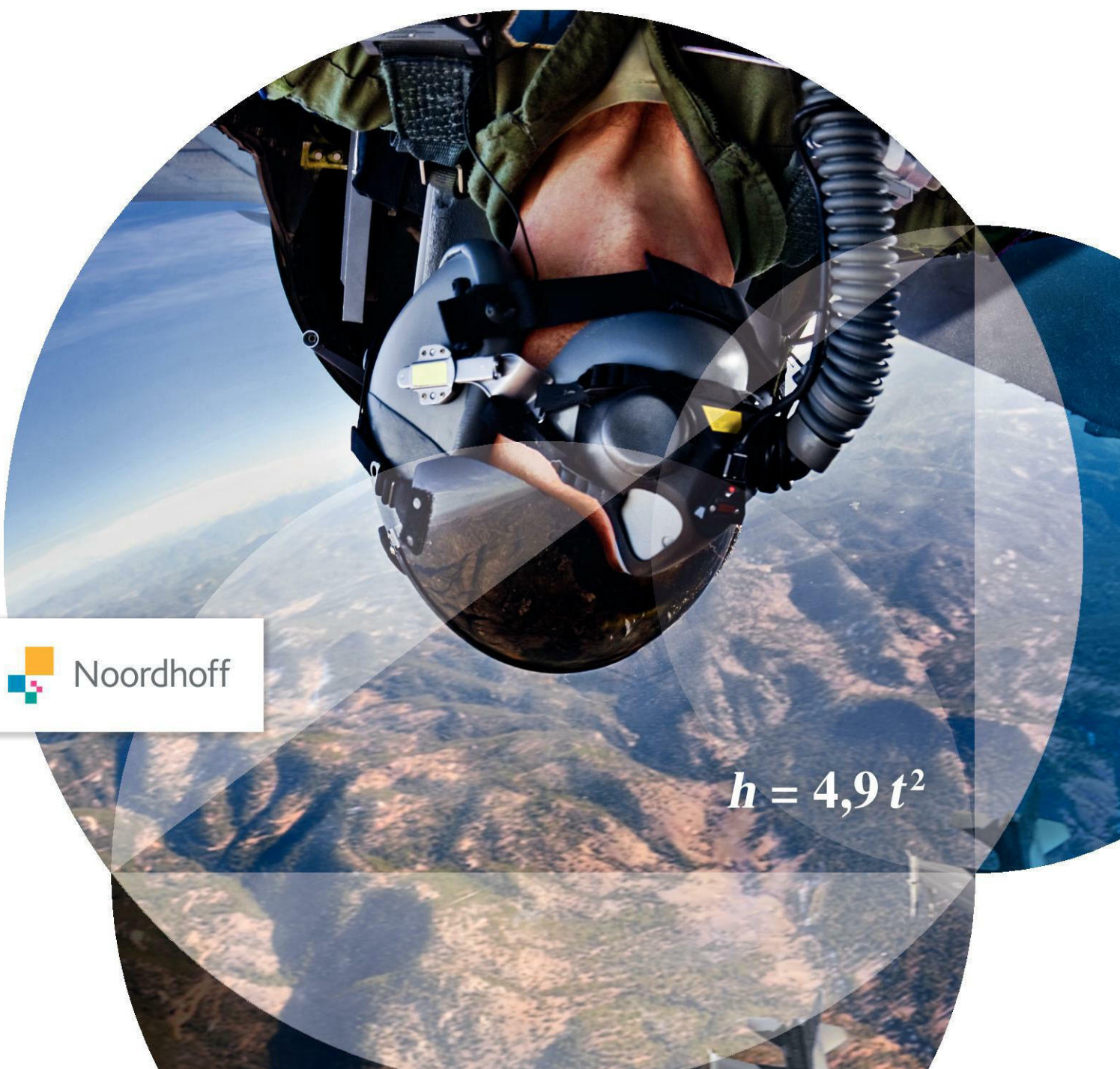


MODERNE WISKUNDE

A



Noordhoff

$$h = 4,9 t^2$$

12e editie

Moderne Wiskunde

Uitwerkingen bij havo A deel 1

Ontwerp omslag G2K Designers, Groningen/Amsterdam
Ontwerp binnenwerk Ebel Kuipers, Sappemeer
Technisch tekenwerk Integra Software services Pvt. Ltd., India
Vrije illustraties Peter Fitzverploegh, Utrecht

Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleen.

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



0 / 20

© 2020 Noordhoff Uitgevers bv, Groningen/Utrecht, The Netherlands.

Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

ISBN 978-90-01-89260-9

12e editie

Moderne Wiskunde

Uitwerkingen bij havo A deel 1

Jos Baars

Ferdi Doddema

Gerard van Proosdij

Geertrui Schaberg

Greetje Smeenk – van Broekhoven

Inhoud

H1 Rekenen 6

De grafische rekenmachine 33

H2 Verbanden 36

Vaardigheden 1 75

H3 Statistische vraagstellingen 78

H4 Systematisch tellen 106

Vaardigheden 2 127

H5 Lineaire en exponentiële groei 131

H6 Grafieken en vergelijkingen 150

Vaardigheden 3 185

Meer oefenen 188

Oefenproefwerken 207

1 Rekenen

Voorkennis

V1 a $\frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

b $\frac{30}{36} = \frac{5}{6}$

c $\frac{12}{18} = \frac{2}{3}$

d $\frac{14}{49} = \frac{2}{7}$

e $\frac{24}{27} = \frac{8}{9}$

f $\frac{24}{28} = \frac{6}{7}$

g $\frac{125}{175} = \frac{5}{7}$

h $\frac{63}{81} = \frac{7}{9}$

V2 a $\frac{1}{3} \times 6 = 2$

b $\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

c $\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

V3 a $\frac{5}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{15}{42} = \frac{5}{14}$

b $\frac{1}{2} \times \frac{1}{7} = \frac{1}{14}$

c $\frac{2}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{8}{15}$

d $\frac{4}{7} \times \frac{3}{8} = \frac{12}{56} = \frac{3}{14}$

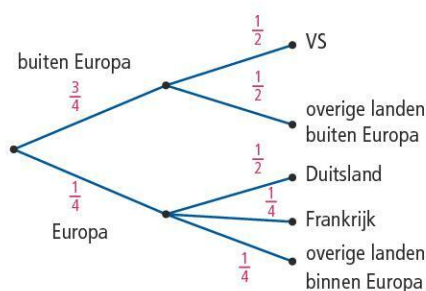
e $4 \times \frac{1}{11} = \frac{4}{11}$

f $\frac{3}{5} \times \frac{10}{11} = \frac{30}{55} = \frac{6}{11}$

g $\frac{2}{3} \times \frac{6}{7} = \frac{12}{21} = \frac{4}{7}$

h $12 \times \frac{3}{20} = \frac{36}{20} = 1\frac{16}{20} = 1\frac{4}{5}$

V4 a



b Van de totale export gaat $\frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$ deel naar Frankrijk.

c Van de totale export gaat $\frac{1}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$ deel naar Duitsland.
Dat zijn $16000000 \times \frac{1}{8} = 2000000$ bloembollen.

d Van de totale export gaat $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{8}$ deel naar de Verenigde Staten.

V5 a $4 + 3 \times 2^2 =$

$4 + 3 \times 4 =$

$4 + 12 = 16$

b $(4 + 3) \times 2^2 =$

$7 \times 2^2 =$

$7 \times 4 = 28$

c $4 + (3 \times 2)^2 =$

$4 + 6^2 =$

$4 + 36 = 40$

d $(4 + 3 \times 2)^2 =$

$(4 + 6)^2 =$

$10^2 = 100$

e $6 - (4^2 - 3) \times 2 =$

$6 - (16 - 3) \times 2 =$

$6 - 13 \times 2 =$

$6 - 26 = -20$

f $(24 + 6) : 5 + 1 =$

$30 : 5 + 1 =$

$6 + 1 = 7$

g $7 + 2^2 =$

$7 + 4 = 11$

h $(3 - 2^3 : 4) \times 5 =$

$(3 - 8 : 4) \times 5 =$

$(3 - 2) \times 5 =$

$1 \times 5 = 5$

i $1 + 2 \times 3 + 10 : 5 =$

$1 + 6 + 2 = 9$

j $36 : 3 + 36 : 4 + 36 : 6 =$

$12 + 9 + 6 = 27$

- V6 a** Er zijn $7 + 3 = 10$ gelijke delen.
Elk deel is $80 : 10 = 8$ euro.
Roy krijgt $8 \times 7 = 56$ euro en Tim krijgt $8 \times 3 = 24$ euro.
- b** Elk deel is $95 : 10 = 9,5$ euro.
Roy krijgt $9,5 \times 7 = 66,5$ euro en Tim krijgt $9,5 \times 3 = 28,5$ euro.
- V7 a** Er zijn $3 + 5 = 8$ gelijke delen.
Elk deel is $200 : 8 = 25 \text{ m}^2$.
De verdeling is:
 $3 \times 25 = 75 \text{ m}^2$
 $5 \times 25 = 125 \text{ m}^2$
- b** Er zijn $9 + 10 = 19$ gelijke delen.
Elk deel is $2299 : 19 = 121 \text{ kg}$.
De verdeling is:
 $9 \times 121 = 1089 \text{ kilo}$
 $10 \times 121 = 1210 \text{ kilo}$
- c** Er zijn $3 + 5 + 8 = 16$ gelijke delen.
Elk deel is $720 : 16 = €45,-$.
De verdeling is:
 $3 \times €45,- = €135,-$
 $5 \times €45,- = €225,-$
 $8 \times €45,- = €360,-$
- d** Er zijn $1 + 4 + 9 = 14$ gelijke delen.
Elk deel is $4480 : 14 = 320 \text{ liter}$.
De verdeling is:
 $1 \times 320 = 320 \text{ liter}$
 $4 \times 320 = 1280 \text{ liter}$
 $9 \times 320 = 2880 \text{ liter}$
- V8 a** Per meter hek krijgt Boris $€422,40 : 100 = €3,84$.
Ze krijgen samen $250 \times €3,84 = €960,-$.
- b** Colin krijgt $75 \times €3,84 = €288,-$ en Derrick krijgt $65 \times €3,84 = €249,60$.

1.1 Verhoudingen

intro Een meloen kost in Japan $4800 \times 0,009 = €43,20$.
Dat is vergeleken met meloenen in Nederland $43,2 : 1,8 = 24$ keer zo duur.

1 a b

		$\div 6$		$\times 10$		
x	12	2	15	48	40	480
y	42	7	52,5	168	140	1680
		$\div 6$		$\times 10$		$\times 3,5$

1 Rekenen

2 a

<i>p</i>	3	4	7,5	200	0,5	210	70
<i>q</i>	18	24	45	1200	3	1260	420

b

<i>s</i>	0,3	2	10	15	48	7	250
<i>a</i>	6	40	200	300	960	140	5000

3 a

<i>gewicht</i> in grammen	1000	1	860
<i>bedrag</i> in euro's	2,95		2,537

$2,95 : 1000 \times 860 = 2,537$
 Voor 860 gram moet je €2,54 betalen.

b

<i>gewicht</i> in grammen	1000	1	1340
<i>bedrag</i> in euro's	2,95		3,953

$2,95 : 1000 \times 1340 = 3,953$
 Voor 1340 gram moet je €3,95 betalen.

c

<i>gewicht</i> in grammen	1000		627,1...
<i>bedrag</i> in euro's	2,95	1	1,85

$1000 : 2,95 \times 1,85 = 627,1...$
 Jose heeft ongeveer 627 gram druiven gekocht.

4 a

<i>aantal liters</i>	10	5	1	17,5
<i>oppervlakte</i> in m ²	50	25	5	87,5

Diagram showing relationships: $10 \times 5 = 50$, $5 \times 5 = 25$, $1 \times 5 = 5$, $10 \times 17,5 = 175$, $5 \times 17,5 = 87,5$, $1 \times 17,5 = 17,5$. Arrows indicate multiplication and division by 2 and 5.

- b** $10 \times 87,5 = 875$ en $50 \times 17,5 = 875$
c Er zijn meerdere mogelijkheden, bijvoorbeeld 5×5 en 25×1 of 10×5 en 50×1

5

$$22,5 \times a = 42 \times 60$$

$$a = 42 \times 60 : 22,5 = 112$$

$$3,46 \times b = 12,11 \times 0,35$$

$$b = 12,11 \times 0,35 : 3,46 = 1,225$$

$$3,46 \times 71,40 = 12,11 \times c$$

$$c = 3,46 \times 71,40 : 12,11 = 20,4$$

6 a

<i>aantal gram lamsgehakt</i>	1000	350
<i>bedrag</i> in euro's	9,45	?

$1000 \times ? = 9,45 \times 350$
 $? = 9,45 \times 350 : 1000 = 3,3075$
 Voor 350 gram moet Lucy €3,31 betalen.

b

<i>aantal gram lamsgehakt</i>	1000	?
<i>bedrag</i> in euro's	9,45	7

$1000 \times 7 = 9,45 \times ?$
 $? = 1000 \times 7 : 9,45 = 740,7...$
 Marja heeft ongeveer 741 gram lamsgehakt gekocht.

- 7 a** Deze tabel is geen verhoudingstabel, want $10 \times 2 = 20$ maar $25 \times 2 \neq 40$.
- b** Deze tabel is wel een verhoudingstabel, want alle getallen in de bovenste rij kun je vermenigvuldigen met 25 om de getallen in de onderste rij te krijgen.
- c** Deze tabel is wel een verhoudingstabel, want alle getallen in de bovenste rij kun je vermenigvuldigen met 17,5 om de getallen in de onderste rij te krijgen.
- d** Deze tabel is geen verhoudingstabel, want $1 \times 4 = 4$ maar $1,3 \times 4 \neq 4,3$.
- 8 a** Dit kun je wel met een verhoudingstabel berekenen, want je betaalt voor elk zakje even veel.
- b** Dit kun je niet met een verhoudingstabel berekenen, want de schroeven worden niet twee keer zo duur als ze twee keer zo lang zijn.
- c** Dit kun je niet met een verhoudingstabel berekenen, want de fles zelf heeft ook gewicht.
- d** Dit kun je niet met een verhoudingstabel berekenen, want de atlete kan de snelheid op de 100 meter niet over een afstand van 1500 meter volhouden.
- e** Dit kun je niet met een verhoudingstabel berekenen, want alleen in december worden kerstkaarten verkocht.
- f** Dit kun je wel met een verhoudingstabel berekenen, want elke meter kabel weegt even veel als een andere meter kabel.

03 a 1,95 staat onder de 500 omdat 500 gram kersen €1,95 kost.

b c

		$\div 500$	$\times 650$
gewicht in grammen	500	1	650
bedrag in euro's	1,95	0,0039	2,535
		$\div 500$	$\times 650$

d Zie opdracht O3bc.

650 gram kersen kost ongeveer €2,54.

e Om uit te rekenen hoeveel kersen je voor €3,- kunt kopen, moet je eerst uitrekenen hoeveel kersen je voor €1,- kunt kopen.

f

		$\div 1,95$	$\times 3$
gewicht in grammen	500	256,4...	769,2...
bedrag in euro's	1,95	1	3
		$\div 1,95$	$\times 3$

Voor €3,- kun je ongeveer 769 gram kersen kopen.

g

		$\div 1,95$	$\times 1,25$
gewicht in grammen	500	256,4...	320,5...
bedrag in euro's	1,95	1	1,25
		$\div 1,95$	$\times 1,25$

Voor €1,25 kun je ongeveer 321 gram kersen kopen.

05 a $5 \times 480 = 2400$ en $240 \times 10 = 2400$.

b Er zijn meerdere mogelijkheden, bijvoorbeeld 10×96 en 480×2 of 5×96 en 240×2

c $1,5 \times p = 6 \times 2,5$

$p = 6 \times 2,5 : 1,5 = 10$

- U1** Het traject is $9,6 \times 17 = 163,2$ kilometer.
 De auto van Gerard heeft voor hetzelfde traject $163,2 : 12 = 13,6$ liter benzine nodig.

1.2 Rekenen met breuken

intro Per seconde vult de pan zich met de grote kraan voor $\frac{1}{5}$ deel.
 Per seconde vult de pan zich met de kleine kraan voor $\frac{1}{20}$ deel.
 Per seconde vult de pan zich met beide kranen voor $\frac{1}{5} + \frac{1}{20}$ deel.
 Dat is per seconde $\frac{1}{5} + \frac{1}{20} = \frac{4}{20} + \frac{1}{20} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$ deel.
 Het duurt dan vier seconden om de kan helemaal te vullen.

- 9 a** Van de linker rechthoek is $\frac{1}{3}$ deel gekleurd.
 Van de middelste rechthoek is $\frac{1}{5}$ deel gekleurd.
 Van de rechter rechthoek is $\frac{8}{15}$ deel gekleurd.
b Met deze afbeelding wordt de optelling $\frac{1}{3} + \frac{1}{5} = \frac{5}{15} + \frac{3}{15} = \frac{8}{15}$ afgebeeld.

- 10 a** $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} =$
 $\frac{2}{8} + \frac{3}{8} = \frac{5}{8}$
b $\frac{5}{6} + \frac{2}{3} =$
 $\frac{5}{6} + \frac{4}{6} = \frac{9}{6} = 1\frac{3}{6} = 1\frac{1}{2}$
c $1\frac{3}{4} + \frac{1}{9} =$
 $1\frac{27}{36} + \frac{4}{36} = 1\frac{31}{36}$
d $\frac{2}{5} - \frac{1}{3} =$
 $\frac{6}{15} - \frac{5}{15} = \frac{1}{15}$
e $3 - \frac{2}{3} + \frac{1}{4} =$
 $\frac{36}{12} - \frac{8}{12} + \frac{3}{12} = \frac{31}{12} = 2\frac{7}{12}$
f $5\frac{1}{3} - \frac{1}{2} =$
 $5\frac{2}{6} - \frac{3}{6} = 4\frac{8}{6} - \frac{3}{6} = 4\frac{5}{6}$

- 11 a** $\frac{1}{3} \times 6\frac{3}{5} =$
 $\frac{1}{3} \times 6 + \frac{1}{3} \times \frac{3}{5} =$
 $2 + \frac{3}{15} = 2\frac{3}{15} = 2\frac{1}{5}$
b $\frac{1}{3} \times 6\frac{3}{5} =$
 $\frac{1}{3} \times \frac{33}{5} = \frac{33}{15} = 2\frac{3}{15} = 2\frac{1}{5}$
c De methode van Nikki is het beste bij de vermenigvuldiging van $\frac{1}{5} \times 4\frac{1}{3}$,
 want $\frac{1}{5}$ deel van 4 is niet zo makkelijk uit te rekenen als $\frac{1}{3}$ deel van 6.

- 12 a** $\frac{5}{8} \times \frac{3}{5} = \frac{15}{40} = \frac{3}{8}$
b $1\frac{1}{4} \times \frac{4}{9} =$
 $\frac{5}{4} \times \frac{4}{9} = \frac{20}{36} = \frac{5}{9}$
c $2\frac{2}{3} \times 1\frac{1}{2} =$
 $\frac{8}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{24}{6} = 4$
d $4\frac{1}{2} \times \frac{1}{27} =$
 $\frac{9}{2} \times \frac{1}{27} = \frac{9}{54} = \frac{1}{6}$
e $1\frac{1}{2} \times 1\frac{1}{3} \times \frac{1}{6} =$
 $\frac{3}{2} \times \frac{4}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$
f $1\frac{3}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{7} =$
 $\frac{7}{4} \times \frac{4}{5} \times \frac{5}{7} = \frac{140}{140} = 1$

$$13 \text{ a } \frac{1}{3} \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{5}\right) =$$

$$\frac{1}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$b \quad \frac{2}{5} + \frac{1}{7} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{5} + \frac{1}{14} =$$

$$\frac{28}{70} + \frac{5}{70} = \frac{33}{70}$$

$$c \quad \frac{4}{7} \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 =$$

$$\frac{4}{7} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{28} = \frac{1}{7}$$

$$d \quad 1\frac{2}{5} + 1\frac{1}{7} \times \frac{1}{2} =$$

$$1\frac{2}{5} + \frac{8}{7} \times \frac{1}{2} =$$

$$1\frac{2}{5} + \frac{8}{14} =$$

$$1\frac{28}{70} + \frac{40}{70} = 1\frac{68}{70} = 1\frac{34}{35}$$

$$e \quad \frac{1}{3} \times \frac{2}{5} + \frac{1}{5} \times \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{15} + \frac{1}{10} =$$

$$\frac{4}{30} + \frac{3}{30} = \frac{7}{30}$$

$$f \quad \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}\right) =$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{10} + \frac{5}{10}\right) =$$

$$\frac{1}{9} \times \frac{9}{10} = \frac{9}{90} = \frac{1}{10}$$

$$14 \quad \frac{1}{30} + \frac{1}{20} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} =$$

$$\frac{2}{60} + \frac{3}{60} + \frac{20}{60} + \frac{15}{60} = \frac{40}{60} = \frac{2}{3}$$

$\frac{2}{3}$ deel reist naar één van de vier bestemmingen op het blaadje.

Dan reist $1 - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$ deel naar een andere bestemming.

Hiervan reist $1 - \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$ deel naar een bestemming buiten Noord-Holland.

Dat is $\frac{1}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{7}{24}$ deel van alle passagiers uit Hoorn.

15 a Je kunt 12 flesjes vullen, want $12 \times \frac{1}{2} = 6$. De uitkomst van de deling $6 : \frac{1}{2}$ is dus 12.

b Je kunt 6 glazen vullen, want $6 \times \frac{1}{4} = \frac{6}{4} = 1\frac{2}{4} = 1\frac{1}{2}$. De uitkomst van de deling $1\frac{1}{2} : \frac{1}{4}$ is dus 6.

16 a $\frac{1}{7}$ past 28 keer in 4, want $28 \times \frac{1}{7} = \frac{28}{7} = 4$. Dus $4 : \frac{1}{7} = 28$.

b $\frac{2}{7}$ past 14 keer in 4, want $14 \times \frac{2}{7} = \frac{28}{7} = 4$. Dus $4 : \frac{2}{7} = 14$.

$$c \quad \frac{4}{\frac{2}{7}} = \frac{4}{\frac{2}{7}} \times \frac{7}{7} = \frac{28}{2} = 14$$

$$17 \text{ a } \frac{2}{\frac{1}{3}} = \frac{2}{\frac{1}{3}} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{1} = 6$$

$$b \quad \frac{2}{\frac{2}{3}} = \frac{2}{\frac{2}{3}} \times \frac{3}{3} = \frac{6}{2} = 3$$

$$c \quad \frac{6}{\frac{1}{5}} = \frac{6}{\frac{1}{5}} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{1} = 30$$

$$d \quad \frac{6}{\frac{2}{5}} = \frac{6}{\frac{2}{5}} \times \frac{5}{5} = \frac{30}{2} = 15$$

$$e \quad \frac{1}{\frac{1}{7}} = \frac{1}{\frac{1}{7}} \times \frac{7}{7} = \frac{7}{1} = 7$$

$$f \quad \frac{4}{\frac{1}{7}} = \frac{4}{\frac{1}{7}} \times \frac{7}{7} = \frac{28}{1} = 28$$

1 Rekenen

- 18 a** Aisja krijgt $45 : 2 = 22,50$ euro, Bea krijgt $45 : 3 = 15$ euro en Cornelia krijgt $45 - 22,5 - 15 = 7,50$ euro.
- b** Er zijn $5 + 3 + 2 = 10$ gelijke delen.
Elk deel is $45 : 10 = 4,50$ euro.
De verdeling is:
Aisja krijgt $5 \times 4,5 = 22,50$ euro en dat is net zoveel als eerst.
Bea krijgt $3 \times 4,5 = 13,50$ euro en dat is minder als eerst.
Cornelia krijgt $2 \times 4,5 = 9$ euro en dat is meer als eerst.
Deze verdeling is voordeliger voor Cornelia en het maakt niet uit voor Aisja.

010 a $\frac{1}{5} + \frac{3}{10} =$
 $\frac{2}{10} + \frac{3}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

b $\frac{5}{6} + \frac{1}{3} =$
 $\frac{5}{6} + \frac{2}{6} = \frac{7}{6} = 1\frac{1}{6}$

c $5\frac{1}{6} - 1\frac{2}{3} =$
 $4\frac{7}{6} - 1\frac{4}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$

d $1\frac{1}{3} - \frac{3}{7} =$
 $\frac{28}{21} - \frac{9}{21} = \frac{19}{21}$

e $3 - \frac{1}{8} + \frac{1}{4} =$
 $\frac{24}{8} - \frac{1}{8} + \frac{2}{8} = \frac{25}{8} = 3\frac{1}{8}$

f $1\frac{3}{4} + \frac{3}{8} =$
 $1\frac{6}{8} + \frac{3}{8} = 1\frac{9}{8} = 2\frac{1}{8}$

g $4\frac{1}{3} - 1\frac{1}{2} =$
 $3\frac{8}{6} - 1\frac{3}{6} = 2\frac{5}{6}$

h $\frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{6} =$
 $\frac{4}{12} + \frac{3}{12} + \frac{2}{12} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

- 012 a** In stap 1 zijn de helen in de breuken gestopt.
- b** $1\frac{1}{8} \times 1\frac{3}{5} =$
 $\frac{9}{8} \times \frac{8}{5} = \frac{72}{40} = 1\frac{32}{40} = 1\frac{4}{5}$
- c** $2\frac{1}{2} \times \frac{3}{5} =$
 $\frac{5}{2} \times \frac{3}{5} = \frac{5 \times 3}{2 \times 5} = \frac{15}{10} = 1\frac{5}{10} = 1\frac{1}{2}$
 $\frac{5}{9} \times 1\frac{1}{8} \times \frac{2}{3} =$
 $\frac{5}{9} \times \frac{9}{8} \times \frac{2}{3} = \frac{5 \times 9 \times 2}{9 \times 8 \times 3} = \frac{90}{216} = \frac{5}{12}$
- U2 a** Van de oorspronkelijke rechthoek is $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{27}$ deel blauw.
- b** Van de oorspronkelijke rechthoek is $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ deel wit.
Van de oorspronkelijke rechthoek is $1 - \frac{1}{27} = \frac{26}{27}$ deel gekleurd.
- c** Na drie stappen is $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{27}$ deel wit.
Na vier stappen is $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{81}$ deel wit.
Na vijf stappen is $\frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{243}$ deel wit.
Dat is minder dan één honderdste deel, dus na vijf stappen.

1.3 Breuken en decimale getallen

intro 15% kun je schrijven als $\frac{15}{100} = \frac{3}{20}$ en $\frac{1}{7} = \frac{3}{21}$.
Omdat $\frac{3}{20} > \frac{3}{21}$ kun je zeggen dat 15% meer is als $\frac{1}{7}$ deel.
Marleen zal dus voor 15% kiezen.

19 a $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 0,75$

b $\frac{1}{5} = \frac{2}{10} = 0,2$

c $\frac{3}{20} = \frac{15}{100} = 0,15$

d $\frac{3}{100} = 0,03$

e $\frac{2}{25} = \frac{8}{100} = 0,08$

f $\frac{5}{8} = \frac{625}{1000} = 0,625$

20 a $\frac{5}{7} \approx 0,7143$

b $\frac{13}{16} = 0,8125$

c $2\frac{2}{3} \approx 2,6667$

d $3\frac{6}{11} \approx 3,5455$

e $2\frac{3}{8} = 2,375$

f $1\frac{1}{12} \approx 1,0833$

21 a $\frac{1}{3} = 0,333...$ en $0,333... > 0,3$

b 0,33 is kleiner dan $\frac{1}{3}$.

c A $0,2 = \frac{2}{10}$, dus 0,2 is het grootst.

B $0,4 = \frac{4}{10}$, dus $\frac{4}{9}$ is het grootst.

C $\frac{17}{19} = \frac{85}{95}$ en $0,85 = \frac{85}{100}$, dus $\frac{17}{19}$ is het grootst.

D $\frac{13}{40} = \frac{325}{1000}$ en $0,34 = \frac{340}{1000}$, dus 0,34 is het grootst.

22 a $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$

b $0,125 = \frac{125}{1000} = \frac{1}{8}$

c $0,08 = \frac{8}{100} = \frac{2}{25}$

d $2,45 = 2 + \frac{45}{100} = 2 + \frac{9}{20} = 2\frac{9}{20}$

e $3,44 = 3 + \frac{44}{100} = 3 + \frac{11}{25} = 3\frac{11}{25}$

f $1,004 = 1 + \frac{4}{1000} = 1 + \frac{1}{250} = 1\frac{1}{250}$

23 a Cas vindt het juiste antwoord, want $: 3$ geeft hetzelfde resultaat als $\times \frac{1}{3}$.
Bovendien is 0,33 niet hetzelfde als $\frac{1}{3}$.

b Dat zijn $987 : 7 = 141$ werknemers.

c Er komen $987 : 3 = 329$ werknemers met het openbaar vervoer.

Met de auto komen $987 - 329 - 141 = 517$ werknemers met de auto.

24 a $\frac{1}{4}$ deel van € 229,- is € 229,- : 4 = € 57,25.

Dus $\frac{3}{4}$ deel van € 229,- is $3 \times € 57,25 = € 171,75$.

b 0,8 deel van 45 m^2 is $0,8 \times 45 = 36 \text{ m}^2$.

c $\frac{1}{15}$ deel van 18 liter is $18 : 15 = 1,2$ liter.

Dus $\frac{7}{15}$ deel van 18 liter is $7 \times 1,2 = 8,4$ liter.

d 0,65 deel van 200 meter is $0,65 \times 200 = 130$ meter.

e $\frac{1}{11}$ deel van 140 kilogram is $140 : 11 = 12,72...$ kilogram.

Dus $\frac{2}{11}$ deel van 140 kilogram is $2 \times 12,72... \approx 25,45$ kilogram.

25 a $\frac{1}{3}$ deel van 350 is $350 : 3 = 116,66...$

Hij heeft $2 \times 116,66... \approx 233$ kilometer gereden.

b $\frac{1}{7}$ deel van 104 is $104 : 7 = 14,85...$

$2 \times 14,85... \approx 30$ leerlingen hebben het profiel E&M gekozen.

c $\frac{1}{4}$ deel van 31 000 is $31\ 000 : 4 = 7750$

Er zijn $3 \times 7750 \approx 23\ 250$ bezoekers.

d $\frac{5}{7}$ deel is 28 500

$\frac{1}{7}$ deel is $28\ 500 : 5 = 5700$.

Er kunnen maximaal $7 \times 5700 = 39\ 900$ bezoekers in dit stadion.

1 Rekenen

- 26 a** Er wordt €2.250,- : 5 = €450,- besteed aan materiaal.
€450,- : 3 = €150,-
Er wordt jaarlijks $2 \times €150,- = €300,-$ uitgegeven aan ballen.
- b** Er gaat $4 \times €450,- = €1.800,-$ naar de jeugdafdeling.
€1.800,- : 4 = €450,-
Er wordt $3 \times €450,- = €1.350,-$ besteed aan de jaarlijkse jeugddag.

020 a $5\frac{3}{8} = 5 + \frac{3}{8} = 5 + 0,375 = 5,375$
 $2\frac{17}{20} = 2 + \frac{17}{20} = 2 + 0,85 = 2,85$

b $\frac{5}{11} \approx 0,455$

e $3\frac{6}{17} \approx 3,353$

c $\frac{5}{8} = 0,625$

f $1\frac{3}{5} = 1,6$

d $6\frac{1}{3} \approx 6,333$

g $2\frac{7}{12} \approx 2,583$

024 a $\frac{1}{4}$ deel van 48 is $48 : 4 = 12$.

$\frac{3}{4}$ deel van 48 is $3 \times 12 = 36$.

0,2 deel van 36 is $0,2 \times 36 = 7,2$

b $\frac{1}{5}$ deel van €225,- is $€225,- : 5 = €45,-$.

c $\frac{3}{5}$ deel van €225,- is $3 \times €45,- = €135,-$.

d 0,4 deel van 36 meter is $0,4 \times 36 = 14,4$ meter.

e $\frac{1}{13}$ deel van 260 gram is $260 : 13 = 20$ gram.

Dus $\frac{3}{13}$ deel van 260 gram is $3 \times 20 = 60$ gram.

f 0,7 deel van 49 liter is $0,7 \times 49 = 34,3$ liter.

g $\frac{1}{4}$ deel van 172 meter is $172 : 4 = 43$ meter.

Dus $\frac{3}{4}$ deel van 172 meter is $3 \times 43 = 129$ meter.

- U3 a** De eerste prijs is $8400 : 2 = 4200$ euro.
De vier tweede prijzen zijn samen $8400 : 4 = 2100$ euro.
Een tweede prijs is $2100 : 4 = 525$ euro.
Voor de tien derde prijzen is ook een kwart gereserveerd.
Een derde prijs is $2100 : 10 = 210$ euro.
- b** Er zijn $3 + 4 \times 2 + 10 \times 1 = 21$ gelijke delen.
Eén deel is $8400 : 21 = 400$ euro.
Een eerste prijs is $3 \times 400 = 1200$ euro, een tweede prijs is
 $2 \times 400 = 800$ euro en een derde prijs is $1 \times 400 = 400$ euro.

1.4 Procenten

intro De bolivar is nog 4% waard.
De eerste levensbehoeften zijn $100 : 4 = 25$ keer zo duur geworden.

27 a

prijs in euro's	649	?
percentage	100	121

$$649 \times 121 = 100 \times ?$$

$$? = 649 \times 121 : 100 = 785,29$$

Een klant moet voor deze laptop €785,29 betalen.

- b Het getal waarmee je moet vermenigvuldigen is $121 : 100 = 1,21$.
 c Het getal waarmee je moet vermenigvuldigen is $(100 - 3) : 100 = 0,97$.
 d Bij zowel de prijs exclusief als de prijs inclusief btw moet je met 0,97 vermenigvuldigen.

28 a Er gaat 20% af, de factor is $(100 - 20) : 100 = 0,8$.

De nieuwe prijs is $0,8 \times €910,- = €728,-$.

b Er komt 3,2% bij, de factor is $(100 + 3,2) : 100 = 1,032$.

De nieuwe prijs is $1,032 \times €169,- = €174,41$.

c De prijs is $€21,25 - €17,50 = €3,75$ gestegen.

prijs in euro's	17,5	3,75
percentage	100	?

$$17,5 \times ? = 100 \times 3,75$$

$$? = 100 \times 3,75 : 17,5 = 21,42...$$

De prijs is met ongeveer 21,4% gestegen.

d De prijs is $€2,45 - €1,90 = €0,55$ gedaald.

prijs in euro's	2,45	0,55
percentage	100	?

$$2,45 \times ? = 100 \times 0,55$$

$$? = 100 \times 0,55 : 2,45 = 22,44...$$

De prijs is met ongeveer 22,4% gedaald.

29 a

aantal leerlingen	32	12
percentage	100	?

$$32 \times ? = 100 \times 12$$

$$? = 100 \times 12 : 32 = 37,5$$

37,5% van de leerlingen is een meisje.

b

aantal kilometer	350	180
percentage	100	?

$$350 \times ? = 100 \times 180$$

$$? = 100 \times 180 : 350 = 51,42...$$

Hij heeft ongeveer 51,4% van de totale afstand afgelegd.

30 a

prijs in euro's	1058	?
percentage	121	100

$$1058 \times 100 = 121 \times ?$$

$$? = 1058 \times 100 : 121 = 874,380...$$

De fiets kost exclusief de btw €874,38.

b De prijs is $€69,- - €44,85 = €24,15$ gedaald.

prijs in euro's	69	24,15
percentage	100	?

$$69 \times ? = 100 \times 24,15$$

$$? = 100 \times 24,15 : 69 = 35$$

De klant krijgt 35% korting.

31 a

<i>aantal leerlingen</i>	1950	?
<i>percentage</i>	100	15

$$1950 \times 15 = 100 \times ?$$

$$? = 1950 \times 15 : 100 = 292,5$$

Er zijn 293 leerlingen afwezig.

- b** Het percentage leerlingen op 1 oktober in 2017 ten opzichte van het aantal leerlingen op 1 oktober in 2016 is $100 + 7,3 = 107,3$.

<i>aantal leerlingen</i>	?	1950
<i>percentage</i>	100	107,3

$$? \times 107,3 = 100 \times 1950$$

$$? = 100 \times 1950 : 107,3 = 1817,3...$$

Op 1 oktober in 2016 waren er 1817 leerlingen.

c

<i>aantal leerlingen</i>	55	?
<i>percentage</i>	34	100

$$55 \times 100 = 34 \times ?$$

$$? = 55 \times 100 : 34 = 161,7...$$

Op dat moment zaten er 162 leerlingen in havo 4.

- 32 a** Het percentage dat hoort bij € 1.346,- is $100 - 0,5 = 99,5$.

<i>bedrag in euro's</i>	1346	?
<i>percentage</i>	99,5	100

$$1346 \times 100 = 99,5 \times ?$$

$$? = 1346 \times 100 : 99,5 = 1352,763...$$

Het bedrag was voor de verlaging € 1.352,76.

- b** Het percentage dat hoort bij € 12.045,- is $100 - 23,7 = 76,3$.

<i>omzet in euro's</i>	12045	?
<i>percentage</i>	76,3	100

$$12045 \times 100 = 76,3 \times ?$$

$$? = 12045 \times 100 : 76,3 = 15786,369...$$

De omzet in december 2017 was € 15.786,37.

- 33 a** Het percentage dat hoort bij € 378,25 is $100 - 15 = 85$.

<i>prijs in euro's</i>	378,25	?
<i>percentage</i>	85	100

$$378,25 \times 100 = 85 \times ?$$

$$? = 378,25 \times 100 : 85 = 445$$

De prijs zonder korting is € 445,-.

- b** Eerst komt er 35% bij, de factor is $(100 + 35) : 100 = 1,35$.

De verkoopprijs is $1,35 \times € 180,- = € 243,-$.

Dan komt er 21% btw bij, de factor is $(100 + 21) : 100 = 1,21$.

De prijs die de klant moet betalen is $1,21 \times € 243,- = € 294,03$.

- c** Het percentage dat hoort bij € 57,75 is 21.

Het percentage dat hoort bij de prijs inclusief de btw is $100 + 21 = 121$.

<i>prijs in euro's</i>	57,75	?
<i>percentage</i>	21	121

$$57,75 \times 121 = 21 \times ?$$

$$? = 57,75 \times 121 : 21 = 332,75$$

De prijs van de scanner voor de klant is € 332,75.

34 a	<i>bedrag in euro's</i>	325 000	?
	<i>percentage</i>	100	30

$$325\,000 \times 30 = 100 \times ?$$

$$? = 325\,000 \times 30 : 100 = 97\,500$$

Albert krijgt €97.500,-.

- b** Er blijft nog €325.000,- – €97.500,- = €227.500,- over

Er zijn $3 + 7 = 10$ gelijke delen.

Elk deel is €227.500,- : 10 = €22.750,-

Frits krijgt $3 \times €22.750,- = €68.250,-$

Nicolaas krijgt $7 \times €22.750,- = €159.250,-$.

c	<i>bedrag in euro's</i>	325 000	159 250
	<i>percentage</i>	100	?

$$325\,000 \times ? = 100 \times 159\,250$$

$$? = 100 \times 159\,250 : 325\,000 = 49$$

Nicolaas krijgt 49%.

- d** Gina krijgt $\frac{1}{3}$ deel van €68.250,-.

Dat is €22.750,-

	<i>bedrag in euro's</i>	325 000	22 750
	<i>percentage</i>	100	?

$$325\,000 \times ? = 100 \times 22\,750$$

$$? = 100 \times 22\,750 : 325\,000 = 7$$

Gina krijgt 7% van de totale opbrengst.

- 028 a** $100\% - 15\% = 85\%$, dus het percentage dat hoort bij de prijs inclusief de korting is 85.

b	<i>prijs in euro's</i>	740	?
	<i>percentage</i>	100	85

- c** $740 \times 85 = 100 \times ?$

$$? = 740 \times 85 : 100 = 629$$

De nieuwe prijs van de fiets is €629,-.

- d** De prijs is €2,65 – €1,90 = €0,75 gestegen.

Je vergelijkt de prijsstijging ten opzichte van het oorspronkelijke bedrag en dat was €1,90. Daarom hoort 100% bij het bedrag €1,90.

e	<i>prijs in euro's</i>	1,90	0,75
	<i>percentage</i>	100	?

$$1,90 \times ? = 100 \times 0,75$$

$$? = 100 \times 0,75 : 1,90 = 39,47\ldots$$

De prijs van de appels is met ongeveer 39,5% gestegen.

- 030 a** De prijs inclusief btw is $100\% + 21\% = 121\%$.

- b** Het bedrag exclusief btw is het oorspronkelijke bedrag en dat stel je altijd gelijk aan 100%.

- c** Onder het getal 45 komt het percentage 121 te staan.

d	<i>prijs in euro's</i>	45	?
	<i>percentage</i>	121	100

$$45 \times 100 = 121 \times ?$$

$$? = 45 \times 100 : 121 = 37,190\ldots$$

De prijs van de exclusief btw is €37,19.

U4

<i>Nederlanders in miljoenen</i>	16,8	?
<i>percentage</i>	100	25,7

$$16,8 \times 25,7 = 100 \times ?$$

$$? = 16,8 \times 25,7 : 100 = 4,3176$$

In 2014 rookten 4,3176 miljoen Nederlanders.

Zij rookten in totaal $4,3176 \times 3942 = 17\,019,9792$ miljoen sigaretten.

<i>Nederlanders in miljoenen</i>	17,1	?
<i>percentage</i>	100	23,1

$$17,1 \times 23,1 = 100 \times ?$$

$$? = 17,1 \times 23,1 : 100 = 3,9501$$

In 2017 rookten 3,9501 miljoen Nederlanders.

Zij rookten in totaal $3,9501 \times 3905 = 15\,425,1405$ miljoen sigaretten.

Het totaal aantal gerookte sigaretten is met

$$17\,019,9792 - 15\,425,1405 = 1\,594,8387 \text{ miljoen afgenomen.}$$

<i>aantal sigaretten in miljoenen</i>	17 019,9792	1 594,8387
<i>percentage</i>	100	?

$$17\,019,9792 \times ? = 100 \times 1\,594,8387$$

$$? = 100 \times 1\,594,8387 : 17\,019,9792 = 9,37\ldots$$

Het totaal aantal gerookte sigaretten is met ongeveer 9,4% afgenomen.

1.5 Tijden

intro Op het display is te zien dat Niek in 55 minuten en 43 seconden een afstand van 25,6 kilometer heeft afgelegd.

Hij heeft in ongeveer 56 minuten ongeveer 26 kilometer afgelegd.

Dat is gemiddeld $26 : 56 = 0,46\ldots$ kilometer per minuut.

In een uur legt hij dan $60 \times 0,46\ldots = 27,85\ldots$ kilometer af.

Zijn gemiddelde snelheid is lager dan 29,8 km per uur.

- 35 a** In 1 uur zitten $60 \times 60 = 3600$ seconden en in 10 minuten zitten $10 \times 60 = 600$ seconden.

De lancering vindt plaats over $3600 + 600 + 25 = 4225$ seconden.

- b** In 100 000 minuten zitten $100\,000 : 60 = 1666,66\ldots$ uren.

In 0,66... deel van een uur zitten $0,66\ldots \times 60 = 40$ minuten.

- c** In 1666 uur zitten $1666 : 24 = 69,41\ldots$ dagen.

Er passen 69 hele dagen in 1666 uur.

- d** In 0,41... deel van een dag zitten $0,41\ldots \times 24 = 10$ uren.

Yannick is 69 dagen, 10 uur en 40 minuten oud.

- e** In 1 090 775 minuten zitten $1\,090\,775 : 60 = 18\,179,58\ldots$ uren.

In 0,58... deel van een uur zitten $0,58\ldots \times 60 = 35$ minuten.

Henk is 18 179 uur en 35 minuten oud.

In 18 179 uur zitten $18\,179 : 24 = 757,45\ldots$ dagen.

In 0,45... deel van een dag zitten $0,45\ldots \times 24 = 11$ uren.

Henk is 757 dagen, 11 uur en 35 minuten oud.

In 757 dagen zitten $757 : 365 = 2,07\ldots$ jaren.

In 0,07... deel van een jaar zitten $0,07\ldots \times 365 = 27$ dagen.

Henk is 2 jaar, 27 dagen, 11 uur en 35 minuten oud.

- 36 a** De vlucht duurt $1650 : 600 = 2,75$ uur.
b Bob heeft geen gelijk, want 2 uur en 75 minuten is langer dan 3 uur.
 De vlucht duurt 2 uur en $0,75 \times 60 = 45$ minuten.
- 37 a** Dat is $2 \times 3600 + 14 \times 60 + 23 = 8063$ seconden.
b 2:12,7 minuten betekent 2 minuten en 12,7 seconden.
 Dat is $2 \times 60 + 12,7 = 132,7$ seconden.
c Bram rijdt $98 \times 1000 = 98000$ meter per uur.
 Bram rijdt $98000 : 3600 \approx 27,2$ meter per seconde.
d Dat is $36 \times 3600 : 1000 = 129,6$ km per uur.
- 38 a** $40 \times 45 = 1800$ seconden.
 Dat is $1800 : 60 = 30$ minuten.
b 2:53:45 uur betekent 2 uur, 53 minuten en 45 seconden.
 Het totaal is $2 + 3 = 5$ uur, $53 + 17 = 70$ minuten en $45 + 28 = 73$ seconden.
 Dat is 6 uur, 11 minuten en 13 seconden.
c 59:12,45 minuten betekent 59 minuten en 12,45 seconden.
 Het totaal is $59 + 14 = 73$ minuten en $12,45 + 45,75 = 58,2$ seconden.
 Dat is 1 uur, 13 minuten en 58,2 seconden.
d 6:14:48 uur betekent 6 uur, 14 minuten en 48 seconden.
 Een kwart van 6 uur is 1,5 uur en dat is 1 uur 30 minuten.
 Een kwart van 14 minuten is 3,5 minuut en dat is 3 minuten en 30 seconden.
 Een kwart van 48 seconden is 12 seconden.
 Een kwart van 6:14:48 uur is 1 uur, 33 minuten en 42 seconden.
- 39 a** 3:08 minuten betekent 3 minuten en 8 seconden.
 Dat is $3 \times 60 + 8 = 188$ seconden.
b De afstand is 800 meter en dat is 0,8 kilometer.
 In een uur zitten $60 \times 60 = 3600$ seconden.
c
- | | | |
|-------------------------|-----|------|
| <i>afstand</i> in km | 0,8 | ? |
| <i>tijd</i> in seconden | 188 | 3600 |
- $0,8 \times 3600 = 188 \times ?$
 $? = 0,8 \times 3600 : 188 = 15,3...$
 Ciska liep met een gemiddelde snelheid van ongeveer 15,3 km per uur.
- 40 a** 2:01:39 uur is $2 \times 3600 + 1 \times 60 + 39 = 7299$ seconden.
- | | | |
|-------------------------|--------|------|
| <i>afstand</i> in km | 42,195 | ? |
| <i>tijd</i> in seconden | 7299 | 3600 |
- $42,195 \times 3600 = 7299 \times ?$
 $? = 42,195 \times 3600 : 7299 = 20,81...$
 De gemiddelde snelheid is ongeveer 20,8 km per uur.
- b** 7:27,66 minuten is $7 \times 60 + 27,66 = 447,66$ seconden.
- | | | |
|-------------------------|--------|------|
| <i>afstand</i> in km | 3 | ? |
| <i>tijd</i> in seconden | 447,66 | 3600 |
- $3 \times 3600 = 447,66 \times ?$
 $? = 3 \times 3600 : 447,66 = 24,12...$
 De gemiddelde snelheid is ongeveer 24,1 km per uur.

1 Rekenen

c

<i>afstand</i> in km	23,29	5
<i>tijd</i> in seconden	3600	?

$$23,29 \times ? = 3600 \times 5$$

$$? = 3600 \times 5 : 23,29 = 772,863...$$

Hij liep de 5 km in ongeveer 772,86 seconden.

$$772,86 : 60 = 12,88...$$

$$0,88... \times 60 \approx 52,86$$

Zijn tijd was 12:52,86 minuten.

- 41 a** Eén ronde is 42400 000 meter.

1 uur en 31 minuten is $1 \times 3600 + 31 \times 60 = 5460$ seconden.

<i>afstand</i> in meter	42400 000	?
<i>tijd</i> in seconden	5460	1

$$42400\,000 \times 1 = 5460 \times ?$$

$$? = 42400\,000 \times 1 : 5460 = 7765,5...$$

De snelheid is ongeveer 7766 meter per seconde.

- b** Dit is $7765,5... : 1000 = 7,7655...$ km per seconde.

En dat is $7,7655... \times 3600 \approx 27956$ km per uur.

- 42 a** De tijden zijn uitgedrukt in minuten en seconden.

Zo deed Roy over de eerste ronde 1 minuut en 12,3 seconden.

- b** Roy heeft $1 + 1 + 1 = 3$ minuten en $12,3 + 10,4 + 5,7 = 28,4$ seconden gerend.

Zijn tijd is 3:28,4.

Gerco heeft $1 + 1 + 1 = 3$ minuten en $2,8 + 5,8 + 12,8 = 21,1$ seconden gerend.

Zijn tijd is 3:21,1.

Balasz heeft $0 + 1 + 0 = 1$ minuut en $56,9 + 0,6 + 59,8 = 117,3$ seconden gerend. Dat is 2 minuten en $117,3 - 60 = 57,3$ seconden.

Zijn tijd is 2:57,3.

- c** De afstand is $3 \times 400 = 1200$ meter.

3:28,4 minuten is $3 \times 60 + 28,4 = 208,4$ seconden.

<i>afstand</i> in meters	1200	?
<i>tijd</i> in seconden	208,4	1

$$1200 \times 1 = 208,4 \times ?$$

$$? = 1200 \times 1 : 208,4 = 5,75...$$

De gemiddelde snelheid van Roy is ongeveer 5,8 meter per seconde.

- d** Balasz heeft de snelste ronde gelopen, namelijk zijn eerste ronde.

<i>afstand</i> in meters	400	?
<i>tijd</i> in seconden	56,9	1

$$400 \times 1 = 56,9 \times ?$$

$$? = 400 \times 1 : 56,9 = 7,02...$$

De gemiddelde snelheid van Balasz in zijn snelste ronde is ongeveer 7,0 meter per seconde.

Dat is $7,02... \times 3600 : 1000 \approx 25,3$ km per uur.

- 040 a** 1:32:45 uur betekent 1 uur 32 minuten en 45 seconden.

Dat is $1 \times 3600 + 32 \times 60 + 45 = 5565$ seconden.

- b** Onder 65 moet het getal 5565 staan, want zoveel seconden doet hij over de tijddrit van 65 kilometer.

c In een uur zitten $60 \times 60 = 3600$ seconden, vandaar dat in de tabel het getal 3600 staat.

d

<i>afstand</i> in km	65	?
<i>tijd</i> in seconden	5565	3600

e $65 \times 3600 = 5565 \times ?$

$? = 65 \times 3600 : 5565 = 42,04\dots$

Martijn fietste met een gemiddelde snelheid van ongeveer 42,0 km per uur.

U5 a 1:11,212 minuten is $1 \times 60 + 11,212 = 71,212$ seconden.

<i>afstand</i> in meters	4574	?
<i>tijd</i> in seconden	71,212	1

$4,574 \times 1 = 71,212 \times ?$

$? = 4574 \times 1 : 71,212 = 64,23\dots$

Vettel reed zijn ronde met een gemiddelde snelheid van ongeveer 64,2 meter per seconde.

Dat is $64,23\dots \times 3600 : 1000 \approx 231,2$ km per uur.

b 1:11,822 minuten is $1 \times 60 + 11,822 = 71,822$ seconden.

<i>afstand</i> in meters	4574	?
<i>tijd</i> in seconden	71,822	1

$4,574 \times 1 = 71,822 \times ?$

$? = 4574 \times 1 : 71,822 = 63,68\dots$

Verstappen reed zijn ronde met een gemiddelde snelheid van ongeveer 63,7 meter per seconde.

De gemiddelde snelheid van Verstappen is $64,23 - 63,68 = 0,54\dots$ lager.

<i>snelheid</i> in meter per seconde	64,23...	0,54...
<i>percentage</i>	100	?

$64,23\dots \times ? = 100 \times 0,54\dots$

$? = 100 \times 0,54\dots : 64,23\dots = 0,84\dots$

De gemiddelde snelheid van Verstappen was ongeveer 0,8% lager dan die van Vettel.

c Het verschil per ronde tussen Vettel en Vandoorne is 3,189 seconden.

Elk rondje loopt Vettel dus 3,189 seconden uit op Vandoorne.

Vandoorne doet over één ronde $1 \times 60 + 14,401 = 74,401$ seconden.

$74,401 : 3,189 = 23,33\dots$

Na ongeveer 23,3 ronden zal Vettel Vandoorne inhalen.

1.6 Standaardvorm

intro De uitkomst van $10\,000 \times 5\,000\,000$ heeft 10 nullen, want $1 \times 5 = 5$ en achter de 1 en de 5 staan in totaal 10 nullen.

De uitkomst van $3000 \times 30\,000$ heeft 7 nullen, want $3 \times 3 = 9$ en achter de 3 en de 3 staan in totaal 7 nullen.

De uitkomst van $500 \times 2\,000\,000\,000$ heeft 12 nullen, want $5 \times 2 = 10$ en achter de 5 en de 2 staan in totaal 11 nullen. Je krijgt dan in totaal 12 nullen.

- 43 a** duizend is $10 \times 10 \times 10 = 1000 = 10^3$
 miljoen is $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000 = 10^6$
 miljard is $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000 = 10^9$
 biljoen is $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000\,000 = 10^{12}$
 biljard is $10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 1\,000\,000\,000\,000\,000 = 10^{15}$
- b** 10^{30} heeft 30 nullen als je het getal voluit schrijft.
- 44 a** $40\,000 = 4 \times 10^4$ **c** $230 = 2,3 \times 10^2$
b $427\,480\,000\,000 = 4,2748 \times 10^{11}$ **d** $99\,999\,999 = 9,999\,999 \times 10^7$
- 45 a** A $215\,000 \times 336\,000 \approx 7,22 \times 10^{10}$
 B $6,3 \times 10^6 \times 5 \times 10^7 = 357\,273 \approx 3,57 \times 10^5$
 C $8,6^{10} \times 20,4^6 \approx 1,60 \times 10^{17}$
 D $2\,350\,000 \times 88\,701\,400 \approx 2,08 \times 10^{14}$
- b** $7,22 \times 10^{10}$ heeft na de 7 nog 10 cijfers, dus voluit geschreven heeft $7,22 \times 10^{10}$ 11 cijfers.
 $3,57 \times 10^5$ heeft na de 3 nog 5 cijfers, dus voluit geschreven heeft $3,57 \times 10^5$ 6 cijfers.
 $1,60 \times 10^{17}$ heeft na de 1 nog 17 cijfers, dus voluit geschreven heeft $1,60 \times 10^{17}$ 18 cijfers.
 $2,08 \times 10^{14}$ heeft na de 2 nog 14 cijfers, dus voluit geschreven heeft $2,08 \times 10^{14}$ 15 cijfers.
- 46 a** $3 : 10^3 = 0,003$
 $3 : 10^6 = 0,000\,003$
 $3 : 10^9 = 0,000\,000\,003$
 $3 : 10^{12} = 3\text{E-}12$
 $3 : 10^{15} = 3\text{E-}15$
- b** De uitkomst van deze delingen is een getal die zoveel nullen voor de 3 heeft staan dat dit getal niet op het rekenmachinevenster past.
- c** De uitkomst zal $3\text{E-}18$ zijn.
- d** Deze uitkomst heeft 18 cijfers achter de komma staan.
- 47 a** $0,006 = 6 \times 10^{-3}$ **c** $0,000\,032\,1 = 3,21 \times 10^{-5}$
b $0,1 = 1 \times 10^{-1}$ **d** $0,000\,099\,999 = 9,999 \times 10^{-5}$
- 48 a** $25 \times 10^{-4} = 0,0025 = 2,5 \times 10^{-3}$
b $10 \times 0,000\,000\,002\,5 = 0,000\,000\,025 = 2,5 \times 10^{-8}$
c $1000 \times 10^{-3} = 1 = 1 \times 10^0$
d $2,7 \times 0,000\,03 = 0,000\,081 = 8,1 \times 10^{-5}$
- 49 a** Er passen $1 : (4 \times 10^{-4}) = 2500$ rode bloedlichaampjes achter elkaar in één cm.
b Een levercel heeft een doorsnede van $2 \times 10^{-3} = 0,002$ cm,
 een poliovirus heeft een doorsnede van $2 \times 10^{-5} = 0,000\,02$ cm en
 een rood bloedlichaampje heeft een doorsnede van $4 \times 10^{-4} = 0,000\,4$ cm.
 Een poliovirus is het kleinst.

50 a Het duurt $15 : (1,5 \times 10^{-2}) = 1000$ dagen. Dat is $1000 : 365 \approx 2,7$ jaar.

b $12 \text{ mm} = 1,2 \text{ cm}$

De Elfstedentocht was $1,2 : (1,5 \times 10^{-2}) = 80$ dagen geleden.

1 februari was $25 + 28 = 53$ dagen geleden.

Er zijn nog $80 - 53 = 27$ dagen over.

80 dagen geleden was op $31 - 27 = 4$ januari.

51 a De hoeveelheid is met $2,1 \times 10^9 - 1,6 \times 10^9 = 5 \times 10^8$ toegenomen.

<i>geproduceerde stroom in kWh</i>	$1,6 \times 10^9$	5×10^8
<i>percentage</i>	100	?

$$1,6 \times 10^9 \times ? = 100 \times 5 \times 10^8$$

$$? = 100 \times 5 \times 10^8 : (1,6 \times 10^9) = 31,25$$

De hoeveelheid is met 31,25% toegenomen.

b In 2017 werd er voor $2,1 \times 10^9 : 1355 \approx 1\,549\,815$ personen aan stroom met zonnepanelen geproduceerd.

c $2,1 \times 10^9 \text{ kWh} = 2,1 \times 10^9 \times 10^3 = 2,1 \times 10^{12} \text{ Wh}$

Er kunnen $2,1 \times 10^{12} : 25 = 84\,000\,000\,000$ lampen een uur branden op de in 2017 geproduceerde stroom met zonnepanelen.

045 a De komma moet vier plaatsen naar rechts verschuiven.

b $1,401\,82 \times 10^4$

c $205\,423 = 2,054\,23 \times 10^5$

d $50\,897 = 5,0897 \times 10^4$

f $703,1 = 7,031 \times 10^2$

e $9\,351\,000 = 9,351 \times 10^6$

g $830\,400\,000 = 8,304 \times 10^8$

047 a Je moet de komma drie plaatsen naar links verschuiven om het getal 0,005 039 te krijgen.

b $0,005\,039 = 5,039 \times 10^{-3}$

d $0,000\,160\,291 = 1,60291 \times 10^{-4}$

c $0,000\,006\,88 = 6,88 \times 10^{-6}$

e $0,04 = 4 \times 10^{-2}$

U6 a De afstand is $1,28 \times 2,998 \times 10^8 = 383\,744\,000$ meter en dat is 383 744 km.

b Krabnevel is $6000 \times 9,45 \times 10^{15} = 5,67 \times 10^{19}$ meter van de aarde verwijderd. Dat is $5,67 \times 10^{19} : 1000 = 5,67 \times 10^{16}$ km.

c De Andromedanevel bevindt zich op $2,08 \times 10^{18} \times 1000 = 2,08 \times 10^{21}$ meter. Dat is $2,08 \times 10^{21} : (9,45 \times 10^{15}) \approx 220\,106$ lichtjaar van de aarde verwijderd.

1.7 Gemengde opdrachten

52 a $2\frac{2}{3} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} =$

$$2\frac{2}{3} + \frac{1}{6} =$$

$$2\frac{4}{6} + \frac{1}{6} = 2\frac{5}{6}$$

b $2 + \frac{2}{3} \times \frac{3}{4} \times \frac{4}{5} =$

$$2 + \frac{24}{60} = 2\frac{2}{5}$$

c $3\frac{1}{3} - 2\frac{1}{2} =$

$$3\frac{2}{6} - 2\frac{3}{6} =$$

$$2\frac{8}{6} - 2\frac{3}{6} = \frac{5}{6}$$

d $\frac{4}{\frac{1}{9}} = \frac{4}{\frac{1}{9}} \times \frac{9}{9} = \frac{36}{1} = 36$

$$\begin{aligned} \text{e } 1 + \left(2\frac{1}{2}\right)^2 &= \\ 1 + 2\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} &= \\ 1 + \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} &= \\ 1 + \frac{25}{4} &= 7\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{f } \frac{1}{2} \times \left(5 + 7\frac{1}{2}\right) &= \\ \frac{1}{2} \times 12\frac{1}{2} &= \\ \frac{1}{2} \times 12 + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} &= 6 + \frac{1}{4} = 6\frac{1}{4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{g } 3\frac{1}{3} \times 2\frac{1}{5} &= \\ \frac{10}{3} \times \frac{11}{5} &= \frac{110}{15} = 7\frac{5}{15} = 7\frac{1}{3} \end{aligned}$$

$$\text{h } \frac{12}{\frac{3}{4}} = \frac{12}{\frac{3}{4}} \times \frac{4}{4} = \frac{48}{3} = 16$$

53 a De Pioneer-satelliet heeft $4,32 \times 10^7 : (6 \times 30) = 240\,000$ km per dag afgelegd.

b De snelheid is $240\,000 : 24 = 10\,000$ km per uur.

c De afstand is $300 \times 260\,000 = 78\,000\,000 = 7,8 \times 10^7$ km.

54 a 1:01:03 uur betekent 1 uur, 1 minuut en 3 seconden.

Hij heeft $1 + 5 + 3 = 9$ uur, $1 + 8 + 22 = 31$ minuten en

$3 + 10 + 53 = 66$ seconden erover gedaan.

Zijn tijd is 9:32:06 uur.

b Zijn totale tijd is $9 \times 3600 + 32 \times 60 + 6 = 34\,326$ seconden en de tijd voor het fietsen is $5 \times 3600 + 8 \times 60 + 10 = 18\,490$ seconden.

<i>tijd in seconden</i>	34 326	18 490
<i>percentage</i>	100	?

$$34\,326 \times ? = 100 \times 18\,490$$

$$? = 100 \times 18\,490 : 34\,326 = 53,86\ldots$$

Aan fietsen wordt ongeveer 53,9% van de totale tijd besteed.

<i>afstand in km</i>	180	?
<i>tijd in seconden</i>	18 490	3600

$$180 \times 3600 = 18\,490 \times ?$$

$$? = 180 \times 3600 : 18\,490 = 35,04\ldots$$

Zijn gemiddelde snelheid is ongeveer 35,0 km per uur.

55 a $100\% - 15\% - 48\% = 37\%$

37% van de leden is vanaf 12 tot en met 18 jaar.

Dat zijn $228 : 100 \times 37 \approx 84$ leden.

b $\frac{1}{17}$ deel van 34 leden is $34 : 17 = 2$ leden.

$\frac{4}{17}$ deel van 34 leden is $2 \times 4 = 8$ leden.

Er zijn 8 meisjes jonger dan 12 jaar lid van deze club.

Dat is $\frac{8}{228} = \frac{2}{57}$ deel van alle leden.

<i>aantal leden</i>	228	8
<i>percentage</i>	100	?

$$228 \times ? = 100 \times 8$$

$$? = 100 \times 8 : 228 = 3,50\ldots$$

Ongeveer 3,5% van alle leden is een meisje jonger dan 12 jaar.

c Er zijn $23 \times 2 = 46$ meisjes lid van voetbalclub Geel-Zwart.

$\frac{1}{3}$ deel is gelijk aan 46.

Voetbalclub Geel-Zwart heeft $46 \times 3 = 138$ leden.

- 56** De 46 miljard munten wegen $46\,000\,000\,000 \times 6,5 = 2,99 \times 10^{11}$ gram.
 Dat is $2,99 \times 10^{11} : 1000 = 2,99 \times 10^8$ kilogram.
 $2,99 \times 10^8 : 1800 = 166\,111,1\dots$
 Er waren minstens 166 112 ritten nodig.
- 57** 1 Het aantal mannelijke studenten is met $135\,500 - 121\,900 = 13\,600$ toegenomen en het aantal vrouwelijke studenten is met $142\,600 - 127\,600 = 15\,000$ toegenomen. Het aantal vrouwelijke studenten is dus meer toegenomen dan het aantal mannelijke studenten.
- 2 Het totaal aantal studenten was in 2013-2014 $121\,900 + 127\,600 = 249\,500$ en in 2017-2018 $135\,500 + 142\,600 = 278\,100$.
 Dit aantal is toegenomen met $278\,100 - 249\,500 = 28\,600$.
- | | | |
|-------------------------|---------|--------|
| <i>aantal studenten</i> | 249 500 | 28 600 |
| <i>percentage</i> | 100 | ? |
- $249\,500 \times ? = 100 \times 28\,600$
 $? = 100 \times 28\,600 : 249\,500 = 11,46\dots$
 Het aantal studenten is met ongeveer 11,5% toegenomen.
 De bevolking is in deze periode met $17\,080\,000 - 19\,780\,000 = 300\,000$ toegenomen.
- | | | |
|-------------------------|------------|---------|
| <i>aantal studenten</i> | 16 780 000 | 300 000 |
| <i>percentage</i> | 100 | ? |
- $16\,780\,000 \times ? = 100 \times 300\,000$
 $? = 100 \times 300\,000 : 16\,780\,000 = 1,78\dots$
 De bevolking is met ongeveer 1,8% toegenomen.
 Het totaal aantal studenten groeit naar verhouding dus sneller.
- 3 Dat kun je niet weten op basis van deze gegevens. Je weet namelijk niet hoeveel jongeren er in deze jaren waren.

Samenvatting

- S1** a $28\,030\,000 = 2,803 \times 10^7$
 b $80\,000\,000\,000 = 8 \times 10^{10}$
 c $0,023\,01 = 2,301 \times 10^{-2}$
 d $0,000\,000\,19 = 1,9 \times 10^{-7}$
- S2** $32,4 \times a = 12 \times 60$
 $a = 12 \times 60 : 32,4 \approx 22,22$
 $0,3 \times 14,28 = b \times 2,8$
 $b = 0,3 \times 14,28 : 2,8 = 1,53$

S3 a $\frac{5}{8} + \frac{3}{4} =$
 $\frac{5}{8} + \frac{6}{8} = \frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$

b $1\frac{3}{4} + \frac{2}{5} =$
 $1\frac{15}{20} + \frac{8}{20} = 1\frac{23}{20} = 2\frac{3}{20}$

c $2\frac{2}{3} + 1\frac{1}{2} =$
 $2\frac{4}{6} + 1\frac{3}{6} = 3\frac{7}{6} = 4\frac{1}{6}$

d $\frac{1}{2} \times \frac{2}{11} = \frac{2}{22} = \frac{1}{11}$

e $2\frac{1}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} =$
 $\frac{5}{2} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{5} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$

f $\frac{9}{\frac{3}{4}} = \frac{9}{\frac{3}{4}} \times \frac{4}{4} = \frac{36}{3} = 12$

S4 a $\frac{5}{9} \approx 0,556$

b $\frac{13}{25} = 0,52$

c $2\frac{6}{17} \approx 2,353$

d $12\frac{5}{8} = 12,625$

S5 a $\frac{1}{7}$ deel van €49,- is €49,- : 7 = 7.
 Dus $\frac{3}{7}$ deel van €49,- is $3 \times €7,- = €21,-$.

b $\frac{1}{15}$ deel van 83 meter is $83 : 15 = 5,53...$
 Dus $\frac{2}{15}$ deel van 90 meter is $2 \times 5,53... \approx 11,1$ meter.

c $\frac{1}{20}$ deel van 280 gram is $280 : 20 = 14$.
 Dus $\frac{7}{20}$ deel van 280 gram is $7 \times 14 = 98$ gram.

d 0,45 deel van 120 kilometer is $0,45 \times 120 = 54$ kilometer

S6 a Er gaat 30% af, de factor is $(100 - 30) : 100 = 0,7$.
 Je betaalt nu $0,7 \times €19,95 = €13,97$.

b De prijs is met €16,50 - €15,- = €1,50 verhoogd.

prijs in euro's	15	1,5
percentage	100	?

$15 \times ? = 100 \times 1,5$
 $? = 100 \times 1,5 : 15 = 10$
 De prijs is met 10% verhoogd.

c Het percentage dat hoort bij €23,90 is $100 + 21 = 121$.

prijs in euro's	23,90	?
percentage	121	100

$23,90 \times 100 = 121 \times ?$
 $? = 23,90 \times 100 : 121 = 19,752...$
 De prijs van de SD-kaart is exclusief btw €19,75.

S7 42:27 minuten is $42 \times 60 + 27 = 2547$ seconden.

afstand in km	78	?
tijd in seconden	2547	3600

$78 \times 3600 = 2547 \times ?$
 $? = 78 \times 3600 : 2547 = 110,24...$
 De gemiddelde snelheid was ongeveer 110,2 km per uur.

Test jezelf

T1 a $\frac{5}{6} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{2}{5}\right) =$
 $\frac{5}{6} \times \left(\frac{7}{10} - \frac{4}{10}\right) =$
 $\frac{5}{6} \times \frac{3}{10} = \frac{15}{60} = \frac{1}{4}$

b $\frac{3}{\frac{2}{9}} = \frac{3 \times 9}{\frac{2}{9} \times 9} =$
 $\frac{27}{2} = 13\frac{1}{2}$

c $2\frac{1}{2} + \frac{3}{5} \times \frac{1}{6} =$
 $2\frac{1}{2} + \frac{3}{30} =$
 $2\frac{5}{10} + \frac{1}{10} = 2\frac{6}{10} = 2\frac{3}{5}$

d $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times 1\frac{1}{2} =$
 $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} \times \frac{3}{2} =$
 $\frac{2}{5} + \frac{9}{10} =$
 $\frac{4}{10} + \frac{9}{10} = \frac{13}{10} = 1\frac{3}{10}$

e $\frac{7}{\frac{4}{5}} - 1\frac{1}{2} =$
 $\frac{35}{4} - 1\frac{1}{2} =$
 $\frac{35}{4} - \frac{6}{4} = \frac{29}{4} = 7\frac{1}{4}$

f $\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{12} + \frac{1}{6}\right) =$
 $\frac{7}{8} - \left(\frac{5}{12} + \frac{2}{12}\right) =$
 $\frac{7}{8} - \frac{7}{12} =$
 $\frac{21}{24} - \frac{14}{24} = \frac{7}{24}$

- T2 a** $\frac{1}{7}$ deel van 126 leerlingen is $126 : 7 = 18$ leerlingen.
 $3 \times 18 = 54$ leerlingen scoorden minder dan 50 punten.
 $54 : 2 = 27$ leerlingen scoorden minder dan 40 punten.
- b** $\frac{3}{7}$ deel van de leerlingen scoorde minder dan 50 punten en $\frac{1}{6}$ deel van de leerlingen scoorde meer dan 60 punten. De rest zat hier tussen.
 $1 - \frac{3}{7} - \frac{1}{6} =$
 $\frac{42}{42} - \frac{18}{42} - \frac{7}{42} = \frac{17}{42}$
 $\frac{17}{42}$ deel van de leerlingen scoorden minstens 50 en hoogstens 60 punten.

- T3 a** $\frac{1}{19}$ deel van 380 is $380 : 19 = 20$.
 Het aantal kilometers in Frankrijk is $3 \times 20 = 60$.
- b** Het aantal kilometers in België is $380 : 2 = 190$.
 In Nederland wordt $380 - 60 - 190 = 130$ km gereden.
- | | | |
|-------------------|-----|-----|
| aantal kilometers | 380 | 130 |
| percentage | 100 | ? |
- $380 \times ? = 100 \times 130$
 $? = 100 \times 130 : 380 = 34,21\ldots$
 In Nederland wordt ongeveer 34,2% van de afstand afgelegd.
- c** De afstand van Amsterdam tot London is $380 + 90 \times 1,6 = 524$ km.
 $3:55$ uur is 3 uur en 55 minuten
 Dat is $3 \times 3600 + 55 \times 60 = 14\,100$ seconden.
- | | | |
|------------------|---------|------|
| afstand in km | 524 | ? |
| tijd in seconden | 14\,100 | 3600 |
- $524 \times 3600 = 14\,100 \times ?$
 $? = 524 \times 3600 : 14\,100 = 133,7\ldots$
 De gemiddelde snelheid is ongeveer 134 km per uur.

- T4 a** Het percentage dat hoort bij €123,75 is 75.

<i>prijs</i> in euro's	123,75	?
<i>percentage</i>	75	100

$$123,75 \times 100 = 75 \times ?$$

$$? = 123,75 \times 100 : 75 = 165$$

Deze laarzen kosten voor de opruiming €165,-.

- b** Er komt eerst 25% bij, de factor is $(100 + 25) : 100 = 1,25$.

De nieuwe prijs wordt dan $1,25 \times €455,- = €568,75$.

Dan komt er nog 21% bij, de factor is $(100 + 21) : 100 = 1,21$.

De prijs die de klant moet betalen wordt $1,21 \times €568,75 = €688,19$.

- c** Het percentage dat hoort bij €51,- is 21.

<i>prijs</i> in euro's	51	?
<i>percentage</i>	21	121

$$51 \times 121 = 21 \times ?$$

$$? = 51 \times 121 : 21 = 293,857...$$

De prijs voor de klant is €293,86.

- T5 a** 8:46,15 minuten is $8 \times 60 + 46,15 = 526,15$ seconden.

<i>afstand</i> in km	5	?
<i>tijd</i> in seconden	526,15	3600

$$5 \times 3600 = 526,15 \times ?$$

$$? = 5 \times 3600 : 526,15 = 34,21...$$

De gemiddelde snelheid is ongeveer 34,2 km per uur.

- b** 13:15,23 minuten is $13 \times 60 + 15,23 = 795,23$ seconden.

<i>afstand</i> in km	7,1	?
<i>tijd</i> in seconden	795,23	3600

$$7,1 \times 3600 = 795,23 \times ?$$

$$? = 7,1 \times 3600 : 795,23 = 32,14...$$

Zijn gemiddelde snelheid was toen lager dan in de tijdrit.

- T6 a** $123\,000 \times 456\,798 \approx 5,62 \times 10^{10}$

b $0,0271 : 123\,619\,000\,000 \approx 2,19 \times 10^{-13}$

c $9071^{12} \approx 3,10 \times 10^{47}$

d $\frac{1}{8} \times 0,000\,003\,45 = 0,000\,000\,431 = 4,31 \times 10^{-7}$

e $0,000\,13^7 \approx 6,27 \times 10^{-28}$

- T7 a** De oppervlakte van het stuk land is

$$(30 + 10 + 10) \times (20 + 10) = 50 \times 30 = 1500 \text{ m}^2.$$

Per m² moet €2.700,- : $1500 = €1,80$ betaald worden.

Perceel A moet $30 \times 10 \times €1,80 = €540,-$ aan huur betalen.

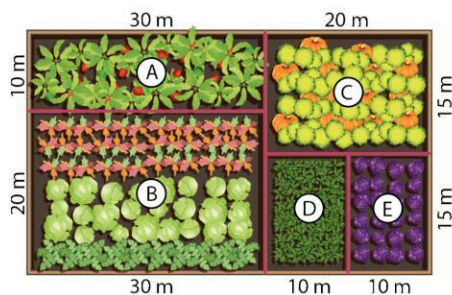
Perceel B moet $30 \times 20 \times €1,80 = €1.080,-$ aan huur betalen.

Perceel C moet $20 \times 15 \times €1,80 = €540,-$ aan huur betalen.

Perceel D moet $10 \times 15 \times €1,80 = €270,-$ aan huur betalen.

Perceel E moet $10 \times 15 \times €1,80 = €270,-$ aan huur betalen.

- b Er staat $30 + 20 + 10 + 20 + 15 = 95$ meter afrastering.



Perceel A moet voor $(30 + 10) : 2 = 20$ meter aan afrastering betalen.

Dat is $\frac{20}{95} = \frac{4}{19}$ deel.

Perceel B moet voor $(30 + 20) : 2 = 25$ meter aan afrastering betalen.

Dat is $\frac{25}{95} = \frac{5}{19}$ deel.

Perceel C moet voor $(20 + 15) : 2 = 17,5$ meter aan afrastering betalen.

Dat is $\frac{17,5}{95} = \frac{35}{190} = \frac{7}{38}$ deel.

Perceel D moet voor $(15 + 10 + 15) : 2 = 20$ meter aan afrastering betalen.

Dat is $\frac{20}{95} = \frac{4}{19}$ deel.

Perceel E moet voor $(10 + 15) : 2 = 12,5$ meter aan afrastering betalen.

Dat is $\frac{12,5}{95} = \frac{25}{190} = \frac{5}{38}$ deel.

- c De kosten voor perceel A zijn € 540,- + $(30 + 10) : 2 \times € 32,- = € 1.180,-$.
 De kosten voor perceel B zijn € 1.080,- + $(30 + 20) : 2 \times € 32,- = € 1.880,-$.
 De kosten voor perceel C zijn € 540,- + $(20 + 15) : 2 \times € 32,- = € 1.100,-$.
 De kosten voor perceel D zijn € 270,- + $(15 + 10 + 15) : 2 \times € 32,- = € 910,-$.
 De kosten voor perceel E zijn € 270,- + $(10 + 15) : 2 \times € 32,- = € 670,-$.

