannames: hij loopt vijf uren per dag en hij neemt geen rustdagen.
Daan loopt op één dag $5 \times 6 = 30$ km.
$100 : 30 = 3{,}333\ldots$
Daan loopt de tocht in ongeveer vier dagen.

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende route → maak opdracht 023

23 Op de kaart zie je een fietstocht naar Parijs.
De tocht heeft verschillende startplekken.
Je kunt onder andere starten in Leuven, Eindhoven en Maastricht.
Alle routes komen samen in Dinant.

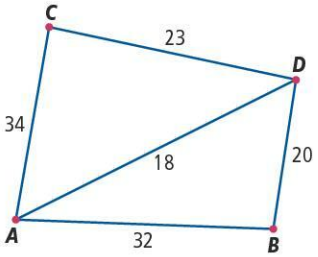
a Hoe lang is de route vanuit Eindhoven naar Parijs?

b Anton fietst van Eindhoven naar Parijs.
Hij vraagt zich af in hoeveel dagen hij de route kan fietsen.
Bedenk twee vragen die hij zich moet stellen.

c Beantwoord de twee vragen met handige maten of aannames.

d Hoeveel dagen ongeveer is Anton onderweg?

e Hoeveel dagen duurt de fietstocht vanuit Leuven?



van \ naar	A	B	C	D
A	–	…	…	…
B	…	–	…	…
C	…	…	–	…
D	…	…	…	–

24 W De graaf is een weergave van een fietsgebied waarin verschillende fietsroutes gedaan kunnen worden.

a Vul de afstandstabel bij de graaf in.

b Maarten maakt een fietstocht vanuit B, via A en D naar C.
Hoelang is hij ongeveer onderweg?

c Brend traint met een groep wielrenners.
Ze fietsen het rondje A, C, D, B, A. Ze vertrekken om 9:00 uur.
Hoe laat zijn ze ongeveer weer terug?

d De route van opdracht c kun je ook met een step afleggen.
Hoelang ben je met de step onderweg?

© Noordhoff Uitgevers bv

25 Alpe d'HuZes is een actie waarbij deelnemers hardlopend, wandelend of fietsend de legendarische berg Alpe d'Huez beklimmen. Onder het motto 'opgeven is geen optie', beklimmen zij op één dag maximaal zes keer de berg om zo veel mogelijk geld in te zamelen voor het goede doel.
De lengte van de beklimming is 14,5 km en het hoogteverschil is 1100 meter. Om 04:30 uur is er een gezamenlijke start.

a Op de website is te lezen dat een hardloper over één klim tussen de 1:30 uur en 2:30 uur onderweg is.
Van welke twee gemiddelde snelheden is hierbij uitgegaan?

b Als je boven bent kun je met een kabelbaan naar beneden naar het keerpunt.
Bereken hoe vaak op één dag een hardloper de klim kan maken. Houd rekening met een wachttijd van ongeveer 30 minuten bij de kabelbaan.

c Bereken hoe vaak een wandelaar de klim kan maken.

26 In 2017 bracht de Alpe d'HuZes 10,4 miljoen euro op.
Er waren dat jaar onder de deelnemers 200 hardlopers, 900 wandelaars en 2980 fietsers.

a Schat hoe vaak de deelnemers in totaal een klim hebben gemaakt. Gebruik je antwoorden van opdracht 25.

b Hoeveel geld heeft iedere deelnemer gemiddeld opgehaald?

Uitdagende route → maak opdracht U5

© Noordhoff Uitgevers bv

Ondersteunende opdrachten

O23 Het Pieterpad kan ook met de fiets gedaan worden. Omdat de wandelroute over veel looppaden gaat, volgt de fietstocht een andere route. De fietstocht is 570 km lang.
Rayan vraagt zich af in hoeveel dagen hij het hele Pieterpad kan fietsen.

a Bedenk twee vragen die hij zich moet stellen.

b Geef antwoord op de twee vragen.

c Hoeveel dagen doet Rayan volgens jou over het Pieterpad?

Uitdagende opdrachten

type	AVRO RJ-85
capaciteit	92 passagiers
lengte	28,3 m
motoren	4
kruissnelheid	755 km/uur
reikwijdte	max. 3800 km

U5 In de tabel staan enkele gegevens van een vliegtuig.
Als dit vliegtuig geland is rijdt het naar de gate.
De passagiers stappen uit en het vliegtuig wordt schoongemaakt. Daarna kunnen de passagiers instappen.
Als iedereen is ingestapt wordt het vliegtuig naar de startbaan gereden, waarna het vliegtuig weer kan opstijgen.

a Schat hoe lang het duurt voordat het vliegtuig na de landing weer op kan stijgen.

b Het vliegtuig vertrekt om 10:30 uur vanaf Schiphol naar Genua. De afstand is 930 km.
Bereken hoe laat het vliegtuig weer vanuit Genua kan vertrekken.

© Noordhoff Uitgevers bv

Kun je een opdracht niet maken, kijk dan bij dezelfde vaardigheid in Samenvatting | Extra oefening.

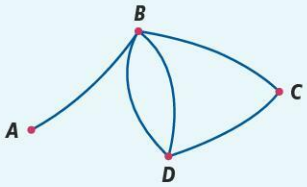
Je kent de begrippen graaf, knooppunt en weg.

T1

a Hoeveel knooppunten heeft deze graaf?

b En hoeveel wegen heeft deze graaf?

c Teken een graaf met vier knooppunten en zes wegen. Zorg ervoor dat één weg bij hetzelfde knooppunt begint en eindigt.



Je kunt werken met een afstandstabel.

T2 **W**

Je ziet een deel van de metrokaart van Rotterdam. In de kaart staat de afstand tussen de stations in minuten. Zo duurt de reis van station Rotterdam Centraal naar station Beurs in totaal drie minuten.

a Hoelang duurt de reis van station Beurs naar station Slinge?

b Via welke overstap station kun je het beste van station Slinge naar station Schiedam Centrum reizen?

c Vul de afstandstabel met de stations Beurs, Slinge, Tussenwater en Schiedam Centrum verder in.

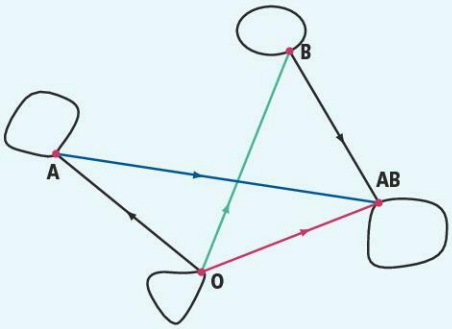
reistijd in minuten

	BE	SL	TW	SC
BE	–	11	…	…
SL	…	–	…	…
TW	…	…	–	…
SC	…	…	…	–

© Noordhoff Uitgevers bv

Je kunt werken met een gerichte graaf.

T3 Er bestaan vier bloedgroepen, namelijk bloedgroep A, bloedgroep B, bloedgroep AB en bloedgroep O.
In de graaf is aangegeven dat het bloed van een bloeddonor met bloedgroep A toegediend kan worden aan iemand met bloedgroep A of bloedgroep AB.



a Van welke bloedgroep kan het bloed aan iedereen toegediend worden?

b Rick heeft bloedgroep AB.
Van welke bloedgroep moet het bloed zijn dat aan hem kan worden toegediend?

c Marije kan alleen aan iemand met dezelfde bloedgroep doneren.
Welke bloedgroep heeft zij?

Je kunt schattend rekenen.

T4 Je kunt de Elfstedentocht ook fietsend doen. De tocht is 235 km. In de graaf zie je de route schematisch weergegeven. De getallen zijn de afstanden in kilometers.

a Welke twee vragen van de vier moet je beantwoorden om uit te rekenen hoe lang je over deze tocht doet?

b Bedenk op die twee vragen een antwoord.

c Hoelang ongeveer doe je over deze Elfstedentocht?

1 Hoe laat ga je van start?
2 Hoeveel kilometer fiets je gemiddeld per uur?
3 Door hoeveel steden fiets je?
4 Hoeveel uur pauzeer je?

Je kunt aannames maken.

T5 De wintertriatlon bestaat uit 7,5 km hardlopen, 13 km fietsen en 10 km langlaufen. Al deze onderdelen worden door de sneeuw afgelegd.

a Bedenk drie vragen om te kunnen schatten hoelang het duurt om de triatlon af te leggen.

b Bedenk op de drie vragen een antwoord.

c Schat hoelang een wintertriatlon duurt.

© Noordhoff Uitgevers bv

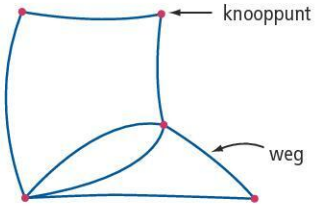
Vaardigheid

Je kent de begrippen graaf, knooppunt en weg.

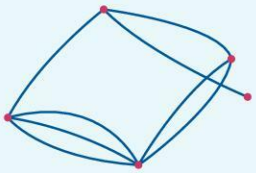
Een graaf is een tekening die bestaat uit een aantal knooppunten die met elkaar verbonden zijn door lijnen. Deze verbindingslijnen heten wegen. Een graaf is geen schaaltekening, dus de lengte van een weg in een graaf zegt niets over de werkelijke afstand.

Voorbeeld

Hoeveel knooppunten en wegen heeft deze graaf?

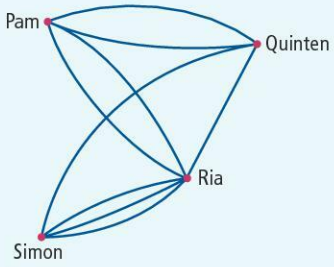


Deze graaf heeft vijf knooppunten en zeven wegen.



E1
- **a** Hoeveel knooppunten heeft de graaf?
- **b** En hoeveel wegen?
- **c** Teken een graaf met vijf knooppunten en vijf wegen.
- **d** Teken een graaf die meer wegen dan knooppunten heeft. Zorg ervoor dat één weg bij hetzelfde knooppunt begint en eindigt.

E2 Pam, Quinten, Ria en Simon hebben hun lesrooster voor het vierde leerjaar opgehaald. Ze hebben niet dezelfde sector gekozen. Bij een aantal vakken zitten ze bij elkaar in de les. Ze hebben een graaf gemaakt. Elke verbinding tussen twee personen betekent dat ze voor één vak bij elkaar in de les zitten.



- **a** Bij hoeveel vakken zitten Ria en Pam bij elkaar in de les?
- **b** Welke twee leerlingen zitten nooit bij elkaar in de les?
- **c** Welke twee leerlingen volgen de meeste vakken samen?
- **d** De vakken Nederlands en Engels zijn verplicht. Hoe kan het dat er toch maar één weg tussen Simon en Quinten getekend is?

© Noordhoff Uitgevers bv

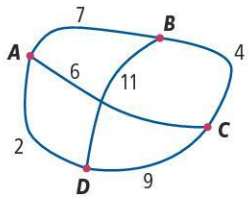
Vaardigheid

Je kunt werken met een afstandstabel.

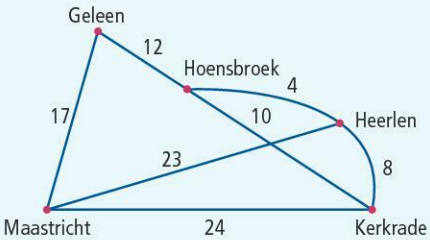
In een afstandstabel staan de kortste afstanden tussen een aantal plaatsen. Op de diagonaal van linksboven naar rechtsonder zet je streepjes omdat de afstand dan nul is.

