

MODERNE WISKUNDE

OPSTAP
NAAR 4 HAVO



Noordhoff Uitgevers

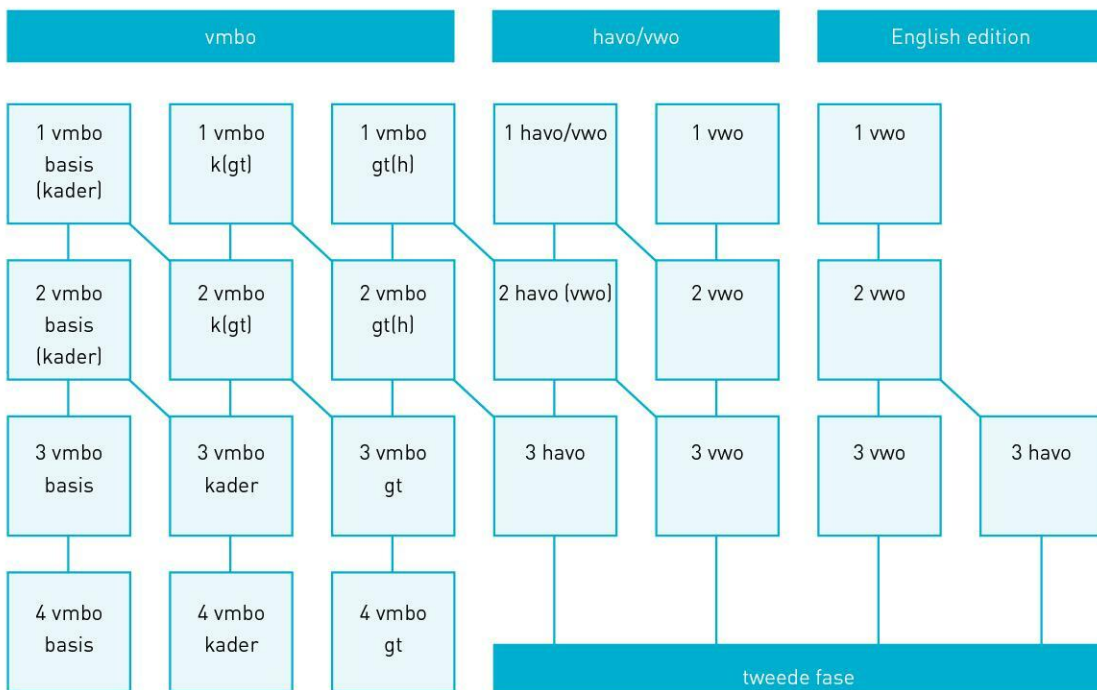
$$h = 4,9 t^2$$

12e editie

Moderne Wiskunde

Opstapdeel 4 vmbo-gt naar 4 havo

Serieoverzicht Onderbouw



Eventuele op- en aanmerkingen over deze of andere uitgaven kunt u richten aan: Noordhoff Uitgevers bv, Afdeling Voortgezet onderwijs, Antwoordnummer 13, 9700 VB Groningen of via het contactformulier op www.mijnnoordhoff.nl.

De informatie in deze uitgave is uitsluitend bedoeld als algemene informatie. Aan deze informatie kunt u geen rechten of aansprakelijkheid van de auteur(s), redactie of uitgever ontleenen.

Klimaatneutraal

Noordhoff vindt jouw toekomst belangrijk en daarom hebben wij dit boek klimaatneutraal geproduceerd.



Deze uitgave is beschermd op grond van het auteursrecht. Wanneer u (her)gebruik wilt maken van de informatie in deze uitgave, dient u vooraf schriftelijke toestemming te verkrijgen van Noordhoff Uitgevers bv. Meer informatie over collectieve regelingen voor het onderwijs is te vinden op www.onderwijsenauteursrecht.nl.

This publication is protected by copyright. Prior written permission of Noordhoff Uitgevers bv is required to (re)use the information in this publication.

12e editie

Moderne Wiskunde

Opstapdeel 4 vmbo-gt naar 4 havo

Gerard Lakeman
Geertrui Schaberg

Voor de docent

Dit boek is bestemd voor vmbo-gt leerlingen die door willen stromen naar 4 havo.

Leerlingen kunnen het boek zelfstandig doorwerken. De antwoorden staan achter in het boek. De volledige uitwerkingen staan op de website van Noordhoff.

Het is goed mogelijk om al tijdens de periode dat de leerlingen in klas 4 gt zitten met dit boek te werken.

Hierdoor krijgen leerlingen ook een idee van de wiskunde die voor 4 havo nodig is.

De hoofdstukken 1 en 2 zijn bedoeld voor alle leerlingen.

De hoofdstukken 3, 4 en 5 zijn bedoeld voor leerlingen die wiskunde B kiezen.

Wij wensen u veel succes met dit boek.

Inhoud

Wiskunde A

1 Rekenen met letters 6

- 1.1 Optellen en aftrekken 8
- 1.2 Vermenigvuldigen 10
- 1.3 Enkele haakjes wegwerken 12
- 1.4 Haakjes en negatieve getallen 14
- 1.5 Dubbele haakjes wegwerken 16

2 Formules 18

- 2.1 Lineaire formules 20
- 2.2 Recht en omgekeerd evenredig 22
- 2.3 Wortelformules 24
- 2.4 Vergelijkingen oplossen 26
- 2.5 Ongelijkheden 28

Wiskunde B

3 Ontbinden in factoren 30

- 3.1 Ontbinden in factoren 32
- 3.2 Ontbinden van tweetermen 34
- 3.3 $A \times B = 0$ 36
- 3.4 Ontbinden van drietermen 38
- 3.5 Kwadratische vergelijkingen 40

4 Kwadratische formules 42

- 4.1 Parabolen 44
- 4.2 Drie vormen van kwadratische formules 46
- 4.3 De *abc*-formule 48
- 4.4 De discriminant gebruiken 50
- 4.5 Vergelijkingen oplossen 52

5 Vergelijkingen 54

- 5.1 Stelsels vergelijkingen 56
- 5.2 Gebroken vergelijkingen 58
- 5.3 Exponentiële vergelijkingen 60
- 5.4 Derdemachtsvergelijkingen 62
- 5.5 Machtsvergelijkingen 64

Antwoorden 66



In dit hoofdstuk

1-1	Optellen en aftrekken	8
1-2	Vermenigvuldigen	10
1-3	Enkele haakjes wegwerken	12
1-4	Haakjes en negatieve getallen	14
1-5	Dubbele haakjes wegwerken	16



1-1 Optellen en aftrekken

- 1 Gegeven is de formule $b = 2a + 6a$.
- a Vul voor $a = 3$ in en bereken b .
- b Johan moet dit ook uitrekenen, hij schrijft de formule eerst korter door $2a$ en $6a$ bij elkaar op te tellen. Hij krijgt dan $b = 8a$. Vul in de formule van Johan voor $a = 3$ in en bereken b .
- c Krijg je bij opdracht a en b dezelfde antwoorden?

Theorie

In de formule $k = 4a + 2a$ zijn $4a$ en $2a$ **gelijksoortige termen**. Gelijksoortige termen kun je optellen of aftrekken zodat de formule korter wordt. Je krijgt dan $k = 6a$.

In de formule $v = 2p + 4q$ zijn $2p$ en $4q$ geen gelijksoortige termen. Deze formule kun je daarom niet korter schrijven.

In de formule $a = 8c + 5 - 3 - 2c$ kun je de termen met c bij elkaar optellen en de termen zonder een letter. De formule is dan korter te schrijven als $a = 6c + 2$.

Voorbeeld

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

$a = 2b + 5b$	wordt $a = 7b$
$u = 2p - 5p$	wordt $u = -3p$
$b = 7c - 6c + 8$	wordt $b = 1c + 8$
$r = 3s + 5t$	kan niet korter
$m = 3n + 5 - n$	wordt $m = 2n + 5$

- 2 Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $p = 6a + 5a$	e $y = 4z + 10z$
b $q = 2b + 3c$	f $g = 5d - 7d$
c $r = 8g - 6g$	g $v = -13m + 11$
d $x = 12y - y$	h $m = -5s - 5s$

- 3 Schrijf ook de volgende formules zo kort mogelijk.

a $k = 5d + 3d - 12d$	d $s = -5t + 6 - 8 + 8t$
b $y = 3x + 4 + 2x + 9$	e $p = 4r - 7r + 18 - r$
c $h = -5f + 3f - 3 + 3f$	f $d = -5 + 8s - 7 + 5t$

- 4a Schrijf de formule $y = 3x - 5 - 2x + 4$ zo kort mogelijk.
- b Schrijf ook de formule $p = -3q + 2r + 2q - 2r$ zo kort mogelijk.

Theorie

De formule $a = 3b - 2b$ kun je korter schrijven als $a = 1b$. Dit kan ook geschreven worden als $a = b$, omdat $1b$ hetzelfde is als b .

Zo kun je de formule $c = -3h + 2 + 2h$ korter schrijven als $c = -h + 2$.

De formule $d = 4f + 6 - 4f$ kun je korter schrijven als $d = 0f + 6$. $0f$ is voor iedere waarde van f altijd 0. Je schrijft deze formule daarom als $d = 6$.

Voorbeeld

Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

$y = 5x + 7z - 6z - 6x$	wordt $y = -x + z$
$p = -8q + 5 + 9q - 4$	wordt $p = q + 1$
$q = -5c + 4 + 5c$	wordt $q = 4$
$r = 5h - 6 - 8 - 5h$	wordt $r = -14$

5 Schrijf de volgende formules korter.

a $k = 1,6 + 3t - 4t$

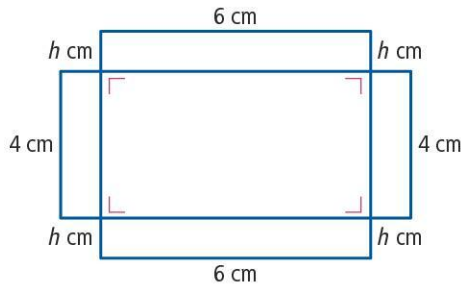
b $b = 3,2a + 5,8 - 2,2a - 6,2$

c $m = -3\frac{1}{2} + 4\frac{2}{3}n - 5\frac{1}{2} - 5\frac{2}{3}n$

d $p = q + 2r - 3q - r$

e $y = 4\frac{2}{5}x + 2\frac{1}{4} - 3\frac{3}{4} + 2\frac{4}{5}x$

f $k = -3,4n - 6 + 3,4n$



6 Dit is de uitslag van een bakje met een hoogte van h cm.

a Bereken de omtrek van de uitslag als $h = 3$.

b Schrijf een zo kort mogelijke formule voor de omtrek van de uitslag van het bakje.

7 Evert schrijft de formule $y = 2x^2 + 3x$ korter als $y = 5x^3$.

Evelien zegt dat de formule niet korter geschreven kan worden omdat $2x^2$ en $3x$ geen gelijksoortige termen zijn.

a Vul in de formule $y = 2x^2 + 3x$ en $y = 5x^3$ voor $x = 2$ in en reken ze uit.

b Wie heeft er gelijk, Evert of Evelien?

Theorie

De termen $3a^2$ en $7a^2$ zijn gelijksoortige termen, daardoor kan $3a^2 + 7a^2$ korter geschreven worden als $10a^2$.

De termen $3a^2$ en $5a$ zijn niet gelijksoortig omdat de eerste term een kwadraat bevat en de tweede term niet. Deze termen kunnen dus niet bij elkaar opgeteld worden.

Voorbeeld

Schrijf de formules zo kort mogelijk.

$j = 4k^2 + 5k^2$ wordt $j = 9k^2$

$r = 3m^2 + 2m$ kan niet korter

$y = 5x^3 + 3 - 3x^3$ wordt $y = 2x^3 + 3$

8 Ian moet de formule $y = 2x^2 - 3x^3$ zo kort mogelijk schrijven.

Hij maakt hier $y = -x$ van.

Waarom is dit niet goed?

9 Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

a $y = 2x^2 + 6x - 4x$

b $n = a^2 + 4a^2 + a$

c $b = -2a^3 + 4a + 5a^3 - 2a^2$

d $d = 10h^3 - 4h^2 + h - 2h^3$

1-2 Vermenigvuldigen

- 10 Aidin wil de formule $b = e^2 \times e^3$ anders schrijven. Hiernaast is hij begonnen om het uit te schrijven.
- Neem het blaadje van Aidin over en vul het verder in.
 - Vul in: Je kunt $b = e^2 \times e^3$ korter schrijven als $b = e^{\dots}$.
 - Schrijf op dezelfde manier de formule $k = p^4 \times p^2$ korter.
 - Schrijf de formule $t = w^5 \times w$ zo kort mogelijk.

$$b = e^2 \times e^3$$

$$b = e \times e \times e \times \dots$$

Theorie

In de formule $k = p^3$ heet p^3 een **macht**.
 In deze macht heet p het **grondtal** en 3 de **exponent**.
 In de formule $k = p^3 \times p^2$ heten p^3 en p^2 de **factoren**.
 Bij **vermenigvuldigen** van machten met hetzelfde grondtal kun je de exponenten bij elkaar optellen.

Voorbeeld

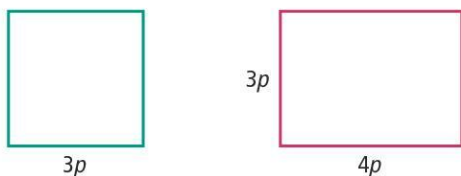
Schrijf de formules $f = g^2 \times g^5$ en $h = 3q^4 \times 2q^6$ zo kort mogelijk

Oplossing

$$\begin{array}{ll} f = g^2 \times g^5 & h = 3q^4 \times 2q^6 \\ f = g^{2+5} & h = 3 \times 2 \times q^4 \times q^6 \\ f = g^7 & h = 6 \times q^{4+6} = 6q^{10} \end{array}$$

- 11 Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.

- $a = b^3 \times b^5$
- $h = l \times l^4$
- $y = 7p \times 3p$
- $r = 4d \times 6d^4$



- 12 Gegeven zijn een vierkant met zijden van $3p$ en een rechthoek met zijden van $3p$ en $4p$.

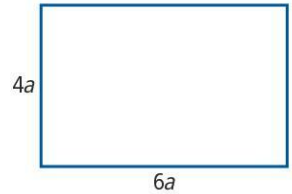
- Bereken de oppervlakte van het vierkant voor $p = 4$.
- Schrijf een zo kort mogelijke formule op voor het berekenen van de oppervlakte van het vierkant.
- Schrijf ook een zo kort mogelijke formule op voor het berekenen van de oppervlakte van de rechthoek.

- 13 Schrijf de volgende formules korter.

- $a = 2b \times -4b$
- $b = -2c^2 \times -5c$
- $c = d \times -6d^4$
- $d = 7e^5 \times 3e \times e$
- $e = -2f \times f^6 \times -5f^3$

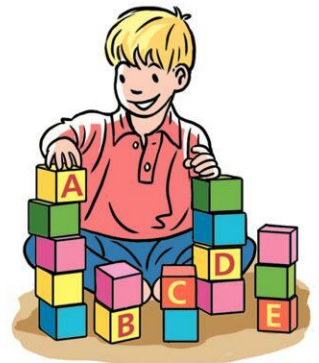
Let goed op wanneer je factoren moet vermenigvuldigen en wanneer je termen bij elkaar moet nemen.

- 14** Gegeven is een rechthoek met lengte $6a$ en breedte $4a$.
- Bereken de omtrek van het rechthoek als $a = 3$.
 - Schrijf de formule voor het berekenen van de omtrek van de rechthoek zo kort mogelijk.
 - Bereken de oppervlakte van de rechthoek als $a = 3$.
 - Schrijf een zo kort mogelijke formule op voor het berekenen van de oppervlakte van de rechthoek.
 - Controleer de formules voor de omtrek en de oppervlakte door in beide formules voor $a = 3$ in te vullen en de antwoorden te vergelijken met de antwoorden bij opdracht a en c.



- 15** Schrijf de volgende formules korter.
- | | |
|--|--|
| a $y = a^2 \times a^7$ | e $n = 4c^3 \times 6c^4$ |
| b $l = h \times h^4$ | f $q = 3p^6 + 10p^6$ |
| c $a = 4b^3 + b^3 - 2b^3$ | g $p = 6 \times \frac{1}{2}g \times 4g^8$ |
| d $k = 7 \times m^8 \times 2 \times m^{13}$ | h $m = 5v \times 4v \times v^3$ |

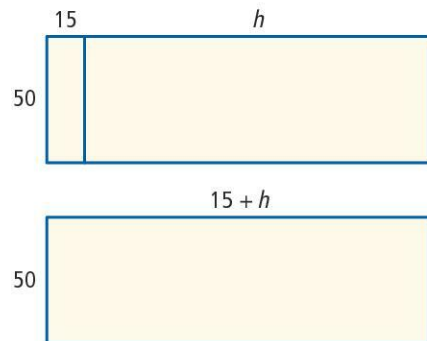
- 16** Joop maakt van houten kubussen een aantal torens. De kubussen hebben een zijde van p cm. Hiernaast zie je wat hij gebouwd heeft.
- Leg uit dat de formule voor de inhoud I in cm^3 van de toren met de letter A gelijk aan $I = 5p^3$ is.
 - Geef voor elke toren een formule voor de inhoud.
 - Joop gooit alle torens om en maakt er één toren van. Geef de formule voor inhoud van deze nieuwe toren.
 - Gebruik je antwoorden van opdracht a en opdracht b om het antwoord van opdracht c te verklaren.
- 17** De formule $y = 2x^2 \times 3x + 6x$ moet zo kort mogelijk geschreven worden.
Ella heeft als uitkomst $y = 12x^4$ en Ewout heeft $y = 6x^3 + 6x$.
- Welke fout heeft Ella gemaakt?
 - Waarom kan de formule van Ewout niet korter geschreven worden?



- 18** Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk. Let op de volgorde bij berekenen.
- | | |
|--------------------------------------|---|
| a $a = 6b^3 + 4b^3$ | d $p = 3q \times 2q^3 + 5q^4$ |
| b $a = 6b^3 \times 4b^3$ | e $f = g \times g^2 + 5g^3$ |
| c $d = 9e^6 + 3e^6 \times 4e$ | f $k = 3m^2 \times -2m^5 + 5m^3 \times 4m^4$ |

1-3 Enkele haakjes wegwerken

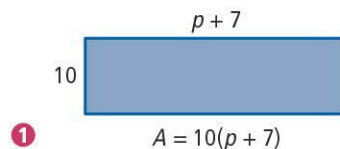
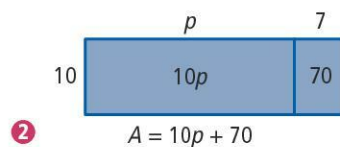
- 19** Een rol behang is 50 cm breed. Je snijdt van een rol altijd banen af die 15 cm langer zijn dan de hoogte van de kamer.
- a** Hoeveel cm^2 snijdt je per baan te veel af?
- b** Een kamer is 240 cm hoog. Bereken de oppervlakte in cm^2 van de baan die je afsnijdt.
- c** Laat zien dat je de oppervlakte A in cm^2 van een baan voor een kamer die h cm hoog is, kunt berekenen met de formule $A = 750 + 50h$.
- d** Voor een kamer die h cm hoog is, snijd je een baan af met een lengte van $15 + h$ cm. Leg uit dat je de oppervlakte van deze baan ook kunt berekenen met de formule $A = 50 \times (15 + h)$.



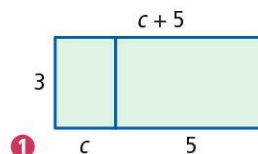
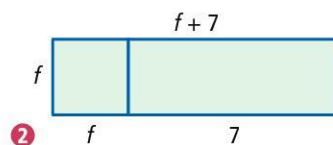
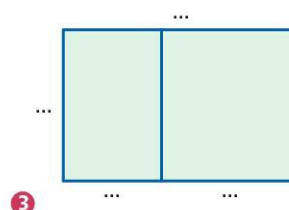
Voor de oppervlakte van de rechthoek hiernaast kun je twee verschillende formules opstellen

- 1 Vermenigvuldig de lengte en de breedte met elkaar. Je krijgt dan de formule $A = 10 \times (p + 7)$ of korter $A = 10(p + 7)$.
- 2 Verdeel de rechthoek in twee stukken. Bereken de oppervlakte van elk stuk en tel ze bij elkaar op. Je krijgt dan de formule $A = 10 \times p + 10 \times 7$ of korter $A = 10p + 70$.

- 20a** Bereken met beide formules de oppervlakte van de rechthoek uit het voorbeeld als $p = 8$.
- b** Komt er beide keren hetzelfde uit?
- c** Doe hetzelfde voor $p = 17$.



- 21a** Leg uit dat voor $c = 6$ de oppervlakte A van rechthoek 1 hiernaast gelijk is aan $A = 3 \times (6 + 5)$.
- b** Leg uit waarom $A = 3(c + 5)$ een goede formule is voor de oppervlakte van deze rechthoek.
- c** Schrijf van beide stukken van rechthoek 1 de oppervlakte op.
- d** Bij de oppervlakte hoort ook de formule $A = 3c + 15$. Hoe kun je dat aan de oppervlakte van beide stukken zien?
- e** Geef van rechthoek 2 voor de oppervlakte A een formule met haakjes en een formule zonder haakjes.
- f** Bij rechthoek 3 hoort de formule $A = 5(n + 4)$. Neem rechthoek 3 over en vul in wat er op de puntjes moet staan.
- g** Schrijf de formule $A = 5(n + 4)$ zonder haakjes.



- 22 Teken bij elke formule eerst een rechthoek en schrijf er de juiste lengte en breedte bij. Schrijf daarna de formule zonder haakjes.

a $A = 5(k + 2)$ c $A = 12(3 + k)$
 b $A = b(b + 2)$ d $A = q(4 + q)$

Theorie

Om een formule zoals $q = r(3r + 8)$ **zonder haakjes** te **schrijven** kun je een rechthoek gebruiken. Je kunt ook een **vermenigvuldigtabel** gebruiken. Hiernaast zie je hoe je een vermenigvuldigtabel gebruikt. Zonder haakjes krijg je de formule $q = 3r^2 + 8r$.

Voorbeeld

Schrijf de formules $q = r(3r + 8)$ zonder haakjes.

$$r \begin{array}{|c|c|} \hline 3r & 8 \\ \hline 3r^2 & 8r \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r|rr} \times & 3r & +8 \\ \hline r & 3r^2 & +8r \end{array}$$

$$q = 3r^2 + 8r$$

- 23a Vul bij de formule $p = 5(b + 3)$ de vermenigvuldigtabel in.

$$\begin{array}{r|rr} \times & b & +3 \\ \hline 5 & \dots & \dots \end{array}$$

- b Schrijf de formule $p = 5(b + 3)$ zonder haakjes.

- 24 Maak bij de formules hieronder een vermenigvuldigtabel en schrijf de formules zonder haakjes.

a $r = t(t + 9)$ d $b = 7\frac{1}{2}(6 + 4q)$
 b $h = a(6 + 2a)$ e $h = \frac{1}{2}m(18m + 1)$
 c $y = 3x(5x + 2)$ f $q = t(3 + t)$

- 25a Schrijf de formule $k = 3p(2p + 5)$ zonder haakjes.

- b Hiernaast zie je hoe Thomas de formule zonder haakjes schrijft. Wat wil Thomas met de boogjes aangeven?
 c Vindt Thomas dezelfde formule als je bij opdracht a hebt gevonden?

Thomas

$$k = 3p(2p + 5) = 6p^2 + \dots$$

- 26 Schrijf de volgende formules zonder haakjes.

a $b = 3(a + 8)$ d $c = 3(4b + 8)$
 b $e = 7(3 + 5f)$ e $g = 3b(b + 6)$
 c $f = 0,5(4h + 7)$ f $k = \frac{1}{3}l(6l + 9)$

- 27 Schrijf zonder haakjes.

a $n = 3a(6 + 2a)$ c $r = 0,2s(5 + 8s)$
 b $o = 2\frac{1}{2}p(4 + 6p)$ d $t = \frac{1}{3}(9 + \frac{1}{3}r)$

1-4 Haakjes en negatieve getallen

- 28 De vermenigvuldigtabel hoort bij de formule $p = 5(b + 3)$.
- Vul de tabel verder in en schrijf de formule zonder haakjes.
 - Welk getal in de tabel moet je veranderen om de formule $p = 5(b - 3)$ zonder haakjes te schrijven?
 - Schrijf de formule $p = 5(b - 3)$ zonder haakjes.
 - Maak een vermenigvuldigtabel bij de formule $p = -5(b + 3)$ en schrijf de formule zonder haakjes.
 - Schrijf de formule $p = -5(b - 3)$ zonder haakjes.

$\times$	b	$+3$
5	...	...

Ook formules met haakjes waarin negatieve getallen voorkomen kunnen zonder haakjes geschreven worden.

Voorbeeld

Schrijf de formules $d = -3(2e - 5)$ zonder haakjes.

Oplossing

Met tabel:

$\times$	$2e$	-5
-3	$-6e$	$+15$

$$d = -6e + 15$$

of:

$$\begin{aligned} d &= -3(2e - 5) \\ d &= -6e + 15 \end{aligned}$$

- 29 Schrijf de volgende formules zonder haakjes.
- $s = -3(t + 5)$
 - $y = -3(-x + 5)$
 - $a = -2m(3m + 4)$
 - $v = -1(8 - 7d)$
 - $y = -5a(-a + 6)$
 - $p = w(-w - 1)$
- 30 Hester gaat met € 7,50 naar de dierenwinkel. Ze koopt hondenvoer van € 1,85 en een pak kattenvoer van € 3,29.
- Om te weten hoeveel ze overhoudt, voert ze de volgende berekening uit: € 7,50 - € 1,85 - € 3,29. Bereken hoeveel Hester overhoudt.
 - Hester had ook als volgt kunnen rekenen: € 7,50 - (€ 1,85 + € 3,29). Ga na dat er hetzelfde uitkomt.



Theorie

Bij het noteren van formules wordt de 1 voor de haakjes meestal niet opgeschreven.

In plaats van $y = -1(x + 3)$ schrijf je $y = -(x + 3)$.