- T8 a Licht legt in één minuut $60 \times 2,998 \times 10^8 = 1,7988 \times 10^{10}$ meter af.
 Licht legt in één uur $60 \times 1,7988 \times 10^{10} = 1,07928 \times 10^{12}$ meter af.
 Licht legt in één dag $24 \times 1,07928 \times 10^{12} = 2,590272 \times 10^{13}$ meter af.
 Licht legt in één jaar $365 \times 2,590272 \times 10^{13} = 9,4544928 \times 10^{15}$ meter af.
 Dat is $9,4544928 \times 10^{15} : 1000 \approx 9,45 \times 10^{12}$ km.

- b

afstand in km	$9,45 \times 10^{12}$	$4,3 \times 10^{14}$
tijd in lichtjaren	1	?

$$9,45 \times 10^{12} \times ? = 1 \times 4,3 \times 10^{14}$$

$$? = 1 \times 4,3 \times 10^{14} : (9,45 \times 10^{12}) = 45,50\dots$$

Castor is ongeveer 45,5 lichtjaren van de aarde.

- c

afstand in km	$9,45 \times 10^{12}$	?
tijd in lichtjaren	1	425

$$9,45 \times 10^{12} \times 425 = 1 \times ?$$

$$? = 9,45 \times 10^{12} \times 425 : 1 = 4,01\dots \times 10^{15}$$

De Poolster is ongeveer $4,0 \times 10^{15}$ km van de aarde.

Extra oefening

E1 a $18 \times a = 38 \times 60$

$a = 38 \times 60 : 18 \approx 126,67$

$1,40 \times b = 12,82 \times 0,85$

$b = 12,82 \times 0,85 : 1,40 \approx 7,78$

$1,40 \times 61,90 = 12,82 \times c$

$c = 1,40 \times 61,90 : 12,82 \approx 6,76$

E2 a $\frac{5}{7} \times \frac{3}{10} - \frac{6}{35} =$

$\frac{15}{70} - \frac{6}{35} =$

$\frac{15}{70} - \frac{12}{70} = \frac{3}{70}$

b $\frac{5}{\frac{2}{7}} = \frac{5}{\frac{2}{7}} \times \frac{7}{7} = \frac{35}{2} = 17\frac{1}{2}$

c $2\frac{1}{5} - \frac{3}{4} \times \frac{1}{5} =$

$2\frac{1}{5} - \frac{3}{20} =$

$2\frac{4}{20} - \frac{3}{20} = 2\frac{1}{20}$

d $(\frac{4}{5} + \frac{3}{5}) \times 1\frac{1}{2} =$

$\frac{7}{5} \times 1\frac{1}{2} =$

$\frac{7}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{21}{10} = 2\frac{1}{10}$

e $\frac{7}{\frac{6}{11}} = \frac{7}{\frac{6}{11}} \times \frac{11}{11} = \frac{77}{6} = 12\frac{5}{6}$

f $\frac{7}{8} - \frac{6}{7} + \frac{1}{7} =$

$\frac{49}{56} - \frac{48}{56} + \frac{8}{56} = \frac{9}{56}$

E3 a $\frac{15}{29} \approx 0,517$

c $1\frac{5}{18} \approx 1,278$

b $14\frac{29}{40} = 14,725$

d $\frac{5}{8} = 0,625$

E4 a Er zijn $15\,360 : 4 = 3840$ flats.

$\frac{1}{5}$ deel van 15 360 woningen is $15\,360 : 5 = 3072$ woningen.

Er zijn $2 \times 3072 = 6144$ rijtjeshuizen.

b $\frac{1}{8}$ deel van 3840 flats is $3840 : 8 = 480$.

Van de flats zijn er $5 \times 480 = 2400$ huurwoningen.

Van de rijtjes huizen zijn er $6144 : 2 = 3072$ huurwoningen.

In totaal zijn er $2400 + 3072 = 5472$ huurwoningen.

E5 a Arthur koopt voor in totaal $\text{€}45,90 + \text{€}37,50 = \text{€}83,40$.

Hij hoeft maar $100\% - 5\% = 95\%$ te betalen.

De factor is $(100 - 5) : 100 = 0,95$.

De prijs wordt dan $0,95 \times \text{€}83,40 = \text{€}79,23$.

b Bij de prijs $\text{€}91,15$ hoort het percentage 95.

prijs in euro's	91,15	?
-----------------	-------	---

percentage	95	100
------------	----	-----

$91,15 \times 100 = 95 \times ?$

$? = 91,15 \times 100 : 95 = 95,947\dots$

De normale verkoopprijs van de schoenen is $\text{€}95,95$.

E6 $2:05:43$ uur is $2 \times 3600 + 5 \times 60 + 43 = 7543$ seconden.

afstand in km	42,195	?
---------------	--------	---

tijd in seconden	7543	3600
------------------	------	------

$42,195 \times 3600 = 7543 \times ?$

$? = 42,195 \times 3600 : 7543 = 20,13\dots$

Zijn gemiddelde snelheid is ongeveer 20,1 km per uur.

Dat is $20,13\dots \times 1000 : 3600 \approx 5,6$ meter per seconde.

- E7 a** In 250 cm^3 zitten $250 \times 15\,000 = 3\,750\,000 = 3,75 \times 10^6$ korrels.
b $1 \text{ m}^3 = 1000 \text{ dm}^3 = 1\,000\,000 \text{ cm}^3$
 In 1 m^3 zitten $1\,000\,000 \times 15\,000 = 15\,000\,000\,000 = 1,5 \times 10^{10}$ korrels.
c Het volume is $1 : 15\,000 = 0,0000666... \approx 6,67 \times 10^{-5} \text{ cm}^3$.

- E8 a** Bij deze snelheid stijgt het verbruik 25%. De factor hierbij is
 $(100 + 25) : 100 = 1,25$.
 Voor 14 km heeft de auto nu $1,25 \times 1 = 1,25$ liter benzine nodig.

<i>aantal liter</i>	1,25	1
<i>afstand in km</i>	14	?

$$1,25 \times ? = 14 \times 1$$

$$? = 14 \times 1 : 1,25 = 11,2$$

Het verbruik bij 130 km per uur is 1 op 11,2.

- b** Bij deze snelheid daalt het verbruik 15%. De factor hierbij is
 $(100 - 15) : 100 = 0,85$.
 Voor 14 km heeft de auto nu $0,85 \times 1 = 0,85$ liter benzine nodig.

<i>aantal liter</i>	0,85	1
<i>afstand in km</i>	14	?

$$0,85 \times ? = 14 \times 1$$

$$? = 14 \times 1 : 0,85 = 16,47...$$

Het verbruik bij 90 km per uur is ongeveer 1 op 16,5.

- c** 130 km per uur

<i>aantal liter</i>	1,25	?
<i>afstand in km</i>	14	100

$$1,25 \times 100 = 14 \times ?$$

$$? = 1,25 \times 100 : 14 = 8,92...$$

Het verbruik bij 130 km per uur is ongeveer 8,9 liter op 100 km.

90 km per uur

<i>aantal liter</i>	0,85	?
<i>afstand in km</i>	14	100

$$0,85 \times 100 = 14 \times ?$$

$$? = 0,85 \times 100 : 14 = 6,07...$$

Het verbruik bij 90 km per uur is ongeveer 6,1 liter op 100 km.

- E9 a** De prijs stijgt met 4%, de factor is $(100 + 4) : 100 = 1,04$.
 Een jaar later kost deze fiets $1,04 \times €680,- = €707,20$.

- b** Bij de prijs €680,- hoort het percentage 106.

<i>prijs in euro's</i>	680	?
<i>percentage</i>	104	100

$$680 \times 100 = 104 \times ?$$

$$? = 680 \times 100 : 104 = 653,846...$$

De fiets kostte €653,85.

- c** Het aantal verkochte fietsen stijgt met 6%, de factor is $(100 + 6) : 100 = 1,06$.
 Een jaar verkoopt hij $1,06 \times 32 \approx 34$ fietsen van dit type.

- d** De omzet in 2019 is $34 \times €707,20 = €24.044,80$.
 De omzet in 2018 was $32 \times €680 = €21.760,-$.
 De omzet is $€24.044,80 - €21.760 = €2.284,80$ gestegen.

<i>omzet</i> in euro's	21 760	2284,80
<i>percentage</i>	100	?

$$21\,760 \times ? = 100 \times 2284,8$$

$$? = 100 \times 2284,80 : 21\,760 = 10,5$$

De omzet zal met ongeveer 10,5% per jaar stijgen.

- E10 a** Tussen de palen zit 1 mijl en dat is 1,6 km.

<i>afstand</i> in km	1,6	?
<i>tijd</i> in seconden	38	3600

$$1,6 \times 3600 = 38 \times ?$$

$$? = 1,6 \times 3600 : 38 = 151,5\dots$$

De trein heeft snelheid van ongeveer 152 km per uur.

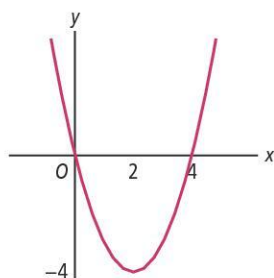
- b**
- | | | |
|-------------------------|------|-----|
| <i>afstand</i> in km | 220 | 1,6 |
| <i>tijd</i> in seconden | 3600 | ? |

$$220 \times ? = 3600 \times 1,6$$

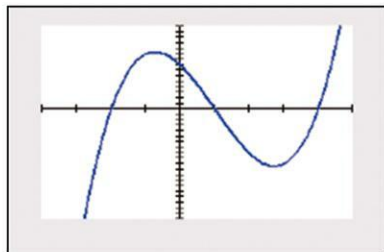
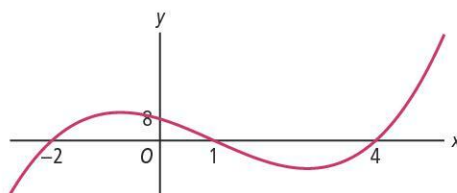
$$? = 3600 \times 1,6 : 220 = 26,1\dots$$

Er zitten dan ongeveer 26 seconden tussen het passeren van twee mijlpalen.

1



2



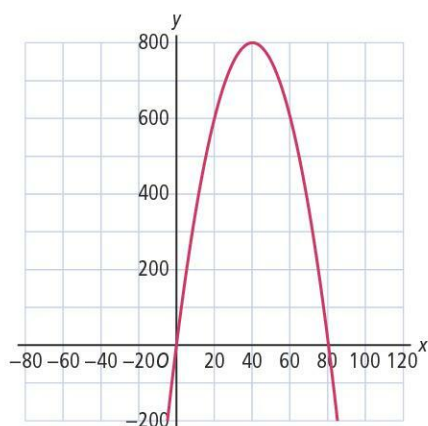
3 a Bij de derde plot is de grafiek het best in beeld.

b Deze waarde moet lager worden.

4 a De grafiek is een bergparabool. Als je bij $x = 0$ begint met stapgrootte 1 blijven de y -waarden heel lang oplopen. Je kunt beter een stapgrootte nemen die groter is en dan kijken waar de y -waarden gaan dalen. Zo kun je sneller de top vinden, want bij deze stapgrootte duurt dat erg lang.

b Bijvoorbeeld: startwaarde 0 en stapgrootte 10.

c



5 a Je vindt deze kleinste waarde van x door te berekenen voor welke waarde van x geldt: $2x + 100 = 0$.

Dat is het geval als $x = -50$.

Je kunt deze waarde ook vinden door een tabel te maken.

b Bijvoorbeeld: Xmin = -60, Xmax = 60, Ymin = -10, Ymax = 25.

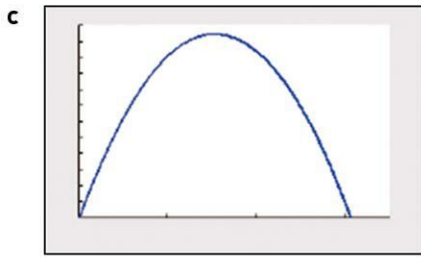
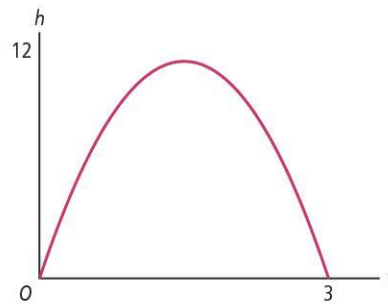
6 a Als het projectiel op tijdstip $t = 0$ wordt afgeschoten, hebben negatieve waarden van t geen betekenis.

Ook de hoogte h kan niet negatief zijn.

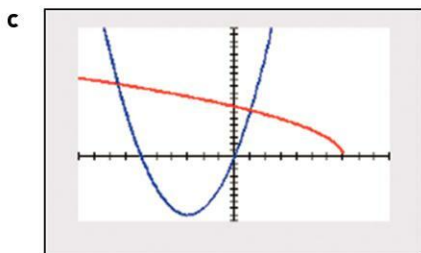
b Maak een tabel met startwaarde 0 en stapgrootte 0,5. Dan blijkt dat de waarde $h = 0$ wordt bereikt tussen $t = 3$ en $t = 3,5$.

De grootste waarde van h in deze tabel is 11,475.

De waarden van t liggen tussen 0 en 3,5; de waarden van h tussen 0 en 12.



- 7** a bijvoorbeeld: $X_{\min} = -15$, $X_{\max} = 15$, $Y_{\min} = -130$, $Y_{\max} = 50$
 b bijvoorbeeld: $X_{\min} = -2$, $X_{\max} = 2$, $Y_{\min} = -10$, $Y_{\max} = 200$
 c bijvoorbeeld: $X_{\min} = -15$, $X_{\max} = 15$, $Y_{\min} = -10$, $Y_{\max} = 50$
 d bijvoorbeeld: $X_{\min} = -10$, $X_{\max} = 10$, $Y_{\min} = -10$, $Y_{\max} = 10$
- 8** a bijvoorbeeld: $X_{\min} = -5$, $X_{\max} = 10$, $Y_{\min} = -50$, $Y_{\max} = 10$
 b Met de optie: waarde. Het snijpunt met de y -as is $(0, -5)$.
 Met de optie: nulpunt. Het snijpunt met de x -as is ongeveer $(6,29; 0)$.
 Met de opties: minimum en maximum.
 De toppen zijn ongeveer $(-0,08; 4,96)$ en $(4,08; -41,04)$.
- 9** a Met de optie: nulpunt vind je $x \approx 0,20$ en $x \approx 2,08$.
 b Met de opties: minimum vind je de top $(1,36; 4,09)$.
- 10** a Om het derde nulpunt te vinden zal Carl de aanwijzing geven om de vensterinstelling te veranderen.
 b Voer in: $y_1 = 0,2x^3 - 3x^2 - 6x$ met vensterinstelling bijvoorbeeld $X_{\min} = -10$, $X_{\max} = 25$, $Y_{\min} = -200$, $Y_{\max} = 105$
 Gebruik de optie: nulpunten.
 De nulpunten zijn $x = -1,79$; $x = 0$ en $x = 16,79$.
- 11** a bijvoorbeeld: $X_{\min} = -10$, $X_{\max} = 10$, $Y_{\min} = -10$, $Y_{\max} = 20$
 b Voer in $y_1 = x^2 + 6x$ en $y_2 = 3\sqrt{-x + 7}$.
 Kies de optie: snijpunten.
 De oplossingen zijn $x = -7,52$ en $x = 1,04$.



Uit de plot lees je de oplossing af dat de waarde van x dan zit tussen $-7,52$ en $1,04$.

- 12** a Invoer: $y_1 = x^2 + 4x - 7$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -10 tot 20
 Optie: nulpunten
 De nulpunten zijn $x = -5,32$ en $x = 1,32$.
 Optie: minimum
 De top is $(-2, -11)$.

- b** Invoer: $y_1 = 200x^3 - 50x$
Venster: x van -2 tot 2 en y van -10 tot 10
Optie: nulpunten
De nulpunten zijn $x = -0,5$ en $x = 0$ en $x = 0,5$.
Opties: minimum en maximum
De toppen zijn $(-0,29; 9,62)$ en $(0,29; -9,62)$.
- c** Invoer: $y_1 = 1000 - 11 \times 1,43^x$
Venster: x van -10 tot 20 en y van -1000 tot 1500
Optie: nulpunt
Het nulpunt is $x = 12,61$.
De grafiek heeft geen toppen.
- d** Invoer: $y_1 = 19 - 3\sqrt{x}$
Venster: x van -10 tot 60 en y van -10 tot 20
Optie: nulpunt
Het nulpunt is $x = 40,11$.
De grafiek begint in het randpunt $(0, 19)$, dit is het hoogste punt van de grafiek.

2 Verbanden

Voorkennis

V1

$K = 2g(g-5)$
$\begin{array}{c cc} x & g & -5 \\ \hline 2g & 2g^2 & -10g \end{array}$
$K = 2g^2 - 10g$

$K = 2g(g-5)$
$K = 2g^2 - 10g$

V2 a $y = 3(4x + 1)$

$y = 12x + 3$

b $K = -2(p - 3)$

$K = -2p + 6$

c $W = q(q + 2)$

$W = q^2 + 2q$

d $b = 6(a^2 - 2,5)$

$b = 6a^2 - 15$

e $T = 7t(t - 1)$

$T = 7t^2 - 7t$

f $h = -3b(b - 1,2)$

$h = -3b^2 + 3,6b$

g $C = -d(d - 4)$

$C = -d^2 + 4d$

h $L = 1,2g(g^2 + 3)$

$L = 1,2g^3 + 3,6g$

V3 a $P = 7k + 2(k - 5)$

$P = 7k + 2k - 10$

$P = 9k - 10$

b $V = 4(5q + 2) - 6$

$V = 20q + 8 - 6$

$V = 20q + 2$

c $a = 1\frac{1}{2}(6b - 4) - 5b$

$a = 9b - 6 - 5b$

$a = 4b - 6$

d $Q = 7w - 5(2 - w)$

$Q = 7w - 10 + 5w$

$Q = 12w - 10$

e $T = 2\frac{1}{2} + 5(g - 2)$

$T = 2\frac{1}{2} + 5g - 10$

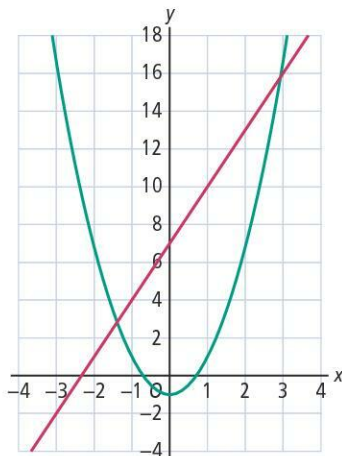
$T = 5g - 7\frac{1}{2}$

f $k = d^2 - 3d(4 - d)$

$k = d^2 - 12d + 3d^2$

$k = 4d^2 - 12d$

V4 a



b In de bovenste tabel in de toename per eenheid steeds hetzelfde.

c Het startgetal is gelijk aan 7 en het hellingsgetal is gelijk aan 3.

d $y = 3x + 7$

e De grafiek bij de onderste tabel heet een parabool.

V5 Bij formule A hoort grafiek 4. Het startgetal is gelijk aan -12 en grafiek 4 is de enige grafiek waarbij het snijpunt met de y -as onder de x -as ligt.
 Bij formule B hoort grafiek 1. Deze formule heeft als enige formule startgetal 0 en grafiek 1 snijdt de y -as in de oorsprong.
 Bij formule C hoort grafiek 2. Deze formule heeft startgetal 2 en grafiek 2 snijdt de y -as in $(0, 2)$.
 Bij formule D hoort grafiek 3. Deze formule heeft startgetal 16 en grafiek 3 is de enige grafiek waarbij het snijpunt met de y -as coördinaten $(0, 16)$ kan hebben.

V6 **a** Bij de tabellen B, C en D kan het om een lineair verband gaan.
b Bij tabel B hoort de formule $y = -1,5x + 18$.
 Bij tabel C hoort de formule $y = 5x + 4$.
 Bij tabel D hoort de formule $y = 20x + 2$.

V7 **a** Stap 1: links zijn gelijksoortige termen samengenomen.
b Stap 2: links en rechts -8
c $5 \times 3 + 8 - 3 \times 3 = 14$
 $15 + 8 - 9 = 14$
 $14 = 14$
 Dit klopt, dus $x = 3$ is de juiste oplossing.

V8 a $5x + 8 = 48$	d $123 = 30p - 37 + 10p$
$5x = 40$	$123 = 40p - 37$
$x = 8$	$-40p = -160$
	$p = 4$
b $7b + 13 = 83$	e $12y + 75 = 123$
$7b = 70$	$12y = 48$
$b = 10$	$y = 4$
c $125 - 7x - 2x = 80$	f $c + 215 - 7c = 140$
$125 - 9x = 80$	$-6c + 215 = 140$
$-9x = -45$	$-6c = -75$
$x = 5$	$c = 12\frac{1}{2}$

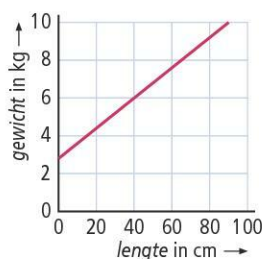
2.1 Lineaire verbanden

intro Om te berekenen hoeveel liter benzine de auto gemiddeld heeft gebruikt per kilometer moet hij weten hoeveel kilometer hij heeft gereden en hoeveel liter benzine hij verbruikt heeft. Aangezien hij weet dat de tank aan het eind van de dag voor ongeveer een derde deel gevuld is, is het voldoende om de totale inhoud van de tank te weten.
 Hij kan het gemiddelde verbruik dan berekenen door het aantal liter benzine dat hij heeft verbruikt te delen door het aantal gereden kilometers.

2 Verbanden

- 1 a 100 meer draad zonder rol weegt $10,8 - 2,8 = 8$ kg.
 b Er is sprake van een lineair verband omdat iedere meter draad evenveel weegt.

<i>lengte</i> in m	<i>gewicht</i> in kg
0	2,8
20	4,4
40	6
60	7,6
80	9,2
100	10,8



- d Per 100 meter neemt het gewicht met $10,8 - 2,8 = 8$ kg toe.
 Per meter draad neemt het gewicht van de rol dus met $8 : 100 = 0,8$ kg toe.
 e Het startgetal is 2,8 en de richtingscoëfficiënt 0,08.

<i>tijd</i> in uren	<i>hoogte</i> in cm
0	50
10	90
20	130
30	170
40	210
60	290

- b Per 10 uur stijgt het waterniveau $90 - 50 = 40$ cm.
 Per uur stijgt het waterniveau $40 : 10 = 4$ cm.
 c Het startgetal is gelijk aan 50 en de richtingscoëfficiënt is gelijk aan 4.
 d $h = 4 \times t + 50$

- 3 a $y = ax + b$
 Per 2 stapjes naar rechts gaat de grafiek 1 omhoog, dus $a = \frac{1}{2}$.
 Bij $x = 0$ hoort $y = 0 - 2 \times \frac{1}{2} = -1$, dus het startgetal is -1 .
 $y = \frac{1}{2}x - 1$
 b $y = ax + b$
 Per 3 stapjes naar rechts gaat de grafiek 6 omlaag, dus $a = \frac{-6}{3} = -2$.
 Bij $x = 0$ hoort $y = 6$, dus het startgetal is 6.
 $y = -2x + 6$
 c $y = ax + b$
 Per 4 stapjes naar rechts gaat de grafiek 12 omhoog, dus $a = \frac{12}{4} = 3$.
 Bij $x = 0$ hoort $y = 1 + 2 \times 3 = 7$, dus het startgetal is 7.
 $y = 3x + 7$

- 4 a $W = at + b$
 In 70 minuten neemt de inhoud met $900 - 60 = 840$ liter toe, dus $a = \frac{840}{70} = 12$.
 Na 0 minuten was de inhoud 60 liter, dus het startgetal is 60.
 $W = 12t + 60$
 b $W = at + b$
 In 80 minuten neemt de inhoud met 1200 liter toe, dus $a = \frac{1200}{80} = 15$.
 Na 0 minuten was de inhoud 0 liter, dus het startgetal is 0.
 $W = 15t$
 c $t = 20$ invullen in de formule van tank A: $W = 12 \times 20 + 60 = 300$.
 $t = 20$ invullen in de formule van tank B: $W = 15 \times 20 = 300$.
 Dus na 20 minuten zit er in de tanks evenveel water.

5 a links en rechts $-12t$

b stap 2: links en rechts omgedraaid

stap 3: links en rechts : 3

c $12 \times 20 + 60 = 15 \times 20$

$$300 = 300$$

Dus is $t = 20$ de juiste oplossing.

6 a $-3x + 8 = 2x - 12$

$$-5x + 8 = -12$$

$$-5x = -20$$

$$x = 4$$

b $8(x - 1) = -2x + 12$

$$8x - 8 = -2x + 12$$

$$10x - 8 = 12$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

c $\frac{1}{2}x - 5 = 1\frac{1}{2}x + 1$

$$x - 10 = 3x + 2$$

$$-2x - 10 = 2$$

$$-2x = 12$$

$$x = -6$$

d $10 - 4x = -7x + 1$

$$10 + 3x = 1$$

$$3x = -9$$

$$x = -3$$

e $5(2 + x) = -x + 4$

$$10 + 5x = -x + 4$$

$$10 + 6x = 4$$

$$6x = -6$$

$$x = -1$$

f $4(x - 8) = 3(11 - 2x)$

$$4x - 32 = 33 - 6x$$

$$10x - 32 = 33$$

$$10x = 65$$

$$x = 6\frac{1}{2}$$

7 a Het snijpunt heeft coördinaten (4, 3).

b In het snijpunt geldt dat zowel de x als de y gelijk zijn, dus je zoekt een x waarvoor de uitkomst van beide formules gelijk is.

c $2x - 5 = -0,25x + 4$

$$2,25x - 5 = 4$$

$$2,25x = 9$$

$$x = 4$$

d $3x - 7 = -x + 11$

$$4x - 7 = 11$$

$$4x = 18$$

$$x = 4\frac{1}{2}$$

$$y = 3 \times 4\frac{1}{2} - 7 = 6\frac{1}{2}$$

Dus de coördinaten van het snijpunt zijn $(4\frac{1}{2}, 6\frac{1}{2})$.

03 a De x -coördinaat neemt met 2 toe en de y -coördinaat met 3.

b De richtingscoëfficiënt is gelijk aan $\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$.

c Vanuit het punt P moet je 2 stappen naar links om bij de verticale as uit te komen.

d Per stap naar rechts gaat de grafiek $1\frac{1}{2}$ omhoog. Per stap naar links gaat de grafiek dus $1\frac{1}{2}$ omlaag. Per 2 stappen naar links gaat de grafiek dus 3 omlaag en $1 - 3 = -2$.

e Het startgetal is -2 .

f $y = 1\frac{1}{2}x - 2$

g $y = ax + b$

Per 4 stapjes naar rechts gaat de grafiek 12 omlaag, dus $a = \frac{-12}{4} = -3$.

Bij $x = 0$ hoort $y = 12$, dus het startgetal is 12.

$$y = -3x + 12$$

2 Verbanden

h $y = ax + b$

Per 6 stapjes naar rechts gaat de grafiek 12 omhoog, dus $a = \frac{12}{6} = 2$.

Bij $x = 0$ hoort $y = 3 + 2 = 5$, dus het startgetal is 5.

$$y = 2x + 5$$

06 a Stap 1: haakjes wegwerken

Stap 2: links en rechts $+ 3x$

Stap 3: links en rechts $+ 6$

Stap 4: links en rechts $: 5$

b $2(4 - 3) = -3 \times 4 + 14$

$$2 \times 1 = -12 + 14$$

$$2 = 2$$

Dus $x = 4$ is de juiste oplossing van de vergelijking.

c $2x + 8 = x - 13$

$$x + 8 = -13$$

$$x = -21$$

f $5(2 - x) = 1 + 5x$

$$10 - 5x = 1 + 5x$$

$$10 - 10x = 1$$

$$-10x = -9$$

$$x = \frac{9}{10}$$

d $8x - 1 = -2x + 19$

$$10x - 1 = 19$$

$$10x = 20$$

$$x = 2$$

g $12x + 10 = 5(2x + 6)$

$$12x + 10 = 10x + 30$$

$$2x + 10 = 30$$

$$2x = 20$$

$$x = 10$$

e $-2x - 5 = x + 1$

$$-3x - 5 = 1$$

$$-3x = 6$$

$$x = -2$$

h $-2(x - 7) = 5(x - 3) - 6$

$$-2x + 14 = 5x - 15 - 6$$

$$-2x + 14 = 5x - 21$$

$$-7x + 14 = -21$$

$$-7x = -35$$

$$x = 5$$

U1 De familie De Jong moest $\text{€ } 149,35 - \text{€ } 140,79 = \text{€ } 8,56$ meer betalen dan de familie De Leeuw voor $95 - 87 = 8 \text{ m}^3$ water meer. Een m^3 water kost dus $\text{€ } 8,56 : 8 = \text{€ } 1,07$.

Het vastrecht is dan gelijk aan $\text{€ } 140,79 - 87 \times \text{€ } 1,07 = \text{€ } 47,70$.

De familie De Vries moest dus $\text{€ } 127,95 - \text{€ } 47,70 = \text{€ } 80,25$ aan m^3 water betalen. Zij verbruikten dus $80,25 : 1,08 = 75 \text{ m}^3$ water.

2.2 Herleiden van formules

intro Eén meloen met vijf citroenen kost $\text{€ } 4,35$.

Eén meloen met acht citroenen kost $\text{€ } 6,-$.

Voor drie citroenen extra betaal je $\text{€ } 6,- - \text{€ } 4,35 = \text{€ } 1,65$ extra.

Eén citroen kost dus $\text{€ } 1,65 : 3 = \text{€ } 0,55$.

Eén meloen kost dan $\text{€ } 6,- - 8 \times \text{€ } 0,55 = \text{€ } 1,60$.

Twee meloenen kosten samen $2 \times \text{€ } 1,60 = \text{€ } 3,20$, dus heeft Sofie nog $\text{€ } 5,- - \text{€ } 3,20 = \text{€ } 1,80$ over voor het kopen van citroenen.

$\text{€ } 1,80 : \text{€ } 0,55 = 3,2\dots$, dus kan ze maximaal 3 citroenen kopen.

- 8 a** 200 gram walnoten kost $2 \times €2,- = €4,-$. Ze heeft dan nog $€10,- - €4,- = €6,-$ over om dadels van te kopen. Ze kan dan $6 : 1,25 \times 100 = 480$ gram dadels kopen.
- b** w is de hoeveelheid walnoten in honderden grammen en d is de hoeveelheid dadels in honderden grammen. 100 gram walnoten kost €2,- en 100 gram dadels kost €1,25. In totaal heeft ze €10,- te besteden. Hieruit volgt de vergelijking $2w + 1,25d = 10$.
- c** $2 \times 0 + 1,25d = 10$
 $1,25d = 10$
 $d = 8$
 Jamila kan dus 800 gram dadels kopen als ze geen walnoten koopt.
- d** $2w + 1,25 \times 0 = 10$
 $2w = 10$
 $w = 5$
 Jamila kan dus 500 gram walnoten kopen als ze geen dadels koopt.
- e** De grafiek komt overeen met de antwoorden van de opdrachten a, c en d, want de grafiek gaat door de punten met coördinaten (2; 4,8), (0, 8) en (5, 0).

- 9 a** Per 5 stappen naar rechts gaat de 8 omlaag. De richtingscoëfficiënt is dus gelijk aan $\frac{-8}{5} = -1,6$. Het startgetal is gelijk aan 8.
- b** $d = -1,6w + 8$
- c** $2w + 1,25d = 10$
 $1,25d = -2w + 10$
 $d = -1,6w + 8$

- | | |
|---|---|
| 10 a $4b - 8a = 12$
$4b = 8a + 12$
$b = 2a + 3$ | d $2b - 6 + 5a = 0$
$2b - 6 = -5a$
$2b = -5a + 6$
$b = -2\frac{1}{2}a + 3$ |
| b $3b + 9a = 6$
$3b = -9a + 6$
$b = -3a + 2$ | e $750a + 250b = 1000$
$250b = -750a + 1000$
$b = -3a + 4$ |
| c $7a - b + 2 = 0$
$-b + 2 = -7a$
$-b = -7a - 2$
$b = 7a + 2$ | f $2(b - 1) + 3a = 10$
$2b - 2 + 3a = 10$
$2b - 2 = -3a + 10$
$2b = -3a + 12$
$b = -1\frac{1}{2}a + 6$ |

- 11 a** (1, 2) invullen in $4y + 5x = 34$:
 $4 \times 2 + 5 \times 1 = 34$
 $8 + 5 = 34$
 $13 = 34$
 (1, 2) invullen in $2y - x = 3$:
 $2 \times 2 - 1 = 3$
 $4 - 1 = 3$
 $3 = 3$
 De formule $2y - x = 3$ hoort dus bij de lijn door (1, 2).

b $4y + 5x = 34$

$$4y = -5x + 34$$

$$y = -1\frac{1}{4}x + 8\frac{1}{2}$$

$$2y - x = 3$$

$$2y = x + 3$$

$$y = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

c $-1\frac{1}{4}x + 8\frac{1}{2} = \frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$

$$-5x + 34 = 2x + 6$$

$$-7x + 34 = 6$$

$$-7x = -28$$

$$x = 4$$

$$y = -1\frac{1}{4} \times 4 + 8\frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

Dus de coördinaten van het snijpunt zijn $(4, 3\frac{1}{2})$.

12 a $3x + 2y = 5$

$$2y = -3x + 5$$

$$y = -1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2}$$

Gelijkstellen geeft:

$$-1\frac{1}{2}x + 2\frac{1}{2} = 1 - x$$

$$-3x + 5 = 2 - 2x$$

$$-x + 5 = 2$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

$$y = 1 - 3 = -2$$

Dus de coördinaten van het snijpunt zijn $(3, -2)$.

b $7x - y = 1$

$$-y = -7x + 1$$

$$y = 7x - 1$$

$$-3x + 5y = 27$$

$$5y = 3x + 27$$

$$y = \frac{3}{5}x + 5\frac{2}{5}$$

Gelijkstellen geeft:

$$7x - 1 = \frac{3}{5}x + 5\frac{2}{5}$$

$$35x - 5 = 3x + 27$$

$$32x - 5 = 27$$

$$32x = 32$$

$$x = 1$$

$$y = 7 \times 1 - 1 = 6$$

De coördinaten van het snijpunt zijn $(1, 6)$.

13 a $a = 500 \times 13 = 6500$

Dus na 13 weken zijn er 6500 apparaten verkocht.

b $k = 7 \times 6500 + 800 = 46\,300$

Dus de kosten na 13 weken bedragen €46.300,-.

c $a = 500 \times 25 = 12\,500$

$$k = 7 \times 12\,500 + 800 = 88\,300$$

Dus na 25 weken zijn de kosten tot een bedrag van €88.300,- opgelopen.

d $k = 3500 \times 25 + 800 = 88\,300$

Dit antwoord komt overeen met het antwoord van opdracht c.

14 Omdat zowel de term $-3p$ als de term 2 met 5 vermenigvuldigd moeten worden.

15 a $b = 8 \times 7p - 65$
 $b = 56p - 65$
b $b = 6 + 3(34 + 8p)$
 $b = 6 + 102 + 24p$
 $b = 24p + 108$
c $b = -7(7 - 2p) + 34$
 $b = -49 + 14p + 34$
 $b = 14p - 15$

16 $F = 1,8(15 - 6,5h) + 32$
 $F = 27 - 11,7h + 32$
 $F = -11,7h + 59$

010 a Er is links en rechts $-2p$ gedaan zodat er aan de linkerkant geen term met de variabele p meer staat.

b Er is links en rechts gedeeld door -5 zodat links alleen q staat.

c In stap 3 zijn de termen $\frac{2}{5}p$ en -10 verwisseld.

d $3q + 6p = 36$
 $3q = -6p + 36$
 $q = -2p + 12$

g $p - 3 + q = 0$
 $-3 + q = -p$
 $q = -p + 3$

e $6p - 2q = 21$
 $-2q = -6p + 21$
 $q = 3p - 10\frac{1}{2}$

h $40p - 15q = 660$
 $-15q = -40p + 660$
 $q = 2\frac{2}{3}p - 44$

f $8p + 5q - 20 = 0$
 $5q - 20 = -8p$
 $5q = -8p + 20$
 $q = -1\frac{3}{5}p + 4$

i $3(8 - p) + 2q = 9$
 $24 - 3p + 2q = 9$
 $24 + 2q = 3p + 9$
 $2q = 3p - 15$
 $q = 1\frac{1}{2}p - 7\frac{1}{2}$

012 a $5x + y = 8$
 $y = 8 - 5x$
b $2y - 3x = 3$
 $2y = 3x + 3$
 $y = 1\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$

c Gelijkstellen van de formules geeft:

$$8 - 5x = 1\frac{1}{2}x + 1\frac{1}{2}$$

$$16 - 10x = 3x + 3$$

$$16 - 13x = 3$$

$$-13x = -13$$

$$x = 1$$

$$y = 8 - 5 \times 1 = 3$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (1, 3).

d $3y + 6x = 12$
 $3y = -6x + 12$
 $y = -2x + 4$

Gelijkstellen van de formules geeft:

$$-2x + 4 = -4x + 10$$

$$2x + 4 = 10$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$$y = -2 \times 3 + 4 = -2$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (3, -2).

015 a Omdat zowel de term 2 als de term $-5p$ met 3 vermenigvuldigd moeten worden.

b Stap 2: haakjes weggewerkt

c Stap 3: gelijksoortige termen samengenomen

d $b = 4 \times -5p + 13$

$b = -20p + 13$

U2 Noem het aantal agenda's a , het aantal viltstiften v en het aantal schriften s .

Uit de aankoop van Anne volgt de formule $a + 3v = 11,65$.

Uit de aankoop van Beatrice volgt de formule $s + 3v = 6,45$.

Uit de aankoop van Clara volgt de formule $a + 5s = 16$.

Uit $a + 3v = 11,65$ volgt $a = -3v + 11,65$.

Uit $s + 3v = 6,45$ volgt $s = -3v + 6,45$.

De formules $a = -3v + 11,65$ en $s = -3v + 6,45$ substitueren in $a + 5s = 16$ geeft:

$$-3v + 11,65 + 5(-3v + 6,45) = 16$$

$$-3v + 11,65 - 15v + 32,25 = 16$$

$$-18v + 43,90 = 16$$

$$-18v = -27,90$$

$$v = 1,55$$

$$a = -3 \times 1,55 + 11,65 = 7$$

Dus een agenda kost €7,-.

2.3 Recht evenredig en omgekeerd evenredig

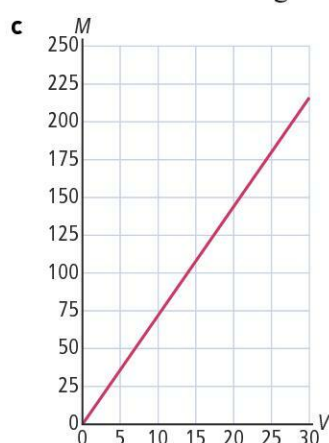
intro In tabel A wordt de afstand k keer zo groot als de tijd k keer zo groot wordt.
In tabel B wordt de tijd k keer zo klein als de snelheid k keer zo groot wordt.

17 a

V in cm^3	10	15	20	30
M in grammen	72	108	144	216
$\frac{M}{V}$ in gram/cm^3	7,2	7,2	7,2	7,2

Bij elk van de delingen is het antwoord gelijk, namelijk 7,2.

b Als V twee keer zo groot wordt, dan wordt M ook twee keer zo groot.



d De grafiek gaat door de oorsprong omdat een blokje met een volume van 0 cm^3 ook 0 gram weegt.

18 a De tabellen A, B en D horen bij een recht evenredig verband.

b	A	x	4	5	6	7	8	C	w	1	2	3	5	10
		y	28	35	42	49	56		r	9	15	21	33	63
	B	p	6	8	10	12	50	D	t	4	7	10	15	40
		q	27	36	45	54	225		h	12	21	30	45	120

c A recht evenredig verband, dus $y = cx$

$$c = \frac{28}{4} = 7$$

$$y = 7x$$

B recht evenredig verband, dus $q = cp$

$$c = \frac{27}{6} = 4,5$$

$$q = 4,5p$$

C lineair verband, dus $r = aw + b$

$$a = \frac{21 - 15}{3 - 2} = 6$$

$$r = 6w + b$$

$$b = 9 - 6 = 3$$

$$r = 6w + 3$$

D recht evenredig verband, dus $h = ct$

$$c = \frac{12}{4} = 3$$

$$h = 3t$$

19 a Bij grafiek B is y evenredig met x .

b Bij grafiek A is sprake van een lineair verband.

$$y = ax + b$$

Per 8 stappen naar rechts gaat de grafiek 3 om hoog, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk aan $a = \frac{3}{8}$.

De grafiek snijdt de verticale as in $(0, 8)$, dus het startgetal is 8.

$$y = \frac{3}{8}x + 2.$$

Bij grafiek B is sprake van een recht evenredig verband, dus $y = cx$.

$$c = \frac{2}{3}$$

$$y = \frac{2}{3}x$$

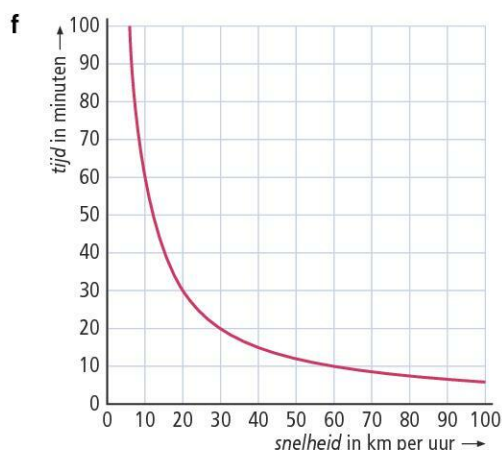
20 a $\frac{10}{15} = \frac{2}{3}$, dus hij is $\frac{2}{3}$ uur onderweg, dit is hetzelfde als $\frac{2}{3} \times 60 = 40$ minuten.

b $\frac{40}{4} = 10$, dus zijn vader doet er 10 minuten over.

c Als de snelheid k keer zo groot wordt, dan wordt de tijd k keer zo klein.

d	snelheid in km per uur	15	30	60	90	100
	tijd in minuten	40	20	10	$6\frac{2}{3}$	6

e $15 \times 40 = 600$, $30 \times 20 = 600$, $60 \times 10 = 600$, $90 \times 6\frac{2}{3} = 600$ en $100 \times 6 = 600$



21 a De tabellen A, B en C horen bij een omgekeerd evenredig verband.

b

x	2	3	4	5	10
y	15	10	7,5	6	3

s	0,8	1,6	4,8	24	96
w	60	30	10	2	0,5

p	2	3	5	6	18
q	45	30	18	15	5

t	2	3	4	5	8
h	7	11	15	19	31

c A omgekeerd evenredig verband, dus $y = \frac{c}{x}$

$$c = 2 \times 15 = 30$$

$$y = \frac{30}{x} \text{ of } x = \frac{30}{y} \text{ of } x \cdot y = 30$$

B omgekeerd evenredig verband, dus $w = \frac{c}{s}$

$$c = 0,8 \times 60 = 48$$

$$w = \frac{48}{s} \text{ of } s = \frac{48}{w} \text{ of } w \cdot s = 48$$

C omgekeerd evenredig verband, dus $q = \frac{c}{p}$

$$c = 2 \times 45 = 90$$

$$q = \frac{90}{p} \text{ of } p = \frac{90}{q} \text{ of } p \cdot q = 90$$

D lineair verband, dus $h = at + b$

De richtingscoëfficiënt is gelijk aan 4.

Het startgetal is gelijk aan $b = 7 - 2 \times 4 = -1$.

$$h = 4t - 1$$

22 a Recht evenredig verband, want bij een twee keer zo lange tijd horen twee keer zoveel toeren.

Noem t de tijd in seconden en T het aantal toeren.

$$T = at$$

$$a = \frac{2700}{45} = 60$$

$$T = 60t$$

2 minuten is gelijk aan 120 seconden, dus $T = 60 \times 120 = 7200$.

De centrifuge maakt in 2 minuten 7200 toeren.

- b** Omgekeerd evenredig verband, want als de lengte twee keer zo groot wordt, moet de breedte twee keer zo klein worden om dezelfde oppervlakte te krijgen.

Noem l de lengte in meter en b de breedte in meter.

$$l \times b = c$$

$$c = 750 \times 1600 = 1\,200\,000$$

$$b = \frac{1\,200\,000}{l}$$

$$b = \frac{1\,200\,000}{1500} = 800, \text{ dus het andere stuk land is 800 meter breed.}$$

- c** Een lineair verband, want de afname in prijs per jaar is constant.

Noem t de tijd in jaren en W de waarde in euro's. Neem $t = 0$ in 2013.

$$W = at + b$$

In 4 jaar tijd neemt de waarde met € 223.000,- – € 205.000,- = € 18.000,-, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk aan $-18\,000 : 4 = -4500$.

Het startgetal is gelijk aan 223 000.

$$W = -4500t + 223\,000$$

In 2016 geldt $t = 3$, dus $W = -4500 \times 3 + 223\,000 = 209\,500$.

In 2016 was het huis € 209.500,- waard.

23

- A** omgekeerd evenredig verband

$$q = \frac{7}{p} \text{ of } p = \frac{7}{q}$$

- B** recht evenredig verband

$$s = 50t \text{ of } t = \frac{50}{s}$$

- C** omgekeerd evenredig verband

$$b = \frac{200}{l} \text{ of } b \cdot l = 200$$

- D** recht evenredig verband

$$\frac{y}{x} = 5 \text{ of } x = \frac{y}{5}$$

- 018 a** Er geldt $1 \times 2 = 2$ en $6 \times 2 = 12$ en $1 \times 7 = 7$ en $6 \times 7 = 42$, dus als x k keer zo groot wordt, dan wordt y ook k keer zo groot.

b $\frac{6}{1} = 6$, $\frac{12}{2} = 6$ en $\frac{42}{7} = 6$

c

x	1	2	3	7	9
y	6	12	18	42	54

- d** In elke kolom kan de waarde van y berekend worden door de waarde van x met 6 te vermenigvuldigen, oftewel $y = 6x$.

- e** De tabellen A, B en C horen bij een recht evenredig verband.

- f** **A**

x	1	3	5	8	9
y	4	12	20	32	36

B

s	3	4	5	8	9
w	15	20	25	40	45

C

p	2	6	8	10	12
q	9	27	36	45	54

D

t	3	4	6	9	10
h	13	17	25	37	41

2 Verbanden

- g** A recht evenredig verband, dus $y = cx$

$$c = \frac{4}{1} = 4$$

$$y = 4x$$

- B** recht evenredig verband, dus $w = cs$

$$c = \frac{15}{3} = 5$$

$$w = 5s$$

- C** recht evenredig verband, dus $q = cp$

$$c = \frac{9}{2} = 4,5$$

$$q = 4,5p$$

- D** lineair verband, dus $h = at + b$

De richtingscoëfficiënt is gelijk aan 4.

Het startgetal is gelijk aan $b = 13 - 3 \times 4 = 1$.

$$h = 4t + 1$$

- 021 a** Er geldt $1 \times 2 = 2$ en $42 : 2 = 21$, $1 \times 3 = 3$ en $42 : 3 = 14$, $1 \times 4 = 4$ en $42 : 4 = 10,5$ en $1 \times 7 = 7$ en $42 : 7 = 6$.

Dus als x k keer zo groot wordt, dan wordt y k keer zo klein.

- b** In elke kolom is de uitkomst van $x \times y$ gelijk aan 42.
c In elke kolom kan de waarde van x berekend worden door 42 te delen door de waarde van y . Op dezelfde manier kan in elke kolom de waarde van y berekend worden door 42 te delen door de waarde van x .

- U3 a** Omgekeerd evenredig verband

$$y = \frac{c}{x}$$

$$c = 3 \times 3 = 9$$

$$y = \frac{9}{x} \text{ of } x = \frac{9}{y} \text{ of } x \cdot y = 9$$

- b** $y = ax + b$

Als x met 100 toeneemt, neemt y met 45 toe, dus de richtingscoëfficiënt is

gelijk aan $\frac{45}{100} = 0,45$.

Het startgetal is gelijk aan $180 - 400 \times 0,45 = 0$.

Dus een recht evenredig verband, $y = 0,45x$.

- c** $y = ax + b$

Als x met 50 toeneemt, neemt y met 8 toe, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk

aan $\frac{8}{50} = 0,16$.

Het startgetal is gelijk aan $30 - 250 \times 0,16 = -10$.

$$y = 0,16x - 10$$

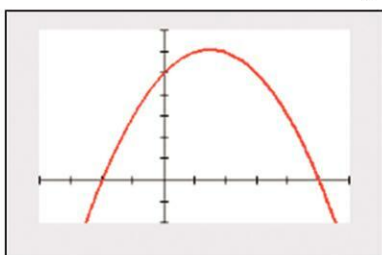
Het is dus een lineair verband.

2.4 Stijgen en dalen

intro Dylan Groenewegen versnelde het meest na 30 seconden, want daar is de grafiek het steilst.

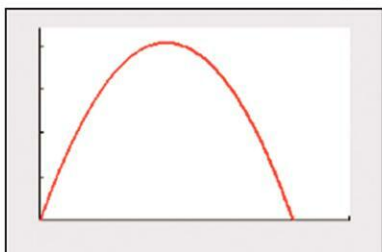
- 24** a De grafiek is stijgend van 10 tot 12 uur, van 14 tot 16 uur en van 18 tot 20 uur.
 b De grafiek is dalend van 4 tot 10 uur, van 12 tot 14 uur en van 20 tot 24 uur.
 c De temperatuur is constant tussen 16 en 18 uur.
 d Die twee hoogste temperaturen zijn 20 °C en 21 °C.
 e Die twee laagste temperaturen zijn 16 °C en 18 °C.

- 25** a Invoer: $y = -0,5x^2 + 1,5x + 5$
 Venster: x van -4 tot 6 en y van -2 tot 7



- b Optie: maximum
 De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(1,5; 6,125)$.
 c De grafiek stijgt voor $x < 1,5$.
 d De grafiek daalt voor $x > 1,5$.

- 26** a b
 Invoer: $y = 20x - 4,9x^2$
 Venster: x van 0 tot 5 en y van 0 tot 22



- c Optie: maximum
 De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(2,04; 20,41)$.
 Dus de bal van Mathijs komt maximaal 20,41 meter hoog.
 d De bal begint na 2,04 seconden te dalen.

e

t	2	2,2	2,4	2,6	2,8	3	3,2	3,4	3,6	3,8	4	4,2
H	20,4	20,28	19,78	18,88	17,58	15,9	13,82	11,36	8,50	5,24	1,6	-2,44

Je kan zien dat de bal steeds sneller daalt omdat het verschil in opvolgende waarden van H steeds groter wordt.

- 27** a De minimale waterhoogte is 1,7 meter en de maximale waterhoogte is 6,5 meter.
 b In de perioden van 6 tot 7 uur en van 19 tot 20 uur stijgt het water het snelst.
 c Het water daalt van 12 naar 15 uur van 5,5 naar 2 meter. In 3 uur tijd is het water dus 3,5 meter gedaald, oftewel $3,5 : 3 \approx 1,2$ m per uur.
 d Deze steeds sneller stijging stopt om 20 uur.

28 a Tussen de punten A en B is sprake van een afnemende stijging.

b Van B naar C : afnemende stijging

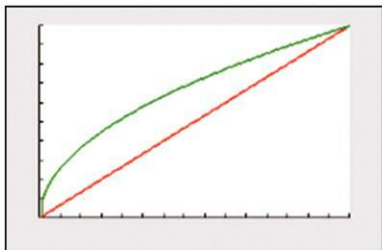
Van C naar D : toenemende daling

Van D naar E : constante daling

Van E naar F : afnemende daling

Van F naar G : toenemende stijging

29 a Invoer: $y_1 = 4x$ en $y_2 = 15,5\sqrt{x}$
Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 60



b Bij vaas A is er sprake van een constante stijging.

Bij vaas B is er sprake van een afnemende stijging.

c vaas A

$$h = 4 \times 4 = 16 \text{ cm}$$

$$h = 4 \times 5 = 20 \text{ cm}$$

Dus in de vijfde minuut nam de hoogte in vaas A met $20 - 16 = 4$ cm toe.

vaas B

$$h = 15,5 \times \sqrt{4} = 31 \text{ cm}$$

$$h = 15,5 \times \sqrt{5} \approx 34,7 \text{ cm}$$

Dus in de vijfde minuut nam de hoogte in vaas B met $34,7 - 31 = 3,7$ cm toe.

vaas A

$$h = 4 \times 6 = 24 \text{ cm}$$

Dus in de zesde minuut nam de hoogte in vaas A met $24 - 20 = 4$ cm toe.

vaas B

$$h = 15,5 \times \sqrt{6} \approx 38,0 \text{ cm}$$

In de zesde minuut nam de hoogte in vaas B met $38,0 - 34,7 = 3,3$ cm toe.

026 a Op de horizontale as staat de variabele a en op de verticale as staat de variabele H .

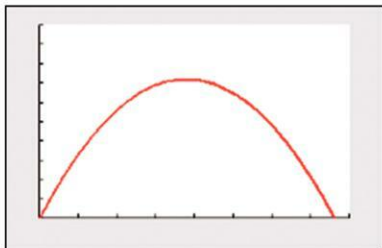
b In de rekenmachine is y de variabele op de verticale as en x de variabele op de horizontale as. Dus vervang je H door y en a door x .

c De bal komt ongeveer 38 meter ver en 8 meter hoog.

d Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 10

e Invoer: $y_1 = 0,76x - 0,02x^2$

Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 10



f Met de optie maximum kun je een top van de grafiek vinden.

g Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(19; 7,22)$.

Dus maximale hoogte die de bal bereikt is 7,22 meter.

h De bal begint na 19 meter weer te dalen.

i	a	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38
	H	7,2	7,04	6,72	6,24	5,6	4,8	3,84	2,72	1,44	0

j Je kan aan de tabel zien dat de tabel na 20 meter steeds sneller daalt omdat het verschil in opeenvolgende waarden van H steeds groter wordt.

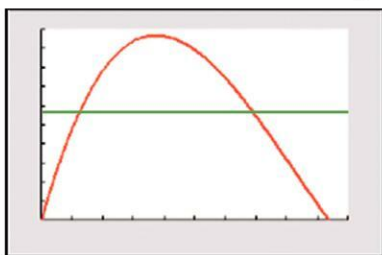
U4 a De lengte van de bak is gelijk aan $240 - 2h$, de breedte is gelijk aan $150 - h$ en de hoogte is gelijk aan h . De inhoud van een balkvormige bak wordt berekend door de lengte, breedte en hoogte te vermenigvuldigen. En dus geldt dat $I = h(150 - 2h)(240 - 2h)$.

b 286 liter is gelijk aan $286\,000 \text{ cm}^3$

Dit invullen voor I geeft $h(150 - 2h)(240 - 2h) = 286\,000$

Invoer: $y_1 = x(150 - 2x)(240 - 2x)$ en $y_2 = 286\,000$

Venster: x van 0 tot 80 en y van 0 tot $500\,000$



Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(10, 286\,000)$ en $(55, 286\,000)$.

Een bak met een inhoud van 286 liter heeft dus een hoogte van 10 of 55 cm.

c Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek zijn $(30, 486\,000)$.

De bak heeft dus een maximale inhoud als de hoogte gelijk is aan 30 cm.

De lengte is dan gelijk aan $240 - 2 \times 30 = 180 \text{ cm}$ en de breedte is dan gelijk aan $150 - 2 \times 30 = 90 \text{ cm}$.

2.5 Vergelijkingen

intro A In dit punt zijn de opbrengst en de kosten gelijk, dus de winst gelijk aan 0 euro.

B In dit punt is de winst gelijk aan 0 euro.

C In dit punt is de winst maximaal.

30 a In het snijpunt met de horizontale as geldt $y = 0$ en dus moet de formule gelijkgesteld worden aan 0.

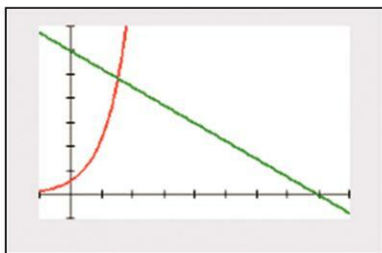
b $-0,75x + 6 = 0$

$-0,75x = -6$

$x = 8$

2 Verbanden

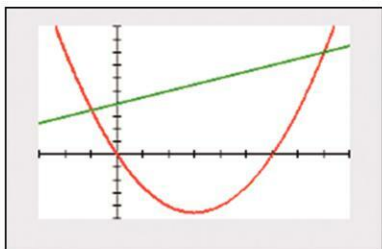
- c** Invoer: $y_1 = 0,6 \times 4^x$ en $y_2 = -0,75x + 6$
Venster: x van -1 tot 9 en y van -1 tot 7



- d** Optie: snijpunt
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(1,51; 4,87)$.
e De oplossing van deze vergelijking is de x -coördinaat van het snijpunt van de grafieken.

- 31 a** Lars zal Sanne als aanwijzing geven dat ze het venster op de rekenmachine moet aanpassen.

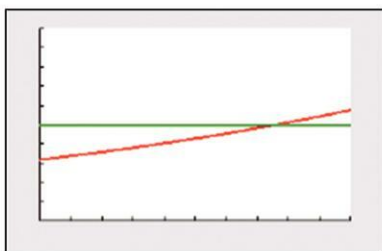
- b** Invoer: $y_1 = 0,5x^2 - 3x$ en $y_2 = 0,5x + 4$
Venster: x van -3 tot 9 en y van -5 tot 10



- Optie: snijpunt
De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1; 3,5)$ en $(8; 8)$.

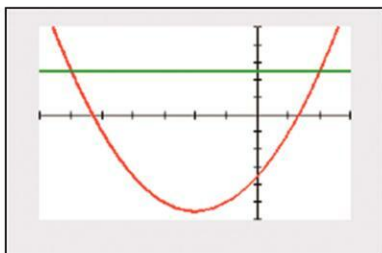
- 32 a** Op 1 januari 2022 geldt $t = 5$.
 $W = 64 \cdot 1,03^5 \approx 74,19$
Dus de waarde van het aandeel op 1 januari 2022 is € 74,19.

- b** Invoer: $y_1 = 64 \times 1,03^x$ en $y_2 = 100$
Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 200



- c** Optie: snijpunt
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken is $(15,09; 100)$.
d In het jaar 2032 is heeft het aandeel een waarde van 100 euro.

- 33 a** Invoer: $y_1 = x^2 + 4x - 7$ en $y_2 = 5$
 Venster: x van -7 tot 3 en y van -12 tot 10

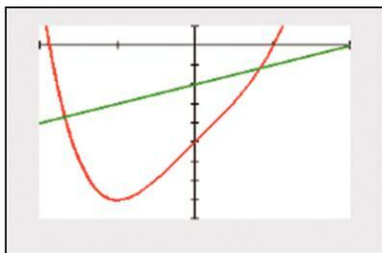


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-6, 5)$ en $(2, 5)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x = -6$ en $x = 2$.

- b** Invoer: $y_1 = x^4 + 4x - 5$ en $y_2 = x - 2$
 Venster: x van -2 tot 2 en y van -9 tot 1

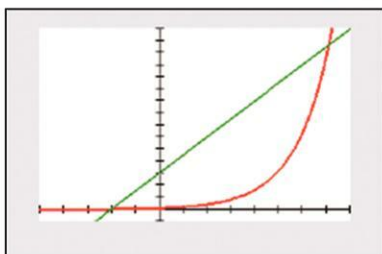


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1,68; -3,68)$ en $(0,84; -1,16)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx -1,68$ en $x \approx 0,84$.

- c** Invoer: $y_1 = 0,1 \times 2^x$ en $y_2 = 1,5x + 3$
 Venster: x van -5 tot 8 en y van -1 tot 15



Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1,98; 0,03)$ en $(7,09; 13,64)$.

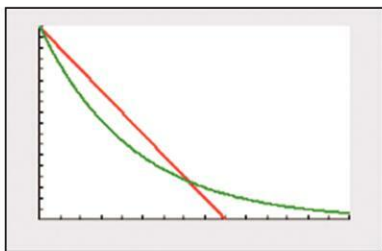
De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx -1,98$ en $x \approx 7,09$.

- 34 a** $18\,000 - 2000t = 6000$
 $-2000t = -12\,000$
 $t = 6$

Een auto die voor de verzekering nog € 6.000,- waard is, is dus 6 jaar oud.

2 Verbanden

- b** Invoer: $y_1 = 18000 - 2000x$ en $y_2 = 18000 \times 0,8^x$
Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 18000

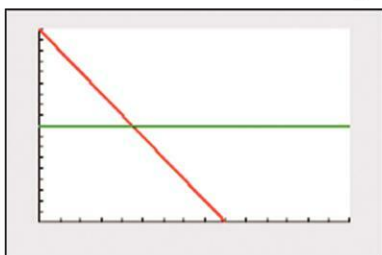


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (0, 18000) en (7,19; 3616,94).

De auto is dus na ongeveer 7,2 jaar bij beide maatschappijen evenveel waard.

- c** Invoer: $y_1 = 18000 - 2000x$ en $y_2 = 9000$
Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 18000

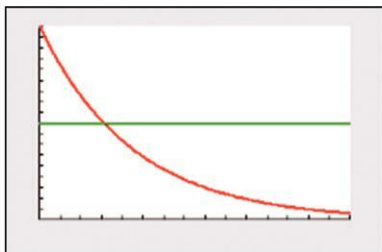


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken is (4,5; 9000).

Invoer: $y_1 = 18000 \times 0,8^x$ en $y_2 = 9000$

Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 18000

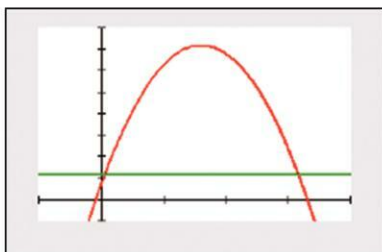


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken is (3,11; 9000).

Bij de tweede verzekering komt de waarde dus $4,5 - 3,11 \approx 1,4$ jaar eerder onder de € 9.000,-.

- 033 a** Invoer: $y_1 = -x^2 + 16x + 8$ en $y_2 = 12$
Venster: x van -5 tot 20 en y van -10 tot 80

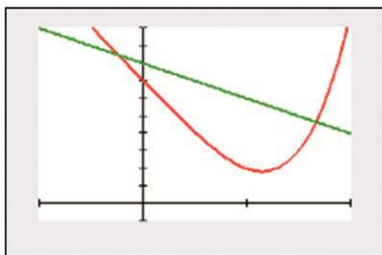


- b** Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (0,25; 12) en (15,75; 12).

- c** De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx 0,25$ en $x \approx 15,75$.

- d** Invoer: $y_1 = x^4 - 6x + 7$ en $y_2 = 8 - 2x$
 Venster: x van -1 tot 2 en y van -1 tot 10

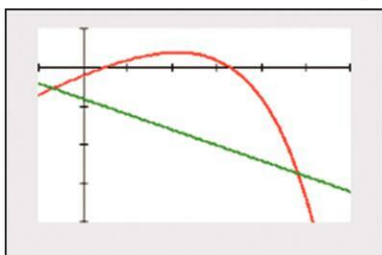


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-0,25; 8,50)$ en $(1,66; 4,67)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx -0,25$ en $x \approx 1,66$.

- e** Invoer: $y_1 = 3x - 2^x$ en $y_2 = -4 - 2x$
 Venster: x van -1 tot 6 en y van -20 tot 5



Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-0,67; -2,65)$ en $(4,81; -13,62)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx -0,67$ en $x \approx 4,81$.

U5 a

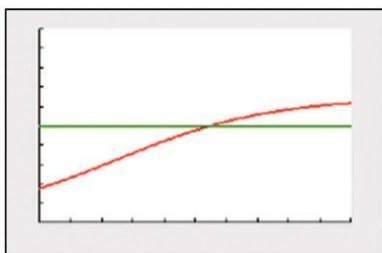
t	10	100	1000	10 000
P	61,9617	65,0000	65,0000	65,0000

Op den duur zal 65% van de mensen dit product gebruiken.

- b** De helft van de mensen is 50%, dus $P = 50$.

Invoer: $y_1 = \frac{65}{1 + 2,69 \times 0,67^x}$ en $y_2 = 50$

Venster: x van 0 tot 10 en y van 0 tot 100



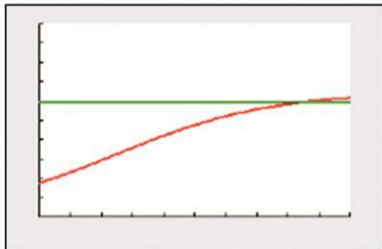
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken is $(5,48; 50)$. Dus in het jaar 2023 zal de helft van de mensen het product in gebruik hebben.

2 Verbanden

- c Als één op de vier mensen die het product koop het ook zelf gebruikt en dit is gelijk aan 15%, dan betekent dit dat 60% van de mensen het product heeft aangeschaft, oftewel $P = 60$.

Invoer: $y_1 = \frac{65}{1 + 2,69 \times 0,67^x}$ en $y_2 = 60$

Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 100



Optie: snijpunt

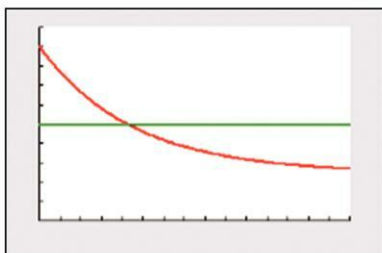
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken is (8,68; 60).

Dus in het jaar 2026 zal het aantal mensen dat het product heeft gekocht en ook zelf gebruikt zijn toegenomen tot 15%.

2.6 Ongelijkheden

intro Je kunt zien bij welke aantallen verkochte hamburgers Jim winst maakt door te kijken waar de grafiek voor de totale opbrengsten boven de grafiek voor de totale kosten ligt. Waar de grafiek voor de totale kosten boven ligt, maakt Jim verlies.

- 35 a Invoer: $y_1 = 25 + 65 \times 0,8^x$ en $y_2 = 50$
Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 100

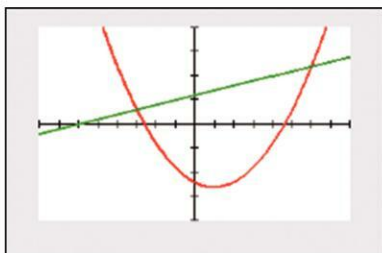


b Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (4,28; 50).

Dus de temperatuur van de thee is na 4,3 minuten lager dan 50 °C.

- 36 a Invoer: $y_1 = x^2 - 2x - 12$ en $y_2 = x + 6$
Venster: x van -8 tot 80 en y van -20 tot 20

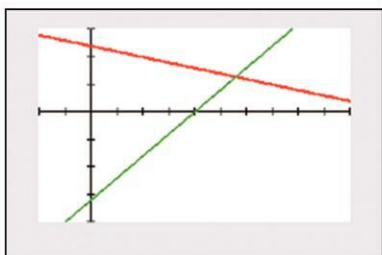


b Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken van f en g zijn (-3, 3) en (6, 12).

- c $x^2 - 2x - 12 < x + 6$ geldt voor x tussen 3 en 6.
d $x^2 - 2x - 12 \geq x + 6$ geldt voor $x \leq -3$ of $x \geq 6$.

- 37 a** Invoer: $y_1 = 12 - x$ en $y_2 = 4x - 16$
Venster: x van -2 tot 10 en y van -20 tot 15

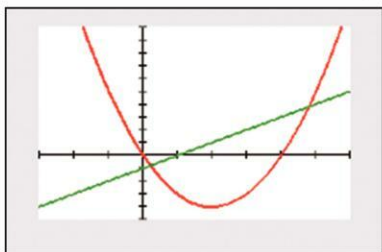


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(5,6; 6,4)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x \geq 5,6$.

- b** Invoer: $y_1 = x^2 - 4x$ en $y_2 = x - 1$
Venster: x van -3 tot 6 en y van -5 tot 10

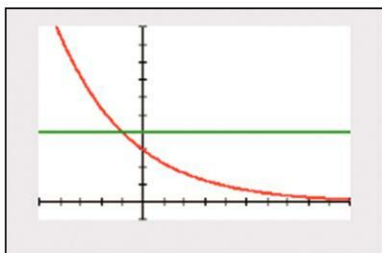


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(0,21; -0,79)$ en $(4,79; 3,79)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $p < 0,21$ of $p > 4,79$.

- c** Invoer: $y_1 = 3 \times 0,75^x$ en $y_2 = 4$
Venster: x van -5 tot 10 en y van -1 tot 10

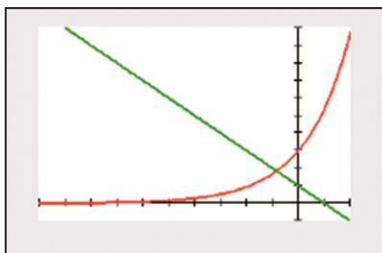


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(-1, 4)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $k \leq -1$.

- d** Invoer: $y_1 = 3 \times 1,8^x$ en $y_2 = 1 - x$
Venster: x van -10 tot 2 en y van -1 tot 10



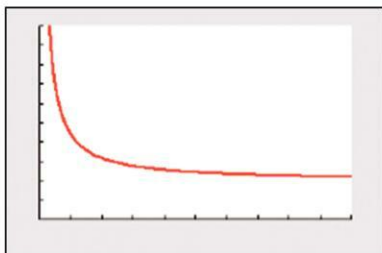
Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(-0,84; 1,84)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $t > -0,84$.

38 a Invoer: $y_1 = 10 + \frac{600}{x}$

Venster: x van 0 tot 500 en y van 0 tot 50

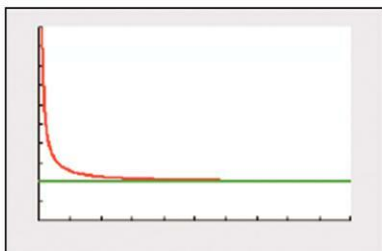


b Er is sprake van een afnemende daling.

c Als a groter wordt, worden de gemiddelde kosten per voetbal lager omdat 600 door een steeds groter getal gedeeld wordt.

d Invoer: $y_1 = 10 + \frac{600}{x}$ en $y_2 = 10,5$

Venster: x van 0 tot 2000 en y van 0 tot 20



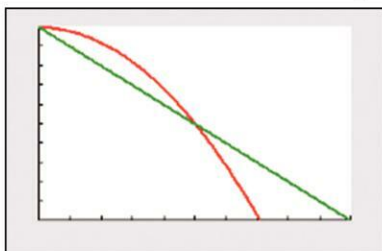
Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (1200; 10,5).

Dus vanaf 1201 geproduceerde voetballen zijn de productiekosten per voetbal minder dan € 10,50.

39 a Invoer: $y_1 = 20 - 0,1x^2$ en $y_2 = 20 - x$

Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 20



b Het oliepeil daalt in het linker lampje steeds sneller en in het rechter lampje constant.

c Optie: nulpunten

De coördinaten van het snijpunt van de grafiek lamp 1 met de horizontale as zijn (14,14; 0). Lamp 1 brandt ongeveer 14,14 uur.

De coördinaten van het snijpunt van de grafiek lamp 2 met de horizontale as zijn (20, 0). Lamp 2 brandt 20 uur.

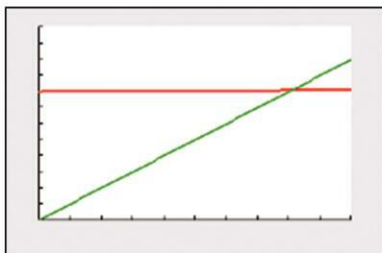
d Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (0, 0) en (10, 10).

Dus het oliepeil van het linker lampje is gedurende 10 uren hoger dan het oliepeil van het rechter lampje.

40 a $TO = 9,95q$

- b** Invoer: $y_1 = 8000 + 3\sqrt{x}$ en $y_2 = 9,95x$
 Venster: x van 0 tot 1000 en y van 0 tot 12000



Optie: snijpunt

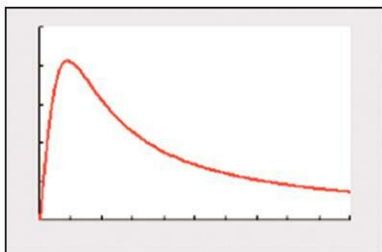
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (812,61; 8085,52).

Dus $TO > TK$ geeft $q \geq 813$.

- c** Dus vanaf 813 verkochte dvd's maakt de rockband winst.

41 a Invoer: $y_1 = \frac{75x}{x^2 + 82}$

Venster: x van 0 tot 100 en y van 0 tot 5



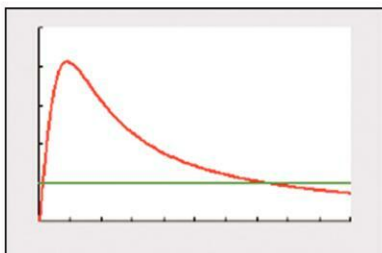
Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek zijn (9,06; 4,14).

Dus de maximale concentratie is 4,1 mg per liter.

b Invoer: $y_1 = \frac{75x}{x^2 + 82}$ en $y_2 = 1$

Venster: x van 0 tot 100 en y van 0 tot 5



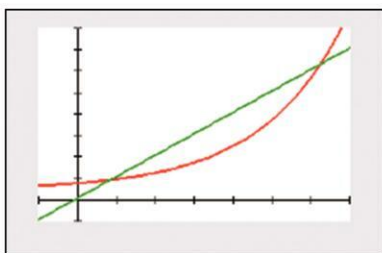
Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (1,11; 1) en (73,89; 1).

Na 74 dagen is het gevaar voor de volksgezondheid geweken.

037 a Invoer: $y_1 = 3 \times 1,1^x + 5$ en $y_2 = 2x + 1$

Venster: x van -5 tot 35 en y van -10 tot 80



b Optie: snijpunt

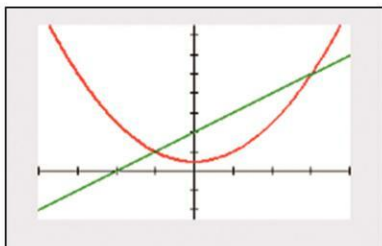
De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (1,18; 3,36) en (32,40; 65,80).

c De grafiek van $y = 3 \cdot 1,1^x + 5$ ligt onder de grafiek van $y = 2x + 1$ voor x -waarden tussen 1,18 en 32,40.

d De oplossing van de ongelijkheid $1,18 < x < 32,40$.

e Invoer: $y_1 = x^2 + 1$ en $y_2 = 2x + 4$

Venster: x van -4 tot 4 en y van -5 tot 15



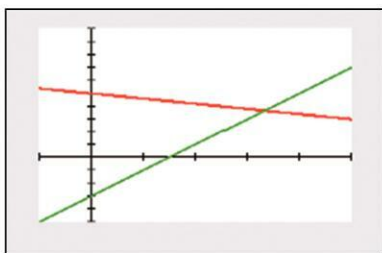
Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (-1, 2) en (3, 10).

De oplossing van de ongelijkheid is $x \leq -1$ of $x \geq 3$.

f Invoer: $y_1 = 5 - 0,2x$ en $y_2 = x - 3$

Venster: x van -2 tot 10 en y van -5 tot 10



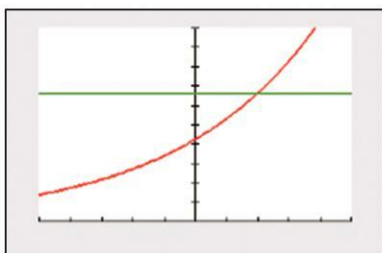
Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (6,67; 3,67).

De oplossing van de ongelijkheid is $x > 6,67$.

g Invoer: $y_1 = 128 \times 1,25^x$ en $y_2 = 200$

Venster: x van -5 tot 5 en y van 0 tot 300

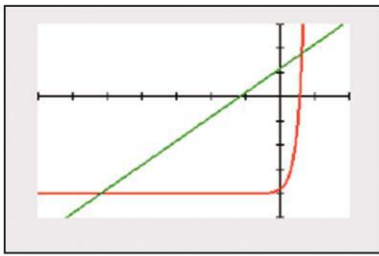


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (2; 200).

De oplossing van de ongelijkheid is $x \leq 2$.

- h** Invoer: $y_1 = 3^x - 20$ en $y_2 = x + 6$
 Venster: x van -35 tot 10 en y van -25 tot 15



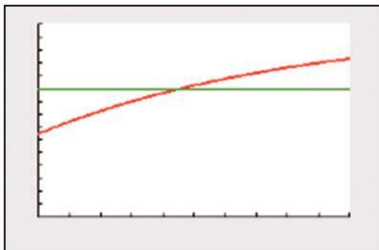
Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-26, -20)$ en $(3,07; 9,07)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x < -26$ of $x > 3,07$.

- U6 a** $N = 1500 - 850 \times 0,89^0 = 650$
 Op $t = 0$ zijn er dus 650 fruitvliegjes.

- b** $1500 - 850 \cdot 0,89^t > 1000$
 Invoer: $y_1 = 1500 - 850 \times 0,89^x$ en $y_2 = 1000$
 Venster: x van 0 tot 10 en y van 0 tot 1500

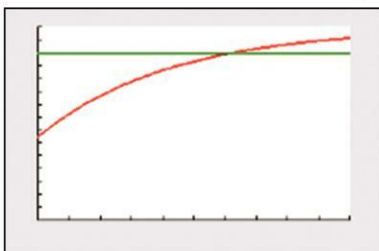


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunten van de grafieken zijn $(4,55; 1000)$.

Dus na 4,6 dagen zijn er meer dan 1000 fruitvliegjes in de ruimte.