Voorbeeld

Maak een afstandstabel bij deze graaf.



van \ naar	A	B	C	D
A	–	7	6	2
B	7	–	4	9
C	6	4	–	9
D	2	9	9	–



van \ naar	He	Ho	G	M	K
He	–	…	…	…	…
Ho	…	–	…	…	…
G	16	…	–	…	…
M	…	…	…	–	…
K	…	…	…	…	–

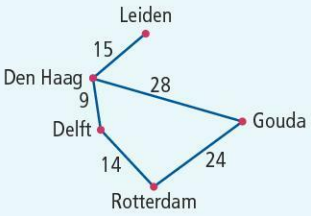
E3 **W**

Van vijf plaatsen in de provincie Limburg is een graaf getekend.
Het getal bij de wegen is de afstand in kilometers tussen die plaatsen.

a Welke betekenis heeft het getal 16 in de tabel?

b Hoeveel kilometer is de kortste afstand *Maastricht – Hoensbroek*?

c Vul de afstandstabel verder in.



van \ naar	L	DH	G	D	R
L	–	…	…	…	…
DH	…	–	…	…	…
G	43	28	–	…	…
D	…	…	…	–	…
R	…	…	…	…	–

E4 **W**

In de graaf zie je een deel van het spoornet.
De afstandstabel is voor een deel ingevuld.
De afstanden zijn in kilometers.

a Schrijf de afstanden uit de tabel in de graaf.

b Vul de afstandstabel verder in.

© Noordhoff Uitgevers bv

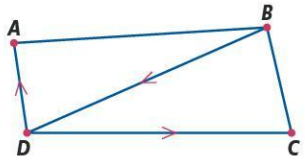
Vaardigheid

Je kunt werken met een gerichte graaf.

Een graaf waarin eenrichtingswegen voorkomen, heet een gerichte graaf.
Een gerichte graaf herken je aan de pijltjes in de wegen.

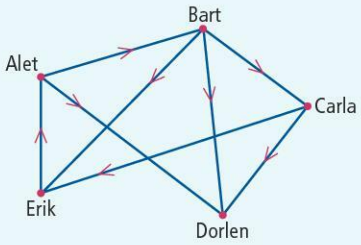
Voorbeeld

Waarom is dit een gerichte graaf?



Dit is een gerichte graaf omdat je bijvoorbeeld wel van D naar A kunt maar niet van A naar D. Ook van B naar D en van D naar C kun je maar één kant op.

E5 Alet, Bart, Carla, Dorien en Erik spelen een schaakcompetitie tegen elkaar. Ze spelen een halve competitie, dus elke speler speelt één keer tegen alle andere spelers. In de graaf zie je wie van wie gewonnen heeft. De pijl van Alet naar Bart betekent dat Alet van Bart heeft gewonnen.



a Wie won de wedstrijd tussen Erik en Carla?
b Hoeveel wedstrijden heeft Erik gespeeld?
c Welke wedstrijden moeten nog gespeeld worden?
d Hoeveel wedstrijden worden in totaal gespeeld?

Vaardigheid

Je kunt schattend rekenen.

Om een goede schatting te kunnen maken, moet je eerst bedenken welke gegevens je nodig hebt. Gegevens krijg je door jezelf eerst enkele vragen te stellen en daar een antwoord op te geven.

Voorbeeld

Tijdens een basketbaltoernooi spelen de teams één keer tegen elkaar.
Je wilt schatten hoelang dit toernooi duurt.
Op welke vragen heb je een antwoord nodig om dit te weten?

1 Welke clubs doen mee?
2 Hoelang duurt een wedstrijd?
3 Hoeveel teams doen er mee?
4 Hoeveel wedstrijden worden er tegelijkertijd gespeeld?
5 Op welke dag wordt het toernooi gehouden?

Om de duur van een toernooi uit te rekenen, moet je de vragen **2**, **3** en **4** eerst beantwoorden.

© Noordhoff Uitgevers bv

E6 Sander en Petra wonen in Hilversum. Ze besluiten om in een aantal dagen het IJsselmeer rond te fietsen, een tocht van ruim 320 km. Ze willen weten hoeveel dagen ze over deze tocht zullen doen.

a Welke handige maat voor fietsen kun je gebruiken?

b Bedenk nog een vraag om uit te kunnen rekenen hoeveel dagen zij over de tocht zullen doen.

c Beantwoord deze vraag.

d Bereken met behulp van de handige maat en het antwoord van opdracht c hoeveel dagen ze volgens jou over de tocht zullen doen.

Vaardigheid

Je kunt aannames maken.

Soms moet je een schatting maken waarbij je niet altijd handige maten kunt gebruiken. Je moet dan één of meerdere aannames maken.
Doordat niet iedereen dezelfde aanname gebruikt, zijn er verschillende antwoorden mogelijk.

Voorbeeld

Een toertocht steppen van 30 km start om 11:00 uur.
Hoe laat zal de finish ongeveer zijn?

aanname: Men stept gemiddeld 12 km per uur.
De toertocht duurt ongeveer 30 : 12 = 2,5 uur.
11:00 uur + 2 uur en 30 minuten = 13:30 uur
De finish zal om ongeveer 13:30 uur zijn.

E7 In de minitriatlon 'de Dolphin' starten de veertien- en vijftienjarigen om 10:20 uur. Ze zwemmen eerst een rondje van 250 m, daarna fietsen ze 10 km en eindigen met 2 km hardlopen.

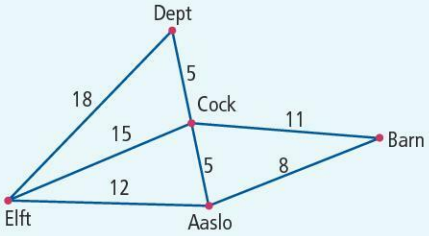
a Bedenk drie vragen om te kunnen schatten hoelang de winnaar over de verschillende onderdelen van deze minitriatlon doet.

b Beantwoord deze drie vragen met handige maten of aannames.

c Maak een schatting hoe laat de winnaar van deze minitriatlon over de eindstreep kan gaan.

© Noordhoff Uitgevers bv

G1 Vijf vrienden komen elke week één keer bij elkaar. Zij wonen elk in één van de vijf plaatsen.
De afstanden bij de wegen zijn in kilometers.



a Maak een afstandstabel die bij de graaf hoort.

b In welke plaats kunnen ze het best bijeenkomen als ze zo min mogelijk kilometers willen rijden? Leg je antwoord uit.

c Op de dag dat ze bij elkaar komen blijkt de weg *Aaslo – Cock* afgesloten te zijn voor alle verkeer. Leg uit in welke plaats zij nu het best kunnen samenkomen.

G2 Een transportbedrijf heeft een afstandstabel met daarin de steden Vlissingen, Den Helder, Utrecht en Leeuwarden gemaakt.

		naar			
		V1	DH	Le	Ut
van	V1	–	269	325	173
	DH	269	–	91	139
	Le	325	91	–	152
	Ut	173	139	152	–

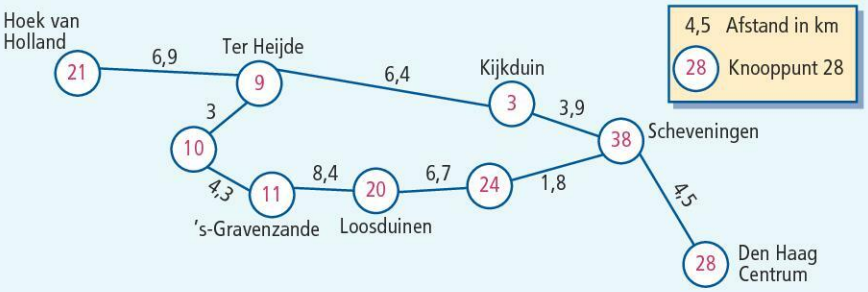
a Maak bij deze afstandstabel een graaf.

b Het transportbedrijf heeft twee routes ingepland. Een route van Vlissingen via Leeuwarden naar Den Helder en een route van Den Helder via Utrecht naar Vlissingen.
Het bedrijf is benieuwd of beide routes door één chauffeur op één dag gereden mogen worden.
Bereken met een aanname hoelang het duurt om beide routes te rijden.

c Hoelang denk je dat het laden en lossen van een vrachtwagen duurt?

d Bij alle plaatsen worden de vrachtwagens gelost en opnieuw geladen. Een chauffeur mag per dag maximaal negen uren rijden en twaalf uren werken.
Kunnen beide routes door één chauffeur op één dag gereden worden?

© Noordhoff Uitgevers bv



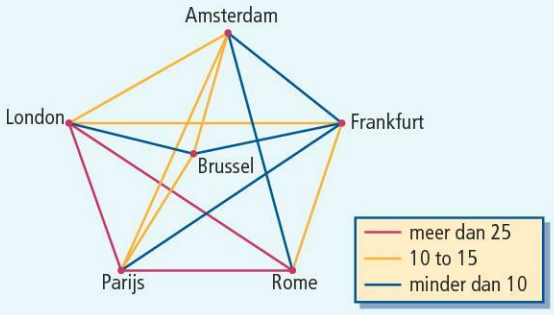
G3 De graaf is een deel van een fietsknooppuntenkaart in Zuid-Holland.

a Janneke fietst van Scheveningen naar Ter Heijde en ziet deze paddenstoel staan.
Staat de paddenstoel tussen knooppunt 38 en knooppunt 3 of tussen knooppunt 3 en knooppunt 9?

b Hillechien vertrekt om 10:15 uur bij kooppunt 11 en gaat op de fiets via de kortste weg naar Hoek van Holland.
Leg uit of zij op tijd komt voor haar afspraak om 11:00 uur.

c De school van Brenda heeft een fietspuzzeltocht uitgezet van Den Haag Centrum naar Hoek van Holland. De laatste groep krijgt de kortste route en moet om 15:00 uur in Hoek van Holland zijn.
Uiterlijk hoe laat moet de laatste groep vertrekken? Schrijf je aannames en berekeningen op.

G4 De graaf geeft informatie over het vliegverkeer tussen een aantal luchthavens in Europa.
Uit de graaf is af te lezen hoeveel vluchten er ongeveer per dag plaatsvinden tussen de verschillende luchthavens.

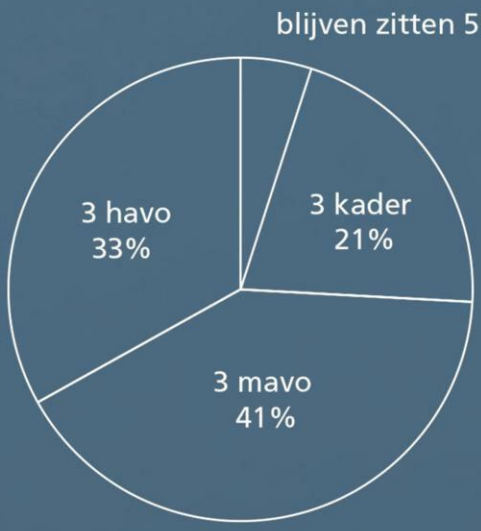


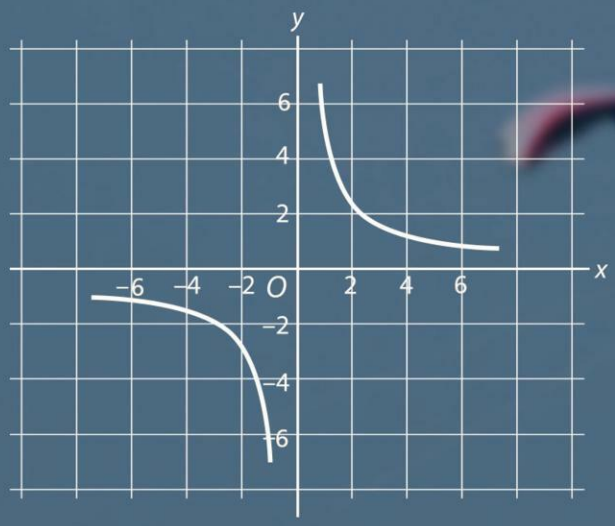
a Hoe kun je in de graaf zien dat Parijs en Londen drukke luchthavens zijn?

b Iemand wil van Brussel naar Rome vliegen.
Volgens de graaf kan dat niet rechtstreeks.
Er moet dus worden overgestapt.
Op hoeveel verschillende manieren kan dat met één tussenlanding?

c Welke route is volgens jou het verstandigst?
Leg uit waarom je dat vindt.