Zonder haakjes wordt dit $y = -x - 3$.

Omgekeerd moet je weten dat de formule $y = 8 - (x + 2)$ geschreven kan worden als $y = 8 - 1(x + 2)$.

Zonder haakjes wordt dit $y = 8 - x - 2 = 6 - x$.

Voorbeeld

Schrijf $a = -(5b + 2)$ zonder haakjes.

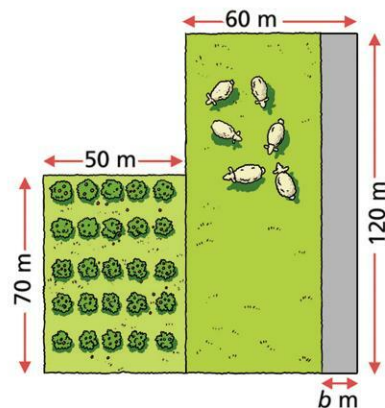
$\times$	$5b$	$+2$
-1	$-5b$	-2

Je krijgt dan: $a = -5b - 2$

- 31a** Schrijf de formules $k = -(4m - 7)$ en $p = -(8 + q)$ zonder haakjes.
- b** Chanty moet de formule $w = 7 + 5(u - 2)$ zonder haakjes schrijven. Op het blaadje hiernaast werkt ze eerst de haakjes in $5(u - 2)$ weg. Daarna telt ze de gelijksoortige termen op om de formule zo kort mogelijk op te schrijven. Neem het blaadje over en vul het verder in.
- 32** Ruben heeft een boomgaard en een weiland. In het weiland komt een weg van b meter breed. Ruben zegt dat voor de overblijvende oppervlakte in m^2 geldt $\text{opp} = 3500 + 120(60 - b)$.
- a** Verklaar uit hoe hij aan deze formule komt.
- b** Leg uit waarom je de formule van Ruben niet korter mag schrijven als $\text{opp} = 3620(60 - b)$.
- c** Volgens Efrain geldt $\text{opp} = 10700 - 120b$. Vul in de formules van Ruben en Efrain $b = 6$ in en ga na of je dezelfde oppervlakte krijgt.
- d** Schrijf de formule van Ruben zonder haakjes.
- e** Schrijf de formule die je nu gekregen hebt korter door de gelijksoortige termen samen te nemen.

$\times$	u	-2
5		

$w = 7 + 5(u - 2)$
 $w = 7 + \dots$
 $w = \dots$



Aanpak

Hoe schrijf je een formule korter?

- Schrijf de formule eerst zonder haakjes.
- Neem in de formule die je dan krijgt de gelijksoortige termen samen.

- 33** Schrijf de volgende formules zo kort mogelijk.
- a** $b = 4(3f - 7) + 16$ **d** $a = -\frac{1}{2}(7k - 10) + 11$
- b** $p = 13 + 2(5m + 3)$ **e** $w = 10m + 2(-5m + 3)$
- c** $g = 5(3 - p) + 6p$ **f** $k = 2p + 2p(3p + 5)$
- 34** Schrijf de volgende formules zonder haakjes en zo kort mogelijk.
- a** $h = -2(t - 5)$ **f** $p = -2\frac{1}{2}(4q + 3)$
- b** $y = -3(-3x + 4)$ **g** $h = 8 - 2x(-3x + 4)$
- c** $k = -(t - 6)$ **h** $y = 2 + \frac{1}{3}(6t - 12)$
- d** $j = 5a - (5a - 5)$ **i** $w = 7h(h - 7) - 50h$
- e** $b = 14r + 2r(r + 6)$ **j** $n = -3r(r - 11) + 12r$

Voorbeeld

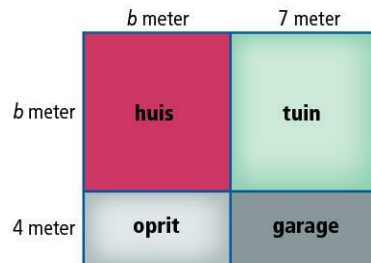
$$t = -5k + 6(2k - 1)$$

$$\textcircled{1} \begin{array}{|c|c|c|} \hline \times & 2k & -1 \\ \hline 6 & 12k & -6 \\ \hline \end{array}$$

$$\textcircled{2} \begin{aligned} t &= -5k + 12k - 6 \\ t &= 7k - 6 \end{aligned}$$

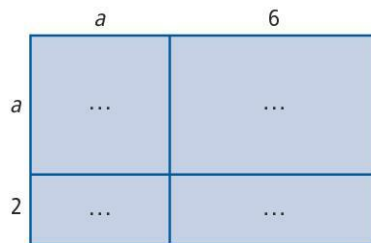
1-5 Dubbele haakjes wegwerken

- 35 Hiernaast zie je een tekening van een stuk grond met een huis van b meter bij b meter. De tuin is 7 meter lang. De oprit en de garage zijn 4 meter breed.
- Hoe groot is de oppervlakte van het huis als $b = 8$? En hoe groot is de oppervlakte van de tuin dan?
 - Hoe groot is de oppervlakte van het geheel als $b = 8$?
 - Schrijf een formule op voor de oppervlakte A in m^2 van het huis.
 - Schrijf ook een formule op voor de oppervlakte van de tuin, voor die van de garage en voor die van de oprit.
 - Laat zien dat voor de oppervlakte A in m^2 van het hele stuk grond de formule $A = b^2 + 11b + 28$ geldt.
 - Voor de oppervlakte van het hele stuk grond kun je ook een formule van de vorm $A = (b + \dots) \times (b + \dots)$ gebruiken. Welke getallen moeten er op de stippeltjes staan?



In plaats van $a = (b + 4) \times (b - 3)$ schrijft men dit korter als $a = (b + 4)(b - 3)$. Het keer teken wordt tussen de haakjes weggelaten.

- 36 Een vierkant met zijden a cm wordt langer en breder gemaakt tot de rechthoek hiernaast.
- Vul in: Voor de oppervlakte A van de rechthoek geldt de formule $A = (a + \dots)(a + \dots)$.
 - Neem de rechthoek over en vul in de rechthoek op de stippeltjes de oppervlakten in.
 - Vul in: $A = a^2 + \dots + \dots + \dots$
 - Neem de gelijksoortige termen in de formule van opdracht c samen en schrijf de formule korter.

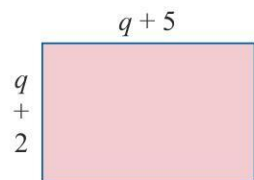


Voor de oppervlakte van de rechthoek hiernaast kun je twee verschillende formules opstellen.

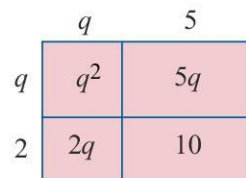
- Vermenigvuldig lengte en breedte met elkaar. Je krijgt dan de formule $A = (q + 2) \times (q + 5)$ of korter $A = (q + 2)(q + 5)$.
- Verdeel de rechthoek in stukken, bereken de oppervlakte van de stukken en tel ze bij elkaar op. Je krijgt dan de formule $A = q^2 + 2q + 5q + 10$ of korter $A = q^2 + 7q + 10$.

- 37a Als je $q = 6$ invult in de formule $A = (q + 2)(q + 5)$, dan krijg je als oppervlakte $A = (6 + 2)(6 + 5)$. Leg uit dat je als antwoord krijgt $A = 88$.
- Bereken met $A = q^2 + 7q + 10$ de oppervlakte A als $q = 6$.
 - Komt er bij beide formules hetzelfde uit?

Voorbeeld



① $A = (q + 2)(q + 5)$



② $A = q^2 + 7q + 10$

- 38a** Voor de oppervlakte A van de rechthoek hiernaast geldt de formule $A = (x + 2)(x + 7)$.
Neem over en vul in elk deel de oppervlakte in.
- b** Schrijf de formule $A = (x + 2)(x + 7)$ zonder haakjes en neem de gelijksoortige termen samen.
- c** Teken een rechthoek bij de formule $A = (z + 4)(z + 3)$ en verdeel die in vier delen. Schrijf in elk deel de oppervlakte.
- d** Schrijf de formule $A = (z + 4)(z + 3)$ zonder haakjes.

	x	7
x	...	...
2	...	...

- 39** Teken bij de volgende formules eerst een rechthoek zoals bij opdracht 37. Schrijf daarna de formules zonder haakjes.
- a** $y = (x + 5)(x + 2)$ **c** $n = (k + 5)(k + 5)$
- b** $h = (t + 1)(t + 4)$ **d** $x = (y + 3)(y + 1)$

Om een formule zonder haakjes te schrijven kun je een rechthoek gebruiken. In plaats van een rechthoek kun je ook een vermenigvuldigtabel gebruiken.

- 40a** De vermenigvuldigtabel hiernaast hoort bij de formule $h = (p - 2)(p + 6)$. De factor $p - 2$ staat verticaal en de factor $p + 6$ staat horizontaal. Vul de tabel verder in.
- b** Wat krijg je als je de termen $6p$ en $-2p$ samenneemt?
- c** Schrijf de formule $h = (p - 2)(p + 6)$ zonder haakjes.

$\times$	p	$+6$
p	p^2	$+6p$
-2	$-2p$	...

Aanpak

Hoe werk je dubbele haakjes weg?

- Maak een vermenigvuldigtabel en plaats één factor horizontaal en de andere factor verticaal.
- Werk de vermenigvuldigingen uit.
- Neem de gelijksoortige termen samen.

Voorbeeld

$$k = (p + 7)(p - 4)$$

1 $\times$	p	-4
p	...	...
$+7$	...	...

2 $\times$	p	-4
p	p^2	$-4p$
$+7$	$+7p$	-28

3 $k = p^2 - 4p + 7p - 28$
 $k = p^2 + 3p - 28$

- 41** Schrijf de volgende formules zonder haakjes.
- a** $y = (x + 6)(x + 3)$ **d** $q = (8 - 3t)(1 - 2t)$
- b** $k = (t + 2)(t + 4)$ **e** $s = (c - 2)(c - 1)$
- c** $a = (n - 2)(n + 4)$ **f** $p = (2q + 3)(q - 5)$
- 42** Schrijf de volgende formules zonder haakjes.
- a** $y = (x + 5)(x + 2)$ **e** $m = (e - 3)(e - 8)$
- b** $k = (t - 2)(t + 4)$ **f** $s = (c + 2)(c - 1)$
- c** $p = (q + 3)(q - 3)$ **g** $p = (d + 1)^2$
- d** $a = (n + 2)(n - 4)$ **h** $t = (p - 3)^2$

Let op:
 $y = (x + 4)^2$
 is hetzelfde als
 $y = (x + 4)(x + 4)$



In dit hoofdstuk

2-1	Lineaire formules	20
2-2	Recht en omgekeerd evenredig	22
2-3	Wortelformules	24
2-4	Vergelijkingen oplossen	26
2-5	Ongelijkheden	28



2-1 Lineaire formules

Huur een auto bij **Jansen**:
slechts € 0,25 per kilometer,
geen bijkomende kosten.

Bij **Rové** een auto voor
€ 10,- per dag,
slechts € 0,15 per kilometer.

- 1 Johan wil een auto huren om op één dag 250 kilometer te rijden. Hij kan kiezen uit twee tarieven.
- a Vul de tabel in bij de twee tarieven.

<i>aantal kilometer</i>	0	25	50	75	100	125	150
<i>kosten bij Jansen in euro's</i>	...	...	...	...	...	...	...
<i>kosten bij Rové in euro's</i>	...	...	...	...	...	...	...

- b Teken in één assenstelsel de grafieken bij de tabel.
- c Waarom hoort bij elk van de grafieken een lineaire formule?
- d Schrijf van beide grafieken het startgetal op.
- e Schrijf bij beide grafieken het hellingsgetal op.
- f Maak bij beide grafieken een formule.

- 2 Gegeven zijn de tabellen A en B.

A

<i>x</i>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<i>y</i>	-10	-6	-2	2	6	10	14

B

<i>x</i>	-3	-2	-1	0	1	2	3
<i>y</i>	14	11	8	5	2	-1	-4

- a Van tabel A is de bijbehorende grafiek een stijgende rechte lijn.
Leg uit hoe je dat aan de tabel kunt zien.
- b Schrijf het startgetal en het hellingsgetal van tabel A op.
- c Schrijf een formule bij tabel A op.
- d Schrijf ook een formule bij tabel B op.



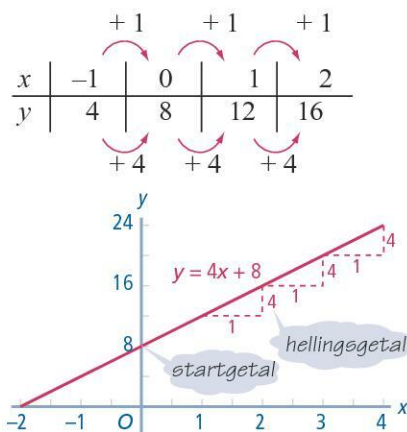
Theorie

Als in de bovenste rij van een tabel opeenvolgende getallen staan en in de onderste rij de toename steeds hetzelfde is, dan bestaat er een **lineair verband** tussen de variabelen.

De grafiek bij een lineair verband is een rechte lijn. Dat is een lineaire grafiek en de bijbehorende formule is een **lineaire formule**.

Een lineaire formule heeft de vorm $y = ax + b$. Hierin is a het hellingsgetal en b het startgetal. Het hellingsgetal noem je ook wel de **richtingscoëfficiënt**.

Voorbeeld



3a Vul bij de formule $y = -6 + 3x$ de tabel hieronder in.

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y	...	...	...	...	...	...	...	...	...

- b Geef de richtingscoëfficiënt en het startgetal van de formule.
- c Teken de grafiek bij de tabel.
- d Om wat voor soort verband gaat het hier? Leg uit hoe je dat aan de tabel en aan de grafiek kunt zien.
- e Is de grafiek bij de formule een stijgende lijn of een dalende lijn?
- f Aan welk getal in de formule zie je of het een stijgende of een dalende lijn is?

Theorie

Als in een lineaire formule de richtingscoëfficiënt positief is, dan is de grafiek een **stijgende rechte lijn**.
 Is de richtingscoëfficiënt negatief, dan is de grafiek een **dalende rechte lijn**.
 Is de richtingscoëfficiënt gelijk aan 0, dan is de grafiek een **horizontale lijn**.

4a Schrijf van elke formule hieronder op of deze lineair is.

- | | |
|---------------------|-------------------|
| A $y = 15x + 35$ | D $y = x^2 + 2x$ |
| B $y = -7x$ | E $y = 14$ |
| C $y = 12,6 - 1,2x$ | F $y = -2(3 + x)$ |

- b Geef van elke lineaire formule de richtingscoëfficiënt.
- c Zoek bij elke lineaire formule uit of de bijbehorende grafiek een stijgende lijn, een dalende lijn of een horizontale lijn is.

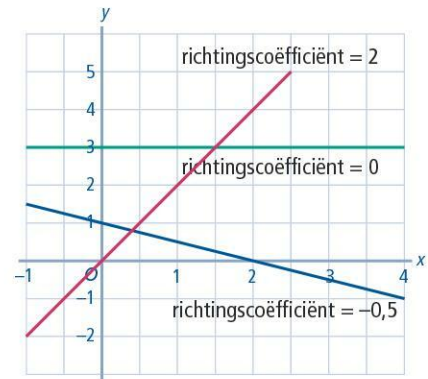
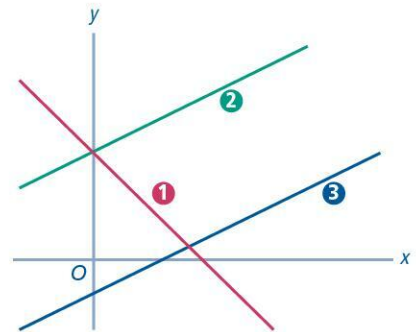
5 Hiernaast zijn de grafieken geschetst bij de formules

A: $y = -x + 3$, B: $y = \frac{1}{2}x + 3$ en C: $y = \frac{1}{2}x - 1$.

- a Geef bij elke grafiek aan welke formule erbij hoort.
- b De grafieken 1 en 2 snijden de y -as in hetzelfde punt. Hoe kun je dit aan de formules zien?
- c Geef de coördinaten van dit snijpunt.
- d Hoe kun je aan de formules van de grafieken 2 en 3 zien dat de grafieken evenwijdig zijn?

Voorbeeld

Schrijf bij elke lijn op wat de richtingscoëfficiënt is.



2-2 Recht en omgekeerd evenredig

- 6 Colin heeft van verschillende kleine blokjes ijzer het volume V en de massa m bepaald. Zijn resultaten staan in de tabel.

V in cm^3	10	15	20	30
m in gram	78	117	156	234
$\frac{m}{V}$ in gram/cm^3	...	...	...	...

- a In de derde rij van de tabel wil hij $\frac{m}{V}$ berekenen.

Vul de derde rij in.

- b Wat valt je op bij de antwoorden in de derde rij?

- c Vul in.

Als V twee keer zo groot wordt, dan wordt m ...

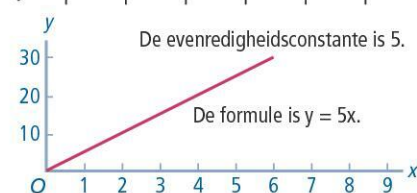
Theorie

Twee variabelen x en y heten **recht evenredig** als bij een vermenigvuldiging van de variabele x met bijvoorbeeld drie, ook de variabele y drie keer zo groot wordt. De bijbehorende tabel is een verhoudingstabel en de grafiek is een rechte lijn door de oorsprong. Het startgetal is dus 0.

De formule heeft de vorm $y = cx$, waarbij c de **evenredigheidsconstante** heet. Het hellinggetal van de bijbehorende lijn is dus de evenredigheidsconstante.

Voorbeeld

x	0	1	2	3	4	5
y	0	5	10	15	20	25



- 7 Ga na of in onderstaande drie voorbeelden sprake is van een recht evenredig verband. Zo niet, leg dan uit waarom niet.
- A De prijs en het gewicht van een stuk kaas.
 - B Het gewicht van een fles cola en de hoeveelheid cola in de fles.
 - C De lengte van een wandeling en de tijd die je erover doet.
- 8 Ga na in welke van de volgende tabellen x en y recht evenredig zijn. Geef in dat geval ook de evenredigheidsconstante.

a

x	5	10	15	20
y	15	30	45	60

c

x	4	12	24	28
y	10	30	60	70

b

x	10	20	30	40
y	30	15	10	7,5

d

x	3	6	9	18
y	5	10	15	30

- 9 Bij een vloeistofthermometer geldt: hoe hoger de temperatuur des te hoger de vloeistofkolom. Hiernaast staan de resultaten van een onderzoekje.

temperatuur T in $^{\circ}\text{C}$	30	40	50	60
hoogte h in cm	5,3	6,1	6,9	7,7

- a Zoek uit of de hoogte recht evenredig is met de temperatuur.
- b Stel een formule op die het verband aangeeft tussen de temperatuur T en de hoogte h .

- 10 Gegeven zijn de formules $y = 3x$, $y = 3 - 2x$ en $y = -\frac{1}{2}x$.
- Welke van de formules hoort bij een recht evenredig verband?
 - Schrijf van de formules van een recht evenredig verband de evenredigheidsconstante op.
- 11a Lia fietst met een snelheid van 15 km per uur.
Hoelang doet ze over 30 km?
- Een volgende keer wil ze er twee keer zo kort over doen.
Met welke snelheid moet ze dan rijden?
 - Vul de tabel hiernaast verder in.

snelheid in km per uur	5	10	15	30
tijd in uren	...	...	...	...

Theorie

Twee variabelen x en y heten **omgekeerd evenredig** als bij een vermenigvuldiging van de variabele x met bijvoorbeeld drie, de variabele y drie keer zo klein wordt. Je herkent een omgekeerd evenredig verband als het product van de variabelen x en y steeds hetzelfde is. De formule heeft de vorm $x \times y = c$, waarbij c een constant getal is. De formule kun je ook in andere vormen schrijven, namelijk als $y = \frac{c}{x}$ of als $x = \frac{c}{y}$.

Voorbeeld

x	1	2	4	5	10
y	50	25	12,5	10	5

Het product van de variabelen x en y in deze tabel is steeds 50.

De bijhorende formule is

$$x \times y = 50 \text{ of } y = \frac{50}{x} \text{ of } x = \frac{50}{y}.$$

- 12 Zoek uit in welke van de volgende tabellen x en y omgekeerd evenredig zijn. Geef bij elke tabel ook een bijbehorende formule.

a

x	5	10	15	20
y	24	12	8	6

c

x	2	3	4	5
y	7,5	5	3,75	3

b

x	5	10	15	20
y	12	9	6	3

d

x	5	10	20	40
y	20	10	5	2,5

- 13 De hoogte van verkeersdrempels bepaalt de snelheid waarmee een auto de drempel kan passeren. In de tabel staat het verband tussen de hoogte h van de verkeersdrempel in centimeter en de snelheid v in kilometer per uur van een auto.

h in cm	5	10	15	30
v in km per uur	30	15	10	5

- Wat gebeurt er met de snelheid als de hoogte twee keer zo groot wordt?
- Ga na of de variabelen h en v omgekeerd evenredig zijn.
- Stel een formule op voor het verband tussen h en v .
- Bereken v als $h = 60$.
- Geef opdracht d een bestaande situatie weer?
- Voor welke waarde van v is deze formule niet zinvol meer?

2-3 Wortelformules

- 14a** Neem over en vul in: $\sqrt{9} \times \sqrt{25} = \dots \times \dots = \dots$
- b** Vul in: $\sqrt{(9 \times 25)} = \sqrt{\dots} = \dots$
- c** Wat valt je op aan de antwoorden bij a en b?
- d** Laat zien dat uit $\sqrt{4} \times \sqrt{16}$ hetzelfde komt als uit $\sqrt{(4 \times 16)}$.
- 15a** Bereken $\sqrt{6}$. Rond af op twee decimalen.
- b** Bereken ook bij benadering de uitkomst van $\sqrt{2} \times \sqrt{3}$. Wat valt je op?
- c** Laat door een berekening zien dat $\sqrt{2} \times \sqrt{7} = \sqrt{14}$.
- 16a** Neem over en bereken de uitkomst van $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \frac{\dots}{\dots} = \dots$
- b** Bereken ook $\sqrt{\frac{81}{9}} = \sqrt{\dots} = \dots$. Wat valt je op?
- c** Laat door een berekening zien dat $\frac{\sqrt{625}}{\sqrt{25}} = \sqrt{\frac{625}{25}}$.

Theorie

Wortels kun je met elkaar vermenigvuldigen of op elkaar delen door de getallen die onder het wortelteken staan met elkaar te vermenigvuldigen of op elkaar te delen. Er gelden dan de volgende regels (voor $a \geq 0$ en $b \geq 0$):

$$\sqrt{a} \cdot \sqrt{b} = \sqrt{ab} \text{ en } \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \text{ (met } b \neq 0)$$

Voorbeeld

Schrijf als één wortelvorm.

$$\sqrt{7} \times \sqrt{5} = \sqrt{7 \times 5} = \sqrt{35}$$

$$2\sqrt{3} \times 3\sqrt{6} = 2 \times 3 \times \sqrt{3 \times 6} = 6\sqrt{18}$$

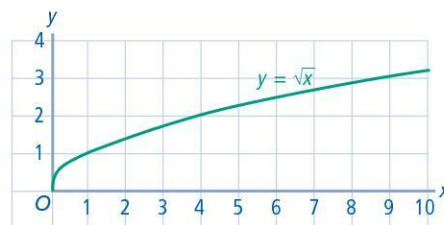
$$\frac{\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = \sqrt{\frac{24}{8}} = \sqrt{3}$$

- 17** Schrijf als één wortel.
- a** $\sqrt{5} \times \sqrt{6} =$ **c** $5\sqrt{11} \times 8\sqrt{2} =$ **e** $\frac{\sqrt{56}}{\sqrt{14}} =$
- b** $\sqrt{3} \times \sqrt{7} =$ **d** $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{6}} =$ **f** $\frac{\sqrt{85}}{\sqrt{17}} =$
- 18a** Vul de tabel in en teken de bijbehorende grafiek.
- b** Leg uit dat de formule $z = \sqrt{A}$ bij de tabel hoort.
- c** Waarom kun je voor A alleen getallen groter dan of gelijk aan 0 invullen?

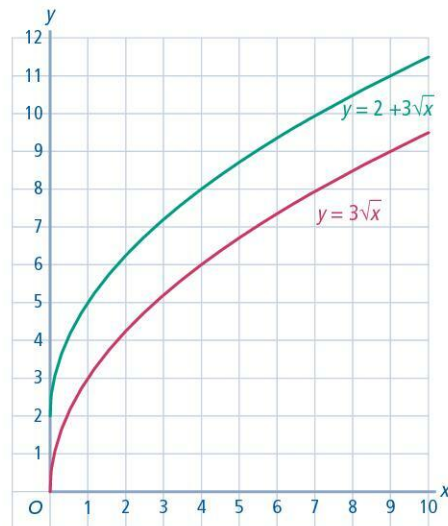
oppervlakte vierkant A	0	1	4	9	16
zijde vierkant z	...	...	...	...	...

Theorie

Een formule waarin de variabele onder het wortelteken staat, noem je een **wortelformule**. De wortel uit een negatief getal bestaat niet. De formule $y = \sqrt{x}$ geeft dus alleen uitkomsten als x groter dan nul of gelijk aan nul is. De grafiek van $y = \sqrt{x}$ begint in het punt $(0, 0)$. Dit punt noem je het **randpunt** van de grafiek.



- 19 Hiernaast zijn de grafieken bij de formules $y = 3\sqrt{x}$ en $y = 2 + 3\sqrt{x}$ getekend.
- Schrijf de coördinaten van het randpunt van de grafiek bij de formule $y = 3\sqrt{x}$ op.
 - Geef ook de coördinaten van het randpunt van de grafiek met de formule $y = 2 + 3\sqrt{x}$.
 - Kijk goed naar de getekende grafieken. Schrijf op waarom de grafiek bij de formule $y = 2 + 3\sqrt{x}$ overall boven de grafiek bij de formule $y = 3\sqrt{x}$ ligt.
 - Hannah wil een grafiek tekenen bij de formule $y = \sqrt{x - 3}$. Ze begint met het maken van een tabel. Met welke waarde voor x moet zij haar tabel beginnen?
 - Schrijf de coördinaten van het randpunt van de grafiek van Hannah op.