- c** Invoer: $y_1 = 1500 - 850 \times 0,89^x$ en $y_2 = 1300$
 Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 1500

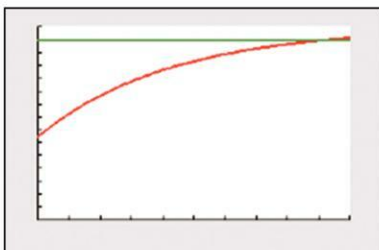


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunten van de grafieken zijn $(12,42; 1300)$.

Invoer: $y_1 = 1500 - 850 \times 0,89^x$ en $y_2 = 1400$

Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 1500



Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(18,36; 1400)$.

Dus in $18,36 - 12,42 \approx 5,9$ dagen neemt het aantal fruitvliegjes toe van 1300 naar 1400.

2 Verbanden

d

t	10	100	1000	10 000
N	1234,9554	1499,9926	1500,0000	1500,0000

Dus op den duur zijn er 1500 fruitvliegjes.

2.7 Gemengde opdrachten

42 a Tabel B hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

b

A	x	2	4	6	8	20
	y	15	20	25	30	60

B	t	0,2	0,4	0,6	0,8	4
	w	30	15	10	7,5	1,5

c Bij tabel A hoort een lineair verband.

$$y = ax + b$$

Als de x met 2 toeneemt, neemt de y met 5 toe, dus de richtingscoëfficiënt is gelijk aan $5 : 2 = 2,5$.

Het startgetal is gelijk aan $15 - 5 = 10$.

Dus $y = 2,5x + 10$.

Bij tabel B hoort een omgekeerd evenredig verband.

$$w = \frac{c}{t}$$

$$c = 0,2 \times 30 = 6$$

$$\text{Dus } w = \frac{6}{t} \text{ of } t = \frac{6}{w} \text{ of } w \cdot t = 6.$$

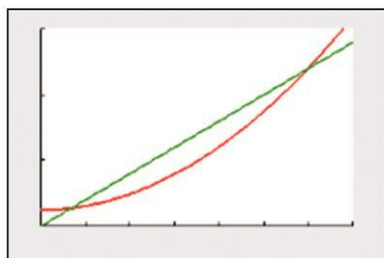
d $2p + 5q = 17$

$$5q = -2p + 17$$

$$q = -\frac{2}{5}p + 3\frac{2}{5}$$

43 a De prijs per container is €400,- en de opbrengst is gelijk aan de prijs per container vermenigvuldigd met het aantal verkochte containers.

b Invoer: $y_1 = 6x^2 + 2500$ en $y_2 = 400x$
 Venster: x van 0 tot 70 en y van 0 tot 30 000

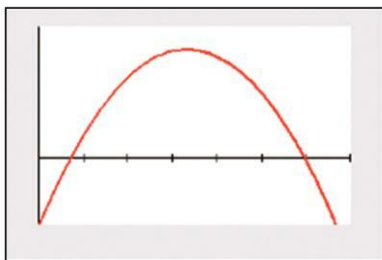


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn (6,98; 2792,41) en (59,69; 23 874,26).

Dus vanaf 7 tot en met 59 verkochte containers maakt de koffiebrander winst.

- c Invoer: $y_1 = 400x - 6x^2 - 2500$
 Venster: x van 0 tot 70 en y van -2500 tot 5000



Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek is (33,33; 4166,67).

Bij 33 verkochte containers is de winst maximaal.

- d De maximale winst is $400 \times 33 - 6 \times 33^2 - 2500 = 4166$ euro.

44 a $y = ax + b$

Per stap gaat de grafiek 3 omhoog, dus de richtingscoëfficiënt is 3.

Het startgetal is $-1 - 3 = -4$.

$$y = 3x - 4$$

- b Grafiek A is een rechte lijn door de oorsprong en hoort bij een evenredig verband.

- c Grafiek B daalt tot $x = 4$ afnemend dalend en is na $x = 4$ toenemend stijgend.

- d $\frac{1}{2}x = x^2 - 8x + 15$
 $x^2 - 8\frac{1}{2}x + 15 = 0$

$$(x - 2\frac{1}{2})(x - 6) = 0$$

$$x - 2\frac{1}{2} = 0 \text{ of } x - 6 = 0$$

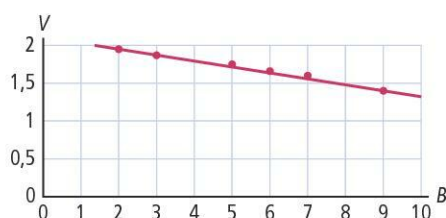
$$x = 2\frac{1}{2} \text{ of } x = 6$$

$$y = \frac{1}{2} \times 2\frac{1}{2} = 1\frac{1}{4}, \text{ dus } P(2\frac{1}{2}, 1\frac{1}{4})$$

$$y = \frac{1}{2} \times 6 = 3, \text{ dus } Q(6, 3)$$

- e De oplossing van de ongelijkheid is $2\frac{1}{2} < x < 6$

45 a b



- c $V = aB + b$

De getekende lijn gaat door de punten met coördinaten (2; 1,95) en (7; 1,70).

Per 5 stappen naar rechts gaat de grafiek $1,95 - 1,70 = 0,25$ omlaag, dus de

richtingscoëfficiënt is $-0,25 : 5 = -0,05$.

Het startgetal is $1,95 + 2 \times 0,05 = 2,05$.

Dus $V = -0,05B + 2,05$.

- d $V = -0,05 \times 12 + 2,05 = 1,45$ gram

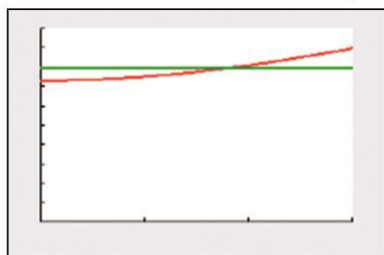
Deze waarde voldoet dus niet aan de formule van opdracht c.

Onderzoeksoopdrachten

- 46** Als er 42 cm extra nodig is, dan is er voor l nog $90 - 42 = 48$ cm over.

Invoer: $y_1 = 4 + 10\sqrt{x^2 + 16}$ en $y_2 = 48$

Venster: x van 0 tot 3 en y van 0 tot 60



Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (1,83; 48).

d is dus maximaal 1,83, dit is het geval bij de schoenmaten 38 tot en met 41.

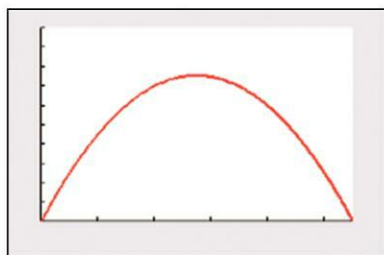
- 47 a** De oppervlakte wordt dan $7 \times 2 = 14 \text{ m}^2$.

- b** Stel de breedte gelijk aan x . De lengte is dan gelijk aan $11 - x - x = 11 - 2x$.

Een formule voor de oppervlakte is dan $O = x(11 - 2x)$.

Invoer: $y_1 = x(11 - 2x)$

Venster: x van 0 tot 5,5 en y van 0 tot 20



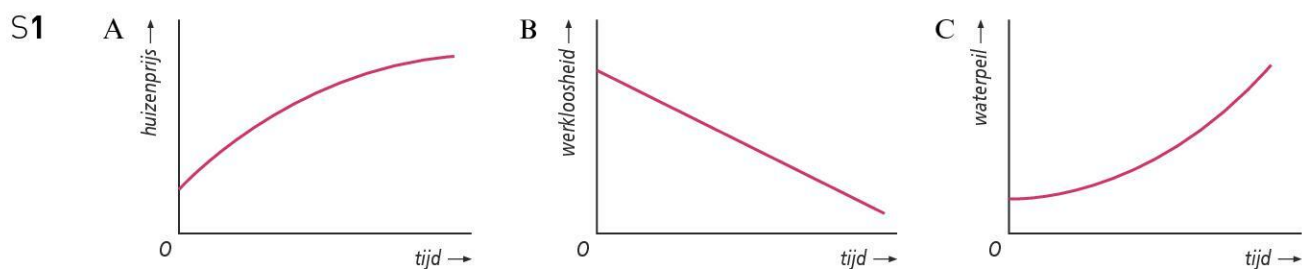
Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek zijn (2,75; 15,125).

De oppervlakte is dus het grootst bij een breedte van 2,75 meter.

- 48** Een advies zou kunnen zijn om maandelijks 2000 euro te investeren omdat bij een nog hogere investering de maandelijksse winst relatief gezien nog weinig toeneemt.

Samenvatting



S2 a $y = ax + b$

Per 5 stapjes naar rechts gaat de grafiek 15 omlaag, dus de richtingscoëfficiënt is $-15 : 3 = -5$.

De lijn gaat door het punt met coördinaten $(0, 2)$, dus het startgetal is gelijk aan 2.

Dus $y = -3x + 2$.

b $y = ax + b$

Per 4 stapjes naar rechts gaat de grafiek 22 omhoog, dus de richtingscoëfficiënt is $22 : 4 = 5,5$.

Het startgetal is $7 - 5,5 = 1,5$.

Dus $y = 5,5x + 1,5$.

S3 a $8x - 1 = -2x + 19$

$10x - 1 = 19$

$10x = 20$

$x = 2$

b $5(2 - x) = 1 + 5x$

$10 - 5x = 1 + 5x$

$10 - 10x = 1$

$-10x = -9$

$x = 0,9$

S4 a $3q - 9p = 6 - 12q$

$15q - 9p = 6$

$15q = 9p + 6$

$q = \frac{3}{5}p + \frac{2}{5}$

b $4p + 8 = -(2q - 6)$

$4p + 8 = -2q + 6$

$-2q + 6 = 4p + 8$

$-2q = 4p + 2$

$q = -2p - 1$

S5 a $w = 6 - 3 \times 2p$

$w = 6 - 6p$

b $r = 1 - 2(6 - 3m)$

$r = 1 - 12 + 6m$

$r = 6m - 11$

S6 a Tabel A hoort bij een omgekeerd evenredig verband en tabel B hoort bij een recht evenredig verband.

b	A	x	2	3	4	5	6
		y	7,5	5	3,75	3	2,5
	B	p	2	3	5	6	7
		q	9	13,5	22,5	27	31,5

2 Verbanden

- c Bij tabel A hoort een omgekeerd evenredig verband.

$$y = \frac{a}{x}$$

$$a = 2 \times 7,5 = 15$$

$$\text{Dus } y = \frac{15}{x} \text{ of } x = \frac{15}{y} \text{ of } x \cdot y = 15.$$

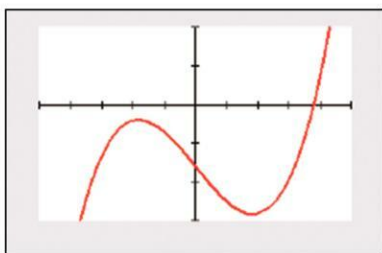
Bij tabel B hoort een recht evenredig verband.

$$y = ax$$

$$a = \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}$$

$$y = 4\frac{1}{2}x$$

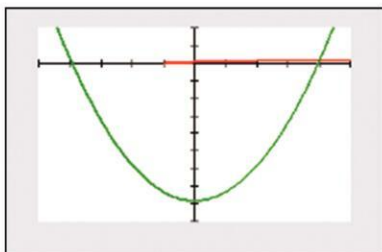
- S7 Invoer: $y_1 = \frac{1}{2}x^3 - 5x - 8$
 Venster: x van -5 tot 5 en y van -15 tot 10



Optie: maximum, minimum

De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn $(-1,83; -1,91)$ en de coördinaten van de top van de grafiek die bij een minimum hoort zijn $(1,83; -14,09)$.

- S8 a Invoer: $y_1 = 2\sqrt{x+5}$ en $y_2 = x^2 - 390$
 Venster: x van -25 tot 25 en y van -450 tot 100

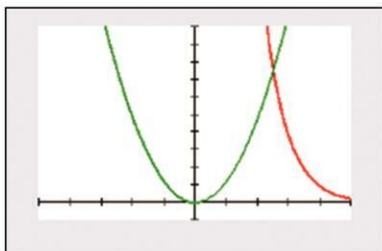


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(20, 10)$.

De oplossing van de vergelijking is $x = 20$.

- b Invoer: $y_1 = 2400 \times 0,5^x$ en $y_2 = 3x^2$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -10 tot 100

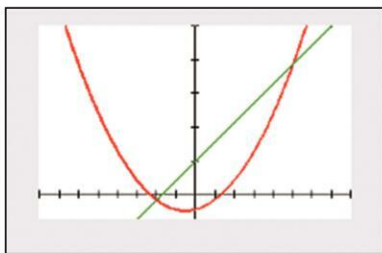


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(5, 75)$.

De oplossing van de vergelijking is $a = 5$.

- S9 a** Invoer: $y_1 = x^2 + x - 3$ en $y_2 = 4x + 7$
 Venster: x van -8 tot 8 en y van -5 tot 35

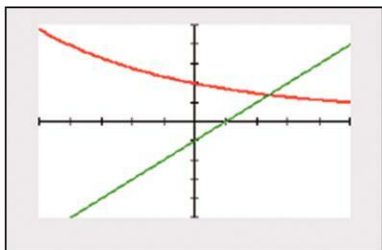


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-2, -1)$ en $(5, 27)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $-2 \leq x \leq 5$.

- b** Invoer: $y_1 = 3 \times 0,9^x + 1$ en $y_2 = x - 2$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -10 tot 10



Optie: snijpunt

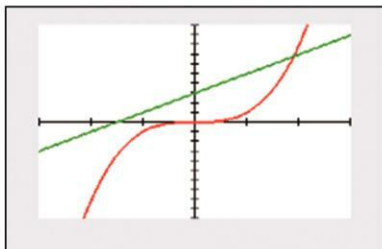
De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(4,81; 2,81)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x < 4,81$.

Test jezelf

- T1 a** In de perioden februari - maart en juli - augustus is er sprake van een toenemende stijging.
b De maximale waterhoogten zijn 3,9 meter en 2,3 meter.
c In de maanden januari en juni is er sprake van een afnemende daling.
d In de maand mei daalt de waterhoogte het snelst. De waterhoogte daalt dan met $3,9 - 2 = 1,9$ meter.

- T2 a** Invoer: $y_1 = x^3$ en $y_2 = 2x + 3$
 Venster: x van -3 tot 3 en y van -10 tot 10



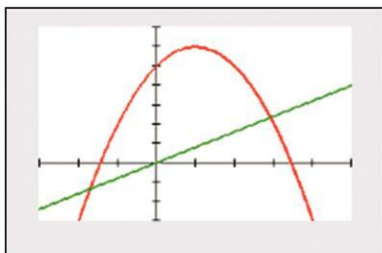
Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(1,89; 6,79)$.

De oplossing van de vergelijking is $x = 1,89$.

2 Verbanden

- b** Invoer: $y_1 = -x^2 + 2x + 5$ en $y_2 = 0,8x$
Venster: x van -3 tot 5 en y van -3 tot 7

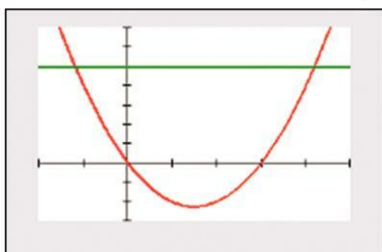


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1,72; -1,37)$ en $(2,92; 2,33)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $t = -1,72$ en $t = 2,92$.

- c** Invoer: $y_1 = x^2 - 3x$ en $y_2 = 5$
Venster: x van -2 tot 5 en y van -3 tot 7

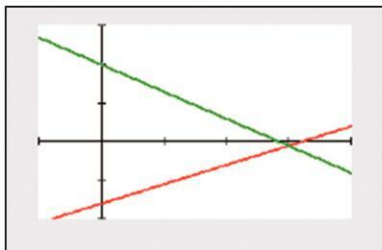


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1,19; 5)$ en $(4,19; 5)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $-1,19 < k < 4,19$.

- d** Invoer: $y_1 = 0,5x - 8$ en $y_2 = -0,7x + 10$
Venster: x van -5 tot 20 en y van -10 tot 15

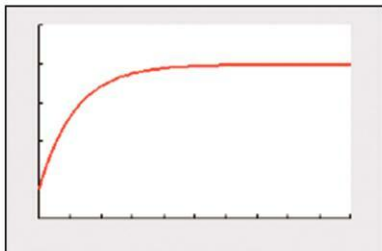


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(15; -0,5)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $q \leq 15$.

- T3 a** Invoer: $y_1 = 20 - 16 \times 0,75^x$
Venster: x van 0 tot 30 en y van 0 tot 25



- b** Bij de grafiek is sprake van een afnemende stijging.

- c Op het moment dat de melk uit de koelkast wordt gehaald geldt $t = 0$.

$$T = 20 - 16 \times 0,75^0 = 4$$

De melk heeft op het moment dat zij uit de koelkast wordt gehaald een temperatuur van 4°C .

d

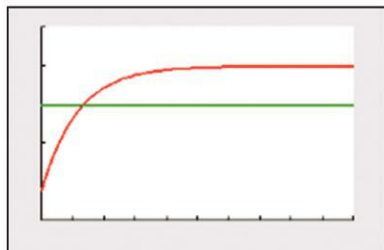
t	10	100	1000	10 000
T	19,0989	20,0000	20,0000	20,0000

De temperatuur van de melk nadert op den duur 20°C .

- e De op te lossen ongelijkheid is $20 - 16 \cdot 0,75^t > 15$.

Invoer: $y_1 = 20 - 16 \times 0,75^x$ en $y_2 = 15$

Venster: x van 0 tot 30 en y van 0 tot 25



Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(4,04; 15)$.

Na ruim vier minuten is de temperatuur van de melk hoger dan 15°C .

- T4 a De formule $P = 4,4a$ hoort bij een recht evenredig verband.

b $48 + 2a = 4,4a$

$$48 - 2,4a = 0$$

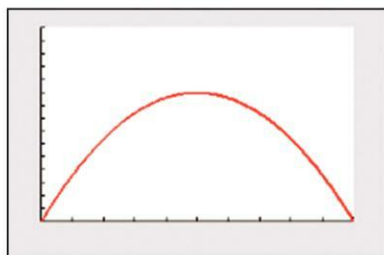
$$-2,4a = -48$$

$$a = 20$$

- c Je moet minstens 21 keer gaan zwemmen om met een abonnement voordeliger uit te zijn.

- T5 a Invoer: $y_1 = -0,1x^2 + 2x$

Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 15



- b Optie: nulpunten

De coördinaten van de snijpunten van de grafiek met de horizontale as zijn $(0, 0)$ en $(20, 0)$.

Na 20 meter komt de voetbal dus weer op de grond.

- c Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn $(10, 10)$.

De bal komt dus maximaal 10 meter hoog.

- d De teamgenoot is 18 meter verwijderd, dus $a = 18$.

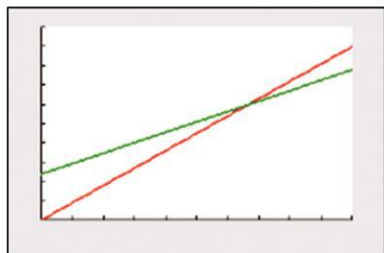
$$H = -0,1 \times 18^2 + 2 \times 18 = 3,6$$

Bij de teamgenoot heeft de bal een hoogte van 3,6 meter, de teamgenoot zal de bal dus niet kunnen binnenhouden.

T6 a De op te lossen ongelijkheid is $9a > 12\,000 + 5,4a$.

Invoer: $y_1 = 9x$ en $y_2 = 12\,000 + 5,4x$

Venster: x van 0 tot 5000 en y van 0 tot 50 000



Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (3333,33; 30 000).

Vanaf 3334 afvalbakken is de totale opbrengst groter dan de totale kosten.

b Bij 3000 verkochte afvalbakken zijn de totale kosten gelijk aan

$$TK = 12\,000 + 5,4 \times 3000 = \text{€} 28.200,-.$$

De verkoopprijs moet dan worden vastgesteld op $\text{€} 28.200,- : 3000 = \text{€} 9,40$.

c Bij een prijs van €8,40 per stuk verkoopt het bedrijf

$$a = 20\,800 - 1200 \times 8,4 = 10\,720 \text{ afvalbakken.}$$

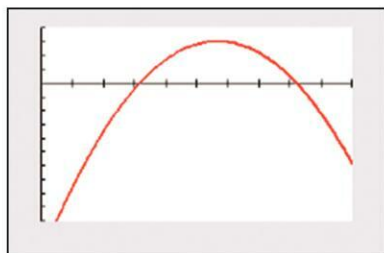
De totale opbrengst is dan gelijk aan $TO = 10\,720 \times 8,4 = \text{€} 90.048,-$ en de

totale kosten aan $TK = 12\,000 + 5,4 \times 10\,720 = \text{€} 69.888,-$.

De totale opbrengst is hoger dan de totale kosten, dus het bedrijf maakt winst.

d Invoer: $y_1 = -124\,320 + 27\,280x - 1200x^2$

Venster: x van 0 tot 20 en y van -100 000 tot 40 000



Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn (11,37; 30 721,33).

De totale winst is dus maximaal bij een prijs van €11,37 per afvalbak.

e De maximale winst is €30.721,33.

T7 a $x = 0$ invullen geeft:

$$5y + 2 \times 0 = 40$$

$$5y = 40$$

$$y = 8$$

Het snijpunt met de y -as heeft als coördinaten (0, 8), grafiek A hoort dus bij de formule $5y + 2x = 40$.

b $5y + 2x = 40$

$$5y = -2x + 40$$

$$y = -0,4x + 8$$

$$10y - x = 20$$

$$10y = x + 20$$

$$y = 0,1x + 2$$

$$\text{c } -0,4x + 8 = 0,1x + 2$$

$$-0,5x + 8 = 2$$

$$-0,5x = -6$$

$$x = 12$$

$$y = -0,4 \times 12 + 8 = 3,2$$

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (12; 3,2).

Extra oefening

E1 a 100 liter benzine weegt $105 - 25 = 80$ kg.

1 liter benzine weegt dus $80 : 100 = 0,8$ kg.

b Iedere liter benzine weegt 0,8 kg, er bestaat dus een lineair verband tussen G en l .

$$G = 0,8l + 25$$

c $0,8l + 25 = 93$

$$0,8l = 68$$

$$l = 85$$

Een vat dat 93 kg weegt, bevat 85 liter benzine.

E2 a $5x - 100 = 3x - 2$

$$2x - 100 = -2$$

$$2x = 98$$

$$x = 49$$

b $\frac{1}{2}p + 10 = p + 2$

$$p + 20 = 2p + 4$$

$$-p + 20 = 4$$

$$-p = -16$$

$$p = 16$$

c $5,3k - 29,7 = 2,1k + 12,3$

$$3,2k - 29,7 = 12,3$$

$$3,2k = 42$$

$$k = 13,125$$

d $0,7q + 3 = q - 12$

$$-0,3q + 3 = -12$$

$$-0,3q = -15$$

$$q = 50$$

E3 a $12a + 4b = 30$

$$4b = -12a + 30$$

$$b = -3a + 7\frac{1}{2}$$

b $2a + 1 = -2(2b - 3)$

$$2a + 1 = -4b + 6$$

$$-4b + 6 = 2a + 1$$

$$-4b = 2a - 5$$

$$b = -\frac{1}{2}a + 1\frac{1}{4}$$

c $3a - 7b = -3(4b - 2)$

$$3a - 7b = -12b + 6$$

$$3a + 5b = 6$$

$$5b = -3a + 6$$

$$b = -\frac{3}{5}a + 1\frac{1}{5}$$

d $\frac{1}{2}b - 3a = b + 10$

$$b - 6a = 2b + 20$$

$$-b - 6a = 20$$

$$-b = 6a + 20$$

$$b = -6a - 20$$

E4 a $W = 8 + 3 \times 2k$

$$W = 8 + 6k$$

b $P = 3\left(8 - \frac{1}{2}c\right) - 4$

$$P = 24 - 1\frac{1}{2}c - 4$$

$$P = 20 - 1\frac{1}{2}c$$

c $T = 11 - \frac{1}{4}(6m - 12)$

$$T = 11 - 1\frac{1}{2}m + 3$$

$$T = 14 - 1\frac{1}{2}m$$

E5 a Tabel A hoort bij een recht evenredig verband en tabel B hoort bij een omgekeerd evenredig verband.

A						B					
a	20	24	30	36	40	t	4	5	8	12	50
w	6	7,2	9	10,8	12	h	1,5	1,2	0,75	0,5	0,12

c Een recht evenredig verband, dus $w = c \cdot a$

$$c = 6 : 20 = 0,3$$

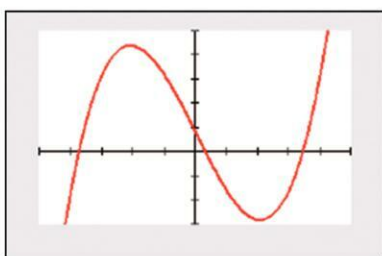
$$w = 0,3a$$

d Een omgekeerd evenredig verband, dus $h = \frac{c}{t}$

$$c = 4 \times 1,5 = 6$$

$$h = \frac{6}{t}, \text{ of } t \cdot h = 6 \text{ of } t = \frac{6}{h}$$

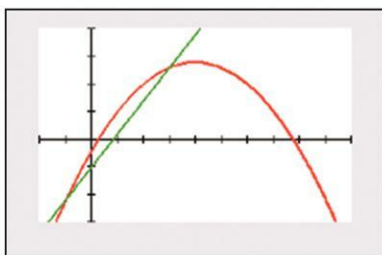
E6 Invoer: $y_1 = x^3 - 13x + 4$
Venster: x van -5 tot 5 en y van -15 tot 25



Optie: maximum, minimum

De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn $(-2,08; 22,04)$ en de coördinaten van de top van de grafiek die bij een minimum hoort zijn $(2,08; -14,04)$.

E7 a Invoer: $y_1 = -x^2 + 8x - 2$ en $y_2 = 6x - 5$
Venster: x van -2 tot 10 en y van -15 tot 20

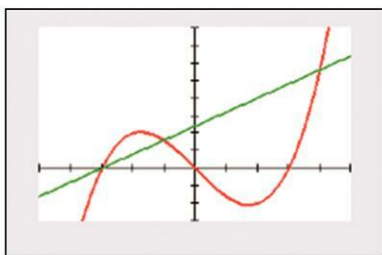


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1, -11)$ en $(3, 13)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x = -1$ en $x = 3$.

b Invoer: $y_1 = x^3 - 9x$ en $y_2 = 4x + 12$
Venster: x van -5 tot 5 en y van -15 tot 40

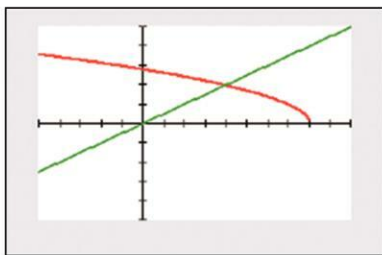


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-3, 0)$, $(-1, 8)$ en $(4, 28)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x = -3$, $x = -1$ en $x = 4$.

- c Invoer: $y_1 = \sqrt{8-x}$ en $y_2 = \frac{1}{2}x$
 Venster: x van -5 tot 10 en y van -5 tot 5

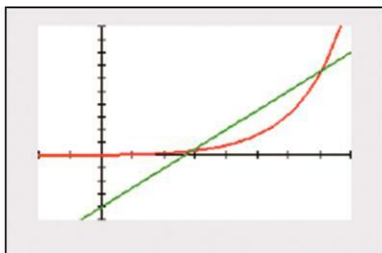


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(4, 2)$.

De oplossing van de vergelijking is $x = 4$.

- d Invoer: $y_1 = 0,1 \times 2^x$ en $y_2 = 3x - 8$
 Venster: x van -2 tot 8 en y van -10 tot 20



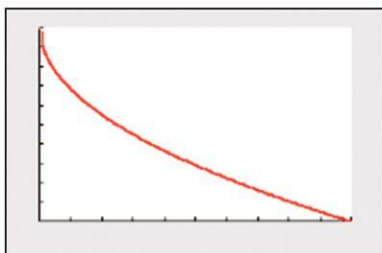
Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(2,92; 0,76)$ en $(7,03; 13,10)$.

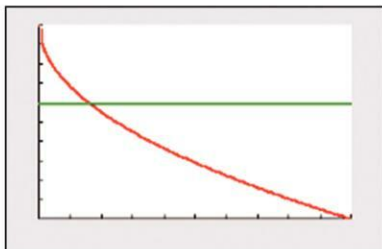
De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx 2,92$ en $x \approx 7,03$.

E8 a Deze formule heeft betekenis voor $t \geq 0$.

- b Invoer: $y_1 = 150 - \sqrt{45x}$
 Venster: bijvoorbeeld x van 0 tot 500 en y van 0 tot 150



- c Invoer: $y_1 = 150 - \sqrt{45x}$ en $y_2 = 90$
 Venster: x van 0 tot 500 en y van 0 tot 150



Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(80, 90)$.

Na meer dan 80 minuten is de waterhoogte dus minder dan 90 cm.

E9 a $20g + 11 = 15g + 17$

$$5g + 11 = 17$$

$$5g = 6$$

$$g = 1,2$$

Bij een gewicht van 1,2 kg zijn de veren even lang.

b $L = 20 \times 1,2 + 11 = 35$

De veren zijn dan 35 cm lang.

c $20g + 11 = 15g + 17 + 6,5$

$$20g + 11 = 15g + 23,5$$

$$5g + 11 = 23,5$$

$$5g = 12,5$$

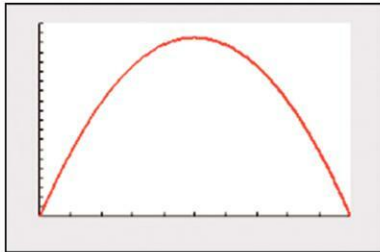
$$g = 2,5$$

Bij een gewicht van 2,5 kg is de linker veer 6,5 cm langer dan de rechter veer.

E10 a Wanneer h gelijk zou zijn aan $60 : 2 = 30$ cm, dan zou de goot geen breedte meer hebben. Dus moet h kleiner zijn dan 30 cm, maar groter dan 0 cm.

b Invoer: $y_1 = 7440x - 248x^2$

Venster: x van 0 tot 30 en y van 0 tot 60 000



c Optie: maximum

De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn (15, 55 800).

De goot bevat dus zoveel mogelijk water als $h = 15$.

d Er kan maximaal $55\,800 \text{ cm}^3 = 55,8$ liter water in de goot.

- 1** $10 - 3^2 \times 2 =$
 $10 - 9 \times 2 =$
 $10 - 18 = -8$, dus Ger heeft het juiste antwoord.
 Anton heeft eerst $10 - 3$ gedaan en krijgt dan $7^2 \times 2 = 49 \times 2 = 98$.
 Yoline heeft na het kwadraat uitrekenen eerst min in plaats van vermenigvuldigen gedaan. Ze kreeg $10 - 3^2 \times 2 = 10 - 9 \times 2 = 1 \times 2 = 2$.

- 2 a** $(8 - 3)^3 \times -4 =$
 $5^3 \times -4 =$
 $125 \times -4 = -600$
- b** $10 - 2 \times 4^2 + 3 \times 5 =$
 $10 - 2 \times 16 + 3 \times 5 =$
 $10 - 32 + 15 = -7$
- c** $\frac{\sqrt{16} \times 7}{13 + 1}$
 $\frac{4 \times 7}{13 + 1} =$
 $\frac{28}{14} = 2$
- d** $-5^2 - 7 + (-5)^2 =$
 $-25 - 7 + 25 = -7$
- e** $3 \times (4 + 16) - \sqrt{49} =$
 $3 \times (4 + 16) - 7 =$
 $3 \times 20 - 7 =$
 $60 - 7 = 53$
- f** $\frac{100}{8 + 4 \times 8} =$
 $\frac{100}{8 + 32} =$
 $\frac{100}{40} = 2\frac{1}{2}$

- 3 a** Deze berekening is niet correct ingevoerd. $9/(4 + 5)$
b Deze berekening is correct ingevoerd.
c Deze berekening is niet correct ingevoerd. $2 \times (12 + 1/2)$
d Deze berekening is niet correct ingevoerd. $\sqrt{(25 - 9)}$
e Deze berekening is niet correct ingevoerd. $\sqrt{(7 + 8/(3 + 1))}$

- 4 a** $3(x + 2) =$
 $3x + 6$
- b** $p(1,5 - p) =$
 $1,5p - p^2$
- c** $6(10 - \frac{1}{2}a) =$
 $60 - 3a$
- d** $A(A - 6) =$
 $A^2 - 6A$
- e** $7,2(2x + 6) =$
 $14,4x + 43,2$
- f** $x + 2(x + 1) =$
 $x + 2x + 2 =$
 $3x + 2$

- 5 a** $7x = 119$
 $x = 119 : 7 = 17$
- b** $x + 10 = 21$
 $x = 11$
- c** $1,2 - p = 0,3$
 $p = 0,9$
- d** $\frac{1}{2}k = 7$
 $k = 7 \times 2 = 14$
- e** $9 - x = 11$
 $x = -2$
- f** $2(t + 5) = 24$
 $t + 5 = 12$
 $t = 7$

- 6 a** Op het bordje moet 6 staan, want $18 : 6 = 3$.
b $1 + 2x = 6$
 $2x = 5$
 $x = 5 : 2 = 2,5$

- 7 a** Aan beide kanten van het gelijktteken staat de variabele x , je zou dan twee bordjes krijgen.
b Zij houdt dan de vergelijking $2x - 2 = 8$ over.

c $2x - 2 = 8$
 $2x = 10$
 $x = 10 : 2 = 5$

8 a $17x - 21 = 21 - 3x$
 $20x - 21 = 21$
 $20x = 42$
 $x = 42 : 20 = 2,1$

b $1,2(x + 3) = 0,7 - 4,6x$
 $1,2x + 3,6 = 0,7 - 4,6x$
 $5,8x + 3,6 = 0,7$
 $5,8x = -2,9$
 $x = -2,9 : 5,8 = -0,5$

c $\frac{24}{2x - 9} = 6$
 $2x - 9 = 4$
 $2x = 13$
 $x = 13 : 2 = 6,5$

d $3 = \sqrt{(12 - 6p)}$
 $12 - 6p = 9$
 $6p = 3$

$p = 3 : 6 = 0,5$

e $5\left(2\frac{1}{2}x + 6\right) = 55$

$12\frac{1}{2}x + 30 = 55$

$12\frac{1}{2}x = 25$

$x = 25 : 12\frac{1}{2} = 2$

f $\frac{-2x + 3}{5} = 15$

$-2x + 3 = 75$

$-2x = 72$

$x = 72 : -2 = -36$

9 a $R = \frac{60^2}{200} = 18$, de remweg bij 60 km per uur is 18 meter.

b Op het bordje moet het getal 10 000 staan, want $\frac{10000}{200} = 50$.

c $v^2 = 10000$
 $v = \sqrt{10000} = 100$

Bij een remweg van 50 meter hoort een snelheid van 100 km per uur.

10 a $2^3 \times 2^4 = 2^7$

b A $2^6 \times 2^3 = 2^9$
 B $5^2 \times 5^8 = 5^{10}$

C $7^4 \times 7 = 7^5$

D $5^2 \times 5^6 = 5^8$

11 a $(3^4)^5 = 3^4 \times 3^4 \times 3^4 \times 3^4 \times 3^4$
 $= 3^{4+4+4+4+4}$
 $= 3^{5 \times 4} = 3^{20}$

b A $(2^5)^3 = 2^{15}$
 B $(6^3)^7 = 6^{21}$

C $(3^4)^9 = 3^{36}$

D $(1,5^3)^6 = 1,5^{18}$

12 a $\frac{5^7}{5^3} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5}{5 \times 5 \times 5} = \frac{5 \times 5 \times 5 \times 5}{1} = 5^4$
 $\frac{2^9}{2^4} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{1} = 2^5$

b Je kunt de exponenten van elkaar aftrekken.

Je krijgt dan $\frac{2^{13}}{2^4} = 2^{13-4} = 2^9$

13 a $(2^3)^2 \times 2^7 =$
 $2^6 \times 2^7 = 2^{13}$

b $\frac{9^7}{9^6} = 9^1 = 9$

c $4^2 \times 4 \times (4^2)^5 =$
 $4^2 \times 4 \times 4^{10} = 4^{13}$

d $\frac{8 \times 8^6}{(8^3)^2} =$
 $\frac{8^7}{8^6} = 8^1 = 8$

14 a $h = 3^a \cdot 3^{3a} \cdot 3^{2a}$
 $h = 3^{6a}$

b $k = \frac{5^{5x}}{5^{4x}}$
 $k = 5^x$

c $y = 2^x \cdot 2 \cdot (2^4)^x$
 $y = 2^x \cdot 2 \cdot 2^{4x}$
 $y = 2^{5x+1}$

d $l = \frac{7^{2n} \cdot (7^n)^4}{7^4}$
 $l = \frac{7^{2n} \cdot 7^{4n}}{7^4}$
 $l = \frac{7^{6n}}{7^4}$
 $l = 7^{6n-4}$

15 a $4,39 \times 10^6 = 4\,390\,000$

b $3,0017 \times 10^2 = 300,17$

c $1,02 \times 10^{-5} = 0,000\,010\,2$

d $7,304 \times 10^{-2} = 0,073\,04$

16 a $217\,000\,000 = 2,17 \times 10^8$

b $90\,807\,000 = 9,0807 \times 10^7$

c $0,000\,000\,025 = 2,5 \times 10^{-8}$

d $0,000\,017 = 1,7 \times 10^{-5}$

17 a $3,2 \times 10^{11} + 1,8 \times 10^{12} = 2,12 \times 10^{12}$

b $\frac{9,9 \times 10^{-12}}{6,4 \times 10^{-15}} = 1546,875 \approx 1,55 \times 10^3$

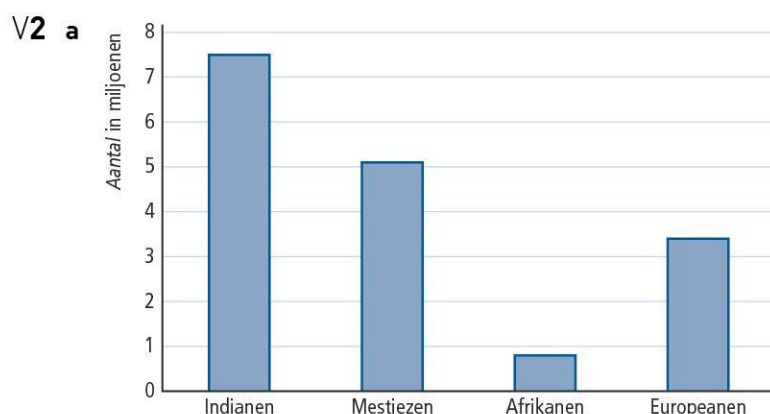
c $4\,213\,000 : 0,000\,021\,2 \approx 1,99 \times 10^{11}$

d $\frac{2 \times 10^5 + 7 \times 10^3}{8 \times 10^{-8} - 9 \times 10^{-7}} \approx -2,52 \times 10^{11}$

3 Statistische vraagstellingen

Voorkennis

- V1 a** 78 van de 1370 leerlingen gaan lopend naar school.
Dat is $(78 : 1370) \times 100\% \approx 5,7\%$.
- b** Het derde kwartiel is 30 minuten.
Dit betekent dat voor 75% van de patiënten de wachttijd korter is dan 30 minuten.
- c** In voorbeeld 3 is er geen verloop in de tijd. Het aantal Nederlanders is per land weergegeven en daartussen is geen verband te tekenen.
- d** In het lijndiagram kun je aflezen dat 5% van de beroepsbevolking op 1 januari 2012 werkloos is.
 5% van 10,8 miljoen is $0,05 \times 10,8 \text{ miljoen} = 0,54 \text{ miljoen}$.
Er waren 540 000 werklozen.



- b** De totale bevolking in Latijns-Amerika was
 $7,6 + 5,1 + 0,8 + 3,4 = 16,9 \text{ miljoen}$.
 $3,4 : 16,9 \times 100\% \approx 20,1\%$
In 1880 bestond de bevolking bestond voor ongeveer 20% uit Europeanen.
- V3 a** Het aantal leerlingen met een voldoende is $34 + 20 + 14 + 4 = 72$.
- b** Het totaal aantal cijfers is $6 + 39 + 34 + 20 + 14 + 4 = 117$.
 $((6 + 39) : 117) \times 100\% = 45 : 117 \times 100\% \approx 38,5\%$
Van de leerlingen heeft ongeveer 38,5% een onvoldoende.

- V4 a** De frequenties zijn absoluut.
- b** Er zijn 117 cijfers.
Het percentage leerlingen met een 4 is $6 : 117 \times 100\% \approx 5,1\%$.
Het percentage leerlingen met een 5 is $39 : 117 \times 100\% \approx 33,5\%$.
Op dezelfde manier bereken je de andere percentages.

cijfer	4	5	6	7	8	9
percentage	5,1	33,3	29,1	17,1	12,0	3,4

3.1 Wat is statistiek?

- intro**
- De maker heeft willen laten zien dat er een stijging is van de gemiddelde wintertemperatuur.
 - Nee want je ziet dat de gemiddelde wintertemperatuur per jaar erg kan verschillen.

- 1**
- a** - Welk gevoel jongeren ervaren bij contact via sociale media.
- Het verschil tussen meisjes en jongens bij de ervaring met sociale media.
- b** Het gaat over jongens en meisjes die gebruik maken van sociale media.
- c** In het staafdiagram lees je af dat 35% van de meisjes en 33% van de jongens het vervelend vindt om niet online te kunnen.
Dat is inderdaad meer dan 3 op de 10.
- d** Bijvoorbeeld:
- Positieve reacties via sociale media geven een goed gevoel, bij de meisjes nog wat meer dan bij de jongens.
- Er is slechts 5% van de jongeren die liever contact heeft via de sociale media dan direct contact.
- 2**
- a** De leerlingen hebben de volgende sporten gedaan: sprint, verspringen en vergooien.
- b** Er deden 74 leerlingen mee aan de sportdag.
- c** De leerlingen zijn 11 en 12 jaar oud. Het zijn leerlingen van een basisschool.
- d** Sorteert de waarden bij *sprint* oplopend.
De beste prestatie bij de sprint was 8,0 seconden. Deze prestatie werd door een jongen geleverd.
- 3**
- a** De populatie zijn de leerlingen die meededen aan de sportdag.
- b** Er zijn 74 leerlingen. Per leerling bevat de dataset vijf gegevens.
Er zijn dus totaal $74 \times 5 = 370$ data in de dataset opgenomen.
- c** De statistische variabelen zijn *geslacht*, *leeftijd*, *sprint*, *verspringen* en *vergooien*.
- d** A Sorteert de leerlingen op de variabele *sprint*, oplopend.
6 van de 10 snelste leerlingen is een meisje. Het is dus meer dan de helft.
B sorteert de leerlingen op de variabele *vergooien*, aflopend.
7 leerlingen gooide 33 meter of verder. Dit is $7 : 74 \times 100\% \approx 9,5\%$.
Deze uitspraak klopt.
- e** Bijvoorbeeld:
- De kleinste sprong is 190 cm en de grootste sprong is 390 cm.
- 25 van de 74 leerlingen sprongen minder ver dan 300 cm.
Dit is $25 : 74 \times 100\% \approx 34\%$.
- 4**
- a** De populatie zijn de leerlingen van de middelbare school.
- b** Bijvoorbeeld:
- Hoeveel euro per week geef je uit in de pauzes in de supermarkt?
- Hoeveel euro geef je per week uit in de kantine?
- Hoeveel euro per week gaf je vorig jaar uit in de pauzes in de supermarkt?
- Hoeveel euro gaf je vorig jaar per week uit in de kantine?
- Hoe belangrijk vind je het om gezond te eten?
- Vind je het eten in de kantine gezond?

3 Statistische vraagstellingen

- c** Bijvoorbeeld:
- leeftijd
 - geslacht
 - Het bedrag wat wordt uitgegeven aan eten in de pauzes in de supermarkt.
 - Het bedrag wat wordt uitgegeven aan eten in de pauzes in de kantine.
 - gewicht
 - lengte
- d** Bijvoorbeeld:
- Leerlingen zijn het schooljaar meer uit gaan geven in de supermarkt.
 - De leerlingen van 16 jaar en ouder zijn meer geld gaan uitgeven in de supermarkt.
 - Leerlingen zijn gezonder gaan eten.

5 De uitspraken A, B en E zijn statistische uitspraken.
Om deze uitspraken te kunnen doen moet er statistisch onderzoek gedaan zijn. De uitspraken C en D horen bij feiten en kunnen niet statistisch worden onderzocht.

- 04 a** De populatie bestaat uit de leerlingen van 4 havo.
- b** Bijvoorbeeld:
- Geef een cijfer voor de rit in het reuzenrad/ museum/avondwandeling/ musical.
 - Geef een cijfer voor het eten van de laatste avond.
 - Geef een cijfer voor het vervoer naar Londen.
 - Geef een cijfer voor de begeleiding.
 - Is het je eerste buitenlandse reis?
- c** Bijvoorbeeld:
- geslacht
 - leeftijd
 - kwaliteit hostel
 - waardering voor de rit in het reuzenrad
- d** Bijvoorbeeld:
- 60% van de jongens vonden de avondwandeling het mooist.
 - De leerlingen van 17 jaar en ouder vonden de musical het mooist.

- U1**
- Alleen gezinnen met kleine kinderen hebben kans om in de steekproef te vallen.
 - Gezinnen met meerdere kinderen kunnen vaker dan een keer in de steekproef komen.

3.2 Statistische variabelen

- intro**
- De variabelen zijn *aantal piraten*, *gemiddelde jaartemperatuur* en *jaartal*.
 - Je ziet dat de gemiddelde jaartemperatuur tussen 1820 en 2000 oploopt. Er wordt een verband gesuggereerd tussen de gemiddelde jaartemperatuur en het aantal piraten.

- 6 a De variabelen zijn *leerlingnummer*, *geslacht*, *geboortejaar*, *geboortemaand*, *gewicht*, *lengte*, *cijfergemiddelde*, *huiswerk*, *wiskundegroep*, *profiel* en *plezier (in school)*.
- b 200 cm is de maximale lengte.
- c Bij de variabelen *leerlingnummer*, *geboortejaar*, *gewicht*, *lengte*, *cijfergemiddelde* en *huiswerk* zijn de uitkomsten getallen.
- d In een frequentietabel bij de variabele *geboortejaar* zie je dat deze variabele loopt van 1998 tot en met 2001.
- e Maak een frequentietabel bij de variabele *geboortejaar*.

gebjaar	Frequentie
1998	6
1999	35
2000	106
2001	7
Totaal	154

profiel	Frequentie
NG	60
NT	41
EM	42
CM	11
Totaal	154

- f In een frequentietabel bij de variabele *profiel* zie je hoe vaak de uitkomsten CM, EM, NG en NT voorkomen.
- 7 a De variabele is *drankje*.
- b De waarden zijn cola, fanta, bronwater en sinaasappelsap.
- c De frequenties zijn respectievelijk 12, 5, 3 en 2.
- 8 a In een frequentietabel bij de variabele *Nederlands eind* zie je dat de waarden zijn 4, 5, 6, 7 en 8.
- b De frequentie is bij de waarde 5 is 19.
- c Het percentage leerlingen met een 5 als eindcijfer is:
 $19 : 73 \times 100\% \approx 26\%$.
 (Je kunt ook in het statistiekprogramma de frequenties op relatief zetten)
- d 26% van de leerlingen had als eindcijfer voor Nederlands een 5.
- 9 a De variabelen die zijn onderzocht zijn *ID*, *geslacht*, *studierichting*, *vooropleiding*, *jaar* en *studieduur*.
- b Van de variabelen *ID*, *jaar* en *studieduur* kun je een gemiddelde berekenen.
- c Alleen het uitrekenen van de variabele *studieduur* geeft zinvolle informatie.
- 10 De variabelen A en B zijn kwantitatief. Het gemiddelde van deze variabelen geeft zinvolle informatie.
 De variabelen C en D zijn kwalitatief, hier kun je geen gemiddelde van berekenen.
- 11 a Het gemiddelde geeft geen zinvolle informatie.
- b Het ID nummer is te herleiden tot een naam.
- c Het ID nummer is kwalitatief, het is een kenmerk.
- 12 De variabelen *verkoopprijs* en *lengte* zijn kwantitatief. Deze variabelen geven een 'hoeveelheid' weer.
 De variabelen *model*, *kleurstaal* en *motortype* zijn kwalitatief. Deze variabelen geven een kenmerk weer (in dit geval een type).

3 Statistische vraagstellingen

- 13 a** Kwantitatieve variabelen zouden in dit geval kunnen zijn *aantal uren bijbaantje*, *cijfergemiddelde* en *aantal uren huiswerk*.
De onderzoeksvragen zijn bijvoorbeeld:
- Hoeveel uur besteed je gemiddeld aan je huiswerk?
 - Hoeveel uur besteed je gemiddeld aan het bijbaantje?
 - Hoeveel onvoldoendes heb je gehaald?
 - Hoe groot was je gemiddelde cijfer op je 1e rapport?
- b** Kwalitatieve variabelen zouden kunnen zijn *plezier in werk* en *plezier in school*.
- Hoeveel plezier heb je in je werk?
 - Hoeveel plezier heb je in school?

- 07 a** De variabele is in dit geval *cijfer*.
b De waarden zijn 4, 5, 6, 7 en 8.
c De frequenties zijn respectievelijk 1, 3, 10, 6 en 2.

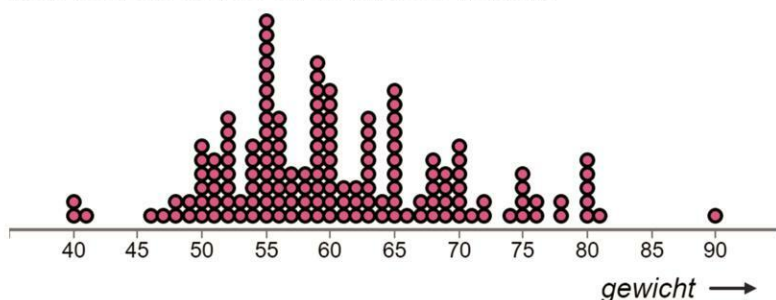
- 011 a** Het gemiddelde zegt niets over een kleur.
b Bij de waarden hoort een kleur.
c Ja, de variabele oogkleur is kwalitatief, want het getal is gekoppeld aan een kenmerk.

- U2 a** De statistische variabele is *het aantal botbreuken per dag*.
b Nee, want dit zijn de frequenties. De waarden zijn 0, 1, 2, 3, 4 en 5.

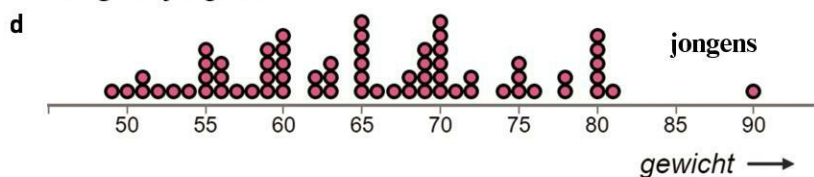
3.3 Data weergeven

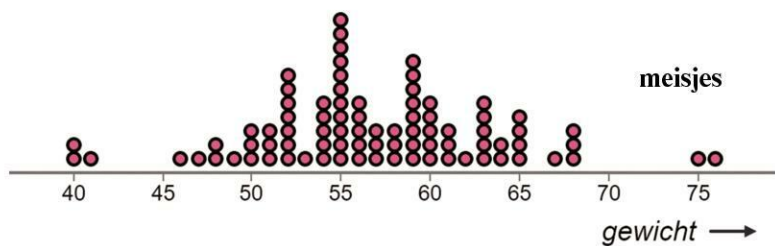
intro Europa en Canada, daar zijn naar verhouding weinig kinderen en dus veel ouderen.

- 14 a** Er zijn 11 leerlingen met een lengte van 170 cm (11 bolletjes).
b Kies voor een dotplot bij de variabele *gewicht*.



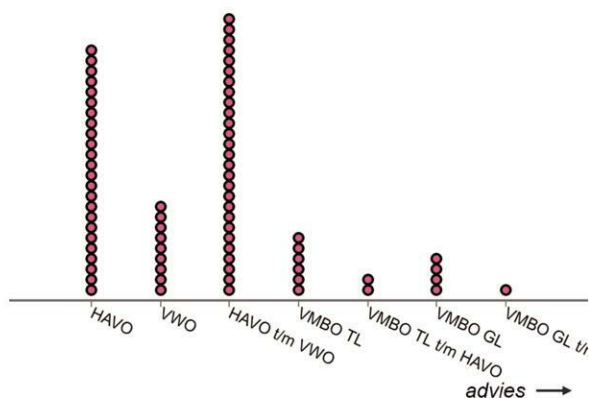
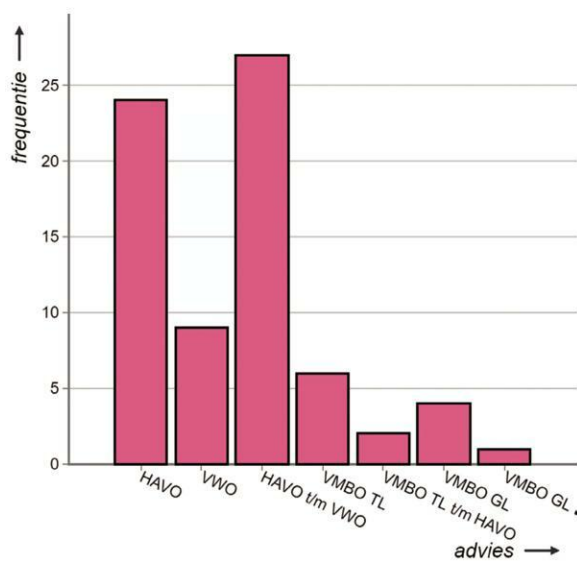
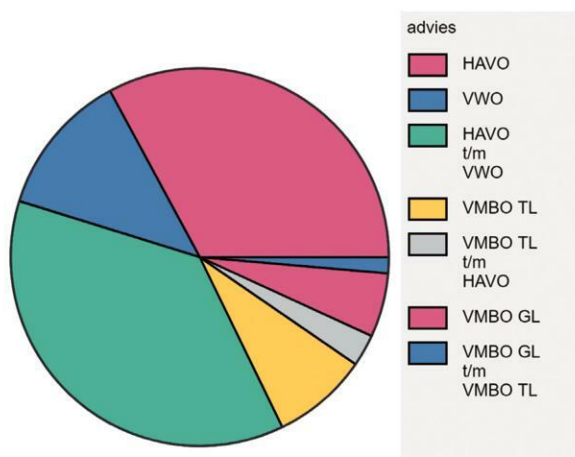
- c** Sorteert de leerlingen op gewicht. Je ziet dat de leerling met het gewicht van 71 kg een jongen is.





- e - Het gemiddelde gewicht van de meisjes is lager dan het gemiddelde gewicht van de jongens.
- Het verschil tussen de zwaarste en de lichtste jongen is groter dan het verschil tussen het zwaarste en lichtste meisje.

15 a



3 Statistische vraagstellingen

- b De afzonderlijke stippen van de dotplot kun je niet tellen.

Het staafdiagram en de cirkeldiagram geven een goed beeld van de aantallen en de verdeling bij de variabele *advies*.

c

advies	Frequentie	Relatief %
HAVO	24	32,9
VWO	9	12,3
HAVO t/m VWO	27	37,0
VMBO TL	6	8,2
VMBO TL t/m HAVO	2	2,7
VMBO GL	4	5,5
VMBO GL t/m VMBO TL	1	1,4
Totaal	73	100

- d Er zijn 24 leerlingen met het advies havo.

- e $24 : 73 \times 100\% \approx 33\%$

Ongeveer 33% van de leerlingen kreeg het advies havo.

(Je kunt ook in het statistiekprogramma de frequenties op relatief zetten)

f

	klas		
	5HA	5HB	5HC
advies	Frequentie	Frequentie	Frequentie
HAVO	9	6	9
VWO	4	3	2
HAVO t/m VWO	7	10	10
VMBO TL	3	1	2
VMBO TL t/m HAVO	0	0	2
VMBO GL	1	3	0
VMBO GL t/m VMBO TL	0	0	1
Totaal	24	23	26

- g In 5HB zitten de minste leerlingen met een HAVO advies.

- 16 a Met een tabel bij de variabele *resultaat* en gesplitst op *geslacht* kun je zien dat er meer jongens geslaagd zijn.

	geslacht	
	m	j
resultaat	Frequentie	Frequentie
geslaagd	28	38
afgewezen	6	1
Totaal	34	39

- b In een tabel bij de variabele *resultaat* en gesplitst op *klas* kun je zien dat in 5HC de meeste leerlingen geslaagd zijn.

	klas		
	5HA	5HB	5HC
resultaat	Frequentie	Frequentie	Frequentie
geslaagd	21	20	25
afgewezen	3	3	1
Totaal	24	23	26

- c In een tabel bij de variabele *klas* en gesplitst op *profiel* zie je dat er 5 leerlingen in 5Hb het profiel NG gedaan hebben.
Sorteer alle leerlingen op resultaat en loop na welke leerlingen afgewezen zijn met profiel NG uit klas 5HB.
Er is één leerling afgewezen, dan zijn er dus vier geslaagd.

- 17 a In een frequentietabel bij de variabele *studierichting* zie je dat de meeste hbo studenten kozen voor Sociale vakken.

Studierichting	Frequentie
Onderwijs	262
Talen en Geschiedenis	204
Sociale vakken	519
Natuur en Informatica	190
Techniek	243
Landbouw	106
Gezondheidszorg	349
Dienstverlening	238
Totaal	2111

- b In een frequentietabel bij de variabele *studierichting* en gesplitst op *vooropleiding* zie je dat bij de sociale vakken de vooropleiding havo het vaakst voorkomt, maar relatief gezien is dat mbo.

	Vooropleiding		
	MBO	HAVO	VWO
Studierichting	Frequentie	Frequentie	Frequentie
Onderwijs	97	106	59
Talen en Geschiedenis	57	89	58
Sociale vakken	184	225	110
Natuur en Informatica	67	88	35
Techniek	82	102	59
Landbouw	43	48	15
Gezondheidszorg	134	147	68
Dienstverlening	72	109	57
Totaal	736	914	461

- c In een frequentietabel bij de variabele *studierichting* en gesplitst op *vooropleiding* zie je dat 225 van de havo leerlingen gekozen hebben voor de studierichting 'sociale vakken'.
- d $48 + 15 = 63$ leerlingen van havo en vwo hebben gekozen voor Landbouw.
In totaal waren er $914 + 461 = 1375$ leerlingen havo en vwo.
 $63 : 1375 \times 100\% \approx 4,5\%$
Ongeveer 4,5% van de studenten met een havo of vwo voor opleiding hebben voor gekozen voor Landbouw.

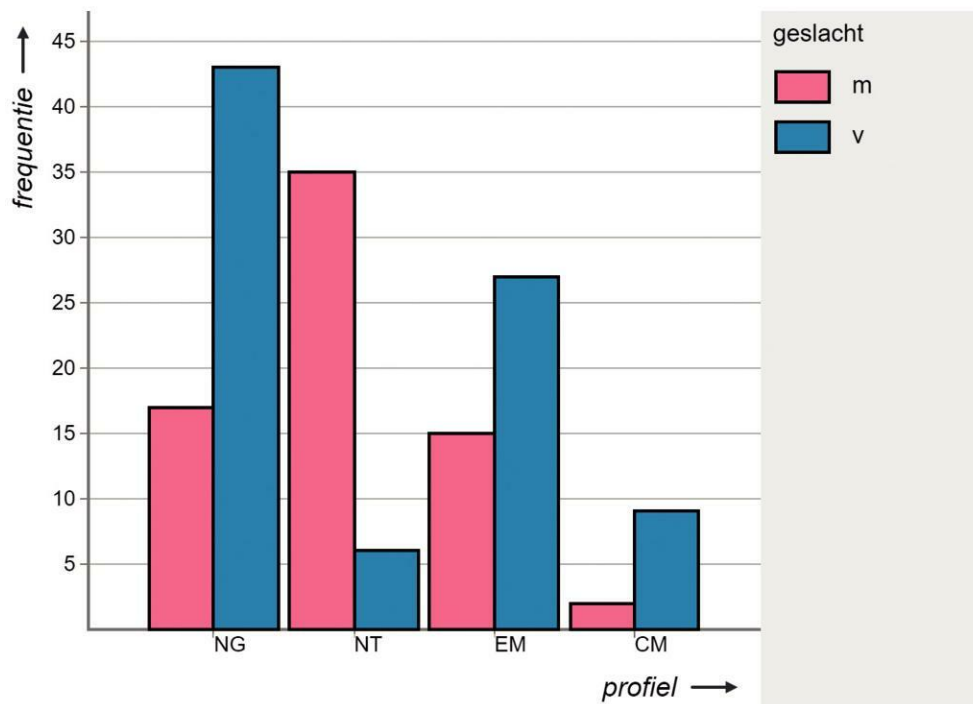
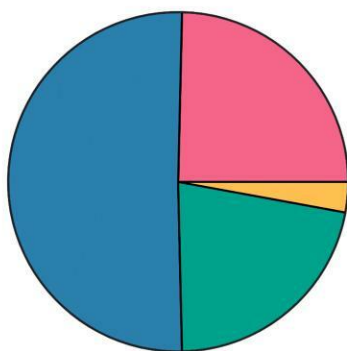
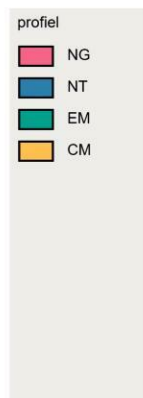
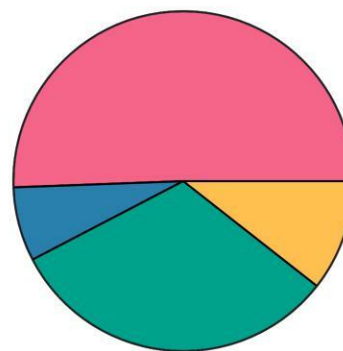
- 18 a In 2018 is het gemiddelde lager dan in 2016 en 2017. De daling t.o.v. 2016 is echter maar van 6,87 naar 6,82, dus 0,05 punten.
- b De as begint bij 6,81 en heeft stapgrootte 0,02.

- 19 a Het lijndiagram gaat over de variabelen *jaar*, *inzittende personen auto's*, *fietzers* en *totaal aantal doden*.
- b Om het verloop in de tijd beter weer te geven.
- c Het absolute aantal is afgenomen van 250 naar 206.

3 Statistische vraagstellingen

- d Het totale aantal is veel sterker afgenomen. Dus relatief is het aantal verkeersdoden op de fiets toegenomen.
- e Het absolute aantal is afgenomen, dus het is iets minder gevaarlijk geworden.
- f Bijvoorbeeld:
Het aantal doden onder inzittende in auto's is sterker afgenomen dan het aantal doden onder de fietsers.

016 a



	geslacht	
	m	v
profiel	Frequentie	Frequentie
NG	17	43
NT	35	6
EM	15	27
CM	2	9
Totaal	69	85

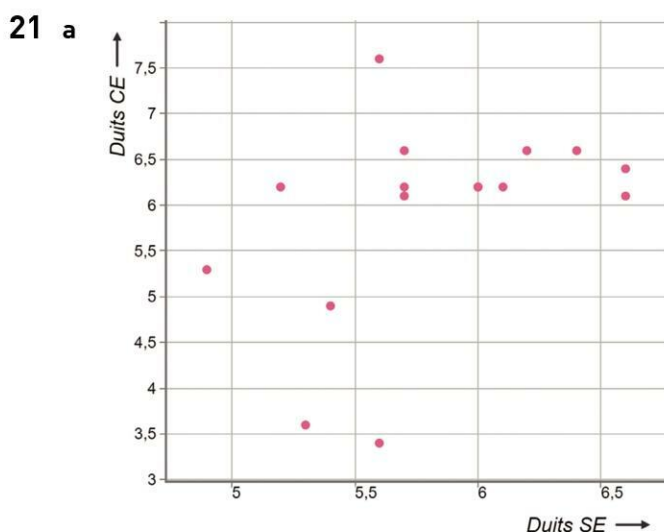
- b In het staafdiagram zie je direct dat bij het profiel CM, het aantal meisjes absoluut het grootste is.
- c In het cirkeldiagram zie je dat relatief meer meisjes profiel EM volgen.
- d Dat zie je het makkelijkst in de frequentietabel.

- U3 a** In China is één rood muntje 6 miljard waard.
 In Ierland is één rood muntje $64 : 8 = 8$ miljard waard.
 Een groen muntje bij Luxemburg is $10 : 2 = 5$ miljard waard.
- b** Dat hebben de makers gedaan om globaal de verschillen aan te geven.
 Omdat de muntjes ongeveer 8 miljard waard zijn, is het niet mogelijk om de verschillen precies aan te geven.
- c** Bij China is de staatsschuld veel kleiner, dus China lijkt het beter te doen.
- d** De netto staatsschuld bij VS is 13 miljard en bij China 11,5 miljard, dus ongeveer gelijk.
 De verhouding schuld t.o.v. tegoed is bij de VS veel kleiner ($122 : 109 \approx 1,1$) dan bij China ($12 : 0,5 = 24$)
- e** Netto staatsschuld van Frankrijk is $254 - 138 = 116$ miljard.
 Netto staatsschuld Luxemburg $114 - 10 = 104$ miljard.
- f** Dat hangt ervan af wat je wilt aantonen met de gegevens.

3.4 Variabelen vergelijken

intro Het gasverbruik gaat omhoog als de gemiddelde jaartemperatuur daalt.
 Dat is ook wat je verwacht.

- 20 a** Er staan 18 stippen, er zijn dus 18 leerlingen.
- b** Het aantal stippen rechts of op de lijn $SE = 6$ is 9.
 Er zijn dus 9 leerlingen met een SE cijfer van 6 of hoger.
- c** Het aantal stippen op en boven de lijn $CE = 6$ is 13.
 Er zijn dus 13 leerlingen met een CE cijfer van 6 of hoger.
- d** De punten liggen in de buurt van een stijgende lijn.
 Een laag cijfer op SE geeft ook vaak een laag cijfer op het CE.
 Een hoog cijfer op het SE geeft ook vaak een hoog cijfer op het CE.
- e** De lijn door de punten (3, 3) en (9, 9) geeft het resultaat waar leerlingen op CE en SE even hoog scoorden. Onder die lijn zijn de leerlingen die op het CE lager scoorden. Er liggen 4 stippen onder deze lijn.
 Er zijn dus vier leerlingen met een lager cijfer op het CE dan op het SE.



3 Statistische vraagstellingen

- b Bij wiskunde B liggen de punten meer op één lijn. Daar is het verband dus sterker.
- c De lesstof die getoetst wordt op het SE en CE bij wiskunde B is ongeveer gelijk. Bij Duits is er een verschil tussen de getoetste lesstof op het SE en CE.

- 22**
- a Deze variabelen zijn kwalitatief.
 - b Het zijn 7 punten. De combinaties geslacht en profiel, dit zijn maximaal 8 mogelijkheden. Alleen geen stip bij het profiel meisje in combinatie met NT.
 - c De punten vallen samen. Je ziet niet hoeveel leerlingen bij een bepaalde combinatie horen.
 - d Je kunt dit beter vergelijken met een tabel.

- 23** a Maak een tabel bij de variabele *geslacht* en splits op *wisgroep*.

geslacht	wisgroep		Totaal
	A	B	
m	13	56	69
v	30	55	85
Totaal	43	111	154

- b Ongeveer $13 : 69 \times 100\% \approx 18,8\%$ van de jongens koos voor wiskunde A.
- c Ongeveer $30 : 85 \times 100 \approx 35,3\%$ van de meisjes koos voor wiskunde A.
- d De meisjes kozen relatief vaker voor wiskunde A dan de jongens.

- 24** a De variabele *profiel* is kwalitatief en de variabele *Engels Eind* is kwantitatief.

b

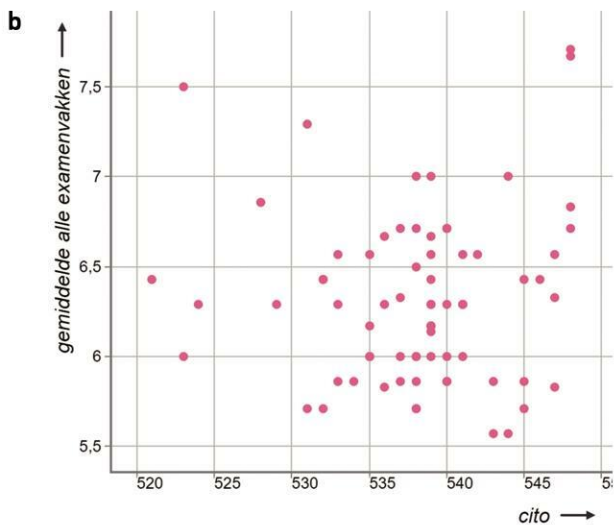
profiel	Engels Eind					Totaal
	4	5	6	7	8	
EM	2	7	9	11	0	29
NG	4	7	6	5	1	23
CM	0	0	3	2	4	9
NT	0	3	3	5	1	12
Totaal	6	17	21	23	6	73

- c In de tabel zie je dat in het profiel EM het aantal leerlingen met een 6 het hoogst is.
- d Kies voor rijpercentage.

profiel	Engels Eind					Totaal
	4	5	6	7	8	
EM	6,9%	24,1%	31,0%	37,9%	0,0%	100%
NG	17,4%	30,4%	26,1%	21,7%	4,3%	100%
CM	0,0%	0,0%	33,3%	22,2%	44,4%	100%
NT	0,0%	25,0%	25,0%	41,7%	8,3%	100%
Totaal	-	-	-	-	-	-

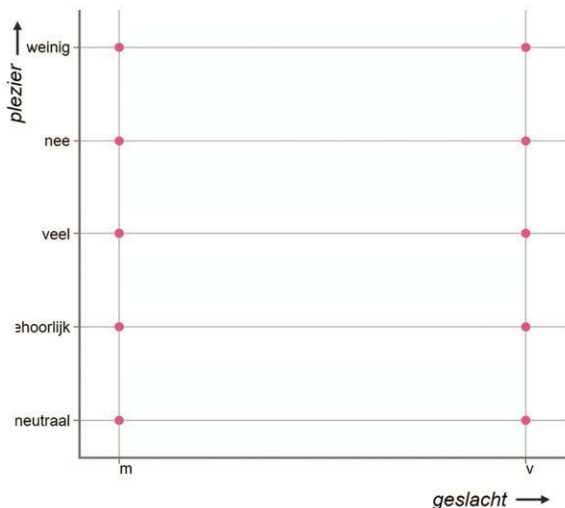
In de tabel zie je dat in het profiel CM het percentage leerlingen met een 6 het hoogst is.

- 25 a** Het zijn kwantitatieve variabelen. Een puntenwolk geeft de meeste informatie.



Nee, er lijkt geen verband te zijn tussen de CITO-score en het gemiddelde eindexamencijfer.

- 022 a** De variabelen *geslacht* en *plezier* zijn kwalitatief
b Op de horizontale as komen twee waarden (m en v)
c Op de verticale as komen vijf waarden (nee, weinig, neutraal, behoorlijk en veel)
d Er komen maximaal $2 \times 5 = 10$ punten in de puntenwolk.
e Ja, het komt overeen met het antwoord van opdracht d.



- f** De waarnemingen vallen samen, er valt niets te zeggen over de frequentie van de verschillende combinaties tussen de kwalitatieve variabelen.

- 023 a** Van de jeugd heeft $5 : 8 \times 100\% = 62,5\%$ gekozen voor kruisboogschieten. Van de volwassenen heeft $15 : 26 \times 100\% \approx 57,7\%$ gekozen voor kruisboogschieten.
b Bij de jeugd, daar is het percentage groter.
c Van de handboogschutters hoort $3 : 14 \times 100\% \approx 21,4\%$ tot de jeugd. Van de kruisboogschutters hoort $5 : 20 \times 100\% = 25\%$ tot de jeugd.
d De instructeur van de kruisboogschutters heeft naar verhouding de meeste jeugd.

3 Statistische vraagstellingen

U4

klasse	overleefd		Totaal
	ja	nee	
1	62,5%	37,5%	100%
2	41,4%	58,6%	100%
3	25,2%	74,8%	100%
Totaal	-	-	-

geslacht	overleefd		Totaal
	ja	nee	
m	20,1%	79,9%	100%
v	72,5%	27,5%	100%
Totaal	-	-	-

leeftijd	overleefd		Totaal
	ja	nee	
v	36,6%	63,4%	100%
k	52,3%	47,7%	100%
Totaal	-	-	-

Kinderen lijken een iets grotere overlevingskans gehad te hebben.
 Ook heeft de klasse invloed gehad op de overlevingskans. Passagiers van de 1^e klasse hadden een ruim twee keer zo grote kans als de passagiers van de 3^e klasse. Het grootste verschil zie je bij de variabele geslacht. Vrouwen hadden meer dan 72% kans om te overleven, mannen slechts 20% kans. Vrouwen hadden dus meer dan drie keer zo grote kans om te overleven.

3.5 Groepen vergelijken

intro Het aantal onderzochte huishoudens in Spanje (572) is groter dan in Nederland (437). Met absolute aantallen kun je niet vergelijken. Om dit te vergelijken kun je het gemiddelde aantal personen per huishouden bekijken. In Nederland is dit ongeveer 4,1 en in Spanje is het gemiddelde ongeveer 4,0. Dus het gemiddelde is in Nederland hoger. Je kunt ook kijken hoeveel procent van de huishoudens uit 6 of meer personen bestaat. Het percentage gezinnen met 6 personen of meer is in Nederland $54 : 437 \times 100\% \approx 12\%$ en in Spanje is dit $57 : 572 \times 100\% \approx 10\%$. Het aantal personen per huishouden is op de school in Nederland groter dan op de school in Spanje.

26 a

plezier	geslacht		Totaal
	m	v	
neutraal	18	22	40
behoorlijk	22	24	46
veel	12	14	26
nee	4	10	14
weinig	13	15	28
Totaal	69	85	154

plezier	geslacht		Totaal
	m	v	
neutraal	45,0%	55,0%	100%
behoorlijk	47,8%	52,2%	100%
veel	46,2%	53,8%	100%
nee	28,6%	71,4%	100%
weinig	46,4%	53,6%	100%
Totaal	-	-	-

- b Absoluut gezien hebben meer meisjes (14) dan jongens (12) veel plezier in school.
- c Relatief gezien hebben meer jongens (17,4%) dan meisjes (16,5%) plezier in school.
- d Het aantal meisjes is niet gelijk aan het aantal jongens in de dataset. Er zitten meer meisjes (85) in de dataset dan jongens (69).
- e De percentages geven het beter weer. Je kunt absolute aantallen van groepen van verschillende grootte niet goed vergelijken.

27

plezier	profiel				Totaal
	NG	NT	EM	CM	
neutraal	16	12	11	1	40
behoorlijk	20	13	10	3	46
veel	9	6	7	4	26
nee	4	4	5	1	14
weinig	11	6	9	2	28
Totaal	60	41	42	11	154

plezier	profiel				Totaal
	NG	NT	EM	CM	
neutraal	40,0%	30,0%	27,5%	2,5%	100%
behoorlijk	43,5%	28,3%	21,7%	6,5%	100%
veel	34,6%	23,1%	26,9%	15,4%	100%
nee	28,6%	28,6%	35,7%	7,1%	100%
weinig	39,3%	21,4%	32,1%	7,1%	100%
Totaal	-	-	-	-	-

Michel heeft geen gelijk. Absoluut gezien gaan in het profiel NG de meeste leerlingen met veel plezier naar school. Relatief gezien is dat in het profiel CM.

- 28 a Met een frequentietabel zie je dat 0 veel vaker voorkomt.
Er zullen meer niet bril dragers zijn dan bril dragers dus, 0 betekent geen bril, 1 betekent wel een bril.
- b Er zullen meer rechtshandigen zijn dan linkshandigen, dus 0 betekent rechtshandig, 1 betekent linkshandig.
- c Maak een frequentietabel bij de variabele *bril* en splits op *leeftijd*.
Kies voor relatieve aantallen.

	bril	
	0	1
leeftijd	Frequentie	Frequentie
10	214	58
11	0	0
12	111	21
Totaal	325	79

Bij de 10 jarigen draagt $58 : 272 \times 100 \approx 21,3\%$ een bril.

Bij de 12 jarigen draagt $21 : 132 \times 100 \approx 15,9\%$ een bril.

In de leeftijdsgroep 10 jarigen zitten naar verhouding de meeste bril dragers.

- d Maak een frequentietabel bij de variabele *links- of rechtshandig* en splits op *leeftijd*.

	links- of rechtshandig	
	0	1
leeftijd	Frequentie	Frequentie
10	236	36
11	0	0
12	117	15
Totaal	353	51

Bij de 10 jarigen is $36 : 272 \times 100 \approx 13,2\%$ linkshandig.

Bij de 12 jarigen is $15 : 132 \times 100 \approx 11,4\%$ linkshandig.

In de leeftijdsgroep 10 jarigen zitten naar verhouding de meeste linkshandigen.

3 Statistische vraagstellingen

29 a Waarschijnlijk is er geen verschil tussen jongens en meisjes.

b

geslacht	links- of rechtshandig		Totaal
	0	1	
jongen	180	29	209
meisje	173	22	195
Totaal	353	51	404

c Het absolute aantal meisjes en jongens verschilt weinig.