© Noordhoff Uitgevers bv

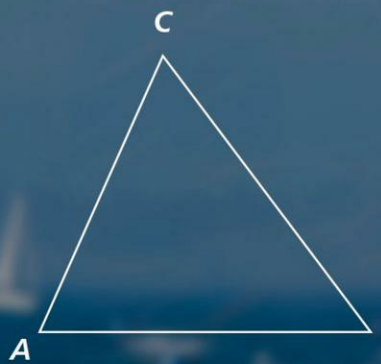


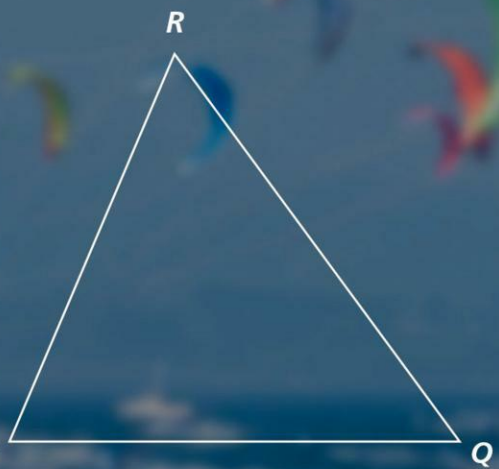


cijfer	turven	frequentie
4	11	.....
5	...	.....
6	...	.....
7	...	.....
8	...	.....
9	...	.....
10	...	.....

12%

$m = 5 \times n \times 7 \times n$
$m = 5 \times 7 \times n \times n$
$m = 35n^2$

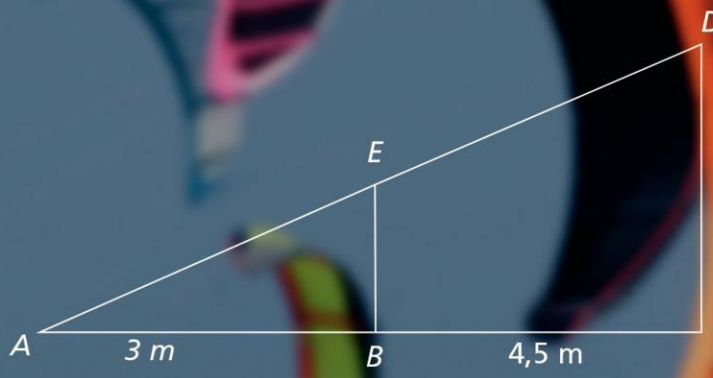




© Noordhoff Uitgevers bv

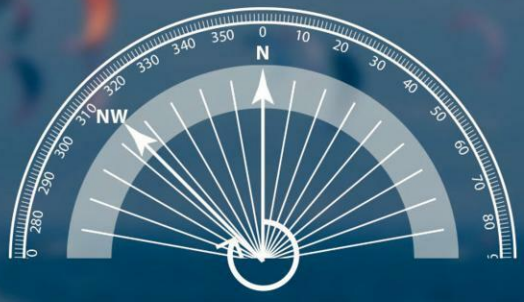
Keuzeonderwerpen 4

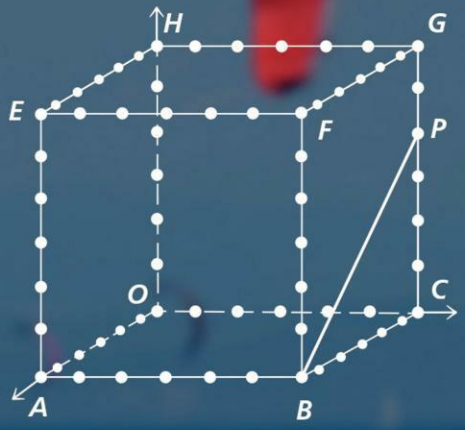
- Technische vaardigheden 4
- Wiskunde in de praktijk 2
- Door elkaar 2



de factor bij 1,3% rente

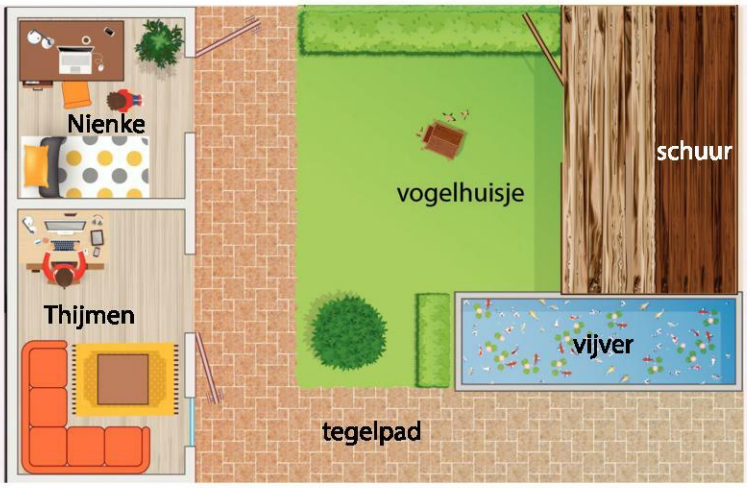
snelheid in km/uur	10	20	30	40	50	60	70	80
reistijd in uren	…	…	…	…	…	…	…	…





© Noordhoff Uitgevers bv

Kijklijnen



TV**1** W

Nienke staat in haar kamer. Ze kijkt door de deur naar buiten.

a Geef met kijklijnen aan welk deel van de tuin zij kan zien.

b Meet de hoek tussen de twee kijklijnen en schrijf die op.

c Thijmen zit aan zijn bureau. Hij kijkt ook naar buiten.
Geef met kijklijnen aan welke delen hij van de tuin kan zien.

d Kan Thijmen zien dat de schuurdeur open staat?

e De kat zit op het tegelpad en kijkt naar de vogels in het vogelhuisje.
Nienke kan de kat niet zien, maar Thijmen ziet de kat wel.
Kleur het deel van het tegelpad waar de kat kan zitten.

Inhoud

TV**2**

De schuur heeft de vorm van een prisma.
Het vlak met de deur is de bodem van dit prisma.

a Teken dit vlak op schaal 1 : 100.

b Bereken de werkelijke oppervlakte van dit vlak in m^2.

c Bereken de inhoud van de schuur.

TV**3**

Van balk $ABCD.EFGH$ is $AB = 18$ cm, $BC = 16$ cm en $AE = 14$ cm.

a Reken de lengtematen om naar decimeters.

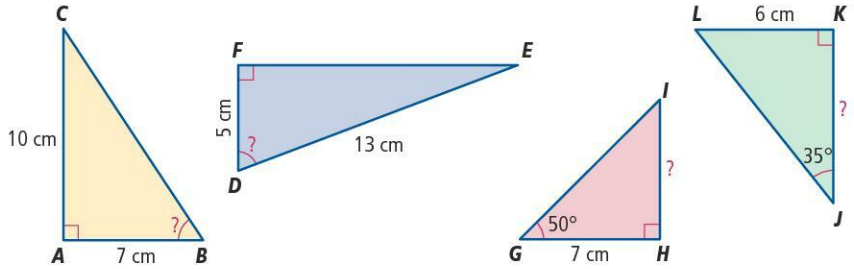
b Bereken de oppervlakte van de balk in dm^2.

c Bereken de inhoud van de balk in liters.

d Bereken de inhoud van de balk in milliliters.

© Noordhoff Uitgevers bv

Tangens



TV**4** **a** Bereken $\angle B$ en $\angle D$ met behulp van de tangens.
b Bereken de zijden van twee driehoeken waar een vraagteken bij staat. Gebruik de tangens.

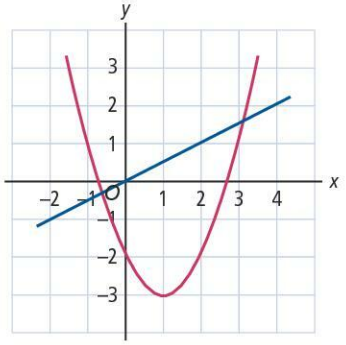
Vergelijkingen

TV**5** Los de volgende vergelijkingen op. Sommige vergelijkingen hebben geen oplossing. Geef, zo nodig, de antwoorden in één decimaal nauwkeurig.

a $x^2 + 8 = 12$
b $x^2 - 7 = -8$
c $x^2 + 6 = 6$
d $x^2 + 5 = 14$
e $x^2 + 4 = 23$
f $x^2 + 3 = 13$

TV**6** De grafieken van $y = x^2 - 2x - 2$ en $y = 0{,}5x$ hebben twee snijpunten.

a Bereken door inklemmen de x-waarde van het linker snijpunt in één decimaal nauwkeurig.
b Benader de x-waarde van het rechter snijpunt in één decimaal nauwkeurig.



Rekenen

TV**7** Vul steeds het ontbrekende getal in.

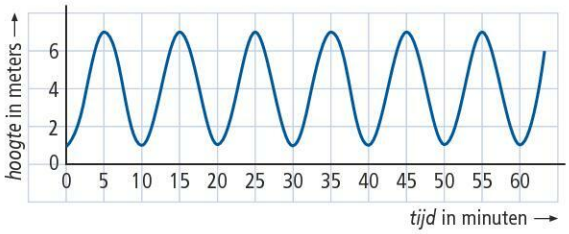
a $-83 + (175 - 103) = \ldots$
b $\ldots : -18 = 196$
c $\ldots \times -15 = -105$
d $24 : -3 + 25 + 7 - 12 = \ldots$

TV**8** In de rijen zit regelmaat. Maak de rijen af.

a 6, 11, 16, 21, …, …, …
b 3, 6, 11, 18, …, …, …
c 170, 90, 50, 30, …, …, …

© Noordhoff Uitgevers bv

Verbanden



TV**9** De getekende grafiek hoort bij een reuzenrad.

a Hoe heet dit verband?

b Vul in.
De lengte van één periode is … , de evenwichtsstand is … , de amplitude is … .

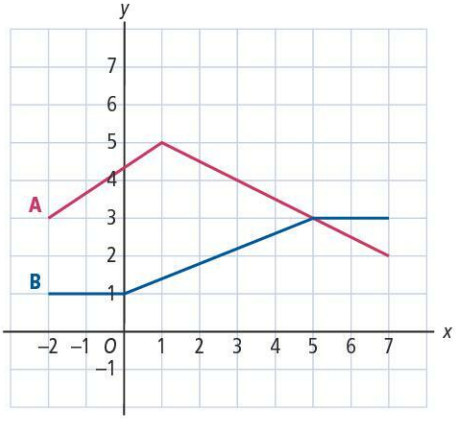
c Bereken de frequentie per uur.

TV**10** Maaike heeft op haar rekening een bedrag van € 260,- staan.
Ze spaart per week een bedrag van € 25,-.

a Met welke formule kan Maaike haar spaarbedrag berekenen dat zij gespaard heeft? Gebruik de letter *a* en de letter *b*.

b Ruben heeft een startbedrag van € 180,- en spaart per week € 33,-. Maak de formule die bij het sparen van Ruben hoort.

c Bereken na hoeveel weken Maaike en Ruben evenveel geld hebben gespaard.



TV**11a** W Maak een somtabel bij de grafieken A en B.

b Teken in het assenstelsel de somgrafiek met een andere kleur.

c Maak een verschiltabel voor A – B.

d Teken in hetzelfde assenstelsel de verschilgrafiek met een andere kleur.

© Noordhoff Uitgevers bv

Wetenschappelijke notatie

TV12 Schrijf de volgende getallen in de wetenschappelijke notatie.

a $40\,000 = 4 \times 10\,000 = 4 \times 10^{\cdots}$

b $2000 = 2 \times \ldots = 2 \times 10^{\cdots}$

c $0{,}000\,053 = 5{,}3 \times 10^{\cdots}$

d 82,5 miljoen = …

e 0,000 000 0065 = …

f 0,0092 = …

TV13 Schrijf als gewoon getal.

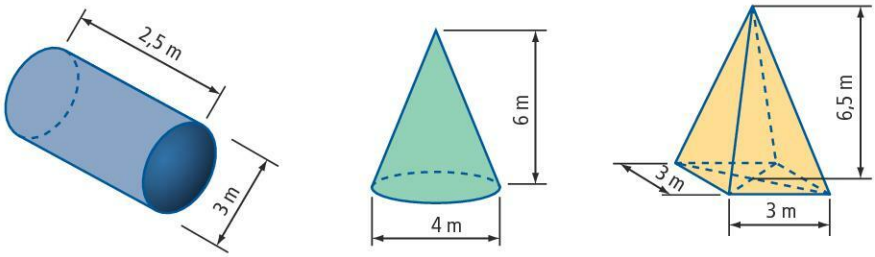
a 5×10^{6}

b $8{,}19 \times 10^{7}$

c $3{,}23 \times 10^{-4}$

d $0{,}5 \times 10^{-3}$

Inhoud



TV14

a Bereken de oppervlakte van de cilinder in hele m^2.

b Bereken de inhoud van de cilinder in hele liters.

c Bereken de inhoud van de kegel in hele liters.

d Bereken de inhoud van de piramide in hele liters.