- 20 Hiernaast zie je de grafieken bij de onderstaande formules.

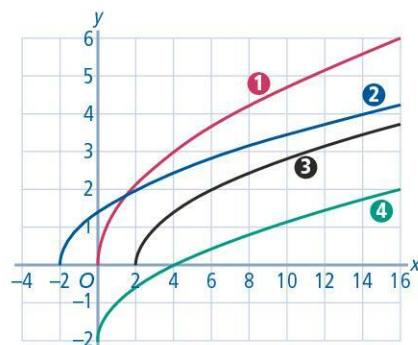
A $y = \sqrt{x + 2}$

C $y = -2 + \sqrt{x}$

B $y = \sqrt{-2 + x}$

D $y = 1\frac{1}{2}\sqrt{x}$

- Schrijf voor elke formule de kleinste waarde op die je voor x kunt invullen.
- Bereken ook bij elke formule de uitkomst bij die kleinste waarde van x .
- Schrijf voor elke formule de coördinaten op van het randpunt.
- Schrijf bij elke formule op welke grafiek erbij hoort.



- 21 Bij aanrijdingen wil de politie weten hoe groot de snelheid van de betrokken auto's was. Er bestaat een formule waarmee je de snelheid kunt berekenen als je de lengte van de remweg weet. Deze formule is $v = 14\sqrt{r}$. Hierbij is v de snelheid in km per uur en r de lengte van de remweg in meters.
- Laat zien dat bij een remweg van 30 meter een snelheid van ongeveer 77 km per uur hoort.
 - Maak een tabel bij de formule. Neem voor r de waarden 0, 10, 20, ..., 70.
 - Teken de grafiek die bij de tabel hoort.
 - Lees uit je grafiek af hoe lang de remweg is bij een snelheid van 55 km per uur.
 - Leg uit waarom je de formule ook kunt schrijven als $v = \sqrt{196r}$.



2-4 Vergelijkingen oplossen

- 22 Femke wil de vergelijking $2x - 8 = -2x + 12$ oplossen. Daarbij moet ze nagaan wat er voor de variabele x in de vergelijking ingevuld moet worden. Ze gebruikt hiervoor de balansmethode door links en rechts hetzelfde te doen.

a Femke vindt het handig om aan beide kanten van de vergelijking $2x$ op te tellen.

Hoeveel houdt ze over als ze $2x$ bij $-2x$ optelt?

b Femke heeft de vergelijking met de optelling opgeschreven.

Wat zal ze onder de vergelijking $4x - 8 = 12$ opschrijven?

c Los de vergelijking verder op.

d Controleer je oplossing door dit getal voor x in te vullen in de vergelijking $2x - 8 = -2x + 12$. Klopt je oplossing?

$$\begin{array}{rcl}
 2x - 8 & = & -2x + 12 \\
 +2x & +2x & \\
 \hline
 4x - 8 & = & 12 \\
 \dots & & \dots \\
 4x & = & \dots \\
 x & = & \dots
 \end{array}$$

- 23 Los de volgende vergelijkingen op de manier van Femke op.

a $10x - 5 = 6x + 19$

c $2x - 13 = -6x + 3$

b $-2p + 10 = 4p - 2$

d $15b + 4 = 25 - 6b$

- 24 Marijke en Andrew moeten de vergelijking

$-4x + 3 = -6x + 9$ oplossen.

Marijke wil links en rechts $4x$ optellen. Andrew wil links en rechts $6x$ optellen.

a Los de vergelijking op de manier van Marijke op.

b Los de vergelijking op de manier van Andrew op.

c Krijg je bij beide manieren dezelfde oplossing?

d Leg uit welke manier jouw voorkeur heeft.

e Controleer door invullen of jouw oplossing klopt.

Aanpak

Hoe los je een vergelijking op waarin de variabele aan beide kanten van het gelijktteken staat?

- 1 Zorg ervoor dat de variabele nog maar aan één kant van het gelijktteken staat. Haal dus aan beide kanten van het gelijktteken hetzelfde eraf of tel hetzelfde erbij op.
- 2 Je houdt dan een vergelijking over met de variabele aan één kant van het gelijktteken. Deze vergelijking kun je op twee manieren oplossen.
 - Doe aan beide kanten van het gelijktteken hetzelfde.
 - Gebruik bordjes.
- 3 Controleer je oplossing.

Voorbeeld

1 $6 + p = -2p + 8$

$$\begin{array}{rcl}
 & +2p & +2p \\
 6 + p & = & -2p + 8 \\
 \hline
 6 + 3p & = & 8
 \end{array}$$

2 Beide kanten hetzelfde

$$\begin{array}{rcl}
 6 + 3p & = & 8 \\
 -6 & -6 & \\
 \hline
 3p & = & 2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{rcl}
 3p & = & 2 \\
 p & = & \frac{2}{3}
 \end{array}$$

2 Met bordje

$$\begin{array}{rcl}
 6 + 3p & = & 8 \\
 \text{op de plek van } 3p & & \\
 \text{moet } 2 \text{ staan} & & \\
 \text{dus } 3p & = & 2 \\
 p & = & \frac{2}{3}
 \end{array}$$

3 Invullen: $6 + \frac{2}{3} = -2 \times \frac{2}{3} + 8$

$$6 \frac{2}{3} = 6 \frac{2}{3} \text{ klopt}$$

25 Los de volgende vergelijkingen op.

a $-2a + 3 = -3a + 7$

c $-2m - 18 = 5m + 17$

b $10 - 5b = 9 - 3b$

d $5x + 13 = 22 - x$

26 Jorik wil de vergelijking $2(5 - x) = 15x - 3(2x + 4)$ oplossen. Hij begint met het wegwerken van de haakjes. Hiernaast zie je welke vergelijking hij dan krijgt.

$2(5 - x) = 15x - 3(2x + 4)$

$10 - 2x = 15x - 6x - 12$

$10 - 2x = \dots - 12$

Daarna gaat hij de gelijksoortige termen samennemen.

a Welke vergelijking krijgt Jorik na het samennemen van de gelijksoortige termen?

b Los de vergelijking verder op.

27 Los de volgende vergelijkingen op.

a $3(2 - x) = 2x + 31$

c $2(3x + 6) - 4x = 6 - 2x$

b $1 + 6p = 24 + 2(p + 3)$

d $28 - 3(x + 6) = 2\left(3x - 5\frac{1}{2}\right) + 3$

28 Gegeven is de formule $y = \sqrt{x - 4}$.

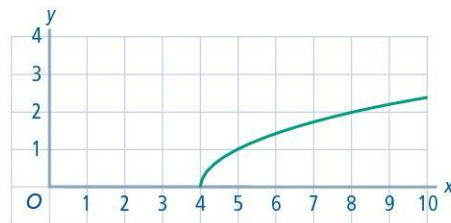
a Wat is de kleinste mogelijke waarde die je voor x kunt invullen?

b Lees uit de grafiek af wat je voor x moet invullen in de vergelijking $\sqrt{x - 4} = 2$.

c Om de coördinaten van het snijpunt met de grafiek van $y = 7$ op te lossen, los je de vergelijking $\sqrt{x - 4} = 7$ op. Leg uit dat $x - 4 = 49$.

d Bereken de waarde van x .

e Geef de coördinaten van het snijpunt van de grafieken $y = \sqrt{x - 4}$ en $y = 7$.



Theorie

Een vergelijking als $\sqrt{125 - 4x} = 7$ met de variabele onder het wortelteken, noem je een **wortelvergelijking**. Oplossen van wortelvergelijkingen doe je meestal met bordjes. Soms moet je de vergelijking eerst vereenvoudigen.

29 In het voorbeeld hiernaast wordt de vergelijking $125 - 4x = 49$ opgelost door een bordje op $4x$ te leggen. Sharon komt met de balansmethode op $-4x = -76$. Leg uit hoe ze daaraan komt en ga na dat ze dezelfde oplossing krijgt.

30 Los de volgende vergelijkingen op.

a $\sqrt{5x + 9} = 13$

c $\sqrt{0,2q - 100} = 11$

b $\sqrt{4a - 12} = 2$

d $\sqrt{\frac{1}{2}d + 16} = 9$

Voorbeeld

Los de vergelijking $\sqrt{125 - 4x} = 7$ op.

Oplossing

Onder het wortelteken moet **49** komen want $\sqrt{49} = 7$ dus $125 - 4x = 49$
nu bordje op **4x** dus $4x = 76$

$$x = 19$$

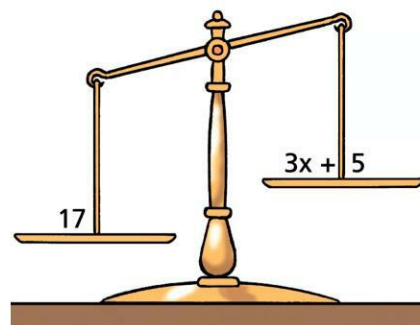
Controle:

$$\sqrt{125 - 4 \times 19} = \sqrt{125 - 76} = \sqrt{49} = 7$$

en dat klopt.

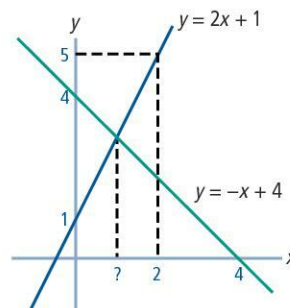
2-5 Ongelijkheden

- 31 Bij de balans zie je dat 17 meer is dan $3x + 5$. Hierbij hoort de ongelijkheid $17 > 3x + 5$. Ella wil de ongelijkheid $17 > 3x + 5$ oplossen.



- a Neem $x = 2$. Is dit een oplossing van de ongelijkheid?
- b Ella heeft de linkerkant van de balans lager getekend dan de rechterkant.
Waarom heeft ze dat gedaan?
- c Kies voor x de getallen 0, 1, 2, 3, 4, 5 en 6 en vul deze getallen in de ongelijkheid in.
Voor welke van deze x -waarden is de stand van de weegschaal zoals je die hiernaast ziet goed?
- d Bij welke waarde van x is de balans in evenwicht?
- e Wat is de oplossing van de ongelijkheid $x > 4$ of $x < 4$?

- 32 Pieter moet nagaan voor welke waarden van x de ongelijkheid $2x + 1 > -x + 4$ klopt. Daarvoor heeft hij eerst de grafieken geschetst van de formules $y = 2x + 1$ en $y = -x + 4$. Daarna lost hij de vergelijking $2x + 1 = -x + 4$ op om de x -waarde van het snijpunt te berekenen.



- a Bereken de x -waarde van het snijpunt van de grafieken.
- b Welke formule heeft bij $x = 2$ de grootste uitkomst?
- c Gebruik de schets om na te gaan voor welke waarde van x de grafiek bij $y = 2x + 1$ hoger ligt dan die bij $y = -x + 4$?
- d Schrijf de oplossing van de ongelijkheid $2x + 1 > -x + 4$ op.

Aanpak

Hoe los je een ongelijkheid op met grafieken?

- 1 Stel een vergelijking op die bij de ongelijkheid past.
- 2 Los deze vergelijking op.
- 3 Teken of schets de bijbehorende grafieken.
- 4 Lees uit de bijbehorende grafieken de oplossing van de ongelijkheid op.

$<$ betekent: kleiner dan
 $>$ betekent: groter dan
 $\leq$ betekent: kleiner dan of gelijk aan
 $\geq$ betekent: groter dan of gelijk aan

Voorbeeld

Los op: $x - 1 < 5 - 2x$

① $x - 1 = 5 - 2x$

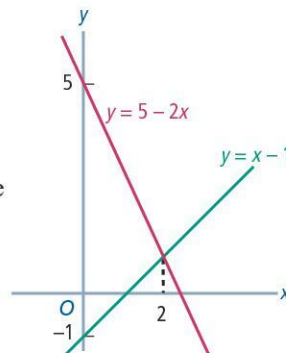
② $3x = 6$

$x = 2$

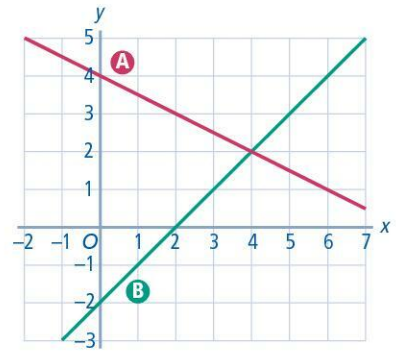
- ③ De grafiek bij $y = x - 1$ is een stijgende lijn die de y -as snijdt in het punt $(0, -1)$. De grafiek bij $y = 5 - 2x$ is een dalende lijn die de y -as snijdt in het punt $(0, 5)$. De schets staat hiernaast.

- ④ Links van $x = 2$ ligt de grafiek bij $y = x - 1$ lager dan de grafiek bij $y = 5 - 2x$.

De oplossing van de ongelijkheid is $x < 2$.

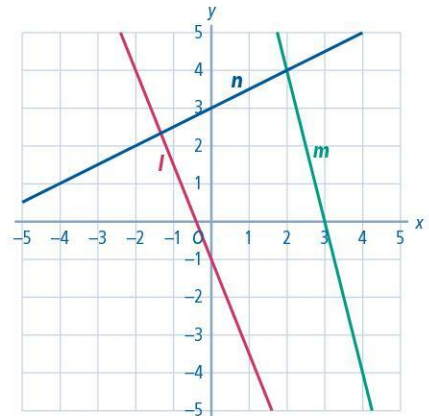


- 33** Getekend zijn de grafieken bij de formules $y = 4 - \frac{1}{2}x$ en $y = x - 2$.
Nu moet de ongelijkheid $4 - \frac{1}{2}x < x - 2$ opgelost worden.
- Ga na welke formule bij grafiek A en welke formule bij grafiek B hoort.
 - Stel de vergelijking op die bij de ongelijkheid past en los die op.
 - Lees uit de tekening af voor welke waarde van x de grafiek bij $y = 4 - \frac{1}{2}x$ lager ligt dan de grafiek bij $y = x - 2$.
 - Welke oplossing heeft de ongelijkheid $4 - \frac{1}{2}x < x - 2$?



- 34** Los de volgende ongelijkheden op.
- $2x + 2 < 4 - x$
 - $2x + 2 > 4$
 - $2x - 1 \leq 1 + x$
 - $7x - 3 > 4x + 9$

- 35** Getekend zijn de grafieken bij de lineaire formules $y = \frac{1}{2}x + 3$, $y = -2\frac{1}{2}x - 1$ en $y = 12 - 4x$.
- Welke grafiek hoort bij de formule $y = \frac{1}{2}x + 3$?
 - Schrijf ook van de andere twee grafieken de bijbehorende formule op.
 - Voor welke waarden van x geldt $12 - 4x < \frac{1}{2}x + 3$?
 - Los op $-2\frac{1}{2}x - 1 > \frac{1}{2}x + 3$.
 - Los ook op $12 - 4x > 6$.



- 36** Meneer Kuin koopt zijn drinkwater bij Vitens. Hij betaalt bij dit bedrijf € 1,28 per m^3 water en een vast bedrag van € 26,- per jaar.
- Schrijf de formule op waarmee meneer Kuin kan berekenen hoeveel euro hij per jaar moet betalen. Gebruik b voor het bedrag en a voor het aantal m^3 water.
 - Meneer Kuin krijgt een aanbieding van Aquapuur. Daar kost het € 1,24 per m^3 water en een vast bedrag van € 50,- per jaar. Met welke formule kan hij uitrekenen hoeveel hij per jaar moet betalen?
 - Met welke vergelijking kan meneer Kuin uitrekenen bij hoeveel m^3 water het niet uitmaakt bij welk bedrijf hij zijn water koopt?
 - Bij welke aantallen m^3 water raad je meneer Kuin aan om op het aanbod van Aquapuur in te gaan?



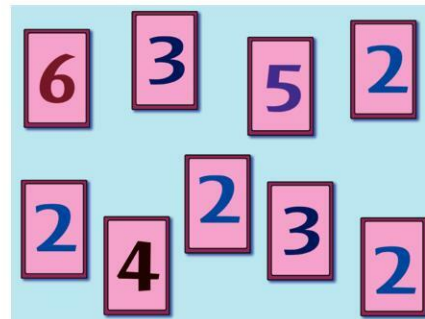


In dit hoofdstuk

3-1	Ontbinden in factoren	32
3-2	Ontbinden van tweetermen	34
3-3	$A \times B = 0$	36
3-4	Ontbinden van drietermen	38
3-5	Kwadratische vergelijkingen	40

3-1 Ontbinden in factoren

- 1 Brian en Natasja spelen een spel met de kaarten hiernaast. Brian kiest zoveel kaarten als hij wil, vermenigvuldigt de getallen op deze kaarten met elkaar en vertelt Natasja de uitkomst daarvan. Natasja probeert daarna te raden welke kaarten Brian heeft gekozen.
 - a Welke uitkomst krijgt Brian met de kaarten 2, 3, 4 en 5?
 - b Welke kaarten heeft Brian gekozen als de uitkomst 45 is?
 - c Kan Brian de uitkomst 28 krijgen?
 - d Geef twee mogelijkheden om de uitkomst 12 te krijgen.
 - e Met vier kaarten krijgt Brian de uitkomst 144. Welke kaarten heeft Brian gekozen?
 - f Op hoeveel manieren kan Brian de uitkomst 20 krijgen?

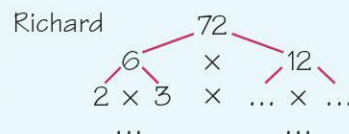


Theorie

Het getal 200 kun je schrijven als het **product van de factoren** 2 en 100 maar ook als het product van de factoren 2, 4 en 25.

- 2 De leerlingen van klas 2A krijgen de opdracht om het getal 72 als een product van zoveel mogelijk factoren te schrijven. De factoren moeten gehele getallen groter dan 1 zijn. Hiernaast zie je hoe Max en Richard dit aanpakken.
 - a Waarom kan Max er niet nog meer factoren van maken?
 - b Controleer dat het product van de factoren bij hem weer 72 oplevert.
 - c Laat zien dat Richard dezelfde factoren vindt als hij doorgaat op de manier van Max.
- 3 Het getal 350 kun je schrijven als het product $2 \times 5 \times 5 \times 7$. Schrijf de volgende getallen als het product van zoveel mogelijke gehele factoren groter dan 1.

a 42	c 240
b 105	d 900



*In plaats van het x-teken wordt vaak een vermenigvuldigpunt gebruikt.
De formule $y \times x = 12$ schrijf je dan als $y \cdot x = 12$.
En $2 \times 5 \times k \times k$ wordt met vermenigvuldigpunten $2 \cdot 5 \cdot k \cdot k$.*

- 4 Hiernaast zie je hoe je de formule $b = 12a^2$ kunt schrijven als een product van factoren. Schrijf de volgende formules als product van zoveel mogelijke gehele factoren groter dan één.

a $p = 14q$	c $w = 30v^2$
b $k = 25q^2$	d $c = 60d$

$$\begin{aligned}
 b &= 12 \cdot a^2 \\
 &= 2 \times 2 \times 3 \times a \times a \\
 b &= 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot a \cdot a
 \end{aligned}$$

- 5 Hiernaast zie je een aantal formules.
Welke van deze formules hebben voor iedere waarde van x dezelfde uitkomst als de formule $r = 6x^2$?
- 6 De formule $r = 18x^2$ is te schrijven als $r = 2x \cdot 9x$
- a Geef nog twee manieren om de formule $r = 18x^2$ te schrijven als product van twee factoren.
- b Schrijf de formule $y = 35x^2$ op drie andere manieren.

$$s = 2x \cdot 3x$$

$$t = 6x$$

$$u = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$$

Theorie

De rechterkant van een formule kun je vaak schrijven als product van twee of meer factoren.
Dit heet **ontbinden in factoren**.

Voorbeeld

$y = 12x^2$ kun je ontbinden in:

$$y = 2x \cdot 6x \text{ of}$$

$$y = 2 \cdot 6x^2 \text{ of}$$

$$y = 3x^2 \cdot 4$$

Er zijn nog meer mogelijkheden.

- 7 Hieronder staan drie mogelijkheden om de rechterkant van de formule $y = 9x^2$ te ontbinden in factoren.
- A $y = 3 \cdot 3x^2$
- B $y = 3x \cdot 3x$
- C $y = 3x^2 \cdot 3x^2$
- a Eén ervan is niet juist. Welke?
- b Geef nog twee andere manieren om de formule $y = 9x^2$ te ontbinden in factoren. Gebruik alleen gehele getallen.
- 8 Vul in.
- a De formule $y = 6x^2$ kun je schrijven als $y = \dots \cdot 3x$
- b De formule $y = 12x^2$ kun je schrijven als $y = 3x \cdot \dots$
- c De formule $y = 24x^2$ kun je schrijven als $y = -12 \cdot \dots$
- d De formule $y = -15x^2$ kun je schrijven als $y = -5x \cdot \dots$
- 9 Gegeven zijn de formules $a = 4p + 12$ en $b = 4(p + 3)$.
Bij deze laatste formule is de rechterkant geschreven als product van factoren.
- a Geef van de laatste formule de bijbehorende factoren.
- b Vul in beide formules voor p de waarde 2 in en bereken de bijbehorende waarden van a en b .
- c Doe dat ook voor $p = 10$ en voor $p = -1$.
- d Laat zien door haakjes wegwerken dat beide formules hetzelfde zijn.
- e Geeft de formule $b = 2(2p + 6)$ ook dezelfde uitkomsten als de formule $a = 4p + 12$? Waarom wel of waarom niet?

3-2 Ontbinden van tweetermen

- 10 De vermenigvuldigtabel hiernaast hoort bij de formule $h = 7a + 21$.
- Vul de vermenigvuldigtabel in.
 - Schrijf de formule $h = 7a + 21$ in de vorm $h = \dots(\dots + \dots)$.

$\times$	$\dots$	$\dots$
7	$7a$	$+21$

- 11 Hiernaast is op drie manieren een begin gemaakt om de tweeterm in de formule $k = 24r - 36$ te ontbinden in factoren.
- Maak de drie manieren af.
 - Bedenk zelf nog een manier waarop je de tweeterm in de formule kunt ontbinden in factoren.

$$\begin{aligned} k &= 2(\dots - \dots) \\ k &= 3(\dots - \dots) \\ k &= 6(\dots - \dots) \end{aligned}$$

Theorie

De rechterkant van de formule $y = 12x + 18$ is een **tweeterm**. De termen $12x$ en 18 bevatten allebei de factor 6. Deze **gemeenschappelijke factor** kun je buiten haakjes halen. Je krijgt dan $y = 6(2x + 3)$. Daarmee is de rechterkant van de formule ontbonden in factoren.

Voorbeeld

$$b = 8a - 28$$

$$\begin{array}{cc} \nearrow & \nwarrow \\ 4 \times 2a & 4 \times 7 \end{array}$$

De gemeenschappelijke factor van $8a$ en 28 is 4.

Je kunt de formule schrijven als $b = 4(2a - 7)$.

- 12 Ontbind de tweetermen in de volgende formules in factoren.
- $h = 4a + 20$ wordt ontbonden $h = 4(a + \dots)$
 - $k = 6t - 33$ wordt ontbonden $k = \dots(2t - 11)$
 - $d = 8h + 12$ wordt ontbonden $d = \dots(2h + \dots)$
- 13 Je kunt de tweeterm in de formule $y = q^2 + 6q$ ontbinden in factoren.
- Vul de vermenigvuldigtabel hiernaast verder in.
 - Hoe ziet de formule $y = q^2 + 6q$ er uit, als de rechterkant daarvan ontbonden is in factoren?
- 14 De rechterkant van de formule $p = 3a^2 + 15a$ is te schrijven als een product van twee factoren.
- Leg uit dat $3a$ de grootste factor is, waar je de termen $3a^2$ en $15a$ door kunt delen.
 - Vul de vermenigvuldigtabel hiernaast in.
 - Vul in: $p = 3a^2 + 15a$ is hetzelfde als $p = \dots(\dots + \dots)$
- 15a Geef de grootste factor waar je de termen $5b^2$ en $15b$ door kunt delen.
- Vul in: $h = 5b^2 - 15b$ is hetzelfde als $h = \dots(b - \dots)$

$\times$	$\dots$	$\dots$
q	q^2	$+6q$

$\times$	$\dots$	$\dots$
$3a$	$3a^2$	$+15a$

$\times$	$\dots$	$\dots$
$\dots$	$5b^2$	$-15b$

Hoe ontbind je een tweeterm in factoren?

- 1 Zoek de grootste factor waar je beide termen door kunt delen.
- 2 Maak een vermenigvuldigtabel, vul de twee termen en de gevonden factor in.
- 3 Vul de ontbrekende factoren in.
- 4 Schrijf de tweeterm als een product van factoren.

Voorbeeld

Ontbind de formule $k = 4t^2 - 12t$ in factoren.

$$4t \times t \quad 4t \times -3$$

1 Je kunt beide termen door $4t$ delen.

×	...	...
$4t$	$4t^2$	$-12t$

2

×	t	-3
$4t$	$4t^2$	$-12t$

3

4 Dit geeft de formule $k = 4t(t - 3)$.

16 Ontbind in factoren.

- | | |
|---------------------|---------------------|
| a $n = a^2 + 7a$ | d $j = 12t^2 - 36t$ |
| b $e = h^2 - 15h$ | e $k = 7p^2 + 63p$ |
| c $q = 15b + 45b^2$ | f $y = 24x^2 - 36x$ |

17 Je kunt de formule $p = -6t^2 + 9t$ ontbinden als $p = 3t(-2t + 3)$, maar ook als $p = -3t(2t - 3)$. Laat zien dat beide ontbindingen juist zijn.

Bij het ontbinden van tweetermen kun je soms ook een factor met een negatief getal gebruiken.

18a Vul de tabel hiernaast in.