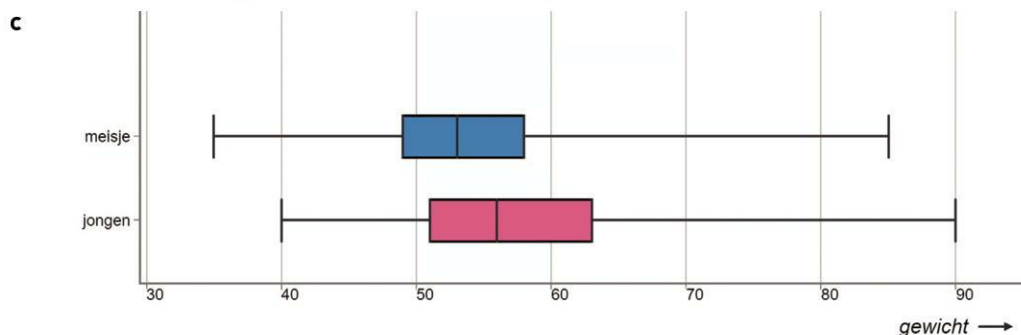
d Jongens en meisjes zijn naar verhouding even vaak linkshandig.

30 a De variabele *geslacht* is kwalitatief en de variabele *gewicht* is kwantitatief.

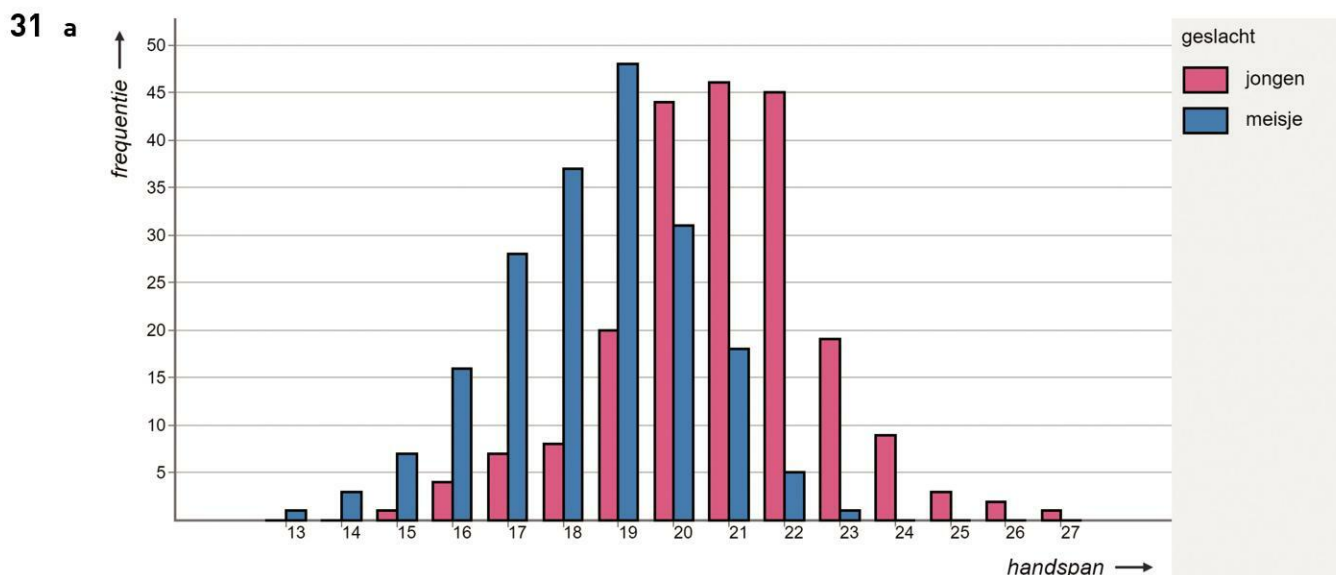
b

geslacht	gewicht											Totaal
	35 -< 40	40 -< 45	45 -< 50	50 -< 55	55 -< 60	60 -< 65	65 -< 70	70 -< 75	75 -< 80	80 -< 85	85 -< 90	
jongen	0	14	29	43	46	31	22	9	8	5	0	207
meisje	6	8	36	63	43	26	6	4	1	1	1	195
Totaal	6	22	65	106	89	57	28	13	9	6	1	402

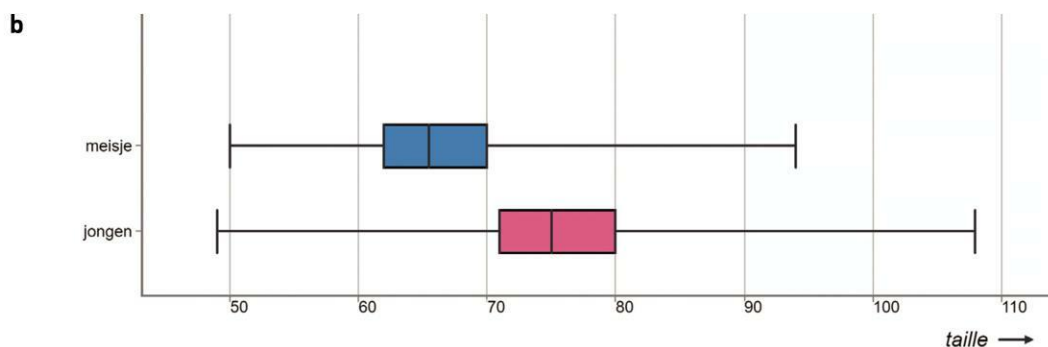
De kruistabel is groot omdat de variabele gewicht heel veel waarden heeft.



d De jongens zijn naar verhouding zwaarder dan de meisjes. Je ziet dat de boxplot van de jongens meer naar rechts ligt.



Je ziet dat het staafdiagram van de handspan van de jongens meer naar rechts ligt dan die van de meisjes. De handspan van de jongens is naar verhouding groter.



De taille van de jongens is groter, want de boxplot van de jongens ligt meer naar rechts.

- 32** Omdat tongrollen maar twee waarden heeft (0 of 1) kun je hier het beste een kruistabel maken.

	geslacht	
	jongen	meisje
tong_rollen	Frequentie	Frequentie
1	163	142
0	46	53
Totaal	209	195

Naar verhouding kunnen de jongens vaker tongrollen dan de meisjes.

027 a

plezier	profiel				Totaal
	NG	NT	EM	CM	
neutraal	16	12	11	1	40
behoorlijk	20	13	10	3	46
veel	9	6	7	4	26
nee	4	4	5	1	14
weinig	11	6	9	2	28
Totaal	60	41	42	11	154

- b** Het aantal leerlingen per profiel verschilt hiervoor te veel.
c Kies voor kolompercentage.

plezier	profiel				Totaal
	NG	NT	EM	CM	
neutraal	26,7%	29,3%	26,2%	9,1%	-
behoorlijk	33,3%	31,7%	23,8%	27,3%	-
veel	15,0%	14,6%	16,7%	36,4%	-
nee	6,7%	9,8%	11,9%	9,1%	-
weinig	18,3%	14,6%	21,4%	18,2%	-
Totaal	100%	100%	100%	100%	-

In de frequentietabel zie je dat 18,2% van de leerlingen met profiel CM met weinig plezier naar school gaat.

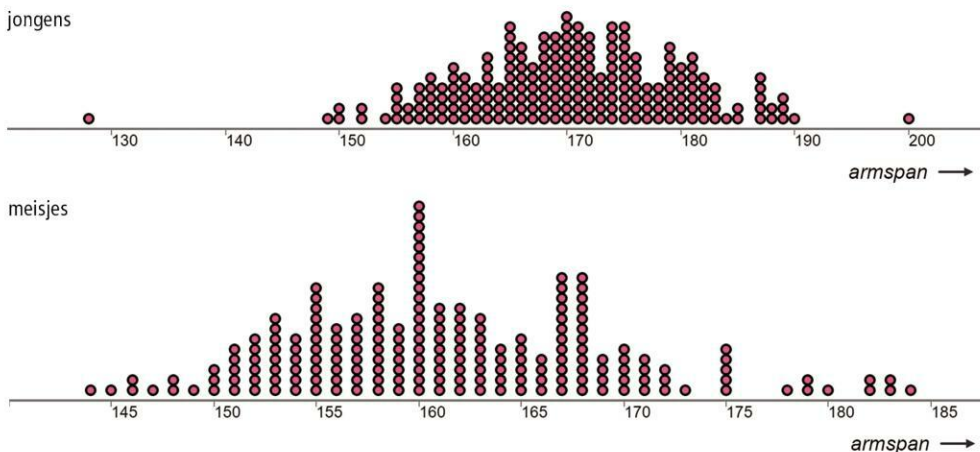
3 Statistische vraagstellingen

d Kies voor rijpercentage.

plezier	profiel				Totaal
	NG	NT	EM	CM	
neutraal	40,0%	30,0%	27,5%	2,5%	100%
behoorlijk	43,5%	28,3%	21,7%	6,5%	100%
veel	34,6%	23,1%	26,9%	15,4%	100%
nee	28,6%	28,6%	35,7%	7,1%	100%
weinig	39,3%	21,4%	32,1%	7,1%	100%
Totaal	-	-	-	-	-

Bij het profiel NG gaan de meeste leerlingen met weinig plezier naar school.

031 a jongens



b De punten tellen is lastig. Je kunt ook een kruistabel maken.

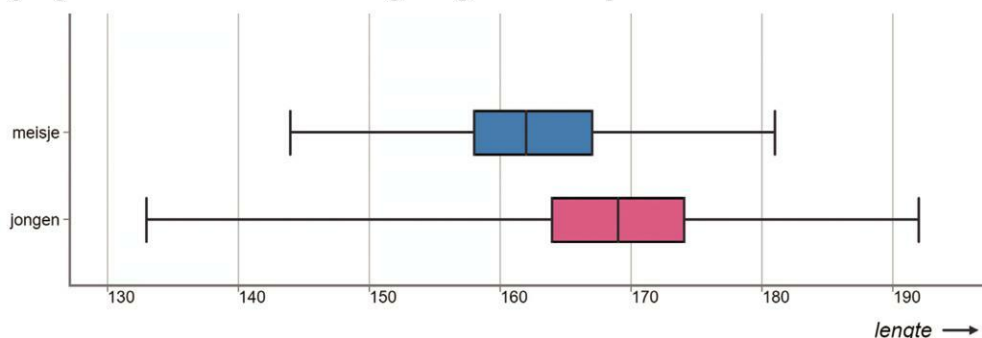
armspan	geslacht		Totaal
	jongen	meisje	
120 -< 130	1	0	1
130 -< 140	0	0	0
140 -< 150	1	8	9
150 -< 160	24	72	96
160 -< 170	68	88	156
170 -< 180	78	21	99
180 -< 190	35	6	41
190 -< 200	1	0	1
Totaal	208	195	403

$(78 + 35 + 1) : 208 \times 100\% = 55\%$ van de jongens hebben een armspan van meer dan 170 cm.

$(21 + 6) : 195 \times 100\% = 13,9\%$ van de meisjes hebben een armspan van meer dan 170 cm.

c De jongens hebben naar verhouding een grotere armspan.

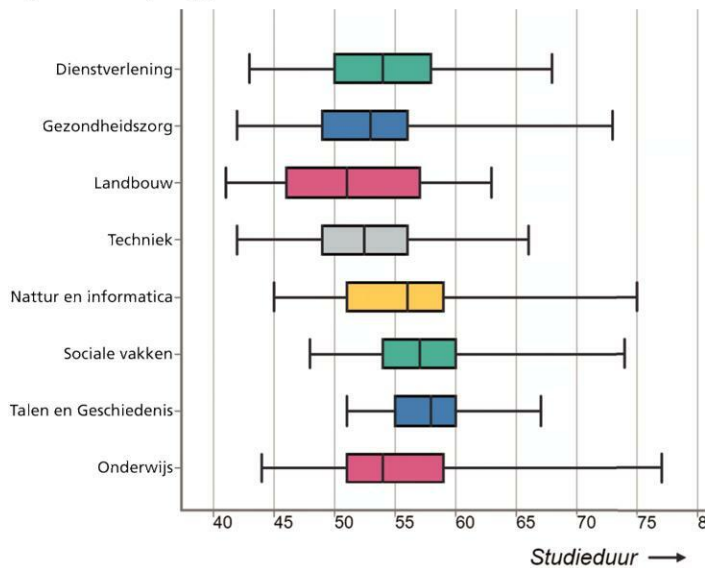
d



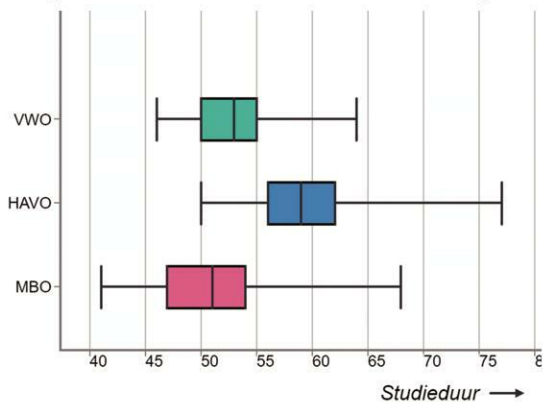
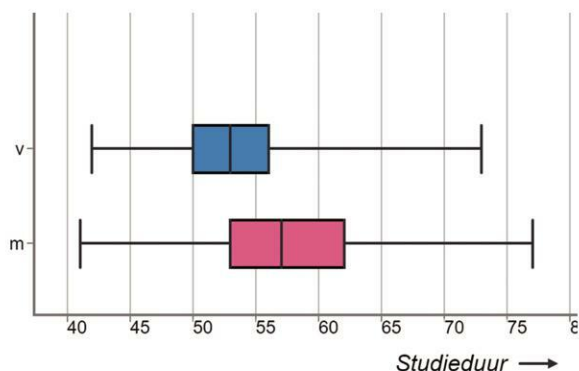
e De jongens zijn naar verhouding het langst, want de boxplot van de jongens ligt meer naar rechts.

U5

Maak een boxplot bij de variabele *studieduur* en splits op *studierichting*.
Je ziet dat de waarden bij Talen en Geschiedenis het dichtst bij elkaar liggen.
Bij Onderwijs liggen die het verst uit elkaar.



Maak een boxplot bij de variabele *studieduur* en splits op *vooropleiding*.
Bij havo en mbo is het verschil tussen de langste studieduur en kortste studieduur groter dan bij vwo. De studieduur van de mbo leerlingen is duidelijk korter dan die van de havo leerlingen.

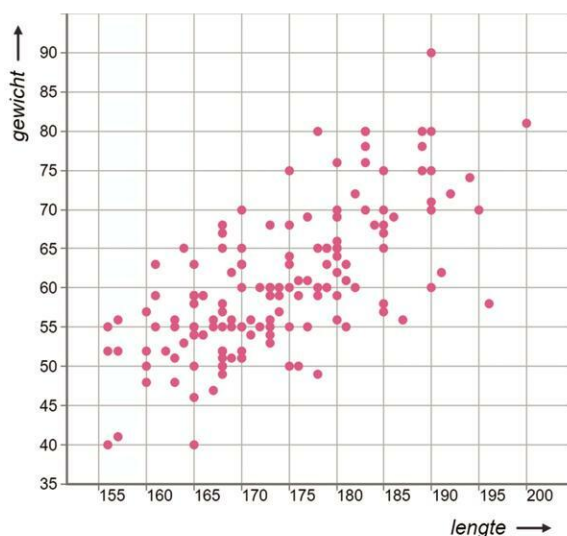


De studieduur bij de mannen is langer dan bij de vrouwen.

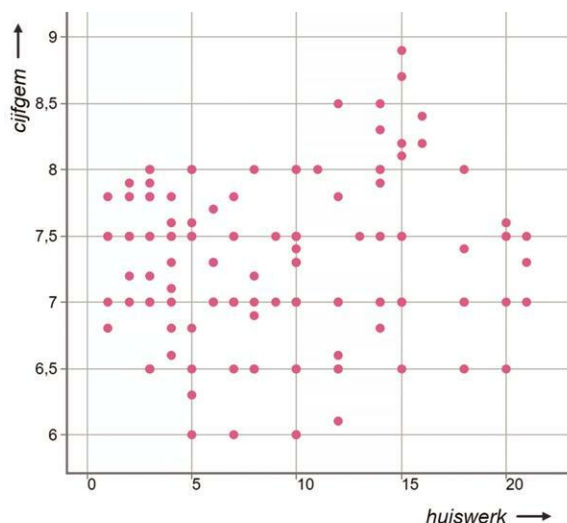
3.6 Gemengde opdrachten

- 33 a**
- Neemt het aantal jongeren met overgewicht toe?
 - Willen ouderen die nog thuis wonen naar een andere woonvorm?
 - Verandert bij de jongeren de waardering voor het vak Duits?
- b**
- De populatie is jongeren.
 - De populatie is ouderen.
 - De populatie is jongeren.
- c**
- De variabelen *leeftijd* en *gewicht*.
 - De variabelen zijn *leeftijd*, *woonsituatie* en *tevredenheid*.
 - De variabelen zijn *leeftijd* en de *waardering voor het vak Duits in een aantal verschillende jaren*.
- d** De variabelen *leeftijd* en *gewicht* zijn kwantitatief. De andere variabelen zijn kwalitatief.

34 a

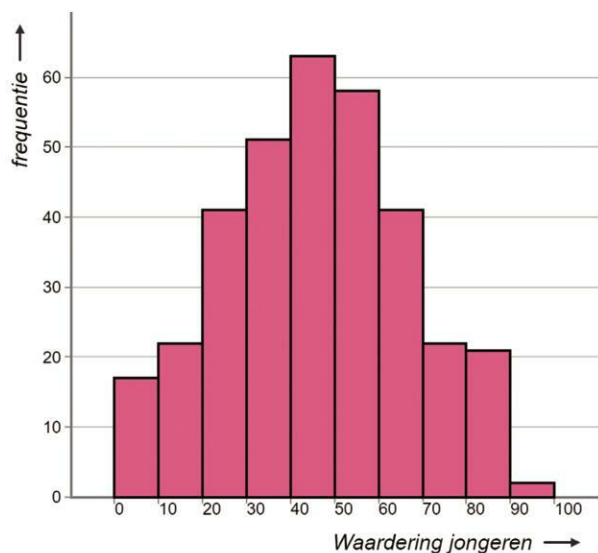
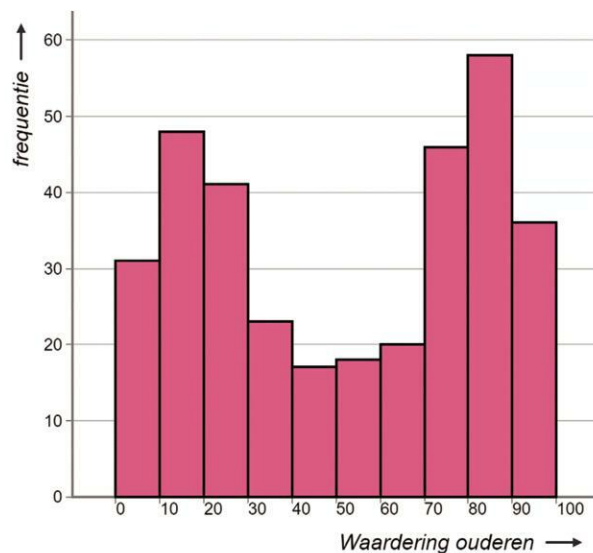


- b** Deze leerling heeft lengte van 200 cm en gewicht van 81 kg
- c** Dan vallen de punten samen.
- d** De punten liggen rond een stijgende lijn.
- e** Kies voor puntenwolk met op horizontale as *cijfgem* en op de verticale as *huiswerk*.

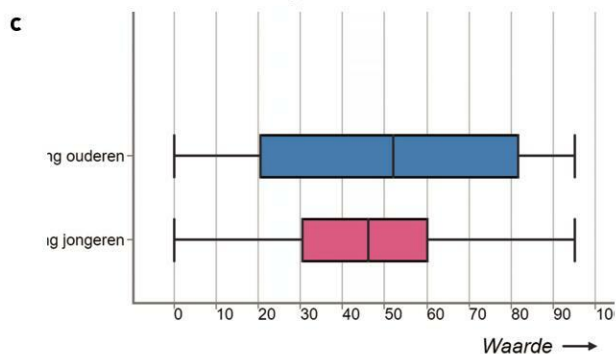


Je ziet dat er nauwelijks samenhang is.

35 a



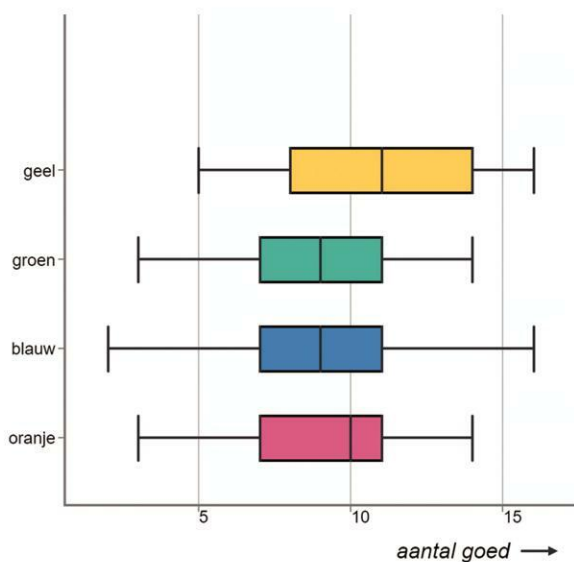
- b Bij de ouderen zijn de meningen meer verdeeld, namelijk goed of niet goed.
 Bij de jongeren zijn de meningen minder verdeeld, de meeste jongeren vinden het wel aardig.



50% van de jongeren geven de film een waardering tussen 30 en 50 punten.
 Van de ouderen geeft 50% een waardering tussen 20 en 82 punten. In de boxplots zie je dat de mening van de ouderen meer verdeeld is.

Onderzoeksoopdrachten

36



3 Statistische vraagstellingen

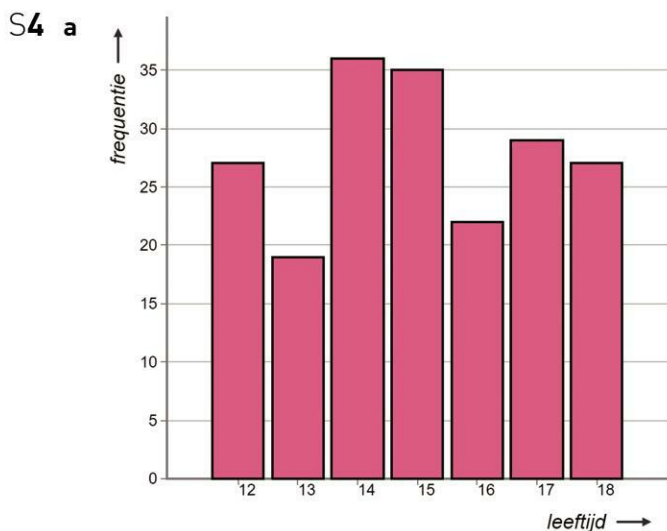
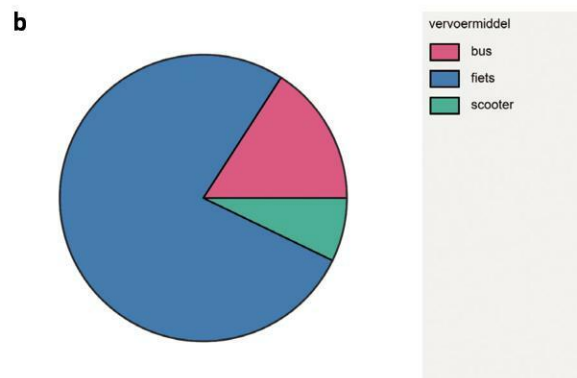
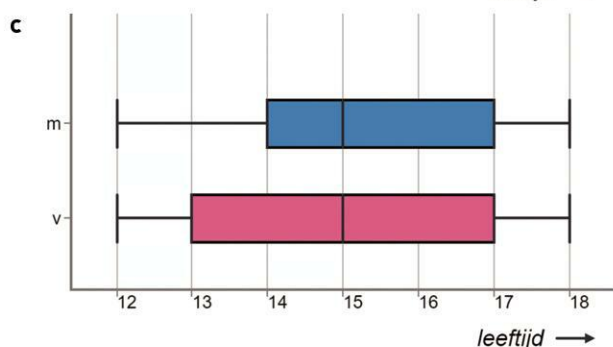
In de boxplots zie je dat de score bij de gele kaartjes het hoogst is. De scores bij de andere kleuren kaartjes verschillen weinig.

Op de gele kaartje staan de woorden het meest gestructureerd, dus dit vermoeden van de onderzoekers lijkt te kloppen. Het vermoeden over hoe bekender de woorden, hoe beter ze onthouden worden, kun je niet bevestigen met deze resultaten. Op alle kaartjes staan namelijk dezelfde woorden.

37 -

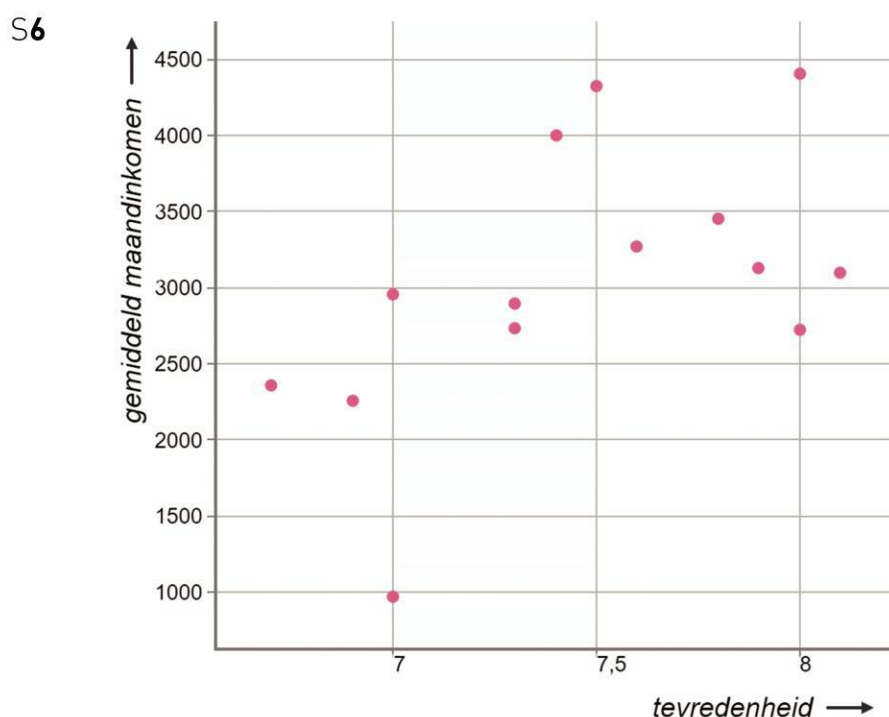
Samenvatting

- S1 a De populatie zijn jongeren tussen 12 en 18 jaar.
b De variabelen zijn *naam*, *leeftijd*, *vervoermiddel*, *reisafstand*, *reistijd*, *sport* en *sporttijd*.
c Bijvoorbeeld:
Jongeren die lid zijn van een sportvereniging krijgen meer beweging.
Jongeren die verder dan 15 km van school wonen gaan vaker met de bus naar school.
- S2 De variabele is *merk*.
De waarden zijn Cube, Sensa, Trek en Anders.
De frequenties zijn 73, 21, 56 en 17.
- S3 De variabelen *leeftijd*, *reistijd*, *reisafstand* en *sporttijd* zijn kwantitatief.
De variabelen *naam*, *vervoermiddel* en *sport* zijn kwalitatief.



S5	profiel	bus
	CM	$4 : 32 \times 100\% = 12,5\%$
	EM	$10 : 32 \times 100\% \approx 31,3\%$
	NG	$11 : 32 \times 100\% \approx 34,4\%$
	NT	$7 : 32 \times 100\% \approx 21,9\%$
	totaal	100%

In het profiel NG gaan naar verhouding de meeste leerlingen met de bus naar school.



Het lijkt erop dat bij een hoger gemiddeld maandinkomen, de tevredenheid groter is, maar het verband is niet heel erg sterk.

- S7 a In het profiel CM, want 100% van de leerlingen van het profiel CM volgen wiskunde A.
- b Bij geldautomaat I wordt naar verhouding vaker een bedrag onder de 100 euro gepind.

S8 a	vervoermiddel		
	bus	fiets	scooter
leeftijd	Relatief %	Relatief %	Relatief %
12	29,0	12,0	0,0
13	16,1	9,3	0,0
14	12,9	21,3	0,0
15	9,7	21,3	0,0
16	12,9	12,0	0,0
17	9,7	14,0	35,7
18	9,7	10,0	64,3
Totaal	100	100	100

	geslacht	
	v	m
vervoermiddel	Relatief %	Relatief %
bus	16,4	15,3
fiets	76,4	77,6
scooter	7,3	7,1
Totaal	100	100

In een kruistabel zie je dat 12 jarigen relatief het meest met de bus naar school gaan.

- b In een kruistabel zie je dat meisjes relatief het meest met de bus naar school gaan.

Test jezelf

- T1 a** De populatie bestaat uit getrouwde stellen.
- b** In de dataset is opgenomen: *leeftijd nu* (zowel man als vrouw), *leeftijd man bij trouwen*, *verschil in leeftijd van een echtpaar*, *lengte man* en *lengte vrouw*.
- c** Alle variabelen zijn kwantitatief.
- d** Sorteert de mannen op leeftijd.
62 van de 199 mannen zijn jonger dan 35 jaar.
Dit is $62 : 199 \times 100\% \approx 31,2\%$
- e** De variabele neemt waarden aan tussen 16 en 52 jaar.
- f** Sorteert de variabele *leeftijd* aflopend. 66 mannen waren 50 jaar of ouder.
- g** Sorteert de variabele *verschil in leeftijd* oplopend.
Er zijn 32 negatieve waarden. Dus in 32 gevallen is de man jonger dan de vrouw.

- T2 a** De variabele *leeftijd* kan maar drie waarden aannemen (11, 12 en 13).
- b** Maak een frequentietabel bij de variabele *leeftijd*.
Er zijn 29 leerlingen van 12 jaar.
- c** Sorteert de variabele *verspringen*, aflopend.
Deze leerlingen hebben respectievelijk de leeftijden 13, 11 en 12 jaar.

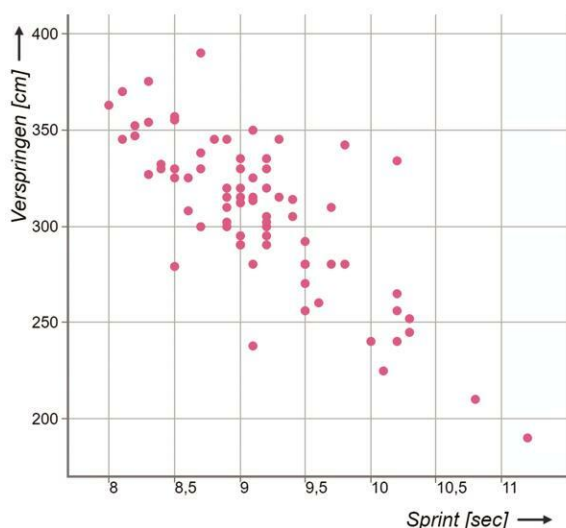
d

Verspringen [cm]	Leeftijd			Totaal
	11	12	13	
150 -< 200	1	0	0	1
200 -< 250	5	1	0	6
250 -< 300	12	6	0	18
300 -< 350	21	19	0	40
350 -< 400	5	3	1	9
Totaal	44	29	1	74

In de groep 11 jarigen zitten absoluut de meeste leerlingen met een sprong verder dan 3 meter. In de groep 12 jarigen is het aantal relatief het grootst.

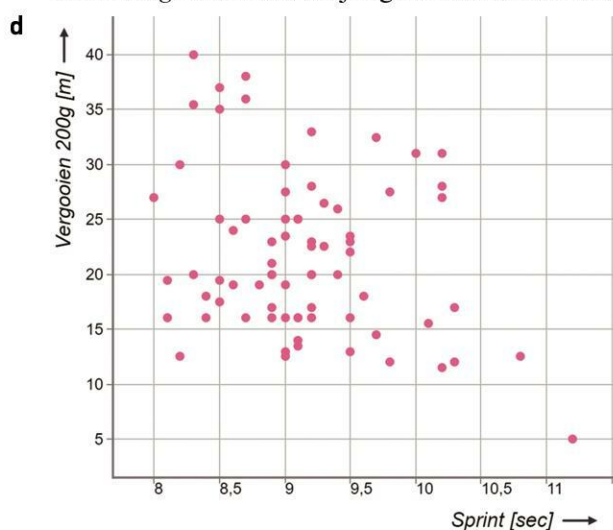
- e** Bij de 13 jarigen is het 100%, want er is maar één leerling.

- T3 a** Het zijn kwalitatieve variabelen, dus met een puntenwolk kun je het verband onderzoeken.



Er is een duidelijk verband. Leerlingen met een snelle sprint sprongen verder dan de leerlingen met een langzame sprint.

- b Jongens gooien waarschijnlijk verder dan de meisjes.
 c Je ziet in bijvoorbeeld een boxplot bij de variabele *vergoeien* gesplitst op de variabele *geslacht* dat de jongens inderdaad verder gooien.



Je ziet dat in tegenstelling tot sprint en verspringen er geen verband is bij sprint en vergoien.

T4

geslacht	wisgroep		Totaal
	B	A	
m	81,2%	18,8%	100%
v	64,7%	35,3%	100%
Totaal	-	-	-

geslacht	wisgroep		Totaal
	B	A	
m	50,5%	30,2%	-
v	49,5%	69,8%	-
Totaal	100%	100%	-

In de linker tabel zie je dat Pablo gelijk heeft. Naar verhouding kiezen meer meisjes voor wiskunde B.

In de rechter tabel zie je dat Irene geen gelijk heeft. Het percentage jongens bij wiskunde B is iets groter dan het percentage meisjes.

- T5 a In grafiek 1 staan 11 punten, in grafiek 2 staan 22 punten en in grafiek 3 staan 25 punten.
 b Waarschijnlijk past grafiek 3 bij dit verband.
 c Dit verband hangt samen met het aantal bezoekers op het strand.
 Bij mooi weer zijn er veel bezoekers. Dat betekent veel ijsverkoop, maar ook veel ingrepen van de strandwacht.
- T6 a Variabelen zijn *provincie*, *leeftijd* en *waardering*.
 b De variabele *provincie* is kwalitatief. In de tabel zie je dat deze variabele de waarden Drenthe, ... en Flevoland aanneemt.
 c In de frequentietabel zie je dat de meeste deelnemers uit Overijssel komen.
 d $18 : 178 \times 100\% \approx 10,11\%$ van de deelnemers komen uit Gelderland.

3 Statistische vraagstellingen

e Splits de variabele *provincie* op *leeftijd*.

provincie	leeftijd						Totaal
	17	18	19	20	21	22	
Limburg	11,1%	0,0%	33,3%	22,2%	33,3%	0,0%	100%
Overijssel	11,8%	17,6%	35,3%	17,6%	14,7%	2,9%	100%
Drenthe	12,5%	12,5%	25,0%	37,5%	12,5%	0,0%	100%
Utrecht	21,4%	42,9%	21,4%	14,3%	0,0%	0,0%	100%
Gelderland	11,1%	5,6%	44,4%	22,2%	16,7%	0,0%	100%
Zuid-Holland	17,2%	17,2%	24,1%	31,0%	10,3%	0,0%	100%
Groningen	33,3%	0,0%	0,0%	0,0%	66,7%	0,0%	100%
Friesland	33,3%	33,3%	33,3%	0,0%	0,0%	0,0%	100%
Zeeland	42,9%	28,6%	14,3%	14,3%	0,0%	0,0%	100%
Noord-Holland	40,0%	20,0%	26,7%	0,0%	13,3%	0,0%	100%
Noord-Brabant	20,0%	20,0%	20,0%	30,0%	10,0%	0,0%	100%
Flevoland	9,1%	31,8%	22,7%	27,3%	4,5%	4,5%	100%
Totaal	-	-	-	-	-	-	-

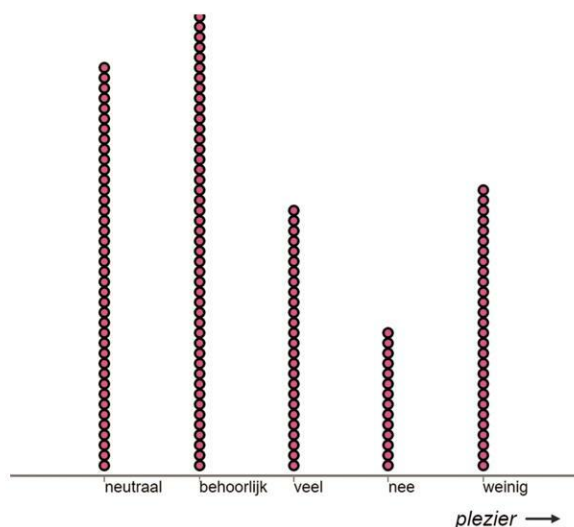
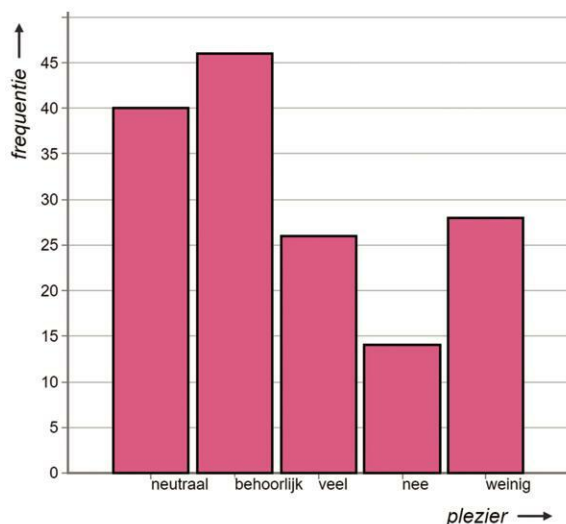
provincie	waardering					Totaal
	5	6	7	8	9	
Limburg	0	2	5	2	0	9
Overijssel	2	10	7	13	2	34
Drenthe	1	3	2	2	0	8
Utrecht	0	3	6	5	0	14
Gelderland	1	2	8	6	1	18
Zuid-Holland	3	8	10	8	0	29
Groningen	0	0	2	1	0	3
Friesland	2	3	4	0	0	9
Zeeland	0	3	2	2	0	7
Noord-Holland	3	3	5	4	0	15
Noord-Brabant	0	1	3	5	1	10
Flevoland	5	8	6	3	0	22
Totaal	17	46	60	51	4	178

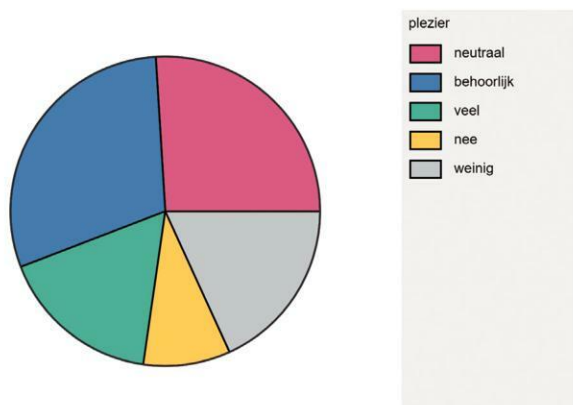
In de tabel zie je dat dit percentage in Gelderland het grootst is.

f Nee dit geldt niet voor Drenthe, Flevoland, Noord Brabant, Overijssel en Zeeland.

Extra oefening

E1 a





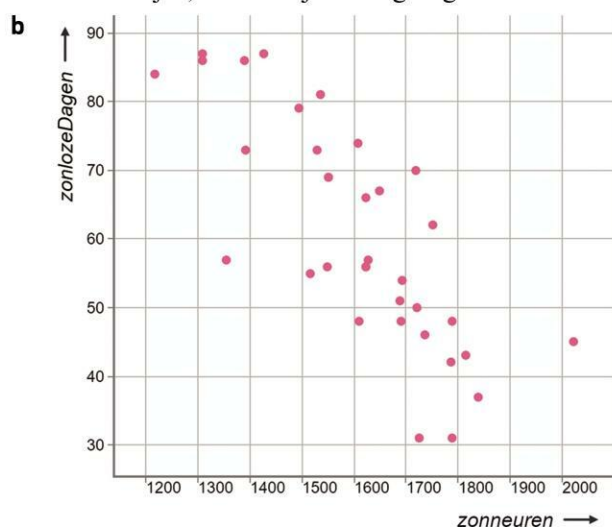
- b De afzonderlijke stippen van de dotplot kun je haast niet tellen.
Het staafdiagram en het cirkeldiagram geven een goed beeld van de aantallen en de verdeling bij de variabele *plezier*.

c

plezier	Frequentie	Relatief %
neutraal	40	26,0
behoorlijk	46	29,9
veel	26	16,9
nee	14	9,1
weinig	28	18,2
Totaal	154	100

- d In de tabel zie je dat 28 leerlingen weinig plezier hebben.
e In de tabel zie je dat dit 18,2% is.

E2 a Bij deze variabelen verwacht je een sterk verband, namelijk als de zon veel uren schijnt, dan heb je weinig dagen zonder zon.



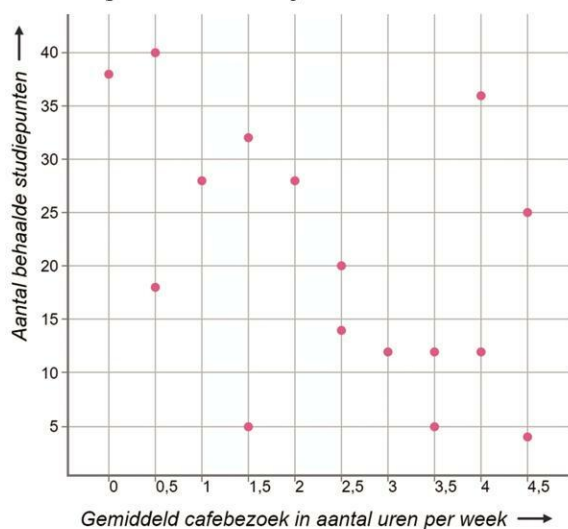
- c Ja, er is een verband. De punten liggen langs een dalende lijn. Hoe meer uren zon, hoe minder het aantal dagen is zonder zon.

3 Statistische vraagstellingen

- E3** Met hulpmiddelen is de kans op slagen $27 : (27 + 357) \times 100\% \approx 7\%$
 Met begeleiding is de kans op slagen $12 : (12 + 129) \times 100\% \approx 8,5\%$
 Het lijkt erop dat begeleiding iets beter werkt.

- E4** In een boxplot bij de variabele *cijfgem*, gesplitst op *wisgroep* zie je dat leerlingen met wiskunde B hogere cijfers hebben dan de leerlingen met wiskunde A.

- E5 a** De studentencoach kan gelijk hebben. De studenten zijn minder gemotiveerd voor de studie en hebben minder tijd om te studeren.
b Er zijn gegevens van 16 studenten.
c Met een puntenwolk zie je dat het verband niet erg sterk is.



- E6 a** De variabele is *snelheid*.
b De waarde 120 km per uur komt het meest voor.
c De grootste waarde is 150 km per uur.
d Er hebben ongeveer $990 + 350 = 1340$ bestuurders een bekeuring gekregen.
 Dit is $1340 : 9300 \times 100\% \approx 14,4\%$.

- E7 a**

klas	Nederlands Eind					Totaal
	4	5	6	7	8	
5HA	0	6	13	4	1	24
5HB	0	5	13	5	0	23
5HC	1	8	13	4	0	26
Totaal	1	19	39	13	1	73

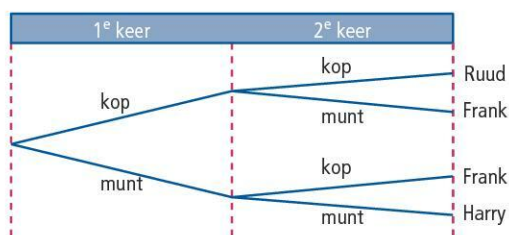
- b** De variabele klas is kwalitatief met de waarden 5Ha, 5Hb en 5Hc.
 De frequenties zijn respectievelijk 24, 23 en 26.
c De variabele *NE eind* is kwantitatief met de waarden 4, 5, 6, 7 en 8.
d De klas met naar verhouding de meeste leerlingen met een voldoende is klas 5HB.

- E8 a** In het derde kwartaal van 2011 waren er ongeveer 30 miljoen verkocht, 3 kwartalen later waren er meer dan 60 miljoen verkocht. De verkoop van de tweede 30 miljoen iPads ging sneller. Dat duurde ongeveer 3 kwartalen terwijl de eerste 30 miljoen in ongeveer 5 kwartalen werden verkocht.
- b** Kijk maar naar de verticale as. De afstand tussen de horizontale as en 30 is kleiner dan de afstand tussen 30 en 60. De horizontale as had dus lager moeten liggen. Omdat er voor het eerste kwartaal al 5 miljoen iPads waren verkocht, komt het startpunt van de grafiek ook lager te liggen (nu ligt het startpunt op ongeveer een hoogte van 10 verkochte iPads).
- c** De grafiek blijft stijgen en Johannes heeft dus gelijk dat het aantal verkochte iPads blijft stijgen. Omdat de grafiek na Q12 steeds minder snel stijgt, heeft Marieke ook gelijk. De verkochte aantallen in elk volgend kwartaal is weer kleiner dan in het vorige kwartaal.
- d** In de grafiek van de verkoop per kwartaal kun je veel beter zien dat de verkoop aan het afnemen is. Die boodschap wil men niet overbrengen.

4 Systematisch tellen

Voorkennis

V1

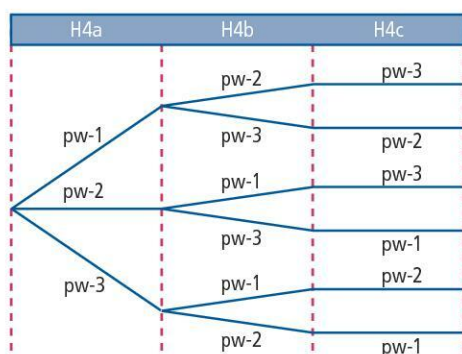


De afspraak is niet eerlijk want de kans dat Frank moet afwassen is twee keer zo groot als de kans dat Ruud of Harry moeten afwassen.

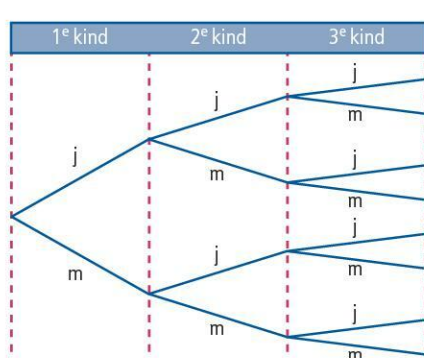
V2 a

H4a	H4b	H4c
pw-1	pw-2	pw-3
pw-1	pw-3	pw-2
pw-2	pw-1	pw-3
pw-2	pw-3	pw-1
pw-3	pw-1	pw-2
pw-3	pw-2	pw-1

b



V3 a



In het boomdiagram zie je dat er acht verschillende volgorden zijn.

b Volgorden met twee meisjes en één jongen zijn MMJ, MJM en JMM.

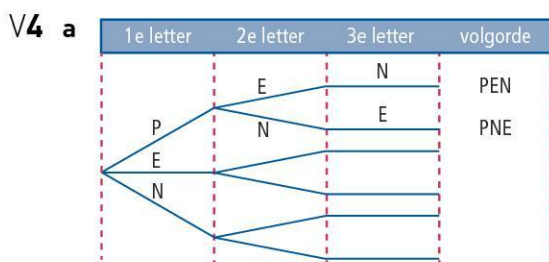
Er zijn drie volgorden met twee meisjes.

c MMJ, JMM, MJM

Er zijn drie volgorden waarbij het tweede kind een meisje is.

d

<i>aantal meisjes</i>	3	2	1	0
<i>aantal volgorden</i>	1	3	3	1



- b** In het boomdiagram zie je dat er zes drieletterwoorden zijn.
- c** Voor de 1e letter kun je kiezen uit de 4 letters *P*, *E*, *N* en *O*, voor de 2e letter kun je kiezen uit de 3 overgebleven letters, voor de 3e letter kun je kiezen uit de daarna overgebleven 2 letters, voor de 4e letter is er nog één letter overgebleven. Je kunt dus $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ verschillende vierletterwoorden maken.

- V5 a** Na twee sets gewonnen te hebben is Simone Halep winnares. Er hoeft geen derde set meer te worden gespeeld.
- b** Er zijn zes manieren waarop dat kan, want er zijn zes wegen in het boomdiagram mogelijk.
- c** Er zijn drie wedstrijdverlopen waarbij Halep wint.
- d** Dat is van bovenaf gezien de vierde route, namelijk de route SHH.

4.1 Mogelijkheden tellen

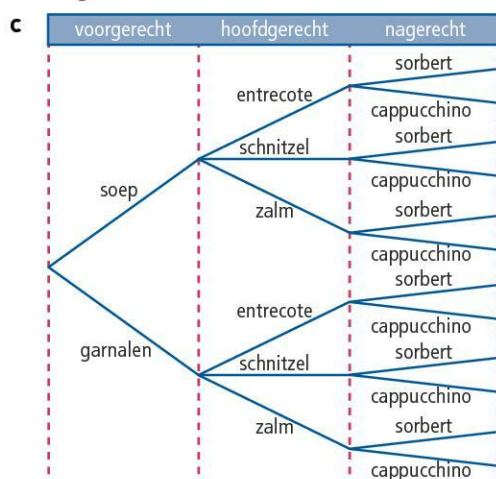
intro Je begint met de bovenkant te beplakken met een sticker, het maakt niet uit welke sticker je daarvoor kiest. Voor de onderkant heb je nog keus uit vijf stickers.

Er zijn vier stickers over voor de zijkanten. Bij de eerste zijkant maakt het niet uit welke je kiest. Voor het vlakje rechts daarvan heb je keus uit drie en voor het volgende vlakje nog keus uit twee.

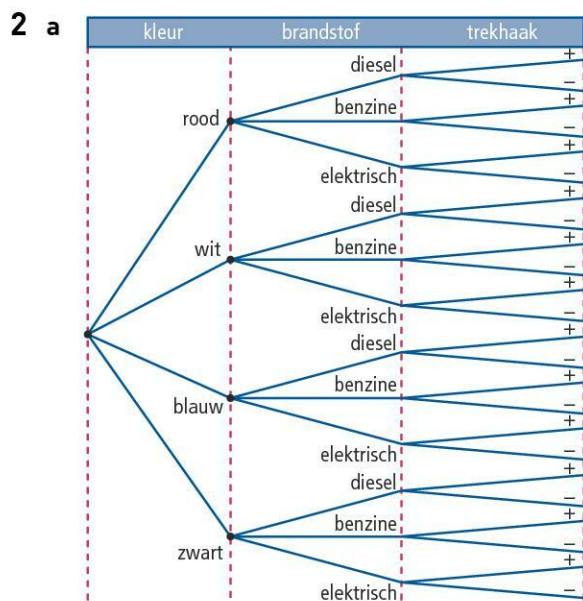
Het totaal aantal mogelijkheden is dus $5 \times 3 \times 2 = 30$.

Het is mogelijk dat de dobbelstenen van alle 29 leerlingen verschillend zijn.

- 1 a** De maaltijd bestaat uit drie gangen. Je moet dus drie keer een keus maken.
- b** Op de stippen boven de kolommen komen voorgerecht, hoofdgerecht en nagerecht.

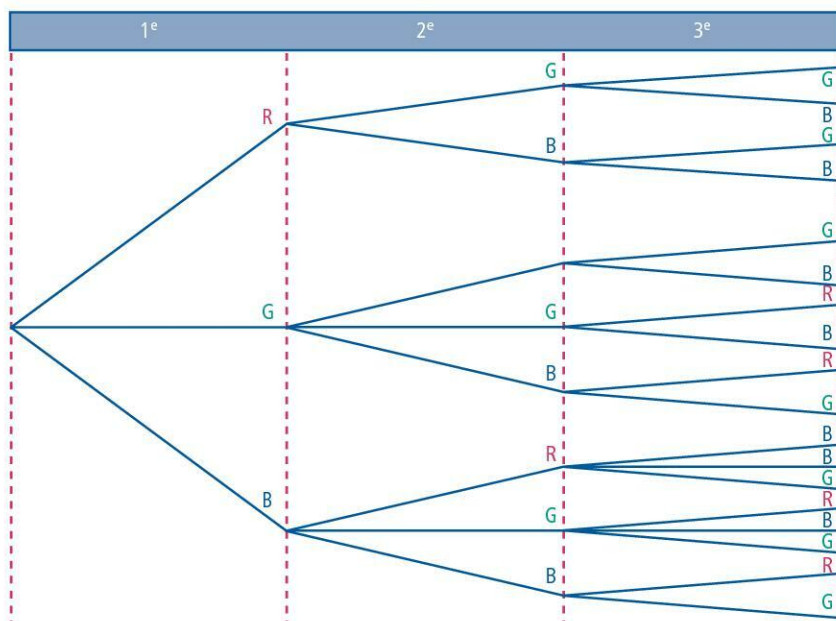


- d** In het boomdiagram zie je dat er 12 verschillende menu's mogelijk zijn.



- b** In het boomdiagram zie je er 24 verschillende uitvoeringen mogelijk zijn.
c Bij de kleur is er keuze uit vier, voor de brandstof is er keuze uit drie en tenslotte voor de trekhaak keuze uit twee mogelijkheden.
 Er zijn $4 \times 3 \times 2 = 24$ verschillende uitvoeringen mogelijk.
d Er rijden $4 \times 2 \times 2 = 16$ uitvoeringen niet op diesel.
e In het boomdiagram zie je dat er dan vier uitvoeringen minder zijn.
 Er zijn dan $24 - 4 = 20$ uitvoeringen mogelijk.

- 3** Voor de eerste trekking zijn er drie verschillende mogelijkheden.
 Het aantal mogelijkheden bij de tweede trekking hangt af van wat je de eerste keer hebt getrokken. Was dat een rode, dan zijn er twee mogelijkheden voor de tweede trekking, anders zijn er drie mogelijkheden.
 Het aantal mogelijkheden voor de derde trekking hangt weer af van wat je in de eerste en tweede trekking hebt getrokken.
 Het boomdiagram is dus onregelmatig.



Er zijn 19 mogelijkheden.

- 4 a** In het getekende boomdiagram kan Leo drie keer kiezen uit twee mogelijkheden. Maar Leo heeft twee keuzemomenten, namelijk voor baan 1 en baan 2. Bij die keuzemomenten kan hij kiezen uit drie kleuren.
- b** Bij een correct boomdiagram staan de banen 1 en 2 bovenaan in het diagram en kan elk van de banen de kleuren rood, wit en blauw krijgen. Dus bij baan 1 komen er drie takken en elk van die takken splitst in drie takken voor elk van de kleuren voor baan 2.
Dat geeft in het totaal $3 \times 3 = 9$ mogelijkheden.
- 5** Voor de bovenste baan kan Alexa kiezen uit vier kleuren en voor elke volgende baan uit drie kleuren omdat de kleur van de baan er boven niet gebruikt mag worden.
Er zijn $4 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 324$ verschillende vlaggen mogelijk.
- 6 a** Bij elk punt in de kolom van het boomdiagram is het aantal vertakkingen gelijk. Het is dus een regelmatig boomdiagram.
- b** Voor het soort koffie is er keuze uit twaalf, bij het formaat is er keuze uit vier, vervolgens keuze uit wel of geen melk en tenslotte keuze uit wel of geen suiker.
Je kunt $12 \times 4 \times 2 \times 2 = 192$ verschillende bestellingen doen.
- c** De laatste keuze valt voor Dennis weg.
Hij kan dus $12 \times 4 \times 2 = 96$ verschillende bestellingen doen.
- d** Bij het formaat kan Anna kiezen uit drie mogelijkheden.
Anna kan dus $12 \times 3 \times 2 \times 2 = 144$ verschillende bestellingen doen.
- 7 a** In het schema zie je dat er 6 gevallen zijn waar de som gelijk is aan zeven.
- b** Er zijn 6 gevallen die samen zeven geven en 2 gevallen die samen elf geven.
Er zijn in totaal $6 + 2 = 8$ combinaties.
- c** Het aantal ogen is dan 3, 5, 7, 9 of 11.
Samen zijn dat $2 + 4 + 6 + 4 + 2 = 18$ gevallen.

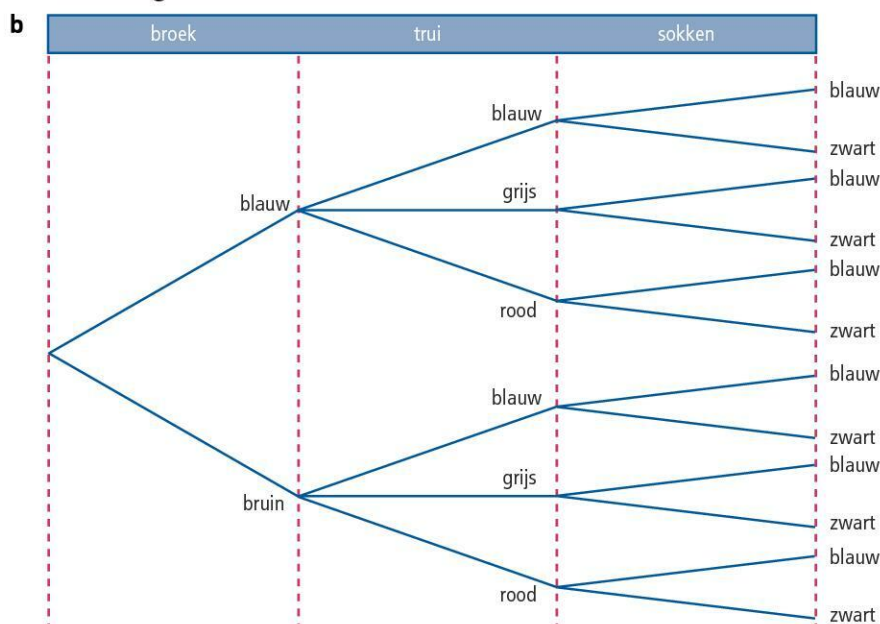
8 a

		vaas 1					
		1	3	4	5	6	8
vaas 2	1	1	3	4	5	6	8
	2	2	6	8	10	12	16
	3	3	9	12	15	18	24
	4	4	12	16	20	24	32
	5	5	15	20	25	30	40

- b** 25, 24, 30, 24, 32 en 40 zijn groter dan 20. Dat zijn 6 gevallen.
- c** 6, 6, 12, 12, 18, 24, 12, 24 en 30 zijn veelvouden van zes. Dat zijn 9 gevallen.

4 Systematisch tellen

- 02 a** Steven moet drie keer een keuze maken (broek, trui en sokken). Het boomdiagram bestaat uit drie kolommen.



- c** Steven kan $2 \times 3 \times 2 = 12$ combinaties maken.
d In dat geval wordt het aantal keuze mogelijkheden $2 \times 2 \times 2 = 8$.
e Dit moet je tellen het boomdiagram. Er zijn 7 mogelijkheden.
- 05 a** Sharon heeft drie kleuren wol. Ze kan dus kiezen uit drie verschillende kleuren.
b Bij de tweede strook kan ze kiezen uit twee verschillende kleuren. De kleur die ze als eerste heeft gekozen, mag ze niet weer gebruiken.
c De keuze voor de derde strook hangt af van de keuze die ze gemaakt heeft voor de tweede strook. Die mag ze niet opnieuw kiezen. Ook hier kan ze dan kiezen uit twee kleuren.
d Sharon maakt een sjaal met 6 stroken. Ze moet dus zes keer een keuze maken. In totaal zijn er dan $3 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 96$ mogelijkheden voor de sjaal.
e Dan zijn er $5 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 5120$ mogelijkheden.

- U1** In totaal zijn er $4 \times 5 \times 4 \times 4 = 320$ mogelijkheden.
 Er zijn $4 \times 1 \times 4 \times 1 = 16$ combinaties vliegtuig - hotel.
 Er zijn ook $4 \times 1 \times 4 \times 1 = 16$ combinaties trein - appartement.
 Het aantal mogelijkheden is $320 - 16 - 16 = 288$.

4.2 Machtsbomen en faculteitsbomen

- intro** In de formatie zijn zes plaatsen. Voor plaats A heb je de keus uit 6, voor plaats B keus uit 5, voor plaats C keus uit 4, enzovoort.
 Er zijn dus $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ verschillende formaties.
 Het lukt om elke dag een andere formatie te kiezen.

A	B
C	D
E	F

- 9 a** Bovenaan het boomdiagram staat eerste keer, tweede keer en derde keer.
Je tekent twee takken, die elk nog twee keer splitsen in twee takken.
Het boomdiagram is regelmatig.
- b** Er zijn $2 \times 2 \times 2 = 8$ uitslagvolgorden mogelijk.
- c** Je tekent dan weer twee takken die elk nog vier keer splitsen in twee takken.
Er zijn dan $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ volgorden mogelijk.
- d** Je krijgt een boomdiagram dat zich acht keer splitst.
Je berekent het aantal mogelijkheden met $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^8$.
- e** Je zoekt een macht van 2 die groter is dan 1000.
Er geldt $2^9 = 512$ en $2^{10} = 1024$.
Bij 10 of meer keer gooien is het aantal mogelijke volgorden meer dan 1000.
- 10 a** Bij zes wedstrijden zijn er $3^6 = 729$ volgorden mogelijk.
- b** Er zijn dan $3^{12} = 531\,441$ volgorden mogelijk.
- 11** Voor de drie broodsoort kan Peter kiezen uit vijf soorten beleg.
Het lunchpakket kan op $5 \times 5 \times 5 = 5^3 = 125$ manieren worden samengesteld.
- 12 a** Het boomdiagram krijgt vier kolommen.
- b** Voor de eerste driehoek kan Milo kiezen uit vier kleuren.
- c** Elke driehoek moet een verschillende kleur hebben. Voor de tweede driehoek kan Milo daarom kiezen uit de drie overgebleven kleuren.
- d** De driehoek kan op $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ manieren worden ingekleurd.
- 13 a** Het aantal mogelijke volgorden is
 $11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 11! = 39\,916\,800$.
- b** $8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40\,320$
 $15! = 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 1,30767... \times 10^{12}$
- 14** Oma Weideveld kan de foto's op $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ manieren neerzetten.
Er zijn 24 dagen nodig.
- 15 a** Jonneke kan de attracties op $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ verschillende volgorden kiezen.
- b** De werknemers kunnen hun auto op $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 9! = 362\,880$ verschillende manieren parkeren.
- c** Voor elke worp zijn er zes mogelijkheden, dus in het totaal kan hij
 $6 \times 6 \times 6 \times 6 = 6^4 = 1296$ mogelijke getallen krijgen.
- 16 a** Dat kan op $7! = 5040$ manieren.
- b** Dat kan op $26^4 = 456\,976$ manieren.
- c** Er zijn dan $5! = 120$ verschillende woorden mogelijk.
- d** Dan zijn er $3^{50} \approx 7,18 \times 10^{23}$ manieren van beantwoorden.
- 011 a** Geke kan dan opnieuw kiezen uit de vier mogelijke smaken.
- b** Het aantal mogelijkheden soep waaruit Geke elke dag kan kiezen blijft steeds gelijk, namelijk vier keuzes.
- c** Een schoolweek bestaat uit vijf dagen. Er zijn dus vijf keuzemomenten.
- d** Het boomdiagram is een regelmatig boomdiagram. Bij elk keuzemoment kan er gekozen worden uit vier mogelijke smaken.
- e** Er zijn dan $4^5 = 1024$ weekmenu's.

- 014 a** Er zijn acht roeiers. Voor de eerste plaats kun je dan kiezen uit acht mogelijkheden.
- b** Je kunt een roeier maar één keer kiezen. Voor de tweede plaats kun je dan nog kiezen uit de zeven overgebleven roeiers.
- c** Bij elk keuzemoment is het aantal mogelijke roeiers eentje minder.
- d** Er moeten acht roeiers worden verdeeld. Er zijn dan ook acht kolommen in het boomdiagram.
- e** Er zijn $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 8! = 40\,320$ mogelijke volgorden.
- U2 a** Er zijn vier verschillende kleuren lampen. Deze kunnen op $4! = 24$ verschillende manieren voor een huis worden opgehangen.
- b** Voor elke set zijn 24 mogelijkheden. In de straat zijn vervolgens 15 verschillende huizen die elk een setje van vier lantaarns ophangen. Er zijn $24^{15} \approx 5,05 \times 10^{20}$ mogelijke volgorden van de lampen.

4.3 Permutaties

- intro** Elke avond kun je voor de bewoner uit vijf spelers kiezen, vervolgens voor de enquêteur uit vier spelers en voor de pakketbezorger uit drie spelers. Er zijn $5 \times 4 \times 3 = 60$ mogelijkheden om de rollen te verdelen. Dat is dus ruim voldoende om een jaar lang elke week een andere rolverdeling te maken.
- 17 a** Het is geen machtsboom omdat je de voorzitter uit dertien mensen kiest, de secretaris vervolgens uit twaalf mensen en de penningmeester uit elf mensen. De keuze wordt dus bij iedere kolom één kleiner. Het is geen faculteitsboom omdat je maar drie mensen kiest uit dertien mensen, dus je hebt maar drie keuzemomenten.
- b** Er zijn drie kolommen.
- c** Bij de eerste kolom zijn er dertien takken, bij de tweede kolom twaalf takken en bij de derde kolom elf takken.
- d** Er zijn $13 \times 12 \times 11 = 1716$ bestuurssamenstellingen mogelijk.
- 18 a** Het eerste werk kan hij op negen plaatsen ophangen, het tweede werk nog op acht plaatsen en zo verder. Het totaal aantal manieren is gelijk aan $9! = 362\,880$.
- b** Op plek één heeft hij keuze uit negen werken en voor plek twee heeft hij dan nog keuze uit acht werken.
- c** Het totaal aantal mogelijkheden is $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 60\,480$.
- 19 a** Het aantal verschillende truien is gelijk aan het aantal permutaties van 5 uit 8. Dat is gelijk aan $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$.
- b** Het aantal verschillende woorden is gelijk aan het aantal permutaties van 4 uit 26 en is gelijk aan $26 \times 25 \times 24 \times 23 = 358\,800$.
- c** Het aantal verschillende mogelijkheden is gelijk aan het aantal permutaties van 5 uit 40 en is gelijk aan $40 \times 39 \times 38 \times 37 \times 36 = 78\,960\,960$.
- d** Het aantal verschillende mogelijkheden is gelijk aan het aantal permutaties van 4 uit 24 en is gelijk aan $24 \times 23 \times 22 \times 21 = 255\,024$.

- 20 a** De driehoekige vlakjes kunnen op $4! = 24$ manieren worden gekleurd met de kleuren rood, geel, blauw en zwart.
- b** Er kunnen acht vlakken worden gekleurd. Het aantal mogelijke manieren om vier vlakjes met vier verschillende kleuren in te vullen, is gelijk aan $8 \times 7 \times 6 \times 5 = 1680$.
- 21 a** Jan heeft keuze uit 30 artiesten voor nummer één, keus uit 29 artiesten voor nummer twee, enzovoort.
Jan kan $30 \times 29 \times 28 \times 27 \times 26 = 17\,100\,720$ verschillende lijstjes maken.
- b** Norah heeft keuze uit 5 artiesten voor nummer één, 4 artiesten voor nummer twee, enzovoort.
Norah kan $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ verschillende lijstjes maken.
- c** Er is keus uit 29 artiesten voor nummer twee, keus uit 28 artiesten voor nummer drie, enzovoort.
Er zijn $29 \times 28 \times 27 \times 26 = 570\,024$ verschillende lijstjes met Justin Bieber bovenaan.
- 22 a** Het aantal manieren waarop de drie taken kunnen worden verdeeld over acht personen is gelijk aan $8 \times 7 \times 6 = 336$.
- b** Dat aantal is gelijk aan $8! = 40\,320$.
- c** De meisjes kunnen op $4! = 24$ verschillende manieren in de groene roeiboot gaan zitten en de jongens op 24 verschillende manieren in de rode roeiboot. Dat zijn $24 \times 24 = 576$ verschillende mogelijkheden.
- d** Berber kan uit acht plaatsen kiezen, maar Luuk kan eigenlijk niet kiezen. Hij gaat naast Berber zitten en heeft dus maar één mogelijke zitplaats.
- e** Er zijn nadat Berber en Luuk zijn gaan zitten, zijn er nog zes zitplaatsen over.
Het aantal verschillende mogelijkheden waarop de zes overgebleven personen kunnen gaan zitten is $6! = 720$.
De acht personen kunnen op $8 \times 720 = 5760$ manieren gaan zitten.
- 019 a** Voor de eerste film zijn er 18 mogelijkheden, voor de tweede film kunnen de vrienden dan kiezen uit de 17 overgebleven films.
- b** Ze gaan in totaal zeven films kijken, dus je moet zeven getallen met elkaar vermenigvuldigen.
- c** Het aantal mogelijkheden is dan $18 \times 17 \times 16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 = 160\,392\,960$.
- 021 a** Er zijn dan $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ verschillende lijstjes mogelijk.
- b** Het lijstje kan op $14 \times 13 \times 12 \times 11 \times 10 = 240\,240$ manieren worden ingevuld.
- c** Na het invullen van die naam zijn er nog vier posities vrij.
- d** Dat kan op $13 \times 12 \times 11 \times 10 = 17\,160$ manieren.
- U3 a** Het aantal verschillende suikerzakjes is $6! = 720$.
- b** Het aantal is gelijk aan het aantal permutaties van 6 uit 10, dus $10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151\,200$.
- c** Voor het woord 'suiker' kun je uit zes plaatsen kiezen. Er zijn dan nog vijf plaatsen over. Je kunt eerst uit negen talen kiezen, vervolgens uit acht enzovoort.
Het aantal verschillende suikerzakjes is $6 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 90\,720$.

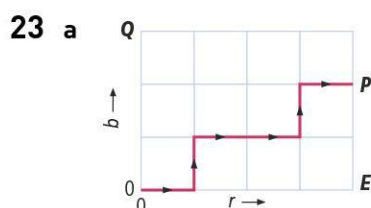
4.4 Routes in een rooster

intro Je kunt zien dat hij twee blokken naar rechts (r) en vier blokken naar boven (b) moet. Je kunt alle mogelijkheden systematisch uitschrijven.

De mogelijkheden zijn:

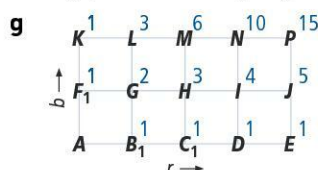
$r-r-b-b-b-b$ $b-r-r-b-b-b$ $b-b-r-r-b-b$ $b-b-b-r-r-b$ $b-b-b-b-r-r$
 $r-b-r-b-b-b$ $b-r-b-r-b-b$ $b-b-r-b-r-b$ $b-b-b-r-b-r$
 $r-b-b-r-b-b$ $b-r-b-b-r-b$ $b-b-r-b-b-r$
 $r-b-b-b-r-b$ $b-r-b-b-b-r$
 $r-b-b-b-b-r$

Donald kan op 15 manieren naar zijn doel lopen.



- b** Andere routes zijn bijvoorbeeld $r-r-b-r-b-r$, $b-b-r-r-r-r$ en $r-r-b-b-r-r$.
Je moet vier keer naar rechts (r) en twee keer naar boven (b).
- c** Bij deze route ga je drie keer een stap naar boven. Om in punt P te komen, mag je maar twee stappen naar boven.
- d** Om bij punt Q te komen moet je drie stappen naar boven doen, waardoor je een omweg zou moeten maken om bij punt P uit te komen.

- 24 a** De punten B en C bereik je door alleen naar rechts te gaan en punt F door alleen naar boven te gaan. Dat kan maar op één manier.
- b** De punten D , E en K kun je ook maar op één manier bereiken.
- c** Je kunt bij punt G komen via punt B , maar ook via punt F .
- d** Bij punt H kun je dus op $2 + 1 = 3$ manieren komen.
- e** Bij punt L komt het getal 3, want je kunt er op twee manieren komen via punt G en op één manier via punt K .
- f** Bij punt M kun je via punt H en via punt L komen.
Bij punt H kom je op drie manieren en bij punt L kom je op drie manieren
Bij punt M kun je op $3 + 3 = 6$ manieren



- h** Er zijn 15 kortste routes van punt A naar punt P .

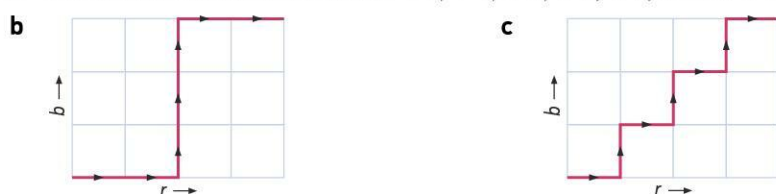
25	1	3	6	10
	1	2	3	4
		1	1	1

	1	7	28	84
	1	6	21	56
	1	5	15	35
	1	4	10	20
	1	3	6	10
	1	2	3	4
		1	1	1

	1	6	21	56	126
	1	5	15	35	70
	1	4	10	20	35
	1	3	6	10	15
	1	2	3	4	5
		1	1	1	1

- a Er zijn 10 mogelijke routes.
b Er zijn 84 mogelijke routes.
c Er zijn 126 mogelijke routes.

26 a Deze route komt overeen met 0-1, 1-1, 1-2, 2-2, 3-3, 3-3 en 4-3.

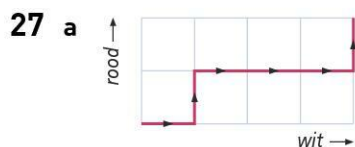


- d** In het rooster moet je vier keer naar rechts (score voor Rapido) en drie keer naar boven (score voor Broekster Boys).

e

	1	4	10	20	35
	1	3	6	10	15
	1	2	3	4	5
		1	1	1	1

Het aantal scoreverlopen is gelijk aan het aantal routes van in een rooster van vier breed en drie hoog. Dit aantal is gelijk aan 35.



b

	1	3	6	10	15
	1	2	3	4	5
		1	1	1	1

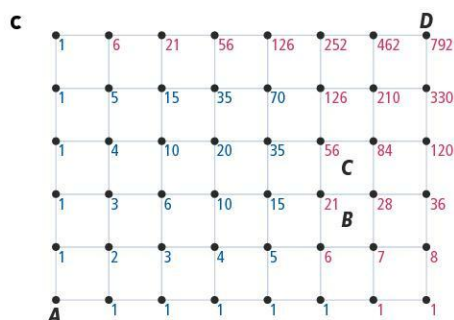
Er zijn 15 verschillende kleurpatronen mogelijk met drie witte en twee rode ballen.

- c** Je telt dan in een rooster het aantal routes in een rooster van vijf breed en drie hoog. Dit aantal is gelijk aan 56.

- 28 a** Het aantal routes van punt P naar punt Q is gelijk aan het aantal routes van in een rooster van vijf breed en twee hoog en is gelijk aan 21.
- b** Het aantal routes van punt Q naar punt R is gelijk aan het aantal routes in een rooster van drie breed en twee hoog en dit is gelijk aan 10.
- c** Het aantal vertakkingen in de eerste kolom is gelijk aan het aantal routes van punt P naar punt Q en dat is 21.
- d** Het aantal vertakkingen in de tweede kolom is gelijk aan het aantal routes van punt Q naar punt R en dat is 10.
- e** Het aantal routes van punt P naar punt R is gelijk aan $21 \times 10 = 210$.

- 29** De eerste acht vragen wordt voor de helft met ja en voor de andere helft met nee beantwoord. Dit is gelijk aan het aantal routes in een rooster van vier breed en vier hoog en is gelijk aan 70.
- De zes vragen daarna worden ook voor de helft met ja en de andere helft met nee beantwoord. Dit is gelijk aan het aantal routes in een rooster van drie breed en drie hoog en dit is gelijk aan 20.
- In totaal zijn er dan $70 \times 20 = 1400$ mogelijkheden.

- 025 a** De plaats onder punt B kun je op één manier bereiken en de plaats links van punt B op vijf manieren. Samen zijn dat $1 + 5 = 6$ manieren om punt B te bereiken.
- b** Punt C bereik je van de linkerkant op 15 manieren en vanuit punt B op 6 manieren. Samen zijn dat $15 + 6 = 21$ manieren.



- d** Om punt D te bereiken doe je 7 stapjes naar rechts en 5 omhoog. Er zijn 792 routes (zie rooster).
- e** Je gaat in het rooster vier naar rechts en vijf omhoog. Er zijn 126 kortste routes.

1	7	28	84
1	6	21	56
1	5	15	35
1	4	10	20
1	3	6	10
1	2	3	4
	1	1	1

1	3	6	10	15	21	28	36	45
1	2	3	4	5	6	7	8	9
	1	1	1	1	1	1	1	1

1	7	28	84	210	462
1	6	21	56	126	252
1	5	15	35	70	126
1	4	10	20	35	56
1	3	6	10	15	21
1	2	3	4	5	6
	1	1	1	1	1

- f** Het aantal routes in een rooster van drie breed en zes hoog is gelijk aan 84.
- g** Het aantal routes in een rooster van acht breed en twee hoog is gelijk aan 45.
- h** Het aantal routes in een rooster van vijf breed en zes hoog is gelijk aan 462.