Hoeken berekenen

TV15 W In rechthoek $ABCD$ is lijnstuk DE evenwijdig met lijnstuk BG.

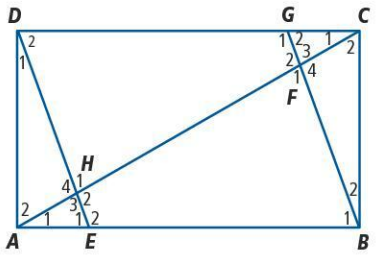
a Kleur twee hoeken die in dezelfde Z-figuur voorkomen.

b Schrijf twee hoeken op die in dezelfde F-figuur zitten.

c Schrijf een paar overstaande hoeken op.

d Gegeven is $\angle H_2 = 100°$ en $\angle E_2 = 110°$.
Bereken de hoeken van $\triangle AEH$.

e Bereken de hoeken van vierhoek $HFGD$.

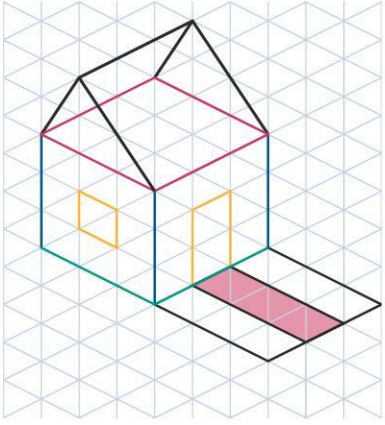


© Noordhoff Uitgevers bv

In technische tekeningen wordt vaak gebruik gemaakt van isometrische projectie. Bij deze methode lijkt het alsof je vanaf de bovenkant schuin tegen het figuur aankijkt. Deze projectie wordt ook veel gebruikt in videospellen.
In de volgende opdrachten ga je een deel van een woonwijk tekenen op isometrisch papier. Dit papier bestaat uit gelijkzijdige driehoekjes.

1 W Je gaat een huis tekenen met behulp van de isometrische projectie. Je hebt hier een A4'tje isometrisch papier voor nodig.
Teken altijd eerst alles met een grijs potlood en teken de lijnen op de lijnen van het isometrische papier of evenwijdig daaraan.

a Teken de rode lijnen die je op de tekening ziet.
b Teken ook de drie blauwe en de twee groene lijnen.



2 Een deel van het huis is nu te zien.

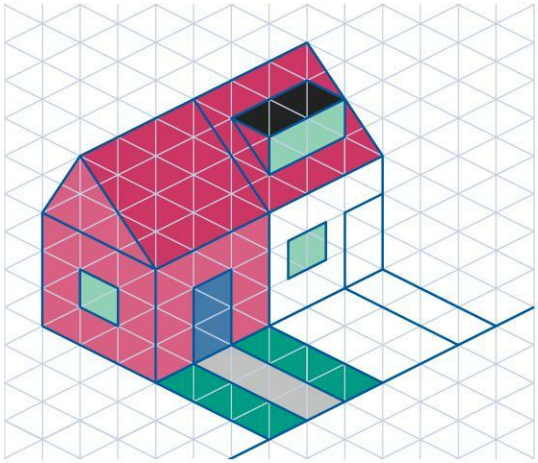
a Teken nu de deur en het raam.
b Teken een deurknop op de deur.

3

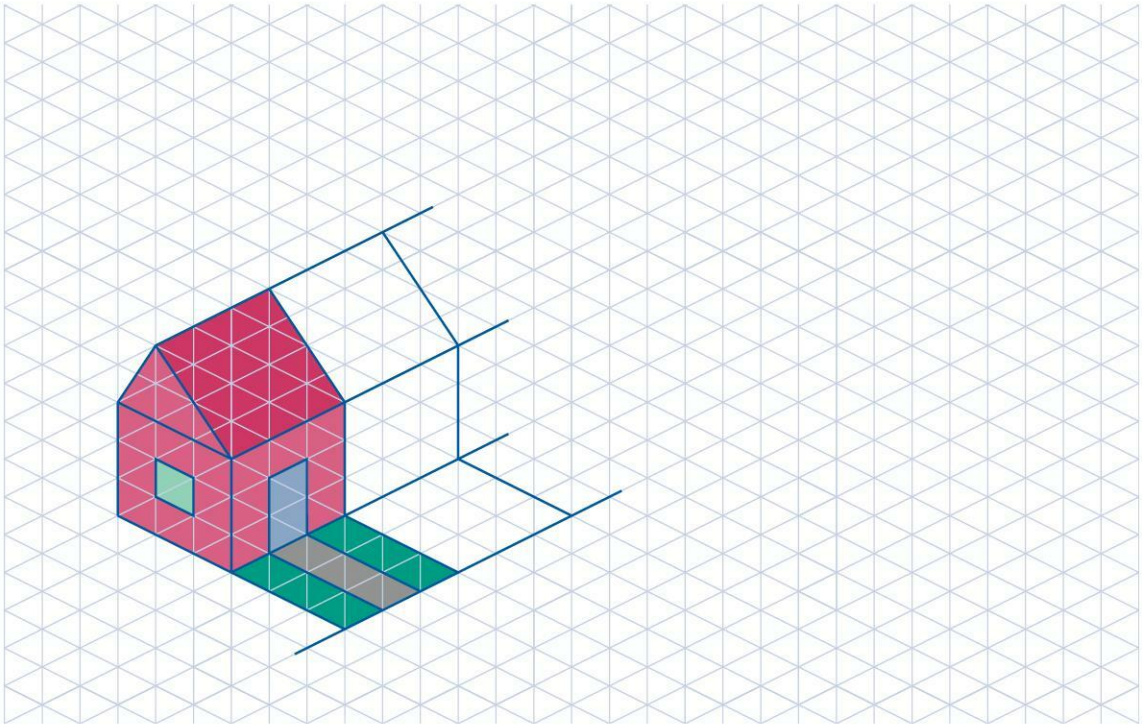
a Teken nu het dak en het tuinpad.
b Kleur zoveel mogelijk details van het huis.
Dit huis is nu een onderdeel van je eigen straat die je gaat ontwerpen.

© Noordhoff Uitgevers bv

4 Naast het huisje dat je getekend hebt, zie je in de tekening nog een huisje.
Teken dit na en kleur het naar eigen inzicht verder in.



5 W Maak een ontwerp van een straat met minstens vier huizen.
Teken eerst huizen aan de huizen die je al getekend hebt. Ontwerp daarna de ramen, deuren en tuinen van de huizen. Maak je tekening af met een stoep, straat en andere onderdelen.
Gebruik je eigen creativiteit.



© Noordhoff Uitgevers bv

Casper wordt binnenkort 16 jaar en hij wil graag een scooter kopen. Zijn vader heeft liever dat Casper een elektrische fiets koopt omdat een elektrische fiets veel goedkoper in gebruik is en milieuvriendelijker. Om na te gaan of zijn vader gelijk heeft, maakt Casper een vergelijking tussen een scooter en een elektrische fiets.

Kosten	Elektrische fiets	Scooter
Aankoopprijs	€ 1.325,-	€ 1.599,95
Rijklaar maken	€ 29,90	gratis
Extra accu	€ 329,-	n.v.t.
Verzekering	€ 3,25 per maand	€ 5,72 per maand
Benzineverbruik	n.v.t.	1 : 35
Accu opladen	€ 0,10 per keer	n.v.t.
Brommerrijbewijs	n.v.t.	€ 349,-

1 Als eerste vergelijkt Casper de aankoopprijs van de fiets en de scooter.

a Bereken de totale prijs van de fiets met extra accu als Casper de fiets rijklaar laat maken.

b Hoeveel kosten de scooter en het brommerrijbewijs samen?

c Bereken het verschil tussen aanschaf van de fiets en de scooter.

2 Casper moet ook de benzine kosten berekenen. Hij woont 15 kilometer van zijn school en moet vijf dagen per week naar school.

a Bereken hoeveel kilometer Casper per week zal rijden tussen huis en school.

b De scooter heeft een gebruik van 1 : 35.
Hoeveel liter benzine heeft Casper per week nodig om naar school te rijden? Rond je antwoord af op één decimaal.

c In de tank van de scooter moet V-Power.
Bereken de benzinekosten voor Casper voor één week.

© Noordhoff Uitgevers bv

3 Op één opgeladen fietsaccu kan ongeveer 50 km gefietst worden.

a Hoeveel is Casper per week kwijt aan oplaadkosten?

b Casper gaat 40 weken per jaar naar school en schat dat hij daarnaast nog 500 km per jaar af zal leggen met de fiets of de scooter. Bereken voor de fiets en de scooter de brandstofkosten per jaar.

c Bereken ook de verzekeringskosten voor beide per jaar.

4 Hoeveel is het verschil tussen de oplaadkosten en de verzekeringskosten voor een elektrische fiets en de benzinekosten en de verzekeringskosten voor een scooter?

Kosten scooter	Benzine	Elektrisch
Aankoopprijs	€ 1.599,95	€ 2.349,95
Verzekering	€ 5,72 per maand	€ 5,72 per maand
Benzineverbruik	1 : 35	n.v.t.
Accu opladen	n.v.t.	€ 0,40 per 100 km
Brommerrijbewijs	€ 349,-	€ 349,-

5 De vriendin van Casper vertelt hem dat hij ook een elektrische scooter kan kopen.

a Bereken het verschil in aankoopprijs tussen een benzine- en een elektrische scooter.

b Hoeveel euro zijn de oplaadkosten per jaar voor Casper als hij een elektrische scooter zou kopen?

c Hoeveel euro zou Casper per jaar voor brandstof en verzekering goedkoper uit zijn wanneer hij een elektrische scooter zou kopen?

d Bereken hoeveel euro een elektrische scooter per jaar duurder in gebruik is dan een elektrische fiets.

6 Casper schat in dat hij aan onderhoudskosten voor een scooter ongeveer € 100,- per jaar kwijt is en voor een elektrische fiets € 50,-.
Verder gaat hij ervanuit dat hij met zowel de scooter (benzine of elektrisch) als met de fiets 10 jaar kan rijden en dat ze dan niets meer waard zijn.

a Maak een overzicht van het verschil in kosten over tien jaar tussen een elektrische fiets en een elektrische scooter.

b Welk advies zou jij Casper geven?

	Elektrische fiets	Elektrische scooter
Totale aankoopprijs	…	…
Accu opladen	…	…
Verzekering	…	…
…	…	…
…		

© Noordhoff Uitgevers bv

Hellingen

In Ras al-Khaimah in de Verenigde Arabische Emiraten is de langste tokkelbaan ter wereld officieel in gebruik genomen. De 'zipline' van 2,8 kilometer is 600 meter langer dan de langste zipline tot dan toe en is in februari 2018 opgenomen in het Guinness Book of Records.

1 De tocht start op de top van de Jebel Jais-berg, die op 1680 meter boven zeeniveau ligt en eindigt op zeeniveau. Maak een schets van de situatie.

2 Bereken de hellingshoek van de tokkelbaan.

3 Ismael zoeft in 1 minuut en 16 seconden naar beneden. Ismael gebruikt een tabel om zijn gemiddelde snelheid in kilometer per uur te berekenen.
Hoeveel kilometer per uur was zijn snelheid?

kilometers	2,8		…
seconden	…	1	3600

4 Op 2153 meter boven zee, op de grens tussen Frankrijk en Zwitserland bevindt zich een van de steilste skipistes, 'The Swiss Wall'. De piste is 1,2 kilometer lang en eindigt op een hoogte van 1820 meter.
Maak een schets van de situatie.