- b Vul in: je kunt de rechterkant van de formule $d = -10a + 5$ ontbinden als $d = -5(\dots \dots \dots)$.
- c Schrijf de rechterkant van de volgende formules als een product met een negatieve factor.

- | | |
|------------------|----------------------|
| A $p = -7q + 21$ | C $y = -5x^2 + 15x$ |
| B $r = -6s - 4$ | D $d = -12e + 36e^2$ |

×	...	...
-5	$-10a$	$+5$

19 Thom heeft de formule $j = 18t^2 + 36t$ ontbonden in factoren. Hij krijgt de formule $j = 6t(3t + 6)$.

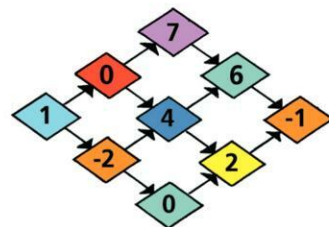
- a Thom kan de termen $3t$ en 6 door een getal delen. Welk getal?
- b Waarom weet je nu dat $6t$ niet de grootste factor is waardoor je $18t^2$ en $36t$ kunt delen?
- c Wat is wel de grootste factor?
- d Ontbind de rechterkant van de formule door de factor te gebruiken die je bij opdracht c hebt gevonden.

20 Ontbind de tweetermen in de volgende formules in factoren.

- | | |
|---------------------|----------------------|
| a $p = 14v - 21$ | d $u = -20s^2 + 10s$ |
| b $n = 18a^2 + 24a$ | e $e = -9h^2 + 63h$ |
| c $c = 32h^2 - 24h$ | f $y = -12x + 30x^2$ |

3-3 $A \times B = 0$

- 21 Kies in de figuur hiernaast een route van links naar rechts. Je komt dan langs vijf getallen.
- Bereken het product van die getallen.
 - Welke route levert het product 48 op?
 - Geef een route die het product nul oplevert.
 - Hoe moet je de route kiezen als je met het product nul wilt eindigen?
 - Hoeveel routes leveren niet het product nul op?



- 22 Gegeven is de formule $y = x^2 - 4x$.
- Vul de tabel hiernaast in.
 - Teken de bijbehorende grafiek. Neem voor x de getallen -1 tot en met 5 .
 - Voor welke waarden van x is de uitkomst van de formule $y = x^2 - 4x$ gelijk aan nul?
 - Laat zien dat je de formule $y = x^2 - 4x$ ook kunt schrijven als $y = x(x - 4)$.
 - Hoe kun je het antwoord bij opdracht c direct uit de vergelijking $x(x - 4) = 0$ aflezen?

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	...	...	...	...

Theorie

Het product van twee factoren is nul als ten minste één van de factoren nul is.

Dus als de vergelijking geschreven is in de vorm $A \times B = 0$, kun je de oplossing vinden door de vergelijkingen $A = 0$ en $B = 0$ op te lossen.

Voorbeeld 1

Los op: $2h(h + 7) = 0$

$$2h = 0 \text{ of } h + 7 = 0$$

$$h = 0 \text{ of } h = -7$$

Voorbeeld 2

Los op: $3x(2x - 4) = 0$

$$3x = 0 \text{ of } 2x - 4 = 0$$

$$x = 0 \text{ of } 2x = 4$$

$$x = 0 \text{ of } x = 2$$

Voorbeeld 3

Los op: $(2x - 1)(x + 7) = 0$

$$2x - 1 = 0 \text{ of } x + 7 = 0$$

$$2x = 1 \text{ of } x = -7$$

$$x = \frac{1}{2} \text{ of } x = -7$$

- 23 Bij de drie vergelijkingen hieronder is een begin gemaakt met het oplossen.
Los deze vergelijkingen verder op.

$$(x + 2)(x - 7) = 0$$

$$x + 2 = 0 \text{ of } x - 7 = 0$$

$$x = \dots \text{ of } x = \dots$$

$$(2m - 7)(m + 4) = 0$$

$$2m - 7 = 0 \text{ of } \dots = 0$$

$$\dots \text{ of } \dots$$

$$3k(k + 4) = 0$$

$$3k = 0 \text{ of } \dots = 0$$

$$\dots \text{ of } \dots$$

24 Los de volgende vergelijkingen op.

a $(x + 15)(x - 2) = 0$

d $(r - 2)(4r - 8) = 0$

b $(3r - 12)(r - 8) = 0$

e $s(s + 13) = 0$

c $(n - 4)(n + 4) = 0$

f $2p(p + 5) = 0$

25 De grafiek hiernaast hoort bij de formule $y = x^2 - 2x$.

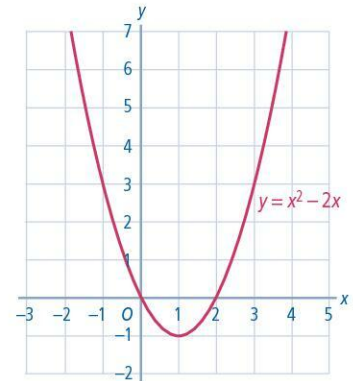
a Bij welke waarden van x snijdt de bijbehorende grafiek de x -as?

b Controleer je antwoord van opdracht a door die waarden van x in te vullen in de formule.

c Welke oplossingen heeft de vergelijking $x^2 - 2x = 0$?

d Joël zegt: 'Als ik $x^2 - 2x = 0$ schrijf als $x(x - 2) = 0$, kan ik meteen zien welke oplossingen er zijn'.

Leg uit hoe Joël dat ziet.



26 Hieronder staan drie manieren om de vergelijking

$$4a^2 + 12a = 0$$

verder op te lossen. Laat zien dat de drie manieren dezelfde oplossingen geven.

$$a(4a + 12) = 0$$

$$a = 0 \text{ of } \dots$$

$$2a(2a + 6) = 0$$

$$\dots$$

$$4a(a + 3) = 0$$

$$\dots$$

Theorie

Vaak moet je een kwadratische vergelijking oplossen die nog niet geschreven is in de vorm $A \times B = 0$. Door eerst te ontbinden in factoren kun je wel de vorm $A \times B = 0$ krijgen. Daarna kun je de vergelijking oplossen.

Voorbeeld

Los op: $5x^2 + 4x = 0$

$$x(5x + 4) = 0$$

$$x = 0 \text{ of } 5x + 4 = 0$$

$$x = 0 \text{ of } 5x = -4$$

$$x = 0 \text{ of } x = -\frac{4}{5}$$

27 Los de volgende vergelijkingen op.

a $x^2 + 4x = 0$

d $-t^2 - 7t = 0$

b $-10g^2 + 4g = 0$

e $3x^2 - 12x = 0$

c $2n^2 + 30n = 0$

f $h^2 - 2h = 0$

28 Job moet de vergelijking $x(x - 2) = 8$ oplossen. Hij zegt: 'Dan geldt $x = 8$ of $x - 2 = 8$ '.

a Reken na welke oplossingen Job zo vindt.

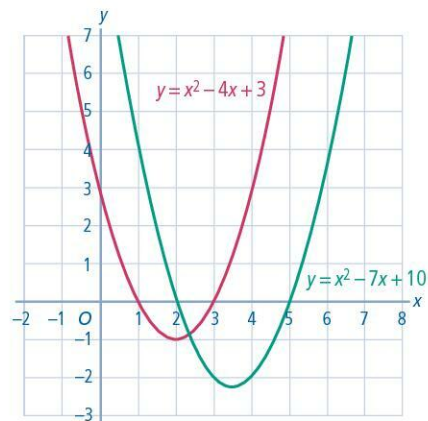
b Laat zien dat zijn oplossingen niet juist zijn.

c Welke denkfout heeft Job gemaakt?

d Waarom kun je de vergelijking $x(x - 2) = 0$ wel oplossen?

3-4 Ontbinden van drietermen

- 29a** Los de vergelijking $(x - 3)(x + 2) = 0$ op.
- b** Waarom kun je de vergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$ nog niet oplossen?
- c** Hiernaast staat de parabool die hoort bij de formule $y = x^2 - 4x + 3$. Deze parabool heeft twee snijpunten met de horizontale as.
- Lees de x -coördinaten van deze snijpunten af uit de grafiek.
- d** Leg uit dat je deze x -coördinaten kunt berekenen als je de vergelijking $x^2 - 4x + 3 = 0$ op zou kunnen lossen.
- e** Werk bij de vergelijking $(x - 1)(x - 3) = 0$ de haakjes weg en laat zien dat je deze kunt schrijven als $x^2 - 4x + 3 = 0$.
- f** De parabool bij de formule $y = x^2 - 7x + 10$ snijdt de horizontale as ook in twee punten.
- Lees de x -coördinaten van die snijpunten af.
- g** Vul in: de formule $y = x^2 - 7x + 10$ kun je ook schrijven als $y = (x - \dots)(x - \dots)$.



Theorie

De rechterkant van de formule $y = x^2 - 8x + 12$ is een **drieterm**. Ook een formule met een drieterm kun je schrijven als een product van factoren.

Voorbeeld

De formule $y = x^2 - 8x + 12$ kun je schrijven als $y = (x - 6)(x - 2)$ of als $y = (x - 2)(x - 6)$.

- 30** Met de tabel hiernaast zie je dat je de drieterm in de formule $y = x^2 + 14x + 33$ kunt ontbinden in factoren. Je krijgt dan de formule $y = (x + 3)(x + 11)$.
- a** Controleer dat deze twee formules hetzelfde zijn.
- b** Hoe kun je het getal 14 uit de formule $y = x^2 + 14x + 33$ met de getallen 3 en 11 uit de formule $y = (x + 3)(x + 11)$ maken? Hoe zie je dat aan de vermenigvuldigtabel?
- c** Hoe kun je 33 uit de getallen 3 en 11 maken?
- 31** Jos gaat de drieterm in $y = x^2 + 7x + 10$ schrijven als een product van factoren in de vorm $y = (x + \dots)(x + \dots)$. Hij gebruikt daarbij de tabellen hiernaast.
- a** Waarom staat in de twee tabellen hiernaast het getal +10 rechtsonder?
- b** Welke van deze tabellen past bij de formule $y = x^2 + 7x + 10$? Leg uit.
- c** Ontbind de drieterm in $y = x^2 + 7x + 10$ in factoren.

x	x	+11
x	x^2	$+11x$
+3	$+3x$	+33

samen $14x$

x	x	+10
x	x^2	...
+1	...	+10

samen $+7x$?

x	x	+5
x	x^2	...
+2	...	+10

samen $+7x$?

- 32 Bij de drieterm in de formule $y = x^2 + 2x - 3$ kun je de twee tabellen hiernaast maken.

- a Welke tabel past bij de drieterm in de formule $y = x^2 + 2x - 3$?
- b Ontbind de drieterm in de formule $y = x^2 + 2x - 3$ in factoren.

$\times$	x	-3
x	x^2	...
$+1$	...	-3

samen $+2x$?

$\times$	x	$+3$
x	x^2	...
-1	...	-3

samen $+2x$?

- 33 Om de drieterm in de formule $y = x^2 + 2x - 80$ te schrijven in de vorm $y = (x + \dots)(x + \dots)$ moeten de twee getallen op de puntjes als product -80 opleveren. Er zijn veel mogelijkheden. Kijk maar naar het overzicht hiernaast.
- a Neem dit overzicht over en maak het af.
- b Van welke twee getallen is de som $+2$?
- c Ontbind $y = x^2 + 2x - 80$ in factoren.

product	getallen	som
-80	1 en -80	-79
-80	2 en -40	-38
-80	4 en -20	...
...	...	...
-80	80 en -1	...

Aanpak

Hoe ontbind je een drieterm in factoren?

- 1 Stel vast naar welk product en welke som je zoekt.
- 2 Maak een overzicht van alle mogelijkheden waarmee je het gezochte product kunt krijgen.
- 3 Kijk bij welke getallen de gezochte som hoort.
- 4 Schrijf de drieterm als een product van factoren.

- 34 Ontbind de drietermen in de formules in factoren.

- a $p = a^2 + 7b + 10$ e $y = g^2 - 8g + 12$
- b $k = q^2 + 10q + 16$ f $q = x^2 - 6x + 5$
- c $b = d^2 + 5d + 4$ g $h = e^2 - 3e - 10$
- d $w = p^2 + 12p + 20$ h $r = m^2 + 3m - 10$

- 35 Ontbind de formules in factoren.

- a $y = x^2 + 7x + 12$ e $y = x^2 - 7x + 12$
- b $r = d^2 + 14d + 24$ f $n = t^2 + 6t - 40$
- c $p = q^2 + q - 56$ g $v = c^2 - c - 30$
- d $e = w^2 + 6w + 9$ h $e = w^2 + 4w - 21$

- 36 Ontbind de twee- of drietermen in de formules in factoren.

- a $k = 2a^2 + 4a$ d $q = b^2 + 13b + 12$
- b $b = 3q^2 - 5q$ e $p = x^2 - 10x + 25$
- c $w = 10k^2 + 15k$ f $w = d^2 + 6x - 16$

Voorbeeld

Ontbind de drieterm van $y = x^2 - 6x + 8$ in factoren.

- 1 Het product is 8 en de som is -6 .

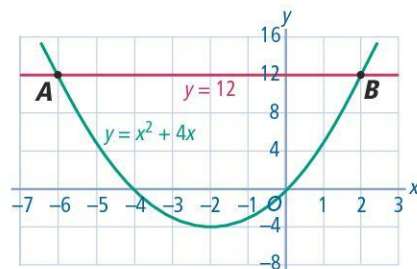
2

product	getallen	som
$+8$	8 en 1	$+9$
$+8$	-8 en -1	-9
$+8$	4 en 2	$+6$
$+8$	-4 en -2	-6

- 3 Met de getallen -4 en -2 vind je het product 8 en de som -6 .
- 4 De formule wordt dus:
 $y = (x - 4)(x - 2)$.

3-5 Kwadratische vergelijkingen

- 37a** Waarom heten de zes vergelijkingen hieronder kwadratische vergelijkingen?
- | | |
|------------------------|-----------------------|
| 1 $a^2 + 8a + 7 = 0$ | 4 $d^2 + 5d - 14 = 0$ |
| 2 $b^2 - 5b + 6 = 0$ | 5 $e^2 + 4e - 21 = 0$ |
| 3 $c^2 + 13c + 36 = 0$ | 6 $g^2 - g - 30 = 0$ |
- b** Ontbind de vergelijkingen in factoren.
c Los de zo verkregen vergelijkingen op.
- 38** Sven lost de vergelijking $(x - 3)(x - 4) = 6$ op. Hij zegt: 'Dan geldt $x - 3 = 6$ of $x - 4 = 6$ '.
- a** Reken na welke oplossingen Sven zo vindt.
b Laat zien dat zijn oplossingen niet juist zijn en geef aan welke denkfout hij maakt.
- 39a** Los de vergelijking $x^2 + 4x = 0$ op.
b Geef de betekenis van deze oplossing voor de grafiek bij de formule $y = x^2 + 4x$.
- 40** De horizontale lijn $y = 12$ snijdt de grafiek bij de formule $y = x^2 + 4x$ in de punten *A* en *B*. Celine wil de coördinaten van de twee punten berekenen. Om de x -coördinaten hiervan te berekenen gebruikt ze de vergelijking $x^2 + 4x = 12$.
- a** Waarom kun je bij het berekenen van de x -coördinaten de vergelijking $x(x + 4) = 12$ niet gebruiken?
b Om de vergelijking $x^2 + 4x = 12$ op te lossen trekt Celine links en rechts van het gelijkteken 12 af. Ze krijgt dan de vergelijking $x^2 + 4x - 12 = 0$.
 Los deze vergelijking op.
c Schrijf de coördinaten van de punten *A* en *B* op en controleer die in de getekende grafiek.



Theorie

Kwadratische vergelijkingen staan niet altijd direct in een vorm waarin je door ontbinden in factoren een oplossing kunt vinden. Je moet dan eerst **op nul herleiden**. Dat betekent dat je links en rechts van het gelijkteken hetzelfde erbij doet of eraf haalt zodat je aan één kant van de vergelijking het getal nul krijgt.

Voorbeeld 1

Los op: $q^2 - 17q = -60$

links en rechts + 60 $q^2 - 17q + 60 = 0$
 ontbinden in factoren $(q - 5)(q - 12) = 0$
 $q - 5 = 0$ of $q - 12 = 0$
 $q = 5$ of $q = 12$

Voorbeeld 2

Los op: $k^2 - 18 = 7k$

links en rechts $-7k$ $k^2 - 7k - 18 = 0$
 ontbinden in factoren $(k + 2)(k - 9) = 0$
 $k + 2 = 0$ of $k - 9 = 0$
 $k = -2$ of $k = 9$

41 Los de volgende vergelijkingen op door ze eerst op nul te herleiden en daarna te ontbinden in factoren.

- | | |
|--------------------------|---------------------------|
| a $x^2 - 2x = 8$ | e $e^2 - 10e = 11$ |
| b $a^2 + 2a = 35$ | f $c^2 - 3c = 18$ |
| c $d^2 - 5d = -6$ | g $p^2 + 4 = -5p$ |
| d $b^2 - 8b = 9$ | h $3a^2 - 33a = 0$ |

- 42a** Welke vergelijkingen hiernaast kun je met een bordje oplossen?
- b** Welke vergelijkingen hiernaast moet je eerst op nul herleiden om op te kunnen lossen?
- c** Herleid die vergelijkingen op nul.
- d** Bij welke vergelijkingen kun je nu een tweeterm ontbinden? Ontbind die tweetermen in factoren.
- e** Bij welke vergelijkingen kun je een drieterm ontbinden? Ontbind de drietermen in factoren.
- f** Los nu alle vergelijkingen verder op.

- A $3p^2 - 9p = 0$
 B $t^2 + 6t = -8$
 C $(q+1)(5q-8) = 0$
 D $x^2 + 5 = 86$
 E $k^2 - 8 = 2k$
 F $2v(v+9) = 0$
 G $h^2 = -9h$
 H $b^2 - 9 = 0$

Aanpak

Hoe los je een kwadratische vergelijking op?

- 1 Kijk of je de vergelijking kunt oplossen met bordjes.
- 2 Indien dat niet mogelijk is, herleid dan de vergelijking op nul.
- 3 Ontbind de tweeterm of drieterm die in de vergelijking staat in factoren.
- 4 Los de vergelijking verder op met de regel:
als $A \times B = 0$, dan geldt $A = 0$ of $B = 0$.

Voorbeeld 1

- 1** $(x+6)^2 = 49$
 $7^2 = 49$ en $(-7)^2 = 49$
 $x+6 = 7$ of $x+6 = -7$
 $x = 1$ of $x = -13$

Voorbeeld 2

- 1** $x^2 + 8x - 18 = x$
2 $x^2 + 7x - 18 = 0$
3 $(x-2)(x+9) = 0$
4 $x-2 = 0$ of $x+9 = 0$
 dus $x = 2$ of $x = -9$

Voorbeeld 3

- $(x+6)(5x-7) = 0$
 Vergelijking is al op nul herleid en ontbonden in factoren dus:
4 $x+6 = 0$ of $5x-7 = 0$
 $x = -6$ of $5x = 7$
 $x = -6$ of $x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$

43 Los de volgende vergelijkingen op.

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| a $n^2 = 196$ | f $h^2 + 5 = -6h$ |
| b $b^2 - 12b = 0$ | g $5d^2 - 15d = 0$ |
| c $4c(c-8) = 0$ | h $i^2 + 2i = 8$ |
| d $r^2 = 9$ | i $a^2 - 12a = -20$ |
| e $g^2 - 3g = 4$ | j $(e+6)(2e+6) = 0$ |



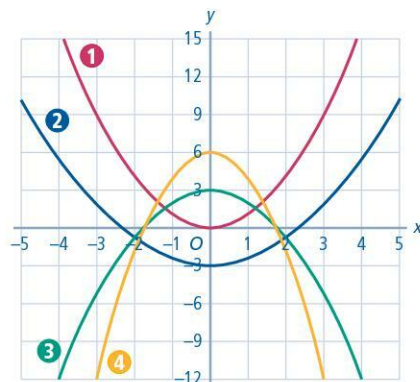
In dit hoofdstuk

4-1	Parabolen	44
4-2	Drie vormen van kwadratische formules	46
4-3	De <i>abc</i> -formule	48
4-4	De discriminant gebruiken	50
4-5	Vergelijkingen oplossen	52

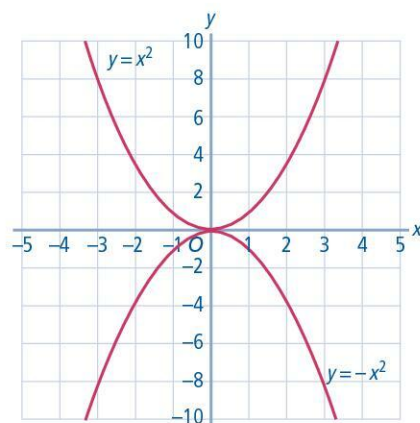


4-1 Parabolen

- 1 Hiernaast staan vier parabolen getekend.
 - a Schrijf van elke parabool de coördinaten van de top op.
 - b Geef ook aan of het een dalparabool of een bergparabool is.
 - c Welke formule past bij grafiek 1, $y = x^2$ of $y = -x^2$?
Verklaar je antwoord.
 - d Bij de andere parabolen horen de formules: $y = -2x^2 + 6$,
 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ en $y = -x^2 + 3$.
Schrijf bij de parabolen de juiste formule op.

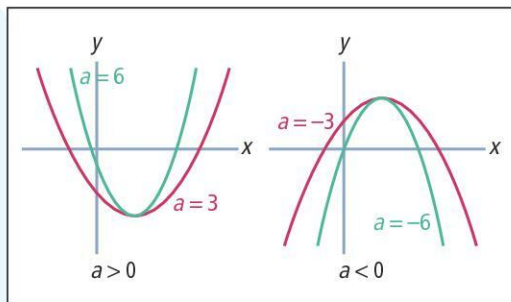


- 2 Hiernaast zie je de grafieken bij de formules $y = x^2$ en $y = -x^2$.
 - a Neem de grafieken over en teken in hetzelfde assenstelsel de grafieken bij de formules $y = \frac{1}{2}x^2$ en $y = 3x^2$.
 - b Welk van de vier grafieken loopt het steilste?
 - c Hoort hier de breedste of juist de smalste grafiek bij?
 - d Teken in hetzelfde assenstelsel ook de grafieken bij de formules $y = -\frac{1}{2}x^2$ en $y = -2x^2$.
 - e Hoe kun je aan de formule zien of de grafiek een bergparabool of een dalparabool is?
 - f Hoe kun je aan twee formules zien dat de grafiek bij de ene formule steiler loopt dan de grafiek bij de andere formule?



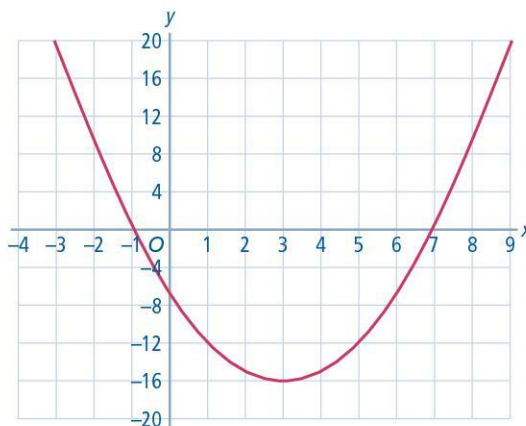
Theorie

Bij de kwadratische formule $y = ax^2 + bx + c$ bepaalt het getal a de **vorm van de parabool**. Bij $a < 0$ hoort een bergparabool en bij $a > 0$ hoort een dalparabool. Bij $a = 6$ loopt de grafiek steiler dan bij $a = 3$. Hierdoor is de parabool bij $a = 6$ smaller dan de parabool bij $a = 3$. Net zo is de parabool bij $a = -6$ smaller dan de parabool bij $a = -3$, omdat bij $a = -6$ de grafiek steiler loopt dan bij $a = -3$.



- 3 Geef van elk van de onderstaande formules aan of de bijbehorende grafiek een dalparabool of een bergparabool is. Schrijf op of deze parabool smaller dan, breder dan of even breed als de parabool bij de formule $y = 2x^2$ is.
 - a $y = 3x^2$
 - b $y = \frac{1}{2}x^2$
 - c $y = -x^2$
 - d $y = -4x^2$
 - e $y = 0,4x^2 - 4$
 - f $y = 3 - 2x^2$

- 4 Getekend is de grafiek bij de formule $y = x^2 - 6x - 7$.
- Bereken de waarde van y bij $x = 0$?
 - Leg uit dat je in opdracht a de y -coördinaat van het snijpunt met de verticale as hebt berekend.
 - Los de vergelijking $x^2 - 6x - 7 = 0$ op door ontbinden in factoren.
 - Leg uit dat de oplossingen van opdracht a de x -coördinaten van de snijpunten met de horizontale as zijn.
 - Laat zien dat de parabool bij de formule $y = 2x^2 - 8$ de x -as snijdt in de punten $(-2, 0)$ en $(2, 0)$.
 - In welk punt snijdt de parabool de y -as?
 - Waarom ligt bij top van de parabool bij de formule $y = 2x^2 - 8$ op de y -as?



Theorie

Bij kwadratische formules van de vorm $y = ax^2 + bx + c$ geeft het getal c aan waar de bijbehorende grafiek de y -as snijdt.

In het geval dat $b = 0$ krijgt de formule de vorm $y = ax^2 + c$.

Bij $y = ax^2 + c$ ligt de top van de grafiek op de y -as. Het getal c geeft aan waar op de y -as de top van de grafiek ligt.

De coördinaten van de top zijn dan $(0, c)$.

Voorbeeld

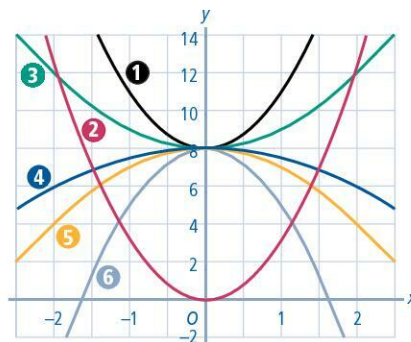
De grafiek van de formule $y = 3x^2 - 5x + 11$ snijdt de y -as in het punt $(0, 11)$.