- U4 a** Het aantal routes van punt S naar punt A is gelijk aan het aantal routes in een rooster van drie breed en twee hoog en dit is 10.
 Het aantal routes van punt A naar punt F is gelijk aan het aantal routes in een rooster van zeven breed en drie hoog en dit is 120.
 Het aantal kortste routes van punt S naar punt F via punt A is
 $10 \times 120 = 1200$.
- b** Het aantal routes van punt A naar punt P is gelijk aan het aantal routes in een rooster van twee breed en twee hoog en dit is 6. Het aantal routes van punt P naar punt F is gelijk aan het aantal routes in een rooster van vijf breed en één en dit is ook 6.
 Het aantal kortste routes van punt S naar punt F via A en P is
 $10 \times 6 \times 6 = 360$.
 Het aantal routes van punt A naar punt Q is gelijk aan het aantal routes in een rooster van vier breed en één hoog en dit is 5. Het aantal routes van punt Q naar punt F is gelijk aan het aantal routes in een rooster van drie breed en twee hoog en dit is 10.
 Het aantal kortste routes van punt S naar punt F via A en Q is $10 \times 5 \times 10 = 500$.
 Er zijn totaal $360 + 500 = 860$ routes van punt S naar punt F waarbij de voetbal en een tennisbal opgehaald worden.

4.5 Combinaties

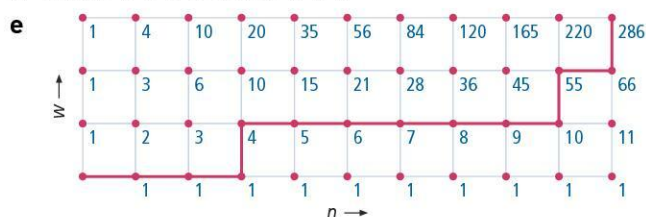
Intro Het verwisselen van bijvoorbeeld de 2 en de 6 betekent dat voor Tom een nieuwe volgorde ontstaat. In het rijtje van Vera verandert niets.
 De lijst van Tom zal dus langer worden.
 Het aantal manieren van Tom is $7! = 5040$ manieren.
 Het aantal manieren bij Vera komt overeen met het aantal routes in een rooster van drie bij vier en dit is 35.

- 30 a** Bij de delegatie is de onderlinge samenstelling van het groepje van drie niet van belang. De volgorde van benoeming maakt niet uit. Een delegatie van Frank, Ellen en Bart is dezelfde delegatie als een delegatie die uit Bart, Frank en Ellen bestaat of uit Ellen, Bart en Frank, enzovoort.
 Bij het bestuur is de onderlinge samenstelling van het groepje van drie wel van belang. De volgorde van benoeming maakt uit wie de voorzitter, secretaris en penningmeester wordt. Een bestuur in de volgorde Frank, Ellen en Bart is dus een ander bestuur dan een bestuur in de volgorde Bart, Frank en Ellen, enzovoort.

b Uit de leden C, E en L.

c Uit de leden D, G en K.

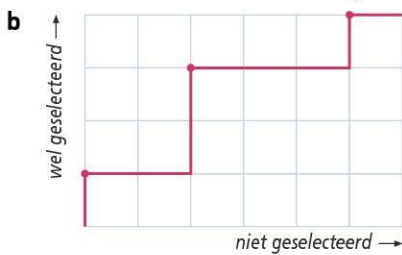
d $n-n-n-w-n-n-n-n-n-w-n-w$



f Er zijn 286 mogelijke samenstellingen.

- 31 a** $\binom{20}{14} = 38\,760$
- b** De getallen in het rooster zijn symmetrisch, waardoor het aantal kortste routes in rooster van 6 breed en 14 hoog even groot is als het aantal kortste routes in een rooster van 14 breed en 6 hoog.
- c** $\binom{8}{3} = 56$ $\binom{12}{7} = 792$
- d** $\binom{5}{2} = 10$ $\binom{15}{6} = 5005$
- e** Er zijn $10 + 10 = 20$ stappen, het aantal kortste routes is $\binom{20}{10} = 184\,756$
- 32 a** Alicia kan $\binom{8}{5} = 56$ selecties van vijf kleuren maken.
- b** Dan kan Alicia $\binom{10}{5} = 252$ selecties van vijf kleuren maken.
- 33 a** Martijn kan $\binom{26}{4} = 14\,950$ viertallen maken.
- b** De docent Nederlands kan $\binom{40}{5} = 658\,008$ selecties maken.
- c** Shakira kan $\binom{9}{4} = 126$ selecties maken.
- 34 a** Het aantal manieren is gelijk aan $\binom{37}{8} = 38\,608\,020$.
- b** Voor drie boeken uit acht boeken is het aantal mogelijkheden gelijk aan $\binom{8}{3} = 56$.
Er zijn dan nog vijf boeken over. Voor drie boeken uit vijf boeken is het aantal mogelijkheden gelijk aan $\binom{5}{3} = 10$.
Het totaal aantal mogelijkheden is gelijk aan $56 \times 10 = 560$.
- 35 a** $\binom{52}{8} = 752\,538\,150$ combinaties
- b** Er zijn 39 kaarten die geen schoppen zijn, er zijn $\binom{39}{8} = 61\,523\,748$ combinaties.
- c** In de overige combinaties komt ten minste één schoppenkaart voor, dus $752\,538\,150 - 61\,523\,748 = 691\,014\,402$ combinaties.
- d** Het aantal combinaties is $\binom{26}{5} = 65\,780$
- e** Er zijn 26 zwarte kaarten, er zijn $\binom{26}{3} = 2600$ combinaties.
- f** Dat zijn $65\,780 \times 2600 = 171\,028\,000$ combinaties.
- g** Je kunt op $\binom{13}{2} = 78$ manieren twee harten trekken.
Hetzelfde geldt voor de schoppen, ruiten en klaveren, er zijn $78^4 = 37\,015\,056$ combinaties.

- 032 a** In het eerste voorbeeld zijn de leerlingen A, D, E en I geselecteerd.
In het tweede voorbeeld zijn dit de leerlingen B, D, F en J.



- c** Er zijn tien leerlingen. De leerlingen die worden geselecteerd staan voor de rode ballen. De rest, zes leerlingen, staan dan voor de witte ballen.
- d** Je kunt dan kiezen uit twee alternatieven: wel of niet geselecteerd worden. Er worden vier leerlingen geselecteerd en zes niet. Dus je kunt werken met een rooster van zes breed en vier hoog.
- e** Er zijn tien leerlingen waarvan er vier worden geselecteerd, dit komt over een met $\binom{10}{4} = 210$ of $\binom{10}{6} = 210$ selecties.

U5 Voor de drie rode schriften kan hij kiezen uit elf vakken.

Dat kan op $\binom{11}{3} = 165$ manieren. Voor de vier blauwe schriften kan

hij vervolgens kiezen uit acht vakken. Dat kan op $\binom{8}{4} = 70$ manieren.

Voor de vier groene schriften blijven dan de vier overgebleven vakken over.

Hij heeft $165 \times 70 = 11\,550$ mogelijkheden om de schriften over de vakken te verdelen.

4.6 Het goede telmodel kiezen

Intro Beide kunnen gelijk hebben. Het hangt er van af waar je naar kijkt.
Als het gaat om de manieren waarop 20 vakjes wel of niet gebruikt kunnen worden, heeft Janet gelijk.
Als je kijkt hoe de 20 leerlingen elk hun vakje kiezen heeft Roy gelijk.

- 36 a** Het aantal dagprogramma's is $4 \times 5 \times 3 = 60$.
- b** Het is een selectie van vijf wandelaars uit tien. De andere vijf komen dan bij de andere gids.
- Het aantal manieren waarop dat kan is gelijk aan $\binom{10}{5} = 252$.
- Er zijn 252 verschillende verdelingen van de wandelaars over de twee gidsen.
- c** Dat kan op $7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 7! = 5040$ manieren.
- 37 a** Het aantal verschillende volgordes is gelijk aan $24! \approx 6,20 \times 10^{23}$.
- b** Dit is een selectie van 10 uit 24.
- Het aantal mogelijkheden is gelijk aan $\binom{24}{10} = 1961256$.
- c** Het aantal rijtjes is gelijk aan $24 \times 23 \times 22 \times 21 \times 20 \times 19 \times 18 \times 17 \times 16 \times 15 \approx 7,12 \times 10^{12}$.

- 38 a** Er zijn $10^4 = 10\,000$ codes mogelijk.
- b** Met vier verschillende cijfers kun je $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 4! = 24$ codes maken.
- c** Je kunt dit uitschrijven: 3344, 3434, 3443, 4334, 4343, 4433.
Het rooster is ook een goed telmodel. In dat geval is het gelijk aan het aantal routes in een rooster van twee breed en twee hoog. Dit is gelijk aan $\binom{4}{2} = 6$.
- d** Bij elke mogelijke code van opdracht c kan één van de twee drieën vervangen worden door een 1. Er zijn $2 \times 6 = 12$ mogelijk codes met twee keer een 4, één keer een 3 en één keer een 1.

- 39** In het eerste voorbeeld kan elke keuze aan jongens gecombineerd worden met elke keuze aan meisjes.
In het tweede voorbeeld gaat het om een rijtje met drie witte kralen of een rijtje met twee witte kralen.

- 40 a** In de grote bus gaan 19, 18 of 16 leerlingen.
- Als in de grote bus 19 leerlingen gaan, kan dit op $\binom{27}{19} = 2\,220\,075$ manieren.
- Als in de grote bus 18 leerlingen gaan, kan dit op $\binom{27}{18} = 4\,686\,825$ manieren.
- Als in de grote bus 17 leerlingen gaan, kan dit op $\binom{27}{17} = 8\,436\,285$ manieren.
- Als in de grote bus 16 leerlingen gaan, kan dit op $\binom{27}{16} = 13\,037\,895$ manieren.
- De overgebleven leerlingen gaan met de kleine bus.
In totaal zijn er $2\,220\,075 + 4\,686\,825 + 8\,436\,285 + 13\,037\,895 = 28\,381\,080$ manieren.
- b** Er kunnen dan nog 7, 6, 5 of 4 jongens in de grote bus.
- Dit kan op $\binom{15}{7} + \binom{15}{6} + \binom{15}{5} + \binom{15}{4} = 15\,808$ manieren.

- 41 a** Op een achterste rij zijn er acht velden. Vijf pionnen kun je dan op $\binom{8}{5} = 56$ verschillende manieren neerzetten. Omdat dit voor beide spelers geldt, is het totaal aantal beginopstellingen gelijk aan $56 \times 56 = 3136$.
- b** Op rij 5 staan dan vijf witte en drie zwarte pionnen of drie witte en vijf zwarte pionnen of vier witte en vier zwarte pionnen.
- Het totaal aantal manieren is $\binom{8}{5} + \binom{8}{3} + \binom{8}{4} = 56 + 56 + 70 = 182$.

- 037 a** Een rooster is geen goed telmodel omdat je in deze situatie niet steeds kunt kiezen uit twee alternatieven.
- b** Per experiment zijn er acht mogelijke uitkomsten en het experiment wordt zes keer herhaald. Een machtsboom is in dit geval een goed telmodel.
- c** Per draai zijn er acht mogelijke cijfers. Kevin draait zes keer.
Er zijn $8^6 = 262\,144$ mogelijke rijtjes.
- d** Het aantal mogelijkheden wordt na elke keer draaien één kleiner.
Een faculteitsboom is dus een handig telmodel.
- e** Je kiest steeds uit twee mogelijkheden (0 of 1) en het aantal herhalingen staat vast. Een rooster is hierbij een goed telmodel.
- f** Je kiest dan een tweetal uit een zestal. Dit kan op $\binom{6}{2} = 15$ manieren.

- g** Dit kun je berekenen door systematisch uit te schrijven:
 $0 + 0 + 3 = 3$, dit kan op drie manieren (003, 030, 300).
 $0 + 1 + 2 = 3$, dit kan op zes manieren (012, 021, 102, 120, 201, 210).
 $1 + 1 + 1 = 3$, dit kan op één manier.
 In totaal zijn er dan $3 + 6 + 1 = 10$ manieren.

- 040 a** Voor het eerste hoofdstuk heeft de docent acht vragen waarvan hij er vier wil kiezen. Dit kan op $\binom{8}{4} = 70$ manieren.
- b** Voor het tweede hoofdstuk heeft de docent zeven vragen waarvan hij er vier wil kiezen. Dit kan op $\binom{7}{4} = 35$ manieren.
- Voor het derde hoofdstuk heeft de docent tien vragen waarvan hij er vier wil kiezen. Dit kan op $\binom{10}{4} = 210$ manieren.
- c** Elke keuze aan vragen uit het eerste hoofdstuk kun je combineren met elke keuze uit de vragen van hoofdstuk 2 en 3.
- d** In totaal zijn er dan $70 \times 35 \times 210 = 514\,500$ mogelijke samenstellingen van toetsvragen.

- U6 a** Derk kan elke keer kiezen uit een rood of een blauw bekertje. Elke toren heeft twee kleuren, dus alleen blauwe en alleen rode bekertjes mag niet. Dit kan dus op $2^{12} - 2 = 4096 - 2 = 4094$ manieren.
- b** Hij kan op $\binom{6}{2} = 15$ manieren twee kleuren selecteren.
- Het aantal verschillende torens met twee kleuren is dus $15 \times 4094 = 61\,410$.

4.7 Gemengde opdrachten

- 42 a** Nee, gebruik je alle stukje dan kun je de 10 tussenstukjes op $10! = 3\,628\,800$ manieren leggen.
- b** Er zijn 13 tussenstukjes, daarom zijn er $13! = 6\,227\,020\,800$ volgorden.
- 43** Alle jongens krijgen een goudkleurig hoedje, er zijn dan geen goudkleurige hoedjes meer voor de zes meisjes. De zes meisjes krijgen dan een zilverkleurig hoedje. Dit kan op 1 manier.
- of
- Alle jongens krijgen een zilverkleurig hoedje, dan zijn er nog vier zilverkleurige en vier goudkleurige hoedjes over voor de zes meisjes.
- Vier meisjes goud en twee meisjes zilverkleurig kan op $\binom{6}{2} = 15$ manieren.
- Drie meisjes goud en drie meisjes zilverkleurig kan op $\binom{6}{3} = 20$ manieren.
- Twee meisjes goud en vier meisjes zilverkleurig kan op $\binom{6}{4} = 15$ manieren.
- Het kan op $1 + 15 + 20 + 15 = 51$ manieren.

4 Systematisch tellen

- 44** Er zijn elf krukken. Jelmer zit op kruk nummer 6.

1	2	3	4	5	Jelmer	7	8	9	10	11
---	---	---	---	---	--------	---	---	---	----	----

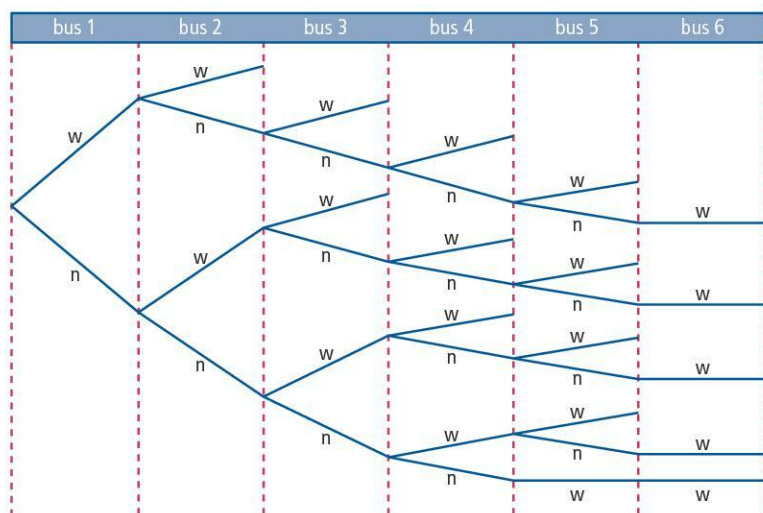
Omdat Floris en Daan niet naast Jelmer willen zitten, kunnen ze op kruk:

1 en 2; 2 en 3; 3 en 4; 8 en 9; 9 en 10; 10 en 11 zitten.

Floris kan links zitten of Daan kan links zitten.

Het kan op $2 \times 6 = 12$ manieren.

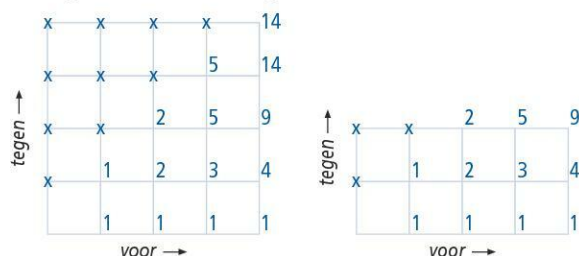
- 45 a**



- b** Er zijn 15 takken met twee keer een *w*, daarom zijn er 15 volgorden.
c In één geval moeten er twee busjes worden opgetild en in twee gevallen drie busjes. In $1 + 2 = 3$ gevallen worden minder dan vier busjes opgetild.

Onderzoekopdrachten

- 46** Voor rust wordt er vier keer voor en vier keer tegen gescoord. Het aantal manieren waarop dat kan, tel je met een rooster van vier hoog en vier breed. Na rust wordt er vier keer voor en twee keer tegen gescoord. Dit tel je met een rooster van vier breed en twee hoog. Je mag daarbij niet langs de aangekruiste punten, want bij die punten heeft de tegenstander meer gescoord en staat dan dus voor.



Er zijn $14 \times 9 = 126$ scoreverlopen mogelijk.

- 47 a** In 6 van de 24 gevallen begint de volgorde met een 4 en is de eerste taart meteen de grootste.
b Succes heb je dan bij 1423, 1432, 2143, 2413, 2431, 3124, 3142, 3214, 3241, 3412 en 3421. Dat zijn 11 gevallen.
c Succes heb je nu bij 1243, 1324, 1342, 2143, 2314, 2341, 3124, 3142, 3214 en 3241. Dat zijn 10 gevallen. Dat is minder dan 11, dus deze strategie is minder gunstig. Strategie b is de beste.

Samenvatting

- S1 a** Het boomdiagram is regelmatig, het aantal takken wordt in de kolommen steeds één kleiner. Het aantal rijtjes is $12 \times 11 \times 10 = 1320$.
- b** Ook dit is een regelmatig boomdiagram waarbij het aantal takken in de kolom steeds drie kleiner wordt.
Er zijn $12 \times 9 \times 6 = 648$ mogelijke rijtjes.
- c** De enige mogelijkheid is een 1, een 2 en een 3 trekken.
Uitschrijven in volgorde van rode bal, gele bal en blauwe bal geeft
 $1 - 2 - 3$, $1 - 3 - 2$, $2 - 1 - 3$, $2 - 3 - 1$, $3 - 1 - 2$ en $3 - 2 - 1$.
Er zijn zes mogelijke rijtjes waarbij het product zes is.
- S2 a** Dit is een machtsboom. Er zijn $6^6 = 46\,656$ mogelijke rijtjes.
- b** Er zijn drie oneven getallen (1, 3 en 5).
Dit kan op $3^6 = 729$ mogelijkheden.
- c** Dit is een faculteitsboom. Er zijn $6! = 720$ mogelijkheden.
- S3** Dit is een permutatie van drie uit tien.
Er zijn $10 \times 9 \times 8 = 720$ mogelijkheden.
- S4 a** Het is een rooster van 10 breed en 3 hoog.
Er zijn dan $\binom{13}{3} = 286$ mogelijke routes van punt A naar punt B .
- b** Er zijn dan $\binom{9}{4} = 126$ mogelijke routes.
- S5** Jan kan $\binom{14}{3} = 364$ mogelijke drietallen autootjes kiezen.
- S6 a** Iedereen kan kiezen uit 5 snacks. Er zijn 7 personen.
Er zijn $5^7 = 78\,125$ mogelijke lijstjes.
- b** Dat kan op $\binom{7}{4} = 35$ manieren.
- c** Dat kan op $7! = 5040$ manieren.

Test jezelf

- T1 a** Bij elke baan is er keuze uit vier kleuren. Dit kan op $4^4 = 256$ manieren.
- b** Er zijn $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ verschillende volgorden.
- c** Nu zijn er $6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$ verschillende volgorden.
- d** De bovenste baan kan met zes verschillende kleuren gekleurd worden. Elke volgende baan kan met vijf kleuren worden gekleurd.
In het totaal kan de vlag op $6 \times 5 \times 5 \times 5 = 750$ verschillende manieren worden gekleurd.
- T2 a** De nummers kunnen in $5! = 120$ volgorden worden afgespeeld.
- b** De twee nummers van Brett Young kunnen als 1e en 2e of als 2e en 3e of als 3e en 4e of als 4e en 5e worden afgespeeld. Deze nummers kunnen bij elk van deze vier situaties op twee volgorden afgespeeld.

De drie nummers van Willie Nelson kunnen op $3 \times 2 \times 1 = 6$ verschillende manieren worden afgespeeld. Het totaal aantal volgorden is $4 \times 2 \times 6 = 48$.

- c Dan zijn er $5^7 = 78\,125$ afspeelmogelijkheden.

T3 a Het aantal mogelijke volgorden is dan $11! = 39\,916\,800$.

- b Clara heeft zes Nederlandse en vijf Engelse boeken. Als ze niet twee Nederlandse boeken achter elkaar wil lezen dan zal ze moeten beginnen met een Nederlands boek en dan verder afwisselen. (*n-e-n-e-n-e-n-e-n*). Dit kan op $6 \times 5 \times 5 \times 4 \times 4 \times 3 \times 3 \times 2 \times 2 \times 1 \times 1 = 86\,400$ manieren.

- c Clara kiest een viertal boeken uit een totaal van elf boeken.

Dat kan op $\binom{11}{4} = 330$ manieren.

- d Clara neemt twee van de zes Nederlandse boeken en twee van de vijf Engelse boeken mee. Dat kan op $\binom{6}{2} \times \binom{5}{2} = 15 \times 10 = 150$ manieren.

T4 Er gaan tien personen mee en er zijn zes gele en zes oranje zwemvesten. Je moet nu een aantal situaties onderscheiden.

Zes gele en vier oranje zwemvesten worden gebruikt.

Dit kan op $\binom{10}{6} = 210$ manieren.

Vijf gele en vijf oranje zwemvesten worden gebruikt.

Dit kan op $\binom{10}{5} = 252$ manieren.

Vier gele en zes oranje zwemvesten worden gebruikt.

Dit kan op $\binom{10}{4} = 210$ manieren.

In totaal zijn er $210 + 252 + 210 = 672$ mogelijkheden.

T5 a Bij de aanvallers is het een keus van drie uit vier.

Dit kan op $\binom{4}{3} = 4$ manieren.

- b Bij het middenvelders is het een keuze van drie uit vijf.

Dit kan op $\binom{5}{3} = 10$ manieren.

Bij de verdedigers is het een keuze van vier uit zes.

Dit kan op $\binom{6}{4} = 15$ manieren.

- c Voor de keeper kan de coach uit twee kiezen.

Het totaal aantal verschillende teams is

$$\binom{2}{1} \times \binom{4}{3} \times \binom{5}{3} \times \binom{6}{4} = 2 \times 4 \times 10 \times 15 = 1200.$$

T6 a Het kiezen van drie van de negen vakjes kan op $\binom{9}{3} = 84$ manieren.

- b Als het tweede gaatje wordt geponst in een andere rij of kolom dan het eerste gaatje zijn er bij elk eerste gaatje vier mogelijkheden voor het tweede gaatje. Dit geeft $9 \times 4 = 36$ tweetallen gaatjes. Daarbij wordt elke mogelijkheid dubbel meegeteld, want als je bijvoorbeeld eerst een gaatje ponst in vakje 3 en daarna in vakje 8 heb je dezelfde mogelijkheid dan wanneer je eerst in vakje 8 en daarna in vakje 3 ponst. Er zijn $36 : 2 = 18$ verschillende mogelijkheden.

- c In elk vakje kun je een gaatje ponsen of niet. Dus voor elk vakje zijn er twee mogelijkheden. Dat geeft in het totaal $2^9 = 512$ mogelijkheden. Hierbij zit ook de mogelijkheid dat er geen één gaatje wordt weg geponst. Het aantal mogelijkheden om 1 tot met 9 gaatjes weg te ponsen is $512 - 1 = 511$. Het is dan mogelijk dat in elke trein op een verschillende manier gaatjes worden geponst.

Extra oefening

- E1 a** Er zijn zes verschillende dropjes. Er worden ook zes dropjes op een rij gelegd en dat kan dan op $6^6 = 46\,656$ manieren.
b Dat kan op $6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 6! = 720$ manieren.
- E2 a** Joëlle kan dan $8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 6720$ rijtjes maken.
b Voor de eerste knikker is er dan maar één mogelijkheid. Ze kan $1 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$ rijtjes maken.
- E3 a** Om van punt A naar punt B te komen tel je in een rooster van 6 breed en 2 hoog.
 Je kunt op $\binom{8}{6} = 28$ manieren van punt A naar punt B rijden.
 Van punt B naar punt C tel je in een rooster van 2 breed en 5 hoog.
 Je kunt op $\binom{7}{2} = 21$ manieren van punt B naar punt C rijden.
b Je kunt op $28 \times 21 = 588$ manieren van punt A naar punt C rijden.
- E4 a** Dat kan op $\binom{24}{3} = 2024$ manieren.
b Dat kan op $\binom{24}{5} = 42\,504$ manieren.
- E5 a** Er zijn $\binom{6}{3} = 20$ volgorden.
b Er zijn $23 \times 29 \times 28 = 18\,676$ drietallen mogelijk.
c De stickers kunnen op verschillende manieren verdeeld worden.
 Verdeling 5-0-0 kan op 3 manieren. (5-0-0 of 0-5-0 of 0-0-5)
 Verdeling 4-1-0 kan op 6 manieren. (4-1-0 of 4-0-1 of 1-4-0 of 1-0-4 of 0-4-1 of 0-1-4)
 Verdeling 3-2-0 kan op 6 manieren. (3-2-0 of 3-0-2 of 2-3-0 of 2-0-3 of 0-3-2 of 0-2-3)
 Verdeling 3-1-1 kan op 3 manieren. (3-1-1 of 1-3-1 of 1-1-3)
 Verdeling 2-2-1 kan op 3 manieren. (2-2-1 of 2-1-2 of 1-2-2)
 In totaal zijn er $3 + 6 + 6 + 3 + 3 = 21$ manieren.
- E6 a** Het rooster van zeven breed en drie hoog is hier een goed telmodel.
 Dit kan op $\binom{10}{7} = 120$ manieren.
b Er is nu nog keus voor vijf uit acht plaatsen voor de witte viooltjes.
 Dit kan op $\binom{8}{5} = 56$ manieren.

4 Systematisch tellen

- c De drie paarse viooltjes kunnen van links naar rechts op plaatsen 1, 2 en 3 staan. Deze viooltjes kunnen dan nog zeven keer een plaats naar rechts opschuiven, tot de plaatsen 8, 9 en 10.
Dit kan dus op acht manieren.

- E7 a Het aantal verschillende patronen is dan $3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 = 81$.
b Er zijn twaalf vakjes waaruit je er zes kiest om er een gaatje in te ponsen.
Dat kan op $\binom{12}{6} = 924$ verschillende manieren.
c Op één rij zijn er vier vakjes. Je kunt daaruit op $\binom{4}{2} = 6$ verschillende manieren twee vakjes kiezen om er een gaatje in te ponsen.
Dat doe je ook bij de andere twee rijen.
Er zijn $6 \times 6 \times 6 = 216$ verschillende mogelijkheden.

- E8 a In het totaal zijn er dus $13 + 5 = 18$ passagiers.
Die kunnen als volgt over de twee busjes verdeeld worden.

busje van 8 personen	busje van 12 personen
8	10
7	11
6	12

- b Van de dertien bewoners selecteer je er vijf en van de vijf begeleiders selecteer je er twee.

Het aantal manieren waarop dit kan is gelijk aan $\binom{13}{5} \times \binom{5}{2} = 12870$.

- c Er gaan 18 personen mee.
In de kleine bus kunnen acht, zeven of zes personen.
Dit kan op $\binom{18}{8} + \binom{18}{7} + \binom{18}{6} = 94\,146$ manieren.

- E9 a De negen gasten kunnen op $9! = 362\,880$ manieren aan tafel gaan zitten.
b Er zijn dan $11! = 39\,916\,800$ verschillende mogelijkheden.
c De gastheer en zijn vrouw kunnen op 7 verschillende manieren naast elkaar zitten zo dat de gastvrouw links van de gastheer zit.
Er zijn dan nog negen plaatsen te verdelen.
Dat geeft een totaal van $7 \times 9! = 2540160$ verschillende mogelijkheden.

- 1** a $\frac{8}{20} = \frac{2}{5}$
b $\frac{15}{36} = \frac{5}{12}$
c $\frac{12}{78} = \frac{2}{13}$
d $\frac{15}{125} = \frac{3}{25}$
- 2** a $\frac{5}{12} + \frac{7}{18} =$
 $\frac{15}{36} + \frac{14}{36} = \frac{29}{36}$
b $2\frac{5}{8} + 1\frac{3}{4} =$
 $2\frac{5}{8} + 1\frac{6}{8} = 3\frac{11}{8} = 4\frac{3}{8}$
c $4\frac{2}{3} + 5\frac{5}{6} + \frac{7}{12} =$
 $4\frac{8}{12} + 5\frac{10}{12} + \frac{7}{12} = 9\frac{25}{12} = 11\frac{1}{12}$
d $\frac{7}{10} - \frac{2}{3} =$
 $\frac{21}{30} - \frac{20}{30} = \frac{1}{30}$
e $2\frac{2}{5} - \frac{7}{8} =$
 $2\frac{16}{40} - \frac{35}{40} =$
 $1\frac{56}{40} - \frac{35}{40} = 1\frac{21}{40}$
f $4\frac{1}{9} - 3\frac{1}{2} =$
 $4\frac{2}{18} - 3\frac{9}{18} =$
 $3\frac{20}{18} - 3\frac{9}{18} = \frac{11}{18}$
- 3** a $\frac{5}{12} \times \frac{2}{5} = \frac{10}{60} = \frac{1}{6}$
b $1\frac{1}{2} \times 2\frac{1}{3} =$
 $\frac{3}{2} \times \frac{7}{3} = \frac{21}{6} = 3\frac{3}{6} = 3\frac{1}{2}$
c $2 \times \frac{3}{10} =$
 $\frac{2}{1} \times \frac{3}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$
d $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times 3 =$
 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{5} \times \frac{3}{1} = \frac{9}{20}$
e $\left(\frac{3}{5}\right)^2 =$
 $\frac{3}{5} \times \frac{3}{5} = \frac{9}{25}$
f $3 \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} =$
 $\frac{3}{1} \times \frac{5}{6} \times \frac{4}{5} \times \frac{1}{4} = \frac{60}{120} = \frac{1}{2}$
- 4** a $\frac{3}{4} = 0,75$
b $\frac{7}{9} = 0,778$
c $1\frac{1}{3} = 1,333$
d $7\frac{4}{5} = 7,8$
e $-4\frac{1}{8} = -4,125$
f $5\frac{4}{15} = 5,267$
- 5** a $0,25 = \frac{25}{100} = \frac{1}{4}$
b $0,875 = \frac{875}{1000} = \frac{7}{8}$
c $0,05 = \frac{5}{100} = \frac{1}{20}$
d $2,42 = 2\frac{42}{100} = 2\frac{21}{50}$
e $7,08 = 7\frac{8}{100} = 7\frac{2}{25}$
f $6,125 = 6\frac{125}{1000} = 6\frac{1}{8}$
- 6** a $\frac{1}{14}$ deel van € 200,- is € 200,- : 14 = 14,28...
 $\frac{3}{14}$ deel van € 200,- is $3 \times 14,28... \approx € 42,86$.
b $\frac{1}{5}$ deel van 16 gram is $16 : 5 = 3,2$ gram.
 $\frac{2}{5}$ deel van 16 gram is $2 \times 3,2 = 6,4$ gram.
c 0,18 deel van 4 ton is $0,18 \times 4 = 0,72$ ton.
d 0,63 deel van 18 km is $0,63 \times 18 = 11,34$ km.
- 7** a $p = 15a$
b $u = 15m$
c $k = 6t$
d $s = 7x^2 + 10x$
e $q = 10n^2 + 4n + 5$
f $w = -6a^2 - a + 4$

8 a $y = 3(x + 2)$
 $y = 3x + 6$
b $y = 2x(x + 12)$
 $y = 2x^2 + 24x$
c $y = 5x(2x - 3)$
 $y = 10x^2 - 15x$

d $y = -7(0,5x - 2)$
 $y = -3,5x + 14$
e $y = -4x(-1\frac{1}{2}x + 6)$
 $y = 6x^2 - 24x$
f $y = -x(x - 8)$
 $y = -x^2 + 8x$

9 a $y = 2x(3x + 5) + 7x$
 $y = 6x^2 + 10x + 7x$
 $y = 6x^2 + 17x$
b $y = x(x + 6) - 3x^2$
 $y = x^2 + 6x - 3x^2$
 $y = -2x^2 + 6x$
c $y = 4x(5x - 3) + 6x$
 $y = 20x^2 - 12x + 6x$
 $y = 20x^2 - 6x$
d $k = 12m(2 - 4m) + 6m^2$
 $k = 24m - 48m^2 + 6m^2$
 $k = -42m^2 + 24m$
e $c = -4w(4w - 4) + 25w - 35$
 $c = -16w^2 + 16w + 25w - 35$
 $c = -16w^2 + 41w - 35$

10 a Bij $x = 0$ hoort $y = \frac{9 \times 0 + 6}{3} = 2$ en bij $x = 2$ hoort $y = \frac{9 \times 2 + 6}{3} = 8$.

b A $y = \frac{4x - 10}{2}$
 $y = \frac{4x}{2} - \frac{10}{2}$
 $y = 2x - 5$
B $y = \frac{21 + 15x}{3}$
 $y = \frac{21}{3} + \frac{15x}{3}$
 $y = 7 + 5x$

C $K = \frac{-16p - 8}{2}$
 $K = \frac{-16p}{2} - \frac{8}{2}$
 $K = -8p - 4$
D $Q = \frac{0,4c + 1,8}{2}$
 $Q = \frac{0,4c}{2} + \frac{1,8}{2}$
 $Q = 0,2c + 0,9$

11 a $2b - 10a = 16$
 $2b = 10a + 16$
 $b = 5a + 8$
b $4a = 6 - b$
 $6 - b = 4a$
 $-b = 4a - 6$
 $b = -4a + 6$
c $2a - b + 7 = 0$
 $-b + 7 = -2a$
 $-b = -2a - 7$
 $b = 2a + 7$

d $-b - 4 = 10a$
 $-b = 10a + 4$
 $b = -10a - 4$
e $18 = 2(a - b)$
 $18 = 2a - 2b$
 $2a - 2b = 18$
 $-2b = -2a + 18$
 $b = a - 9$
f $2(6 - b) = -10a$
 $12 - 2b = -10a$
 $-2b = -10a - 12$
 $b = 5a + 6$

- 12 a** Er zijn $5! = 120$ verschillende volgorden.
b Je kunt $26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 \times 26 = 26^6 = 308\,915\,776$ verschillende codes maken.
c Er zijn $4! = 24$ verschillende woorden.
d Er zijn $4 \times 4 \times 4 \times \dots \times 4 = 4^{12} = 16\,777\,216$ manieren.
- 13 a** Het startgetal van lijn l is 4 en de richtingscoëfficiënt van lijn l is $-0,5$.
b $y = -0,5x + 4$
c De richtingscoëfficiënt van lijn k is $-0,5$.
d Het startgetal van lijn k is 7. De formule bij lijn k is $y = -0,5x + 7$.
e De x -coördinaat neemt $2 - 0 = 2$ toe.
 De y -coördinaat neemt $7 - 4 = 3$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van lijn m is $3 : 2 = 1,5$.
 Het startgetal van lijn m is 4.
 De formule bij lijn m is $y = 1,5x + 4$.
- 14 a** Het startgetal van lijn l is 8.
 De formule bij lijn l is $y = -2x + 8$.
b Lijn m is een horizontale lijn.
 Het startgetal van lijn m is 3.
 De formule bij lijn m is $y = 3$.
c De x -coördinaat neemt $8 - 0 = 8$ toe.
 De y -coördinaat neemt $96 - 0 = 96$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van lijn n is $96 : 8 = 12$.
 Het startgetal van lijn n is 0.
 De formule bij lijn n is $y = 12x$.
- 15 a** De x -coördinaat neemt $19 - 13 = 6$ toe.
 De y -coördinaat neemt $41 - 14 = 27$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van lijn k is $27 : 6 = 4,5$.
b De x -coördinaat neemt $10 - -2 = 12$ toe.
 De y -coördinaat neemt $36 - 12 = 24$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van lijn m is $24 : 12 = 2$.
- 16** Het startgetal is $41 - 9 \times 3 = 14$.
 De formule bij lijn l is $y = 3x + 14$.
- 17 a** De x -coördinaat neemt $17 - 3 = 14$ toe.
 De y -coördinaat neemt $52 - 10 = 42$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van de lijn is $42 : 14 = 3$.
 Vanuit het punt $(3, 10)$ moet je drie stapjes naar links om bij de verticale as te komen.
 Het startgetal van de lijn is $10 - 3 \times 3 = 1$.
 De formule bij de lijn is $y = 3x + 1$.
b De x -coördinaat neemt $2 - -2 = 4$ toe.
 De y -coördinaat neemt $10 - 8 = 2$ toe.
 De richtingscoëfficiënt van de lijn is $2 : 4 = 0,5$.
 Vanuit het punt $(2, 10)$ moet je twee stapjes naar links om bij de verticale as te komen.
 Het startgetal van de lijn is $10 - 2 \times 0,5 = 9$.
 De formule bij de lijn is $y = 0,5x + 9$.

- c** De x -coördinaat neemt $25 - 21 = 4$ toe.
De y -coördinaat neemt $89 - 29 = 60$ toe.
De richtingscoëfficiënt van de lijn is $60 : 4 = 15$.
Vanuit het punt $(21, 29)$ moet je 21 stapjes naar links om bij de verticale as te komen.
Het startgetal van de lijn is $29 - 21 \times 15 = -286$.
De formule bij de lijn is $y = 15x - 286$.
- d** De x -coördinaat neemt $10 - 5 = 5$ toe.
De y -coördinaat neemt $-6 - 4 = -10$ toe.
De richtingscoëfficiënt van de lijn is $-10 : 5 = -2$.
Vanuit het punt $(5, 4)$ moet je vijf stapjes naar links om bij de verticale as te komen.
Het startgetal van de lijn is $4 + 5 \times 2 = 14$.
De formule bij de lijn is $y = -2x + 14$.
- e** De lijn door deze punten loopt horizontaal.
Het startgetal van de lijn is 3.
De formule bij de lijn is $y = 3$.
- f** De x -coördinaat neemt $-2 - -4 = 2$ toe.
De y -coördinaat neemt $-17 - 7 = -24$ toe.
De richtingscoëfficiënt van de lijn is $-24 : 2 = -12$.
Vanuit het punt $(-2, -17)$ moet je twee stapjes naar rechts om bij de verticale as te komen.
Het startgetal van de lijn is $-17 + 2 \times -12 = -41$.
De formule bij de lijn is $y = -12x - 41$.

5 Lineaire en exponentiële groei

Voorkennis

V1 a Het getal bij het boogje vind je door 844,20 te delen door 670.

Je krijgt $\frac{844,20}{670} = 1,26$. Het bijbehorende percentage is $100 \times 1,26 = 126$.

prijs in euro's	670	844,20
percentage	100	126

b Je moet de oude prijs met 1,26 vermenigvuldigen.

c De prijs is verhoogd met 26%.

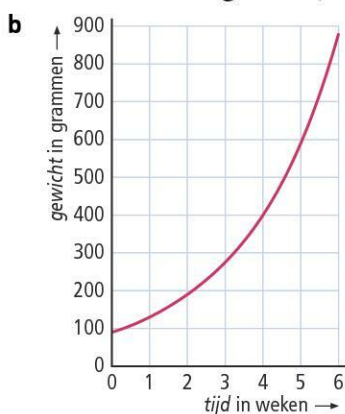
d Het getal waarmee je moet vermenigvuldigen is $\frac{280}{350} = 0,8$.

V2 a De factor is $\frac{288}{240} = 1,2$.

b De factor is $\frac{228}{380} = 0,6$.

V3 a $\frac{130}{90} \approx 1,44$; $\frac{190}{130} \approx 1,46$; $\frac{275}{190} \approx 1,45$; $\frac{400}{275} \approx 1,45$.

De factor is ongeveer 1,45.



c Na vier weken was het gewicht 400 gram en na vijf weken $400 \times 1,45 = 580$ gram.

En na zes weken is het gewicht $400 \times 1,45 \times 1,45 = 841$ gram.

V4 a

x	0	1	2	3	4	5	6
y	5	6	7,2	8,6	10,4	12,4	14,9

b De beginhoeveelheid is 5.

c De groeifactor is 1,2.

d Grafiek 3 hoort bij de formule $y = 5 \cdot 1,2^x$.

e Bij de formule $y = 5 \cdot 0,5^x$ hoort grafiek 4, want dit is een dalende grafiek die beginhoeveelheid 5 heeft.

Bij de formule $y = 2 \cdot 1,5^x$ hoort grafiek 2, want dit is een stijgende grafiek die beginhoeveelheid 2 heeft.

Bij de formule $y = 12 \cdot 0,9^x$ hoort grafiek 1, want dit is een dalende grafiek die beginhoeveelheid 12 heeft.

5 Lineaire en exponentiële groei

- V5 a** Een afname van 8% betekent dat de factor waarmee vermenigvuldigd wordt 0,92 is. Een dag later zijn er $800 \times 0,92 = 736$ rupsen en nog een dag later zijn er $736 \times 0,92 \approx 677$ rupsen.

b <i>tijd</i> in dagen	0	1	2	3	4	5	6	7	8
<i>aantal</i> rupsen	800	736	677	623	573	527	485	446	411

- c** Invoer: $y_1 = 800 \times 0,92^x$ en $y_2 = 300$
 Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 1000
 Optie: snijden
 Dit geeft de oplossing $x \approx 11,8$.
 De coördinaten van het snijpunt zijn (11,8; 300).
- d** Invoer: $y_1 = 800 \times 0,92^x$ en $y_2 = 50$
 Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 500
 Optie: snijden
 Dit geeft de oplossing $x \approx 33,3$.
 Na 34 dagen zijn er voor het eerst minder dan 50 rupsen.

- V6 a** Per 10 pagina's printen neemt de hoeveelheid inkt met 0,2 mL af.
 Het hellingsgetal is $-0,2 : 10 = -0,02$.
- b** Het startgetal is $7 + 50 \times 0,02 = 8$.
- c** Een formule is $I = 8 - 0,02p$.

5.1 Lineaire groei

intro €205,- : 6 = €34,17 en €260 : 8 = €32,50.
 Het bedrag per uur is niet gelijk. Er is dus sprake van een starttarief.

- 1** Tabel A: nee, want bij de stappen van 1 naar 2 naar 3 in de bovenste rij is de toename in de onderste rij 3. Van 3 naar 5 moet de toename 6 zijn en die toename is 4.
 Tabel B: ja, want als x met 1 toeneemt, neemt y met 1,5 toe.
 Tabel C: nee, want bij gelijke stappen in de bovenste rij van de tabel, is er geen sprake van dezelfde afname in de onderste rij van de tabel.

- 2 a** R neemt af met $220 - 20 = 200$.
- b** Als t met 50 toeneemt, neemt R met 200 af.
 Als t met 10 toeneemt, neemt R met $200 : 5 = 40$ af.
- c**
- | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| t | 70 | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
| R | 220 | 180 | 140 | 100 | 60 | 20 |
- d** Als t met 1 toeneemt, neemt R met $40 : 10 = 4$ af.
- e** $t = 56$ geeft $R = 220 + 14 \times 4 = 276$.
 $t = 102$ geeft $R = 100 - 2 \times 4 = 92$.

- 3 a** Elke m^3 gas heeft dezelfde prijs. Er is dus sprake van een lineair verband, want bij gelijke stappen is er sprake van dezelfde toename.
- b** Bij een constante snelheid kost elke km evenveel tijd. Er is dus sprake van een lineair verband, want bij gelijke stappen is er sprake van dezelfde toename.

- c Nee, want bij gelijke stappen is er geen sprake van dezelfde toename.
bijvoorbeeld:

<i>lengte</i> ribbe in cm	1	2	3
<i>inhoud</i> in cm ³	$1^3 = 1$	$2^3 = 8$	$3^3 = 27$

- d Nee, want bij gelijke stappen is er geen sprake van dezelfde toename. (Er is hier sprake van een exponentieel verband.)
- 4 a 1 meter kabel weegt 103 gram. Met 5 meter kabel weegt de haspel 957 gram.
Met 6,5 meter kabel weegt de haspel $957 + 1,5 \times 103 = 1111,5$ gram.
- b Per meter kabel is de toename van het gewicht constant. Er is dus sprake van een lineair verband.
3 meter kabel weegt $2410 - 1990 = 420$ gram.
1 meter kabel weegt $420 : 3 = 140$ gram.
Met 5 meter kabel weegt de haspel $1990 - 4 \times 140 = 1430$ gram.
- 5 a Her verband tussen t en W is lineair omdat de pompen steeds een constante hoeveelheid water afvoeren.
- b In 8 uur pompen wordt er $1900 - 1420 = 480$ m³ water afgevoerd.
In 1 uur pompen wordt er $480 : 8 = 60$ m³ water afgevoerd.
Na 18 uur is er nog 1420 m³ water over.
 $1420 : 60 = 23\frac{2}{3}$ uur
Er is $18 + 23\frac{2}{3} = 41\frac{2}{3}$ uur nodig om het zwembad leeg te krijgen.
Dat is 41 uur en 40 minuten.
- c Na 24 uur pompen was er nog $1420 - 6 \times 60 = 1060$ m³ water in het zwembad.
- d $inhoud = lengte \times breedte \times hoogte$
 $1060 = 50 \times 25 \times hoogte$
 $1060 = 1250 \times hoogte$
 $hoogte = 1060 : 1250 = 0,848$
Na 24 uur pompen is de hoogte van het water 0,848 m en dat is 84,8 cm.
- e Bij een hoogte van 140 cm is de inhoud $50 \times 25 \times 1,4 = 1750$ m³.
Na 10 uur pompen is de inhoud 1900 m³. Er moet dan nog 150 m³ weggepompt worden.
 $150 : 60 = 2,5$ uur, dus na $10 + 2,5 = 12,5$ uur stond het water nog 140 cm hoog.
- 6 a In de grafiek zie je dat de persoon 76 kg woog.
- b In 10 dagen neemt zijn gewicht met 8 kg toe.
Dit is $8 : 10 = 0,8$ kg per dag.
Na 14 dagen is zijn gewicht $76 + 14 \times 0,8 = 87,2$ kg.
- 7 a Van 8.10 uur naar 9.20 uur stijgt het water van 11,5 cm naar 43,0 cm.
In 70 minuten stijgt het water $43,0 - 11,5 = 31,5$ cm.
In 1 minuut stijgt het water $31,5 : 70 = 0,45$ cm.
- b Om 8.00 uur is de waterhoogte $11,5 - 10 \times 0,45 = 7$ cm.
De formule is $h = 7 + 0,45t$.
- 8 a Bij A+ zijn de kosten $189 + 8 \times 138 \times 0,19 = 398,76$ euro.
Bij A+++ zijn de kosten $235 + 8 \times 82 \times 0,19 = 359,64$ euro.
Meneer Huisman kan het beste de A+++ koelkast kopen.
- b $K = 235 + 82 \times 0,19 \times t$
De formule is $K = 235 + 15,58t$.

5 Lineaire en exponentiële groei

c $189 + 26,22t = 235 + 15,58t$

$$189 + 10,64t = 235$$

$$10,64t = 46$$

$$t \approx 4,32 \text{ jaar}$$

Als je de koelkast 4 jaar en $0,32 \times 12 \approx 4$ maanden of langer gebruikt, is de A+++ koelkast goedkoper dan een A+ koelkast.

05 a Dit blijkt uit de zin: 'Iedere minuut wordt er steeds hetzelfde aantal liter uit het vat gepompt.'

b Na 5 minuten zit er nog 489 liter in het vat. Na 18 minuten is dat nog 450 liter. Er is $489 - 450 = 39$ liter weggepompt.

c Van 5 minuten tot 18 minuten is 13 minuten.

Per minuut is er $39 : 13 = 3$ liter water weggepompt.

d Dat geldt omdat het verband lineair is.

e Na 18 minuten moet er nog 450 liter water worden weggepompt.

Dit duurt $450 : 3 = 150$ minuten.

Totaal duurt het $150 + 18 = 168$ minuten. Dit is 2 uur en 48 minuten.

f Er moet dan nog $450 - 290 = 160$ liter water worden weggepompt.

Dit duurt $160 : 3 \approx 53,33$ minuten.

g Dus na $53,33 + 18 = 71,33$ minuten zit er nog 290 liter water in het vat. 71,33 minuten is 1 uur, 11 minuten en 20 seconden.

07 a Dat blijkt uit de zin: 'De dikte van het ijs neemt elk uur evenveel toe'.

b In vier uur tijd neemt de ijsdikte toe met $3,8 - 3,6 = 0,2$ cm.

Per uur is de toename $0,2 : 4 = 0,05$ cm.

c De ijsdikte was om 0.00 uur $3,6 - 2 \times 0,05 = 3,5$ cm.

d $d = 0,05t + 3,5$

U1 In de formule $y = 3x - 10$ kun je x vervangen door $-2t + 5$.

$$y = 3(-2t + 5) - 10$$

$$y = -6t + 15 - 10$$

$$y = -6t + 5$$

Dit is een lineaire formule met startgetal 5 en richtingscoëfficiënt -6 .

5.2 Exponentiële groei

intro $1,03 \times 15 = €15,45$, dus eerste maand een verhoging van €0,45.

$1,03 \times 15,45 \approx €15,91$, dus na twee maanden een verhoging van €0,46.

$1,03 \times 15,91 \approx €16,39$, na drie maanden een verhoging van €0,48.

$1,03 \times 16,39 \approx €16,90$, na vier maanden een verhoging van €0,51.

Na drie maanden is de verhoging meer dan €0,50. Deze verhoging wordt elke maand groter. Je kunt dus het beste kiezen voor een verhoging van 3%.

9 a Je moet dan vermenigvuldigen met $901,80 : 835 = 1,08$.

b Een factor 1,08 komt overeen met 108%. De prijs is met 8% gestegen.

c De factor is $643,20 : 670 = 0,96$.

d De prijs is met 4% gedaald.

- 10 a** $100\% + 10\% = 110\%$ De factor is $110 : 100 = 1,1$.
b $100\% + 0,5\% = 100,5\%$ De factor is $100,5 : 100 = 1,005$.
c $100\% - 1,7\% = 98,3\%$ De factor is $98,3 : 100 = 0,983$.
d $100\% - 2,03\% = 97,97\%$ De factor is $97,97 : 100 = 0,9797$.
e $100\% + 300\% = 400\%$ De factor is $400 : 100 = 4$.
f $100\% + 0,1\% = 100,1\%$ De factor is $100,1 : 100 = 1,001$.

- 11 a** De factor 1,4 komt overeen met $1,4 \times 100\% = 140\%$.
 Er is een toename van 40%.
b De factor 0,95 komt overeen met $0,95 \times 100\% = 95\%$.
 Er is een afname van 5%.
c De factor 1,02 komt overeen met $1,02 \times 100\% = 102\%$.
 Er is een toename van 2%.
d De factor 0,997 komt overeen met $0,997 \times 100\% = 99,7\%$.
 Er is een afname van 0,3%.
e De factor 3,05 komt overeen met $3,05 \times 100\% = 305\%$.
 Er is een toename van 205%.
f De factor 0,01 komt overeen met $0,01 \times 100\% = 1\%$.
 Er is een afname van 99%.

- 12 a** De factor is 1,03.
b
- | <i>tijd</i> in jaren | 2019 | 2020 | 2021 |
|----------------------------|------|--------|-----------|
| <i>huurprijs</i> in euro's | 9800 | 10 094 | 10 396,82 |
- c** Gerekend vanaf 2021 zijn er twee jaren voorbijgegaan.
 De huurprijs is dan $10\,396,82 \times 1,03 \times 1,03 \approx 11\,029,99$ euro.

- 13 a** In tabel A is de groei exponentieel.
 Als x met 1 toeneemt, wordt de waarde van y steeds met 2 vermenigvuldigd.
 In tabel B is de groei niet exponentieel. (De groei is lineair.)
 Als x met 1 toeneemt, neemt de waarde van y steeds met 12 toe.
 In tabel C is de groei exponentieel.
 Als x met 1 toeneemt wordt de waarde van y steeds met $\frac{1}{3}$ vermenigvuldigd.
b De groeifactor bij tabel A is 2.
 De groeifactor bij tabel C is $\frac{1}{3}$.

- 14 a** Nee
- | <i>zijde</i> | 1 | 2 | 3 | 4 |
|--------------------|---|---|---|----|
| <i>oppervlakte</i> | 1 | 4 | 9 | 16 |
- Als de zijde met 1 toeneemt, wordt de oppervlakte niet steeds met dezelfde factor vermenigvuldigd.
b Nee, er komt elk jaar een vast bedrag bij. (Het is dus een lineair verband.)
c Ja, elk jaar wordt het bedrag vermenigvuldigd met de factor 1,036.
d Ja, want elke vijf maanden wordt het aantal vermenigvuldigd met de factor 3.

- 15 a** Een afname van 5% betekent dat 95% overblijft.
 De factor is $95 : 100 = 0,95$.
 Na 5 jaar zijn er $243 \times 0,95 \approx 231$ hazen.
b Van jaar 4 naar jaar 5 is $\times 0,95$.
 Van jaar 4 naar jaar 3 is $: 0,95$.

<i>tijd</i> in jaren	0	1	2	3	4	5
<i>aantal hazen</i>	298	283	269	256	243	231

- 16 a** De groeifactor is $250 : 200 = 1,25$.
b $t = 4$: $1,25 \times 250 = 312,5$
 $t = 5$: $1,25 \times 312,5 = 390,625$
c Om het aantal op tijdstip $t = 1$ te berekenen moet je delen door 1,25.
d Op $t = 1$ zijn er $200 : 1,25 = 160$ hazen.
 Op $t = 0$ zijn er $160 : 1,25 = 128$ hazen.

<i>tijd</i>	0	1	2	3	4	5
<i>aantal</i>	128	160	200	250	312,5	390,625

- 17 a**
- | <i>tijd in uren</i> | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
|-------------------------|-----|-----|-----|----|-----|-----|
| <i>aantal bacteriën</i> | ... | 200 | 100 | 50 | ... | ... |
- Elk uur wordt het aantal bacteriën met 0,5 vermenigvuldigd.
 Het is een exponentieel verband want de groeifactor is 0,5.

- b** $100\% \times 0,5 = 50\%$.
 Het aantal neemt met 50% per uur af.
c Op $t = 4$ zijn er $0,5 \times 50 = 25$ bacteriën.
 Op $t = 5$ zijn er $0,5 \times 25 \approx 13$ bacteriën.
d Aan het begin van het onderzoek waren er $200 : 0,5 = 400$ bacteriën.

- 013 a** Dit getal bereken je met de deling $3072 : 12\,288$.
 Het getal is $3072 : 12\,288 = 0,25$.
b $768 : 3072 = 0,25$
 $192 : 768 = 0,25$
 $48 : 192 = 0,25$
 De factoren zijn gelijk.
c Bij $x = 5$ hoort $48 \times 0,25 = 12$.
d $12 \times 0,25$
 Bij de hele tabel hoort groeifactor 0,25.
 Er is dus sprake van exponentiële groei.

- 015 a** $100\% + 2\% = 102\%$.
 De factor is $102 : 100 = 1,02$.
b In 2018 waren er $13\,248 \times 1,02 \approx 13\,513$ inwoners.
 In 2019 waren er $13\,513 \times 1,02 \approx 13\,783$ inwoners.
c Van 2016 naar 2017 moet je vermenigvuldigen met 1,02.
 Dus van 2017 naar 2016 deel je door 1,02.
d In 2016 waren er $13\,248 : 1,02 \approx 12\,988$ inwoners.
 In 2015 waren er $12\,988 : 1,02 \approx 12\,734$ inwoners.

- U2 a** Stel het aantal kakkerlakken op het tijdstip $t = 0$ op 100.
 Op het tijdstip $t = 1$ zijn er dan $100 \times 1,06 = 106$ kakkerlakken.
 Op het tijdstip $t = 2$ zijn er dan $106 \times 1,04 = 110,24$ kakkerlakken.
 De toename is $110,24\% - 100\% = 10,24\%$.
b Op het tijdstip $t = 1$ zijn er 106 kakkerlakken.
 De vraag is wanneer er 200 zijn bij een groeifactor van 1,04.
 $106 \times 1,04^{16} \approx 198$
 $106 \times 1,04^{17} \approx 206$
 17 jaar na $t = 1$, dus na 18 jaar is het aantal kakkerlakken verdubbeld.

5.3 Exponentiële formules opstellen

intro Nee deze formule komt niet overeen met de beschreven uitbraak.

$A = 5 \cdot 10t$ kun je herschrijven tot $A = 50t$.

Volgens deze formule is er een lineair verband waarbij er elke week een vast aantal besmettingen bijkomt, namelijk 50.

18 a Op $t = 1$ zijn er $A = 500 \times 0,9^1 = 450$ vissen.

Op $t = 2$ zijn er $A = 500 \times 0,9^2 = 405$ vissen.

b Op $t = 0$ waren er 500 vissen.

c Invoer: $y_1 = 500 \times 0,9^x$

Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 500

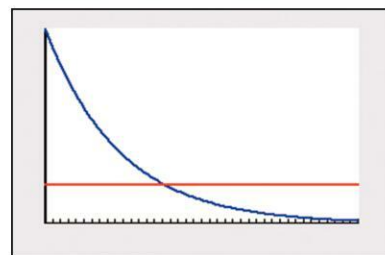
d Invoer: $y_1 = 500 \times 0,9^x$ en $y_2 = 100$

Venster: x van 0 tot 40, en y van 0 tot 500

Optie: snijden

De oplossing is $x \approx 15,28$.

Er zijn ongeveer 100 vissen na ruim 15 weken. Na 16 weken worden er dus nieuwe vissen uitgezet.



19 a De algemene formule is $G = b \cdot g^t$. Het gewicht G is in grammen en de tijd t is in weken.

b $\frac{185}{145} \approx 1,276$ en $\frac{156}{125} \approx 1,276$ De groeifactor is ongeveer 1,276.

c Bij de geboorte woog het hondje $145 : 1,276 \approx 114$ gram.

d De formule is $G = 114 \cdot 1,276^t$.

20 De algemene formule is $N = b \cdot g^t$.

De groeifactor bij tabel A is $400 : 500 = 0,8$.

De beginhoeveelheid bij tabel A is 500.

De formule bij tabel A is $N = 500 \cdot 0,8^t$.

De groeifactor bij tabel B is $5400 : 4500 = 1,2$.

De hoeveelheid N bij $t = 0$ is $4500 : 1,2^2 = 3125$.

De formule bij tabel B is $N = 3125 \cdot 1,2^t$.

21 De algemene formule is $B = b \cdot g^t$.

De groeifactor is $3232 : 3200 = 1,01$.

Het bedrag op 1 januari 2013 is $3200 : 1,01^2 \approx 3136,95$.

De formule is $B = 3136,95 \cdot 1,01^t$.

22 De algemene formule is $N = b \cdot g^t$.

De groeifactor is $101,1 : 100 = 1,011$.

Het aantal mensen in 2015 is $7,59 : 1,011^3 \approx 7,345$ miljard.

De formule is $N = 7,345 \cdot 1,011^t$.

23 a De groeifactor per dag is 2, want elke dag verdubbelt de oppervlakte.

b Op 8 maart is de oppervlakte $2^5 = 32$ keer groter dan op 3 maart.

c Op 1 maart was de oppervlakte $0,2 : 2^2 = 0,05 \text{ cm}^2$.

d Een formule bij de oppervlakte is $A = 0,05 \cdot 2^t$ met A in cm^2 en t de tijd in dagen.

e 11 maart komt overeen met $t = 10$.

De oppervlakte op 11 maart is $0,05 \times 2^{10} = 51,2 \text{ cm}^2$.

- 24 a** Na 1 dag is er nog 75% van het geneesmiddel in het lichaam overgebleven.
De groeifactor is 0,75 per dag.
Na twee dagen is er nog $8 \times 0,75^2 = 4,5$ cc over.
- b** Elke dag wordt het zelfde percentage van het geneesmiddel afgebroken door het lichaam. De groeifactor per dag is gelijk.
- c** De formule is $H = 8 \cdot 0,75^t$.
- d** Invoer: $y_1 = 8 \times 0,75^x$ en $y_2 = 1$
Venster: x van 0 tot 10 en y van 0 tot 8
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 7,23$.
Na iets meer dan 7 dagen is er nog 1 cc van het geneesmiddel over.
- e** Na 3 dagen is er van de eerste injectie nog $8 \times 0,75^3 = 3,375$ cc over.
Als er dan een tweede injectie wordt gegeven, is de beginhoeveelheid $3,375 + 8 = 11,375$ cc.
Invoer: $y = 11,375 \times 0,75^x$ en $y_2 = 1$
Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 12
Optie: snijden
De oplossing is $t \approx 8,45$.
Het duurt 8,5 dagen na de tweede injectie voordat er van de 11,375 cc nog maar 1 cc over is. In het totaal duurt het $3 + 8,5 = 11,5$ dagen.

- 020 a** De algemene formule is $N = b \cdot g^t$.
- b** De groeifactor is $1200 : 800 = 1,5$.
- c** De beginhoeveelheid is de hoeveelheid op $t = 0$ en dat is 800.
- d** De formule bij de tabel is $N = 800 \cdot 1,5^t$.
Controle: $800 \times 1,5^2 = 1800$, dus klopt.

- 022 a** Het aantal leerlingen neemt af met een vast percentage per jaar.
 $100\% - 2,3\% = 97,7\%$. De groeifactor is $97,7 : 100 = 0,977$.
- b** De beginhoeveelheid is het aantal leerlingen op 1 september 2017.
De beginhoeveelheid is $2790 : 0,977 \approx 2856$.
- c** Een formule is $N = 2856 \cdot 0,977^t$ met N het aantal leerlingen en t de tijd in jaren met $t = 0$ op 1 september 2017.
- d** Invoer: $y_1 = 2856 \times 0,977^x$
Optie: tabel
- | | | | | | |
|-----|------|------|------|------|------|
| x | 0 | 5 | 10 | 15 | 16 |
| y | 2856 | 2542 | 2263 | 2015 | 1968 |
- Bij $t = 15$ zijn er nog 2015 leerlingen, bij $t = 16$ zijn er 1968 leerlingen.
Bij $t = 16$ zijn er voor het eerst minder dan 2000 leerlingen.
- e** $t = 16$ is 16 jaar na 2017, dus in het schooljaar 2033 – 2034.

U3 Invoer: $y_1 = 5 \times 2^{3 \times (x+1)}$

Optie: tabel

x	0	1	2
y	40	320	2560

De groeifactor is $320 : 40 = 8$. De beginhoeveelheid is 40.

Dus $b = 40$ en $g = 8$ ($N = 40 \cdot 8^t$).

5.4 Andere tijdseenheden

intro Daphne denkt dat de fiets ieder jaar hetzelfde bedrag minder waard wordt. Maar de fiets wordt elk jaar 25% van de waarde op dat moment minder waard. Dat bedrag wordt ieder jaar kleiner.

25 a	<i>tijd</i> in uren	10	11	12	13	14	15	16
	<i>oppervlakte</i> in km ²	0,12	0,36	1,08	3,24	9,72	29,16	87,48

b De groeifactor per uur is 3.

c Je kijkt dan in de tabel bij 10 uur en bij 13 uur.

De groeifactor per drie uur is $3,24 : 0,12 = 27$.

De oppervlakte wordt in drie uur $3,24 : 0,12 = 27$ keer zo groot.

Je kijkt dan in de tabel bij 10 uur en bij 15 uur.

De oppervlakte wordt in vijf uur $29,16 : 0,12 = 243$ keer zo groot.

d De groeifactor per drie uur is $3,24 : 0,12 = 27$.

De groeifactor per vijf uur is $29,16 : 0,12 = 243$.

e Elk uur wordt de oppervlakte met 3 vermenigvuldigd.

Elke vijf uur wordt de oppervlakte met $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^5$ vermenigvuldigd.

f De groeifactor per zes uur is $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^6 = 729$.

Als je in de tabel de oppervlaktes voor $t = 10$ en $t = 16$ op elkaar deelt, vind

je de groeifactor per zes uur. Die is gelijk is aan $\frac{87,48}{0,12} = 729$.

De antwoorden kloppen met elkaar.

26 a De groeifactor per dag is 3,24.

b Bij $t = \frac{1}{2}$ is $N = 1000 \times 3,24^{\frac{1}{2}} = 1800$.

Bij $t = 1$ is $N = 1000 \times 3,24^1 = 3240$.

Bij $t = 1\frac{1}{2}$ is $N = 1000 \times 3,24^{1\frac{1}{2}} = 5832$.

Bij $t = 2$ is $N = 1000 \times 3,24^2 \approx 10498$.

c Onder de pijltjes komt het getal 1,8, want bijvoorbeeld $3240 : 1800 = 1,8$.

d De groeifactor per halve dag is gelijk aan 1,8.

e $3,24^{\frac{1}{2}} = 1,8$, dus klopt.

27 a Er gaan 7 dagen in een week. De groeifactor per dag is $1,52^{\frac{1}{7}} \approx 1,062$

De groeifactor per 4 weken is $1,52^4 \approx 5,338$.

b Er zitten 52 weken in een jaar.

De groeifactor per jaar is $1,002^{52} \approx 1,109$.

28 a Het aantal na 2 jaar en na 6 jaar is gegeven, de groeifactor per vier jaar is $2916 : 36 = 81$.

Een jaar is een vierde deel van een periode van vier jaar, dus de groeifactor per jaar is $81^{\frac{1}{4}} = 3$.

b De factor 3 komt overeen met $3 \times 100\% = 300\%$.

De toename per jaar is $300\% - 100\% = 200\%$.

c De beginhoeveelheid is de hoeveelheid op het tijdstip $t = 0$.

Vanaf $t = 2$ terugrekenen naar $t = 0$ geeft $36 : 3^2 = 4$.

De formule is $A = 4 \cdot 3^t$.

d De groeifactor per maand is $3^{\frac{1}{12}} \approx 1,096$.

De formule met de tijd m in maanden is $A = 4 \cdot 1,096^m$.

5 Lineaire en exponentiële groei

- e De formule $A = 4 \cdot 3^t$ geeft $A = 4 \cdot 3^{3,5} \approx 187$.
In de formule $A = 4 \cdot 1,096^m$ is $m = 3,5 \times 12 = 42$.
 $A = 4 \cdot 1,096^{42} \approx 188$
De formule $A = 4 \cdot 3^t$ geeft het beste antwoord, want de groeifactor in maanden is een afgerond getal.
- 29** a De groeifactor per dag is $130 : 100 = 1,3$.
b De groeifactor per uur is $1,3^{\frac{1}{24}} \approx 1,011$.
c $1,011 \times 100\% = 101,1\%$ De toename per uur is $1,1\%$.
- 30** a Een toename van 30% per 10 jaar betekent een groeifactor $1,3$ per 10 jaar.
1 jaar is een tiende deel van 10 jaar.
De groeifactor per jaar is $1,3^{\frac{1}{10}} \approx 1,027$.
De procentuele toename per jaar is $2,7\%$.
b Een toename van 5% per dag betekent een groeifactor van $1,05$ per dag.
De groeifactor per week is $1,05^7 \approx 1,407$.
De procentuele toename per week is $40,7\%$.
c Een afname van $0,6\%$ per dag betekent een groeifactor $0,994$ per dag.
In een jaar zitten 365 dagen.
De groeifactor per jaar is $0,994^{365} \approx 0,111$.
De procentuele afname per jaar is $100\% - 11,1\% = 88,9\%$.
d Een afname van 20% per uur betekent een groeifactor van $0,8$ per uur.
Er zitten 4 kwartieren in een uur, dus de groeifactor per kwartier is $0,8^{\frac{1}{4}} \approx 0,946$. De afname per kwartier is $100\% - 94,6\% = 5,4\%$.
- 31** a De groeifactor per 7 jaar is $17,2 : 16,6 \approx 1,036$.
De bevolking is dus met $3,6\%$ gegroeid.
b De groeifactor per jaar is $1,036^{\frac{1}{7}} \approx 1,0005$.
 $1,005 \times 100\% = 100,5\%$. De bevolking is dus met $0,5\%$ gegroeid.
c In het jaar 2100 zijn er dan $16,6 \times 1,005^{90} \approx 26$ miljoen mensen.
Dat zijn niet twee keer zo veel inwoners als in 2010. De bevolking is dus niet verdubbeld ten opzichte van 2010.
- 027** a De groeifactor per dag is $1,029^{24} \approx 1,986$.
b De groeifactor per 4 uur is $1,029^4 \approx 1,121$.
c Er zitten vier kwartieren in een uur. Een kwartier is $\frac{1}{4}$ deel van een uur.
d Een half uur is een $\frac{1}{2}$ deel van een uur.
De groeifactor per half uur is $1,029^{\frac{1}{2}} \approx 1,014$.
e Twee dagen is 48 uur. De groeifactor per twee dagen is $1,029^{48} \approx 3,944$.
20 minuten is $\frac{1}{3}$ deel van een uur.
De groeifactor per 20 minuten is $1,029^{\frac{1}{3}} \approx 1,010$.
- 030** a Groeifactor per week is ongeveer $1,016^7 \approx 1,118$.
Groeipercantage per week is ongeveer $11,8\%$.
b Groeipercantage per twee weken is $100\% - 12,4\% = 87,6\%$.
Groeifactor per twee weken is $0,876$.
c Een dag is $\frac{1}{14}$ deel van twee weken.
De groeifactor per dag is $0,876^{\frac{1}{14}} \approx 0,991$.

- d** Het groeipercentage per dag is 99,1%.
Dat is een afname van $100\% - 99,1\% = 0,9\%$.
- e** De toename per minuut is 1,07%.
De groeifactor per minuut is 1,0107.
In een uur zitten 60 minuten.
De groeifactor per uur is $1,0107^{60} \approx 1,894$.
Dat komt overeen met een toename van ongeveer 89,4% per uur.
- f** De groeifactor bij een afname van 30% is 0,7.
In een uur zitten vier kwartier.
De groeifactor per kwartier is $0,7^{\frac{1}{4}} \approx 0,915$.
Dat is een afname van $100\% - 91,5\% = 8,5\%$ per kwartier.

U4 Er moet dus gelden dat $b \cdot g^{20} = 2b$ ofwel $g^{20} = 2$.
Invoer: $y_1 = x^{20}$ en $y_2 = 2$
Venster: x van 0 tot 2 en y van 0 tot 3
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 1,035$.
Het rentepercentage per jaar is ongeveer 3,5%.

5.5 Negatieve exponenten

intro De groeifactor is 2. Je moet drie dagen terug in de tijd.
De hoeveelheid op 1 juni is $40 : 2^3 = 5$.
Je kunt in de formule $t = -3$ invullen.
Je krijgt dan $40 \times 2^{-3} = 5$.

32 a Een toename van 50% betekent een groeifactor van 1,5.
Bij de pijltjes naar rechts moet staan $\times 1,5$ en bij de pijltjes naar links moet staan $: 1,5$.

t	8.00	9.00	10.00	11.00	12.00
N	400	600	900	1350	2025

- c** Er moet gelden $900 \times 1,5^0 = 900$, dus $1,5^0 = 1$.
- d** $t = 0$ is om 10.00 uur, om 9.00 uur geldt $t = -1$.
Er zijn om 9.00 uur dus $900 \times 1,5^{-1}$ bacteriën.
Terugrekenen in de tijd betekent delen door de groeifactor.
Om 9.00 uur zijn er $900 : 1,5$ bacteriën.
- e** Het antwoord is bij beide manieren hetzelfde.
- f** Om 8.00 uur waren er $900 : 1,5^2 = 400$ bacteriën.
Om 8.00 uur waren er $900 \times 1,5^{-2} = 400$ bacteriën.

33 a Het aantal bekeken video's in 2016 was $1080 \times 3^0 = 1080$ miljard.

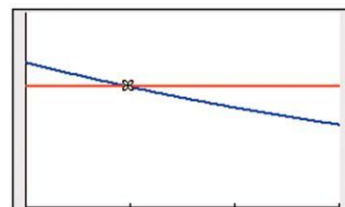
b In 2014 geldt $t = -2$. Het aantal bekeken video's is $1080 \times 3^{-2} = 120$ miljard.
In 2015 geldt $t = -1$. Het aantal bekeken video's is $1080 \times 3^{-1} = 360$ miljard.

34 a Om 1.00 uur is het promillage 0,6 dus $b = 0,6$.
Het promillage neemt met 17% per uur af, dus $g = 0,83$.

b Twee uur voor de controle was het promillage $P = 0,6 \times 0,83^{-2} \approx 0,87$.

5 Lineaire en exponentiële groei

- c Invoer: $y = 0,6 \times 0,83^x$ en $y_2 = 0,5$
Venster: x van 0 tot 3 en y van 0 tot 0,8
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 1$.
Het promillage is dus lager dan 0,5 als meneer
Van Dijk na 01.00 uur nog één uur wacht.
Hij had dus om 02.00 uur naar huis mogen rijden.
- d De formule begint pas te tellen op het moment dat hij geen alcohol meer drinkt.



- 35** a Op het begintijdstip waren er 200 bladluizen en de grafiek snijdt de verticale as in het punt $(0, 200)$.
b De toename is 8% per dag, de groeifactor is 1,08.
De formule is $N = 200 \cdot 1,08^t$ met t de tijd in dagen.
c Invoer: $y_1 = 200 \times 1,08^x$ en $y_2 = 3000$
Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 3500
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 35$.
Na ongeveer 35 dagen is het aantal bladluizen 3000.
d Op het tijdstip $t = -15$ waren er $200 \times 1,08^{-15} \approx 63$ bladluizen.
Op het tijdstip $t = -30$ waren er $200 \times 1,08^{-30} \approx 20$ bladluizen.
e Volgens de formule geldt $200 \times 1,08^{-100} \approx 0,09$.
Op het tijdstip $t = -100$ waren er dus geen bladluizen.
- 36** a De algemene formule is $J = b \cdot g^t$ met $b = 72\,000$ en $g = 0,993$.
De formule is dus $J = 72\,000 \cdot 0,993^t$ met J de jaarlijkse omzet en t de tijd in jaren met $t = 0$ in 2018.
b In 2050 is $t = 32$, dus $J = 72\,000 \times 0,993^{32} \approx 57\,505$.
Bij een jaarlijkse omzet van € 57.505,- zal de winkel haar deuren sluiten.
c Invoer: $y_1 = 72\,000 \times 0,993^x$ en $y_2 = 80\,000$
Venster: x van -20 tot 0 en y van 0 tot 90 000
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx -14,998 \dots$.
Dus 15 jaar voor 2018 ofwel in 2003 was de omzet voor het eerst minder dan € 80.000,-.

- 033** a De beginhoeveelheid is 0,5 miljoen en de groeifactor is 2.
b $t = 0$ is in 2016, het aantal verkochte 3D-printers is dan 0,5 miljoen.
c In 2018 geldt $t = 2$ dus $A = 0,5 \times 2^2 = 2$.
Het aantal verkochte 3D printers was 2 miljoen.
d 2015 is één jaar voor 2016, dus $t = -1$.
e In 2015 geldt $t = -1$. Het aantal verkochte 3D printers was $A = 0,5 \times 2^{-1} = 0,25$ ofwel 250 000.
f In 2014 geldt $t = -2$. Het aantal verkochte 3D printers was $A = 0,5 \times 2^{-2} = 0,125$ ofwel 125 000.

- U5** De afname is met 16,6% per dag.
Dit betekent dat de groeifactor per dag 0,834 is.
Met $t = 0$ op 15 juni om 0.00 uur geldt $R = 50 \cdot 0,834^t$ met t de tijd in dagen.
Je moet de vergelijking $50 \times 0,834^t = 100$ oplossen.
Invoer: $y_1 = 50 \times 0,834^x$ en $y_2 = 100$
Venster: x van -10 tot 0 en y van 0 tot 150
Optie: snijden

De oplossing is $x \approx -3,819$.
 3,819 dagen is 3 dagen en $0,819 \times 24 = 19,656$ uur.
 19,656 uur is 19 uur en $0,656 \times 60 = 39$ minuten.
 3 dagen 19 uur en 39 minuten voor 15 juni 0.00 uur was de
 hoeveelheid 100%. Dit was op 11 juni om 4.21 uur.