5 Is de hellingshoek van 'The Swiss Wall' groter of kleiner dan de tokkelbaan in de Verenigde Arabische Emiraten?

6 Camiel skiet met een gemiddelde snelheid van 8,5 m/s naar beneden.
Bereken hoeveel minuten en seconden hij erover doet.

meters	8,5	1	…
seconden	1		…

© Noordhoff Uitgevers bv

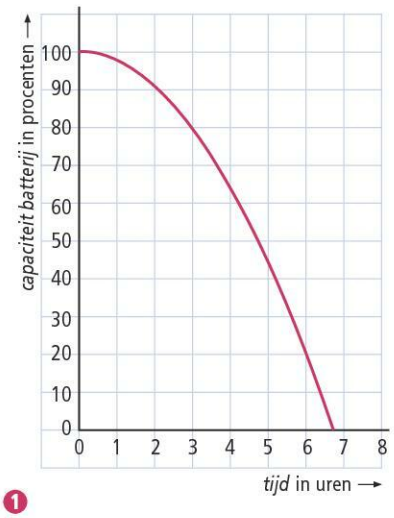
Batterij smartphone

De capaciteit van de batterij van je smartphone is als hij vol is 100%. Het internet staat vol met tips over hoe je kunt zorgen dat je batterij langer mee gaat.

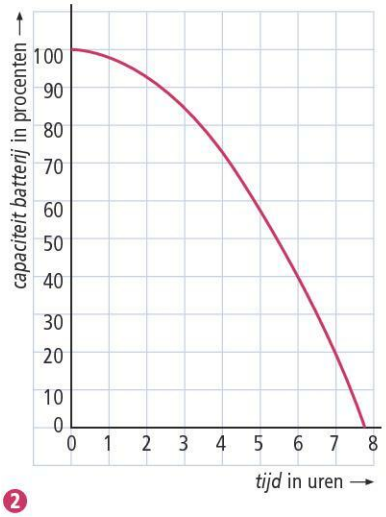
tijd in uren	3	7	19
capaciteit batterij in procenten	88	72	24

7 Deze tabel hoort bij een willekeurige smartphone bij normaal gebruik. Geef de bijbehorende woordformule.

8 Teken de grafiek bij de tabel.



❶



❷

9 De grafieken ❶ en ❷ laten de capaciteit van de batterij zien bij Instagram en gamen. Gamen gebruikt meer capaciteit dan Instagram.
Welke grafiek hoort bij welke app?

10 Als de capaciteit van de batterij onder de 20% komt, gaat de smartphone op energiebesparingsmodus.
Lees uit beide grafieken af na hoeveel tijd dit gebeurt.

© Noordhoff Uitgevers bv

Algebra

Vergelijking en oplossing

In een formule kun je het IN-getal of UIT-getal invullen.
Een formule waar het UIT-getal is ingevuld noem je een vergelijking.
Het gevonden IN-getal noem je de oplossing van de vergelijking.

Vergelijking oplossen met een omgekeerde pijlenketting

In een formule kun je het IN-getal of UIT-getal invullen.
Een formule waar het UIT-getal is ingevuld noem je een vergelijking. Het gevonden IN-getal noem je de oplossing van de vergelijking.

Voorbeeld

Je vult in de formule $25 \times k + 40 = m$ het UIT-getal $m = 240$ in.
Je krijgt de volgende vergelijking:
$25 \times k + 40 = 240$.

$8 \xleftarrow{:25} 200 \xleftarrow{-40} 240$

De oplossing is $k = 8$.
Je kunt controleren dat $k = 8$ de oplossing is.
$25 \times 8 + 40 =$
$200 + 40 = 240$ **Klopt**

Vergelijkingen oplossen met 'links en rechts hetzelfde'

Bij het oplossen van een vergelijking met een balans kun je niet altijd aan zakjes knikkers en losse knikkers denken.
Een vergelijking oplossen betekent eigenlijk:
doe links en rechts van het = teken hetzelfde.

© Noordhoff Uitgevers bv

Hoe los je een vergelijking op met aan beide kanten van het 'is gelijk aan'-teken letters?

1. Haal links en rechts hetzelfde aantal letters eraf of tel er hetzelfde aantal letters bij op.
2. Staat er aan de kant van de letters nog een 'los getal', haal dit getal dan weg door links en rechts hetzelfde getal er af te halen of hetzelfde getal er bij op te tellen.
3. Deel links en rechts door het getal dat voor de letter staat.
4. Controleer je antwoord.

Voorbeeld 1

Los op:

$4x + 23 = 9x - 12$

1 $-4x \quad -4x$

$23 = 5x - 12$

2 $+12 \quad +12$

$35 = 5x$

3 $:5 \quad :5$

$7 = x$

De oplossing is $x = 7$.

4 Controle

Links $4 \times 7 + 23 = 51$

Rechts $9 \times 7 - 12 = 51$, klopt.

Voorbeeld 2

Los op:

$2q + 50 = -6q + 2$

1 $+6q$

$8q + 50 = 2$

2 -50

$8q = -48$

3 $:8$

$q = -6$

De oplossing is $q = -6$.

4 Controle

Links $2 \times -6 + 50 = 38$

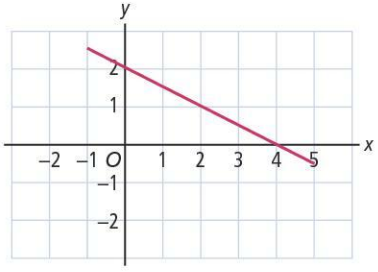
Rechts $-6 \times -6 + 2 = 38$, klopt.

Hoe maak je een formule bij een lineaire grafiek?

1. Lees het startgetal af.
2. Bepaal het hellingsgetal.
   Het hellingsgetal is de toename als je 1 naar rechts gaat.
3. Schrijf de formule op.
   Een lineaire formule heeft de vorm:
   y = startgetal + hellingsgetal $\times$ x of y = hellingsgetal $\times$ x + startgetal.
4. Controleer je formule met een voorbeeld.

Voorbeeld

Maak een formule bij de lineaire grafiek.



1 Het startgetal is 2.

2 Als x met 2 toeneemt, dan neemt y met 1 af.
Als x met 1 toeneemt, dan neemt y met 0,5 af.
Dus het hellingsgetal is –0,5.

3 De formule is $y = 2 - 0{,}5 \times x$ of $y = -0{,}5 \times x + 2$.

4 Voor $x = 4$ vind je $y = 2 - 0{,}5 \times 4 = 0$. ***klopt***

Tabel bij kwadratisch verband, kwadratische formule

Als bij een tabel het verschil in de toenamen steeds hetzelfde is, is er sprake van een kwadratisch verband.
De bijbehorende formule heet een kwadratische formule.

Voorbeeld

De tabel hoort bij de formule $y = -\frac{1}{2} \times x \times x + 8$.
Deze formule kun je ook schrijven als $y = -\frac{1}{2}x^2 + 8$.
Ga na of dit een kwadratische formule is.

x	–1	0	1	2	3	4
y	7,5	8	7,5	6	3,5	0

toenamen: +0,5 –0,5 –1,5 –2,5 –3,5

verschil tussen de toenamen: –1 –1 –1 –1

Het verschil tussen de toenamen is steeds hetzelfde, dus de formule is een kwadratische formule.

Kwadratisch verband en grafiek, parabool

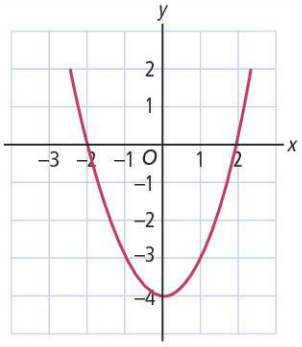
Bij een kwadratische formule is de grafiek een gebogen lijn.
De grafiek van een kwadratisch verband heet een parabool.
Als je een negatief getal invult in een kwadratische formule, moet je haakjes gebruiken.

Voorbeeld

De parabool hoort bij de formule $y = x^2 - 4$.
Als je voor x een negatief getal invult gebruik je haakjes.

$x = -2$ invullen geeft:
$y = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$

$x = -1$ invullen geeft:
$y = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$



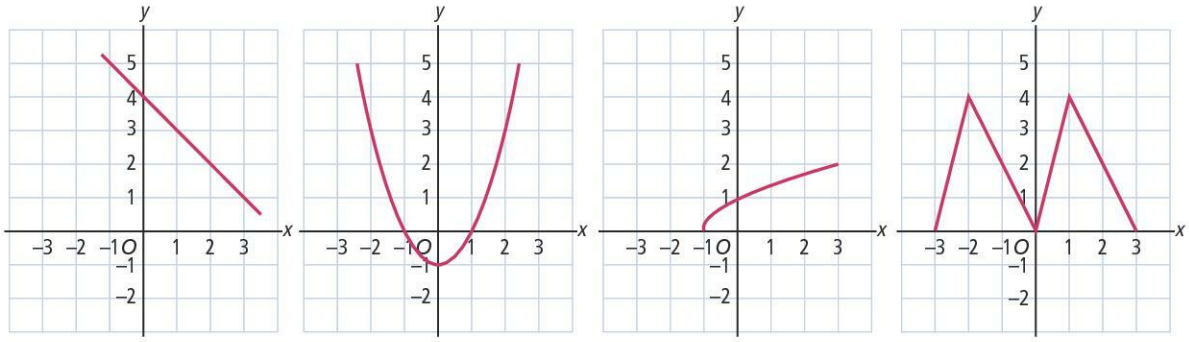
© Noordhoff Uitgevers bv

Verbanden herkennen aan de vorm van de grafiek of aan de hand van een formule

Als je wilt weten welk verband bij een getekende grafiek of een gegeven formule hoort, is het niet altijd nodig een tabel te maken. Soms herken je het verband direct aan de vorm van de grafiek of hoe de formule geschreven is.

Voorbeeld

Schrijf van elke grafiek op om welk verband het gaat.



lineair verband
$y = -x + 4$

kwadratisch verband
$y = x^2 - 1$

wortelverband
$y = \sqrt{(x + 1)}$

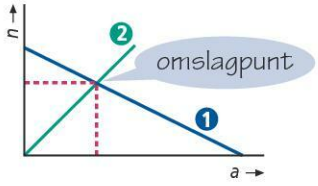
periodiek verband
geen formule

Omslagpunt

Het snijpunt van twee lineaire grafieken wordt ook wel het omslagpunt genoemd. Tot het omslagpunt heeft de formule van de ene grafiek grotere uitkomsten dan de formule van de andere grafiek. Na het omslagpunt is dit andersom.

Voorbeeld

De formule van grafiek ❶ heeft tot het omslagpunt grotere uitkomsten dan de formule van grafiek ❷.
Na het omslagpunt heeft de formule van grafiek ❷ grotere uitkomsten.



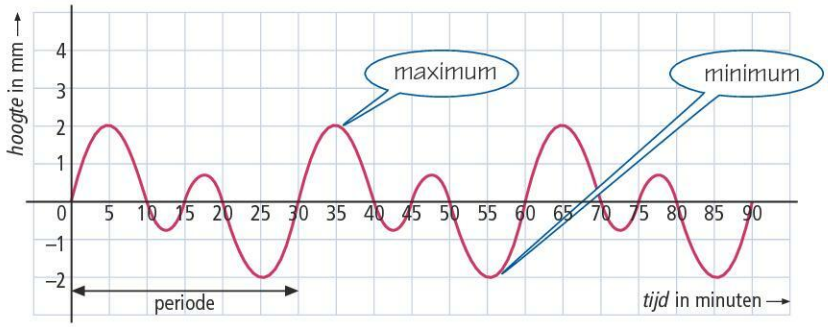
Periodieke grafiek en periode

Een grafiek die steeds uit dezelfde stukjes bestaat heet een periodieke grafiek.
Er is dan sprake van een periodiek verband.
De lengte van één zo'n stukje heet de periode van de grafiek.
Een periodieke grafiek heeft altijd een maximum en een minimum.

Voorbeeld

Waarom is de grafiek een periodieke grafiek?

De grafiek hoort bij een periodiek verband, omdat hij steeds uit dezelfde stukjes bestaat.



De periode bij deze grafiek is 30 minuten.

Somtabel en somformule

Als je de uitkomsten van twee formules A en B wilt optellen,
kun je gebruik maken van een somtabel.
In de onderste rij kun je het startgetal en hellingsgetal voor
de somformule A + B aflezen.

Voorbeeld

Maak een somformule bij het sparen van Dieter en Gert.