De grafiek van de formule $y = 2x^2 - 5$ heeft als top $(0, -5)$.

- 5 Zoek bij iedere formule de juiste parabool hiernaast.

- | | |
|------------------|---------------------|
| a $y = 3x^2 + 8$ | d $y = 3x^2$ |
| b $y = x^2 + 8$ | e $y = -3x^2 + 8$ |
| c $y = -x^2 + 8$ | f $y = -0,5x^2 + 8$ |

- 6a In welke punten snijdt de grafiek van de formule $y = 2x^2 - 8x$ de x -as?
- b En in welk punt snijdt de grafiek de y -as?
- c Vul de onderstaande tabel in.



	dallbergparabool	snijpunten x -as	snijpunt y -as	coördinaten top
$y = -0,5x^2 + 8$	...	...	...	...
$y = x^2 + 6x$	...	...	...	...
$y = 2x^2 - 8$	...	...	...	...
$y = x^2 - x - 30$	...	...	...	...

4-2 Drie vormen van kwadratische formules

- 7 Gegeven zijn de drie formules A: $y = 2x^2 + 8x + 6$,
B: $y = 2(x + 3)(x + 1)$ en C: $y = 2(x + 2)^2 - 2$.
- a Is de grafiek bij formule A een dal- of een bergparabool?
- b Werk in formule B de haakjes weg en geef aan of de grafiek bij formule B een dalparabool of een bergparabool is.
- c Formule C is te schrijven als $y = 2(x + 2)(x + 2) - 2$.
Werk in deze formule de haakjes weg en geef aan of de grafiek bij formule C een dalparabool of een bergparabool is.
- d Wat valt je op als je de drie formules met elkaar vergelijkt?

Theorie

Formules als $y = a(x - s)(x - t)$ en $y = a(x - p)^2 + q$ zijn, net als formules zoals $y = ax^2 + bx + c$, **vormen van kwadratische formules**.

Door haakjes weg te werken zijn formules van de vorm $y = a(x - s)(x - t)$ en $y = a(x - p)^2 + q$ te schrijven in de vorm $y = ax^2 + bx + c$.

Voorbeeld

De formule $y = -2(x + 3)(x - 4)$ zonder haakjes geschreven geeft
 $y = -2(x^2 - x - 12)$ oftewel
 $y = -2x^2 + 2x + 24$.

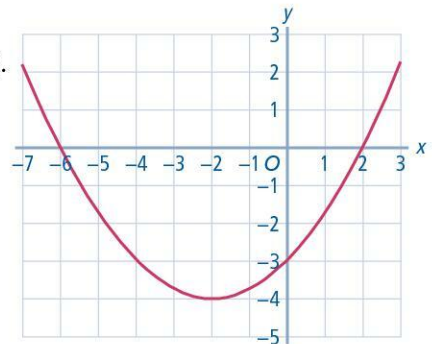
De grafiek is een bergparabool.

De formule $y = 2(x + 3)^2 + 4$ zonder haakjes geschreven geeft
 $y = 2(x^2 + 6x + 9) + 4$ oftewel
 $y = 2x^2 + 12x + 22$.

De grafiek is een dalparabool.

- 8 Geef bij de onderstaande formules aan of de bijbehorende grafiek een dal- of een bergparabool is. Vermeld ook of die grafiek breder of smaller is dan de grafiek van $y = x^2$.
- a $y = (x + 1)(x - 2)$ c $y = -0,5(x + 2)(x - 1)$
- b $y = -2(x - 2)^2 + 4$ d $y = -\frac{1}{4}(x + 1)^2 + 3$
- 9a Waarom is het voor het oplossen van deze vergelijking $3(x - 2)(x + 3) = 0$ niet nodig om de haakjes weg te werken?
- b In de berekening hiernaast is een begin gemaakt met het oplossen van deze vergelijking.
Maak deze berekening af.
- c Geef de coördinaten van de snijpunten van de grafiek bij de formule $y = 3(x - 2)(x + 3)$ met de x -as.
- d Leg met behulp van het antwoord van opdracht c uit dat $x = -0,5$ de x -coördinaat van de top is.
- e Bereken de y -coördinaat van de top.
- 10 Hiernaast zie je de grafiek bij de formule $y = 0,25(x - 2)(x + 6)$.
- a Lees uit de grafiek de coördinaten van de snijpunten met de x -as af.
- b Bart zegt: 'Ik kan de x -coördinaten van de snijpunten met de x -as direct uit de formule aflezen. Daarvoor geldt namelijk $x - 2 = 0$ of $x + 6 = 0$, dus $x = \dots$ of $x = \dots$ '.
Maak de redenering van Bart af.
- c Geef van de grafieken bij de formules A: $y = (x + 3)(x + 5)$ en B: $y = 2(x + 7)(x - 9)$ de coördinaten van de snijpunten met de x -as en de coördinaten van de toppen.

Los op $3(x - 2)(x + 3) = 0$.
 $(x - 2)(x + 3) = 0$ delen door 3
 $x - 2 = 0$ of $\dots$
 $x = \dots$ of $x = \dots$



- 11** Gegeven is de formule $y = (x + 2)^2 + 5$.
- Laat zien dat voor $x = -10$ geldt dat $y = 69$.
 - Leg uit dat de bijbehorende grafiek een dalparabool is.
 - Laat zien dat de parabool geen snijpunten met de x -as heeft.
 - De top van de parabool kun je nu niet aan de hand van de snijpunten met de x -as vinden. De top van de parabool kun je echter ook uit de formule $y = (x + 2)^2 + 5$ afleiden.
Gebruik de redenering op het blaadje hiernaast om de coördinaten van de top van de grafiek te vinden.
- 12** Gegeven is de formule $y = -(x - 3)^2 + 4$.
- Wat is de grootste mogelijke uitkomst van deze formule?
 - Geef de coördinaten van de top van de grafiek.
 - De grafiek bij de formule heeft twee snijpunten met de x -as. Geef de coördinaten van deze snijpunten.
 - Teken de grafiek bij de formule.

Theorie

Uit kwadratische formules van de vorm $y = a(x - s)(x - t)$ kun je de snijpunten van de bijbehorende grafiek met de x -as vinden. Deze zijn $(s, 0)$ en $(t, 0)$. Daardoor zijn ook de symmetrieas en de coördinaten van de top snel te vinden. Uit kwadratische formules van de vorm $y = a(x - p)^2 + q$ kun je de coördinaten van de top van de bijbehorende grafiek afleiden. De coördinaten van de top zijn (p, q) .

- 13** Gegeven zijn de volgende vier formules.
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| A $y = (x + 9)(x + 11)$ | C $y = -3(x - 6)(x + 7)$ |
| B $y = (x - 8)^2 - 4$ | D $y = -2(x + 5)^2$ |
- Bij welke formules kun je de snijpunten van de parabool met de x -as uit de formule vinden?
 - Geef de coördinaten van deze snijpunten.
 - Bij welke formules kun je de top van de parabool uit de formule afleiden?
 - Geef bij deze formules de coördinaten van de top.
- 14** Zoek bij iedere formule de juiste parabool hiernaast.
- $y = \frac{1}{4}(x + 3)(x - 2)$
 - $y = -(x + 2)^2 + 1$
 - $y = \frac{1}{2}(x - 1)^2$
 - $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + 4$

De kleinste mogelijke uitkomst van

$y = (x + 2)^2 + 5$ is 5.

Deze uitkomst krijg je als $(x + 2)^2 = 0$, dus als $x + 2 = 0$, oftewel $x = \dots$

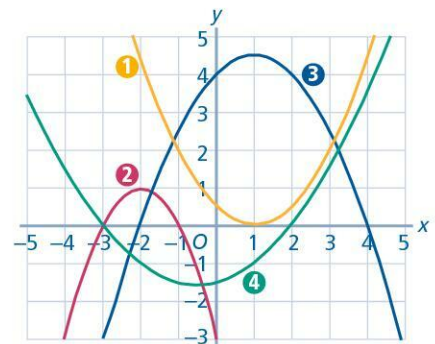
Invullen van deze waarde van x in de formule geeft $y = \dots$

De coördinaten van de top zijn $(\dots, \dots)$.

Voorbeeld

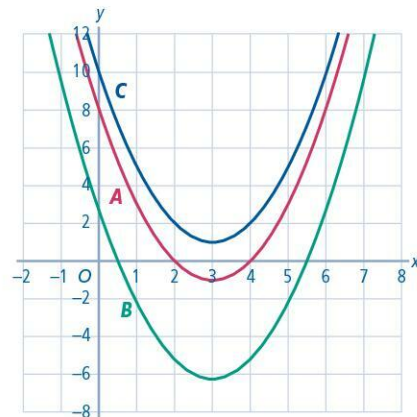
De coördinaten van de snijpunten van de grafiek bij de formule $y = -3(x + 2)(x - 1)$ met de x -as zijn $(-2, 0)$ en $(1, 0)$.

De coördinaten van de top van de grafiek bij de formule $y = 4(x + 5)^2 + 7$ zijn $(-5, 7)$.



4-3 De *abc*-formule

- 15 Hiernaast zijn de grafieken getekend bij de formules
 A: $y = x^2 - 6x + 8$, B: $y = x^2 - 6x + 2,75$ en
 C: $y = x^2 - 6x + 10$.
- a Los de vergelijking $x^2 - 6x + 8 = 0$ op met behulp van ontbinden in factoren en bereken daarmee de coördinaten van de snijpunten van grafiek A met de x -as.
- b Hoe zie je in de grafiek hiernaast dat de vergelijking $x^2 - 6x + 10 = 0$ geen oplossingen heeft?
- c Iris moet de vergelijking $x^2 - 6x + 2,75 = 0$ oplossen. Waarom lukt dat niet met ontbinden in factoren?
- d Iris leest af dat de vergelijking $x^2 - 6x + 2,75 = 0$ als oplossingen $x = 0,5$ en $x = 5,5$ heeft. Ga na door invullen in de formule of dat klopt.



Theorie

Niet elke kwadratische vergelijking is met behulp van ontbinden in factoren op te lossen. Met de **abc-formule** kun je een kwadratische vergelijking oplossen. De oplossingen van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ zijn

$$x = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{of} \quad x = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}.$$

De *abc*-formule schrijf je vaak korter door D te schrijven in plaats van $b^2 - 4ac$. De oplossingen van de kwadratische

vergelijking worden dan $x = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$ of $x = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

met $D = b^2 - 4ac$.

D heet de **discriminant** van de vergelijking.

Je kunt niet de wortel uit een negatief getal trekken.

Daarom vind je alleen oplossingen als $D \geq 0$.

Voorbeeld

$$2x^2 + x - 5 = 0$$

$$a = 2 \quad b = 1 \quad c = -5$$

Eerst D berekenen.

$$D = 1^2 - 4 \times 2 \times -5$$

$$D = 1 + 40 = 41$$

Dan verder met de *abc*-formule.

$$x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{2 \times 2} \quad \text{of} \quad x = \frac{-1 - \sqrt{41}}{2 \times 2}$$

De exacte antwoorden zijn

$$x = \frac{-1 + \sqrt{41}}{4} \quad \text{of} \quad x = \frac{-1 - \sqrt{41}}{4}$$

De benaderingen zijn

$$x \approx 1,35 \quad \text{of} \quad x \approx -1,85$$

- 16 Onno heeft het voorbeeld hierboven met zijn rekenmachine nagerekend. Hij heeft de eerste oplossing als volgt ingetikt:

$$- \quad 1 \quad + \quad \sqrt{\quad} \quad 41 \quad \div \quad 4 \quad =$$

Krijgt Onno zo het goede antwoord?

Zo nee, wat doet Onno fout?

- 17a Hiernaast zie je hoe Maarten begint met het oplossen van $3p^2 + 7p + 2 = 0$.
 Neem het blaadje hiernaast over en vul het verder in.
- b Controleer met je rekenmachine of de door jou gevonden oplossingen goed zijn.

$$3p^2 + 7p + 2 = 0 \quad a = \dots \quad b = \dots \quad c = \dots$$

$$D = \dots^2 - 4 \times \dots \times \dots$$

$$p = \frac{\dots + \sqrt{\dots}}{2 \times \dots} \quad \text{of} \quad p = \frac{\dots - \sqrt{\dots}}{\dots}$$

$$p = \dots \quad \text{of} \quad p = \dots$$

- 18 Gegeven is de vergelijking $5x^2 - 6x + 1 = 0$.
- Laat zien dat $D = 16$.
 - Latifa tikt voor de eerste oplossing in $(6 + \sqrt{16}) : 2 \times 5$. Wat doet ze fout?
 - Verbeter de fout van Latifa en laat zien dat de eerste oplossing gelijk is aan 1.
 - Bereken nu ook de tweede oplossing.
- 19 Rob gaat de vergelijking $x^2 - 5x + 3 = 0$ met de abc -formule oplossen.
- Geef de waarden van de getallen a , b en c .
 - Vul het blaadje hiernaast verder in. Rond je antwoorden af op twee decimalen.
 - Los de vergelijking $-x^2 - 4x + 12 = 0$ op dezelfde manier op.

$a = \dots$ $b = \dots$ $c = \dots$

$$D = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 3 = \dots$$

$$x = \frac{\dots + \sqrt{\dots}}{\dots} \quad \text{of} \quad x = \frac{\dots - \sqrt{\dots}}{\dots}$$

$$x = \dots \quad \text{of} \quad x = \dots$$

Aanpak

Hoe los je met de abc -formule een vergelijking van de vorm $ax^2 + bx + c = 0$ op?

- Schrijf de getallen a , b en c op.
- Bereken de discriminant $D = b^2 - 4ac$.
- Vul de abc -formule verder in.

- 20 Los de volgende vergelijkingen op met de abc -formule. Rond je antwoord indien nodig af op twee decimalen.
- | | |
|--------------------------------|--|
| a $y^2 + 3y + 2 = 0$ | e $-2x^2 + 2x + 3 = 0$ |
| b $2p^2 - p - 6 = 0$ | f $5x^2 - 6x + 1 = 0$ |
| c $\frac{1}{2}t^2 - t - 3 = 0$ | g $\frac{1}{4}k^2 - 2k + 1\frac{1}{2} = 0$ |
| d $-v^2 + 2v + 2 = 0$ | h $9y^2 - 6y - 1 = 0$ |

- 21 Lars gooit van een steile rots een steen omhoog, die vervolgens in de afgrond valt. De formule die hierbij hoort is $h = -a^2 + 6a + 55$. Hierbij is h de hoogte in meters van de steen vanaf de grond en a het aantal meters vanaf de voet van de rots.
- Hoe hoog is de rots waar Lars op staat?
 - Op hoeveel meter vanaf de voet van de rots komt de steen op de grond?
 - Welke maximale hoogte bereikt de steen?

Voorbeeld

Los op: $-\frac{1}{2}x^2 + 3x + 8 = 0$

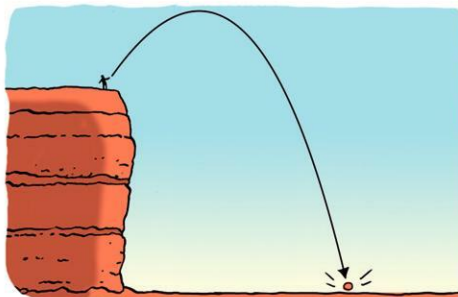
1 $a = -\frac{1}{2}$ $b = 3$ $c = 8$

2 $D = 3^2 - 4 \times -\frac{1}{2} \times 8 = 0$

$$D = 9 + 16 = 25$$

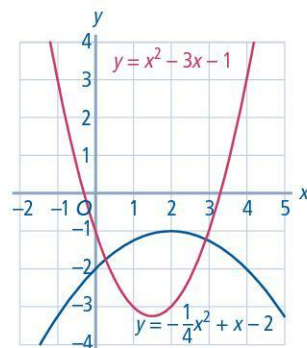
3 $x = \frac{-3 + \sqrt{25}}{-1}$ of $x = \frac{-3 - \sqrt{25}}{-1}$

$$x = -2 \quad \text{of} \quad x = 8$$



4-4 De discriminant gebruiken

- 22 Hiernaast staat de parabool bij de formule $y = x^2 - 3x - 1$ en de parabool bij de formule $y = -\frac{1}{4}x^2 + x - 2$.
- Los de vergelijking $x^2 - 3x - 1 = 0$ op, rond je antwoorden af op twee decimalen.
 - Van welke punten heb je de x -coördinaat berekend?
 - De vergelijking $-\frac{1}{4}x^2 + x - 2 = 0$ heeft geen oplossingen. Hoe kun je dat zien in de grafiek?
 - Bereken de discriminant D van de vergelijking $-\frac{1}{4}x^2 + x - 2 = 0$.
 - Hoe kun je aan de discriminant D zien dat de grafiek geen snijpunten met de x -as heeft?



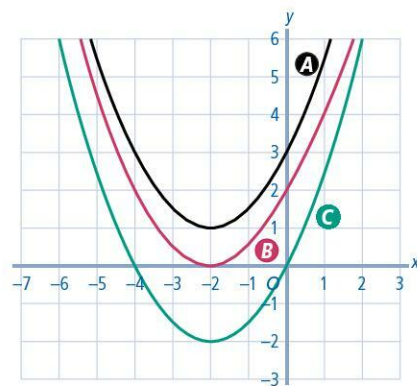
- 23 Hiernaast staan de parabolen bij de onderstaande formules:

A $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

B $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 2$

C $y = \frac{1}{2}x^2 + 2x$

- De vergelijking $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ heeft geen oplossingen. Hoe kun je dat zien in de grafiek?
- Hoe kun je aan de discriminant van de vergelijking $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 3 = 0$ zien, dat de vergelijking geen oplossingen heeft?
- Laat met de abc -formule zien dat de vergelijking $\frac{1}{2}x^2 + 2x + 2 = 0$ één oplossing heeft.
- Laat met de abc -formule zien dat de vergelijking $\frac{1}{2}x^2 + 2x = 0$ twee oplossingen heeft.



Theorie

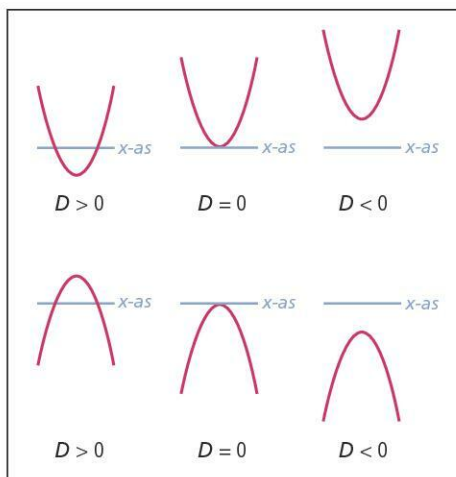
Aan de discriminant D van de vergelijking $ax^2 + bx + c = 0$ kun je zien hoeveel oplossingen deze vergelijking heeft.

Als $D > 0$, dan zijn er twee oplossingen.

Als $D = 0$, dan is er één oplossing.

Als $D < 0$, dan zijn er geen oplossingen.

- 24 Bereken van elk van de kwadratische vergelijkingen hieronder eerst de discriminant en schrijf dan op hoeveel oplossingen de vergelijking heeft.
- $x^2 + 2x - 10 = 0$
 - $2x^2 - 9x + 11 = 0$
 - $8x^2 - 16x + 8 = 0$
 - $-x^2 - 4x - 4 = 0$



- 25 Agnes en Bob lossen de vergelijking $x^2 + 7x - 8 = 0$ op. Agnes zegt: 'Dat doe ik natuurlijk met de *abc*-formule.' Bob zegt: 'Ik ga ontbinden in factoren.'
- Welke manier zou jij gebruiken? Waarom?
 - Los de vergelijking op beide manieren op. Krijg je dezelfde antwoorden?
 - Welke manier vind je het handigste?



- 26 Je gaat de vergelijking $2 + 5y^2 - 7y = 0$ oplossen met de *abc*-formule.
- Welke waarden hebben a , b en c in de vergelijking.
 - Los de vergelijking verder op.
 - Los ook de vergelijking $4n - 16 + 2n^2 = 0$ op.

- 27a Vul het blaadje rechts in voor de vergelijking $2x^2 - 128 = 0$ en los deze verder op met de *abc*-formule.
- Doe hetzelfde voor de vergelijking $-x^2 + 5x = 0$.
 - Waarom heb je de *abc*-formule niet echt nodig bij opdracht a en b?
 - Waarom hoef je de discriminant van de vergelijking $3x^2 = -90$ niet te bepalen om te weten hoeveel oplossingen deze vergelijking heeft?

$a = \dots$
 $b = \dots$
 $c = \dots$
 en $D = \dots$

*Wanneer je een vergelijking hebt zoals $ax^2 + c = 0$ kun je met bordjes veel sneller de oplossing vinden dan met de *abc*-formule.*

*Zo kun je ook een vergelijking van de vorm $ax^2 + bx = 0$ sneller met ontbinden oplossen dan met de *abc*-formule.*

Voorbeeld

$2x^2 - 72 = 0$	$2x^2 + 8x = 0$
$2x^2 = 72$	$2x(x+4) = 0$
$x^2 = 36$	$2x = 0$ of $x + 4 = 0$
$x = -6$ of $x = 6$	$x = 0$ of $x + 4 = 0$

- 28 Los de volgende vergelijkingen op of schrijf 'geen oplossingen'.
- | | |
|----------------------|------------------------|
| a $x^2 - 2x = 0$ | d $x^2 = -29$ |
| b $x^2 - 2x + 1 = 0$ | e $-4x + 2x^2 + 3 = 0$ |
| c $-2x^2 + 4 = 0$ | f $-x^2 + 36 = 0$ |

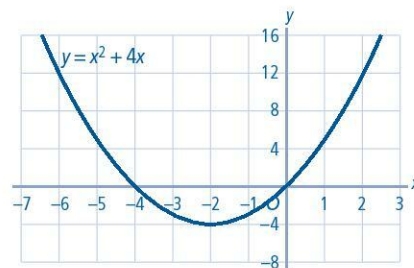
- 29 Arjen schiet de bal vanaf de hoekvlag naar het strafschopgebied waar Robin staat. De hoogte van de bal kan worden berekend met de formule $h = -0,05a^2 + a$. Hierin is a de horizontale afstand vanaf Arjen in meters en h de hoogte van de bal in meters.
- Hoe hoog is de bal op 3 meter van Arjen?
 - Los de vergelijking $-0,05a^2 + a = 0$ op.
 - Welke betekenis heeft je antwoord bij opdracht b?
 - Welke maximale hoogte bereikt de bal?
 - Robin neemt de bal op een hoogte van 1,8 meter op zijn borst aan. Hoe ver is Robin van Arjen verwijderd?



4-5 Vergelijkingen oplossen

<p>Abe</p> $x + 4x = 12$ $x(x + 4) = 12$ $x = 12 \text{ of } x + 4 = 12$ $x = 12 \text{ of } x = 8$	<p>Klaartje</p> $x^2 + 4x = 12$ $a = 1, b = 4, c = 12$ <p>Discriminant is</p> $4^2 - 4 \times 1 \times 12 = -32$ $D < 0, \text{ geen oplossing}$	<p>Foppe</p> $x^2 + 4x = 12$ $x^2 + 4x - 12 = 0$ $(x + 6)(x - 2) = 0$ $x + 6 = 0 \text{ of } \dots$ $x = \dots$	<p>Geke</p> $x^2 + 4x = 12$ $x^2 + 4x - 12 = 0$ $a = 1, b = 4, c = -12$ $D = 4^2 - 4 \times 1 \times -12 = 64$ $x = \dots$
--	---	---	--

- 30 Hierboven zie je hoe Abe, Klaartje, Foppe en Geke de vergelijking $x^2 + 4x = 12$ oplossen.
- Lees de oplossingen van de vergelijking af uit de grafiek hiernaast.
 - De oplossingen van Abe en Klaartje zijn niet goed. Welke denkfout heeft Abe gemaakt?
 - Welke fout heeft Klaartje gemaakt?
 - Maak de berekeningen van Foppe en Geke af.



Theorie

Voor het oplossen van kwadratische vergelijkingen kun je verschillende manieren gebruiken zoals ontbinden in factoren, bordjes of de abc-formule. Soms moet je eerst de haakjes wegwerken en **op nul herleiden**. Door alle termen te vermenigvuldigen of te delen door een getal, kan de vergelijking ook eenvoudiger worden.

Voorbeeld

Los op.

$$6x^2 - 12x - 60 = 30$$

$$6x^2 - 12x - 90 = 0$$

$$x^2 - 2x - 15 = 0$$

$$(x + 3)(x - 5) = 0$$

$$x + 3 = 0 \text{ of } x - 5 = 0$$

$$x = -3 \text{ of } x = 5$$

op 0 herleid
beide kanten : 6
ontbonden

- 31 Los de volgende vergelijkingen op. Rond je antwoorden eventueel af op twee decimalen.
- | | |
|-----------------------|------------------------|
| a $3x^2 + 6x = 21$ | d $15r(r - 1) = 30$ |
| b $t^2 - 8t + 6 = -1$ | e $(p + 2)(p - 1) = 6$ |
| c $2w^2 + 5w = -6$ | f $x^2 + 2x = 10$ |
- 32a Yme moet de vergelijking $(x + 2)^2 - 3 = 6$ oplossen. Hij werkt eerst de haakjes weg, herleidt dan de vergelijking op nul en lost die ten slotte op door ontbinden in factoren. Los de vergelijking op met de methode van Yme.
- Hiernaast zie je hoe Adne de bordjesmethode gebruikt. Maak de berekening van Adne verder af.
 - Los de vergelijkingen hieronder op de manier van Adne op.
- | | |
|-------------------------|--------------------------|
| A $(x - 3)^2 = 16$ | C $(x + 7)^2 + 11 = 155$ |
| B $(2x - 8)^2 + 1 = 50$ | D $(10 - 4x)^2 = 4$ |

Adne

$$(x + 2)^2 - 3 = 6$$

$$(x + 2)^2 = 9$$

$$x + 2 = \dots \text{ of } x + 2 = \dots$$

$$x = \dots \text{ of } x = \dots$$

- 33a** Welke vergelijking hiernaast is al geschreven als een product van factoren? Los die vergelijking op.
- b** Bij welke vergelijking kun je makkelijk ontbinden in factoren? Los ook die vergelijking op.
- c** Los de vergelijking op die je eerst op nul moet herleiden.
- d** Eén vergelijking is makkelijk te ontbinden in factoren nadat je eerst links en rechts met 10 hebt vermenigvuldigd. Los die vergelijking op.
- e** Los de laatste vergelijking met de *abc*-formule op.