5.6 Gemengde opdrachten

- 37** De groeifactor per 10 jaar is 1,4.
 De formule voor het waterverbruik is $N = 6 \cdot 1,4^t$ met t de tijd in tientallen jaren en 1900 als $t = 0$ en N in miljoenen m^3 .
 Bij het jaar 2027 hoort $t = 12,7$, dus $N = 6 \times 1,4^{12,7} \approx 431$ miljoen m^3 .
- 38 a** De groeifactor is 0,5 per 5730 jaar.
 10 jaar is $\frac{10}{5730} = \frac{1}{573}$ deel van 5730 jaar.
 De groeifactor per 10 jaar is $0,5^{\frac{1}{573}} \approx 0,9988$.
 $0,9988 \times 100\% = 99,88\%$, de afname is 0,12% per 10 jaar.
- b** $100\% + 316\% = 416\%$, de groeifactor is 4,16 per 3 jaar.
 De groeifactor per jaar is $4,16^{\frac{1}{3}} \approx 1,6083$.
 De toename per jaar is 60,83%.
- 39 a** Elke 10 minuten wordt het 800 gram vocht uit het graan verwijderd.
 Na een half uur is de hoeveelheid vocht nog $5000 - 3 \times 800 = 2600$ gram.
- b** Per minuut wordt $800 : 10 = 80$ gram vocht uit het graan verwijderd.
 Het startgetal is 5000, dus de formule is $V = 5000 - 80t$.
- c** Het graan is droog als $V = 0$.
 $5000 - 80t = 0$
 $80t = 5000$
 $t = 5000 : 80 = 62,5$
 Na 62,5 minuten is het graan droog.
- d** De groeifactor per 10 minuten is 0,5.
 De groeifactor per minuut is $0,5^{\frac{1}{10}} \approx 0,933$.
 $0,933 \times 100\% = 93,3\%$. De afname per minuut is 6,7%.
- e** De formule is $V = 5000 \cdot 0,933^t$.
- f** Invoer: $y_1 = 5000 - 80x$ en $y_2 = 5000 \times 0,933^x$
 Venster: x van 0 tot 70 en y van 0 tot 5000
 Optie: snijden
 De oplossing is $x \approx 61,6$.
 Na ongeveer 62 minuten hebben beide machines evenveel vocht afgevoerd.
- 40 a** $\frac{12060}{13400} = 0,9$; $\frac{10850}{12060} \approx 0,8997$; $\frac{9770}{10850} \approx 0,9005$ en $\frac{8790}{9770} \approx 0,8997$
 De groeifactoren zijn allemaal bij benadering gelijk aan 0,9, dus er is sprake van exponentiële groei.
- b** $0,9 \times 100\% = 90\%$, de afname is 10% per jaar.
- c** $A = 13400 \cdot 0,9^t$ met t de tijd in jaren.
 Invoer: $y_1 = 13400 \times 0,9^x$ en $y_2 = 5000$
 Venster: x van 0 tot 12 en y van 0 tot 14000
 Optie: snijden
 De oplossing is $x \approx 9,4$.
 Na 9,4 jaar zijn er ongeveer 5000 veldmuizen over.

Onderzoeksoopdrachten

- 41** Het aantal inwoners a in stad A kun je berekenen met de formule $a = 12856 + 342t$ met t de tijd in jaren.

Het aantal inwoners in stad B kun je berekenen met de formule $b = 13590 \cdot 1,015^t$.

Invoer: $y_1 = 12856 + 342x$ en $y_2 = 13590 \times 1,015^x$

Venster: x van 0 tot 70 en y van 12000 tot 40000

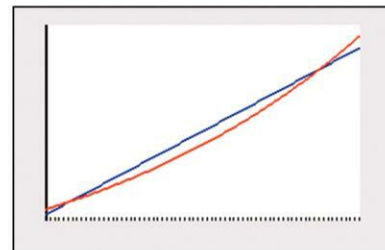
Optie: snijden

De oplossing is $x \approx 5,6$ en $x \approx 61,1$.

$2017 + 6 = 2023$ en $2017 + 62 = 2079$

In stad A wonen minder inwoners tot 2023, dus in 2017, 2018, 2019, 2020, 2021 en 2022.

Na 62 jaar dus vanaf 2079 wonen er in stad A opnieuw minder inwoners dan in stad B.



- 42**
- | <i>tijd</i> in minuten | <i>temperatuur</i> in °C | <i>verschil met omgeving</i> in °C. |
|------------------------|--------------------------|-------------------------------------|
| 0 | 80 | 60 |
| 5 | 52 | 32 |
| 15 | 29 | 9 |
| 25 | 25 | 5 |

De eerste 5 minuten neemt het temperatuurverschil af met $(60 - 32) : 5 = 28 : 5 = 5,6$ °C per minuut.

Tussen 5 en 15 minuten is de daling van het temperatuurverschil $(32 - 9) : 5 = 23 : 10 = 2,3$ °C per minuut.

De afname is niet lineair.

De groeifactor in de eerste 5 minuten is $\frac{32}{60} \approx 0,533$,
dit is $0,533^5 \approx 0,822$ per minuut.

De groeifactor tussen $t = 5$ en $t = 15$ is $\frac{9}{32} \approx 0,281$,
dit is $0,281^{10} \approx 0,881$ per minuut.

De groeifactor tussen $t = 15$ en $t = 25$ is $\frac{5}{9} \approx 0,555$,
dit is $0,555^{10} \approx 0,943$ per minuut.

De afname van het temperatuurverschil is ook niet exponentieel.

- 43** Je kunt de kosten voor elektriciteit berekenen met de formules $T_1 = 36,54 + 0,17198k$, $T_2 = 44,54 + 0,16918k$ en $T_3 = 60,54 + 0,16658k$.

Gebruikers betalen even veel bij tarief I als tarief II als:

$$36,54 + 0,17198k = 44,54 + 0,16918k$$

$$0,0028k = 8$$

$$k = 2857,14$$

Gebruikers betalen even veel bij tarief II als tarief III als:

$$44,54 + 0,16918k = 60,54 + 0,16658k$$

$$0,0026k = 16$$

$$k = 6153,84$$

Bij een gebruik van minder dan 2858 kWh is tarief I het voordeligst.

Bij een gebruik van 2858 kWh tot en met 6153 kWh is tarief II het voordeligst.

Bij een gebruik van 6154 kWh of meer is tarief III het voordeligst.

Samenvatting

- S1** Het verband tussen prijs en het gewicht van een stuk kaas is lineair. De prijs wordt bepaald door het bedrag per gewichtseenheid.
Het verband tussen schoenmaat en de leeftijd in jaren is niet lineair, want voeten blijven niet groeien.
- S2** Per maand lost mevrouw Jager $288\,000 : (30 \times 12) = 800$ euro af.
Na 16 jaar en 5 maanden heeft ze $16 \times 12 + 5 = 197$ keer € 800,- afgelost.
Het restbedrag is € 288.000,- - $197 \times € 800,- = € 130.400,-$.
- S3** a $100\% + 56,2\% = 156,2\%$ De groeifactor is $156,2 : 100 = 1,562$.
b $100\% - 0,01\% = 99,99\%$ De groeifactor is $99,99 : 100 = 0,9999$.
- S4** a $0,568 \times 100\% = 56,8\%$ De afname is $100\% - 56,8\% = 43,2\%$.
b $1,789 \times 100\% = 178,9\%$ De toename is $178,9\% - 100\% = 78,9\%$.
- S5** a $200 : 400 = 0,5$; $100 : 200 = 0,5$; $50 : 100 = 0,5$ en $25 : 50 = 0,5$
In tabel A is de groei exponentieel.
Als t met 1 toeneemt, wordt de waarde van N steeds 0,5 keer zo groot.
In tabel B is de groei niet exponentieel (dit verband is lineair).
Als t met 1 toeneemt, neemt de waarde van N steeds met 7,5 toe.
b De groeifactor bij tabel A is 0,5.
- S6** De groeifactor is $257,37 : 247,47 \approx 1,04$.
De beginhoeveelheid is $247,47 : 1,04^3 \approx 220$.
De formule is $B = 220 \cdot 1,04^t$.
- S7** a De groeifactor per drie uur is 1,2.
De groeifactor per uur is $1,2^{\frac{1}{3}} \approx 1,063$.
b Een dag is 8 keer drie uur.
De groeifactor per dag is $1,2^8 \approx 4,300$.
c 15 minuten is $\frac{1}{12}$ deel van drie uur.
De groeifactor per 15 minuten is $1,2^{\frac{1}{12}} \approx 1,015$.
- S8** a Bij een afname van 10% per uur hoort een groeifactor van 0,9 per uur.
De groeifactor per dag is $0,9^{24} \approx 0,080$.
 $0,08 \times 100\% = 8\%$
Dit is een afname van $100\% - 8\% = 92\%$ per dag.
b De groeifactor per minuut is $0,9^{\frac{1}{60}} \approx 0,998$.
 $0,998 \times 100\% = 99,8\%$
Dit is een afname van $100\% - 99,8\% = 0,2\%$ per minuut.
- S9** Een toename van 1,2% betekent dat de groeifactor 1,012 is.
Voor het aantal inwoners A met $t = 0$ op 1 januari 2019 geldt de formule $A = 6\,590\,000 \cdot 1,012^t$ met t de tijd in jaren.
Op 1 januari 2017 is $t = -2$.
Het aantal inwoners op 1 januari 2017 was $6\,590\,000 \times 1,012^{-2} \approx 6\,435\,000$.

Test jezelf

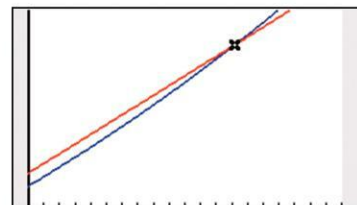
- T1 a** De beginhoeveelheid is 6,47.
 Een groei van 4,2% per jaar betekent een groeifactor van 1,042 per jaar.
 Een formule hierbij is $A = 6,47 \cdot 1,042^t$ met A het aantal auto's in miljoenen en t de tijd in jaren.
- b** Januari 2020 is 2 jaar na januari 2018, dus $t = 2$.
 Naar verwachting zijn er dan $6,47 \times 1,042^2 \approx 7,02$ miljoen auto's.
 Juli 2022 is $4\frac{1}{2}$ jaar na januari 2018, dus $t = 4,5$.
 Naar verwachting zijn er dan $6,47 \times 1,042^{4,5} \approx 7,79$ miljoen auto's.
- c** 1 januari 2016 komt overeen met $t = -2$.
 Het aantal auto's is dan $6,47 \times 1,042^{-2} \approx 5,96$ miljoen.
 1 januari 2017 komt overeen met $t = -1$.
 Het aantal auto's is dan $6,47 \times 1,042^{-1} \approx 6,21$ miljoen.
 In 2016 zijn er $6,21 - 5,96 = 0,25$ miljoen ofwel 250 000 auto's bij gekomen.
- d** Je moet hier de vergelijking $6,47 \cdot 1,042^t = 12,94$ oplossen.
 Invoer: $y_1 = 6,47 \times 1,042^x$ en $y_2 = 12,94$
 Venster: x van 0 tot 20 en y van 0 tot 15
 Optie: snijden
 De oplossing is $x \approx 16,85$.
 In 2034 zal het aantal auto's verdubbeld zijn.

T2 a

aantal keer stuiteren	hoogte in cm
0	160
1	120
2	90
3	67,5

- b** De beginhoogte is 160 cm en de groeifactor is 0,75.
 De formule is $h = 160 \cdot 0,75^n$.
- c** Na vijf keer stuiteren komt het balletje op een hoogte van $160 \times 0,75^5 \approx 38$ cm.
 Na zes keer stuiteren komt het balletje $160 \times 0,75^6 \approx 28,5$ cm hoog.
 Na zes keer stuiteren komt het balletje lager dan 30 cm.
- d** Na vier keer stuiteren komt het balletje op een hoogte van $160 \times 0,75^4 = 50,625$ cm.
 Het balletje heeft dan $160 + 2 \times 120 + 2 \times 90 + 67,5 \times 2 + 50,625 = 765,625$ cm afgelegd.
- T3 a** Op 100 meter diepte is de temperatuur $17 + 3 = 20$ °C.
 Op 200 meter diepte is de temperatuur $17 + 2 \times 3 = 23$ °C.
- b** Voor elke 100 meter diepte komt er 3 °C bij.
 Voor elke meter diepte komt er $3 : 100 = 0,03$ °C bij.
 De formule is $T = 17 + 0,03d$.
- c** De temperatuur is dan $T = 17 + 0,03 \times 680 = 37,4$ °C.
- d** $30 = 17 + 0,03d$
 $0,03d = 13$
 $d \approx 433,3$
 Op 433,3 meter diepte is de temperatuur 30 °C.

- T4 a** De groeifactor is 1,02 en de formule is $A = 73\,000 \cdot 1,02^t$.
- b** Het aantal woningen t jaar na het begintijdstip is $25\,000 + 500t$.
Er mogen maximaal gemiddeld drie mensen per woning zijn. Dat betekent dat voor M , het maximale aantal inwoners na t jaar, geldt
 $M = 3 \cdot (25\,000 + 500t) = 75\,000 + 1500t$.
- c** Een bevolking van 73 000 mensen betekent dat er genoeg woonruimte is als het aantal woningen minstens gelijk is aan $73\,000 : 3 \approx 24\,333$.
Er waren toen 25 000 woningen. In 2018 zijn er genoeg woningen.
- d** Invoer: $y_1 = 73\,000 \cdot 1,02^x$ en $y_2 = 75\,000 + 1500x$
Venster: x van 0 tot 20 en y van 70 000 tot 100 000
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 13,2$.
Na ruim 13 jaar ontstaat er een tekort aan woningen.
- e** De formule voor M wordt dan $M = 75\,000 + 3 \cdot 800t = 75\,000 + 2400t$.
Invoer: $y_1 = 73\,000 \cdot 1,02^x$ en $y_2 = 75\,000 + 2400x$
Venster: x van 0 tot 80 en y van 70 000 tot 250 000
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 49,0$.
Ook in deze situatie is er een snijpunt, dus ook dan ontstaat er op den duur woningnood. De woningnood ontstaat wel pas na bijna 49 jaar.



- T5 a** Bij een groeipercantage van 2,5% hoort een groeifactor van 1,025.
Een jaar heeft $52 : 4 = 13$ perioden van 4 weken.
De groeifactor per jaar is $1,025^{13} \approx 1,379$.
 $1,379 \times 100\% = 137,9\%$. Dit is een toename van 37,9%.
- b** De groeifactor per week is $1,025^{\frac{1}{4}} \approx 1,006$.
Dit is een toename van 0,6%.
- c** Dan zijn er zes jaar voorbij en is het aantal ratten $1250 \times 1,379^6 \approx 8596$.
(of $1250 \times 1,025^{78} \approx 8578$)
- T6 a** Na elk jaar is er nog 90% over. Dus per jaar wordt 10% van de hoeveelheid Radium-228 afgebroken.
De groeifactor per jaar is 0,9.
De groeifactor per 10 jaar is $0,9^{10} \approx 0,349$.
- b** De groeifactor per maand is $0,9^{\frac{1}{12}} \approx 0,9913$.
- c** Er moet gelden $9,3 \cdot 0,9^t = 1$.
Invoer: $y_1 = 9,3 \times 0,9^x$ en $y_2 = 1$
Venster: x van 0 tot 40 en y van 0 tot 10
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 21,2$.
Het duurt nog ruim 21 jaar voordat er nog maar 1 gram over is.

Extra oefening

- E1 a** Elke week groeit het bedrag in de spaarpot met een vast bedrag, namelijk met $\frac{1}{3} \times € 7,50 = € 2,50$.
- b** Het startbedrag is € 53,-. De toename per week is € 2,50.
Een formule is $B = 53 + 2,5t$.
- c** De vergelijking is $53 + 2,5t = 100$.
 $2,5t = 47$
 $t = 18,8$
Na 19 weken heeft Linda voor het eerst meer dan € 100,- in haar spaarpot.
- E2 a** $100\% + 23\% = 123\%$ De groeifactor is $123 : 100 = 1,23$.
- b** $100\% + 11,3\% = 111,3\%$ De groeifactor is $111,3 : 100 = 1,113$.
- c** $100\% - 1,9\% = 98,1\%$ De groeifactor is $98,1 : 100 = 0,981$.
- d** $100\% + 3\% = 103\%$ De groeifactor is $103 : 100 = 1,03$.
- e** $100\% + 100\% = 200\%$ De groeifactor is $200 : 100 = 2$.
- f** $100\% - 0,02\% = 99,98\%$ De groeifactor $99,98 : 100 = 0,9998$.
- E3 a** Er komt een vast percentage bij.
- b** $2219,35 : 2184,40 \approx 1,016$
Joost krijgt 1,6% rente per jaar op zijn spaarrekening.
- c** Het bedrag op 1 januari 2019 is $2219,35 \times 1,016^2 = 2290,94$ euro.
- d** $2184,40 : 1,016 = 2150$
Op 1 januari 2015 heeft Joost € 2.150,- op de rekening gezet.
- E4** De groeifactor per maand is $0,92^{\frac{1}{12}} \approx 0,993$.
De beginhoeveelheid op 1 januari 2018 was $90\,000 \times 0,993^{-2} \approx 91\,273$.
Een formule is $N = 91\,273 \cdot 0,993^t$.
- E5 a** De groeifactor per week is 4,9.
De groeifactor per drie weken is $4,9^3 = 117,649$.
- b** Een week telt 7 dagen.
De groeifactor per dag is $4,9^{\frac{1}{7}} \approx 1,255$.
- c** In een week zitten $7 \times 24 = 168$ uren.
De groeifactor per uur is $4,9^{\frac{1}{168}} \approx 1,0095$.
- E6 a** Bij een afname van 16,5% blijft er 83,5% over.
De groeifactor per uur is $83,5 : 100 = 0,835$.
De groeifactor per kwartier is $0,835^{\frac{1}{4}} \approx 0,956$.
 $0,956 \times 100\% = 95,6\%$. De afname is 4,4% per kwartier.
- b** De groeifactor per vijf uur is $0,835^5 \approx 0,406$.
 $0,406 \times 100\% = 40,6\%$. De afname is 59,4% per vijf uur.
- c** De groeifactor per minuut is $0,835^{\frac{1}{60}} \approx 0,997$.
 $0,997 \times 100\% = 99,7\%$. De afname is 0,3% per minuut.
- d** De groeifactor per dag is $0,835^{24} \approx 0,013$.
 $0,013 \times 100\% = 1,3\%$. De afname is 98,7% per dag.
- E7 a** 23 juni 2019 komt overeen met $t = -1$, dus $N = 600 \times 2^{-1} = 300$.
Op 23 juni waren er 300 fruitvliegen.
- b** 2 juni 2019 komt overeen met $t = -4$, dus $N = 600 \times 2^{-4} = 37,5$.
Op 2 juni waren er 38 fruitvliegen.

- E8 a** 1 juli 2005 komt overeen met $t = -2$, dus $A = 54 \times 1,07^{-2} \approx 47,166$.
Op 1 juli 2005 waren er ongeveer 47 200 libellen.
- b** 1 juli 2023 komt overeen met $t = \frac{8}{5} = 1,6$, dus $A = 54 \times 1,07^{1,6} \approx 60,174$.
Op 1 juli 2023 is het aantal libellen ongeveer 60 200.
- c** De groeifactor per 5 jaar is 1,07.
De groeifactor per jaar is $1,07^{\frac{1}{5}} \approx 1,0136$.
De jaarlijkse toename is ongeveer 1,36%.

E9 Tabel A

Er gaat steeds 4 af en het startgetal is 8. De formule is $v = 8 - 4u$.

Tabel B

Er wordt steeds vermenigvuldigd met 4 en de beginhoeveelheid is 2. De formule is $y = 2 \cdot 4^x$.

Tabel C

$\frac{7-2}{3-1} = \frac{5}{2} = 2,5$ en $\frac{14,5-7}{6-3} = 2,5$, dus er komt steeds 2,5 bij.

Het startgetal is $2 - 2,5 = -0,5$. De formule is $l = 2,5k - 0,5$.

Tabel D

$64 : 80 = 0,8$ en $51,2 : 64 = 0,8$.

Er wordt steeds vermenigvuldigd met 0,8.

Dit geeft bij $s = 1$ de waarde $80 : 0,8 = 100$ en

bij $s = 0$ de waarde $100 : 0,8 = 125$.

Dus de beginhoeveelheid is 125. De formule is $t = 125 \cdot 0,8^s$.

b

A	u	0	1	2	3	4	5	6
	v	8	4	0	-4	-8	-12	-16

B	x	0	1	2	3	4	5	6
	y	2	8	32	128	512	2048	8192

C	k	0	1	2	3	4	5	6
	l	-0,5	2	4,5	7	9,5	12	14,5

D	s	0	1	2	3	4	5	6
	t	125	100	80	64	51,2	40,96	32,77

- E10 a** Er blijft steeds 96% over. De groeifactor per dag is 0,96.

De groeifactor per uur is $0,96^{\frac{1}{24}} \approx 0,9983$.

De beginhoeveelheid is 100 m^3 .

Een formule is $G \approx 100 \cdot 0,9983^t$.

- b** Er moet gelden $100 \cdot 0,9983^t = 90$.

Invoer: $y_1 = 100 \times 0,9983^x$ en $y_2 = 90$

Venster: x van 0 tot 100 en y van 80 tot 100

Optie: snijden

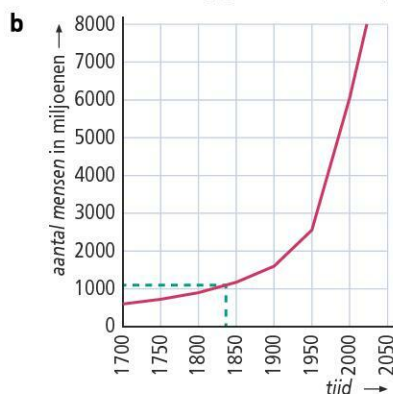
De oplossing is $x \approx 61,92$.

De luchtballon moet worden bijgevuld na ongeveer 62 uur, ofwel 2 dagen en 14 uur.

6 Grafieken en vergelijkingen

Voorkennis

V1 a Op de verticale as zet je de aantallen mensen. Een geschikte schaalverdeling is met een stapgrootte 1000 (miljoen).



c Zie opdracht V1b. In 1840 waren er ongeveer 1100 miljoen mensen.

V2 a	<i>tijd</i> in jaren	2008	2009	2010	2011	2012
	<i>aantal inwoners</i> × 1000	747,1	755,6	767,5	779,8	790,0
	<i>toename</i> × 1000	–	8,5	11,9	12,3	10,2
	<i>tijd</i> in jaren	2013	2014	2015	2016	2017
	<i>aantal inwoners</i> × 1000	799,3	810,9	821,7	833,6	844,9
	<i>toename</i> × 1000	9,3	11,6	10,8	11,9	11,3

In 2010 is het aantal inwoners absoluut het meest gestegen, want van 1 januari 2010 naar 1 januari 2011 kwamen er de meeste inwoners bij. Die stijging was 12 300 inwoners.

b In 2015 is het aantal inwoners met $\frac{833,6 - 821,7}{821,7} \times 100 \approx 1,4\%$ gestegen.

c Dat was of in 2009 of in 2010.

In 2009 is het aantal inwoners met $\frac{11900}{755600} \times 100 \approx 1,57\%$ gestegen.

In 2010 is het aantal inwoners met $\frac{12300}{767500} \times 100 \approx 1,60\%$ gestegen.

In 2010 was de relatieve stijging het grootst.

d In 2013 kreeg Amsterdam voor het eerst meer dan 800 000 inwoners.

V3 a *N* neemt met 3 af als *t* met 1 toeneemt.

<i>t</i>	0	1	2	3	4
<i>N</i>	30	27	24	21	18

Q neemt met $\frac{40 - 20}{5} = 4$ toe als *p* met 1 toeneemt.

<i>p</i>	5	6	7	8	9	10
<i>Q</i>	20	24	28	32	36	40

$\frac{57 - 78}{4} = -7$ *K* neemt met 7 af als *a* met 10 toeneemt.

<i>a</i>	50	60	70	80	90
<i>K</i>	78	71	64	57	50

- b** Bij tabel A hoort de formule $N = -3t + 30$.
 Bij tabel B is het startgetal $20 - 5 \times 4 = 0$.
 Hierbij hoort de formule $Q = 4p$.
 Bij tabel C is de richtingscoëfficiënt $-7 : 10 = -0,7$.
 Het startgetal is $78 + 50 \times 0,7 = 113$.
 Hierbij hoort de formule $K = -0,7a + 113$.

V4 a $3x + 5 = 11$
 $3x = 6$
 $x = 2$

b $8 - 2p = 0$
 $-2p = -8$
 $p = 4$

c $15 = 5q - 1$
 $16 = 5q$
 $q = 3\frac{1}{5}$

d $36a + 12 = -12$
 $36a = -24$
 $a = -\frac{2}{3}$

e $10k + 2 = 7$
 $10k = 5$
 $k = \frac{1}{2}$

f $8t - 1 = 3$
 $8t = 4$
 $t = \frac{1}{2}$

- V5 a** In stap 1 zijn de haakjes weg gewerkt.
b In stap 2 zijn gelijksoortige termen samen genomen.
 In stap 3 is aan beide kanten van het gelijkteken $+ 2x$ opgeteld.
c $5x + 2 = 19$
 $5x = 17$
 $x = \frac{17}{5} = 3\frac{2}{5}$

V6 a $a - 7 = 5 - 5a$
 $6a - 7 = 5$
 $6a = 12$
 $a = 2$

b $15 - 10x = 22x - 1$
 $15 = 32x - 1$
 $16 = 32x$
 $x = \frac{1}{2}$

c $2q + 8 = 14 - 8q + 21$
 $2q + 8 = 35 - 8q$
 $10q + 8 = 35$
 $10q = 27$
 $q = 2\frac{7}{10}$

d $-5 + 4(p + 1) = 15$
 $-5 + 4p + 4 = 15$
 $-1 + 4p = 15$
 $4p = 16$
 $p = 4$

e $10 = 4(20a - 5) + 10a$
 $10 = 80a - 20 + 10a$
 $10 = 90a - 20$
 $30 = 90a$
 $a = \frac{1}{3}$

f $0,2m + 9,8 = 3,5m - 0,1$
 $9,8 = 3,3m - 0,1$
 $9,9 = 3,3m$
 $m = 3$

- V7 a** $y = \frac{1}{2} \times -4 + 2 = 0$
 Bij $x = -4$ hoort $y = 0$, dus lijn AB snijdt de x -as in het punt $(-4, 0)$.
- b** De richtingscoëfficiënt van de lijn CD is 1 en het startgetal is -1 .
 De formule bij lijn CD is $y = x - 1$.
- c** $x - 1 = \frac{1}{2}x + 2$
 $\frac{1}{2}x - 1 = 2$
 $\frac{1}{2}x = 3$
 $x = 6$
 De x -coördinaat van het snijpunt is 6.
- d** Invullen van $x = 6$ in één van de formules geeft $y = 6 - 1 = 5$.
 De y -coördinaat van het snijpunt is 5.

V8 a $3x - 2 = -7x + 38$

$$10x - 2 = 38$$

$$10x = 40$$

$$x = 4$$

$$y = 3 \times 4 - 2 = 10$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (4, 10).

b $0,7x + 3,4 = 11,3x - 7,2$

$$3,4 = 10,6x - 7,2$$

$$10,6 = 10,6x$$

$$x = 1$$

$$y = 0,7 \times 1 + 3,4 = 4,1$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (1; 4,1).

c $1,25x - 0,5 = -0,25x + 0,25$

$$1,5x - 0,5 = 0,25$$

$$1,5x = 0,75$$

$$x = 0,5$$

$$y = 1,25 \times 0,5 - 0,5 = 0,125$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (0,5; 0,125).

6.1 Grafieken tekenen

intro Grafiek A hoort bij de grootte van de bevolking van Almere.

Bij de verticale as moet aantal inwoners $\times 1000$ staan.

Grafiek B hoort bij het bedrag op een spaarrekening.

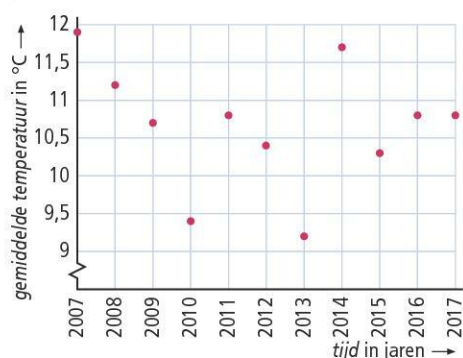
Bij de verticale as moet spaartegoed in euro's staan.

Grafiek C hoort bij het wereldrecord op de 1000 meter bij de vrouwen.

Bij de verticale as moet tijd in seconden staan.

1 a Bijvoorbeeld: langs de verticale as komt een zaagtand en de waarden 9; 9,5; 10; ...; 12.

b c

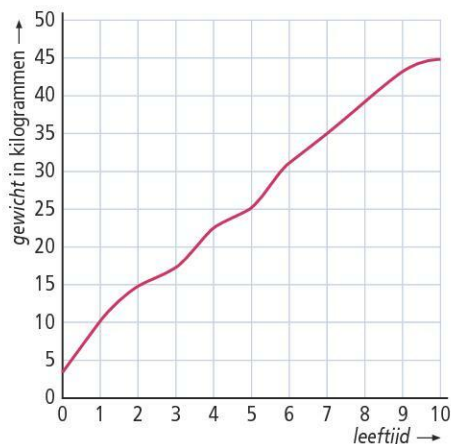


d Als je de punten met elkaar verbindt, dan kun je ook bijvoorbeeld de gemiddelde jaartemperatuur in juli 2012 aflezen. Het gaat hier om een gemiddelde jaartemperatuur en dus heeft die afgelezen waarde geen betekenis.

e Om een beter beeld te krijgen van het verloop van de gemiddelde temperatuur worden de punten toch met elkaar verbonden.

- 2 a** Het kost $3 \times 0,83 = 2,49$ euro om drie brieven van 10 gram te versturen.
 Het kost 1,66 euro om één brief van 30 gram te versturen.
 Het is goedkoper om één brief van 30 gram te versturen.
- b** Het kost $3 \times 0,83 = 2,49$ euro om drie brieven van 18 gram te versturen.
 Het kost 2,49 euro om één brief van 54 gram te versturen.
 Beide mogelijkheden zijn even duur.
- c** Je ziet in de grafiek bijvoorbeeld een horizontaal lijntje van 100 gram tot 350 gram. Voor alle brieven die tussen de 100 gram en 350 gram wegen, betaal je 3,32 euro.

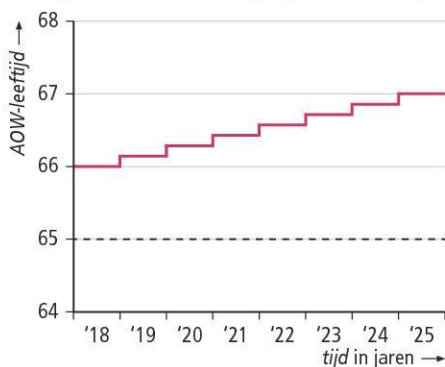
3 a



- b** Je kunt bij een leeftijd van bijvoorbeeld 3,5 jaar een gewicht van 19,5 kilogram aflezen. Deze waarde heeft een betekenis, want op dat moment zal Rianne ook ongeveer dat gewicht hebben.

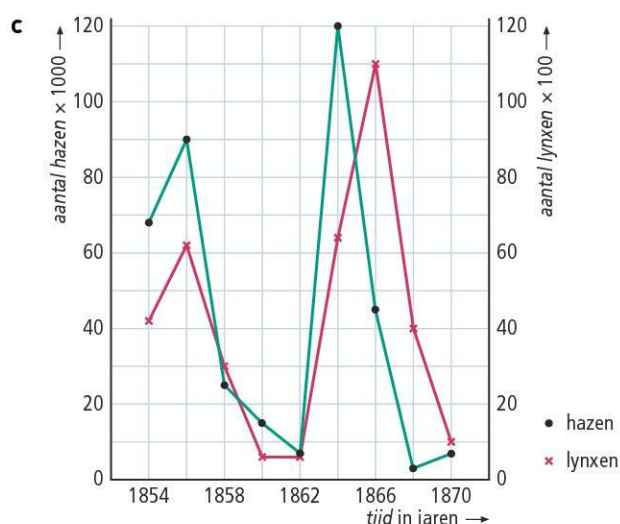
- 4 a** $2012 + 7 = 2019$, op 1 januari 2019 wordt Claudia 66 jaar.
 In 2019 is de AOW leeftijd 66 jaar en 4 maanden.
 In 2019 in de maand mei mag ze met pensioen.

- b** Er zijn meerdere mogelijkheden, bijvoorbeeld

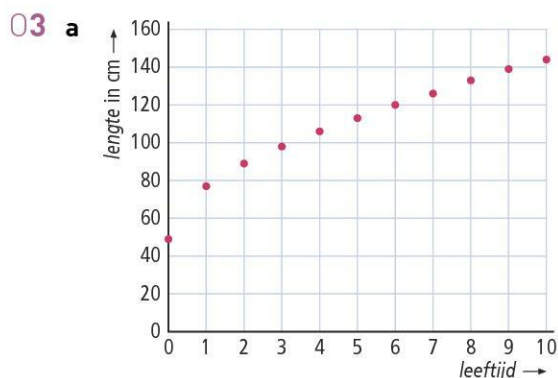


- 5 a** In 1856 waren er 90 000 hazen en 6200 lynxen geteld.
- b** Als je de punten met elkaar verbindt, kun je bijvoorbeeld ook aflezen hoeveel hazen er in 1856 in juli zijn geteld. Deze waarde heeft geen betekenis, want het gaat om een jaarlijks telling, dus hoeveel hazen er in het hele jaar 1856 geteld zijn. Hetzelfde geldt voor de grafiek van de lynxen.

6 Grafieken en vergelijkingen



- d** In de jaren voor 1864 was het aantal lynxen sterk afgenomen. Er werden toen minder hazen gevangen en opgegeten door lynxen.
- e** Daarna nam het aantal lynxen sterk toe, waardoor er weer meer hazen werden gevangen en opgegeten. Daardoor nam de hazenbevolking weer af.



- b** Nee, hier staat geen punt.
- c** Karlijn was toen tussen de 120 cm en 126 cm.
Zij is 12 maanden 6 cm gegroeid, dat is $6 : 12 = 0,5$ cm per maand.
Drie maanden na haar zesde verjaardag was zij ongeveer $120 + 3 \times 0,5 = 121,5$ cm.
- d** Als je de punten met een vloeiende lijn verbindt, kun je bij zes jaar en drie maanden haar lengte aflezen in de grafiek.

- U1 a** De tijd 1.22,73 betekent dat de 100 meter in 1 minuut en 22,73 seconden werd geschaatst.
- b** In de grafiek zie je dat de tijden ineens sterk afnamen.
- c** In 1998 werd de klapschaats ingevoerd.
- d** Gerard heeft niet gelijk. Je leest nu bijvoorbeeld af dat de snelste tijd in 1992 gelijk was aan 1 minuut en 22,73 seconden. Maar wanneer in 1992 is die snelste tijd verreden? Misschien pas in december. Je kunt dus niet zeggen dat die gereden tijd voor het hele jaar 1992 is gegeven. Het enige dat je weet dat (ergens) in 1992 die tijd de snelste was bij de bij de nationale kampioenschappen schaatsen op de 1000 meter vrouwen.

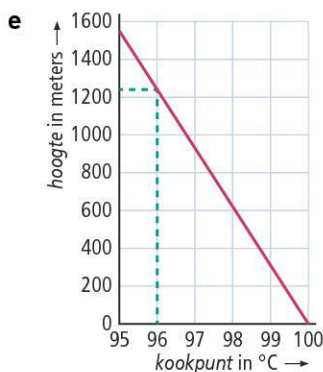
6.2 Tabellen en grafieken gebruiken

intro In de rechter grafiek kun je bij waterhoogte 60 cm een volume 1400 liters aflezen. In de linker grafiek lees je bij een volume van 1400 liters een tijd van 300 minuten af. In de rechter grafiek kun je bij waterhoogte 80 cm een volume 2500 liters aflezen. In de linker grafiek lees je bij een volume van 2500 liters een tijd van 450 minuten af. Het duurt ongeveer $450 - 300 = 150$ minuten om het waterpeil te laten stijgen van 60 tot 80 cm.

- 6 a** In 2009 waren er in totaal $18,0 + 18,4 = 36,4$ miljoen vakanties.
In 2016 waren er in totaal $17,6 + 17,9 = 35,5$ miljoen vakanties.
In deze periode is het totaal aantal vakanties met $36,4 - 35,5 = 0,9$ miljoen gedaald. Dat is een procentuele daling van $\frac{0,9}{36,4} \times 100 \approx 2,5\%$.
- b** In 2011 waren er in totaal $17,7 + 18,6 = 36,3$ miljoen vakanties.
Gemiddeld gingen deelnemers toen $36,3 : 12,8 \approx 2,8$ keer op vakantie.
- c** Het aantal deelnemers blijft in 2012 gelijk, maar het totaal aantal vakanties neemt toe. Dat neemt het gemiddeld aantal vakanties per deelnemer ook toe.
- d** Als je de punten met elkaar verbindt, kun je bijvoorbeeld ook de uitgaven aflezen in juli 2012. Deze waarde heeft geen betekenis, want de uitgaven gaan over de totale uitgaven in een jaar.
- e** Je ziet beter de ontwikkeling van de uitgaven door de punten met lijnen te verbinden.
- f** In 2009 werd er gemiddeld $15\,100\,000\,000 : 36\,400\,000 \approx 414,84$ euro per vakantie uitgegeven.
In 2016 werd er gemiddeld $15\,600\,000\,000 : 35\,500\,000 \approx 439,44$ euro per vakantie uitgegeven.

- 7 a** In de linker grafiek zijn de grootheden kookpunt en luchtdruk gebruikt en de eenheden $^{\circ}\text{C}$ en millibar gebruikt.
In de rechter grafiek zijn de grootheden luchtdruk en hoogte gebruikt en de eenheden millibar en meters gebruikt.
- b** In de linker grafiek lees je af dat bij een kookpunt van $98,1^{\circ}\text{C}$ een luchtdruk van 950 millibar hoort.
- c** In de rechter grafiek lees je bij 950 millibar een hoogte van ongeveer 600 meter af. Dieuwke zit op ongeveer op 600 meter hoogte.

d kookpunt in $^{\circ}\text{C}$	95	97	99	100
luchtdruk in millibar	845	915	980	1013
hoogte in meters	1550	870	300	0



- f** Zie opdracht 9d.
Op een hoogte van ongeveer 1250 meter is het kookpunt 96°C .

6 Grafieken en vergelijkingen

- 8 a** In de periode 1975 tot 1980 nam het aantal huishoudens het snelst toe.
- b** In 1981 waren er voor het eerst meer dan 5 000 000 huishoudens.
- c** In 1990 waren 1 800 000 van de 6 000 000 huishoudens eenpersoonshuishoudens.
Dat is $1\,800\,000 : 6\,000\,000 \times 100 = 30\%$.
- d** In 2015 waren 2 900 000 van de 7 600 000 huishoudens eenpersoonshuishoudens.
Dat is $2\,900\,000 : 7\,600\,000 \times 100 \approx 38\%$.
- e** Er zijn 2 900 000 mensen die alleen wonen. De rest woont met meerdere personen in een huishouden.
 $16\,800\,000 - 2\,900\,000 = 13\,900\,000$
Er zijn $7\,600\,000 - 2\,900\,000 = 4\,700\,000$ huishoudens waar meer dan één persoon woont.
 $13\,900\,000 : 4\,700\,000 \approx 3,0$
In deze huishoudens wonen gemiddeld 3 mensen.
- 9 a** Bijvoorbeeld voor het plannen van voldoende woonruimte, maar ook voor het type producten dat geproduceerd wordt. Kleinere verpakkingen in de supermarkt, kleinere auto's en andere zorgverzekeringen zullen beter passen in het bestedingspatroon van eenpersoonshuishoudens.
- b** In 2020 zijn er 3 miljoen eenpersoonshuishoudens en in 2020 zijn dat er 3,5 miljoen.
Er is gemiddeld $0,5 : 20 = 0,025$ miljoen per jaar bij gekomen.
Een formule bij de lijn is $A = 3 + 0,025t$.
- c** Voor 2060 geldt $t = 40$.
 $A = 3 + 0,025 \times 40 = 4$
In 2060 zullen volgens de formule 4 miljoen eenpersoonshuishoudens zijn.
- 09 a** In 1980 hadden 2,1 miljoen vrouwen een baan.
- b** In 2013 hadden 4,1 miljoen een baan.
Er is in 33 jaar een stijging van 2 miljoen.
Dat is gemiddeld $2 : 33 \approx 0,061$ miljoen per jaar (ofwel 61 000).
- c** De richtingscoëfficiënt geeft aan hoeveel vrouwen per jaar een baan krijgen en dat is hetzelfde getal als bij opdracht b.
Het startgetal is het aantal vrouwen met een baan in miljoenen in het jaar 1980. Dat klopt met de grafiek.
- d** In 1980 geldt $t = 0$, want dat is 0 jaar later als 1980.
In 2013 geldt $t = 33$, want dat is 33 jaar later als 1980.
- e** $A = 0,061 \times 0 + 2,1 = 2,1$. In 1980 hadden 2,1 miljoen vrouwen een baan en dat klopt met de grafiek.
 $A = 0,061 \times 33 + 2,1 = 4,113$. In 2013 hadden ongeveer 4,1 miljoen vrouwen een baan en dat klopt met de grafiek.
- f** In opdracht e heb je twee punten van de grafiek berekend. De grafiek is de lijn door die twee punten.
- g** Voor 2030 geldt $t = 2030 - 1980 = 50$.
De deelname in 2030 zal dan $0,061 \times 50 + 2,1 = 5,15$ miljoen zijn.

U2 a 980 km/u is $980 : 3,6 \approx 272,2\dots$ meter per seconde.

<i>snelheid in m/s</i>	272,2...	...
<i>procenten</i>	90	100

$$100 \times 272,2\dots : 90 \approx 302$$

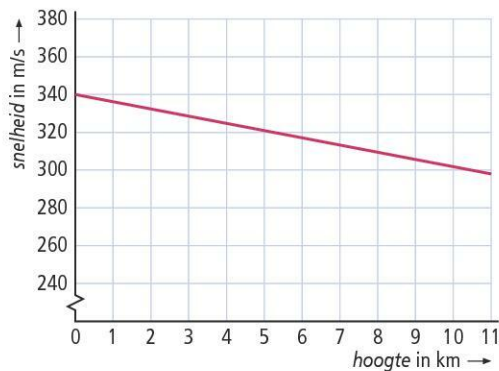
De geluidssnelheid is ongeveer 302 meter per seconde.

Bij een geluidssnelheid van 302 meter per seconde hoort een temperatuur van ongeveer -50°C .

Bij een temperatuur van -50°C hoort een hoogte van 10 kilometer.

<i>hoogte in km</i>	0	1	2	3	4	5
<i>temperatuur in $^\circ\text{C}$</i>	15	9	2	-4	-11	-17
<i>snelheid in m/s</i>	340	336	332	328	325	321

<i>hoogte in km</i>	6	7	8	9	10	11
<i>temperatuur in $^\circ\text{C}$</i>	-24	-30	-36	-43	-49	-56
<i>snelheid in m/s</i>	317	313	309	305	301	298



6.3 Vergelijkingen van lijnen

intro Ze hebben elk 8 snickers en 12 marsjes opgehaald. Abe houdt dan 8 snickers en $12 - 4 = 8$ marsjes over en Imme houdt dan $8 - 2 = 6$ snickers en 12 marsjes over.

10 a In stap 1 is aan beide kanten van het gelijkteken $-3x$ gedaan.

In stap 2 is aan beiden kanten van het gelijkteken $: 2$ gedaan.

b $4y - 2x = 10$

$$4y = 2x + 10$$

$$y = 0,5x + 2,5$$

c De richtingscoëfficiënt van de lijn is 0,5 en het startgetal is 2,5.

d $5x - 2y = 9$

$$-2y = -5x + 9$$

$$y = 2,5x - 4,5$$

e $0,5x + 2,5 = 2,5x - 4,5$

$$2,5 = 2x - 4,5$$

$$7 = 2x$$

$$x = 7 : 2 = 3,5$$

$$y = 0,5 \times 3,5 + 2,5 = 4,25$$

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(3,5; 4,25)$.

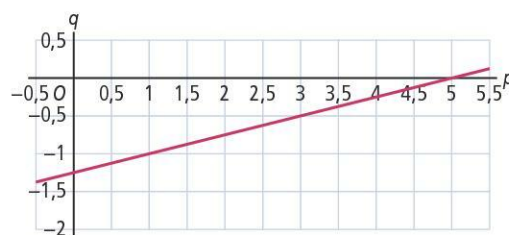
6 Grafieken en vergelijkingen

- 11 a** Na het kopen van 200 gram snoep heeft hij nog $6,25 - 2 \times 1,25 = 3,75$ euro over.
 $3,75 : 0,75 = 5$
 Hij kan dan nog 500 gram drop kopen.
- b** Per 100 gram drop moet 0,75 euro worden betaald.
 Per 100 gram snoep moet 1,25 euro worden betaald.
 Het geld voor de drop en snoep samen moet 6,25 euro zijn.
 De letter d staat voor de hoeveelheid drop in 100 grammen en de s staat voor de hoeveelheid snoep in 100 grammen.
- c** $0,75 \times 0 + 1,25s = 6,25$
 $1,25s = 6,25$
 $s = 6,25 : 1,25 = 5$
 De betekenis is, dat als hij geen drop koopt, hij 500 gram snoep kan kopen.
- d** $0,75d + 1,25 \times 0 = 6,25$
 $0,75d = 6,25$
 $d = 6,25 : 0,75 = 8,33\dots$
 De betekenis van deze uitkomst is dat als hij geen snoep koopt, hij 833 gram drop kan kopen.
- e** De grafiek gaat door het punt (5, 2), dat wil zeggen als je 500 gram drop en 200 gram snoep koopt, je 6,25 euro moet betalen.
 De grafiek gaat door het punt (8,33; 0), dat wil zeggen als je 833 gram drop koopt, je geen snoep meer kan kopen.
 De grafiek gaat door het punt (0, 5), dat wil zeggen als je 500 gram snoep koopt, je geen drop meer kunt kopen.
 Dit klopt met de antwoorden van opdracht a, c en d.

- 12 a** snijpunt met de p -as, $q = 0$
 $5p + 12 \times 0 = 60$
 $5p = 60$
 $p = 60 : 5 = 12$
 Snijpunt met de p -as is (12, 0).
 snijpunt met de q -as, $p = 0$
 $5 \times 0 + 12q = 60$
 $12q = 60$
 $q = 60 : 12 = 5$
 Snijpunt met de q -as is (0, 5).

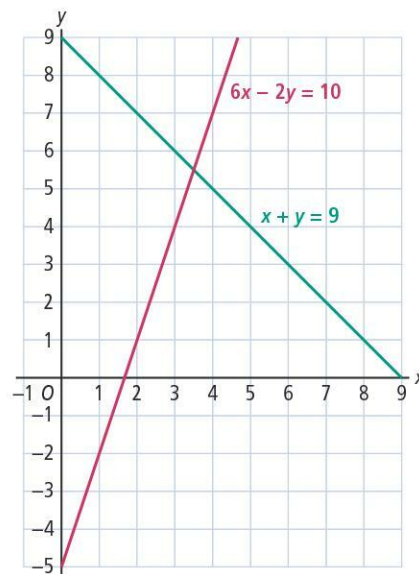


- b** snijpunt met de p -as, $q = 0$
 $0,75p - 3 \times 0 = 3,75$
 $0,75p = 3,75$
 $p = 3,75 : 0,75 = 5$
 Snijpunt met de p -as is (5, 0).
 snijpunt met de q -as, $p = 0$
 $0,75 \times 0 - 3q = 3,75$
 $-3q = 3,75$
 $q = 3,75 : -3 = -1,25$
 Snijpunt met de q -as is (0; -1,25).



- 13 a** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $6x - 2 \times 0 = 10$
 $6x = 10$
 $x = 10 : 6 = 1\frac{2}{3}$
 Snijpunt met de x -as is $(1\frac{2}{3}, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $6 \times 0 - 2y = 10$
 $-2y = 10$
 $y = 10 : -2 = -5$
 Snijpunt met de y -as is $(0, -5)$.
 snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $x + 0 = 9$
 $x = 9$
 Snijpunt met de x -as is $(9, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $0 + y = 9$
 $y = 9$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 9)$.

- b** $6x - 2y = 10$
 $-2y = -6x + 10$
 $y = 3x - 5$
 Formules aan elkaar gelijkstellen geeft:
 $3x - 5 = -x + 9$
 $4x - 5 = 9$
 $4x = 14$
 $x = 14 : 4 = 3\frac{1}{2}$
 $y = -3\frac{1}{2} + 9 = 5\frac{1}{2}$
 De coördinaten van het snijpunt zijn $(3\frac{1}{2}, 5\frac{1}{2})$.

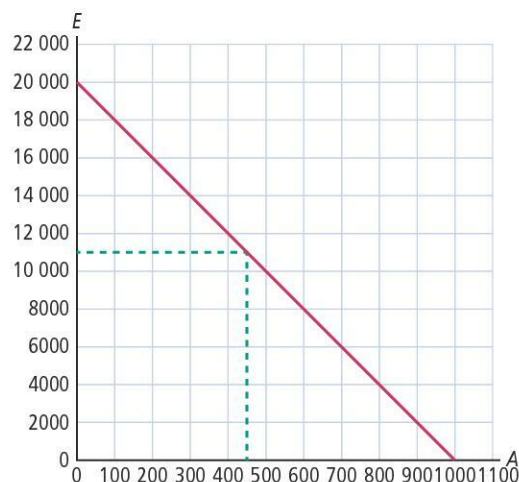


- 14 a** De variabele A staat voor de oppervlakte in m^2 .
 Het getal 5 geeft aan dat per m^2 vijf euro moet worden betaald.
 De variabele E staat voor de hoeveelheid energie in kWh.
 Het getal 0,25 geeft aan dat per kWh 0,25 euro moet worden betaald.

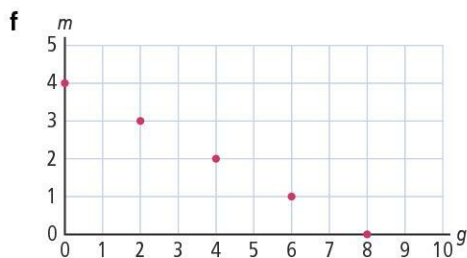
- b** De vergelijking van de lijn is $5A + 0,25E = 5000$.

- c** snijpunt met de A -as, $E = 0$
 $5A + 0,25 \times 0 = 5000$
 $5A = 5000$
 $A = 5000 : 5 = 1000$
 Snijpunt met de A -as is $(1000, 0)$.
 snijpunt met de E -as, $A = 0$
 $5 \times 0 + 0,25E = 5000$
 $0,25E = 5000$
 $E = 5000 : 0,25 = 20000$
 Snijpunt met de E -as is $(0, 20000)$.

- d** Zie opdracht 14c.
 Het elektriciteitsverbruik voor een attractie van $450 m^2$ en een staangeld van 5000 euro is 11 000 kWh.



- 15 a** Na het kopen van twee meloenen heeft ze nog $3,20 - 2 \times 0,80 = 1,60$ euro over. Er kunnen dan nog $1,60 : 0,40 = 4$ grapefruits bij.
- b** Het aantal grapefruits moet worden vermenigvuldigd met 0,40, want zoveel kosten ze per stuk. Net zo moet het aantal meloenen worden vermenigvuldigd met 0,80, want zoveel kosten ze per stuk. De uitkomsten van deze vermenigvuldigingen moeten opgeteld 3,20 zijn, want Anouk koopt voor 3,20 euro aan fruit op de markt.
- c** $0,40 \times 0 + 0,80m = 3,20$
 $0,80m = 3,20$
 $m = 3,20 : 0,80 = 4$
 De betekenis van deze uitkomst is dat als ze geen grapefruits koopt, ze dan vier meloenen kan kopen voor 3,20 euro.
- d** $0,40g + 0,80 \times 0 = 3,20$
 $0,40g = 3,20$
 $g = 3,20 : 0,40 = 8$
 De betekenis van deze uitkomst is dat als ze geen meloenen koopt, ze dan acht grapefruits kan kopen voor 3,20 euro.
- e** Anouk kan alleen maar hele meloenen en hele grapefruits kopen en bijvoorbeeld geen halve meloenen.



- 16 a** Die dag kunnen die dag $1200 : 3 = 400$ zwarte dakpannen gemaakt worden.
- b** Per rode dakpan is 2 kg klei nodig en per zwarte dakpan is 3 kg klei nodig. Dit alles bij elkaar mag maximaal 1200 kg zijn, want dat is wat men op een dag verwerkt.

- c** snijpunt met de R -as, $Z = 0$
 $2R + 3 \times 0 = 1200$
 $2R = 1200$
 $R = 1200 : 2 = 600$
 Snijpunt met de R -as is (600, 0).
 snijpunt met de Z -as, $R = 0$
 $2 \times 0 + 3Z = 1200$
 $3Z = 1200$
 $Z = 1200 : 3 = 400$
 Snijpunt met de Z -as is (0; 400).

- d** Je mag de punten niet met een lijn verbinden, want je kunt alleen hele dakpannen produceren. Voor het stellen van de 'grenzen' is het toch makkelijker een lijn te tekenen.

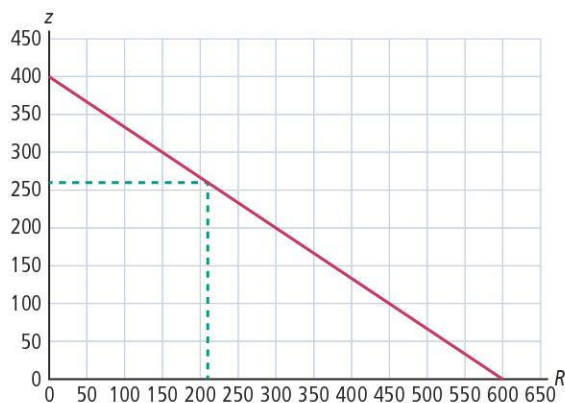
- e** Zie opdracht 16c.

- f** Zie opdracht 16d.

Met een beetje proberen vind je $R = 260$ en $Z = 210$.

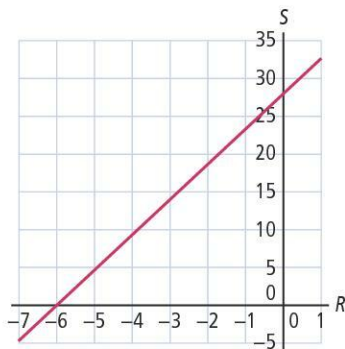
Op die manier heb je $260 + 210 = 470$ dakpannen en heb je

$2 \times 210 + 3 \times 260 = 1200$ kg klei gebruikt.



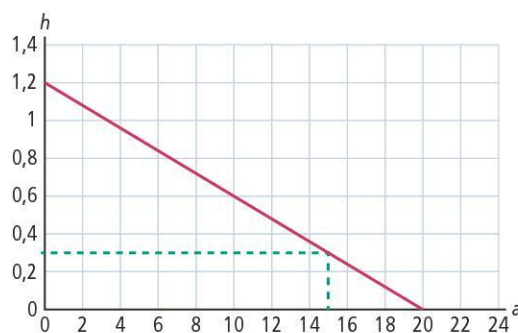
- 012 a** In dit assenstelsel hebben alle punten de coördinaten (R, S) . Alle punten op de horizontale as hebben als tweede coördinaat 0. Daarom geldt voor het snijpunt met horizontale as $S = 0$.
- b** Invullen van $S = 0$ geeft $3 \times 0 - 14R = 84$. Daaruit volgt $-14R = 84$.
 $R = 84 : -14 = -6$
- c** De coördinaten van het snijpunt met de horizontale as zijn $(-6, 0)$.
- d** In dit assenstelsel hebben alle punten de coördinaten (R, S) . Alle punten op de verticale as hebben als eerste coördinaat 0. Daarom geldt voor het snijpunt met verticale as $R = 0$.
- e** Invullen van $R = 0$ geeft $3S - 14 \times 0 = 84$.
 Daaruit volgt $3S = 84$.
 $S = 84 : 3 = 28$, de coördinaten van het snijpunt met de verticale as zijn $(0, 28)$.

f



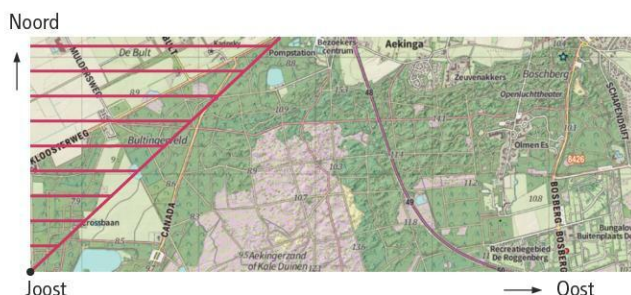
- U3 a** De variabele a staat voor de horizontale afstand in kilometers.
 Het getal 12 geeft aan dat één kilometer over een horizontale weg 12 minuten duurt. Als je 5 kilometer per uur (1 uur = 60 minuten) wandelt over een horizontale weg, dan doe je over één kilometer $60 : 5 = 12$ minuten.
 De variabele h staat voor het hoogteverschil in kilometers.
 Het getal 200 geeft aan dat één kilometer hoogteverschil 200 minuten extra tijd moet rekenen. Als je voor 100 meter hoogteverschil 20 minuten extra tijd nodig hebt, dan heb je voor 1000 meter (1000 meter = 1 km) $10 \times 20 = 200$ extra minuten nodig.
 De tocht mag 4 uur duren, dat is $4 \times 60 = 240$ minuten.

- b** snijpunt met de a -as, $h = 0$
 $12a + 200 \times 0 = 240$
 $12a = 240$
 $a = 240 : 12 = 20$
 Snijpunt met de a -as is $(20, 0)$.
 snijpunt met de h -as, $a = 0$
 $12 \times 0 + 200h = 240$
 $200h = 240$
 $h = 240 : 200 = 1,2$
 Snijpunt met de E -as is $(0; 1,2)$.
- c** Zie opdracht U3b.
 Je mag ongeveer 0,3 kilometer ofwel 300 meter hoogte overbruggen.



6.4 Halfvlakken

intro



Het gebied in het gearceerde gedeelte ligt meer naar het Noorden dan naar het Oosten. Daar zal de schat dus niet liggen en moet Joost niet gaan zoeken.

- 17 a** Per 100 gram pinda's betaal je 0,50 euro, dus de variabele p staat voor de hoeveelheid pinda's in per 100 gram.
Per 100 gram cashewnoten betaal je 1,75 euro, dus de variabele c staat voor de hoeveelheid cashewnoten in per 100 gram.
Het bedrag voor beide mag niet meer dan 7 euro zijn.
- b** $0,50 \times 600 + 1,75 \times 300 = 825$
Voor 600 gram pinda's en 300 gram cashewnoten moet je 8,25 euro betalen en dat is meer dan 7 euro.
- c**
-
- d** $0,50 \times 600 + 1,25 \times 200 = 650$
Voor 600 gram pinda's en 200 gram cashewnoten betaal je 6,50 euro en dat is minder dan 7,00 euro. Zie opdracht 17c.
- e** Zie opdracht 17c.
- 18 a** De coördinaten van punt A zijn $(0, -2)$. Invullen geeft $2 \times 0 - 3 \times -2 = 6$ en dat klopt.
De coördinaten van punt B zijn $(3, 0)$. Invullen geeft $2 \times 3 - 3 \times 0 = 6$ en dat klopt.
- b** De coördinaten van punt P zijn $(1, -2)$. Invullen geeft $2 \times 1 - 3 \times -2 = 8$.
De uitkomst is groter dan 6.
De coördinaten van punt Q zijn $(2, -1)$. Invullen geeft $2 \times 2 - 3 \times -1 = 7$.
De uitkomst is groter dan 6.
De coördinaten van punt R zijn $(5, -2)$. Invullen geeft $2 \times 5 - 3 \times -2 = 16$.
De uitkomst is groter dan 6.

- c De coördinaten van punt K zijn $(-2, -2)$. Invullen geeft $2 \times -2 - 3 \times -2 = 2$.
De uitkomst is kleiner dan 6.
De coördinaten van punt L zijn $(2, 2)$. Invullen geeft $2 \times 2 - 3 \times 2 = -2$.
De uitkomst is kleiner dan 6.
De coördinaten van punt M zijn $(4, 1)$. Invullen geeft $2 \times 4 - 3 \times 1 = 5$.
De uitkomst is kleiner dan 6.
De coördinaten van punt O zijn $(0, 0)$. Invullen geeft $2 \times 0 - 3 \times 0 = 0$.
De uitkomst is kleiner dan 6.
- d De coördinaten van de punten A , B , K , L , M en O voldoen aan $2x - 3y \leq 6$.
- e Alle punten die voldoen aan $2x - 3y \leq 6$ liggen in het gekleurde halfvlak.

19 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$2x + 3 \times 0 = 24$$

$$2x = 24$$

$$x = 24 : 2 = 12$$

Snijpunt met de x -as is $(12, 0)$.

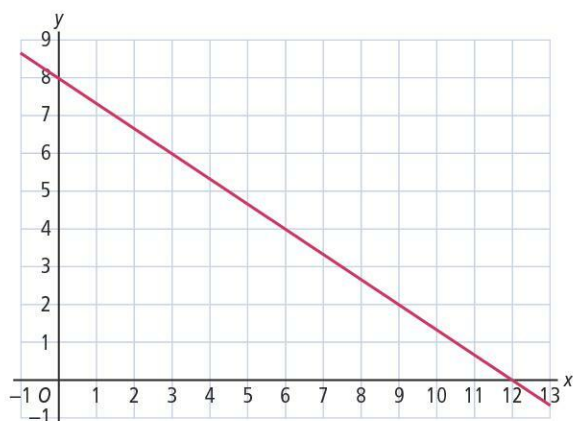
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$2 \times 0 + 3y = 24$$

$$3y = 24$$

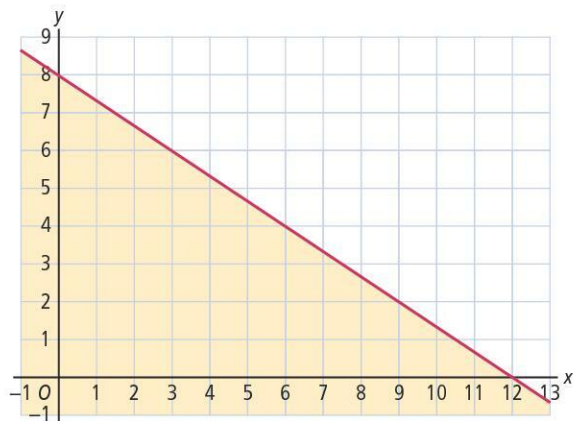
$$y = 24 : 3 = 8$$

Snijpunt met de y -as is $(0, 8)$.



- b De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $2 \times 0 + 3 \times 0 = 0$ en dat voldoet, want is kleiner dan 24.
- c Ja, want $0 < 24$.

d



20 a snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$3t + 8 \times 0 = 36$$

$$3t = 36$$

$$t = 36 : 3 = 12$$

Snijpunt met de t -as is $(12, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$3 \times 0 + 8k = 36$$

$$8k = 36$$

$$k = 36 : 8 = 4\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 4\frac{1}{2})$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $3 \times 0 + 8 \times 0 = 0$.

$0 \leq 36$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde grensvlak.



b snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,25t - 2 \times 0 = 3$$

$$0,25t = 3$$

$$t = 3 : 0,25 = 12$$

Snijpunt met de t -as is $(12, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,25 \times 0 - 2k = 3$$

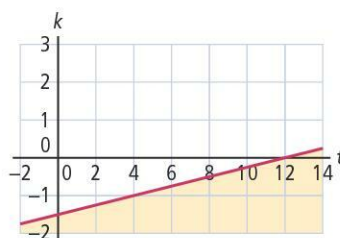
$$-2k = 3$$

$$k = 3 : -2 = -1,5$$

Snijpunt met de k -as is $(0; -1,5)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,25 \times 0 - 2 \times 0 = 0$.

$0 \geq 3$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.



c snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$500t + 750 \times 0 = 2250$$

$$500t = 2250$$

$$t = 2250 : 500 = 4\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de t -as is $(4\frac{1}{2}, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$500 \times 0 + 750k = 2250$$

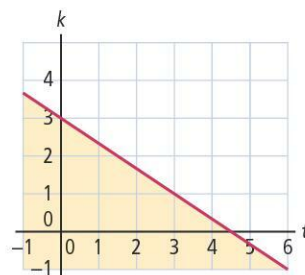
$$750k = 2250$$

$$k = 2250 : 750 = 3$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 3)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $500 \times 0 + 750 \times 0 = 0$.

$0 \leq 2250$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde grensvlak.



d snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,02 \times 0 - 0,04t = 1$$

$$-0,04t = 1$$

$$t = 1 : -0,04 = -25$$

Snijpunt met de t -as is $(-25, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,02k - 0,04 \times 0 = 1$$

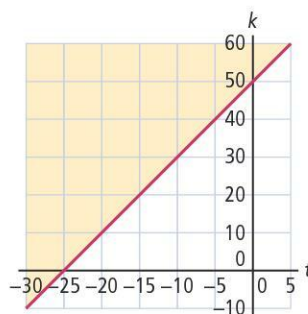
$$0,02k = 1$$

$$k = 1 : 0,02 = 50$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 50)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,02 \times 0 - 0,04 \times 0 = 0$.

$0 \geq 1$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.

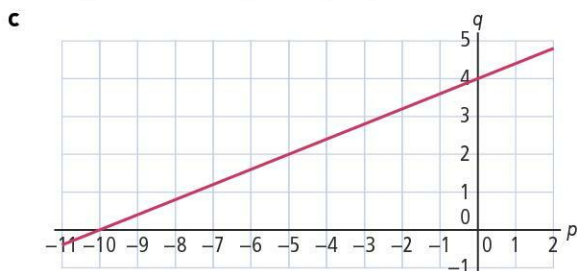


- 21 a** $0,1 \times 31 - 0,05 \times 40 = 1,1$
 $1,1 \geq 0,7$ klopt, er is dus zeer een zeer groot risico op bosbrand.
- b** Het hellingsgetal van V is negatief, dat wil zeggen hoe groter de luchtvochtigheid, hoe lager de uitkomst van $0,1T - 0,05V$. Hoe lager de uitkomst, hoe minder groot gevaar op bosbrand.
- c** snijpunt met de T -as, $V = 0$
 $0,1T - 0,05 \times 0 = 0,7$
 $0,1T = 0,7$
 $T = 0,7 : 0,1 = 7$
 Snijpunt met de T -as is $(7, 0)$.
 snijpunt met de V -as, $T = 0$
 $0,1 \times 0 - 0,05V = 0,7$
 $-0,05V = 0,7$
 $V = 0,7 : -0,05 = -14$
 Snijpunt met de V -as is $(0, -14)$.
 De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,1 \times 0 - 0,05 \times 0 = 0$.
 $0 \geq 0,7$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.



- d** $0,1T - 0,05 \times 35 = 0,7$
 $0,1T - 1,75 = 0,7$
 $0,1T = 2,45$
 $T = 2,45 : 0,1 = 24,5$
 Vanaf $24,5^\circ\text{C}$ is er sprake van zeer groot risico op bosbrand.

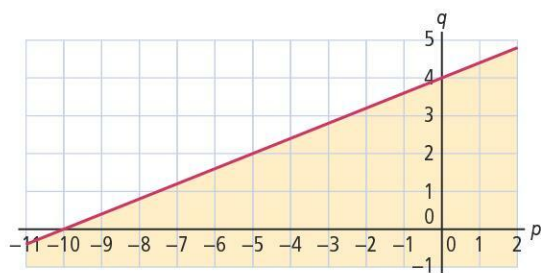
- 020 a** snijpunt met de p -as, $q = 0$
 $2p - 5 \times 0 = -20$
 $2p = -20$
 $p = -20 : 2 = -10$
 Snijpunt met de p -as is $(-10, 0)$.
- b** snijpunt met de q -as, $p = 0$
 $2 \times 0 - 5q = -20$
 $-5q = -20$
 $q = -20 : -5 = 4$
 Snijpunt met de q -as is $(0, 4)$.



- d** De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $2 \times 0 - 5 \times 0 = 0$.
 $0 \geq -20$ klopt, dus $p = 0$ en $q = 0$ voldoet aan de ongelijkheid.
- e** Het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde grensvlak.

6 Grafieken en vergelijkingen

f



g snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$4t - 3 \times 0 = 18$$

$$4t = 18$$

$$t = 18 : 4 = 4\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de t -as is $(4\frac{1}{2}, 0)$

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$4 \times 0 - 3k = 18$$

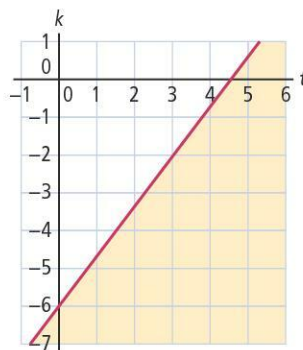
$$-3k = 18$$

$$k = 18 : -3 = -6$$

Snijpunt met de k -as is $(0, -6)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $4 \times 0 - 3 \times 0 = 0$.

$0 \geq 18$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.



h Snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,25t - 0,5 \times 0 = 1$$

$$0,25t = 1$$

$$t = 1 : 0,25 = 4$$

Snijpunt met de t -as is $(4, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,25 \times 0 - 0,5k = 1$$

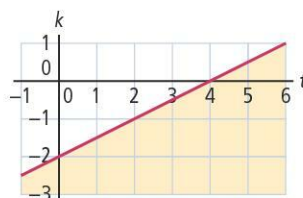
$$-0,5k = 1$$

$$k = 1 : -0,5 = -2$$

Snijpunt met de k -as is $(0, -2)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,25 \times 0 - 0,5 \times 0 = 0$.

$0 \geq 1$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.



i Snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$150t + 200 \times 0 = 900$$

$$150t = 900$$

$$t = 900 : 150 = 6$$

Snijpunt met de t -as is $(6, 0)$.

Snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$150 \times 0 + 200k = 900$$

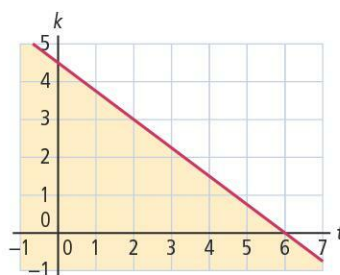
$$200k = 900$$

$$k = 900 : 200 = 4\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 4\frac{1}{2})$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $150 \times 0 + 200 \times 0 = 0$.

$0 \leq 900$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde grensvlak.



j snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,08 \times 0 - 0,04t = 1$$

$$-0,04t = 1$$

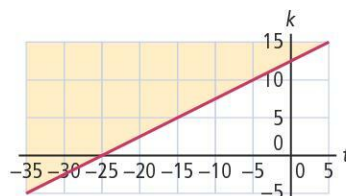
$$t = 1 : -0,04 = -25$$

Snijpunt met de t -as is $(-25, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,08k - 0,04 \times 0 = 1$$

$$0,08k = 1$$



$$k = 1 : 0,08 = 12\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 12\frac{1}{2})$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,08 \times 0 - 0,04 \times 0 = 0$.

$0 \geq 1$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde grensvlak.

U4 De grenslijn gaat door de punten $(0, 12)$ en $(15, 0)$.

Het startgetal is 12 en de richtingscoëfficiënt is $\frac{0 - 12}{15 - 0} = -0,8$.

Een vergelijking van de grenslijn is $y = -0,8x + 12$ ofwel $y + 0,8x = 12$.

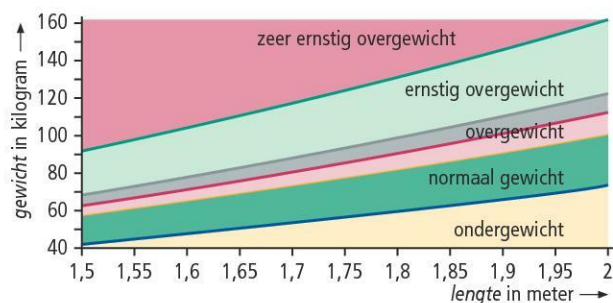
$(0, 0)$ invullen geeft $0 + 0 < 12$.

Het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gekleurde halfvlak.

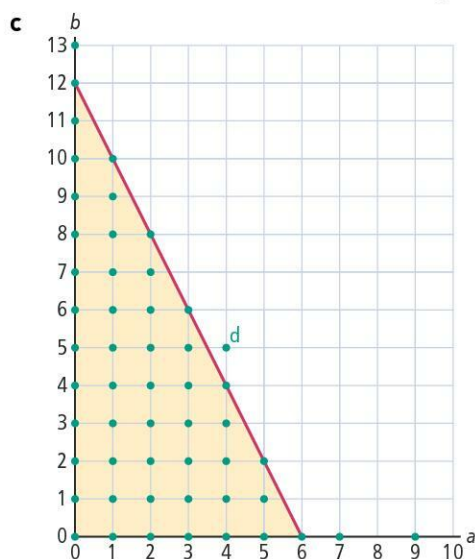
De ongelijkheid is $y + 0,8x \geq 12$, maar deze ongelijkheid kun je nog op veel meer manieren schrijven zoals bijvoorbeeld $2y + 1,6x \geq 24$.

6.5 Gebieden in een assenstelsel

intro Je zou licht overgewicht en matig overgewicht in het gebied van overgewicht kunnen weergeven met aparte kleuren.



- 22 a** De variabele a staat voor het aantal stoelen van model A.
 Het getal 1,5 geeft aan dat één stoel van model A maken 1,5 uur duurt.
 De variabele b staat voor het aantal stoelen van model B.
 Het getal 1,5 geeft aan dat één stoel van model B maken 0,75 uur duurt.
 Het getal 9 geeft aan dat de machine maximaal 9 uur kan draaien.
- b** Aantallen stoelen kunnen niet negatief zijn.



6 Grafieken en vergelijkingen

d Zie opdracht 22c.

Het is niet mogelijk vier stoelen van model A en vijf stoelen van model B te maken, want de bijbehorend stip valt buiten het halfvlak.

e Als er evenveel stoelen van model A als model B geproduceerd moeten worden, dan zijn dat er van beide soorten nul, één, twee, drie, of vier stoelen.

23 $4 + 2 \times 3 = 10$

$10 \leq 5$ klopt niet, dus punt P voldoet niet aan de ongelijkheid $P + 2K \leq 5$.

24 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$4x + 9 \times 0 = 36$$

$$4x = 36$$

$$x = 36 : 4 = 9$$

Snijpunt met de x -as is $(9, 0)$.

snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$4 \times 0 + 9y = 36$$

$$9y = 36$$

$$y = 36 : 9 = 4$$

Snijpunt met de y -as is $(0, 4)$.

De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $4 \times 0 + 9 \times 0 = 0$.

$0 \leq 36$ klopt, dus het gebied waar $O(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$2x - 3 \times 0 = -6$$

$$2x = -6$$

$$x = -6 : 2 = -3$$

Snijpunt met de x -as is $(-3, 0)$.

snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$2 \times 0 - 3y = -6$$

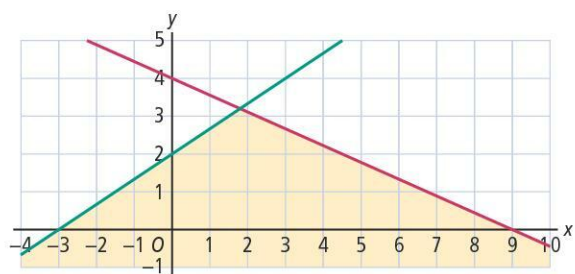
$$-3y = -6$$

$$y = -6 : -3 = 2$$

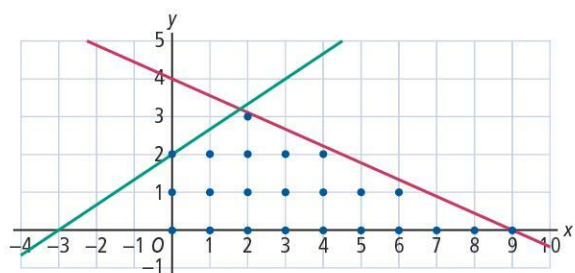
Snijpunt met de y -as is $(0, 2)$.

De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $2 \times 0 - 3 \times 0 = 0$.

$0 \geq -6$ klopt, dus het gebied waar $O(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.



b



25 a Per 100 gram sojabonen krijg je 0,48 gram vitamine B2 en per 100 gram sojabonen krijg je 0,04 gram vitamine B2 binnen. Met $0,48s + 0,04r$ bereken je hoeveel vitamine B2 je binnen krijgt als je s keer 100 gram en r keer 100 gram rijst eet. Die hoeveelheid moet groter of gelijk zijn aan 1,6.

b Bij de minimumbehoefte aan eiwit hoort de ongelijkheid $35s + 7r \geq 70$.

c snijpunt met de s -as, $r = 0$

$$0,48s + 0,04 \times 0 = 1,6$$

$$0,48s = 1,6$$

$$s = 1,6 : 0,48 = 3\frac{1}{3}$$

Snijpunt met de s -as is $(3\frac{1}{3}, 0)$.

snijpunt met de r -as, $s = 0$

$$0,48 \times 0 + 0,04r = 1,6$$

$$0,04r = 1,6$$

$$r = 1,6 : 0,04 = 40$$

Snijpunt met de r -as is $(0, 40)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0,48 \times 0 + 0,04 \times 0 = 0$.

$0 \leq 1,6$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de s -as, $r = 0$

$$35s + 7 \times 0 = 70$$

$$35s = 70$$

$$s = 70 : 35 = 2$$

Snijpunt met de s -as is $(2, 0)$.

snijpunt met de r -as, $s = 0$

$$35 \times 0 + 7r = 70$$

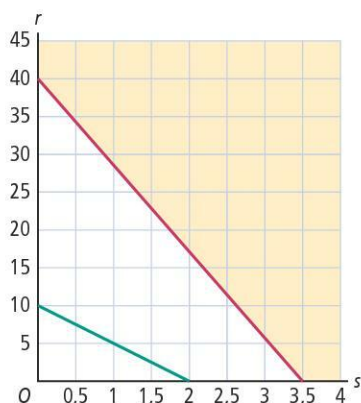
$$7r = 70$$

$$r = 70 : 7 = 10$$

Snijpunt met de r -as is $(0, 10)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $35 \times 0 + 7 \times 0 = 0$.