Dieter $b = 11w + 25$
Gert $b = 14w + 17$

(w)	0	1	2	3
b (Dieter)	25	36	47	58
b (Gert)	17	31	45	59
b (totaal)	42	67	92	117

+25 +25 +25

hellingsgetal
startgetal

somformule: $b = 25w + 42$

© Noordhoff Uitgevers bv

Verschiltabel en verschilformule

Bij twee formules A en B kun je ook een verschilformule maken.
Bij de verschilformule voor A – B trek je de uitkomsten van formule B af van de uitkomsten van formule A. Hierbij kun je gebruik maken van een verschiltabel. In de onderste rij kun je weer het startgetal en het hellingsgetal aflezen.

Voorbeeld

Maak een verschilformule bij de formules A en B.

A $b = 12w + 34$
B $b = 7w + 21$

w	0	1	2	3
$b = 12w + 34$	34	46	58	70
$b = 7w + 21$	21	28	35	42
b (A − B)	13	18	23	28

+5 +5 +5

hellingsgetal

startgetal

verschilformule: $b = 5w + 13$

Je kunt aan de hand van een tabel een omgekeerd evenredig verband herkennen.

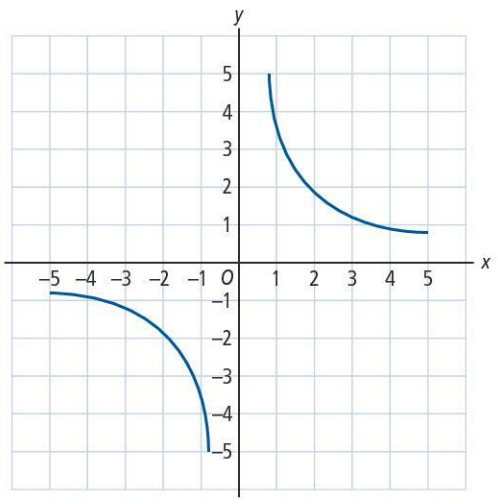
Een formule als $y = \frac{6}{x}$ hoort bij een omgekeerd evenredig verband.
Let op: je kunt niet door nul delen. In de tabel zet je daarom onder het getal 0 een streepje.
De grafiek van een omgekeerd evenredig verband bestaat meestal uit twee stukken.

Voorbeeld

Teken een grafiek bij de formule $y = \frac{4}{x}$.

Bij de formule hoort de volgende tabel.

x	−5	−4	−2	−1	0	1	2	4	5
y	−0,8	−1	−2	−4	–	4	2	1	0,8

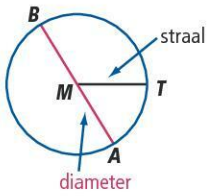


Meetkunde

Straal, middelpunt, diameter en cirkel

Alle punten met gelijke afstand tot een punt M liggen op een cirkel met middelpunt M. De afstand van middelpunt M tot de cirkel heet de straal van de cirkel. Een lijn van rand tot rand door het middelpunt van de cirkel is de diameter van de cirkel. De diameter is dus het dubbele van de straal.

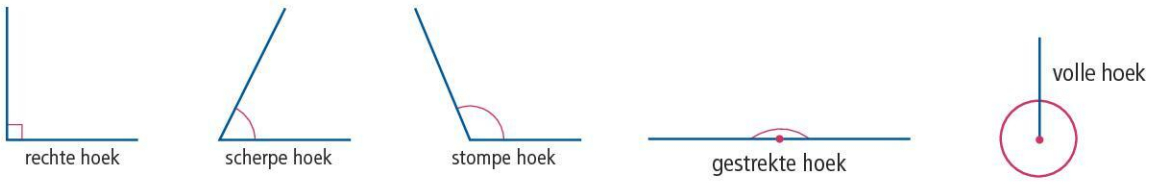
Voorbeeld



Soorten hoeken

Een rechte hoek is 90°.
Een scherpe hoek is kleiner dan een rechte hoek en ligt tussen 0° en 90°.
Een stompe hoek is groter dan een rechte hoek en ligt tussen 90° en 180°.
Een gestrekte hoek is een hoek van 180°.
Een volle hoek is een hoek van 360°.

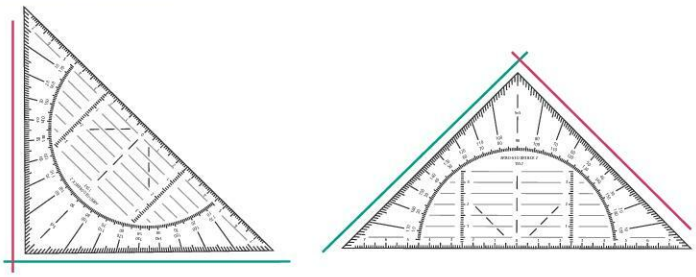
Voorbeelden



Loodrecht

Als twee lijnen recht op elkaar staan, zeg je ook wel: de lijnen staan loodrecht op elkaar. Met een geodriehoek kun je controleren of twee lijnen loodrecht op elkaar staan

Voorbeeld

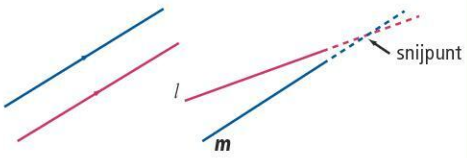


© Noordhoff Uitgevers bv

Evenwijdige lijnen

Als twee lijnen elkaar niet snijden, zelfs niet als je de lijnen langer maakt, dan zijn ze evenwijdig. In een tekening wordt dit vaak met pijlpunten aangegeven. Lijnen die niet evenwijdig zijn hebben een snijpunt. Lijnen worden aangegeven met een kleine letter.

Voorbeeld

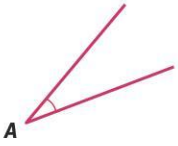


Hoe meet je een hoek?

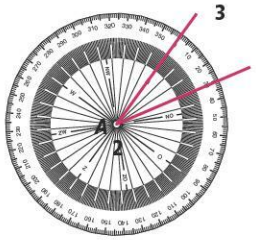
1. Ga na of de hoek recht, scherp of stomp is.
2. Leg het middelpunt van de kompasroos precies op het hoekpunt.
3. Leg de lijn van 0° (Noord) van je kompasroos op een van de benen van de hoek. Kies dat been zo, dat je naar het andere been kunt meten in de richting van de klok.
4. Lees bij het andere been het aantal graden af.

Voorbeeld

Hoe groot is $\angle A$?



1 $\angle A$ is een scherpe hoek.



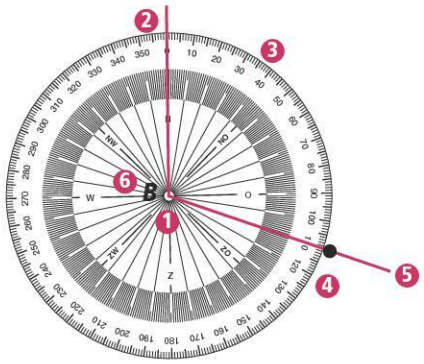
4 $\angle A = 30°$

Hoe teken je een hoek met een kompasroos?

1. Teken een punt waar het hoekpunt moet komen.
2. Teken één been vanuit het punt.
3. Leg de kompasroos met het middelpunt op het punt en laat de lijn met 0° (N) samenvallen met het getekende been.
4. Zet een stipje bij het aantal graden.
5. Teken een been door het stipje met het punt te verbinden.
6. Schrijf de hoofdletter bij de hoek.

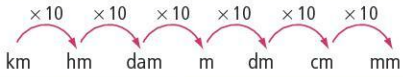
Voorbeeld

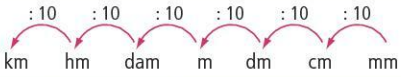
Teken $\angle B = 110°$.



Lengtematen omrekenen

Lengtematen zijn km, hm, dam, m, dm, cm en mm.
Bij het omrekenen van lengtematen kun je de schema's hieronder gebruiken.
Per stap naar rechts moet je met 10 vermenigvuldigen.
Per stap naar links moet je door 10 delen.





Voorbeeld

34 hm = ... m
Kijk naar **hm** en ga dan naar **m**.
Je gaat twee stappen naar rechts.
34 × 10 × 10 = 3400
Dus 34 hm = 3400 m

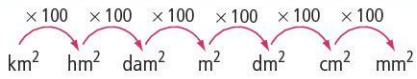
Voorbeeld

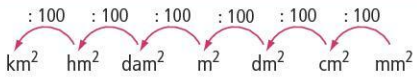
4600 mm = ... m
Kijk naar **mm** en ga dan naar **m**.
Je gaat drie stappen naar links.
4600 : 10 : 10 : 10 = 4,6
Dus 4600 mm = 4,6 m

© Noordhoff Uitgevers bv

Oppervlaktematen omrekenen

Voor het omrekenen van de oppervlaktematen kun je de schema's hieronder gebruiken.
Per stap naar rechts moet je met 100 vermenigvuldigen.
Per stap naar links moet je door 100 delen.





Voorbeeld

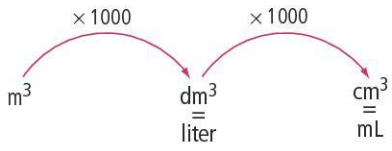
$28\ m^2 = \ldots\ cm^2$
Kijk naar **m^2** en ga dan naar **cm^2**.
Je gaat twee stappen naar rechts.
$28 \times 100 \times 100 = 280\,000$
Dus $28\ m^2 = 280\,000\ cm^2$

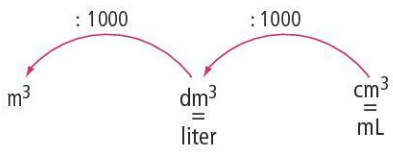
Voorbeeld

$58\ cm^2 = \ldots\ dm^2$
Kijk naar **cm^2** en ga dan naar **dm^2**.
Je gaat een stap naar links.
$58 : 100 = 0{,}58$
Dus $58\ cm^2 = 0{,}58\ dm^2$

Inhoudsmaten omrekenen, kuub

Bij het omrekenen van inhoudsmaten m^3, dm^3, liter, cm^3 en milliliter kun je deze schema's gebruiken.
Een kubieke meter (m^3) wordt ook wel een kuub genoemd.





Voorbeeld 1

$34\ dm^3 = \ldots\ cm^3$
Kijk naar dm^3 en ga dan naar cm^3.
Je gaat één stap naar rechts, dus × 1000.
$34 \times 1000 = 34\,000$

Dus $34\ dm^3 = 34\,000\ cm^3$

Voorbeeld 2

34 000 liter = … m^3
Kijk naar liter en maak eerst de stap naar dm^3.
34 000 liter = 34 000 dm^3
Ga dan van dm^3 naar m^3.
Je gaat één stap naar links, dus : 1000.
$34\,000 : 1000 = 34$

Dus $34\ dm^3 = 34\,000\ m^3$

© Noordhoff Uitgevers bv

Handige maten

Bij het schatten is het handig de volgende handige maten te onthouden.
- hoogte van een verdieping: 3 meter
- afstand pink-duim: 20 cm
- lengte van een volwassene: 180 cm
- maten van een deur: 1 meter bij 2 meter
- lengte van een grote stap: 1 meter
- wandelen: 6 km per uur
- stevig doorfietsen: 18 km per uur

Hoe maak je een schatting?

1. Kies een handige maat.
2. Ga na hoe vaak deze maat past in de gevraagde lengte.
3. Bereken de gevraagde lengte.

Voorbeeld

Bereken hoe hoog de flat ongeveer is.

1 Elke verdieping is ongeveer 3 m hoog.
2 De flat telt vijf verdiepingen.
3 5×3 m $= 15$ m
De flat is ongeveer 15 m hoog.

Omtrek van een figuur

De omtrek van een figuur is de totale lengte van de buitenzijde van het figuur. Je kunt de omtrek vaak vinden door te meten. De omtrek kun je uitdrukken in lengtematen zoals kilometer (km), meter (m) of centimeter (cm).

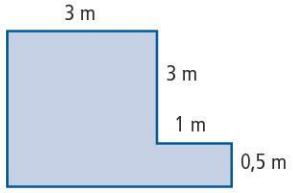
Hoe bereken je de omtrek van een figuur?

1. Zorg ervoor dat je de lengte van alle zijden weet.
2. De omtrek bereken je door de lengte van alle zijden bij elkaar op te tellen.

Voorbeeld

Bereken de omtrek.