A $2h^2 - h - 28 = 0$

B $\frac{1}{2}y^2 - \frac{1}{2}y = 6$

C $3x^2 - 5x = 0$

D $(3p - 7)(p + 2) = 0$

E $0,1x^2 - 0,2x - 0,3 = 0$

Aanpak

Hoe los je een kwadratische vergelijking op?

- 1** Kijk goed of er een snelle manier is om de vergelijking op te lossen.

Voorbeeld 1

$$(2x - 3)(x + 1) = 0$$

Dit heeft de vorm $A \times B = 0$, dus

$$2x - 3 = 0 \text{ of } x + 1 = 0$$

$$2x = 3 \text{ of } x = -1$$

$$x = 1\frac{1}{2} \text{ of } x = -1$$

Voorbeeld 2

$$(x + 2)^2 + 3 = 28$$

$$(x + 2)^2 = 25$$

Dit heeft de vorm $A^2 = 25$, dus

$$x + 2 = 5 \text{ of } x + 2 = -5$$

$$x = 3 \text{ of } x = -7$$

Voorbeeld 3

$$2x^2 + 4x = 0$$

$$2x(x + 2) = 0$$

Dit heeft de vorm $A \times B = 0$, dus

$$2x = 0 \text{ of } x + 2 = 0$$

$$x = 0 \text{ of } x = -2$$

- 2** Als je geen snelle manier kunt vinden, herleid je de vergelijking op nul. Vereenvoudig de vergelijking en ontbind deze vervolgens in factoren of gebruik de *abc*-formule.

Voorbeeld 1

$$3x^2 + 4x = 18 + x$$

$$3x^2 + 3x - 18 = 0 \quad \text{op 0 herleid}$$

$$x^2 + x - 6 = 0 \quad \text{beide kanten : 3}$$

$$(x - 2)(x + 3) = 0 \quad \text{ontbonden}$$

$$x - 2 = 0 \text{ of } x + 3 = 0$$

$$x = 2 \text{ of } x = -3$$

Voorbeeld 2

$$x^2 - 5x + 5 = 6$$

$$x^2 - 5x - 1 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = -1$$

$$D = (-5)^2 - 4 \times 1 \times -1 = 29$$

De exacte antwoorden zijn

$$x = \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \text{ of } x = \frac{5 - \sqrt{29}}{2}$$

De benaderingen zijn $x \approx 5,19$ of $x \approx -0,19$.

- 34** Los de volgende vergelijkingen indien mogelijk op. Rond je antwoorden zo nodig af op twee decimalen.
- a** $p^2 + 2p = 3$
- b** $(4 - 12x)(2x + 7) = 0$
- c** $-6m + m^2 - 5 = 0$
- d** $10a - 3a^2 = 0$
- e** $(x - 2)^2 = 1$
- f** $x(x - 2) = -3$
- g** $3d^2 + 9d + 6 = 0$
- h** $4x + x(5 - 2x) = 0$
- i** $2x^2 = 98$
- j** $(4x - 1)(x + 13) = 0$



In dit hoofdstuk

5-1 Stelsels vergelijkingen	56
5-2 Gebroken vergelijkingen	58
5-3 Exponentiële vergelijkingen	60
5-4 Derdemachtsvergelijkingen	62
5-5 Machtsvergelijkingen	64

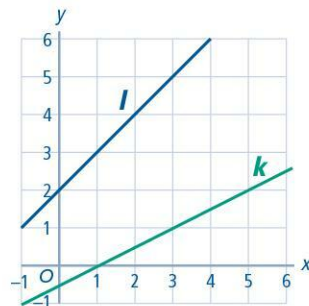


5-1 Stelsels vergelijkingen

- 1 Lijn l hiernaast is de grafiek bij de formule $y = x + 2$.
- a Hoe groot is het hellingsgetal van lijn l ?
- b Leg uit hoe je het hellingsgetal uit de grafiek kunt aflezen.
- c Bij lijn k hoort de formule $2y + 1 = x$.
Laat zien dat deze formule bij lijn k hoort door het punt $(1, 0)$ en het punt $(3, 1)$ in te vullen.
- d De formule $2y + 1 = x$ kun je in de vorm $y = ax + b$ schrijven door aan beide kanten 1 eraf te halen en dan te delen door 2.

Laat zien dat je dan de formule $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$ krijgt.

- e Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen l en k .



Theorie

Lineaire formules van de vorm $y = ax + b$ zijn formules waarbij **y uitgedrukt is in x**.

De lineaire formule die bij een lijn hoort noem je ook wel de **vergelijking van een lijn**. De vergelijking van een lineair verband kan ook de vorm hebben $px + qy = r$. Deze vorm kun je door herleiden weer omschrijven naar $y = ax + b$. In deze vorm is de richtingscoëfficiënt en startgetal makkelijk af te lezen.

Voorbeeld

Herleid de formule $3y + 3x = 54$ waarbij je y uitdrukt in x .

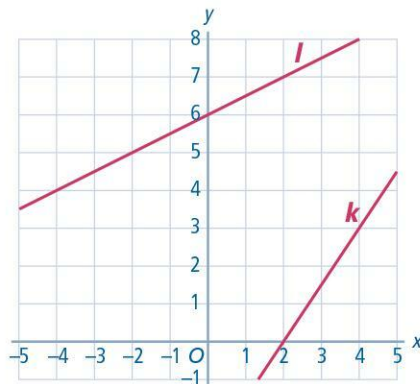
Oplossing

$$3y + 3x = 54$$

$$\text{links en rechts } -3x \quad 3y = 54 - 3x$$

$$\text{links en rechts : 3} \quad y = 18 - x$$

- 2 Herleid de volgende formules waarbij je y uitdrukt in x , zodat je elke vergelijking in de vorm $y = ax + b$ schrijft.
 - a $6y + 12x = -18$
 - c $-2y - 4x = 100$
 - b $2 + 12x = 2y$
 - d $21 - 3y + 2x = 0$
- 3 Herleid elke vergelijking in de vorm $y = ax + b$ en schrijf de richtingscoëfficiënt en het startgetal op.
 - a $6x + 3y = 12$
 - d $3x = 38 + 2y$
 - b $2y = 14 - 6x$
 - e $2y - 5x = 10$
 - c $4y - 12x = 40$
 - f $0,2y + 8 = x$
- 4a Bij één van de lijnen hiernaast hoort de vergelijking $3x - 2y = 6$. Zoek uit welke van de twee lijnen dat is.
- b De vergelijking $3x - 2y = 6$ is te herleiden tot $y = 1\frac{1}{2}x - 3$.
Laat dat zien.
- c Een vergelijking van de andere lijn is $x - 2y = -12$.
Herleid ook deze vergelijking waarbij je y uitdrukt in x .
- d Welke richtingscoëfficiënt heeft de lijn uit opdracht c?
- e Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen.



- 5 Gegeven zijn de vergelijkingen $y = 2x - 6$ en $2x = 3y - 4$.
- a Schrijf de vergelijking $2x = 3y - 4$ in de vorm $y = ax + b$.
- b Teken de grafieken van beide vergelijkingen in één assenstelsel.
- c Bereken de coördinaten van het snijpunt van de lijnen.
- d Laat zien dat de gevonden waarden van x en y voldoen aan de vergelijking $y = 2x - 6$.
- e Waarom weet je dat de gevonden waarden van x en y ook aan de vergelijking $2x = 3y - 4$ voldoen?
Laat met een berekening zien dat dit klopt.

Theorie

$2x + y = 12$ en $2y + x = 18$ zijn vergelijkingen van lijnen.
Dit kun je schrijven als een **stelsel vergelijkingen**.

Een stelsel vergelijkingen noteer je als
$$\begin{cases} 2x + y = 12 \\ 2y + x = 18 \end{cases}$$

De combinatie $x = 2$ en $y = 8$ heet de oplossing van het stelsel vergelijkingen, want als je in beide vergelijkingen $x = 2$ en $y = 8$ invult, zie je dat deze combinatie aan beide vergelijkingen voldoet.

De oplossing van het stelsel geeft de coördinaten van het snijpunt van de lijnen, in dit geval het punt $(2, 8)$.

Voorbeeld

Los het stelsel $\begin{cases} y - x = -1 \\ 2y + 7 = 3x \end{cases}$ op.

Oplossing

$y - x = -1$ herleid je tot $y = x - 1$

$2y + 7 = 3x$ herleid je tot $y = 1,5x - 3,5$

Gelijkstellen:

$x - 1 = 1,5x - 3,5$

$-0,5x = -2,5$ geeft $x = 5$.

Invullen bij $y = x - 1$ geeft $y = 4$.

Oplossing: $x = 5$ en $y = 4$.

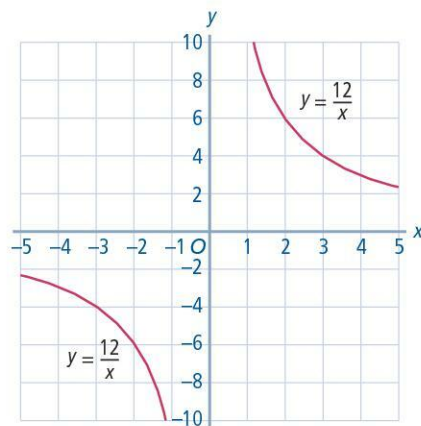
- 6 Gegeven het stelsel vergelijkingen $\begin{cases} y = 20 - 6x \\ 3y - 6x = 12 \end{cases}$
- a Laat zien dat je de vergelijking $3y - 6x = 12$ kunt herschrijven als $y = 4 + 2x$.
- b Om de oplossing van dit stelsel vergelijkingen te vinden, moet je eerst de vergelijking $20 - 6x = 4 + 2x$ oplossen.
Los deze vergelijking op.
- c Bereken de waarde van y door de gevonden waarde van x in te vullen in de formule $y = 20 - 6x$ en geef de oplossing van het stelsel.
- d Schrijf de coördinaten op van het snijpunt van de grafieken van $y = 20 - 6x$ en $3y - 6x = 12$.

- 7 Los de volgende stelsels vergelijkingen op.

- a $\begin{cases} y = 3x + 7 \\ y + 4x = 0 \end{cases}$ c $\begin{cases} 2y + x = 40 \\ 2y - 6x = 12 \end{cases}$
- b $\begin{cases} 1,5y + 3x = 3 \\ 3y + 18 = 2x \end{cases}$ d $\begin{cases} 2y + x = 0 \\ 3y + 15 = x \end{cases}$

5-2 Gebroken vergelijkingen

- 8 Hiernaast zie je de grafiek bij de gebroken formule $y = \frac{12}{x}$.
- Wat gebeurt er met de waarde van y als x steeds groter wordt?
 - Bereken y als $x = -1000$ en als $x = -2000$.
 - Leg uit waarom er voor $x = 0$ geen uitkomst bestaat.
 - Leg met de grafiek uit dat er een waarde van x bestaat waarbij de waarde van y gelijk is aan 12 000.
- e Los de vergelijking $\frac{12}{x} = 12\,000$ op.



- 9 Gegeven is de formule $y = \frac{120}{x-5}$.
- Jordy wil de vergelijking $\frac{120}{x-5} = 6$ oplossen. Hij bedenkt dat $\frac{120}{20} = 6$ en legt daarom bij $\frac{120}{x-5} = 6$ een bordje op $x-5$.
Hij schrijft nu op $x-5 = \dots$
Welke waarde voor x vindt hij vervolgens?
 - Los de vergelijkingen $\frac{120}{x-5} = 10$ en $\frac{120}{x-5} = 240$ op.

Theorie

Een vergelijking als $\frac{45}{2p-7} = 6$ of als $\frac{36}{3-4a} - 7 = 5$, met de variabele in de noemer van de breuk, noem je een **gebroken vergelijking**. Een gebroken vergelijking los je meestal op met bordjes. Het bordje leg je dan op de noemer van de breuk.

- 10 Bekijk het voorbeeld hiernaast.
- Er wordt een bordje gelegd op $2p-7$.
Hoe weet je dat het getal 9 op het bordje moet staan?
 - Los op dezelfde manier $\frac{45}{2p-7} = 3$ op.
- 11 Los de volgende vergelijkingen op.
- $\frac{18}{2x+1} = 2$
 - $\frac{16}{6a-10} = 8$
 - $\frac{100}{-7+2p} = -4$
 - $\frac{-45}{11-4x} = -5$

Voorbeeld

Los de vergelijking $\frac{45}{2p-7} = 5$ op.

Oplossing $\frac{45}{2p-7} = 5$

$$\frac{45}{\boxed{9}} = 5$$

$$2p-7 = 9$$

$$2p = 16$$

$$p = 8$$

Controle

$$\frac{45}{2 \times 8 - 7} = \frac{45}{16 - 7} = \frac{45}{9} = 5 \text{ en dat klopt.}$$

12 Gegeven zijn $y = \frac{8}{x}$ en $y = x + 2$.

- a Teken de beide grafieken in één assenstelsel. Neem voor x de waarden -7 tot en met 7 .
- b Lees de coördinaten van de snijpunten af en controleer of deze coördinaten inderdaad bij de snijpunten horen.

13 Salih wil de coördinaten van de snijpunten van de grafieken van opdracht 21 gaan berekenen. Hij stelt daarom de formules aan elkaar gelijk. Hiernaast zie je welke vergelijking hij dan krijgt. Om de breuk weg te werken vermenigvuldigt Salih eerst links en rechts met x .

- a Waarom blijft aan de linkerkant alleen 8 over?
- b Werk in het voorbeeld hiernaast de haakjes weg.
- c Herleid de vergelijking op nul en los hem op.
- d Vul de gevonden waarden van x in de formules in en bereken de bijbehorende waarden van y .

$$\frac{8}{x} = x + 2$$

Salih

$$x \cdot \frac{8}{x} = x(x + 2)$$

$$8 = \dots$$

Aanpak

Hoe los je een gebroken vergelijking op?

- 1 Sta an er aan beide kanten van de vergelijking variabelen, vermenigvuldig links en rechts met de noemer van de breuk.
- 2 Werk de haakjes weg.
- 3 Herleid de vergelijking zo nodig op nul en los deze verder op.
- 4 Controleer je antwoord.

14 Los de volgende vergelijkingen op.

$$\begin{array}{ll} \text{a} \quad \frac{3}{x} = x - 2 & \text{c} \quad x + 7 = \frac{-9}{x - 3} \\ \text{b} \quad \frac{-2}{x - 1} = 2x + 3 & \text{d} \quad x + 8 = \frac{4 + 2x}{x} \end{array}$$

In een gebroken vergelijking kan er links of rechts behalve een breuk ook nog een andere term staan. Voordat je met de noemer van de breuk vermenigvuldigt, vereenvoudig je de vergelijking eerst met de balansmethode.

15 Gegeven is de vergelijking $x - 2 = 6 + \frac{9}{x}$.

- a Vereenvoudig de vergelijking door er links en rechts 6 af te trekken.
- b Vermenigvuldig nu met de noemer van de breuk, herleid op nul en los de vergelijking verder op.
- c Los de vergelijking $\frac{4}{2x} - 5 = x - 4$ op dezelfde manier op.

Voorbeeld

Los op: $x + 1 = \frac{6}{x + 2}$

1 $(x + 2)(x + 1) = \frac{6}{x + 2} \cdot (x + 2)$

2 $x^2 + 3x + 2 = 6$

3 $x^2 + 3x - 4 = 0$

$$(x + 4)(x - 1) = 0$$

$$x + 4 = 0 \quad \text{of} \quad x - 1 = 0$$

$$x = -4 \quad \text{of} \quad x = 1$$

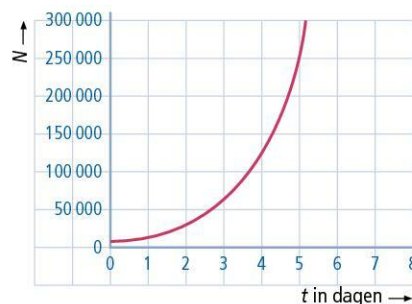
4 Vul $x = -4$ in: $-4 + 1 = \frac{6}{-4 + 2}$
dus $-3 = -3$

Vul $x = 1$ in: $1 + 1 = \frac{6}{1 + 2}$ dus $2 = 2$

Beide uitkomsten kloppen.

5-3 Exponentiële vergelijkingen

- 16 Onder bepaalde omstandigheden verdubbelt het aantal algen aan het wateroppervlak van een sloot zich per dag. Neem aan dat op een gegeven moment 1 m² water 8000 algen bevat. Van het aantal algen is hiernaast de grafiek getekend. Bij de grafiek hoort de formule $N = 8000 \cdot 2^t$ met N het aantal algen per m² water en t de tijd in dagen.



- a Hoeveel algen per m² water zijn er na tien dagen?
- b Na hoeveel dagen zijn er ongeveer 250 000 algen per m²?
- c Om uit te rekenen na hoeveel dagen het aantal algen per m² water is gegroeid tot 64 000, moet je de vergelijking $8000 \cdot 2^t = 64\,000$ oplossen.
Leg uit dat je deze vergelijking kunt schrijven als $2^t = 8$.
- d Neem over en vul in: $2^{\dots} = 8$.
- e Na hoeveel dagen is het aantal algen gegroeid tot 64 000?

- 17 Hugh gaat de vergelijking $20 \cdot 3^x = 1620$ oplossen.
- a Leg uit dat deze vergelijking te schrijven is als $3^x = 81$.
 - b Hugh maakt een tabel van machten met grondtal 3.
Vul de tabel hieronder verder in.

macht	3^1	3^2	3^3	3^4	3^5	3^6
uitkomst	3	9	...	...	...	...

- c Welke oplossing krijgt Hugh?
- 18 Los de volgende vergelijkingen op. Gebruik daarbij de tabel van machten met grondtal 3 uit opdracht 17.
- a $3^x = 729$
 - b $12 \cdot 3^x = 108$
 - c $5 + 3^x = 248$
 - d $8 \cdot 3^x = 648$

Theorie

Een vergelijking als $7 \cdot 3^x = 567$ of als $3^{x-5} = 27$ met de variabele in de exponent van de macht, noem je een **exponentiële vergelijking**. Oplossen van exponentiële vergelijkingen doe je met inklemmen maar kun je soms met bordjes doen.

- 19 In opdracht 17 heb je berekend dat $3^4 = 81$. Gebruik deze macht om de volgende vergelijkingen op te lossen.
- a $3^{2x} = 81$
 - b $3^{x+3} = 81$
 - c $3^{2x+5} = 81$
 - d $3^{7-3x} = 81$

Voorbeeld

Los de vergelijking $3^{x-5} = 27$ op.

Oplossing

$$3^{x-5} = 27$$

Schrijf 27 als macht van 3.

$$3^{x-5} = 3^3 \text{ omdat } 27 = 3^3$$

$$x - 5 = 3 \text{ bordje op } x - 5$$

$$x = 8$$

- 20 Om de vergelijking $2^{x+1} = 8$ op te kunnen lossen, heb je een tabel nodig van machten met grondtal 2.

a Vul de tabel hieronder verder in.

<i>macht</i>	2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7
<i>uitkomst</i>	2	4	...	...	...	...	...

b Gebruik de tabel om de vergelijking $2^{x+1} = 8$ te schrijven als $2^{x+1} = 2^{\dots}$.

c Leg een bordje op $x + 1$ en los de vergelijking verder op.

d Schrijf de vergelijking $2^{2x} = 16$ eerst als $2^{2x} = 2^{\dots}$ en los deze verder op.

e Los ook de vergelijking $3 \cdot 2^{5-x} = 3072$ op.

- 21 Hieronder staan een aantal exponentiële vergelijkingen met machten van 2. Gebruik de tabel van opdracht 20 om deze vergelijkingen op te lossen.

a $2^{3a} = 64$

d $2^{2+3a} = 2$

b $2^{2x+4} = 32$

e $256 - 2 \cdot 2^q = 0$

c $2^{4-2x} = 16$

f $0,2 \cdot 2^x = 12,8$

- 22a Neem de tabel met machten van 4 over en vul verder in.

<i>macht</i>	4^1	4^2	4^3	4^4	4^5	4^6
<i>uitkomst</i>	4	16	...	...	...	...

b Los met de tabel de drie vergelijkingen hiernaast op.

- 23 Een bos is in 2007 tot beschermd gebied verklaard waarna het aantal konijnen fors kon toenemen. Het aantal konijnen in het bos is daarna jaarlijks verdubbeld. Het aantal konijnen na het jaar 2007 is te berekenen met de formule $K = 1600 \cdot 2^{j-2007}$. Hierin stelt K het aantal konijnen voor en j het jaartal.

- a Hoeveel konijnen waren er aan het begin van 2007?
 b Bereken het aantal konijnen aan het begin van het jaar 2009.
 c Reken uit in welk jaar er 12 800 konijnen waren.
 d En in welk jaar zijn er volgens de formule voor het eerst meer dan één miljoen konijnen?

A $4^{x-5} - 4 = 60$
 B $4^{10a-25} = 1024$
 C $25 \cdot 4^{m+1} = 400$



5-4 Derdemachtsvergelijkingen

- 24 Gegeven is de formule $y = x^3$.
- Bereken de uitkomst van de formule bij $x = -2$.
 - Welke waarde van x hoort bij $y = 64$?
 - Bij deze formule hoort de tabel hiernaast.
Vul de tabel verder in.

x	...	-3	...	-1	0	...	2	...
y	-64	...	-8	...	...	1	...	27

Theorie

Net zoals de wortel van 64 gelijk is aan 8 omdat $8^2 = 64$, is de **derdemachtswortel** van 125 gelijk aan 5 omdat

$$5^3 = 125. \text{ Je noteert dat als } \sqrt[3]{125} = 5.$$

Op dezelfde manier geldt: $\sqrt[3]{8} = 2$ omdat $2^3 = 8$.

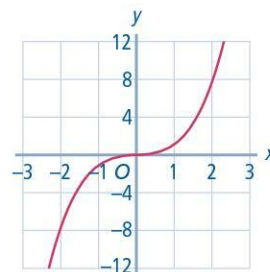
Ook voor negatieve getallen bestaat de derdemachtswortel.

$$\sqrt[3]{-27} = -3 \text{ omdat } (-3)^3 = -27.$$

- 25 Bereken zonder de rekenmachine te gebruiken.
- $\sqrt[3]{27} = \dots$ want $\dots^3 = 27$
 - $\sqrt[3]{64} = \dots$ want $\dots^3 = 64$
 - $\sqrt[3]{-1} = \dots$ want $(\dots)^3 = -1$
 - $\sqrt[3]{-64} = \dots$ want $(\dots)^3 = -64$

- 26 Hiernaast staat de grafiek bij $y = x^3$.
- Lees uit de grafiek af wat de oplossing is van de vergelijking $x^3 = 8$ en van $x^3 = -8$.
 - De oplossing van $x^3 = 10$ kun je niet aflezen uit de grafiek. Je ziet wel dat die ligt tussen $x = 2,0$ en $x = 2,5$.
Vul de tabel in en benader met inklemmen de oplossing van de vergelijking $x^3 = 8$.

x	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5
y	...	...	...	...	...



Op je rekenmachine kun je een derdemachtswortel benaderen.

$$\sqrt[3]{}$$

- Met je rekenmachine kun je een benadering van de oplossing van $x^3 = 10$ direct vinden. Zoek uit hoe dat op jouw rekenmachine gaat en geef de benadering van de oplossing van $x^3 = 10$ in drie decimalen nauwkeurig.
- Benader $\sqrt[3]{-4}$, rond je antwoord af op twee decimalen en controleer het met de grafiek.
- Benader de volgende derdemachtswortels. Rond je antwoord af op twee decimalen.

A $\sqrt[3]{4}$

C $\sqrt[3]{-12}$

B $\sqrt[3]{80}$

D $\sqrt[3]{-120}$

- 27 Gegeven is de vergelijking $4x^3 - 1 = 107$.
- Gebruik bordjes om de vergelijking te vereenvoudigen tot $x^3 = \dots$
 - Los deze vergelijking verder op.

Aanpak

Hoe los je een vergelijking op waarin op één plaats een derdemacht van x voorkomt?

- Gebruik de bordjesmethode om de vergelijking te vereenvoudigen tot de vorm $x^3 = \dots$
- Los die vergelijking verder op. Geef eventueel ook een benadering van het exacte antwoord.

Voorbeeld

Los op $8x^3 + 2 = 58$

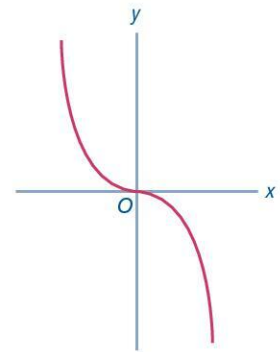
$$\begin{aligned} 1 \quad & 8x^3 + 2 = 58 \\ & 8x^3 = 56 \\ & x^3 = 7 \\ 2 \quad & x = \sqrt[3]{7} \\ & x \approx 1,91 \end{aligned}$$

- 28 Los op. Rond zo nodig af op twee decimalen.
- $2x^3 = 250$
 - $a^3 = 60$
 - $0,5t^3 = -32$
 - $3x^3 = 192$
 - $p^3 + 8 = 40$
 - $7h^3 = 54 + h^3$

- 29 Gegeven is de formule $y = -0,5x^3$.
- Welke uitkomst hoort bij $x = -2$?
 - Welke waarde van x hoort bij $y = 4$?
 - Bij deze formule hoort de tabel hiernaast. Vul de tabel verder in.
 - Teken de grafiek. Neem x tussen -3 tot 3 .

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y	...	...	...	...	$-\frac{1}{2}$	...	...