$0 \leq 1,6$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



d Er moet gekeken worden naar de vitamine B2.

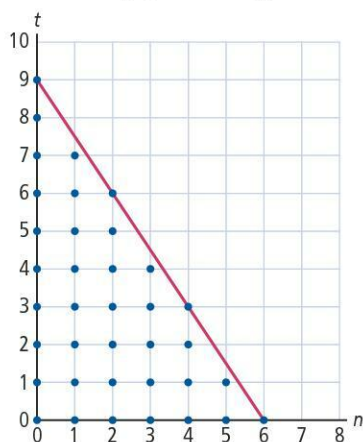
Daarvan krijgt iedereen al $3 \times 0,48 = 1,44$ mg binnen met de 300 gram sojabonen.

$$(1,6 - 1,44) : 0,04 = 4$$

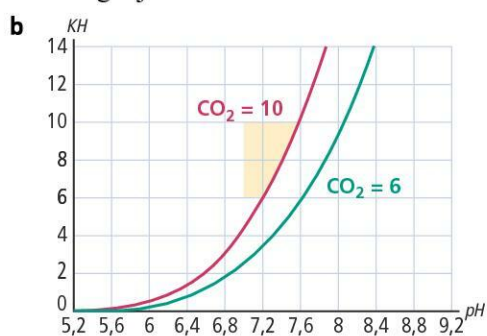
Er is dan nog 4 keer 100 gram, ofwel 400 gram rijst per persoon nodig om aan de voorwaarden te voldoen.

6 Grafieken en vergelijkingen

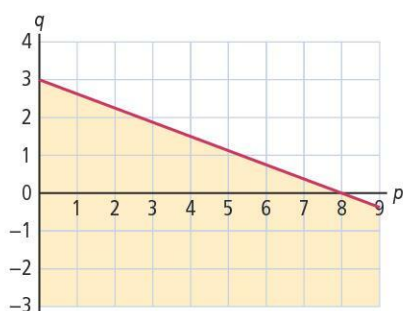
- 26 a** Bij haar voornemen past de ongelijkheid $4,5n + 3t \leq 27$.
- b** In deze situatie moet gelden $n \geq 0$, $t \geq 0$ en n en t zijn gehele getallen, want je koopt geen negatief aantal bossen en je koopt alleen maar hele bossen.
- c** snijpunt met de n -as, $t = 0$
 $4,5n + 3 \times 0 = 27$
 $4,5n = 27$
 $n = 27 : 4,5 = 6$
 Snijpunt met de n -as is $(6, 0)$.
 snijpunt met de t -as, $n = 0$
 $4,5 \times 0 + 3t = 27$
 $3t = 27$
 $t = 27 : 3 = 9$
 Snijpunt met de t -as is $(0, 9)$.
 De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $4,5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$.
 $0 \leq 27$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.



- 27 a** Bij een pH -waarde van 7,6 is de waarde van zowel het CO_2 -gehalte als de KH gelijk aan 6.



- 024 a** $3 \times 0 + 8 \times 0 = 0$
 $0 \leq 24$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.



- b** De vergelijking van de andere grenslijn is $2p - 3q = 6$.

snijpunt met de p -as, $q = 0$

$$2p - 3 \times 0 = 6$$

$$2p = 6$$

$$p = 6 : 2 = 3$$

Snijpunt met de p -as is $(3, 0)$.

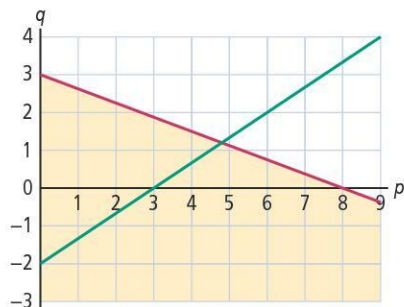
snijpunt met de q -as, $p = 0$

$$2 \times 0 - 3q = 6$$

$$-3q = 6$$

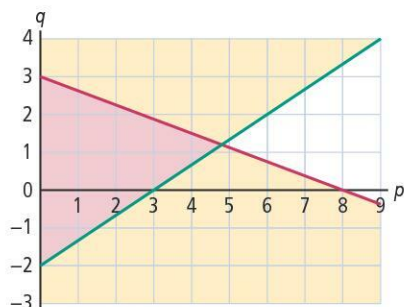
$$q = 6 : -3 = -2$$

Snijpunt met de q -as is $(0, -2)$.



- c** De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $2 \times 0 - 3 \times 0 = 0$.

$0 \leq 6$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

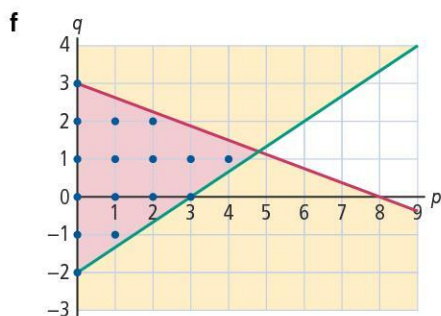


- d** Zie opdracht O23c. Het roze gebied is het gebied dat voldoet aan beide ongelijkheden.

- e** De coördinaten van punt A zijn $(3, 1)$.

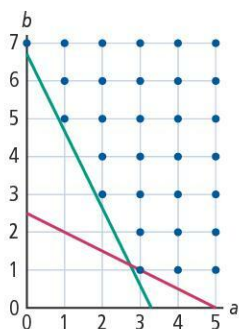
$2 \times 3 - 3 \times 1 = 3$ en $3 \leq 6$ klopt, dus de coördinaten van punt A voldoen aan deze ongelijkheid.

$3 \times 3 + 8 \times 1 = 17$ en $17 \leq 24$ klopt, dus de coördinaten van punt A voldoen ook aan deze ongelijkheid.



Er voldoen 16 punten aan alle voorwaarden.

- U5 a** Voor de hoeveelheid kalk geldt de ongelijkheid $200a + 400b \geq 1000$.
 Voor de hoeveelheid ijzer geldt de ongelijkheid $3a + 1,5b \geq 10$.
 Neem aan dat ze alleen hele pillen slikt, dan gelden de ongelijkheden $a \geq 0$, $b \geq 0$ en zowel a als b gehele getallen.
- b** snijpunt met de a -as, $b = 0$
 $200a + 400 \times 0 = 1000$
 $200a = 1000$
 $a = 1000 : 200 = 5$
 Snijpunt met de a -as is $(5, 0)$.
 snijpunt met de b -as, $a = 0$
 $200 \times 0 + 400b = 1000$
 $400b = 1000$
 $b = 1000 : 400 = 2\frac{1}{2}$
 Snijpunt met de b -as is $(0, 2\frac{1}{2})$.
 De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $200 \times 0 + 400 \times 0 = 0$.
 $0 \geq 1000$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.
- snijpunt met de a -as, $b = 0$
 $3a + 1,5 \times 0 = 10$
 $3a = 10$
 $a = 10 : 3 = 3\frac{1}{3}$
 Snijpunt met de a -as is $(3\frac{1}{3}, 0)$.
 snijpunt met de b -as, $a = 0$
 $3 \times 0 + 1,5b = 10$
 $1,5b = 10$
 $b = 10 : 1,5 = 6\frac{2}{3}$
 Snijpunt met de b -as is $(0, 6\frac{2}{3})$.
 De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $3 \times 0 + 1,5 \times 0 = 0$.
 $0 \geq 10$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.

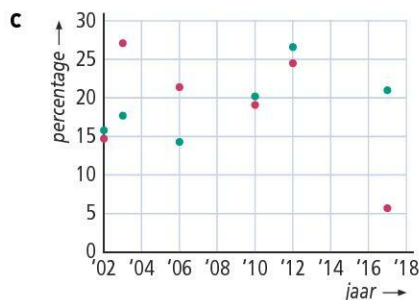


- c** Ze kan dan het beste drie pillen van merk A en één pil van merk B nemen.

6.6 Gemengde opdrachten

- 28 a** In 2002 waren van de 9,5 miljoen geldige stemmen er 1,4 miljoen voor de PvdA. Dat is $1,4 : 9,5 \times 100 \approx 14,7\%$.

tijd in jaren	PvdA		VVD		totaal
	abs.	%	abs.	%	
2002	1,4	14,7	1,5	15,8	9,5
2003	2,6	27,1	1,7	17,7	9,6
2006	2,1	21,4	1,4	14,3	9,8
2010	1,8	19,1	1,9	20,2	9,4
2012	2,3	24,5	2,5	26,6	9,4
2017	0,6	5,7	2,2	21,0	10,5



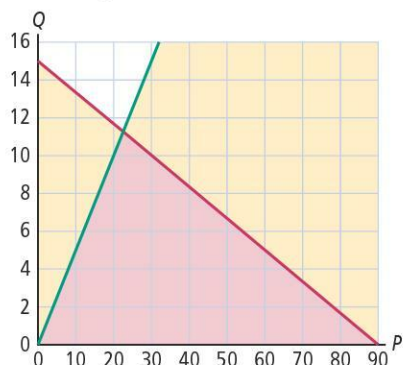
- d** Je mag de punten niet met elkaar verbinden, want in de tussenliggende jaren zijn er geen verkiezingen geweest. Daar staat tegenover dat je wel beter door de tijd kan zien hoe de stemming veranderde.
- 29 a** Met $2,5P$ reken je uit hoeveel euro hij kwijt is aan gras en met $15Q$ reken je uit hoeveel euro hij kwijt is aan het grind voor het terras. Dit mag bij elkaar opgeteld maximaal 225 euro zijn.
- b** Het aantal m^2 gras is minstens twee keer zoveel als het aantal m^2 grind. Dit kun je schrijven als $P \geq 2Q$.
Deze ongelijkheid kun je herschrijven tot $P - 2Q \geq 0$ door aan beide kanten van het ongelijkheidsteken $2Q$ af te trekken.
- c** snijpunt met de P -as, $Q = 0$
 $2,5P + 15 \times 0 = 225$
 $2,5P = 225$
 $P = 225 : 2,5 = 90$
 Snijpunt met de P -as is $(90, 0)$.
 snijpunt met de Q -as, $P = 0$
 $2,5 \times 0 + 15Q = 225$
 $15Q = 225$
 $Q = 225 : 15 = 15$
 Snijpunt met de Q -as is $(0, 15)$.
 De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $2,5 \times 0 + 15 \times 0 = 0$.
 $0 \leq 225$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.
 snijpunt met de P -as, $Q = 0$
 $P - 2 \times 0 = 0$
 $P = 0$
 De lijn $P - 2Q = 0$ gaat door de oorsprong.
 Als $Q = 10$, dan
 $P - 2 \times 10 = 0$
 $P = 20$
 De lijn $P - 2Q = 0$ gaat door het punt $(20, 10)$.

6 Grafieken en vergelijkingen

De coördinaten van $(10, 4)$ invullen geeft $10 - 2 \times 4 = 2$.

$2 \geq 0$ klopt, dus het gebied waar het punt $(10, 4)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

Verder geldt in deze situatie $P \geq 0$ en $Q \geq 0$.



30 a Op lijn l ligt het punt $(8, 3)$.

$$4 \times 3 + 5 \times 8 = 52 \text{ en dat is geen } 24.$$

Lijn l past niet bij de vergelijking $3y + 4x = 24$.

$$4 \times 3 - 8 = 4$$

Lijn l past bij de vergelijking $4y - x = 4$.

b Stel de ongelijkheid bij de grenslijn is $4y + 5x \leq 40$.

$$\text{De coördinaten van } O(0, 0) \text{ invullen geeft } 4 \times 0 + 5 \times 0 = 0.$$

$0 < 40$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

Dus de gevraagde ongelijkheid is $4y + 5x \leq 40$, want het gebied waar $O(0, 0)$

c Stel de ongelijkheid bij het halfvlak is $4y - x \leq 4$.

$$\text{De coördinaten van } O(0, 0) \text{ invullen geeft } 4 \times 0 - 0 = 0.$$

$0 > 4$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.

Dus de gevraagde ongelijkheid is $4y - x \geq 4$, want het gebied waar $O(0, 0)$ in ligt, is niet gekleurd.

d Bij lijn l hoort de formule $y = \frac{1}{4}x + 1$.

$$4y + 5x = 40$$

$$4y = -5x + 40$$

$$y = -1\frac{1}{4}x + 10$$

Bij lijn m hoort de formule $y = -1\frac{1}{4}x + 10$.

$$-1\frac{1}{4}x + 10 = \frac{1}{4}x + 1$$

$$10 = 1\frac{1}{2}x + 1$$

$$9 = 1\frac{1}{2}x$$

$$x = 9 : 1\frac{1}{2} = 6$$

$$y = \frac{1}{4} \times 6 + 1 = 2\frac{1}{2}$$

De coördinaten van het snijpunt zijn $(6, 2\frac{1}{2})$.

e De punten zijn $(1, 2)$, $(2, 4)$ en $(3, 6)$.

Onderzoeksoopdrachten

31 a In deze jaren waren de eerste en de tweede wereldoorlog waarin veel mannen stierven aan het front.

b Jurjen had in 1979 een levensverwachting van bijna 15 jaar.

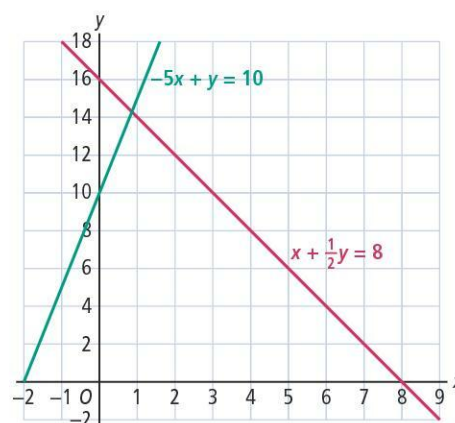
Hij zou dus waarschijnlijk bijna $65 + 15 = 80$ jaar worden.

- c Jurjen is in $1979 - 65 = 1914$ geboren.
Hij had toen een levensverwachting van iets meer dan 55 jaar.
- d
- 1 Ja, de lage levensverwachting volgens de rode en blauwe lijn aan het begin komt door de hoge kindersterfte. Met het afnemen daarvan stijgt de levensverwachting voor mannen en vrouwen.
 - 2 Nee, het is juist andersom, de levensverwachting van vrouwen is meer toegenomen dan de levensverwachting van mannen. De rode lijn eindigt hoger dan de blauwe lijn terwijl ze in het begin dicht bij elkaar liepen.
 - 3 Nee, de grafiek geeft geen informatie over de aantallen mannen en vrouwen, dus ook niet over de bevolkingsgrootte.
 - 4 Ja, door de rode lijn te verlengen kun je voor 2040 ongeveer 92 jaar verwachten.
 - 5 Nee, de levensverwachting voor mannen van 65 is met ongeveer $17 - 14 = 3$ jaar toegenomen.

Samenvatting

- S1 a Het zijn gemiddelde maandtemperaturen. Nu kun je bijvoorbeeld ook aflezen hoeveel de temperatuur op 27 januari is en dat heeft geen betekenis.
- b Door de punten met elkaar te verbinden, zie je beter hoe het verloop van de gemiddelde maandtemperatuur is.
- S2 a In de grafiek zijn de grootheden tijd en doorzicht gebruikt en de eenheden uren en meters.
- b Om 18.00 uur is de doorzicht ongeveer 0,9 meter.
Bij 0,9 meter hoort een troebeling van ongeveer 5 NTU.

- S3 a snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $x + \frac{1}{2} \times 0 = 8$
 $x = 8$
 Snijpunt met de x -as is $(8, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $0 + \frac{1}{2}y = 8$
 $\frac{1}{2}y = 8$
 $y = 8 : \frac{1}{2} = 16$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 16)$.
- b snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $-5x + 0 = 10$
 $-5x = 10$
 $x = 10 : -5 = -2$
 Snijpunt met de x -as is $(-2, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $-5 \times 0 + y = 10$
 $y = 10$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 10)$.
 Zie opdracht S3a.



S4 snijpunt met de s -as, $t = 0$

$$\frac{1}{4} \times 0 - 2s = 5$$

$$-2s = 5$$

$$s = 5 : -2 = -2\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de s -as is $(-2\frac{1}{2}, 0)$.

snijpunt met de t -as, $s = 0$

$$\frac{1}{4}t - 2 \times 0 = 5$$

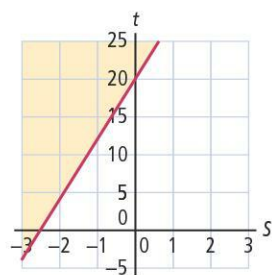
$$\frac{1}{4}t = 5$$

$$t = 5 : \frac{1}{4} = 20$$

Snijpunt met de t -as is $(0, 20)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $\frac{1}{4} \times 0 - 2 \times 0 = 0$.

$0 \geq 5$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



S5 snijpunt met de a -as, $b = 0$

$$-a + 0 = 3$$

$$-a = 3$$

$$a = -3$$

Snijpunt met de a -as is $(-3, 0)$.

snijpunt met de b -as, $a = 0$

$$0 + b = 3$$

$$b = 3$$

Snijpunt met de b -as is $(0, 3)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0 + 0 = 0$.

$0 \leq 3$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de a -as, $b = 0$

$$5a + 3 \times 0 = 40$$

$$5a = 40$$

$$a = 40 : 5 = 8$$

Snijpunt met de a -as is $(8, 0)$.

snijpunt met de b -as, $a = 0$

$$5 \times 0 + 3b = 40$$

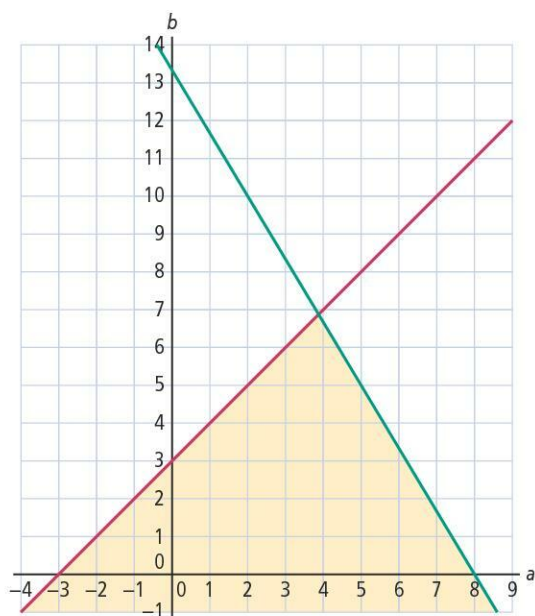
$$3b = 40$$

$$b = 40 : 3 = 13\frac{1}{3}$$

Snijpunt met de b -as is $(0, 13\frac{1}{3})$.

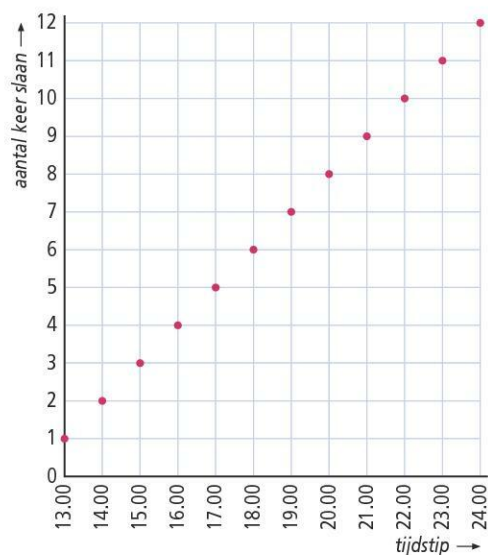
De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$.

$0 \leq 40$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.



Test jezelf

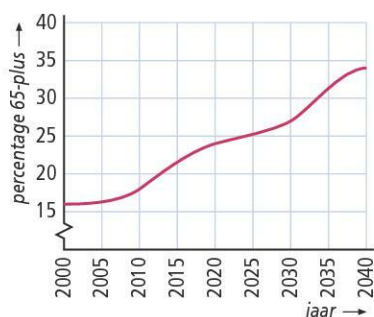
- T1**
- a** In situatie C bestaat de grafiek uit losse punten.
 - b** Danny heeft geen gelijk. In situatie D bestaat de grafiek uit horizontale lijnstukjes.
 - c** Om 13.00 uur slaat de klok één keer, om 14.00 uur slaat de klok twee keer enzovoort.



- d** De grafiek zal bestaan uit horizontale lijnstukjes.
- T2**
- a** In 2000 zijn 40 duizend op de 252 duizend inwoners 65-plus.
Dat is ongeveer $40 : 252 \times 100 \approx 16\%$.
 - b** In 2020 zijn er ongeveer $42 + 54 + 126 = 222$ duizend inwoners waarvan er 54 duizend 65-plus zijn.
Dat is ongeveer $54 : 222 \times 100 \approx 24\%$ procent.

6 Grafieken en vergelijkingen

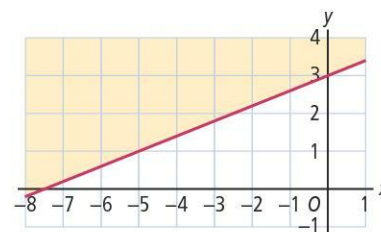
jaar	percentage 65-plus
2000	16
2010	$42 : (42 + 52 + 140) \times 100 \approx 18$
2020	24
2030	$53 : (39 + 53 + 104) \times 100 \approx 27$
2040	$60 : (34 + 60 + 88) \times 100 \approx 34$



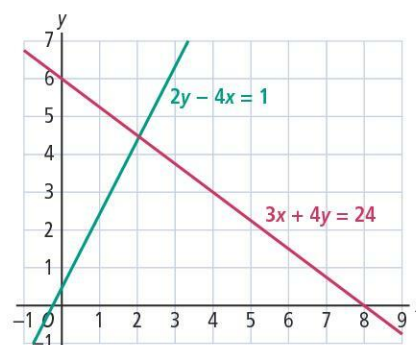
- T3** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $5 \times 0 - 2x = 15$
 $-2x = 15$
 $x = 15 : -2 = -7\frac{1}{2}$
 Snijpunt met de x -as is $(-7\frac{1}{2}, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $5y - 2 \times 0 = 15$
 $5y = 15$
 $y = 15 : 5 = 3$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 3)$.

De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $5 \times 0 - 2 \times 0 = 0$.

$0 \geq 15$ klopt niet, dus het gebied waar $O(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



- T4 a** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $3x + 4 \times 0 = 24$
 $3x = 24$
 $x = 24 : 3 = 8$
 Snijpunt met de x -as is $(8, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $3 \times 0 + 4y = 24$
 $4y = 24$
 $4y = 24 : 4 = 6$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 6)$.
 snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $2 \times 0 - 4x = 1$
 $-4x = 1$
 $x = -1 : 4 = -\frac{1}{4}$
 Snijpunt met de x -as is $(-\frac{1}{4}, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $2y - 4 \times 0 = 1$
 $2y = 1$
 $y = 1 : 2 = \frac{1}{2}$
 Snijpunt met de y -as is $(0, \frac{1}{2})$.



$$\begin{aligned}
 \text{b } 3x + 4y &= 24 & 2y - 4x &= 1 \\
 4y &= -3x + 24 & 2y &= 4x + 1 \\
 y &= -\frac{3}{4}x + 6 & y &= 2x + \frac{1}{2} \\
 \text{c } -\frac{3}{4}x + 6 &= 2x + \frac{1}{2} \\
 6 &= 2\frac{3}{4}x + \frac{1}{2} \\
 5\frac{1}{2} &= 2\frac{3}{4}x \\
 x &= 5\frac{1}{2} : 2\frac{3}{4} = 2 \\
 y &= 2 \times 2 + \frac{1}{2} = 4\frac{1}{2} \\
 \text{De coördinaten van het snijpunt zijn } &(2, 4\frac{1}{2}).
 \end{aligned}$$

T5 a Met $0,75k$ bereken je hoeveel euro Alex aan koffie kwijt is en met $0,5t$ bereken je hoeveel euro Alex kwijt is aan thee. Dit samen mag niet meer dan 6 euro zijn.

b snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,75k + 0,5 \times 0 = 6$$

$$0,75k = 6$$

$$k = 6 : 0,75 = 8$$

Snijpunt met de k -as is $(8, 0)$.

snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,75 \times 0 + 0,5t = 6$$

$$0,5t = 6$$

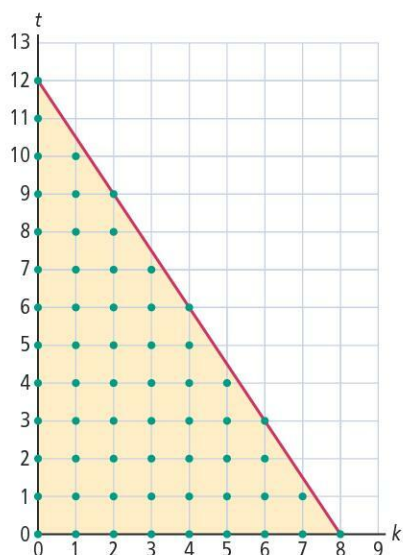
$$t = 6 : 0,5 = 12$$

Snijpunt met de t -as is $(0, 12)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0,75 \times 0 + 0,5 \times 0 = 0$.

$0 \leq 6$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.

Verder gelden de voorwaarden $k \geq 0$, $t \geq 0$ en beide geheel.



T6 a De lijn AB snijdt de y -as in het punt $(0, 5)$.

Als je in de vergelijking $x - 2y = -10$ voor $x = 0$ invult, krijg je $0 - 2y = -10$ ofwel $y = 5$. Dus bij lijn AB hoort de vergelijking $x - 2y = -10$.

b Punt D is het snijpunt van lijn CD met de x -as.

$y = 0$ invullen in de vergelijking $5x - 6y = 56$ geeft

$$5x - 6 \times 0 = 56$$

$$5x = 56$$

$$x = 56 : 5 = 11\frac{1}{5}$$

De coördinaten van punt D zijn $(11\frac{1}{5}, 0)$.

6 Grafieken en vergelijkingen

- c Bij lijn AB hoort de vergelijking $x - 2y = -10$.
Stel de bijbehorende ongelijkheid is $x - 2y > -10$.
De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0 - 2 \times 0 = 0$.
 $0 > -10$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het dan gevraagde halfvlak en deze is ook getekend.
- Bij lijn CD hoort de vergelijking $5x - 6y = 56$.
Stel de bijbehorende ongelijkheid is $5x - 6y < 56$.
De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $5 \times 0 - 6 \times 0 = 0$.
 $0 < 56$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het dan gevraagde halfvlak en deze is ook getekend.
- Bij lijn BC hoort de vergelijking $x + 2y = 24$.
Stel de bijbehorende ongelijkheid is $x + 2y < 24$.
De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0 + 2 \times 0 = 0$.
 $0 < 24$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het dan gevraagde halfvlak en deze is ook getekend.
- Bij het gebied horen de ongelijkheden $x \geq 0$, $y \geq 0$, $x - 2y \geq -10$,
 $5x - 6y \leq 56$ en $x + 2y \leq 24$.

Extra oefening

- E1 a De grootheden zijn tijd en afstand en de eenheden zijn minuten en meters.
b Vico behaalde het beste resultaat, want hij heeft na 12 minuten de grootste afstand gerend.
c Tussen ongeveer 8 minuten en 11 minuten lag Ruud voor op Vico, dat is een periode van drie minuten.
d Vico heeft na 12 minuten 2700 meter gelopen.

<i>afstand</i> in kilometers	2,7	...
<i>tijd</i> in minuten	12	60

Zijn gemiddelde snelheid is $60 \times 2,7 : 12 = 13,5$ km per uur.

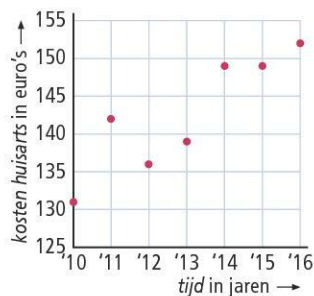
Ruud heeft na 12 minuten 2500 meter gelopen.

<i>afstand</i> in kilometers	2,5	...
<i>tijd</i> in minuten	12	60

Zijn gemiddelde snelheid is $60 \times 2,5 : 12 = 12,5$ km per uur.

De winnaar Vico heeft gemiddeld 1 km per uur sneller gelopen.

E2 a



- b Als je de punten met elkaar verbindt, kun je ook waarden tussen de punten aflezen. De kosten gaan over een heel jaar, dus tussen de punten iets aflezen heeft geen betekenis.
- c Door de punten met elkaar te verbinden, kun je beter het verloop van de grafiek zien.

E3 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$4x - 0 = 12$$

$$4x = 12$$

$$x = 12 : 4 = 3$$

Snijpunt met de x -as is (3, 0).

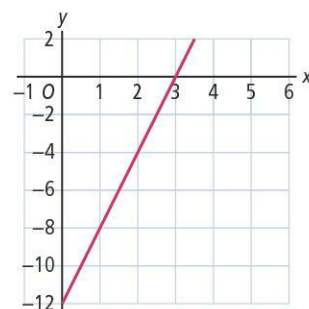
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$4 \times 0 - y = 12$$

$$-y = 12$$

$$y = -12$$

Snijpunt met de y -as is (0, -12).



b snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$3x + 5 \times 0 = 30$$

$$3x = 30$$

$$x = 30 : 3 = 10$$

Snijpunt met de x -as is (10, 0).

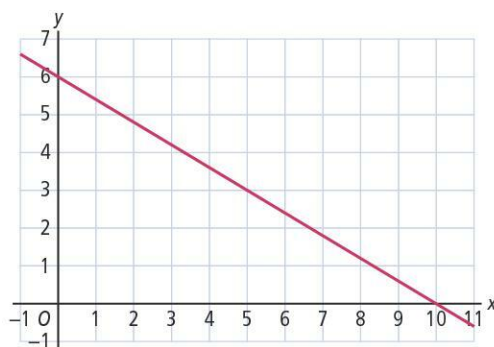
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$3 \times 0 + 5y = 30$$

$$5y = 30$$

$$y = 30 : 5 = 6$$

Snijpunt met de y -as is (0, 6).



c snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$\frac{1}{4}x - \frac{1}{2} \times 0 = -2$$

$$\frac{1}{4}x = -2$$

$$x = -2 : \frac{1}{4} = -8$$

Snijpunt met de x -as is (-8, 0).

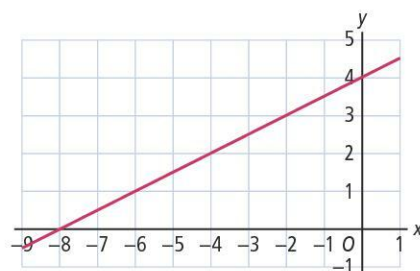
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$\frac{1}{4} \times 0 - \frac{1}{2}y = -2$$

$$-\frac{1}{2}y = -2$$

$$y = -2 : -\frac{1}{2} = 4$$

Snijpunt met de y -as is (0, 4).



d snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$-2 \times 0 + 5x = 40$$

$$5x = 40$$

$$x = 40 : 5 = 8$$

Snijpunt met de x -as is (8, 0).

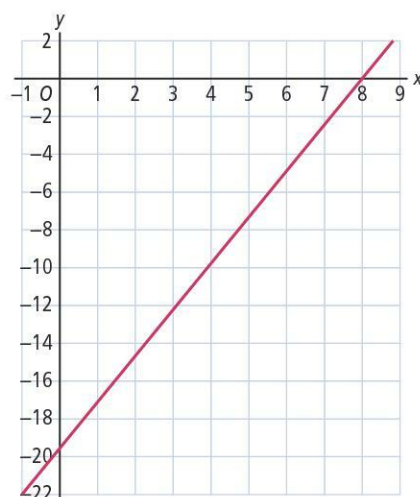
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$-2y + 5 \times 0 = 40$$

$$-2y = 40$$

$$y = 40 : -2 = -20$$

Snijpunt met de y -as is (0, -20).



E4 a snijpunt met de k -as, $n = 0$

$$4k + 2 \times 0 = 16$$

$$4k = 16$$

$$k = 16 : 4 = 4$$

Snijpunt met de k -as is (4, 0).

snijpunt met de n -as, $k = 0$

$$4 \times 0 + 2n = 16$$

$$2n = 16$$

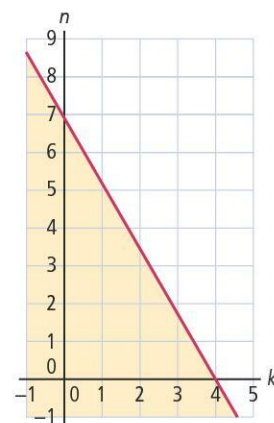
$$n = 16 : 2 = 8$$

Snijpunt met de n -as is (0, 8).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft

$$4 \times 0 + 2 \times 0 = 0.$$

$0 \leq 16$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is het gevraagde halfvlak.



b snijpunt met de k -as, $n = 0$

$$\frac{1}{2}k - 2 \times 0 = -4$$

$$\frac{1}{2}k = -4$$

$$k = -4 : \frac{1}{2} = -8$$

Snijpunt met de k -as is (-8, 0).

snijpunt met de n -as, $k = 0$

$$\frac{1}{2} \times 0 - 2n = -4$$

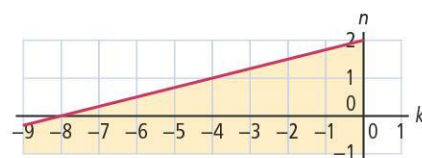
$$-2n = -4$$

$$n = -4 : -2 = 2$$

Snijpunt met de n -as is (0, 2).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $\frac{1}{2} \times 0 - 2 \times 0 = 0$.

$0 \geq -4$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is het gevraagde halfvlak.



c snijpunt met de k -as, $n = 0$

$$4k - 5 \times 0 = 20$$

$$4k = 20$$

$$k = 20 : 4 = 5$$

Snijpunt met de k -as is (5, 0).

snijpunt met de n -as, $k = 0$

$$4 \times 0 - 5n = 20$$

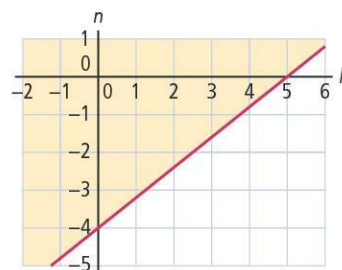
$$-5n = 20$$

$$n = 20 : -5 = -4$$

Snijpunt met de n -as is (0, -4).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $4 \times 0 - 5 \times 0 = 0$.

$0 \leq 20$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is het gevraagde halfvlak.



d snijpunt met de k -as, $n = 0$

$$0 - 3k = 9$$

$$-3k = 9$$

$$k = 9 : -3 = -3$$

Snijpunt met de k -as is (-3, 0).

snijpunt met de n -as, $k = 0$

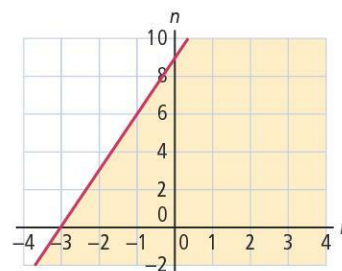
$$n - 3 \times 0 = 9$$

$$n = 9$$

Snijpunt met de n -as is (0, 9).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $0 - 3 \times 0 = 0$.

$0 \leq 9$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is het gevraagde halfvlak.



E5 a Per 100 gram witlof moet worden vermenigvuldigd met 15 en per 100 gram appels moet worden vermenigvuldigd met 60. De uitkomsten moeten bij elkaar opgeteld minstens 90 zijn.

b Bij de minimale hoeveelheid vezels hoort de ongelijkheid $1,25w + 2a \geq 5$.

c snijpunt met de w -as, $a = 0$

$$15w + 60 \times 0 = 90$$

$$15w = 90$$

$$w = 90 : 15 = 6$$

Snijpunt met de w -as is $(6, 0)$.

snijpunt met de a -as, $w = 0$

$$15 \times 0 + 60a = 90$$

$$60a = 90$$

$$a = 90 : 60 = 1,5$$

Snijpunt met de a -as is $(0; 1,5)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $15 \times 0 + 60 \times 0 \geq 90$.

$0 \geq 90$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de w -as, $a = 0$

$$1,25w + 2 \times 0 = 5$$

$$1,25w = 5$$

$$w = 5 : 1,25 = 4$$

Snijpunt met de w -as is $(4, 0)$.

snijpunt met de a -as, $w = 0$

$$1,25 \times 0 + 2a = 5$$

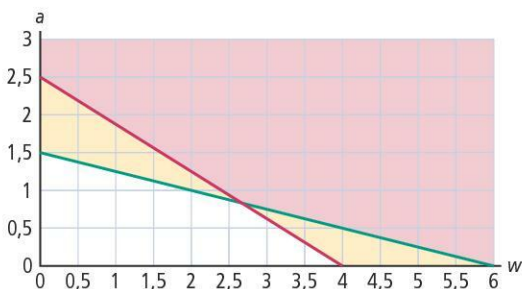
$$2a = 5$$

$$a = 5 : 2 = 2,5$$

Snijpunt met de a -as is $(0; 2,5)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $1,25 \times 0 + 2 \times 0 \geq 5$.

$0 \geq 5$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



d Als je in de grafiek kijkt, zie je dat bij 100 gram witlof je vooral er op moet letten of je genoeg vezels binnen krijgt.

$$1,25 \times 1 + 2a = 5$$

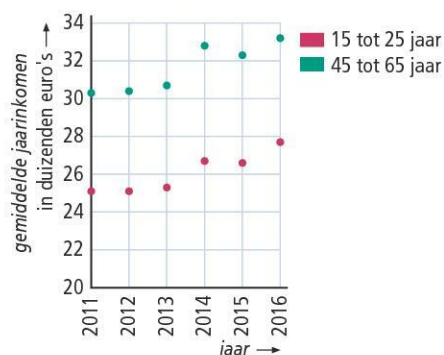
$$1,25 + 2a = 5$$

$$2a = 3,75$$

$$a = 1,875$$

Er moet dan in de salade 187,5 gram appels zitten. Je hebt dan ook genoeg energie, namelijk $15 \times 1 + 60 \times 1,75 = 120$.

E6 a



- b De punten zijn niet met elkaar verbonden, want het gaat om een jaarinkomen. Je kunt bijvoorbeeld niet het jaarinkomen op 1 juli 1203 aflezen.
- c Tussen 2013 en 2014 zijn de inkomsten het sterkst gestegen.

E7 a

Het aantal gele rozen p moet worden vermenigvuldigd met 0,40 en het aantal oranje rozen q moet worden vermenigvuldigd met 0,75. De uitkomsten van deze vermenigvuldigingen mogen bij elkaar opgeteld maximaal 6 euro zijn.

- b Het aantal oranje rozen q moet minstens het aantal gele rozen p zijn, dus $q \geq p$.

- c snijpunt met de p -as, $q = 0$

$$0,4p + 0,75 \times 0 = 6$$

$$0,4p = 6$$

$$p = 6 : 0,4 = 15$$

Snijpunt met de p -as is (15, 0).

snijpunt met de q -as, $p = 0$

$$0,4 \times 0 + 0,75q = 6$$

$$0,75q = 6$$

$$q = 6 : 0,75 = 8$$

Snijpunt met de q -as is (0, 8).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $0,4 \times 0 + 0,75 \times 0 = 0$.

$0 \leq 6$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt,

is het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de p -as, $q = 0$

$$0 = 0$$

$$p = 0$$

De lijn $p = q$ gaat door de oorsprong.

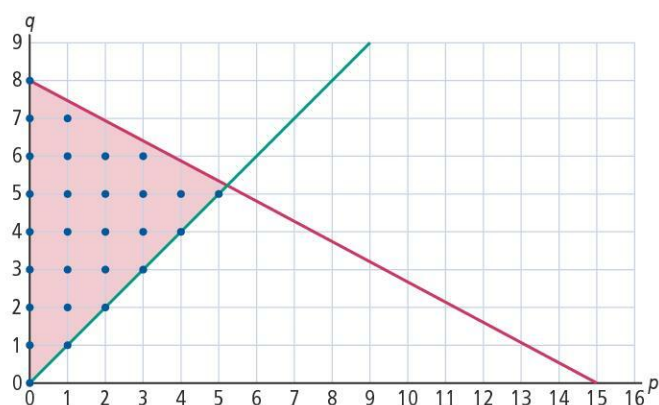
Als $p = 8$, dan $q = 8$

De lijn $p = q$ gaat door het punt (8, 8).

De coördinaten van (5, 8) invullen geeft $8 \geq 5$.

Dat klopt niet, dus het gebied waar het punt (5, 8) in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.

- d Peter heeft 28 keuzemogelijkheden.



- 1** a $12 \text{ m} = 0,012 \text{ km}$
 b $3500 \text{ m} = 35000 \text{ dm}$
 c $0,56 \text{ km} = 5,6 \text{ hm}$
 d $1675 \text{ mm} = 1,675 \text{ m}$
 e $0,0087 \text{ km} = 870 \text{ cm}$
 f $10900 \text{ mm} = 109 \text{ dm}$
- 2** a $1,25 \text{ m}^2 = 125 \text{ dm}^2$
 b $37 \text{ dm}^2 = 370000 \text{ mm}^2$
 c $1700 \text{ mm}^2 = 17 \text{ cm}^2$
 d $0,685 \text{ dm}^2 = 0,00685 \text{ m}^2$
 e $0,0006 \text{ m}^2 = 6 \text{ cm}^2$
 f $20,006 \text{ km}^2 = 2000,6 \text{ hm}^2$
- 3** a $1025 \text{ m}^3 = 1025000 \text{ dm}^3$
 b $165 \text{ cm}^3 = 0,165 \text{ dm}^3$
 c $45900 \text{ mm}^3 = 0,000459 \text{ m}^3$
 d $6400 \text{ cm}^3 = 0,0064 \text{ m}^3$
 e $170 \text{ mm}^3 = 0,17 \text{ cm}^3$
 f $0,013 \text{ m}^3 = 13000 \text{ cm}^3$
- 4** a $2,8 \text{ hL} = 2800 \text{ dL}$
 b $750 \text{ dm}^3 = 0,75 \text{ kuub}$
 c $245 \text{ dL} = 2,45 \text{ daL}$
 d $415 \text{ mL} = 415000 \text{ mm}^3$
 e $6500 \text{ mm}^3 = 6,5 \text{ cc}$
 f $0,51 \text{ L} = 510 \text{ cm}^3$

- 5** a
- | | | | |
|------------------|-----|----|-----|
| aantal liter | 35 | 5 | 25 |
| aantal kilometer | 630 | 90 | 450 |
- b Fokker rijdt met 25 liter 450 kilometer.

- 6** $15 \times a = 6 \times 25$
 $a = 6 \times 25 : 15 = 10$
 $1,75 \times 3,24 = b \times 2,7$
 $b = 1,75 \times 3,24 : 2,7 = 2,1$

- 7** a
- | | | |
|-------------|----|-----|
| aandeel man | 24 | ? |
| totaal | 40 | 100 |
- $24 \times 100 = 40 \times ?$
 $? = 24 \times 100 : 40 = 60$
- b 60% van de leden van het koor is man.
- c
- | | | |
|-----------|-----|------|
| mannen | 24 | ? |
| procenten | 100 | 12,5 |
- $24 \times 12,5 = 100 \times ?$
 $? = 24 \times 12,5 : 100 = 3$
 Drie mannen zijn jonger dan 18 jaar.

- 8**
- | | | |
|--------------------|-----|-----|
| aantal gram suiker | 183 | 157 |
| aantal gram jam | 235 | ? |
- $183 \times ? = 235 \times 157$
 $? = 235 \times 157 : 183 = 201,6...$
 Er zit 157 gram suiker in ongeveer 202 gram jam.

- 9** a Er gaat 15% af, de factor is $(100 - 15) : 100 = 0,85$.
 De nieuwe prijs is $0,85 \times € 1.180,- = € 1.003,-$.
- b Er gaat 2,3% af, de factor is $(100 - 2,3) : 100 = 0,977$.
 De nieuwe prijs is $0,977 \times € 198,- = € 193,45$.
- c Er komt 0,35% bij, de factor is $(100 + 0,35) : 100 = 1,0035$.
 De nieuwe prijs is $1,0035 \times € 23.500,- = € 23.582,25$.

- 10 a** Er komt 21% bij, de factor is $(100 + 21) : 100 = 1,21$.

De nieuwe prijs is $1,21 \times € 95,- = € 114,95$.

- b** De prijs inclusief btw is 121%.

<i>prijs in euro's</i>	85	?
<i>percentage</i>	121	100

$$85 \times 100 = 121 \times ?$$

$$? = 85 \times 100 : 121 = 70,247...$$

De prijs exclusief btw is € 70,25.

- c** Er komt 21% bij, de factor is $(100 + 21) : 100 = 1,21$.

Er gaat ook 5% af, de factor is $(100 - 5) : 100 = 0,95$.

Sophie moet $1,21 \times 0,95 \times € 175,- = € 201,16$ betalen.

- 11 a** $(3n + 4)(n - 5)$

$$3n^2 - 15n + 4n - 20$$

$$3n^2 - 11n - 20$$

- b** $(5p - 2)(p - 3)$

$$5p^2 - 15p - 2p + 6$$

$$5p^2 - 17p + 6$$

- c** $(x + 4)^2$

$$(x + 4)(x + 4)$$

$$x^2 + 4x + 4x + 16$$

$$x^2 + 8x + 16$$

- d** $4(k + 1)(k - 2)$

$$4(k^2 - 2k + k - 2)$$

$$4(k^2 - k - 2)$$

$$4k^2 - 4k - 8$$

- e** $\frac{1}{2}(2x - 1)(3x + 2)$

$$\frac{1}{2}(6x^2 + 4x - 3x - 2)$$

$$\frac{1}{2}(6x^2 + x - 2)$$

$$3x^2 + \frac{1}{2}x - 1$$

- f** $6 - (x + 2)(x - 6)$

$$6 - (x^2 - 6x + 2x - 12)$$

$$6 - (x^2 - 4x - 12)$$

$$6 - x^2 + 4x + 12$$

$$-x^2 + 4x + 18$$

- 12 a** $b = 3(3p) - 45$

$$b = 9p - 45$$

- b** $b = 5 - 2(10 - 2p)$

$$b = 5 - 20 + 4p$$

$$b = 4p - 15$$

- c** $b = -7(9 - p) + 4$

$$b = -63 + 7p + 4$$

$$b = 7p - 59$$

- d** $b = -\left(3 - \frac{1}{2}p\right) - 4$

$$b = -3 + \frac{1}{2}p - 4$$

$$b = \frac{1}{2}p - 7$$

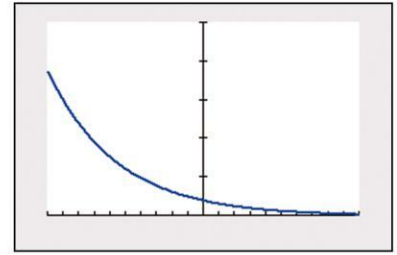
- 13 a** Er komt 5,4% bij, de groeifactor is $(100 + 5,4) : 100 = 1,054$.

- b** Er gaat 3,7% af, de groeifactor is $(100 - 3,7) : 100 = 0,963$.

- c** Er komt 1,7% bij, de groeifactor is $(100 + 1,7) : 100 = 1,017$.

- d** Er gaat 0,9% af, de groeifactor is $(100 - 0,9) : 100 = 0,991$.

- 14 a** Invoer: $y_1 = 0,4 \times 0,8^x$
 Venster: x tussen -10 en 10 en y tussen 0 en 5
- b** De beginhoeveelheid is $0,4$.
- c** De groeifactor is $0,8$.
- d** De groeifactor is onder de 1 , dan daalt de grafiek.
- e** Invoer: $y_1 = 0,4 \times 0,8^x$
 $y_2 = 0,2$
 Venster: x tussen -10 en 10 en y tussen 0 en 5
 Opties: snijpunten
 De oplossing is $(3,106; 0,2)$.
 Na ongeveer $3,1$ jaar is de hoeveelheid gehalveerd.



- 15 a** $W = 2000 \cdot 1,03^t$ met W de waarde in euro's en t de tijd in jaren.
- b** De groeifactor per seconde is $(100 - 20) : 100 = 0,8$
 $S = 25 \cdot 0,8^t$ met S de hoeveelheid nog niet opgeloste suiker in grammen en t de tijd in seconden.
- c** De groeifactor per jaar is $(100 + 50) : 100 = 1,5$.
 $A = 30 \cdot 1,5^t$ met A de oppervlakte die de hyacint van een waterplas bedekt en t de tijd in jaren.
- d** De groeifactor per week is $(100 - 45) : 100 = 0,55$.
 $S = 4 \cdot 0,55^t$ met S de spanning in de band in bar en t de tijd in weken.
- 16 a** De groeifactor per jaar is $1,005^{12} \approx 1,062$.
- b** De groeifactor per 10 weken is $0,98^{10} \approx 0,817$.
- c** De groeifactor per jaar is $1,5^4 \approx 5,063$.
- d** De groeifactor per week is $0,8^7 \approx 0,210$.
- 17 a** De groeifactor per dag is $(100 + 1,7) : 100 = 1,017$.
 De groeifactor per week is $1,017^7 = 1,125...$
 $100 \times 1,1252... - 100 = 12,52...$
 De procentuele toename per week is ongeveer $12,5\%$.
- b** De groeifactor per uur is $(100 - 2) : 100 = 0,98$.
 De groeifactor per dag is $0,98^{24} = 0,6157...$
 $100 \times 0,6157... - 100 = -38,42...$
 De procentuele afname per dag is ongeveer $38,4\%$.
- c** De groeifactor per seconde is $(100 + 0,86) : 100 = 1,0086$.
 De groeifactor per minuut is $1,0086^{60} = 1,6716...$
 $100 \times 1,6716... - 100 = 67,16...$
 De procentuele toename per minuut is ongeveer $67,2\%$.
- d** De groeifactor per dag is $(100 - 0,072) : 100 = 0,99928$.
 De groeifactor per jaar is $0,99928^{365} = 0,7688...$
 $100 \times 0,7688... - 100 = -23,11...$
 De procentuele toename per jaar is ongeveer $23,1\%$.

5 a $5,27 \times a = 1,32 \times 9,24$
 $a = 1,32 \times 9,24 : 5,27 \approx 2,31$
b $3 \times 18 = b \times 13,5$
 $b = 3 \times 18 : 13,5 = 4$

10 a $\frac{19}{20} - \frac{3}{4} =$
 $\frac{19}{20} - \frac{15}{20} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}$
b $\frac{5}{11} + \frac{9}{22} =$
 $\frac{10}{22} + \frac{9}{22} = \frac{19}{22}$
c $2\frac{3}{5} + \frac{5}{6} =$
 $2\frac{18}{30} + \frac{25}{30} = 2\frac{43}{30} = 3\frac{13}{30}$

12 a $3\frac{2}{7} \times \frac{1}{3} =$
 $\frac{23}{7} \times \frac{1}{3} = \frac{23}{21} = 1\frac{2}{21}$
b $2\frac{2}{3} \times \frac{5}{16} =$
 $\frac{8}{3} \times \frac{5}{16} = \frac{40}{48} = \frac{5}{6}$
c $\frac{7}{11} \times \frac{4}{7} = \frac{28}{77} = \frac{4}{11}$

13 a $\frac{2}{5} \times \frac{5}{6} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{2} =$
 $\frac{10}{30} + \frac{2}{6} =$
 $\frac{10}{30} + \frac{10}{30} = \frac{20}{30} = \frac{2}{3}$

b $\frac{2}{7} + \frac{3}{7} \times \frac{1}{4} =$
 $\frac{2}{7} + \frac{3}{28} =$
 $\frac{8}{28} + \frac{3}{28} = \frac{11}{28}$

17 a $\frac{2}{9} = \frac{2}{9} \times \frac{9}{9} = \frac{18}{9} = 2$
b $\frac{3}{5} = \frac{3}{5} \times \frac{11}{11} = \frac{33}{55} = 6\frac{3}{55}$

22 a $5,33 = 5 + \frac{33}{100} = 5\frac{33}{100}$
b $0,006 = \frac{6}{1000} = \frac{3}{500}$
c $1,11 = 1 + \frac{11}{100} = 1\frac{11}{100}$

d $\frac{1}{3} + \frac{4}{7} =$
 $\frac{7}{21} + \frac{12}{21} = \frac{19}{21}$

e $1 - \frac{5}{6} + \frac{1}{9} =$
 $\frac{18}{18} - \frac{15}{18} + \frac{2}{18} = \frac{5}{18}$

f $\frac{3}{5} + \frac{1}{15} =$
 $\frac{9}{15} + \frac{1}{15} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$

d $\frac{2}{3} \times \frac{1}{2} \times \frac{9}{11} = \frac{18}{66} = \frac{3}{11}$

e $2\frac{1}{2} \times 3\frac{3}{4} \times \frac{1}{8} =$
 $\frac{5}{2} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{8} = \frac{75}{64} = 1\frac{11}{64}$

f $\frac{5}{7} \times 3\frac{3}{5} =$
 $\frac{5}{7} \times \frac{18}{5} = \frac{90}{35} = 2\frac{20}{35} = 2\frac{4}{7}$

c $(\frac{1}{2} + 1\frac{1}{3}) \times \frac{2}{5} =$
 $(\frac{3}{6} + 1\frac{2}{6}) \times \frac{2}{5} =$
 $1\frac{5}{6} \times \frac{2}{5} =$
 $\frac{11}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{22}{30} = \frac{11}{15}$

d $\frac{3}{8} + \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} =$
 $\frac{3}{8} + \frac{1}{12} =$
 $\frac{9}{24} + \frac{2}{24} = \frac{11}{24}$

c $\frac{4}{8} = \frac{4}{8} \times \frac{8}{8} = \frac{32}{8} = 4$

d $\frac{7}{1} = \frac{7}{1} \times \frac{3}{3} = \frac{21}{3} = 7$

d $0,0625 = \frac{625}{10000} = \frac{5}{800}$

e $7,125 = 7 + \frac{125}{1000} = 7\frac{125}{1000} = 7\frac{1}{8}$

f $0,75 = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$

- 24 a** $\frac{1}{3}$ deel van € 189,- is € 189,- : 3 = € 63,-.
 Dus $\frac{2}{3}$ deel van € 189,- is $2 \times € 63,- = € 126,-$.
- b** 0,55 deel van 150 meter is $0,55 \times 150 = 82,5$ meter.
- c** 0,8 deel van 39 liter is $0,8 \times 39 = 31,2$ liter.
- d** $\frac{1}{7}$ deel van 35 m^2 is $35 : 7 = 5 \text{ m}^2$.
 Dus $\frac{3}{7}$ deel van 35 m^2 is $3 \times 5 = 15 \text{ m}^2$.
- e** $\frac{1}{11}$ deel van 160 kilogram is $160 : 11 = 14,54\dots$.
 Dus $\frac{3}{11}$ deel van 160 kilogram is $3 \times 14,54\dots \approx 43,64$ kilogram.
- f** $\frac{1}{5}$ deel van 312 meter is $312 : 5 = 62,4$.
 Dus $\frac{2}{5}$ deel van 312 meter is $2 \times 62,4 = 124,8$ meter.

- 28 a** A Er gaat 30% af, de factor is $(100 - 30) : 100 = 0,7$.
 De nieuwe prijs van de mountainbike is $0,7 \times € 910,- = € 637,-$.
- B Er komt 8% bij, de factor is $(100 + 8) : 100 = 1,08$.
 De nieuwe prijs van de iPhone is $1,08 \times € 599,- = € 646,92$.
- C Er komt 2,37% bij, de factor is $(100 + 2,37) : 100 = 1,0237$.
 De nieuwe prijs van de TV is $1,0237 \times € 419,- = € 428,93$.

- b** A De prijs is € 23,- – € 18,- = € 5,- gedaald.

prijs in euro's	23	5
percentage	100	?

$$23 \times ? = 100 \times 5$$

$$? = 100 \times 5 : 23 = 21,73\dots$$

De prijs is met ongeveer 21,7% gedaald.

- B De prijs is € 773,20 – € 609,25 = € 163,95 gestegen.

prijs in euro's	609,25	163,95
percentage	100	?

$$609,25 \times ? = 100 \times 163,95$$

$$? = 100 \times 163,95 : 609,25 = 26,91\dots$$

De prijs is met ongeveer 26,9% gestegen.

- C De prijs is € 57,- – € 29,95 = € 27,05 gedaald.

prijs in euro's	57	27,05
percentage	100	?

$$57 \times ? = 100 \times 27,05$$

$$? = 100 \times 27,05 : 57 = 47,45\dots$$

De prijs is met ongeveer 47,5% gedaald.

- 29 a**
- | | | |
|--------------------|-----|----|
| aantal voetballers | 80 | 25 |
| percentage | 100 | ? |

$$80 \times ? = 100 \times 25$$

$$? = 100 \times 25 : 80 = 31,25$$

25 van 80 is 31,25%.

- b**
- | | | |
|------------------|-----|-----|
| aantal kilometer | 400 | 135 |
| percentage | 100 | ? |

$$400 \times ? = 100 \times 135$$

$$? = 100 \times 135 : 400 = 33,75$$

135 van 400 is 33,75%.

c	aantal leerlingen	29	7
	percentage	100	?

$$29 \times ? = 100 \times 7$$

$$? = 100 \times 7 : 29 = 24,137...$$

7 van 29 is ongeveer 24,14%.

- 37 a** Dat is $3 \times 3600 + 23 \times 60 + 13 = 12\,193$ seconden.
b 1:43,5 minuten betekent 1 minuut en 43,5 seconden.
 Dat is $1 \times 60 + 43,5 = 103,5$ seconden.
c Wiebe rijdt $87 \times 1000 = 87\,000$ meter per uur.
 Wiebe rijdt $87\,000 : 3600 \approx 24,2$ meter per seconde.
d Dat is $38 \times 3600 : 1000 = 136,8$ km per uur.

- 40** 9:43,98 minuten is $9 \times 60 + 43,98 = 583,98$ seconden.

$$3000 \text{ m} = 3 \text{ km}$$

afstand in km	3	?
tijd in seconden	583,98	3600

$$3 \times 3600 = 583,98 \times ?$$

$$? = 3 \times 3600 : 583,98 = 18,49...$$

De gemiddelde snelheid is ongeveer 18,5 km per uur.

- 44 a** $623\,679\,000 = 6,236\,79 \times 10^8$ **c** $88\,888 = 8,888\,8 \times 10^4$
b $76\,580 = 7,658 \times 10^4$ **d** $143 = 1,43 \times 10^2$

- 45 a** $54\,600 \times 65\,430 = 3\,572\,478\,000 \approx 3,57 \times 10^9$
b $5,7 \times 123 \times 8 \times 203 = 1\,138\,586,4 \approx 1,14 \times 10^6$
c $4,5^{23} \times 13,7^5 \approx 5,10 \times 10^{20}$
d $2\,546\,000 \times 7\,655\,544 \approx 1,95 \times 10^{13}$

- 47 a** $0,006\,575 = 6,575 \times 10^{-3}$ **c** $0,000\,08 = 8 \times 10^{-5}$
b $0,9 = 9 \times 10^{-1}$ **d** $0,000\,000\,078 = 7,8 \times 10^{-8}$

- 48 a** $0,0007 \times 2,08 = 0,001\,456 = 1,456 \times 10^{-3}$
b $10 \times 0,000\,000\,002\,5 = 0,000\,000\,025 = 2,5 \times 10^{-8}$
c $43\,000 \times 10^{-7} = 0,0043 = 4,3 \times 10^{-3}$
d $452 \times 10^{-9} = 0,000\,000\,452 = 4,52 \times 10^{-7}$

Hoofdstuk 2

- 3 a** $y = ax + b$
 Per 15 stappen naar rechts gaat de grafiek 10 stappen omlaag.
 De richtingscoëfficiënt is gelijk aan $\frac{-10}{15} = -\frac{2}{3}$.
 Het startgetal is gelijk aan $3 - 7 \times \frac{2}{3} = -1\frac{2}{3}$.
 De formule is $y = -\frac{2}{3}x - 1\frac{2}{3}$.

b $y = ax + b$

Per 24 stappen naar rechts gaat de grafiek 12 omhoog.

De richtingscoëfficiënt is dus gelijk aan $\frac{12}{24} = \frac{1}{2}$.

Het startgetal is gelijk aan $38 - 25 \times \frac{1}{2} = 25\frac{1}{2}$.

De formule is $y = \frac{1}{2}x + 25\frac{1}{2}$.

c $y = ax + b$

Per 2,5 stappen naar rechts gaat de grafiek 2,5 omlaag.

De richtingscoëfficiënt is gelijk aan $-2,5 : 2,5 = -1$.

Het startgetal is gelijk aan $10 + 7\frac{1}{2} \times 1 = 17\frac{1}{2}$.

De formule is $y = -x + 17\frac{1}{2}$.

d $y = ax + b$

Per 8 stappen naar rechts gaat de grafiek 24 omhoog.

De richtingscoëfficiënt is gelijk aan $\frac{24}{8} = 3$.

Het startgetal is gelijk aan $1 + 10 \times 3 = 31$.

De formule is $y = 3x + 31$.

6 a $5x - 2 = -2x + 19$

$7x - 2 = 19$

$7x = 21$

$x = 3$

d $2(2 - x) = -12x - 52$

$4 - 2x = -12x - 52$

$4 + 10x = -52$

$10x = -56$

$x = -5,6$

b $2(3 + 4x) = -7(x + 2)$

$6 + 8x = -7x - 14$

$6 + 15x = -14$

$15x = -20$

$x = -1\frac{1}{3}$

e $-\frac{2}{3}x - \frac{5}{6} = \frac{1}{3}x + 1\frac{1}{6}$

$-4x - 5 = 2x + 7$

$-6x - 5 = 7$

$-6x = 12$

$x = -2$

c $9x - 1 = 3(4 - x)$

$9x - 1 = 12 - 3x$

$12x - 1 = 12$

$12x = 13$

$x = 1\frac{1}{12}$

f $1\frac{1}{4}x + 4\frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}(x - 3)$

$1\frac{1}{4}x + 4\frac{3}{4} = 1\frac{1}{2}x - 4\frac{1}{2}$

$5x + 19 = 6x - 18$

$-x + 19 = -18$

$-x = -37$

$x = 37$

10 a A $9w = 3a - 12$

$w = \frac{1}{3}a - 1\frac{1}{3}$

B $7w - 14a = 21$

$7w = 14a + 21$

$w = 2a + 3$

C $-2w + 6a = 24$

$-2w = -6a + 24$

$w = 3a - 12$

D $a - 3w = -4(2a + 9)$

$a - 3w = -8a - 36$

$-3w = -9a - 36$

$w = 3a + 12$

b A $9w = 3a - 12$

$-3a + 9w = -12$

$-3a = -9w - 12$

$a = 3w + 4$

B $7w - 14a = 21$

$-14a = -7w + 21$

$a = \frac{1}{2}w - 1\frac{1}{2}$

C $-2w + 6a = 24$

$6a = 2w + 24$

$a = \frac{1}{3}w + 4$

D $a - 3w = -4(2a + 9)$

$a - 3w = -8a - 36$

$9a - 3w = -36$

$9a = 3w - 36$

$a = \frac{1}{3}w - 4$

15 a $y = 8 - 2 \cdot 5x$

$y = 8 - 10x$

b $p = 4(8 - 5q) + 64$

$p = 32 - 20q + 64$

$p = -20q + 96$

c $r = 18 - (16 + 3m)$

$r = 18 - 16 - 3m$

$r = 2 - 3m$

18 a Tabel B hoort bij een recht evenredig verband.

b Per stap naar rechts gaat de grafiek 6 omhoog,

Het hellingsgetal is gelijk aan 6.

Het startgetal is gelijk aan $13 - 2 \times 6 = 1$.

c De formule is $b = 6a + 1$.

d Evenredig verband, dus $s = c \cdot t$.

$c = \frac{27}{3} = 9$

De formule is $s = 9t$.

21 a De tabellen B en C horen bij een omgekeerd evenredig verband.

b

A					
x	1	2	6	10	20
y	3	7	23	39	79

B					
p	2	3	6	12	24
q	48	32	16	8	4

C					
w	2	5	10	16	20
r	100	40	20	12,5	10

D					
a	0	5	10	15	20
B	0	2,5	5	7,5	10

c A lineair verband, dus $y = ax + b$

De richtingscoëfficiënt is gelijk aan 4.

Het startgetal is gelijk aan $3 - 4 = -1$.

$y = 4x - 1$

B omgekeerd evenredig verband, dus $c = p \cdot q$

$c = 2 \times 48 = 96$

$q = \frac{96}{p}$ of $p = \frac{96}{q}$ of $p \cdot q = 96$

C omgekeerd evenredig verband, dus $c = r \cdot w$

$c = 2 \times 100 = 200$

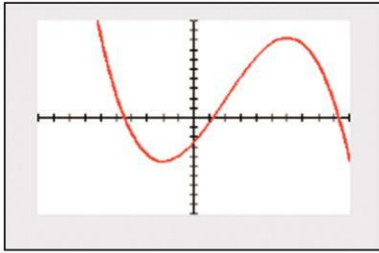
$r = \frac{200}{w}$ of $w = \frac{200}{r}$ of $w \cdot r = 200$

D evenredig verband, dus $b = c \cdot a$

$c = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

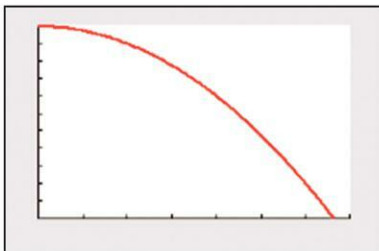
$b = \frac{1}{2}a$

- 25 a** Invoer: $y_1 = -0,5x^3 + 3x^2 + 18x - 25$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -100 tot 100

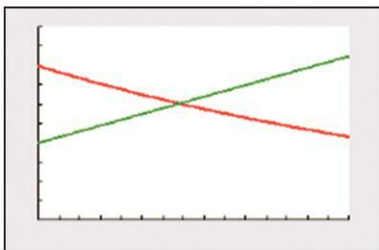


- b** Optie: maximum, minimum
 De coördinaten van de top van de grafiek die bij een maximum hoort zijn $(6, 83)$ en de coördinaten van de top van de grafiek die bij een minimum hoort zijn $(-2, -45)$.
- c** De grafiek daalt voor x -waarden kleiner dan -2 en groter dan 6 .
- 28 a** Tussen de punten D en E noem je het verloop van de grafiek constant.
- b** Tussen de punten A en B is er sprake van afnemende stijging.
- c** Tussen de punten B en C is er sprake van een toenemende daling.
 Tussen de punten C en D is er sprake van een afnemende daling.
 Tussen de punten E en F is er sprake van een toenemende stijging.
 Tussen de punten F en G is er sprake van een afnemende stijging.
 Tussen de punten G en H is er sprake van een toenemende daling.

- 29 a** Invoer: $y_1 = -\frac{1}{4}x^2 + 275$
 Venster: x van 0 tot 35 en y van 0 tot 275



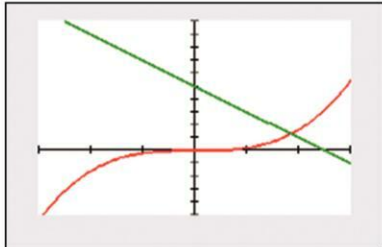
- b** Voor de verticale as neem je 0 tot 275 .
- c** Er is sprake van een toenemende daling.
- d** $W = -\frac{1}{4} \cdot 9^2 + 275 = 254,75 \text{ m}^3$
 $W = -\frac{1}{4} \cdot 10^2 + 275 = 250 \text{ m}^3$
 Tussen $t = 9$ en $t = 10$ wordt $254,75 - 250 = 4,75 \text{ m}^3$ water weggepompt.
- 30 a** Invoer: $y_1 = 80 \times 0,96^x$ en $y_2 = 40 + 3x$
 Venster: x van 0 tot 15 en y van 0 tot 100



- Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(6,84; 60,51)$.

- b De oplossing van deze vergelijking is de x -coördinaat van het snijpunt van de grafieken.
- c De oplossing van de vergelijking is $x = 6,84$.

33 a Invoer: $y_1 = 0,2x^3$ en $y_2 = -2x + 5$
 Venster: x van -3 tot 3 en y van -5 tot 10

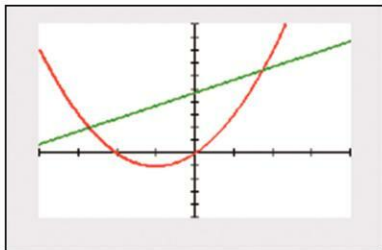


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(1,86; 1,28)$.

De oplossing van de vergelijking is $q \approx 1,86$.

b Invoer: $y_1 = x^2 + 2x$ en $y_2 = x + 4,7$
 Venster: x van -4 tot 4 en y van -5 tot 10

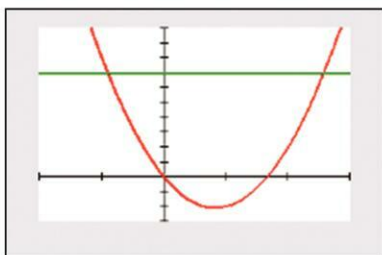


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-2,72; -1,98)$ en $(1,72; 6,42)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $p \approx -2,72$ en $p \approx 1,72$.

c Invoer: $y_1 = 3x^2 - 5x$ en $y_2 = 7$
 Venster: x van -2 tot 3 en y van -3 tot 10

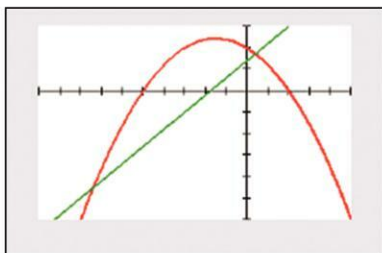


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-0,91; 7)$ en $(2,57; 7)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $k \approx -0,91$ en $k \approx 2,57$.

- d Invoer: $y_1 = -x^2 - 3x + 10$ en $y_2 = 4x + 7$
 Venster: x van -10 tot 5 en y van -30 tot 15

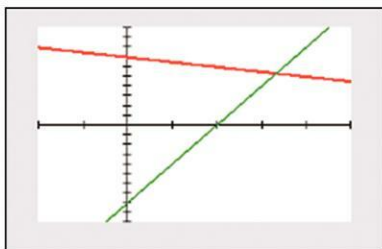


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-7,41; -22,62)$ en $(0,41; 8,62)$.

De oplossingen van de vergelijking zijn $x \approx -7,41$ en $x \approx 0,41$.

- 37 a Invoer: $y_1 = 7 - \frac{1}{2}x$ en $y_2 = 4x - 8$
 Venster: x van -2 tot 5 en y van -10 tot 10

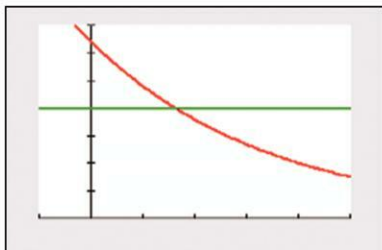


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(3,33; 5,33)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x \leq 3,33$.

- b Invoer: $y_1 = 32 \times 0,75^x$ en $y_2 = 20$
 Venster: x van -1 tot 5 en y van 0 tot 35

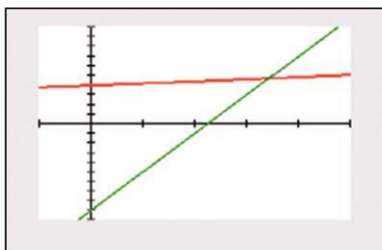


Optie: snijpunt

De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(1,63; 20)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x < 1,63$.

- c Invoer: $y_1 = 4 \times 1,05^x$ en $y_2 = 4x - 9$
 Venster: x van -10 tot 150 en y van -20 tot 500

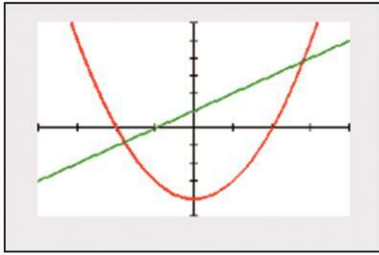


Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(3,43; 4,73)$ en $(92,22; 359,89)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $p < 3,43$ of $p > 92,22$.

- d Invoer: $y_1 = x^2 - 4$ en $y_2 = x + 1$
 Venster: x van -4 tot 4 en y van -5 tot 6



Optie: snijpunt

De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1, 79; -0, 79)$ en $(2, 79; 3, 79)$.

De oplossing van de ongelijkheid is $-1, 79 \leq x \leq 2, 79$.

Hoofdstuk 3

- 4 a De populatie in dit onderzoek zijn de inwoners van de gemeente.
 b Mogen er huizen op het sportterrein gebouwd worden?
 Zo nee, welk terrein dan wel?
 Hoeveel mag dit meer kosten?
 c Mogelijke variabelen zijn *leeftijd*, *woonwijk*, *geslacht*, *sporten* en *opleiding*.
 d 60% van de inwoners wil niet dat er huizen op het sportterrein gebouwd worden. 75% van de inwoners heeft voorkeur voor huizen op C.

- 8 a In de tabel zie je dat de variabele *vervoermiddel* de waarden bus, fiets en scooter aanneemt.
 b De frequentie van waarde fiets is 150.
 c Van de leerlingen gaat $150 : 195 \times 100\% \approx 76,9\%$ met de fiets naar school.
 d Van de leerlingen gaat ongeveer 77% met de fiets naar school.

vervoermiddel	Frequentie
bus	31
fiets	150
scooter	14
Totaal	195

- 12 De variabelen *leeftijd*, *schoenmaat*, *lengte*, *taille*, *armspan*, *handspan*, *schedel* en *gewicht* zijn kwantitatief. Het gemiddelde van deze variabelen geeft zinvolle informatie.
 De variabelen *geslacht*, *links- of rechtshandig*, *bril*, *zwemmen* en *tongrollen* zijn kwalitatief.

- 17 a In een frequentietabel zie je dat 10 jaar het meest voorkomt.
 b Bij de 12-jarigen zijn de meisjes in de meerderheid.
 c Bij de 12-jarigen is meer dan de helft een meisje, bij de 10-jarigen minder dan de helft.
 Bij de 12-jarigen zijn relatief de meeste meisjes.

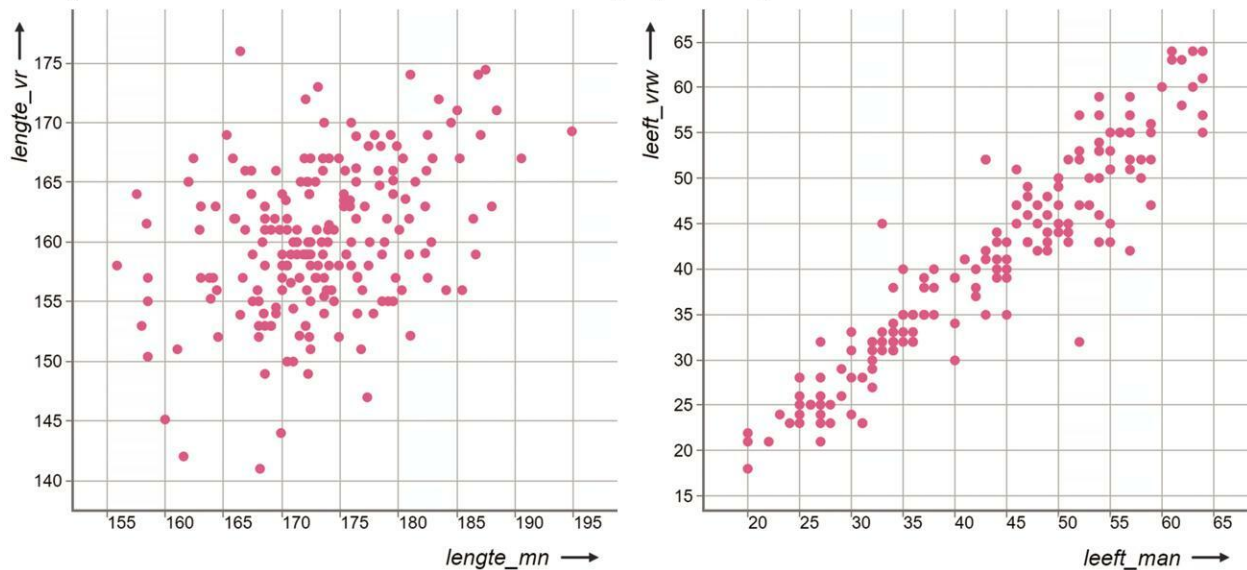
d

	tong_rollen	
	0	1
leeftijd	Frequentie	Frequentie
10	36	86
11	0	0
12	17	56
Totaal	53	142

	geslacht	
	jongen	meisje
leeftijd	Frequentie	Frequentie
10	150	122
11	0	0
12	59	73
Totaal	209	195

In een frequentietabel met alleen meisjes zie je dat 56 meisjes van 12 jaar kunnen tongrollen.

- 21 Het zijn kwantitatieve variabelen. Je kunt ze dus vergelijken met puntenwolken.



De punten bij de leeftijden liggen meer op een lijn. Het verband tussen de leeftijden is dus sterker dan het verband tussen de lengten.

- 24 a Het gaat om de variabelen *resultaat* en *profiel*.
 b Beide variabelen zijn kwalitatief.
 c Tel alle aantallen op, het gaat om 74 leerlingen.
 d

	resultaat		
Profiel	afgewezen	geslaagd	
CM	11,1%	88,9%	100%
EM	13,3%	86,7%	100%
NG	8,7%	91,3%	100%
NT	0%	100%	100%

In de tabel zie je dat ook relatief de meeste leerlingen van het profiel EM zijn afgewezen.