1 De onderste zijde is $3 + 1 = 4$ m.
De linkerzijde is $3 + 0{,}5 = 3{,}5$ m.
2 De omtrek is $3 + 3 + 1 + 0{,}5 + 4 + 3{,}5 = 15$ m.



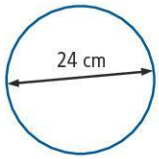
© Noordhoff Uitgevers bv

Omtrek van een cirkel

De diameter van elke cirkel past net iets meer dan drie keer om die cirkel.
De omtrek van een cirkel kun je berekenen met de formule
omtrek cirkel = *diameter* × π.
Het getal π (spreek uit: pi) is ongeveer 3,14.
Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de omtrek van de cirkel.



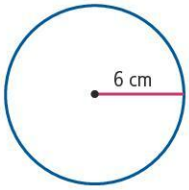
omtrek cirkel = *diameter* × π =
24 × π = 75,398...
De omtrek is 75,4 cm.

Oppervlakte van een cirkel

De oppervlakte van een cirkel kun je berekenen met de formule:
oppervlakte cirkel = *straal* × *straal* × π.
Deze formule kun je ook schrijven als:
oppervlakte cirkel = $straal^2 \times \pi$ of *oppervlakte cirkel* = $\pi \times straal^2$
Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld 1

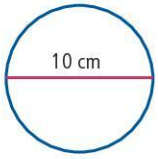
Bereken de oppervlakte van de cirkel.



oppervlakte cirkel = *straal* × *straal* × π
= 6 × 6 × π ≈ 113,1 cm^2

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van de cirkel.



straal = 10 : 2 = 5 cm
oppervlakte cirkel = *straal* × *straal* × π
= 5 × 5 × π ≈ 78,5 cm^2

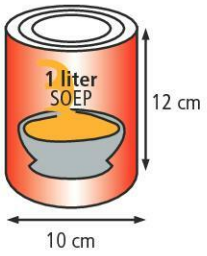
© Noordhoff Uitgevers bv

Hoe bereken je de inhoud van een cilinder?

1. Ga na hoe groot de straal van de bodem van de cilinder is.
2. De bodem heeft de vorm van een cirkel.
3. Bereken de oppervlakte van de bodem.
   Rond de uitkomst niet af, maar schrijf twee decimalen op en daarna drie puntjes.
4. Bereken de inhoud van de cilinder met de formule
   inhoud cilinder = *oppervlakte bodem* × *hoogte*.
   Rond je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de inhoud van het soepblik.



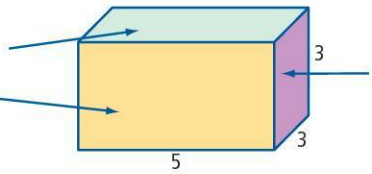
1 De straal is 10 cm : 2 = 5 cm.
2 *oppervlakte bodem* = $5 \times 5 \times \pi = 78{,}53\ldots$ cm^2
3 *inhoud cilinder* = *oppervlakte bodem* × *hoogte*
$= 78{,}53\ldots \times 12 = 942{,}47\ldots$
De inhoud van het soepblik is 942,5 cm^3.

Ruimtefiguren, ribben, hoekpunten en grensvlak

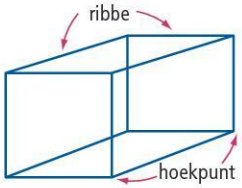
Figuren die ruimte innemen noem je ruimtefiguren.
Een balk, kubus, piramide, bol, cilinder en kegel zijn voorbeelden van wiskundige ruimtefiguren.
De vlakken van een ruimtefiguur noem je grensvlakken.
Welke vorm een grensvlak heeft, hangt af van de ruimtefiguur waar het om gaat.
De randen waar grensvlakken bij elkaar komen noem je ribben.
De punten waar de ribben bij elkaar komen noem je hoekpunten.

Voorbeeld

Deze grensvlakken zijn in werkelijkheid rechtoeken.



Dit grensvlak is in werkelijkheid een vierkant.



Een balk heeft zes grensvlakken.

Grensvlakdiagonaal

De diagonaal in een grensvlak noem je een grensvlakdiagonaal.
Elke kubus en balk heeft twaalf grensvlakdiagonalen.

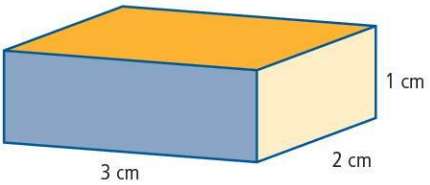
© Noordhoff Uitgevers bv

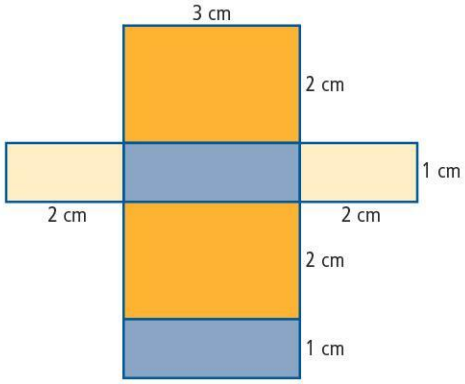
Uitslag en bouwplaat

Een bouwplaat zonder plakranden heet een uitslag.

Voorbeeld

Teken de uitslag van deze balk.





Hoe geef je met drie coördinaten de plaats van een punt in de ruimte aan?

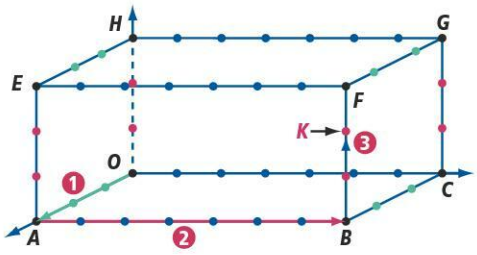
Er is een vaste volgorde om een punt in de ruimte aan te geven.

1. Begin in punt O. De eerste coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar voren moet gaan.
2. De tweede coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar rechts moet.
3. De derde coördinaat geeft aan hoeveel plaatsen je naar boven moet.

Voorbeeld

Welke drie coördinaten heeft punt K?

1 Vanuit O moet je 3 plaatsen naar voren.
2 Vervolgens ga je 7 plaatsen naar rechts.
3 Daarna ga je 2 plaatsen naar boven.
De coördinaten van punt K zijn (3, 7, 2).

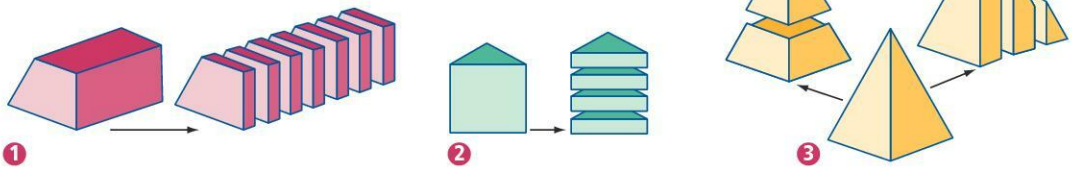


Prisma

Een ruimtefiguur dat je in gelijke plakken kunt verdelen, noem je een prisma. Een prisma heeft geen gebogen vlakken.

Voorbeeld

Leg uit of de figuren ❶, ❷ en ❸ prisma's zijn.



De figuren ❶ en ❷ kun je in gelijke plakken verdelen. Daarom zijn het prisma's.

Figuur ❸ kun je niet in gelijke plakken verdelen. Daarom is figuur ❸ geen prisma.

Lijnsymmetrie en symmetrieas

Een figuur wordt lijnsymmetrisch genoemd als deze uit twee helften bestaat die elkaars spiegelbeeld zijn.
Dit kan gecontroleerd worden met een spiegeltje of door de figuur dubbel te vouwen.
De lijn waar je een spiegeltje op moet zetten of de vouwlijn in een lijnsymmetrisch figuur heet symmetrieas. Sommige figuren hebben meer dan één symmetrieas.

Voorbeeld

Deze figuur heeft één symmetrieas.

Deze figuur heeft vier symmetrieassen.

Draaisymmetrie

Als een figuur na een halve draai of minder op zichzelf past, wordt deze figuur draaisymmetrisch genoemd.

Voorbeeld

Figuur 1 is draaisymmetrisch over een derde draai.
Figuur 2 is draaisymmetrisch over een kwart draai.
Figuur 3 past niet binnen een halve draai of minder op zichzelf en is dus niet draaisymmetrisch.

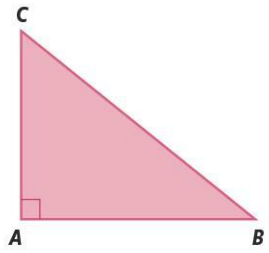
© Noordhoff Uitgevers bv

Rechthoekige, gelijkbenige en gelijkzijdige driehoeken

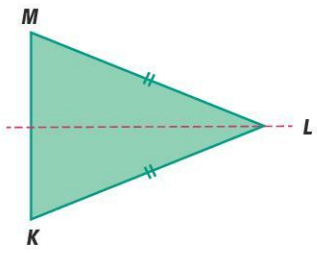
Een driehoek waarvan één van de hoeken recht is, dus 90°, heet een rechthoekige driehoek.
Een gelijkbenige driehoek heeft twee gelijke zijden.
In een gelijkbenige driehoek zijn twee hoeken even groot
Een gelijkbenige driehoek heeft één symmetrieas.

Een gelijkzijdige driehoek heeft drie gelijke zijden.
In een gelijkzijdige driehoek zijn de hoeken allemaal even groot, namelijk 60°.
Een gelijkzijdige driehoek heeft drie symmetrieassen.

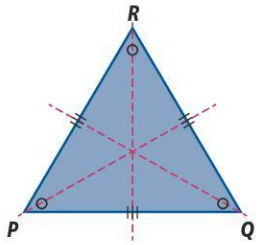
Voorbeeld



rechthoekige driehoek



gelijkbenige driehoek



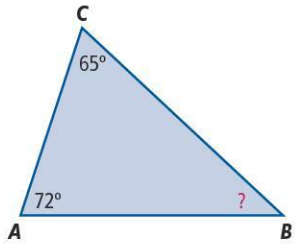
gelijkzijdige driehoek

Hoeken in een driehoek

De hoeken van een driehoek zijn samen altijd even groot als een gestrekte hoek. In een driehoek zijn de hoeken samen 180°.
Als je de grootte van twee hoeken in een driehoek weet, kun je de grootte van de derde hoek berekenen.

Voorbeeld

Bereken de grootte van $\angle B$.



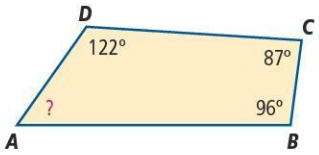
$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$
$\angle B = 180^\circ - 72^\circ - 65^\circ = 43^\circ$

Hoeken in een vierhoek

De hoeken van een vierhoek vormen samen altijd een volle hoek.
In een vierhoek zijn de hoeken samen 360°.
Als je de grootte van drie hoeken in een vierhoek weet, kun je de grootte van de vierde hoek berekenen.

Voorbeeld

Bereken $\angle A$.



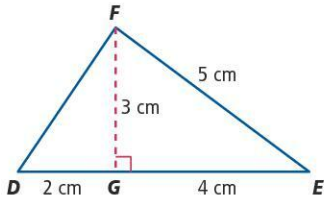
$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$
$\angle B = 360^\circ - 96^\circ - 87^\circ - 122^\circ = 55^\circ$

Oppervlakte van een driehoek

Bij elke zijde van een driehoek kun je de bijbehorende hoogte tekenen.
Deze bijbehorende hoogte wordt de hoogtelijn genoemd.
Een hoogtelijn teken je vanuit een hoekpunt en staat loodrecht op de overstaande zijde. Elke driehoek heeft drie hoogtelijnen.
De oppervlakte van een driehoek is de helft van de oppervlakte van een parallellogram.
Voor de oppervlakte van een driehoek geldt de formule
oppervlakte driehoek = *zijde* × *bijbehorende hoogte* : 2.

Voorbeeld

Hoeveel centimeter is de bijbehorende hoogte op zijde DE?
Bereken de oppervlakte van driehoek DEF.