- 30 Hiernaast zie je een schets van een grafiek.
- Is de grafiek stijgend of dalend?
 - Bij welke formule kan deze schets horen, $y = -2x^3$ of $y = 2x^3$? Leg je antwoord uit.

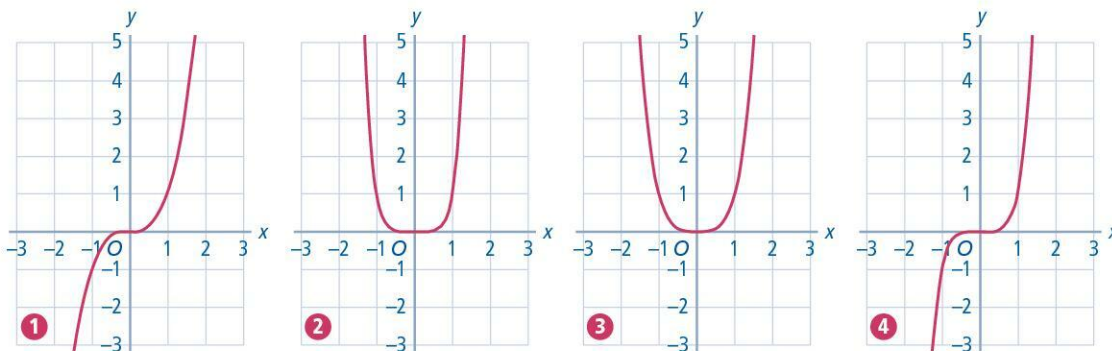


- 31 Gegeven is de formule $y = 0,2x^3$.
- Schets de grafiek bij deze formule.
 - Los op $0,2x^3 = 25$.
 - Voor welke waarden van x geldt $0,2x^3 > 25$?
 - Los op $0,2x^3 \leq -25$.

Ook een derdemachtsongelijkheid los je op door eerst de bijhorende vergelijking op te lossen. Daarna lees je uit de schets van de bijbehorende grafiek de oplossing van de ongelijkheid af.

- 32 Los de volgende ongelijkheden op.
- $x^3 \leq 8$
 - $-2x^3 > 128$
 - $0,1x^3 \geq 100$
 - $4x^3 < -32$

5-5 Machtsvergelijkingen



- 33 Hierboven zie je de grafieken van de formules A $y = x^3$, B $y = x^4$, C $y = x^5$ en D $y = x^6$.
- Schrijf op welke grafiek bij welke formule hoort.
 - Schrijf van elke grafiek op hoeveel snijpunten deze heeft met de lijn $y = 7$.
 - Schets de grafieken van $y = x^7$ en $y = x^8$.

- 34a Hoeveel snijpunten heeft de grafiek van $y = x^3$ met de lijn $y = -20$?
- b Hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^4 = 80$? Gebruik de grafiek van $y = x^4$.
- c En hoeveel oplossingen heeft de vergelijking $x^5 = 80$?
- d Waarom heeft de vergelijking $x^4 = -1$ geen oplossingen?
- e Van de vergelijking $x^{10} = c$ is bekend dat deze twee oplossingen heeft. Wat kan je zeggen over de waarde van c ?
- f Van de vergelijking $x^n = -30$ is bekend dat deze één oplossing heeft. Wat kan je zeggen over de waarde van n ?

Theorie

Een vergelijking als $2p^5 = 64$ of als $8a^3 - 120 = 392$ waar een macht van de variabele in voorkomt, noem je een **machtsvergelijking**. In eenvoudige gevallen kun je een machtsvergelijking met bordjes oplossen. Een machtsvergelijking met oneven exponent heeft altijd precies één oplossing. Een machtsvergelijking met een even exponent heeft geen, één of twee oplossingen.

Voorbeeld

$x^4 = 250$	twee oplossingen
$x^3 = -27$	één oplossing
$x^8 = -100$	geen oplossing(en)
$x^5 = 24$	één oplossing
$x^6 = 0$	één oplossing

- 35a Welke van de vergelijkingen hiernaast heeft geen oplossing(en)? Leg uit waarom.
- b Welke vergelijking heeft twee oplossingen?
- c Geef de oplossing(en) van vergelijking A.

- A $x^3 = 125$
 B $x^6 = -10$
 C $x^7 = 0$
 D $x^4 = 20$

36 Los de volgende machtsvergelijkingen op.

- a $x^3 = -1$ d $16 - x^4 = 32$
 b $2p^5 = 64$ e $3x^6 = 192$
 c $a^3 - 8 = 56$ f $x^5 + 4 = 36$

37a De exacte oplossing van $x^3 = 40$ is $x = \sqrt[3]{40}$.
 Geef met je rekenmachine een benadering in twee decimalen van $\sqrt[3]{40}$.

Ook een hogere machtswortel kun je met je rekenmachine benaderen.



- b Waarom is je antwoord van opdracht a tot de derde macht niet gelijk is aan 40?
 c Leg uit dat de oplossing van $x^5 = 40$ tussen 2 en 3 ligt.
 d Ga na hoe je op je rekenmachine de oplossing van de vergelijking $x^5 = 40$ kunt benaderen en geef de oplossing van $x^5 = 40$ in twee decimalen nauwkeurig.

Theorie

De oplossing van de machtsvergelijking $x^5 = -100$ is $x = \sqrt[5]{-100}$.
 Met je rekenmachine kun je berekenen dat $x \approx 3,47$.

Een machtsvergelijking met even exponent kan twee oplossingen hebben. De vergelijking $x^4 = 100$ heeft de oplossingen

$$x = \sqrt[4]{100} \approx 3,16 \text{ en } x = -\sqrt[4]{100} \approx -3,16.$$

De vergelijking $x^4 = -100$ heeft geen oplossingen.

Voorbeeld 1

Los op: $3k^5 = 6$

Oplossing

$$k^5 = 2$$

k^5 is een oneven macht, dus er is één oplossing.

$$k = \sqrt[5]{2} \text{ ofwel } k \approx 1,15$$

Voorbeeld 2

Los op: $p^4 + 3 = 12$

Oplossing

$$p^4 = 9$$

p^4 is een even macht, dus er zijn twee oplossingen mogelijk.

$$p = \sqrt[4]{9} \approx 1,73 \text{ of } p = -\sqrt[4]{9} \approx -1,73$$

38 Los de vergelijkingen op, noteer je oplossing eerst als machtswortel en rond dan af op twee decimalen.

- a $x^3 = 100$ c $400 - 3x^4 = 310$
 b $2x^3 = -50$ d $0,1x^7 + 100 = 20$

39 Los op, geef de exacte oplossing(en) en een benadering in twee decimalen.

- a $x^4 = 240$ d $4x^8 - 42 = -14$
 b $x^7 = -23$ e $2(x - 3)^3 = -54$
 c $5x^5 + 125 = 50$ f $3x^3 + 300 = 99$

Antwoorden

Hoofdstuk 1 Rekenen met letters

1-1 Optellen en aftrekken

1a 24

b 24

c Ja

2a $p = 11a$

b $q = 2b + 3c$

c $r = 2g$

d $x = 11y$

e $y = 14z$

f $g = -2d$

g $v = -13m + 11$

h $m = -10s$

3a $k = -4d$

b $y = 5x + 13$

c $h = 1f - 3$

d $s = 3t - 2$

e $p = -4r + 18$

f $d = -12 + 8s + 5t$

4a $y = 1x - 1$

b $p = -1q + 0r$ ofwel $p = -q$

5a $k = 1,6 - t$

d $p = -2q + r$

b $b = a - 0,4$

e $y = 7\frac{1}{5}x - 1,5$

c $m = -9 - n$

f $k = -6$

6a Omtrek bakje = 44 cm

b Omtrek bakje = $20 + 8h$

7a $y = 14$ en $y = 40$

b Evelien

8 Ian telt twee termen die niet gelijksoortig zijn bij elkaar op.

9a $y = 2x^2 + 2x$

b $n = 5a^2 + a$

c $b = 3a^3 - 2a^2 + 4a$

d $d = 8h^3 - 4h^2 + h$

1-2 Vermenigvuldigen

10a $b = e \times e \times e \times e \times e$

b $b = e^5$

c $k = p^6$

d $t = w^6$

11a $a = b^8$

b $h = f^5$

c $y = 21p^2$

d $r = 24d^5$

12a 144

b Oppervlakte = $9p^2$

c Oppervlakte = $12p^2$

13a $a = -8b^2$

b $b = 10c^3$

c $c = -6d^5$

d $d = 21e^7$

e $e = 10f^{10}$

14a 60

b Omtrek = $20a$

c 216

d Oppervlakte = $24a^2$

e klopt beide

15a $y = a^9$

b $l = h^5$

c $a = 3b^3$

d $k = 14m^{21}$

e $n = 24c^7$

f $q = 13p^6$

g $p = 12g^9$

h $m = 20v^5$

16a De inhoud van één kubus is p^3 .

Er staan bij A vijf kubussen op elkaar, dus inhoud toren A = $5p^3$.

b Inhoud toren B en toren C is $2p^3$, inhoud toren D is $4p^3$ en inhoud toren E is $3p^3$.

c Inhoud = $16p^3$

d De inhoud van één kubusje is p^3 en er zijn in totaal 16 kubusjes. Je telt dus de gelijksoortige termen op.

17a Ella heeft niet gezien dat er tussen $2x^2$ en $3x$ een keer teken staat en tussen $3x$ en $6x$ een plus teken.

b Omdat $6x^3$ en $6x$ geen gelijksoortige termen zijn.

18a $a = 10b^3$ d $p = 11q^4$
 b $a = 24b^6$ e $f = 6g^3$
 c $d = 9e^6 + 12e^7$ f $k = 14m^7$

1-3 Enkele haakjes wegwerken

19a 750 cm^2
 b lengte = 255 cm
 oppervlakte = $12 \cdot 750 \text{ cm}^2$
 c Voor de hoogte $50 \times h \text{ cm}^2$.
 De extra strook is 750 cm^2 .
 d De breedte van de baan is altijd 50 cm.
 De oppervlakte van één baan is lengte keer
 breedte, dus $A = 50 \times (15 + h)$.

20a Beide keren 150
 b Ja
 c Beide keren 240

21a De lengte wordt $6 + 5$ en de breedte is 3,
 dus de oppervlakte $A = 3 \times (6 + 5)$.
 b Het keer teken voor de haakjes mag
 weggelaten worden en $c + 5$ is de lengte.
 c Oppervlakte 1e deel is $3c$.
 Oppervlakte 2e deel is 15.
 d Je telt de oppervlakte van beide stukken
 bij elkaar op.
 e $A = f(f + 7)$ en $A = f^2 + 7f$
 f Zie uitwerkingen
 g $A = 5n + 20$

22a $A = 5k + 10$ c $A = 36 + 12k$
 b $A = b^2 + 2b$ d $A = 4q + q^2$

23a
$$\begin{array}{c|c|c} \times & b & +3 \\ \hline 5 & 5b & 15 \end{array}$$

 b $p = 5b + 15$

24a $r = t^2 + 9t$ d $b = 45 + 30q$
 b $h = 6a + 2a^2$ e $h = 9m^2 + \frac{1}{2}m$
 c $y = 15x^2 + 6x$ f $q = 3t + t^2$

25a $k = 6p^2 + 15p$
 b Die factoren met elkaar vermenigvuldigen
 c Ja

26a $b = 3a + 24$ d $c = 12b + 24$
 b $e = 21 + 35f$ e $g = 3b^2 + 18b$
 c $f = 2h + 3\frac{1}{2}$ f $k = 2l^2 + 3l$

27a $n = 18a + 6a^2$ c $r = s + 1,6s^2$
 b $o = 10p + 15p^2$ d $t = 3 + \frac{1}{9}r$

1-4 Haakjes en negatieve getallen

28a $p = 5b + 15$
 b $+3$ moet -3 worden.
 c $p = 5b - 15$
 d $p = -5b - 15$
 e $p = -5b + 15$

29a $s = -3t - 15$ d $v = -8 + 7d$
 b $y = 3x - 15$ e $y = 5a^2 - 30a$
 c $a = -6m^2 - 8m$ f $p = -w^2 - w$

30a € 2,36
 b € 7,50 - € 5,14 = € 2,36

31a $k = -4m + 7$ en $p = -8 - q$

b
$$\begin{array}{c|c|c} \times & u & -2 \\ \hline 5 & 5u & -10 \end{array}$$

 $w = 7 + 5(u - 2)$
 $w = 7 + 5u - 10$
 $w = 5u - 3$

32a 3500 komt van $70 \text{ m} \times 50 \text{ m}$, 120 is de lengte,
 $60 - b$ is de breedte van het weiland min de
 breedte van de weg
 b Omdat haakjes en vermenigvuldigen voor
 optellen gaan.
 c Ruben: $opp = 9980 \text{ m}^2$
 Efrain: $opp = 9980 \text{ m}^2$, dit is gelijk aan
 elkaar.
 d $opp = 3500 + 7200 - 120b$
 e $opp = 10700 - 120b$

- 33a $b = 12f - 12$
 b $p = 10m + 19$
 c $g = p + 15$
 d $a = -3\frac{1}{2}k + 16$
 e $w = 6$
 f $k = 6p^2 + 12p$

- 34a $h = -2t + 10$
 b $y = 9x - 12$
 c $k = -t + 6$
 d $j = 5$
 e $b = 2r^2 + 26r$
 f $p = -10q - 7\frac{1}{2}$
 g $h = 6x^2 - 8x + 8$
 h $y = 2t - 2$
 i $w = 7h^2 - 99h$
 j $n = -3r^2 + 45r$

1-5 Dubbele haakjes wegwerken

- 35a Oppervlakte huis is 64 m^2 .
 Oppervlakte tuin is 56 m^2 .
 b Oppervlakte geheel is 180 m^2 .
 c $A = b \times b = b^2$
 d tuin: $A = 7 \times b = 7b$, garage: $A = 7 \times 4 = 28$,
 oprit: $A = 4 \times b = 4b$
 e Door de oppervlakte van huis, tuin, garage en
 oprit op te tellen krijg je
 $A = b^2 + 7b + 28 + 4b = b^2 + 11b + 28$.
 f 7 en 4
- 36a $A = (a + 2)(a + 6)$
 b $a^2, 2a, 6a$ en 12
 c $A = a^2 + 2a + 6a + 12$
 d $A = a^2 + 8a + 12$

- 37 Wanneer je wat tussen haakjes staat
 optelt, krijg je $A = 8 \times 11 = 88$.
 b $A = 88$
 c Ja

- 38a $x^2, 7x, 2x$ en 14
 b $A = x^2 + 9x + 14$
 c $z^2, 3z, 4z$ en 12
 d $A = z^2 + 7z + 12$

- 39a $y = x^2 + 7x + 10$
 b $h = t^2 + 5t + 4$
 c $n = k^2 + 10k + 25$
 d $x = y^2 + 4y + 3$

- 40a
- | | | |
|----------|-------|-------|
| $\times$ | p | $+6$ |
| p | p^2 | $+6p$ |
| -2 | $-2p$ | -12 |
- b $4p$
 c $h = p^2 + 4p - 12$

- 41a $y = x^2 + 9x + 18$
 b $k = t^2 + 6t + 8$
 c $a = n^2 + 2n - 8$
 d $q = 8 - 19t + 6t^2$
 e $s = c^2 - 3c + 2$
 f $p = 2q^2 - 7q - 15$

- 42a $y = x^2 + 7x + 10$
 b $k = t^2 + 2t - 8$
 c $p = q^2 - 9$
 d $a = n^2 - 2n - 8$
 e $m = e^2 - 11e + 24$
 f $s = c^2 + c - 2$
 g $p = d^2 + 2d + 1$
 h $t = p^2 - 6p + 9$

Hoofdstuk 2 Formules

2-1 Lineaire formules

1a	aantal kilometer	0	25
	kosten bij Jansen in euro's	0	6,25
	kosten bij Rové in euro's	10	13,75

50	75	100	125	150
12,5	18,75	25	31,25	37,5
17,5	21,25	25	28,75	32,5

- b Zie uitwerkingen.
 c Omdat de grafieken rechte lijnen zijn.
 d Het startgetal van Jansen is 0.
 Het startgetal van Rové is 10.
 e Het hellingsgetal van Jansen is 0,25.
 Het hellingsgetal van Rové is 0,15.
 f Jansen: $\text{kosten} = 0,25 \times \text{aantal kilometer}$
 Rové: $\text{kosten} = 0,15 \times \text{aantal kilometer} + 10$
- 2a De grafiek bij tabel A is een stijgende rechte lijn omdat de stappen in de onderste rij steeds met 4 toenemen.
 b Tabel A: startgetal is 2 en hellingsgetal is 4.
 c Een formule bij tabel A is $y = 4x + 2$.
 d Startgetal is 5, hellingsgetal is -3 , een formule bij tabel B is $y = -3x + 5$.
- 3a
- | | | | | | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|----|----|----|---|---|---|
| x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| y | -18 | -15 | -12 | -9 | -6 | -3 | 0 | 3 | 6 |
- b Richtingscoëfficiënt is 3, startgetal is -6 .
 c Zie uitwerkingen.
 d Lineair verband. In de tabel gelijke stappen in onderste rij en de grafiek is een rechte lijn.
 e stijgende lijn
 f de richtingscoëfficiënt
- 4a A, B, C, E en F zijn lineair.
 b De richtingscoëfficiënt van A is 15, van B is -7 , van C is $-1,2$, van E is 0 en van F is -2 .

- c De grafiek van A is een stijgende lijn, van B is een dalende lijn, van C is een dalende lijn, van E is een horizontale lijn en van F is een dalende lijn.

- 5a A bij ❶, B bij ❷ en C bij ❸.
 b Dat zie je aan het startgetal.
 c $(0, 3)$
 d De richtingscoëfficiënten zijn gelijk.

2-2 Recht en omgekeerd evenredig

6a	V in cm^3	10	15	20	30
	m in gram	78	117	156	234
	$\frac{m}{V}$ in gram/cm^3	7,8	7,8	7,8	7,8

- b De antwoorden in de derde rij zijn allemaal gelijk.
 c m ook twee keer zo groot.
- 7 A is een recht evenredig verband.
 B is geen recht evenredig verband omdat een lege fles ook gewicht heeft, dus de bijbehorende grafiek gaat niet door de oorsprong.
 C is geen recht evenredig verband. Als de wandeling bijvoorbeeld honderd keer zo lang wordt, dan wordt de tijd die je erover doet meer dan honderd keer zo lang omdat je tempo dan lager wordt.
- 8a Recht evenredig en de evenredigheidsconstante is 3.
 b Niet recht evenredig.
 c Recht evenredig en de evenredigheidsconstante is 2,5.
 d Recht evenredig en de evenredigheidsconstante is $1\frac{2}{3}$.
- 9a Nee
 b $h = 0,08T + 2,9$

- 10a $y = 3x$ en $y = -\frac{1}{2}x$
 b Van $y = 3x$ is dit 3, van $y = -\frac{1}{2}x$ is dit $-\frac{1}{2}$.

- 11a 2 uur
 b 30 km per uur
 c
- | | | | | |
|------------------------|---|----|----|----|
| snelheid in km per uur | 5 | 10 | 15 | 30 |
| tijd in uren | 6 | 3 | 2 | 1 |

- 12a Ja, $x \times y = 120$
 b Nee
 c Ja, $x \times y = 15$
 d Ja, $x \times y = 100$

- 13a twee keer zo laag
 b Ja
 c $h \times v = 150$
 d $v = 2\frac{1}{2}$
 e Nee
 f kleiner dan 5 km/uur of groter dan 50 km/uur

2-3 Wortelformules

- 14a $\sqrt{9} \times \sqrt{25} = 3 \times 5 = 15$
 b $\sqrt{(9 \times 25)} = \sqrt{225} = 15$
 c beide 15
 d beide 8
- 15a 2,45
 b 2,45, antwoorden van a en b gelijk
 c beide 3,74165...
- 16a $\frac{\sqrt{81}}{\sqrt{9}} = \frac{9}{3} = 3$
 b 3, antwoorden van a en b gelijk
 c beide 5

- 17a $\sqrt{30}$
 b $\sqrt{21}$
 c $40\sqrt{22}$
 d $\sqrt{3}$
 e $\sqrt{4}$
 f $\sqrt{5}$

- 18a
- | | | | | | |
|------------------------|---|---|---|---|----|
| oppervlakte vierkant A | 0 | 1 | 4 | 9 | 16 |
| zijde vierkant z | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |

Grafiek zie uitwerkingen.

- b Voor iedere waarde van A kun je de waarde van z vinden door de wortel uit A te nemen.
 c Je kunt voor A alleen getallen groter dan of gelijk aan 0 invullen omdat er geen negatieve oppervlakte bestaat. Ook bestaat de wortel uit een negatief getal niet.
- 19a (0, 0)
 b (0, 2)
 c De grafiek daarbij ligt overal precies 2 hoger dan de andere grafiek.
 d 3
 e (3, 0)

- 20a A $x = -2$ C $x = 0$
 B $x = 2$ D $x = 0$
 b A $y = 0$ C $y = -2$
 B $y = 0$ D $y = 0$
 c A (-2, 0) C (0, -2)
 B (2, 0) D (0, 0)
 d A grafiek 2 C grafiek 4
 B grafiek 3 D grafiek 1

- 21a $v = 14\sqrt{30} \approx 76,68...$
 b
- | | | | | | | | | |
|-----------------|---|----|----|----|----|----|-----|-----|
| r in meter | 0 | 10 | 20 | 30 | 40 | 50 | 60 | 70 |
| v in km per uur | 0 | 44 | 63 | 77 | 89 | 99 | 108 | 117 |
- c Zie uitwerkingen.
 d 15 m
 e Wanneer je 14 onder het wortelteken brengt, wordt dit 14^2 en dat is 196.

2-4 Vergelijkingen oplossen

- 22a** 0
b +8
c $4x = 20$
 $x = 5$
d $10 - 8 = -10 + 12$
 $2 = 2$, de oplossing klopt.
- 23a** $x = 6$ **c** $x = 2$
b $p = 2$ **d** $b = 1$
- 24a** $3 = -2x + 9$; $x = 3$
b $2x + 3 = 9$; $x = 3$
c Ja
d -
e $-4 \times 3 + 3 = -6 \times 3 + 9$; klopt
- 25a** $a = 4$ **c** $m = -5$
b $b = \frac{1}{2}$ **d** $x = 1\frac{1}{2}$
- 26a** $10 - 2x = 9x - 12$
b $x = 2$
- 27a** $x = -5$ **c** $x = -1\frac{1}{2}$
b $p = 7\frac{1}{4}$ **d** $x = 2$
- 28a** 4
b 8
c Wanneer je op $x - 4$ in de vergelijking $\sqrt{x - 4} = 7$ een bordje legt, moet er onder dat bordje 49 komen te staan. Nu geldt dus $x - 4 = 49$.
d $x = 53$
e (53, 7)
- 29** Sharon telt links en rechts -125 op, ze krijgt dan $-4x = -76$.
 Door links en rechts te delen door -4 krijgt zij $x = 19$.

- 30a** $x = 32$ **c** $q = 1105$
b $a = 4$ **d** $d = 130$

2-5 Ongelijkheden

- 31a** Ja
b Omdat 17 groter moet zijn dan $3x + 5$ dus is de kant van 17 als het ware zwaarder.
c 0, 1, 2 en 3
d $x = 4$
e $x < 4$
- 32a** $x = 1$
b $y = 2x + 1$
c x -waarden groter dan 1
d $x > 1$
- 33a** $y = 4 - \frac{1}{2}x$ bij A en $y = x - 2$ bij B
b $4 - \frac{1}{2}x = x - 2$, $x = 4$
c x -waarden groter dan 4
d $x > 4$
- 34a** $x < \frac{2}{3}$ **c** $x \leq 2$
b $x > 1$ **d** $x > 4$
- 35a** n
b m bij $y = 12 - 4x$
 l bij $y = -2\frac{1}{2}x - 1$
c $x > 2$
d $x < -1\frac{1}{3}$
e $x < 1\frac{1}{2}$
- 36a** $b = 1,28a + 26$
b $b = 1,24a + 50$
c $1,28a + 26 = 1,24a + 50$
d bij meer dan 600 m^3 per jaar

Hoofdstuk 3 Ontbinden in factoren

3-2 Ontbinden van tweetermen

3-1 Ontbinden in factoren

- 1a** 120
b 3, 3 en 5
c Nee
d 6 en 2; 3 en 4; 2, 2 en 3
e 2, 3, 4 en 6
f op 2 manieren
- 2a** De getallen 2 en 3 kun je alleen nog maar schrijven als product met het getal 1 als factor.
b $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 = 72$, klopt.
c $12 = 4 \times 3 = 2 \times 2 \times 3$, dus hij vindt de factoren 2, 3, 2, 2, 3 en 3.
- 3a** $2 \times 3 \times 7$
b $3 \times 5 \times 7$
c $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5$
d $2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$
- 4a** $p = 2 \cdot 7 \cdot q$ **c** $w = 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot v \cdot v$
b $k = 5 \cdot 5 \cdot q \cdot q$ **d** $c = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot d$
- 5** $s = 2x \cdot 3x$ en $u = 2 \cdot 3 \cdot x \cdot x$
- 6a** bijvoorbeeld: $r = 18x \cdot x$ of $r = 3x \cdot 6x$
b bijvoorbeeld: $y = 35 \cdot x \cdot x$ of $y = 5 \cdot 7x^2$ of $y = 5x \cdot 7x$
- 7a** C
b $y = 9 \cdot x \cdot x$ of $y = 3 \cdot 3 \cdot x \cdot x$
- 8a** $y = 2x \cdot 3x$ **c** $y = -12 \cdot -2x^2$
b $y = 3x \cdot 4x$ **d** $y = -5x \cdot 3x$
- 9a** 4 en $p + 3$
b $a = 20$ en $b = 20$
c $a = 52$ en $b = 52$ en $a = 8$ en $b = 8$
d $b = 4(p + 3) = 4p + 12$
e $b = 2(2p + 6) = 4p + 12$

$$\begin{array}{c|c|c} \times & a & +3 \\ \hline 7 & 7a & +21 \end{array}$$

b $h = 7(a + 3)$

11a $k = 2(12r - 18)$
 $k = 3(8r - 12)$
 $k = 6(4r - 6)$

b $k = 4(6r - 9)$ of $k = 12(2r - 3)$

12a $h = 4(a + 5)$

b $k = 3(2t - 11)$

c $d = 4(2h + 3)$

$$\begin{array}{c|c|c} \times & q & +6 \\ \hline q & q^2 & +6q \end{array}$$

b $y = q(q + 6)$

14a factor a en factor 3

$$\begin{array}{c|c|c} \times & a & +5 \\ \hline 3a & 3a^2 & +15a \end{array}$$

c $p = 3a(a + 5)$

15a $5b$

b $h = 5b(b - 3)$

16a $n = a(a + 7)$

b $e = h(h - 15)$

c $q = 15b(1 + 3b)$

d $j = 12t(t - 3)$

e $k = 7p(p + 9)$

f $y = 12x(2x - 3)$

17 Als je bij beide formules de haakjes weer wegwerkt, krijg je dezelfde formule.

$$\begin{array}{c|c|c} \times & 2a & -1 \\ \hline -5 & -10a & +5 \end{array}$$

b $d = -5(2a - 1)$

c A $p = -7(q - 3)$

B $r = -2(3s + 2)$

C $y = -5x(x - 3)$

D $d = -12e(1 - 3e)$

- 19a 3
 b De gemeenschappelijke factor van $3t$ en 6 is 3 .
 c $18t$
 d $j = 18t(t + 2)$

- 20a $p = 7(2v - 3)$ d $u = 10s(-2s + 1)$
 b $n = 6a(3a + 4)$ e $e = 9h(-h + 7)$
 c $c = 8h(4h - 3)$ f $y = 6x(-2 + 5x)$

3-3 $A \times B = 0$

- 21a -
 b de route 1, -2, 4, 6, -1
 c bijvoorbeeld 1, 0, 4, 2, -1
 d Je moet een route kiezen waarbij één van de getallen gelijk aan nul is.
 e 2 routes

22a

x	-1	0	1	2	3	4	5
y	5	0	-3	-4	-3	0	5

b Zie uitwerkingen.

c $x = 0$ en $x = 4$

d

$\times$	x	-4
x	x^2	-4x

e Bij $x = 0$ en bij $x = 4$ is $x(x - 4)$ gelijk aan nul.