- 28 Van de fanfare was $19 : (9 + 19 + 2) \times 100\% \approx 59,4\%$ voor plan B.
 Van het koor was $31 : (17 + 31 + 6) \times 100\% \approx 57,4\%$ voor plan B.
 Van het toneel was $2 : (15 + 2 + 11) \times 100\% \approx 11,1\%$ voor plan B.
 Van de fanfare waren in verhouding de meeste leden voor plan B.

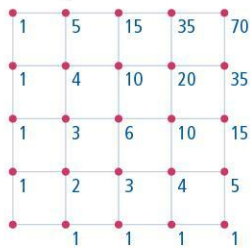
32

Variabele	Klas	
Aantal uur mobiel gebruik	4 havo	5 havo
Aantal waarnemingen	90	90
Gemiddelde	2,14	1,93

	Klas	
	4 havo	5 havo
Aantal uur mobiel gebruik	Frequentie	Frequentie
1	43	48
2	19	17
3	10	11
4	8	11
5	10	3
Totaal	90	90

Gemiddeld gezien brengen havo 4 leerlingen de meeste tijd door op hun mobiel.
 Je kunt ook een frequentietabel maken. Tot en met 4 uur verschillen de aantallen weinig, maar er zijn wel meer leerlingen van havo 4 die hun mobiel 5 uur gebruiken.

- c Dit kun je tellen in een vier bij vier rooster.
Er zijn 70 manieren om vier balletjes over de acht bakjes te verdelen.



- 31 a** $\binom{8}{5} = 56$
- b** Er zijn $\binom{19}{7} = 50\,388$ kortste routes.
- c** $\binom{19}{5} = 11\,628$
- 33 a** Het aantal mogelijke drietallen is $\binom{7}{3} = 35$.
- b** De vijf rode hoedjes kunnen op $\binom{9}{5} = 126$ manieren verdeeld worden.
De overgebleven kinderen krijgen dan automatisch een geel hoedje.
- 37 a** Voor de eerste plaats kan Arthur kiezen uit 16 plaatsen, voor de tweede uit 15 plaatsen enzovoort. In totaal kan hij
 $16 \times 15 \times 14 \times 13 \times 12 \times 11 = 5\,765\,760$ antwoordenlijsten maken.
- b** Bij elke plaats kan hij het antwoord ja of nee invullen, dus twee mogelijkheden.
Bij 16 plaatsen kan hij $2^{16} = 65\,536$ mogelijke antwoordenlijsten krijgen.
- c** Chandra vult de antwoorden bij Den Haag, Utrecht en Arnhem goed in.
Er blijven nog vijf provinciehoofdsteden over en nog acht steden die geen provinciehoofdstad zijn.
Ze moet een rijtje maken van 13 met 5 keer ja en 8 keer nee.
Het aantal rijtjes komt overeen met het aantal kortste routes in een rooster van vijf breed en acht hoog. Dat aantal is $\binom{13}{5} = 1287$.

Hoofdstuk 5

- 1** A Ja, want als x met 1 toeneemt, neemt y met 1,5 toe.
B Nee want als x met 1 toeneemt, gaat er bij y niet bij elke stap evenveel af.
C Nee, bij y gaat er steeds 7 af maar x neemt niet steeds met dezelfde stap toe.
- 4 a** 350 ml olijfolie weegt $867 - 545 = 322$ gram.
100 ml olijfolie weegt $322 : 3,5 = 92$ gram.
Een fles met 600 ml olijfolie weegt $545 + 92 = 637$ gram.
- b** Een fles met 1000 ml olijfolie weegt $545 + 5 \times 92 = 1005$ gram.

- 10** a $100\% - 33\% = 67\%$, dus de factor is $67 : 100 = 0,67$.
 b $100\% + 0,35\% = 100,35\%$, dus de factor is $100,35 : 100 = 1,0035$.
 c $100\% - 2,3\% = 97,7\%$, dus de factor is $97,7 : 100 = 0,977$.
 d $100\% + 3,06\% = 103,06\%$, dus de factor is $103,06 : 100 = 1,0306$.
 e $100\% + 250\% = 350\%$, dus de factor is $350 : 100 = 3,5$.
 f $100\% - 0,003\% = 99,997\%$, dus de factor is $99,997 : 100 = 0,999\ 97$.

- 11** a $0,87 \times 100\% = 87\%$ Er is een afname van $100\% - 87\% = 13\%$.
 b $0,05 \times 100\% = 5\%$ Er is een afname van $100\% - 5\% = 95\%$.
 c $2,09 \times 100\% = 209\%$ Er is een toename van $209\% - 100\% = 109\%$.
 d $0,0998 \times 100\% = 9,98\%$ Er is een afname van $100\% - 9,98\% = 90,02\%$.
 e $1,003 \times 100\% = 100,3\%$ Er is een toename van $100,3\% - 100\% = 0,3\%$.
 f $1,7 \times 100\% = 170\%$ Er is een toename van $170\% - 100\% = 70\%$.

13 a b

A Nee, want als x met 1 toeneemt, neemt y met 5 toe (dit is lineaire groei).
 B Ja, want als x met 1 toeneemt, halveert y . De groeifactor is 0,5.
 C Ja, want als x met 1 toeneemt, wordt y 2,5 keer zo groot. De groeifactor is 2,5.

- 15** a $100\% - 3\% = 97\%$ De groeifactor is $97 : 100 = 0,97$.
 $78 \times 0,97 = 75,66$. Na 5 jaar zijn er 76 schildpadden.
 b In de tabel vermenigvuldig je naar rechts met 0,97.
 Naar links moet je delen door 0,97.

<i>tijd</i> in jaren	0	1	2	3	4	5
<i>aantal schildpadden</i>	88	85	83	80	78	76

- 20** a Een toename van 23% betekent een groeifactor van 1,23.
 De formule is $E = 2,3 \cdot 1,23^t$.
 b Bij $t = 7$ is $E = 2,3 \times 1,23^7 = 9,7\dots$ en bij $t = 8$ is $E = 2,3 \times 1,23^8 = 10,0\dots$
 De oplossing is $t = 8$. In 2026 zullen er voor het eerst meer dan 10 miljoen e-mails verstuurd worden.

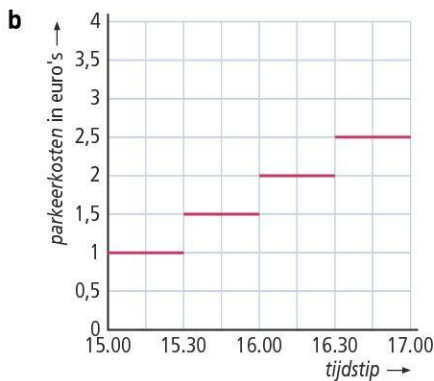
- 22** a De factor is $140 : 350 = 0,4$ en de beginhoeveelheid is 350. De formule is $N = 350 \cdot 0,4^t$.
 b De factor is $2808 : 2340 = 1,2$. De beginhoeveelheid is $2340 : 1,2^2 = 1625$.
 De formule is $N = 1625 \cdot 1,2^t$.

- 27** a De groeifactor per jaar is 1,11.
 De groeifactor per maand is $1,11^{\frac{1}{12}} \approx 1,009$.
 De groeifactor per 15 jaar is $1,11^{15} \approx 4,785$.
 b De groeifactor per week is 1,0035.
 De groeifactor per vier weken is $1,0035^4 \approx 1,014$.

- 28 a** De groeifactor per vijf jaar is $12\,288 : 12 = 1024$.
Een jaar is een vijfde deel van een periode van vijf jaar, dus de groeifactor per jaar is $1024^{\frac{1}{5}} = 4$.
- b** De factor 4 komt overeen met $4 \times 100\% = 400\%$.
Het groeipcentage per jaar is $400\% - 100\% = 300\%$.
- c** De beginhoeveelheid is de hoeveelheid op het tijdstip $t = 0$.
Vanaf $t = 3$ terugrekenen naar $t = 0$ geeft $12 : 4^3 = 0,1875$.
De formule is $A = 0,1875 \cdot 4^t$.
- d** De groeifactor per maand is $4^{\frac{1}{12}} \approx 1,122$.
De formule met de tijd m in maanden is $A = 0,1875 \cdot 1,122^m$.
- e** $A = 0,1875 \cdot 4^{8,75} \approx 34\,756$.
8,75 jaar is 105 maanden, dus $A = 0,1875 \cdot 1,122^{105} \approx 33\,285$.
De formule $A = 0,1875 \cdot 4^t$ geeft het beste antwoord want de groeifactor in maanden is een afgerond getal.
- 30 a** De groeifactor per 4 weken is 0,835.
In een jaar zitten $52 : 4 = 13$ perioden van 4 weken.
De groeifactor per jaar is $1,038^{13} \approx 1,6239$.
Dit is een toename van 62,39%.
- b** De groeifactor per uur is 0,875.
In een uur zitten 60 minuten.
De groeifactor per minuut is $0,875^{\frac{1}{60}} \approx 0,9978$.
 $0,9978 \times 100\% = 99,78\%$
De afname is 0,22% per minuut.
- 34 a** Er wordt 1,7% per minuut afgebroken. Er is na een minuut 98,3% over.
De groeifactor per minuut is $98,3 : 100 = 0,983$.
Na 30 minuten is de hoeveelheid verdovingsmiddel 268 mg.
Op $t = 0$ is er $268 : 0,983^{30} = 448$ mg verdovingsmiddel aanwezig.
Dus $g = 0,983$ en $b = 448$.
- b** Na 10 minuten was er $448 \times 0,983^{10} = 377,4$ mg verdovingsmiddel aanwezig.
- c** Er moet gelden $448 \cdot 0,983^t = 100$.
Invoer: $y_1 = 448 \times 0,983^x$ en $y_2 = 100$
Venster: x van 0 tot 100 en y van 0 tot 150
Optie: snijden
De oplossing is $x \approx 87,5$
Dus na ruim 87 minuten moet er nieuw verdovingsmiddel worden toegediend.
- d** Voor $t = 0$ was er nog geen verdovingsmiddel aanwezig.

Hoofdstuk 6

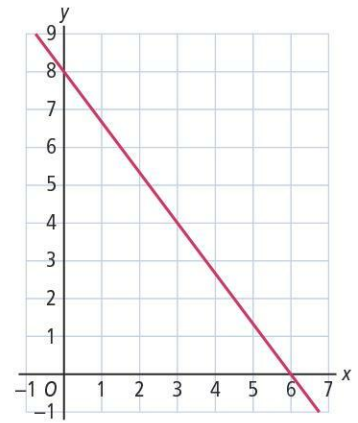
- 2 a** Van 12.00 uur tot 14.00 uur is 2 uur en dat kost $4 \times 0,50 + 1 = 3$ euro.
 Van 15.30 uur tot 16.00 uur is een half uur en dat kost $0,50 + 1 = 1,50$ euro.
 Dit is samen $3 + 1,5 = 4,50$ euro.
 Van 12.00 uur tot 16.00 uur is 4 uur en dat kost $8 \times 0,50 + 1 = 5$ euro.
 Dat is meer als het maximale bedrag, hij betaalt dus 4 euro.
 Het is goedkoper om van 12.00 uur tot 16.00 uur te parkeren.



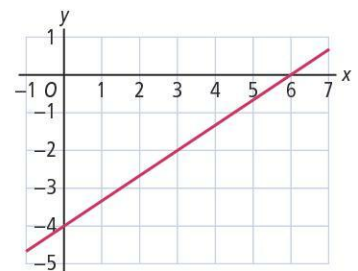
- 8 a** In 2014 zijn deze kosten ongeveer 115% ten opzichte van 2009.
 In 2014 zijn deze kosten $1,15 \times €275,- = €316,25$.
- b** Als de kosten voor de brandstof stijgt, dan nemen de totale kosten inclusief brandstof meestal ook toe. Dat is ook logisch, want het gaat om de totale kosten, dus inclusief de kosten voor de benzine.
- c** In 2010 waren de kosten voor openbaar vervoer 103% ten opzichte van 2009 en in 2018 waren deze kosten 123% ten opzichte van 2009.
 Stel de kosten in 2009 waren €100,-.
 Dan zijn de kosten in 2010 $1,03 \times €100,- = €103,-$ en zijn de kosten in 2018 $1,23 \times €100,- = €123,-$.
 De kosten zijn dan van 2010 tot 2018 gestegen met $(123 - 103) : 103 \times 100 \approx 19,4\%$ gestegen.

- 10 a** $5n + 8k = 40$
 $5n = -8k + 40$
 $n = -1,6k + 8$
- b** De variabele k komt langs de horizontale as.
- c** $10n + 3k = 41$
 $10n = -3k + 41$
 $n = -0,3k + 4,1$
- d** $-1,6k + 8 = -0,3k + 4,1$
 $8 = 1,3k + 4,1$
 $3,9 = 1,3k$
 $k = 3,9 : 1,3 = 3$
 $n = -1,6 \times 3 + 8 = 3,2$
 De coördinaten van het snijpunt zijn (3; 3,2).

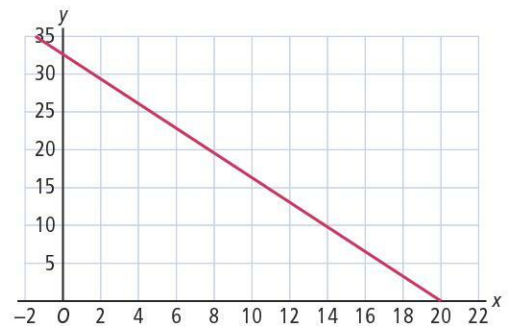
- 12 a** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $4x + 3 \times 0 = 24$
 $4x = 24$
 $x = 24 : 4 = 6$
 Snijpunt met de x -as is $(6, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $4 \times 0 + 3y = 24$
 $3y = 24$
 $y = 24 : 3 = 8$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 8)$.



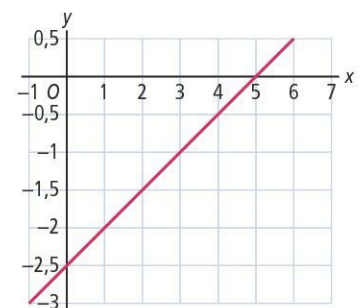
- b** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $2x - 3 \times 0 = 12$
 $2x = 12$
 $x = 12 : 2 = 6$
 Snijpunt met de x -as is $(6, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $2 \times 0 - 3y = 12$
 $-3y = 12$
 $y = 12 : -3 = -4$
 Snijpunt met de y -as is $(0, -4)$.



- c** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $1,3x + 0,8 \times 0 = 26$
 $1,3x = 26$
 $x = 26 : 1,3 = 20$
 Snijpunt met de x -as is $(20, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $1,3 \times 0 + 0,8y = 26$
 $0,8y = 26$
 $y = 26 : 0,8 = 32\frac{1}{2}$
 Snijpunt met de y -as is $(0, 32\frac{1}{2})$.



- d** snijpunt met de x -as, $y = 0$
 $2,5x - 5 \times 0 - 12,5 = 0$
 $2,5x = 12,5$
 $x = 12,5 : 2,5 = 5$
 Snijpunt met de x -as is $(5, 0)$.
 snijpunt met de y -as, $x = 0$
 $2,5 \times 0 - 5y - 12,5 = 0$
 $-5y = 12,5$
 $y = 12,5 : -5 = -2\frac{1}{2}$
 Snijpunt met de y -as is $(0, -2\frac{1}{2})$.



- 19 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$3x - \frac{1}{2} \times 0 = 3$$

$$3x = 3$$

$$x = 3 : 3 = 1$$

Snijpunt met de x -as is (1, 0).

snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$3 \times 0 - \frac{1}{2}y = 3$$

$$-\frac{1}{2}y = 3$$

$$y = 3 : -\frac{1}{2} = -6$$

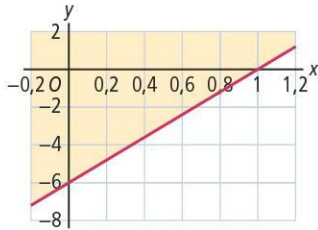
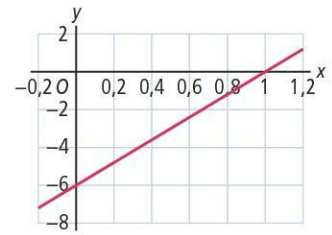
Snijpunt met de y -as is (0, -6).

- b De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $3 \times 0 - \frac{1}{2} \times 0 = 0$.

$0 \leq 3$ klopt, dus $x = 0$ en $y = 0$ is een oplossing is van de ongelijkheid.

- c Het punt $O(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.

d



- 20 a snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$5t + 3 \times 0 = 30$$

$$5t = 30$$

$$t = 30 : 5 = 6$$

Snijpunt met de t -as is (6, 0).

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$5 \times 0 + 3k = 30$$

$$3k = 30$$

$$k = 30 : 3 = 10$$

Snijpunt met de k -as is (0, 10).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$.

$0 \leq 30$ klopt, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is het gevraagde halfvlak.

- b snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$4t - 0 = 12$$

$$4t = 12$$

$$t = 12 : 4 = 3$$

Snijpunt met de t -as is (3, 0).

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$4 \times 0 - k = 12$$

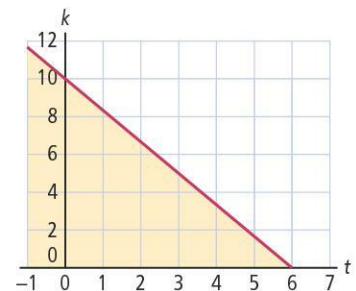
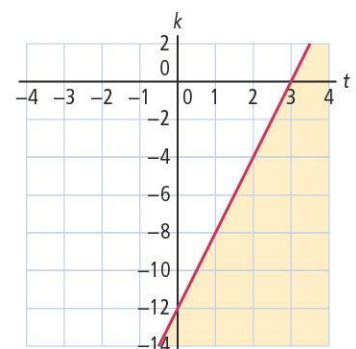
$$-k = 12$$

$$k = -12$$

Snijpunt met de k -as is (0, -12).

De coördinaten van (0, 0) invullen geeft $4 \times 0 - 0 = 0$.

$0 \geq 12$ klopt niet, dus het gebied waar (0, 0) in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



- c snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$500t - 1500 \times 0 = 3000$$

$$500t = 3000$$

$$t = 3000 : 500 = 6$$

Snijpunt met de t -as is $(6, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$500 \times 0 - 1500k = 3000$$

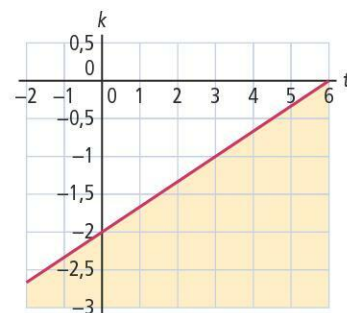
$$-1500k = 3000$$

$$k = 3000 : -1500 = -2$$

Snijpunt met de k -as is $(0, -2)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $500 \times 0 - 1500 \times 0 = 0$.

$0 \geq 3000$ klopt niet, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is niet het gevraagde halfvlak.



- d snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,05 \times 0 - 0,01t = 2$$

$$-0,01t = 2$$

$$t = 2 : -0,01 = -200$$

Snijpunt met de t -as is $(-200, 0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,05k - 0,01 \times 0 = 2$$

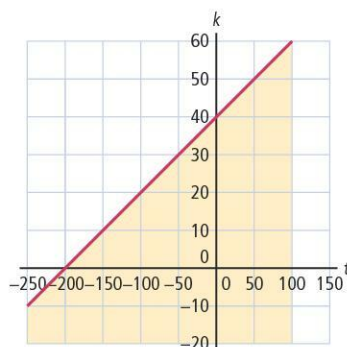
$$0,05k = 2$$

$$k = 2 : 0,05 = 40$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 40)$.

De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0,05 \times 0 - 0,01 \times 0 = 0$.

$0 \leq 2$ klopt, dus het gebied waar $(0, 0)$ in ligt, is het gevraagde halfvlak.



- 24 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$8x - 9 \times 0 = 12$$

$$8x = 12$$

$$x = 12 : 8 = 1\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de x -as is $(1\frac{1}{2}, 0)$.

snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$8 \times 0 - 9y = 12$$

$$-9y = 12$$

$$y = 12 : -9 = -1\frac{1}{3}$$

Snijpunt met de y -as is $(0, -1\frac{1}{3})$.

De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $8 \times 0 - 9 \times 0 = 0$.

$0 \geq 12$ klopt niet, dus het punt $O(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde halfvlak.

snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$8x + 5 \times 0 = 68$$

$$8x = 68$$

$$x = 68 : 8 = 8\frac{1}{2}$$

Snijpunt met de x -as is $(8\frac{1}{2}, 0)$.

snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$8 \times 0 + 5y = 68$$

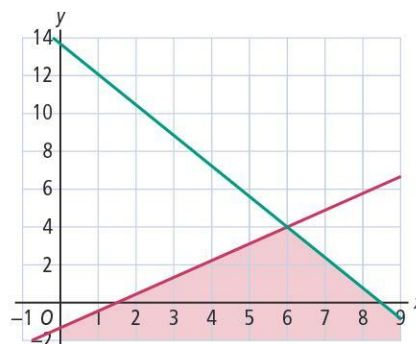
$$5y = 68$$

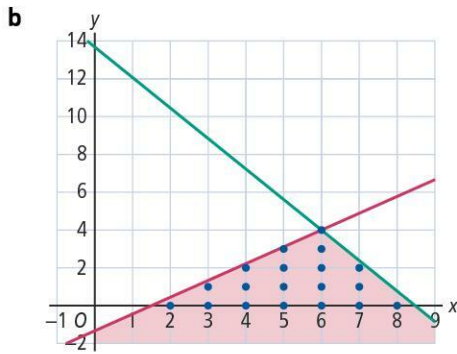
$$y = 68 : 5 = 13\frac{3}{5}$$

Snijpunt met de y -as is $(0, 13\frac{3}{5})$.

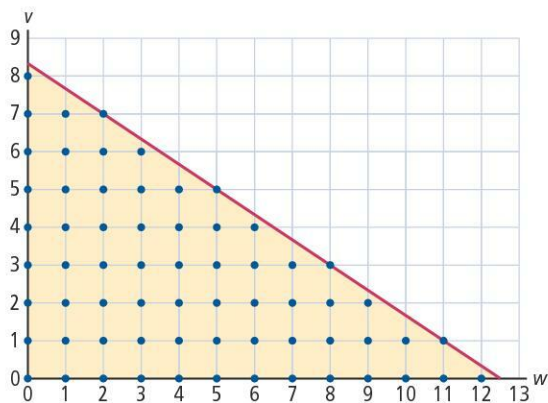
De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $8 \times 0 + 5 \times 0 = 0$.

$0 \leq 68$ klopt, dus het punt $O(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.





- 26 a** $0,8w + 1,2v \leq 10$
b $w \geq 0$, $v \geq 0$ en beiden geheel.
c snijpunt met de w -as, $v = 0$
 $0,8w + 1,2 \times 0 = 10$
 $0,8w = 10$
 $w = 10 : 0,8 = 12\frac{1}{2}$
 Snijpunt met de w -as is $(12\frac{1}{2}, 0)$.
 snijpunt met de v -as, $w = 0$
 $0,8 \times 0 + 1,2v = 10$
 $1,2v = 10$
 $v = 10 : 1,2 = 8\frac{1}{3}$
 Snijpunt met de v -as is $(0, 8\frac{1}{3})$.
 De coördinaten van $(0, 0)$ invullen geeft $0,8 \times 0 + 1,2 \times 0 = 0$.
 $0 \leq 10$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.



1 Rekenen

- 1 a** $2\frac{1}{4} + \frac{3}{4} \times 16 =$
 $2\frac{1}{4} + 12 = 14\frac{1}{4}$
- b** $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times 1\frac{2}{3} =$
 $\frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{3} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$
- c** $\frac{2}{\frac{1}{4}} = \frac{2}{1} \times \frac{4}{1} = \frac{8}{1} = 8$
- d** $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} \times 4 \times 5 - \frac{1}{6} =$
 $\frac{1}{2} + \frac{20}{3} - \frac{1}{6} =$
 $\frac{3}{6} + \frac{40}{6} - \frac{1}{6} = \frac{42}{6} = 7$
- e** $\frac{3}{8} - \frac{1}{4} + 2\frac{1}{6} =$
 $\frac{9}{24} - \frac{6}{24} + 2\frac{4}{24} = 2\frac{7}{24}$
- f** $\frac{4}{\frac{5}{9}} = \frac{4}{1} \times \frac{9}{5} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$
- 2 a** De overgebleven ouder krijgt $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{2}{4} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$ deel.
- b** $\frac{1}{4}$ deel van € 320.600,- is € 320.600,- : 4 = € 80.150,-.
 Dus $\frac{3}{4}$ deel van € 320.600,- is $3 \times € 80.150,- = € 240.450,-$.
- c** De overgebleven ouder krijgt $\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{5}{10} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$ deel.
 Een kind krijgt $\frac{1}{2} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{10}$ deel.
 De verhouding van de verdeling is dan $\frac{6}{10} : \frac{1}{10}$ en dat schrijf je als 6 : 1.
- d** Er zijn $15 + 8 + 5 + 2 = 30$ gelijke delen.
 Elk deel is € 660.000,- : 30 = € 22.000,-.
 De verdeling is:
 $15 \times € 22.000,- = € 330.000,-$
 $8 \times € 22.000,- = € 176.000,-$
 $5 \times € 22.000,- = € 110.000,-$
 $2 \times € 22.000,- = € 44.000,-$
- 3 a** $\frac{1}{5}$ deel van € 320,- is € 320,- : 5 = € 64,-.
 Dus $\frac{2}{5}$ deel van € 320,- is $2 \times € 64,- = € 128,-$.
- b** 0,16 deel van 40 kg is $0,16 \times 40 = 6,4$ kg.
- c** $\frac{1}{13}$ deel van 60 meter is $60 : 13 = 4,61... \text{ meter}$.
 Dus $\frac{2}{13}$ deel van 60 meter is $2 \times 4,61... \approx 9,2$ meter.
- d** 0,42 deel van 26 cm is $0,42 \times 26 = 10,92$ cm.
- 4 a** 6:41,2 minuten betekent 6 minuten en 41,2 seconden.
 Het totaal is $6 + 19 + 22 = 47$ minuten en $41,2 + 18,3 + 16,9 = 76,4$ seconden.
 Dat is 48 minuten en 16,4 seconden.
- b** De totale tijd is $48 \times 60 + 16,4 = 2896,4$ seconden.
 De fietstijd is $19 \times 60 + 18,3 = 1158,3$ seconden.
- | | | |
|------------------|--------|--------|
| tijd in seconden | 2896,4 | 1158,3 |
| percentage | 100 | ? |
- $2896,4 \times ? = 100 \times 1158,3$
 $? = 100 \times 1158,3 : 2896,4 = 39,99...$
 Van de totale tijd is ongeveer 40% aan fietsen besteed.

- c $22:16,9$ minuten is $22 \times 60 + 16,9 = 1336,9$ seconden.

<i>afstand</i> in km	4,8	?
----------------------	-----	---

<i>tijd</i> in seconden	1336,9	3600
-------------------------	--------	------

$$4,8 \times 3600 = 1336,9 \times ?$$

$$? = 4,8 \times 3600 : 1336,9 = 12,92\dots$$

De gemiddelde snelheid is ongeveer 12,9 km per uur.

5 a $0,00508 = 5,08 \times 10^{-3}$ c $34091000 = 3,4091 \times 10^7$

b $0,00000021 = 2,1 \times 10^{-7}$ d $670000000 = 6,7 \times 10^8$

- 6 a $\frac{1}{8}$ deel van 96 leerlingen is $96 : 8 = 12$ leerlingen.

$\frac{3}{8}$ deel van 96 leerlingen is $3 \times 12 = 36$ leerlingen.

<i>aantal leerlingen</i>	96	36
--------------------------	----	----

<i>percentage</i>	100	?
-------------------	-----	---

$$96 \times ? = 100 \times 36$$

$$? = 100 \times 36 : 96 = 37,5$$

37,5% van de leerlingen scoorden minder dan 30 punten.

- b $\frac{1}{6}$ deel van 96 leerlingen is $96 : 6 = 16$ leerlingen.

$96 - 36 - 16 = 44$ leerlingen haalde minstens 30 en hoogstens 50 punten.

$\frac{44}{96} = \frac{11}{24}$ deel van de leerlingen haalden minstens 30 en hoogstens 50 punten.

7 a $\frac{5}{9} \approx 0,5556$ en $3\frac{2}{15} \approx 3,1333$

b $0,375 = \frac{375}{1000} = \frac{3}{8}$ en $2,55 = 2 + \frac{55}{100} = 2 + \frac{11}{20} = 2\frac{11}{20}$

8 a $3,6 \times 2,998 \times 10^8 = 1079280000$

$$1079280000 \text{ m} = 1079280 \text{ km}$$

De satelliet is $1,07928 \times 10^6$ km van de aarde verwijderd.

b $8,3 \times 10^{18} \text{ km} = 8,3 \times 10^{21} \text{ m}$

$$8,3 \times 10^{21} : (2,998 \times 10^8) \approx 2,7685 \times 10^{13}$$

Het licht van deze ster doet er ongeveer $2,7685 \times 10^{13}$ seconden over.

Dat is $2,7685 \times 10^{13} : 60 : 60 : 24 : 365 \approx 877890$ jaar.

9 a

<i>aantal</i>	1 000 000	4000
---------------	-----------	------

<i>percentage</i>	100	?
-------------------	-----	---

$$1000000 \times ? = 100 \times 4000$$

$$? = 100 \times 4000 : 1000000 = 0,4$$

Het is 0,4%.

b

<i>aantal</i>	$2,4 \times 10^{10}$	3 000 000 000
---------------	----------------------	---------------

<i>percentage</i>	100	?
-------------------	-----	---

$$2,4 \times 10^{10} \times ? = 100 \times 3000000000$$

$$? = 100 \times 3000000000 : (2,4 \times 10^{10}) = 12,5$$

Het is 12,5%.

- 10 a Er gaat 10% af, de factor is $(100 - 10) : 100 = 0,9$.

De nieuw prijs is $0,9 \times \text{€}165,55 \approx \text{€}149,-$.

- b** De prijs is € 199,95 – € 149,- = € 50,95 gedaald.

<i>prijs in euro's</i>	199,95	50,95
<i>percentage</i>	100	?

$$199,95 \times ? = 100 \times 50,95$$

$$? = 100 \times 50,95 : 199,95 = 25,48\ldots$$

De prijs is met ongeveer 25,5% gedaald.

- c** Het percentage dat hoort bij € 149,- is $100 + 40 = 140$.

<i>bedrag in euro's</i>	149	?
<i>percentage</i>	140	100

$$149 \times 100 = 140 \times ?$$

$$? = 149 \times 100 : 140 = 106,428\ldots$$

De inkoopprijs is € 106,43.

2 Verbanden

- 1 a** $B = ag + b$

De familie heeft $2750 - 2100 = 650$ meer m^3 gas verbruikt.

Het bedrag nam € 1.860,- – € 1.470,- = € 390,- toe.

$$a = 390 : 650 = 0,6.$$

Bij 0 m^3 verbruik is het bedrag € 1.470,- – $2100 \times 0,6 = € 210,-$.

$$B = 0,6g + 210$$

- b** $1698 = 0,6g + 210$

$$1488 = 0,6g$$

$$g = 1488 : 0,6 = 2480$$

Bart heeft 2480 m^3 gas verbruikt.

- 2 a** $y = ax + b$

Per 4 stapjes naar rechts gaat de grafiek $45 - 33 = 12$ omlaag.

$$a = -12 : 4 = -3$$

Bij $x = 0$ hoort $y = 45 + 2 \times 3 = 51$, dus het startgetal is 51.

$$y = -3x + 51$$

- b** $y = ax + b$

Per 6 stapjes naar rechts gaat de grafiek $48 - 6 = 42$ omhoog.

$$a = 42 : 6 = 7$$

Bij $x = 0$ hoort $y = 6 + 1 \times 7 = 13$, dus het startgetal is 13.

$$y = 7x + 13$$

- 3 a** $6 + 2(x - 1) = -x + 19$

$$6 + 2x - 2 = -x + 19$$

$$4 + 2x = -x + 19$$

$$4 + 3x = 19$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

- b** $3(x - 4) = -3(6 - 4x)$

$$3x - 12 = -18 + 12x$$

$$-12 = -18 + 9x$$

$$6 = 9x$$

$$x = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

- 4 a** Bij tabel A hoort een omgekeerd evenredig verband en bij tabel B hoort een recht evenredig verband.

A	a	2	3	4	10
	b	60	40	30	12

B	t	2	3	6	16
	h	7	10,5	21	56

- b** tabel A

$$b = \frac{c}{a}$$

$$c = 2 \times 60 = 120$$

$$b = \frac{120}{a} \text{ of } a = \frac{120}{b} \text{ of } a \cdot b = 120$$

tabel B

$$h = ct$$

$$c = 7 : 2 = 3,5$$

$$h = 3,5t$$

- 5** Eerst de formules herleiden tot $y = ax + b$.

$$3x = y + 14$$

$$x + y = 6$$

$$y + 14 = 3x$$

$$y = -x + 6$$

$$y = 3x - 14$$

Gelijkstellen geeft:

$$3x - 14 = -x + 6$$

$$4x - 14 = 6$$

$$4x = 20$$

$$x = 5$$

$$y = 3 \times 5 - 14 = 1$$

De coördinaten van het snijpunt zijn (5, 1).

- 6 a** Bij formule A, formule C en formule E zijn p en q recht evenredig.

- b** Bij formule B is p en q omgekeerd evenredig.

Formule B kun je schrijven als $q = \frac{15}{p}$ en als $p \cdot q = 15$.

- c** formule D

$$q = 18 - 3p$$

$$18 - 3p = q$$

$$-3p = q - 18$$

$$p = -\frac{1}{3}q + 6$$

formule F

$$8q + 5p = 24$$

$$5p = 24 - 8q$$

$$p = 4,8 - 1,6q$$

- 7 a** $w = -2 \times 3t + 5$

$$w = -6t + 5$$

- b** $w = 7 - 6(2t - 5)$

$$w = 7 - 12t + 30$$

$$w = 7 - 12t + 30$$

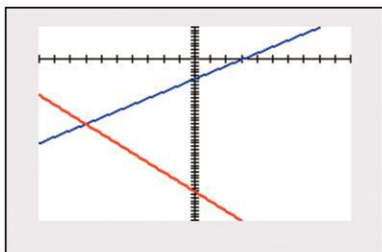
$$w = -12t + 37$$

- 8 a** Invoer: $y_1 = x^3 + 4x$ en $y_2 = x + 6$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van 0 tot 10
 Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(1,29; 7,29)$.
 De oplossing van de vergelijking is $x \approx 1,29$.

- b** Invoer: $y_1 = x^2 - 3x - 8$ en $y_2 = 2$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -10 tot 10
 Optie: snijpunt
 De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-2, 2)$ en $(5, 2)$.
 De oplossingen van de vergelijking zijn $a = -2$ en $a = 5$.

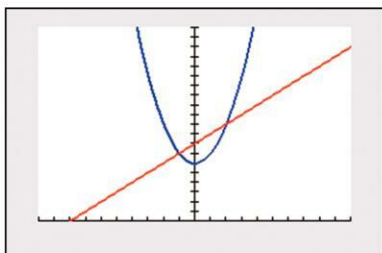
- c** Invoer: $y_1 = 6 - 0,1x$ en $y_2 = 0,4 \times 2^x$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van 0 tot 10
 Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(3,81; 5,62)$.
 De oplossing van de vergelijking is $x \approx 3,81$.

- 9 a** Invoer: $y_1 = 2x - 6$ en $y_2 = -3x - 41$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van -50 tot 10



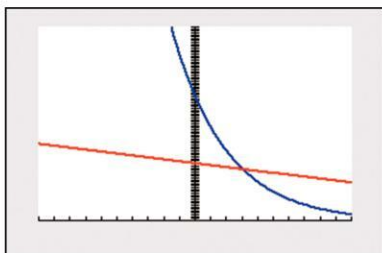
- Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn $(-7, -20)$.
 De oplossing van de ongelijkheid is $x > -7$.

- b** Invoer: $y_1 = x^2 + 6$ en $y_2 = x + 8$
 Venster: x van -10 tot 10 en y van 0 tot 20



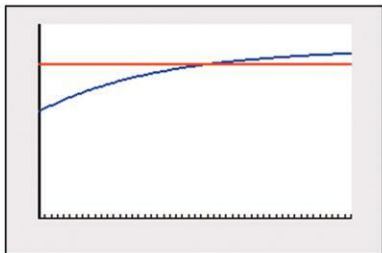
- Optie: snijpunt
 De coördinaten van de snijpunten van de grafieken zijn $(-1, 7)$ en $(2, 10)$.
 De oplossing van de ongelijkheid is $-1 \leq a \leq 2$.

- c** Invoer: $y_1 = 64 \times 0,75^x$ en $y_2 = 30 - x$
 Venster: x van -10 tot 40 en y van 0 tot 60



- Optie: snijpunt
 De coördinaten van de snijpunten zijn $(3, 27)$ en $(29,99; 0,01)$.
 De oplossing van de ongelijkheid is $t < 3$ of $t > 29,99$.

- 10 a** Invoer: $y_1 = 220 - 82 \times 0,95^x$
 Venster: x van 0 tot 50 en y van 0 tot 250
- b** Er is sprake van een afnemende stijging.
- c** Invoer: $y_1 = 220 - 82 \times 0,95^x$ en $y_2 = 180$
 Venster: x van 0 tot 50 en y van 0 tot 250
 Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (13,99; 180).
 De oplossing van de vergelijking is $t \approx 14,0$.
- d** Na ongeveer 14 jaar zijn er 180 ransuilen.
- e** Invoer: $y_1 = 220 - 82 \times 0,95^x$ en $y_2 = 200$
 Venster: x van 0 tot 50 en y van 0 tot 250

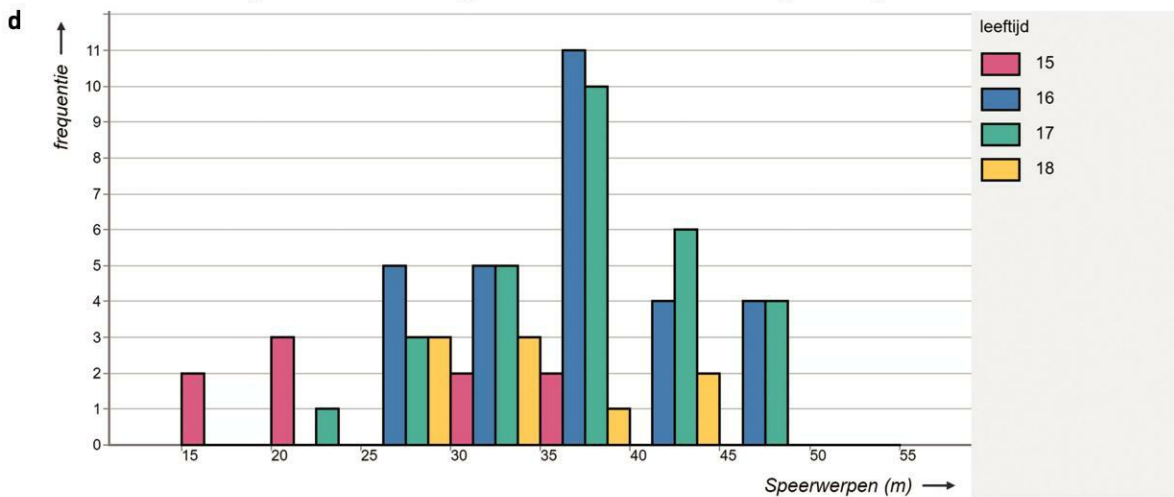


- Optie: snijpunt
 De coördinaten van het snijpunt van de grafieken zijn (27,51; 200).
 De oplossing van de ongelijkheid is $t > 27,51$.
 Na ongeveer 27,5 jaar zijn er meer dan 200 ransuilen.

- 11 a** De betekenis van het punt (0, 0) is dat bij hoogte 0 m het olieoppervlak 0 m² is ofwel de tank is dan helemaal leeg.
 De betekenis van het punt (2, 0) is dat bij hoogte 2 m het olieoppervlak 0 m² is ofwel, de tank is dan helemaal vol.
- b** Er is sprake van afnemende stijging en toenemende daling.
- c** De vergelijking $1 = 4\sqrt{2h - h^2}$ moet worden opgelost.
 Invoer: $y_1 = 1$ en $y_2 = 4\sqrt{2x - x^2}$
 Venster: x van 0 tot 3 en y van 0 tot 3
 Optie: snijpunt
 De coördinaten van de snijpunten zijn (0,03; 1) en (1,97; 1).
 De oplossing van de vergelijking is $t \approx 0,03$ en $t \approx 1,97$.
 Op een hoogte van ongeveer 32 cm en 197 cm is het olieoppervlak 1 m².
- d** Invoer: $y_1 = 4\sqrt{2x - x^2}$
 Venster: x van 0 tot 3 en y van 0 tot 3
 Optie: maximum
 De coördinaten van de top van de grafiek zijn (1,00; 4).
 Het maximale olieoppervlak is 4 m².

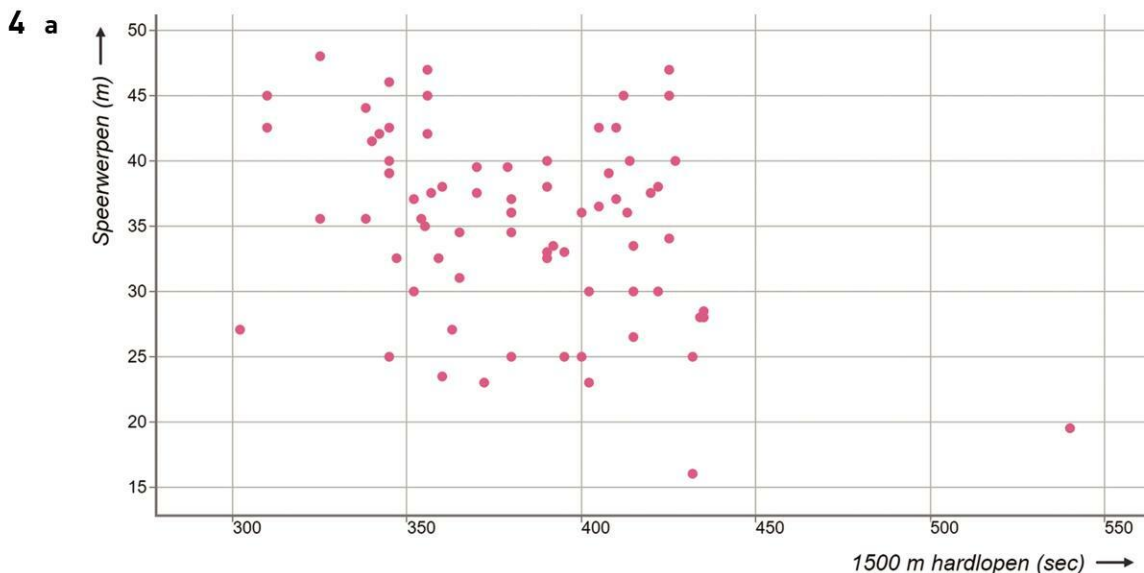
3 Statistische vraagstellingen

- 1 a De populatie bestaat uit de leden van de vereniging.
b De variabele geslacht.
c In welke provincie woont u? De variabele is hier *provincie*.
Welke vier cijfers heeft uw postcode? De variabele is hier *postcode*.
d De variabelen zijn: *opleiding*, *leeftijd*.
e Bijvoorbeeld: 60% van de leden jonger dan 40 jaar wil geen nieuwe schaapskudde.
- 2 a De variabelen *1500 m hardlopen*, *speerwerpen*, *leeftijd* en *kogelstoten* zijn kwantitatief. De variabelen *groep* en *leerling* zijn kwalitatief.
b In een frequentietabel zie je dat tien leerlingen 15 jaar oud zijn.
c 76 leerlingen hebben mee gedaan aan het speerwerpen en vier leerlingen niet.
 $4 : 80 \times 100\% = 5\%$
5% van de leerlingen heeft niet meegedaan met het onderdeel speerwerpen.



Naar verhouding hebben de 17-jarigen de beste prestaties.

- 3 a In het diagram gaat het over de statistische variabele *manier van vervoer*.
b De variabele neemt de waarden Auto, Lopen, Fiets, OV en Scooter aan.
c De frequenties zijn achtereenvolgens 4, 10, 7, 9 en 2.



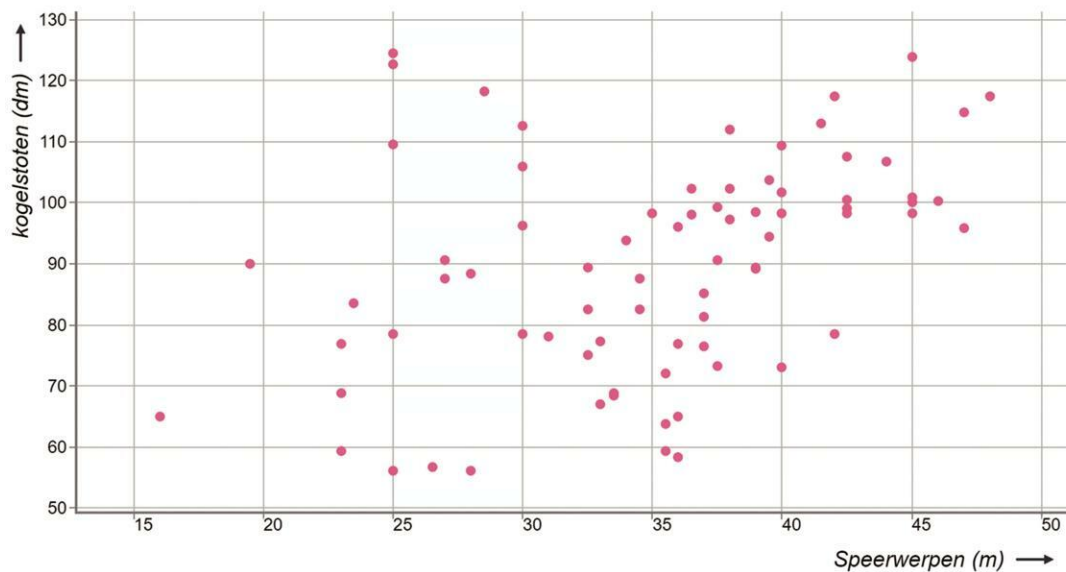
- b De resultaten hangen niet samen, want de stippen liggen behoorlijk verspreid.

c

leeftijd	groep			Totaal
	1	2	3	
15	60,0%	30,0%	10,0%	100%
16	25,0%	34,4%	40,6%	100%
17	27,6%	34,5%	37,9%	100%
18	44,4%	33,3%	22,2%	100%
Totaal	-	-	-	-

In groep 1 zitten naar verhouding de meeste 18-jarigen.

- d Met een puntenwolk bij de variabelen *Speerwerpen* en *kogelstoten* kun je dit uitzoeken.



In de puntenwolk kun je zien dat er geen verband is tussen deze variabelen.
Dus de bewering klopt niet.

- 5 a Met een frequentietabel bij de variabele *Gemiddeld aantal uur werk per week* en splitsen op de variabele *Geslacht* kun je bepalen hoeveel vrouwen minder dan 35 uur per week werken.

52 van de 262 vrouwen werken minder dan 35 uur per week, dat is

$$52 : 262 \times 100\% \approx 19,8\%.$$

20 van de 91 mannen werken minder dan 35 uur per week, dat is

$$20 : 91 \times 100\% \approx 22,0\%.$$

- b Met een kruistabel bij de variabelen *Beroepsrichting* en *Opleidingsniveau* kun je dit uitzoeken.

Beroepsrichting	Opleidingsniveau				Totaal
	HBO of W	MBO	VMBO	onbekend	
economisch, administratief, commercieel	82	102	70	1	255
juridisch, bestuurlijk, openbare orde, taal en cultuur	20	14	1	0	35
technisch	17	52	42	2	113
geen werkkring	43	76	123	2	244
persoonlijke en sociale verzorging	8	46	29	0	83
docenten en staf onderwijs	45	6	1	0	52
gedrag en maatschappij	24	16	0	0	40
management en algemeen	8	8	8	0	24
onbekend	3	6	5	1	15
medisch en paramedisch	21	33	3	0	57
transport, communicatie en verkeer	9	26	23	0	58
agrarisch, exact	1	13	10	0	24
Totaal	281	398	315	6	1000

In het onderwijs hebben de meeste mensen een hbo-opleiding of een wo-opleiding.

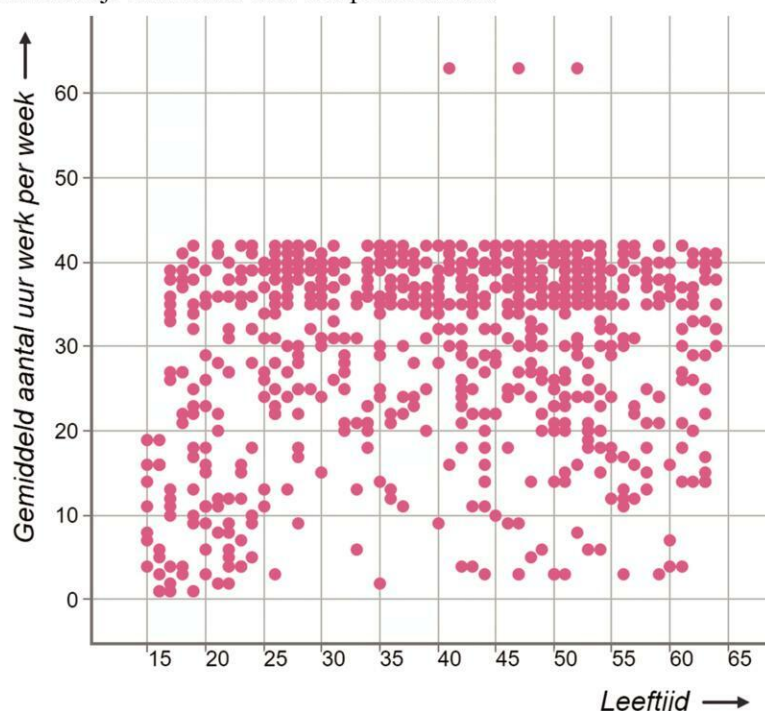
- c Je hebt een kruistabel nodig, want het gaat hier om kwalitatieve variabelen.

- 6 a Dit kun je met een kruistabel uitzoeken.

Beroepsbevolking	Opleidingsniveau				Totaal
	HBO of W	MBO	VMBO	onbekend	
werkzame beroepsbevolking	23,3%	29,6%	15,3%	0,4%	68,6%
werkloze beroepsbevolking	0,9%	1,6%	1,7%	0,0%	4,2%
student of huisvrouw/-man	3,9%	8,6%	14,5%	0,2%	27,2%
Totaal	28,1%	39,8%	31,5%	0,6%	100%

Naar verhouding zijn er meer studenten en huisvrouwen of huismannen bij de beroepsbevolking met alleen een vmbo opleiding. Het deel van de werkloze beroepsbevolking is bij HBO-ers en WO-ers in verhouding kleiner.

- b Dit kun je uitzoeken met een puntenwolk.



Er is geen verband tussen deze variabelen, want de punten liggen helemaal verspreid.

- c In een relatieve frequentietabel zie je dat ongeveer 54% van de beroepsbevolking gemiddeld meer dan 35 uur per week werkt.

Gemiddeld aantal uur werk per week	Relatief %
0 -< 35	46,4
35 -< 70	53,6
Totaal	100

- d Met een kruistabel bij de variabelen *Leeftijdsgroep* en *Gemiddeld aantal uur werk per week* kun je dit uitzoeken.

Leeftijdsgroep	Arbeidsduur per week					Totaal
	35 uur of meer	20 tot 35 uur	12 tot 20 uur	*	minder dan 12	
leeftijd 45 t/m 54 jaar	50,8%	26,2%	4,0%	13,9%	5,2%	100%
leeftijd 35 t/m 44 jaar	54,6%	21,9%	4,6%	14,8%	4,1%	100%
leeftijd 15 t/m 24 jaar	18,5%	14,0%	10,5%	35,5%	21,5%	100%
leeftijd 55 t/m 64 jaar	27,4%	17,2%	10,2%	41,9%	3,2%	100%
leeftijd 25 t/m 34 jaar	50,6%	26,5%	4,2%	16,3%	2,4%	100%
Totaal	-	-	-	-	-	-

In de leeftijdsgroep 35 tot en met 44 jaar wordt relatief het vaakst 35 of meer uur gewerkt.

- e Met een kruistabel bij de variabelen *beroepsbevolking* en *herkomst* kun je dit uitzoeken.

Herkomst	Beroepsbevolking			Totaal
	werkzame beroepsbevolking	werkloze beroepsbevolking	student of huisvrouw/-man	
autochtoon	70,3%	3,8%	25,9%	100%
allochtoon	60,2%	6,1%	33,7%	100%
onbekend	100,0%	0,0%	0,0%	100%
Totaal	-	-	-	-

Van de allochtonen is 6,1% werkloos. Van de autochtonen is 3,8% werkloos. De allochtonen zijn naar verhouding vaker werkloos.

7 'Mannen hoger opgeleid dan vrouwen.'

Met een kruistabel bij de variabelen *Geslacht* en *Opleidingsniveau* kun je dit uitzoeken.

Opleidingsniveau	Geslacht		Totaal
	man	vrouw	
HBO of WO	28,7%	27,5%	-
MBO	40,9%	38,7%	-
VMBO	29,9%	33,1%	-
onbekend	0,6%	0,6%	-
Totaal	100%	100%	-

Opleidingsniveau	Herkomst			Totaal
	autochtoon	allochtoon	onbekend	
HBO of WO	28,3%	27,1%	33,3%	-
MBO	40,8%	34,8%	66,7%	-
VMBO	30,3%	37,6%	0,0%	-
onbekend	0,6%	0,6%	0,0%	-
Totaal	100%	100%	100%	-

De verschillen in opleiding tussen mannen en vrouwen zijn klein. De mannen zijn iets hoger opgeleid. Er is geen duidelijke uitspraak mogelijk. 'Allochtonen lager opgeleid dan autochtonen.'

Met een kruistabel bij de variabelen *Herkomst* en *Opleidingsniveau* kun je dit uitzoeken.

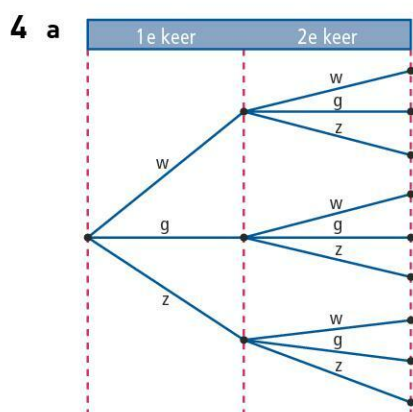
Het percentage allochtonen met alleen een vmbo opleiding is groter dan bij de autochtonen. Deze uitspraak klopt.

4 Systematisch tellen

- 1 a** Het aantal takken is na elke stap één minder. Het is een faculteitsboom.
b Bij vier deelnemers zijn er $4! = 24$ verschillende uitslagen mogelijk.
c Voor de eerste twee plaatsen zijn er twee mogelijkheden, namelijk Ghalibah wordt eerste en Conny tweede of andersom.
 Voor de overige zes deelnemers zijn er $6! = 720$ verschillende uitslagen mogelijk. In totaal is het aantal mogelijke uitslagen $2 \times 720 = 1440$.

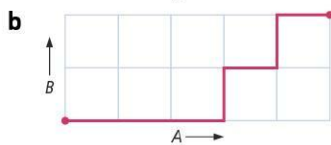
- 2 a** Dat kan op $26! \approx 4,03 \times 10^{26}$ manieren.
b Alie kan uit vier plekken kiezen en Els gaat op de plek naast Alie zitten. Sam en Lyn gaan er tegenover zitten. Dat kan op twee manieren, Sam kan rechts of links zitten en de overblijvende plaats is voor Lyn.
 Er zijn $4 \times 2 = 8$ manieren.

- 3 a** Een leerling kiest vijf uit tien onderdelen.
 Er kan op $\binom{10}{5} = 252$ manieren gekozen worden.
b Er zijn $5! = 120$ mogelijke volgordes voor Marc.
c Er is een selectie van 5 jongens uit 11 jongens en een selectie van 3 meisjes uit 14 meisjes.
 Voor de jongens zijn er $\binom{11}{5} = 462$ mogelijke combinaties en voor de meisjes $\binom{14}{3} = 364$.
 In totaal zijn $462 \times 364 = 168\,168$ combinaties mogelijk.
d De 28 leerlingen moeten worden verdeeld in drie deelgroepen van acht, elf en negen.
 De groep van acht kan op $\binom{28}{8}$ manieren.
 Er blijven 20 leerlingen over waaruit 11 moeten worden gekozen, dat kan op $\binom{20}{11}$ manieren. Zo blijven er 9 leerlingen over voor de hindernisbaan.
 Het totaal aantal is $\binom{28}{8} \times \binom{20}{11} = 3\,108\,105 \times 167\,960 \approx 5,22 \times 10^{11}$.



- b** Voor elke kraal is de keus uit drie kleuren. In totaal zijn er $3^5 = 243$ mogelijkheden.
c Het aantal mogelijkheden is $\binom{9}{5} = \binom{9}{4} = 126$.
d Voor de eerste kraal heb je de keus uit drie kleuren. Voor elke volgende kraal uit twee kleuren. Er zijn dus $3 \times 2^6 = 192$ mogelijkheden.

- 5 a Elk volgend doelpunt wordt door één van de twee teams gemaakt.
In totaal zijn er $2^7 = 128$ mogelijke scoreverlopen.



- c Van 0-0 naar 2-1 kan op $\binom{3}{1} = 3$ manieren.

Van 2-1 naar 5-2 kan op $\binom{4}{1} = 4$ manieren.

Het aantal mogelijke scoreverlopen is dus $3 \times 4 = 12$.

- 6 a Er zijn $\binom{24}{8} = 735471$ mogelijke selecties.
b Er zijn $8! = 40320$ mogelijke rangschikkingen.
c Bereken eerst het aantal mogelijke rijtjes met twee N-en (de Nederlanders) en zes A's (de anderen), waarbij de N-en naast elkaar staan.

N-N-A-A-A-A-A-A

A-N-N-A-A-A-A-A

A-A-N-N-A-A-A-A

A-A-A-N-N-A-A-A

A-A-A-A-N-N-A-A

A-A-A-A-A-N-N-A

A-A-A-A-A-A-N-N

Dit kan op zeven manieren.

Bij elk van de zeven opstellingen kunnen de Nederlanders op twee manieren naast elkaar staan. De anderen kunnen dan op $6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$ manieren opgesteld worden.

In totaal zijn er $7 \times 2 \times 720 = 10080$ mogelijkheden.

5 Lineaire en exponentiële groei

- 1 a $13,5 : 9 = 1,5$ De groeifactor per 10 jaar is 1,5.
b $13,5 \times 1,5 = 20,25$ en $20,25 \times 1,5 = 30,375$
De kosten zijn 20250 euro op 1 januari 2040 en 30375 euro op 1 januari 2050.
c De formule is $K = 6 \times 1,5^t$ met t de tijd per 10 jaar met $t = 0$ op 1 januari 2010 en K de kosten in euro's in duizendtallen.
d 1990 komt overeen met $t = -2$, dus $K = 6 \times 1,5^{-2} \approx 2,667$.
Op 1 januari 1990 waren de kosten 2667 euro.
e 2063 komt overeen met $t = 5,3$, dus $K = 6 \times 1,5^{5,3} \approx 51,456$.
De kosten op 1 januari 2063 zijn 51456 euro.

- 2 De groeifactor is 1,2. Deze groeifactor is groter dan 1.
De bijbehorende grafiek is stijgend.

- 3 a De groeifactor per minuut is 1,04.
De groeifactor per uur is $1,04^{60} \approx 10,520$.
b De groeifactor per jaar is 0,506.
De groeifactor per week is $0,506^{\frac{1}{52}} \approx 0,987$.

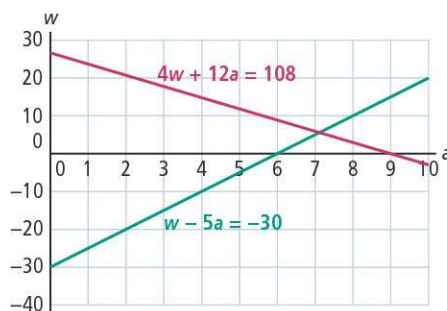
- 4** $100\% + 11,8\% = 111,8\%$. De groeifactor per week is $111,8 : 100 = 1,118$.
De groeifactor per dag is $1,118^{\frac{1}{7}} \approx 1,016$.
 $1,016 \times 100\% = 101,6\%$. De toename per dag is $1,6\%$.
- b** $100\% - 3,1\% = 96,9\%$. De groeifactor per uur is $96,9 : 100 = 0,969$.
De groeifactor per dag is $0,969^{24} \approx 0,470$.
 $0,470 \times 100\% = 47\%$. De afname per dag is 53% .
- 5 a** Dat volgt uit het gegeven dat de snelheid constant is.
- b** In 1 uur en 15 minuten ofwel 1,25 uur neemt de afstand af met
 $538 - 433 \text{ km} = 105 \text{ km}$.
De afstand neemt af met $105 : 1,25 = 84 \text{ km per uur}$.
De afstand neemt met $84 : 60 = 1,4 \text{ km per minuut af}$.
De beginafstand is 650 km .
De formule is $A = -1,4t + 650$.
- c** Tussen het tijdstip van vertrek en 8.35 uur is er $650 - 538 = 112 \text{ km}$ gereden.
 $112 : 1,4 = 80 \text{ minuten}$.
De bus is 80 minuten voor 8.35 uur ofwel om 7.15 uur vertrokken.
- 6 a** **A** Als x met 1 toeneemt, verdubbelt y . De tabel hoort bij exponentieel verband. De beginhoeveelheid is 8 en de groeifactor is 2.
Een formule is $y = 8 \cdot 2^x$.
- B** Als x met 3 toeneemt, neemt y met 24 toe. Bij de tabel hoort een lineair verband. Het hellingsgetal is $24 : 3 = 8$. Het startgetal is $10 - 5 \times 8 = -30$.
Een formule is $y = -30 + 8x$.
- C** Als x met 4 toeneemt, neemt y met 6 af. Dit is een lineair verband.
Het hellingsgetal is $-6 : 4 = -1,5$. Het startgetal is $-1 - 1 \times -1,5 = 0,5$.
Een formule is $y = 0,5 - 1,5x$.
- D** Als x met 1 toeneemt, halveert y . De tabel hoort bij exponentieel verband.
De beginhoeveelheid is $120 \times 2 \times 2 \times 2 = 960$ en de groeifactor is $0,5$.
Een formule is $y = 960 \cdot 0,5^x$.
- b** **A** $x = 8$ geeft $y = 8 \times 2^8 = 2048$.
B $x = 17$ geeft $y = -30 + 8 \times 17 = 106$.
C $x = 20$ geeft $y = 0,5 - 1,5 \times 20 = -29,5$.
D $x = 7$ geeft $y = 960 \times 0,5^7 = 7,5$.
- 7 a** Als t met 1 toeneemt, neemt A met 4 af. Het hellingsgetal is -4 .
Het startgetal is $20 + 3 \times 4 = 32$.
Een formule is $A = 32 - 4t$.
- b** De groeifactor is $\frac{16}{20} = 0,8$. De beginhoeveelheid is $20 : 0,8^3 = 39,0625$.
Een formule is $A = 39,0625 \cdot 0,8^t$.
- 8 a** 6 februari om 20.00 uur is 2,5 dagen na $t = 0$, dus $t = 2,5$.
 $N = 1,6 \times 1,3^{2,5} \approx 3,083$.
Op 6 februari om 20.00 uur zijn er ongeveer 3 083 000 bacteriën.
- b** 1 februari om 8.00 uur komt overeen met $t = -3$.
 $N = 1,6 \times 1,3^{-3} \approx 0,728$
Op 1 februari om 8.00 uur waren er ongeveer 728 000 bacteriën.

- c De groeifactor per dag is 1,3. De groeifactor per week is $1,3^7 \approx 6,27$.
 $6,27 \times 100\% = 627\%$. De toename is 527%
- d Er moet gelden $1,6 \cdot 1,3^x = 6$
 Invoer: $y_1 = 1,6 \times 1,3^x$ en $y_2 = 6$
 Venster: x van 0 tot 10 en y van 0 tot 10
 Optie: snijden
 De oplossing is $x \approx 5,0378$
 $0,0378 \times 24 = 0,9072$. Na 5 dagen en 1 uur is het aantal bacteriën meer dan 6 miljoen. Dit is op 9 februari om 9.00 uur.
- 9 a $100\% - 2,3\% = 97,7\%$, de groeifactor is 0,977.
 De beginhoeveelheid is 3400.
 Het aantal kikkers kun je berekenen met de formule $A = 3400 \cdot 0,977^t$.
- b 1 juli 2020 komt overeen met $t = 2,5$.
 $A = 3400 \times 0,977^{2,5} \approx 3207,86$.
 Op 1 juli 2020 zijn er ongeveer 3210 kikkers.
- c 1 oktober 2017 komt overeen met $t = -0,25$.
 $A = 3400 \times 0,977^{-0,25} \approx 3419,84$.
 Op 1 oktober 2017 waren er ongeveer 3420 kikkers.
- 10 a De groeifactor tussen 1 maart en 1 juli is $42\,000 : 40\,000 = 1,05$.
 Dit is een periode van 4 maanden.
 De groeifactor per jaar is $1,05^3 \approx 1,158$.
 $1,158 \times 100\% = 115,8\%$. Het aantal vissen neemt met 15,8% per jaar toe.
- b De groeifactor per twee maanden is $1,05^{\frac{1}{2}}$.
 Op 1 januari 2018 waren er $40\,000 : 1,05^{\frac{1}{2}} \approx 39\,036$ vissen.
 Een formule is $A = 39\,036 \cdot 1,158^t$.
- c Er moet gelden $39\,036 \cdot 1,158^t = 100\,000$
 Invoer: $y_1 = 39\,036 \cdot 1,158^x$ en $y_2 = 100\,000$
 Venster: x van 0 tot 10 en y van 0 tot 150 000
 Optie: snijden
 De oplossing is $x \approx 6,4126$.
 $0,4126 \times 12 \approx 4,9$. Na 6 jaar en 5 maanden is het aantal vissen toegenomen tot meer dan 100 000. Dit is in mei 2024.

6 Grafieken en vergelijkingen

- 1 a Bij situatie B bestaat de grafiek uit losse punten, want de klok slaat alleen bij de hele uren en tussendoor niet.
- b Bij situatie A is de grafiek een vloeiende lijn, want de temperatuur van het water verandert gedurende tijd geleidelijk aan.
 Bij situatie C bestaat de grafiek uit horizontale stukjes. Bij brieven is het zo dat je voor bepaalde gewichtsklassen je een bepaald aantal postzegels nodig hebt. Als het gewicht van de brief binnen zo'n klasse toeneemt, verandert het aantal postzegels niet. Neemt het gewicht van de brief zover toe dat je in een volgende klasse komt, dan heb je ineens meer postzegels nodig.

- 2 a** $4w + 12a = 108$
 snijpunt met de a -as, $w = 0$
 $4 \times 0 + 12a = 108$
 $12a = 108$
 $a = 108 : 12 = 9$
 Snijpunt met de a -as is $(9, 0)$.
 snijpunt met de w -as, $a = 0$
 $4w + 12 \times 0 = 108$
 $4w = 108$
 $w = 108 : 4 = 27$
 Snijpunt met de w -as is $(0, 27)$.
 $w - 5a = -30$
 snijpunt met de a -as, $w = 0$
 $0 - 5a = -30$
 $-5a = -30$
 $a = -30 : -5 = 6$
 Snijpunt met de a -as is $(6, 0)$.
 snijpunt met de w -as, $a = 0$
 $w - 5 \times 0 = -30$
 $w = -30$
 Snijpunt met de w -as is $(0, -30)$.



- b** Eerst beide formules herleiden.
 $4w + 12a = 108$
 $4w = -12a + 108$
 $w = -3a + 27$
 Gelijkstellen geeft:
 $-3a + 27 = 5a - 30$
 $27 = 8a - 30$
 $57 = 8a$
 $a = 57 : 8 = 7,125$
 $w = -3 \times 7,125 + 27 = 5,625$
 De coördinaten van het snijpunt zijn $(7,125; 5,625)$.

- 3 a** De grafiek gaat alleen over het percentage op 1 oktober van diverse jaren en niet over de tussenliggende maanden.

- b** Op 1 oktober 1995 volgde 8% van de 265 000 hbo studenten de opleiding leraar basisonderwijs.

Dat zijn $265\,000 : 100 \times 8 = 21\,200$ studenten.

- c** Op 1 oktober 2008 volgde ongeveer 7,8% van de 360 000 hbo studenten de opleiding leraar basisonderwijs.

Dat zijn $360\,000 : 100 \times 7,8 = 28\,080$ studenten.

Dat zijn er $28\,080 - 21\,200 = 6\,880$ meer dan in 1995.

- d** In 2000 waren er $310\,000 : 100 \times 55 = 170\,500$ vrouwelijke hbo studenten.

In 2000 waren er $310\,000 : 100 \times 10,2 = 31\,620$ studenten die opleiding leraar basisonderwijs volgden.

In 2000 waren er $31\,620 : 100 \times 75 = 23\,715$ vrouwelijke studenten die leraarsopleiding basisonderwijs volgden.

<i>vrouwelijke studenten</i>	170 500	23 715	
<i>percentage</i>	100	?	

$$170\,500 \times ? = 100 \times 23\,715$$

$$? = 100 \times 23\,715 : 170\,500 = 13,9\ldots$$

Dat is ongeveer 14%.

4 a snijpunt met de q -as, $w = 0$

$$4 \times 0 - 3q = 24$$

$$-3q = 24$$

$$q = 24 : -3 = -8$$

Snijpunt met de q -as is $(-8, 0)$.

snijpunt met de w -as, $q = 0$

$$4w - 3 \times 0 = 24$$

$$4w = 24$$

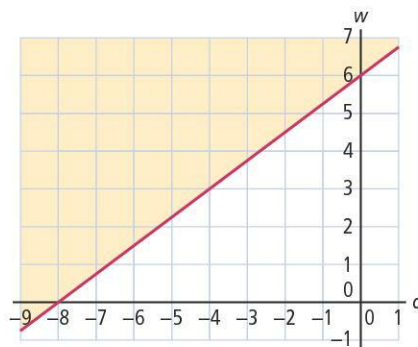
$$w = 24 : 4 = 6$$

Snijpunt met de w -as is $(0, 6)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen

geeft $4 \times 0 - 3 \times 0 = 0$.

$0 \geq 24$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde halfvlak.



b snijpunt met de q -as, $w = 0$

$$0,5 \times 0 + 3q = 6$$

$$3q = 6$$

$$q = 6 : 3 = 2$$

Snijpunt met de q -as is $(2, 0)$.

snijpunt met de w -as, $q = 0$

$$0,5w + 3 \times 0 = 6$$

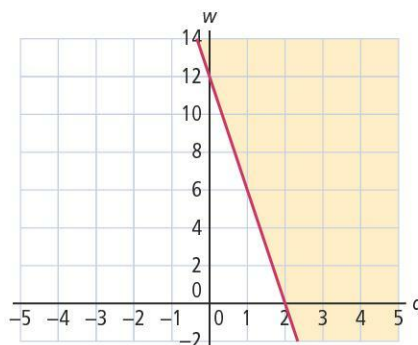
$$0,5w = 6$$

$$w = 6 : 0,5 = 12$$

Snijpunt met de w -as is $(0, 12)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,5 \times 0 + 3 \times 0 = 0$.

$0 \geq 6$ klopt niet, dus het punt $(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde halfvlak.



5 a snijpunt met de x -as, $y = 0$

$$8x - 4 \times 0 = 32$$

$$8x = 32$$

$$x = 32 : 8 = 4$$

Snijpunt met de x -as is $(4, 0)$.

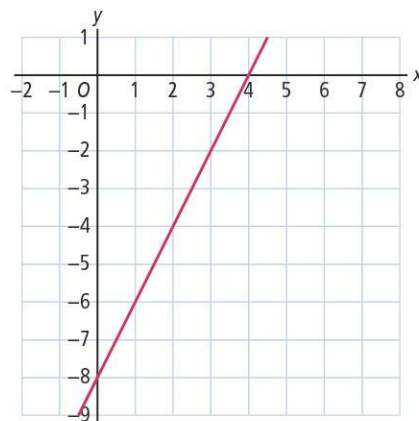
snijpunt met de y -as, $x = 0$

$$8 \times 0 - 4y = 32$$

$$-4y = 32$$

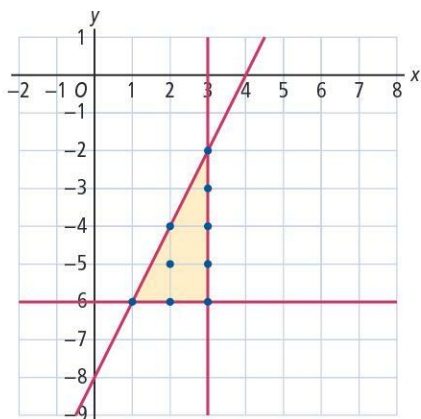
$$y = -32 : 4 = -8$$

Snijpunt met de y -as is $(0, -8)$.

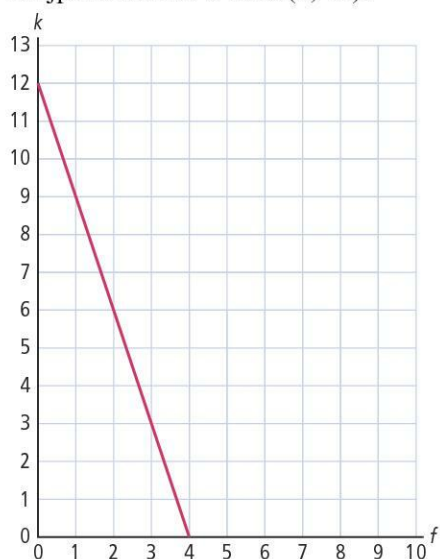


b De coördinaten van $O(0, 0)$ invullen geeft $8 \times 0 - 4 \times 0 = 0$.

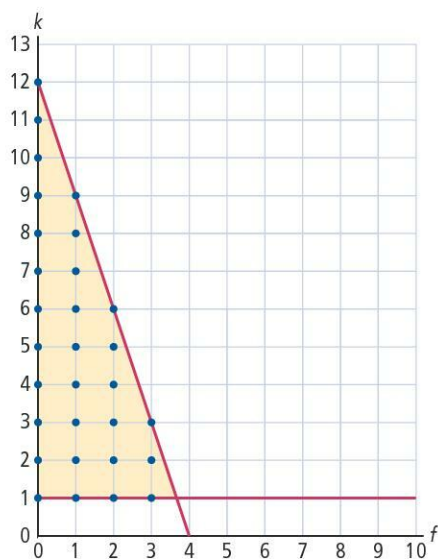
$0 \geq 32$ klopt niet, dus het punt $O(0, 0)$ ligt niet in het gevraagde halfvlak.



- 6 a** 3 frisdrank en 0 koeken
 2 frisdrank en 3 koeken
 1 frisdrank en 6 koeken
 0 frisdrank en 9 koeken
- b** Met $1,5f$ reken je uit hoeveel hij kwijt is aan frisdrank en met $0,5k$ reken je uit hoeveel hij kwijt is aan koeken. Dit samen mag niet meer zijn dan 6 euro.
- c** snijpunt met de f -as, $k = 0$
 $1,5f + 0,5 \times 0 = 6$
 $1,5f = 6$
 $f = 6 : 1,5 = 4$
 Snijpunt met de f -as is $(4, 0)$.
 snijpunt met de k -as, $f = 0$
 $1,5 \times 0 + 0,5k = 6$
 $0,5k = 6$
 $k = 6 : 0,5 = 12$
 Snijpunt met de k -as is $(0, 12)$.



- d** De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $1,5 \times 0 + 0,5 \times 0 = 0$.
 $0 \leq 6$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.
 Het aantal koeken is minimaal 1, dus $k \geq 1$.



- e Bij deze situatie horen de ongelijkheden $0,4t + 0,5k \leq 4$, $k \leq 2$ en $t \geq 5$.

snijpunt met de t -as, $k = 0$

$$0,4t + 0,5 \times 0 = 4$$

$$0,4t = 4$$

$$t = 4 : 0,4 = 10$$

Snijpunt met de t -as is $(10,0)$.

snijpunt met de k -as, $t = 0$

$$0,4 \times 0 + 0,5k = 4$$

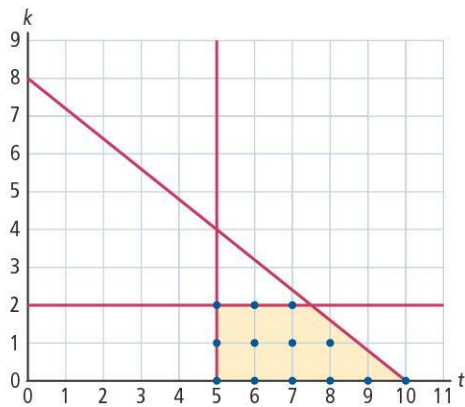
$$0,5k = 4$$

$$k = 4 : 0,5 = 8$$

Snijpunt met de k -as is $(0, 8)$.

De coördinaten van het punt $(0, 0)$ invullen geeft $0,4 \times 0 + 0,5 \times 0 = 0$.

$0 \leq 4$ klopt, dus het punt $(0, 0)$ ligt in het gevraagde halfvlak.





Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.
Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.
Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.
Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.