De bijbehorende hoogte op zijde DE is 3 cm.
oppervlakte driehoek DEF = *zijde* × *bijbehorende hoogte* : 2
$= 6 \times 3 : 2$
$= 9 \text{ cm}^2$

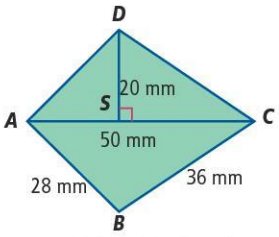
© Noordhoff Uitgevers bv

Oppervlakte van een vlieger en een ruit

Een vlieger en een ruit kun je verdelen in twee gelijke driehoeken.
Door de oppervlakte van zo'n driehoek te verdubbelen krijg je de oppervlakte van de vlieger of de ruit.

Voorbeeld 1

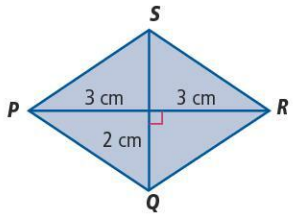
Bereken de oppervlakte van vlieger *ABCD*.



oppervlakte driehoek ACD = 50 × 20 : 2 = 500 mm²
oppervlakte vlieger ABCD = 2 × 500 = 1000 mm²

Voorbeeld 2

Bereken de oppervlakte van ruit *PQRS*.



De lengte van *PR* is 2 × 3 = 6 cm.
oppervlakte driehoek PRS = 6 × 2 : 2 = 6 cm²
oppervlakte ruit PQRS = 2 × 6 = 12 cm²

Schaal

Een model van een voorwerp is vaak op schaal gemaakt. De schaal geeft de factor aan tussen het model en het voorwerp.
Bij berekeningen met schaal kun je een pijlenketting gebruiken.
Boven de pijl staat de factor. Voor en achter de pijl staat dezelfde lengtemaat.

Voorbeeld 1

Een model van een sportauto is 35 cm lang en is gemaakt op schaal 1 : 18.
Hoeveel meter lang is de auto in werkelijkheid?

Bij de schaal 1 : 18 is de factor 18.

schaalmodel —×18→ *werkelijkheid*
35 cm 630 cm

630 cm = 6,3 m
In werkelijkheid is de auto 6,3 m lang.

Voorbeeld 2

Een toren van 48 meter hoog wordt nagetekend op schaal 1 : 400.
Hoeveel centimeter hoog is de toren in de tekening?

Bij de schaal 1 : 400 is de factor 400.

schaalmodel —×400→ *werkelijkheid*

0,12 m ←:400— 48 m

0,12 m = 12 cm
De toren is in de tekening 12 cm hoog.

© Noordhoff Uitgevers bv

Vergrotingsfactor

Het getal waarmee je alle lengtematen van een figuur vermenigvuldigt, noem je de factor.
Je kunt een pijlenketting gebruiken om de lengtematen van een vergroting te berekenen. Boven de pijl staat de vermenigvuldiging met de factor.

Voorbeeld

Van de foto wordt een vergroting gemaakt. De factor van de vergroting is 3.
Bereken de breedte en de hoogte van de vergroting.

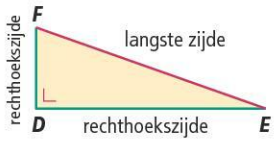
lengtematen foto $\xrightarrow{\times 3}$ *lengtematen vergroting*

Voor de breedte geldt: 8 cm $\xrightarrow{\times 3}$ 24 cm
Voor de breedte geldt: 6 cm $\xrightarrow{\times 3}$ 18 cm
De vergroting wordt 24 cm breed en 18 cm hoog.

Zijden in een rechthoekige driehoek

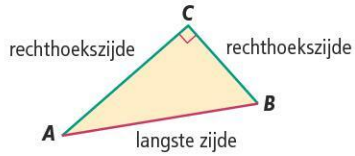
In een rechthoekige driehoek heten de zijden die aan de rechte hoek liggen de rechthoekszijden.
De zijde die tegenover de rechte hoek ligt, is altijd de langste zijde.
Driehoek ABC schrijf je korter als $\triangle ABC$.

Voorbeeld 1



rechthoekszijden: zijde DE en zijde DF
langste zijde: zijde EF

Voorbeeld 2



rechthoekszijden: zijde AC en zijde BC
langste zijde: zijde AB

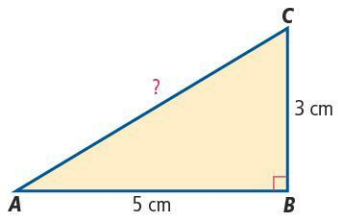
© Noordhoff Uitgevers bv

Hoe bereken je de lengte van de langste zijde met de stelling van Pythagoras?

1. Maak een schema en vul het linker gedeelte in.
   Schrijf altijd de langste zijde onderaan.
2. Bereken de kwadraten van de rechthoekszijden en tel ze op.
3. Bereken de lengte van de langste zijde.
   Schrijf onder of naast het schema het antwoord. Rond zo nodig je antwoord af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de lengte van zijde AC.



1

zijde	*kwadraat*
$BC = 3$	...
$AB = 5$	... +
$AC = ?$	...

2

zijde	*kwadraat*
$BC = 3$	9
$AB = 5$	25 +
$AC = ?$	34

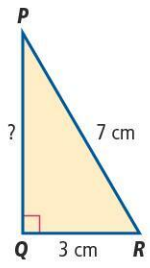
3 $AC = \sqrt{34}$
$AC \approx 5{,}8$ cm

Hoe kun je de lengte van een rechthoekszijde berekenen met de stelling van Pythagoras?

1. Maak een schema. Zet de langste zijde onderaan.
2. Bereken het ontbrekende kwadraat.
3. Bereken de lengte van de gevraagde rechthoekszijde.
   Rond je antwoord zo nodig af op één decimaal.

Voorbeeld

Bereken de lengte van zijde PQ.



1

zijde	*kwadraat*
$QR = 3$	9
$PQ = ...$	... +
$PR = 7$	49

2 $49 - 9 = 40$

3 $PQ = \sqrt{40}$
$PQ \approx 6{,}3$ cm

© Noordhoff Uitgevers bv

A
aannames 219
afstandstabel 217
amplitude 251

B
bijzondere driehoeken 98, 249
bouwplaat 247

C
cirkel 240
coördinaten snijpunt 35

D
deellijn 100
diagonalen vierhoeken 102
diameter 240
doorsnede van een berg 64
draaisymmetrie 248
drie coördinaten 247
driehoek tekenen 98, 99

E
eigenschappen bijzondere vierhoeken 98
evenwichtsstand 151
evenwijdige lijnen 241

F
F-figuur 104, 105
frequentie van periodieke grafiek 149

G
gelijkbenige driehoek 249
gelijkzijdige driehoek 249
gerichte graaf 218
gestrekte hoek 105, 240
graaf 216
grafiek met horizontale lijnen 146
grafieken vergelijken bij omslagpunt 32
grensvlak 246
grensvlakdiagonaal 246

H
handige maten 244
hoek berekenen 105
hoek berekenen met tangens 67
hoek in de ruimte 69
hoek meten 241
hoek tekenen 242
hoekpunt 246
hoogtelijn 100

I
inhoud cilinder 246
inhoud kegel 185
inhoud piramide 185
inhoud prisma 184
inhoud samengesteld ruimtefiguur 183
inhoud vergroting 186
inhoudsmaten omrekenen 243
inklemmen 34
iso hoogtelijnen 64

K
knooppunt 216
kwadratische formule 236
kwadratisch verband 236, 237
kwadratische vergelijking 33
kwadratische vergelijking oplossen 33

L
langste zijde 252, 253
lengtematen omrekenen 242
lijnsymmetrie 248
lineaire formule 235
lineair verband 237
links en rechts hetzelfde 234, 235
liter 243
loodrecht 240

M
maximum 151, 238
middelloodlijn 100
middelpunt 240
minimum 151, 238

O
omslagpunt 32, 237
omslagpunt berekenen 32
omtrek cirkel 245
omtrek 244
oplossing 234
oppervlakte balk 182
oppervlakte cilinder 182
oppervlakte cirkel 245
oppervlakte driehoek 250
oppervlakte kubus 182
oppervlakte ruit 251
oppervlakte vlieger 251
oppervlaktematen omrekenen 243

© Noordhoff Uitgevers bv

P
parabool 236
periode 149, 238
periodieke grafiek 149, 151, 238
periodiek verband 237
prisma 184
punt in de ruimte 247
puntengrafiek 146

R
rechte hoek 105, 240
rechthoekige driehoek 249, 252
rechthoekszijde 252, 253
rechthoekszijde berekenen met tangens 69
ribbe 246
ruimtefiguur 246

S
schaal 251
schattend rekenen 218, 244
scherpe hoek 240
somformule 238
somgrafiek 147
somtabel 147, 238
straal 240
stelling van Pythagoras 253
stompe hoek 240
symmetrieas 248

T
tangens 65
tangens gebruiken 66, 68, 69

U
uitslag tekenen 247

V
verbanden herkennen 237
vergelijking 234
vergelijking oplossen met inklemmen 34, 234, 235
vergroting en inhoud 186
vergrotingsfactor 252
verschilformule 239
verschilgrafiek 148
verschiltabel 148, 239
volle hoek 105

W
weg 216
wortelverband 237

Z
Z-figuur 104, 105
zwaartelijn 100

© Noordhoff Uitgevers bv

Ontwerp omslag G2K, Groningen/Amsterdam
Fotografie omslag Getty Fotosearch
Ontwerp binnenwerk Paul Kooi, G2K, Groningen/Amsterdam
Illustraties Peter Fitzverploegh, Utrecht
Technisch tekenwerk Integra Software Services, India
Beeldresearch Daliz, Den Haag

Fotoverantwoording
AFP/ ANP Photo, Den Haag: p. 6-7
Bert Verhoef/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 10
Shutterstock, New York: p. 11, 12(b), 13, 14, 24, 30, 36, 37, 48, 63, 71, 103, 115, 126, 133, 134, 138, 139, 141, 143, 151, 153, 157, 162, 164, 165, 168, 169(b), 176, 177(b), 186, 188, 209(o), 213, 230(l), 231, 233
iStockphoto/ Getty Images, Londen: p. 12(o), 16, 53, 110, 154-155, 208, 220
Daliz, Den Haag: p. 21, 31, 118, 147, 159, 161, 166, 176(b), 189
Ilya Naymushi/ Reuters, Londen: p. 38-39
Nationale Beeldbank, Den Haag: p. 49, 171, 219, 244
Alamy/ Image Select, Wassenaar: p. 60, 72-73, 106, 114, 130, 137, 156, 169(o), 191, 215
Marktplaats/ Daliz, Den Haag: p. 97
It's about RoMi, Amsterdam: p. 104
Shutterstock/ Daliz, Den Haag: p. 108-109, 222-223
Vincent Jannink/ ANP, Den Haag: p. 111
Dolph Cantrijn, Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 120-121
123RF, San Francisco: p. 122
Steps Elfsteden/ Wilfred de Bruijn, Bolsward: p. 131(b)
GinoPress B.V./ ANP Photo, Den Haag: p. 131
Juwel Aquarium, Londen: p. 145
Wikiedia/ Gouwenaar: p. 150
Visual photo Design, Weurt: p. 170, 171 (o)
Gadero, Groningen: p. 173
Gerard Lakeman, Hoogkarspel: p. 174 (2x)
Nick Brundle Photography/ Getty Images, Londen: p. 181
Bert van de Windt, 's-Gravenzande: p. 184
Michiel Wijnbergh/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 204
Wielerzone Nederland, Overijssel: 209(b)
Team Sunweb: 212
Alp D' HuZes/ KWF, Amsterdam: p. 212
Popal Bicycles Netherlands, Drunen: p. 230(l)
Piaggio & C. Spa/ Vespa, Pontedera: p. 230(m)
Associated Press/ Hollandse Hoogte, Den Haag: p. 232(b)
Dan Eayres/ Flickr, San Francisco: p. 232(o)
Sjaak Voet, Malden: p. 252

© Noordhoff Uitgevers bv

LEERBOEK | WISKUNDE | 12E EDITIE | **3B VMBO-GT**

Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.

Noordhoff Uitgevers

MIX
Papier van verantwoorde herkomst
FSC® C118189
FSC www.fsc.org

www.modernewiskunde.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-88509-0
9 789001 885090