- 23 $x = -2$ of $x = 7$
 $m = 3\frac{1}{2}$ of $m = -4$
 $k = 0$ of $k = -4$

- 24a $x = -15$ of $x = 2$ d $r = 2$
 b $r = 4$ of $r = 8$ e $s = 0$ of $s = -13$
 c $n = 4$ of $n = -4$ f $p = 0$ of $p = -5$

- 25a $x = 0$ en $x = 2$
 b klopt
 c $x = 0$ en $x = 2$
 d $x(x - 2) = 0$ als $x = 0$ of $x - 2 = 0$

- 26 $a = 0$ of $a = -3$ bij alle drie manieren

- 27a $x = 0$ of $x = -4$ d $t = 0$ of $t = -7$
 b $g = 0$ of $g = 0,4$ e $x = 0$ of $x = 4$
 c $n = 0$ of $n = -15$ f $h = 0$ of $h = 2$

- 28a $x = 8$ en $x = 10$
 b $x = 8$ geeft $8 \times (8 - 2) = 8 \times 6 = 48$.
 $x = 10$ geeft $10 \times (10 - 2) = 10 \times 8 = 80$.
 c Zie uitwerkingen.
 d Als een product gelijk is aan 0, moet ten minste één van de factoren gelijk zijn aan 0.

3-4 Ontbinden van drietermen

- 29a $x = 3$ of $x = -2$
 b De vergelijking is (nog) niet in de vorm $A \times B = 0$ geschreven.
 c $x = 1$ en $x = 3$
 d Bij de snijpunten met de x -as geldt $y = 0$.
 e Zie uitwerkingen.
 f $x = 2$ en $x = 5$
 g $y = (x - 2)(x - 5)$

- 30a Zie uitwerkingen.
 b $14 = 3 + 11$
 c $33 = 3 \times 11$

- 31a Er moet gelden $\dots \times \dots = 10$.
 b de rechterside want $2 + 5 = 7$.
 c $y = (x + 2)(x + 5)$

- 32a de rechterside want $-1 + 3 = 2$.
 b $y = (x - 1)(x + 3)$

- 33a Zie uitwerkingen.
 b 10 en -8
 c $y = (x + 10)(x - 8)$

- 34a $p = (a + 2)(a + 5)$ e $y = (g - 2)(g - 6)$
 b $k = (q + 2)(q + 8)$ f $q = (x - 1)(x - 5)$
 c $b = (d + 1)(d + 4)$ g $h = (e + 2)(e - 5)$
 d $w = (p + 2)(p + 10)$ h $r = (m - 2)(m + 5)$

- 35a $y = (x + 3)(x + 4)$ e $y = (x - 3)(x - 4)$
 b $r = (d + 2)(d + 12)$ f $n = (t - 4)(t + 10)$
 c $p = (q + 8)(q - 7)$ g $v = (c + 5)(c - 6)$
 d $e = (w + 3)(w + 3)$ h $e = (w - 3)(w + 7)$

- 36a $k = 2a(a + 2)$ d $q = (b + 1)(b + 12)$
 b $b = q(3q - 5)$ e $p = (x - 5)(x - 5)$
 c $w = 5k(2k + 3)$ f $w = (d + 8)(d - 2)$

3-5 Kwadratische vergelijkingen

- 37a** Ze zijn van de vorm: $ax^2 + bx + c = 0$.
b/c $(a + 1)(a + 7) = 0$ $(d + 7)(d - 2) = 0$
 $a = -1$ of $a = -7$ $d = -7$ of $d = 2$
 $(b - 2)(b - 3) = 0$ $(e + 7)(e - 3) = 0$
 $b = 2$ of $b = 3$ $e = -7$ of $e = 3$
 $(c + 9)(c + 4) = 0$ $(g - 6)(g + 5) = 0$
 $c = -9$ of $c = -4$ $g = 6$ of $g = -5$

- 38a** $x = 9$ of $x = 10$
b $x = 9$ geeft $(9 - 3)(9 - 4) = 30$.
 $x = 10$ geeft $(10 - 3)(10 - 4) = 42$.

- 39a** $x = 0$ of $x = -4$
b snijpunten met de x -as

- 40a** Zie uitwerkingen.
b $x = -6$ of $x = 2$
c $A(-6, 12)$ en $B(2, 12)$, klopt.

- 41a** $x = 4$ of $x = -2$ **e** $e = 11$ of $e = -1$
b $a = -7$ of $a = 5$ **f** $c = 6$ of $c = -3$
c $d = 2$ of $d = 3$ **g** $p = -4$ of $p = -1$
d $b = 9$ of $b = -1$ **h** $a = 0$ of $a = 11$

- 42a** D en H
b B, E en G
c B: $t^2 + 6t + 8 = 0$
E: $k^2 - 2k - 8 = 0$
G: $h^2 + 9h = 0$
d A en G
A: $3p(p - 3) = 0$
G: $h(h + 9) = 0$
e B en E
B: $(t + 2)(t + 4) = 0$
E: $(k - 4)(k + 2) = 0$
f A: $p = 0$ of $p = 3$ E: $k = 4$ of $k = -2$
B: $t = -2$ of $t = -4$ F: $v = 0$ of $v = -9$
C: $q = -1$ of $q = 1,6$ G: $h = 0$ of $h = -9$
D: $x = -9$ of $x = 9$ H: $b = -3$ of $b = 3$

- 43a** $n = -14$ of $n = 14$ **f** $h = -1$ of $h = -5$
b $b = 0$ of $b = 12$ **g** $d = 0$ of $d = 3$
c $c = 0$ of $c = 8$ **h** $i = -4$ of $i = 2$
d $r = -3$ of $r = 3$ **i** $a = 2$ of $a = 10$
e $g = 4$ of $g = -1$ **j** $e = -6$ of $e = -3$

Hoofdstuk 4 Kwadratische formules

4-1 Parabolen

- 1a** 1: $(0, 0)$; 2: $(0, -3)$; 3: $(0, 3)$ en 4: $(0, 6)$
b De parabolen 1 en 2 zijn dalparabolen.
De parabolen 3 en 4 zijn bergparabolen.
c $y = x^2$ want bij een dalparabool staat er een positief getal voor x^2 .
d $y = -2x^2 + 6$ hoort bij 4.
 $y = \frac{1}{2}x^2 - 3$ hoort bij 2.
 $y = -x^2 + 3$ hoort bij 3.
- 2a** Zie uitwerkingen
b $y = 3x^2$
c de smalste grafiek
d Zie uitwerkingen
e Als er een positief getal voor de x^2 staat, dalparabool. Als er een negatief getal voor de x^2 staat, bergparabool.
f Voor dalparabolen geldt: hoe groter het getal voor de x^2 , hoe steiler de grafiek.
Voor bergparabolen geldt: hoe kleiner het getal voor de x^2 , hoe steiler de grafiek.

- 3a** De grafiek is een dalparabool die smaller is dan de parabool bij de formule $y = 2x^2$.
b De grafiek is een dalparabool die breder is dan de parabool bij de formule $y = 2x^2$.
c De grafiek is een bergparabool die breder is dan de parabool bij de formule $y = 2x^2$.
d De grafiek is een bergparabool die smaller is dan de parabool bij de formule $y = 2x^2$.
e De grafiek is een dalparabool die breder is dan de parabool bij de formule $y = 2x^2$.
f De grafiek is een bergparabool die even breed is als de parabool bij de formule $y = 2x^2$.

- 4a** $y = -7$
b De y -as is $x = 0$.
c $x = -1$ of $x = 7$
d De grafiek snijdt de horizontale as bij $y = 0$.
 $2x^2 - 8 = 0$ bij $x = -2$ en $x = 2$.
f $x = 0$ dus $y = 2 \times 0^2 - 8 = -8$
g De y -as is de symmetrie-as.

- 5a 1 d 2
 b 3 e 6
 c 5 f 4

- 6a (0, 0) en (4, 0)
 b (0, 0)
 c Zie uitwerkingen

4-2 Drie vormen van kwadratische formules

- 7a dalparabool
 b $y = 2x^2 + 8x + 6$, dalparabool
 c $y = 2x^2 + 8x + 6$, dalparabool
 d De formules zijn hetzelfde.
- 8a dalparabool, even breed
 b bergparabool, smaller
 c bergparabool, breder
 d bergparabool, breder
- 9a Is al geschreven in de vorm $A \times B = 0$.
 b $x = 2$ of $x = -3$
 c (2, 0) en (-3, 0)
 d De symmetrieas ligt tussen $x = -3$ en $x = 2$.
 e $y = -18,75$
- 10a (-6, 0) en (2, 0)
 b $x = 2$ of $x = -6$
 c A: (-3, 0) en (-5, 0), top(-4, -1)
 B: (-7, 0) en (9, 0), top(1, -128)
- 11a Invullen van $x = -10$ geeft $y = 69$.
 b Er staat een positief getal voor de x^2 .
 c $(x + 2)^2 + 5 = 0$ heeft geen oplossingen.
 d (-2, 5)
- 12a 4
 b (3, 4)
 c (5, 0) en (1, 0)
 d Zie uitwerkingen

- 13a bij de formules A, C en D
 b A: (-9, 0) en (-11, 0)
 C: (6, 0) en (-7, 0)
 D: (-5, 0)
 c B en D
 d B: (8, -4) en bij formule D: (-5, 0)

- 14a 4 c 1
 b 2 d 3

4-3 De abc-formule

- 15a (2, 0) en (4, 0)
 b Grafiek C heeft geen snijpunten met de x -as.
 c Er zijn geen twee gehele getallen te vinden waarvan het product +2,75 en de som -6 is.
 d klopt
- 16a $-1 + \sqrt{41}$ moet tussen haakjes.
- 17a $p = -\frac{1}{3}$ of $p = -2$
 b klopt
- 18a $D = (-6)^2 - 4 \times 5 \times 1 = 36 - 20 = 16$
 b Ze moet haakjes zetten om 2×5 .
 c $(6 + 4) : (2 \times 5) = 1$
 d $x = 0,2$.
- 19a $a = 1$, $b = -5$ en $c = 3$
 b $D = 13$ en $x \approx 4,30$ of $x \approx -0,70$
 c $x = -6$ of $x = 2$
- 20a $y = -1$ of $y = -2$
 b $p = 2$ of $p = -1\frac{1}{2}$
 c $t \approx 3,65$ of $t \approx -1,65$
 d $v \approx -0,73$ of $v \approx 2,73$
 e $x \approx -0,82$ of $x \approx 1,82$
 f $x = 1$ of $x = 0,2$
 g $k \approx 7,16$ of $k \approx 0,84$
 h $y \approx 0,80$ of $y \approx -0,14$
- 21a 55 meter
 b 11 meter
 c 64 meter

4-4 De discriminant gebruiken

- 22a** $x \approx 3,30$ of $x \approx -0,30$
b de snijpunten met de x -as
c De grafiek snijdt de x -as niet, dus de vergelijking heeft geen oplossing.
d $D = 1^2 - 4 \times -\frac{1}{4} \times -2 = -1$
e De discriminant is negatief.
- 23a** De grafiek snijdt de x -as niet, dus de vergelijking heeft geen oplossing.
b $D < 0$
c $D = 0$ dus één oplossing
d $D > 0$ dus twee oplossingen
- 24a** $D = 44$, er zijn twee oplossingen.
b $D = -7$, er is geen oplossing.
c $D = 0$, er is één oplossing.
d $D = 0$, er is één oplossing.
- 25a** -
b Met beide manieren krijg je dezelfde antwoorden, $x = -8$ of $x = 1$.
c $x = -8$ of $x = 1$
- 26a** $a = 5$, $b = -7$ en $c = 2$
b $x = 1$ of $x = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$
c $n = -4$ of $n = 2$
- 27a** $x = 8$ of $x = -8$
b $x = 0$ of $x = 5$
c Het kan sneller met bordjes of ontbinden in factoren.
d x^2 kan niet negatief zijn.
- 28a** $x = 0$ of $x = 2$ **d** geen oplossingen
b $x = 1$ **e** geen oplossingen
c $x = \sqrt{2}$ of $x = -\sqrt{2}$ **f** $x = 6$ of $x = -6$
- 29a** 2,55 meter hoog
b $a = 0$ of $a = 20$
c Na 20 meter komt de bal op de grond.
d 5 meter
e 18 meter

4-5 Vergelijkingen oplossen

- 30a** $x = -6$ of $x = 2$
b Product van de factoren moet 0 zijn.
c Ze is vergeten eerst op nul te herleiden.
d $x = -6$ of $x = 2$
- 31a** $x \approx 1,83$ of $x \approx -3,83$
b $t = 7$ of $t = 1$
c Er zijn geen oplossingen.
d $r = 2$ of $r = -1$
e $p \approx 2,37$ of $p \approx -3,37$
f $x \approx 2,32$ of $x \approx -4,32$
- 32a** $x = -5$ of $x = 1$
b $x = 1$ of $x = -5$
c A: $x = 7$ of $x = -1$
B: $x = 7\frac{1}{2}$ of $x = \frac{1}{2}$
C: $x = 5$ of $x = -19$
D: $x = 2$ of $x = 3$
- 33a** vergelijking D: $p = 2\frac{1}{3}$ of $p = -2$
b vergelijking C: $x = 0$ of $x = 1\frac{2}{3}$
c vergelijking B: $y = -3$ of $y = 4$
d vergelijking D: $x = -1$ of $x = 3$
e vergelijking A: $h = 4$ of $h = -3\frac{1}{2}$
- 34a** $p = -3$ of $p = 1$
b $x = \frac{1}{3}$ of $x = -3\frac{1}{2}$
c $m \approx 6,74$ of $m \approx -0,74$
d $a = 0$ of $a = 3\frac{1}{3}$
e $x = 3$ of $x = 1$
f $D < 0$ dus geen oplossingen
g $d = -1$ of $d = -2$
h $x = 0$ of $x = 4\frac{1}{2}$
i $x = 7$ of $x = -7$
j $x = \frac{1}{4}$ of $x = -13$

Hoofdstuk 5 Vergelijkingen

5-1 Stelsels vergelijkingen

- 1a Het hellingsgetal is 1.
 b Je leest dat uit de grafiek af door te kijken hoeveel y toeneemt als x met 1 toeneemt.
 c $x = 1$ en $y = 0$ invullen, dat klopt.
 $x = 3$ en $y = 1$ invullen, klopt.
 d Zie uitwerkingen.
 e $(-5, -3)$
- 2a $y = -2x - 3$ c $y = -2x - 50$
 b $y = 6x + 1$ d $y = \frac{2}{3}x + 7$
- 3a richtingscoëfficiënt -2 , startgetal 4
 b richtingscoëfficiënt -3 , startgetal 7
 c richtingscoëfficiënt 3, startgetal 10
 d richtingscoëfficiënt $1\frac{1}{2}$, startgetal -19
 e richtingscoëfficiënt $2\frac{1}{2}$, startgetal 5
 f richtingscoëfficiënt 5, startgetal -40
- 4a lijn k
 b $-2y = -3x + 6$
 $y = 1\frac{1}{2}x - 3$
 c $y = \frac{1}{2}x + 6$
 d $\frac{1}{2}$
 e $(9, 10\frac{1}{2})$
- 5a $y = \frac{2}{3}x + 1\frac{1}{3}$
 b Zie uitwerkingen.
 c $(5\frac{1}{2}, 5)$
 d $5 = 2 \times 5\frac{1}{2} - 6$ ofwel $5 = 11 - 6$ en dat klopt.
 e Omdat het de coördinaten van het snijpunt zijn. $2 \times 5\frac{1}{2} = 3 \times 5 - 4$ ofwel $11 = 15 - 4$ en dat klopt.

6a Zie uitwerkingen.

- b $x = 2$
 c $y = 8$
 d $(2, 8)$

7a $x = -1$ en $y = 4$

- b $x = 3$ en $y = -4$
 c $x = 4$ en $y = 18$
 d $x = 6$ en $y = -3$

5-2 Gebroken vergelijkingen

- 8a y nadert naar 0.
 b $-0,012$ en $-0,006$
 c Je kunt niet delen door 0.
 d Zie uitwerkingen.
 e $x = 0,001$
- 9a $x - 20 = 5$; $x = 25$
 b $x = 17$ $x = 5,5$
- 10a $45 : 9 = 5$
 b $p = 11$
- 11a $x = 4$ c $p = -9$
 b $a = 2$ d $x = \frac{1}{2}$
- 12a Zie uitwerkingen.
 b $(-4, -2)$ en $(2, 4)$
- 13a $x \cdot \frac{8}{x} = \frac{x}{1} \cdot \frac{8}{x} = \frac{8x}{x} = \frac{8}{1} = 8$
 b $8 = x^2 + 2x$
 c $x = -4$ of $x = 2$
 d $y = -2$ en $y = 4$
- 14a $x = 3$ of $x = -1$
 b $x = -1$ of $x = \frac{1}{2}$
 c $x = -6$ of $x = 2$
 d $x = -3 + \frac{1}{2}\sqrt{52}$ of $x = -3 - \frac{1}{2}\sqrt{52}$

- 15a** $x - 8 = \frac{9}{x}$
b $x = 9$ of $x = -1$
c $x = -2$ of $x = 1$

- 23a** 1600
b 6400
c 2010
d 2017

5-3 Exponentiële vergelijkingen

- 16a** ongeveer 8 000 000
b na 5 dagen
c Links en rechts delen door 8000 geeft links 2^7 en rechts $64000 : 8000 = 8$.
d $2^3 = 8$
e na drie dagen
- 17a** Links en rechts delen door 20 geeft links 3^x en rechts $1620 : 20 = 81$.
b
- | macht | 3^1 | 3^2 | 3^3 | 3^4 | 3^5 | 3^6 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| uitkomst | 3 | 9 | 27 | 81 | 243 | 729 |
- c** $x = 4$

- 18a** $x = 6$ **c** $x = 5$
b $x = 2$ **d** $x = 4$

- 19a** $x = 2$ **c** $x = -\frac{1}{2}$
b $x = 1$ **d** $x = 1$

- 20a**
- | macht | 2^1 | 2^2 | 2^3 | 2^4 | 2^5 | 2^6 | 2^7 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| uitkomst | 2 | 4 | 8 | 16 | 32 | 64 | 128 |

- b** $2^{x+1} = 2^3$ **d** $x = 2$
c $x = 2$ **e** $x = -5$

- 21a** $a = 2$ **d** $a = -\frac{1}{3}$
b $x = \frac{1}{2}$ **e** $q = 7$
c $x = 0$ **f** $x = 6$

- 22a**
- | macht | 4^1 | 4^2 | 4^3 | 4^4 | 4^5 | 4^6 |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| uitkomst | 4 | 16 | 64 | 256 | 1024 | 4096 |

- b** A $x = 8$
 B $a = 3$
 C $m = 1$

5-4 Derdemachtsvergelijkingen

- 24a** $y = -8$
b $x = 4$
c
- | x | -4 | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----|-----|-----|----|----|---|---|---|----|
| y | -64 | -27 | -8 | -1 | 0 | 1 | 8 | 27 |

- 25a** $\sqrt[3]{27} = 3$ want $3^3 = 27$
b $\sqrt[3]{64} = 4$ want $4^3 = 64$
c $\sqrt[3]{-1} = -1$ want $(-1)^3 = -1$
d $\sqrt[3]{-64} = -4$ want $(-4)^3 = -64$

- 26a** $x = 2$ en $x = -2$
b
- | x | 2,1 | 2,2 | 2,3 | 2,4 | 2,5 |
|-----|-------|--------|--------|--------|--------|
| y | 9,261 | 10,648 | 12,167 | 13,824 | 15,625 |

$x \approx 2,2$

- c** $x = \sqrt[3]{10} \approx 2,154$
d $\sqrt[3]{-4} \approx -1,59$ en dat klopt met de grafiek.
e A $\sqrt[3]{4} \approx 1,59$ C $\sqrt[3]{-12} \approx -2,29$
 B $\sqrt[3]{80} \approx 4,31$ D $\sqrt[3]{-120} \approx -4,93$

- 27a** $x^3 = 27$
b $x = 3$

- 28a** $x = 5$ **d** $x = 4$
b $a = \sqrt[3]{60} \approx 3,91$ **e** $p = \sqrt[3]{32} \approx 3,17$
c $t = -4$ **f** $h = \sqrt[3]{9} \approx 2,08$

- 29a** $y = 4$
b $x = -2$
c
- | x | -3 | -2 | -1 | 0 | 1 | 2 | 3 |
|-----|-----------------|----|---------------|---|----------------|----|------------------|
| y | $13\frac{1}{2}$ | 4 | $\frac{1}{2}$ | 0 | $-\frac{1}{2}$ | -4 | $-13\frac{1}{2}$ |
- d** Zie uitwerkingen.

- 30a** dalend
b bij $y = -2x^3$

- 31a** Zie uitwerkingen.
b $x = 5$
c $x > 5$
d $x \leq -5$

- 32a** $x \leq 2$
b $x < -4$
c $x \geq 10$
d $x < -2$

5-5 Machtsvergelijkingen

- 33a** Grafiek 1: A Grafiek 3: B
 Grafiek 2: D Grafiek 4: C
b De grafieken 1 en 4 hebben één snijpunt met de lijn $y = 7$, de grafieken 2 en 3 hebben twee snijpunten met de lijn $y = 7$.
c Zie uitwerkingen.
34a 1
b 2
c 1
d De uitkomst van x^4 is altijd groter dan of gelijk aan 0.
e n is even, dus $c > 0$.
f n is oneven.

- 35a** B
b D
c $x = 5$

- 36a** $x = -1$ **d** geen oplossing
b $p = 2$ **e** $x = 2$ of $x = -2$
c $a = 4$ **f** $x = 2$

- 37a** $\sqrt[3]{40} \approx 3,42$ **c** $2^5 = 32$ en $3^5 = 243$
b Het antwoord is afgerond. **d** $x = \sqrt[5]{40} \approx 2,09$

- 38a** $x = \sqrt[3]{100} \approx 4,64$
b $x = \sqrt[3]{-25} \approx -2,92$
c $x = \sqrt[4]{30} \approx 2,34$ of $x = -\sqrt[4]{30} \approx -2,34$
d $x = \sqrt[7]{-800} \approx -2,60$

- 39a** $x = \sqrt[4]{240} \approx 3,94$ of $x = -\sqrt[4]{240} \approx -3,94$
b $x = \sqrt[7]{-23} \approx -1,57$
c $x = \sqrt[5]{-15} \approx -1,72$
d $x = \sqrt[8]{7} \approx 1,28$ of $x = -\sqrt[8]{7} \approx -1,28$
e $x = 0$
f $x = \sqrt[3]{-67} \approx -4,06$

Bronvermelding

Vormgeving omslag G2K, Groningen/Amsterdam

Foto omslag Getty Images

Vormgeving binnenwerk Foelke Vos, Paul Kooi, G2K Designers
Groningen/Amsterdam

Technisch tekenwerk Integra Software Services Pvt. Ltd., India;
Grafikon, Brugge (B)

Beeldresearch B en U International Picture Service, Amsterdam;
Daliz, Den Haag

Fotoverantwoording

iStockphoto: p. 14

Alamy/Image Select, Wassenaar: p. 6-7, 18-19

Shutterstock: p. 25, 29, 42-43, 51, 54-55

Florida Today, Florida: p. 30-31

Mike McKavett / Alamy: p. 61



Bij dit boek hoort een digitale leeromgeving.

Als je de opdrachten online maakt, zie je direct wat er al goed gaat. Je krijgt daarbij handige tips, zodat je het de volgende keer beter doet.

Op basis van je resultaten krijg je bovendien opdrachten op jouw niveau. Dus wat moeilijker als het goed gaat of met meer hulp als je dat nodig hebt.

Met de oefentoetsen kun je je voorbereiden op het proefwerk.

Als je meer uitleg nodig hebt, zijn er ook nog handige uitlegvideo's.



Noordhoff Uitgevers



www.modernewiskunde.noordhoff.nl

ISBN 978-90-01-75204-0



9 789001 752040